



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

DENIS DOS SANTOS AQUINO

**O ENSINO DE MATEMÁTICA COM AUXÍLIO DE APLICAÇÕES
PRÁTICAS DOS CONTEÚDOS**

Belém – PA
2016



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

DENIS DOS SANTOS AQUINO

**O ENSINO DE MATEMÁTICA COM AUXÍLIO DE APLICAÇÕES
PRÁTICAS DOS CONTEÚDOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática do Programa de Mestrado Profissional (PROFMAT) da Universidade Federal do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Edilberto Oliveira Rozal.

Belém – PA
2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Aquino, Denis dos Santos, 1984-

O Ensino de matemática com auxílio de aplicações
práticas dos conteúdos / Denis dos Santos Aquino. -
2016.

Orientador: Edilberto Oliveira Rozal.
Dissertação (Mestrado) - Universidade
Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e
Naturais, Programa de Pós-Graduação em
Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2016.

1. Matemática-Estudo e ensino. 2.
Matemática-Methodologia-Conhecimentos e
aprendizagem. 3. Etnomatemática. 4. Modelagem
matemática. 5. Matemática-Problemas, exercícios,
etc.. I. Título.

CDD 22. ed. 372.7

DENIS DOS SANTOS AQUINO

**O ENSINO DE MATEMÁTICA COM AUXÍLIO DE APLICAÇÕES
PRÁTICAS DOS CONTEÚDOS**

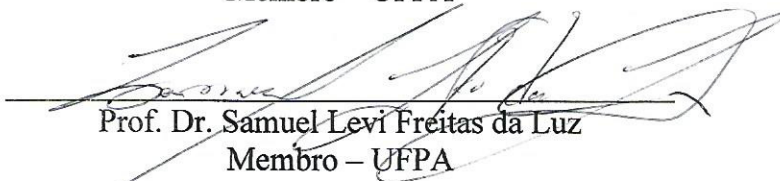
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática do Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal do Pará.



Prof. Dr. Edilberto Oliveira Rozal
Orientador – UFPA



Prof. Dr. Arthur da Costa Almeida
Membro – UFPA



Prof. Dr. Samuel Levi Freitas da Luz
Membro – UFPA

Data da avaliação: 18/03/2016

Conceito: _____

Belém – PA
2016

DEDICATÓRIA

Dedico esta conquista a minha mãe, Darialva dos Santos Aquino, mulher guerreira, batalhadora, que sempre fez o melhor para o sucesso de seus filhos; a minha esposa, Antonia Eliane Oliveira Modesto, minha amada companheira que está ao meu lado nos momentos bons e ruins, sempre me apoiando e confortando; e ao meu filho, Daniel Modesto Aquino, minha fonte de inspiração, meu combustível para continuar lutando no intuito de realizar novas conquistas.

Sem vocês não conseguiria. Sem vocês não teria motivação para dá esse importante passo em minha formação profissional. A vitória dessa realização dedico as pessoas mais importantes para mim: mãe, esposa e filho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a DEUS por todos os objetivos alcançados, pela família que me deu, e por todas as oportunidades que me presenteou.

Agradeço a toda minha família, pelo apoio e compreensão. Em especial agradeço a minha mãe, minha esposa, meu filho, e meus irmãos Caires e Renan.

Agradeço ao Prof. Dr. Edilberto Oliveira Rozal pela excelente orientação e pela confiança em nosso trabalho.

Agradeço a todos os meus colegas de turma que certamente contribuíram para essa conquista.

Agradeço a todos os meus professores pela dedicação e por tornar possível essa conquista.

Por fim, agradeço a todos que me motivaram a lutar por meus objetivos.

“Sonhos determinam o que você quer. Ação determina o que você conquista.”

(Aldo Novak)

RESUMO

O presente estudo visa mostrar a vantagem de ensinar Matemática usando como recurso metodológico a aplicação prática de seus conteúdos, num sentido de fornecer mais significado aos temas estudados em sala de aula e possibilitar que o aluno vivencie situações reais que necessitarão da utilização dos conhecimentos adquiridos na escola ou que servirão de suporte para a formalização de conceitos e procedimentos matemáticos. Dessa forma, analisaremos sete exemplos de aplicações dos conteúdos matemáticos para turmas de 8ª série do Ensino Fundamental, baseados na Etnomatemática, Modelagem Matemática e Resolução de problemas; detalhando seus objetivos e métodos usados, bem como justificando a relevância de como os exemplos escolhidos podem contribuir na minimização do ensino abstrato de Matemática. Para comprovar a hipótese mostraremos os resultados alcançados no projeto “Trabalhando a Matemática na prática” e faremos uma comparação, por meio de questionário, da diferença de desempenho obtido nas turmas que se aplicou a metodologia com outras turmas da mesma série. Por fim, reforçaremos que a proposta pode ser usada também como ferramenta motivacional auxiliando na qualidade do ensino e da aprendizagem de Matemática nos mais diferentes níveis de escolaridade.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; aplicações dos conteúdos; situações reais; Etnomatemática; Modelagem Matemática; Resolução de problemas.

ABSTRACT

This study aims to show the advantage of teaching mathematics using as methodological approach the practical application of its contents, in order to provide more meaning to the subjects studied in the classroom and allow students to experience real situations that require the use of knowledge acquired in school or to serve as a support for the formalization of mathematical concepts and procedures. Thus, we analyze seven examples of applications of mathematical content for 8th grade of elementary school classes, based on the Ethnomatematics, Mathematical Modelling and Troubleshooting; detailing their goals and methods used, as well as justifying the relevance of how the chosen examples can help in minimizing the abstract teaching mathematics. To prove the hypothesis show the results achieved in the project "Working mathematics in practice" and do a comparison, through a questionnaire, the performance difference obtained in the groups that applied the methodology to other classes in the same series. Finally, we will strengthen the proposal can also be used as a motivational tool aiding in the quality of teaching and learning mathematics in many different levels of education.

Keywords: Mathematics Teaching; applications of content; real situations; Ethnomatematics; Mathematical Modeling; Troubleshooting.

LISTA DE FIGURAS, GRÁFICOS E TABELAS

Figura 1: Projeto “Trabalhando a Matemática na Prática”	19
Figura 2: Escola Dr. Laureno Francisco Alves de Melo	20
Figura 3: Escola Rotary Club	20
Figura 4: Planta baixa da residência de um aluno.....	21
Figura 5: Coleta de dados na residência	23
Figura 6: Alunos pesquisando o preço dos materiais.....	23
Figura 7: Calcule a área pintada de vermelho.....	24
Figura 8: Alunos coletando as medidas da sala	25
Figura 9: Calculando a área da parede através da divisão em retângulos.....	25
Figura 10: Calculando a área da parede retirando da área total a área da porta e das janelas.	25
Figura 11: Método para medir a altura da pirâmide.....	26
Figura 12: Construindo um modelo matemático	27
Figura 13: Estudo da sombra no momento 1.....	27
Figura 14: Estudo da sombra no momento 2.....	27
Figura 15: Triângulos semelhantes	29
Figura 16: Aplicação do modelo matemático	29
Figura 17: Medindo ângulo no teodolito caseiro.....	31
Figura 18: Esquema para calcular a altura do Cristo Redentor.....	31
Figura 19: Socialização dos resultados obtidos.....	31
Figura 20: Contornando a circunferência.....	33
Figura 21: Medindo o comprimento da circunferência	33
Figura 22: Medindo o diâmetro	34
Figura 23: Alunos realizando pesquisa.....	37
Figura 24: Quadra de vôlei	38
Figura 25: Usando os ternos pitagóricos para medir ângulo de 90°	39
Figura 26: Alunos desenhando as linhas da quadra de vôlei	40
Gráfico 1: Representação dos resultados da pesquisa feita pelos alunos usando gráfico	38
Gráfico 2: Desempenho dos alunos na 2ª questão	44
Gráfico 3: Desempenho dos alunos na 3ª questão	45
Gráfico 4: Desempenho dos alunos na 5ª questão	48
Gráfico 5: Desempenho dos alunos na 7ª questão	50

Tabela 1: Representação dos resultados da pesquisa feita pelos alunos usando tabela	37
Tabela 2: Desempenho dos alunos na 1ª questão	43
Tabela 3: Desempenho dos alunos na 4ª questão	47
Tabela 4: Desempenho dos alunos na 6ª questão	49

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. REFERENCIAL TEÓRICO	13
3. ALGUMAS TENDÊNCIAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	15
3.1 – ETNOMATEMÁTICA.....	15
3.2 – MODELAGEM MATEMÁTICA.....	16
3.3 – RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	17
4. PROPOSTA DE INTERVENÇÃO: APLICAÇÕES PRÁTICAS DOS CONTEÚDOS ESTUDADOS EM SALA DE AULA	19
4.1 – O PROJETO “TRABALHANDO A MATEMÁTICA NA PRÁTICA”.....	19
4.2 – O TIPO DE ESTUDO.....	20
4.3 – OS CENÁRIOS.....	20
4.4 – AS APLICAÇÕES PRÁTICAS DOS CONTEÚDOS.....	21
4.4.1 - ORÇAMENTO DA “TROCA” DO PISO DE UMA CASA.....	21
4.4.2 - CALCULAR A ÁREA DE UMA PAREDE QUE CONTEM PORTA E JANELAS (PAREDE DA SALA DE AULA).....	24
4.4.3 - CALCULAR A ALTURA DO PALCO DA PRAÇA DO ESTRELA, LOCALIZADA EM CASTANHAL-PA, POR MEIO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS.....	26
4.4.4 - CALCULAR A ALTURA DO CRISTO REDENTOR, SITUADO NA PRAÇA DA BÍBLIA, NO MUNICÍPIO DE CASTANHAL-PA, USANDO RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO.....	30
4.4.5 – DEDUZIR UMA FÓRMULA MATEMÁTICA CAPAZ DE CALCULAR O COMPRIMENTO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA TENDO PARA ISSO SEU RAIO.....	32
4.4.6 - REALIZAR UMA PESQUISA NA ESCOLA SOBRE UM DETERMINADO TEMA E MOSTRAR O RESULTADO POR MEIO DE TABELAS E GRÁFICOS.....	36
4.4.7 - DESENHAR AS LINHAS DE UMA QUADRA DE VÔLEI NA ÁREA DA ESCOLA DESTINADA A EDUCAÇÃO FÍSICA USANDO UMA CORDA PARA AS MEDIDAS DOS ÂNGULOS RETOS E DAS DIMENSÕES DA QUADRA. (UMA CORDA DE 12 METROS COM NÓS EM 3 METROS, 4 METROS E 5 METROS).....	38
5. RESULTADOS	41
CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
REFERÊNCIAS	54
ANEXO A – QUESTIONÁRIO	56
ANEXO B – CONFECÇÃO DO TEODOLITO CASEIRO	58

1. INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática sempre foi um grande desafio. O uso de métodos e técnicas inadequados, seja pela questão da não compatibilidade da idade/ série com o nível exigido, ou mesmo por metodologias ultrapassadas que não estão de acordo com a realidade e as necessidades dos alunos; interferem diretamente na aprendizagem e, conseqüentemente, na aversão de uma grande parcela da sociedade pela disciplina.

Criou-se um “monstro” em torno da Matemática de tal maneira que muitos pais conformam-se com o baixo rendimento de seus filhos. É comum professores de Matemática ouvirem frases do tipo “meu filho sempre foi ruim em Matemática”, ou “meu filho não consegue aprender Matemática”. Quando na verdade o problema não está exclusivamente no aluno ou na questão estrutural do sistema educacional, mas também nas estratégias usadas pelo educador para lecionar essa disciplina.

No Brasil, tivemos a partir da década de 70 o surgimento de novas tendências para o ensino de Matemática em resposta ao modelo tradicional que se aplicava. Posteriormente, com a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) em 1997 temos uma tentativa de mudança da realidade em que se encontrava a educação no país. Trata-se de uma série de orientações nas quais os profissionais da educação podem se basear para melhorarem suas práticas, testar novos métodos e trabalhar o currículo apoiando-se em uma base nacional.

De fato, tivemos uma pequena evolução na preocupação com a problemática do ensino e da aprendizagem da Matemática pós criação dos PCNs, com professores revendo suas práticas pedagógicas, busca por mais qualificação, mudança nos currículos de muitas instituições de nível superior para fornecerem formação de acordo com essa nova tendência, produção de teóricos sobre o assunto, discussões e fóruns nacionais sobre o tema, dentre outras ações favoráveis à busca pela diminuição do problema.

Apesar dos avanços significativos do ponto de vista teórico, na prática continuamos vendo os baixos rendimentos dos alunos na disciplina. Os processos de avaliação em larga escala, como o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), a nível nacional, e o Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE), a nível estadual, que utilizam para análise dentre outros fatores o desempenho dos alunos em provas de Matemática; refletem o precário nível de aprendizagem que os estudantes estão desenvolvendo na educação básica em escolas públicas do Pará e do Brasil.

São vários os fatores determinantes nesse cenário que nos mostra o fracasso no ensino de Matemática por não alcançarmos, em muitos casos, os objetivos propostos no

desenvolvimento da disciplina durante a vida escolar de muitas pessoas. Contudo, focaremos esse estudo na prática docente, numa tentativa de fornecer ferramentas que poderão auxiliar os professores na busca por melhoras no que diz respeito à visão do aluno da importância da Matemática para nossas vidas, diminuição de lacunas deixadas pelo não entendimento de conceitos, definições, procedimentos e aplicabilidade dos conteúdos estudados, além da falta de motivação em aprender essa ciência tão maravilhosa.

Assim, buscaremos argumentar sobre as vantagens do ensino de Matemática utilizando além das aulas teóricas, aplicações práticas dos conteúdos estudados. O que favorece a possibilidade de relacionar os conteúdos com situações cotidianas dos alunos, mostrando exemplos reais da utilização dos temas estudados na escola, dando mais significado a conceitos e fazendo com que o estudante participe ativamente da construção de estratégias para solucionar situações-problema.

Essa pesquisa mostra alguns resultados alcançados ao longo de três anos com o projeto “Trabalhando a Matemática na Prática”, desenvolvido em escolas públicas estaduais em turmas de 8ª série do Ensino Fundamental.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

São muitos os teóricos que comentam a importância de associar teoria e prática no processo de ensino, um recurso que traz várias vantagens, mas que é pouco usado. É o que nos revela Cunha: “Na parte de ensino acho que o grande mal é a separação entre a teoria e a prática.” (CUNHA, 1989, p. 99). Nesse caso, muitos docentes perdem a oportunidade de tornar significativas suas aulas teóricas por não associarem os conteúdos com situações reais que exploram tais conhecimentos. Assim, conforme a fala de Krasilchik & Araújo, temos o seguinte cenário:

Infelizmente, hoje em dia a configuração do sistema educacional tradicional estimula a abordagem superficial, pela preponderância de aulas expositivas e valorização de cobrança de informações, sem um processamento que leve a compreensão e ampliação dos conteúdos ensinados. Com isso, promovem a apatia, problemas de comportamento e desinteresse pelas aulas. (Krasilchik & Araújo, 2010)

De acordo com Freire (1997), para compreender a teoria é preciso experienciá-la. É possibilitar que o ensino também tenha um caráter experimental, para que o aluno possa validar a teoria através de momentos de investigação e envolvimento em tarefas reais que podem ser relacionadas com o que se está estudando em sala de aula. É tornar o cotidiano um grande laboratório de Matemática.

Sobre esse tema Penick afirma: “Quando os alunos estão pessoalmente envolvidos, aprendem mais, retêm o conhecimento e desenvolvem habilidades de uma forma mais adequada.” (PENICK, 1998, p. 95). Daí a importância de tornar as aulas mais atrativas e com maior envolvimento dos discentes, fatores que podem ser alcançados com as aplicações práticas dos conteúdos.

Para Hofstein e Lunetta (1982) as aulas práticas têm as funções de despertar e manter o interesse dos estudantes; envolvê-los em investigações científicas, desenvolver habilidades e capacidade de resolver problemas e compreender conceitos.

Dessa maneira, uma boa estratégia para o ensino de Matemática seria através da complementação, por atividades práticas, das aulas teóricas. Assim, o aluno poderia potencializar seu aprendizado mediante o ganho positivo de significado que o concreto e as experiências vividas proporcionam, podendo criar um elo dos conceitos e procedimentos estudados nas aulas de matemática com fatos, procedimentos e situações reais que ocorrem em nossas vidas. É o que comenta D’Ambrósio sobre o ensino e o aprendizado de Matemática:

Parece de fundamental importância e que representa o verdadeiro espírito da Matemática é a capacidade de modelar situação real, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em um outro contexto, novo. Isto é, a transferência de aprendizado resultante de certa situação para uma situação nova é um ponto crucial do que se poderia chamar aprendizado da Matemática, e talvez o objetivo maior do seu ensino. (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 44).

Um ponto importante para o sucesso no ensino de matemática, usando além de aulas teóricas atividades práticas, diz respeito à postura que o professor assume nesse processo. Para Libâneo, “o empenho do professor está em estimular o raciocínio dos alunos, instiga-los a emitir opiniões sobre o que aprenderam, fazê-los ligar os conteúdos a coisas ou eventos do cotidiano.” (LIBÂNEO, 1994, p. 182). Postura essa indispensável para que se alcance bom rendimento dos alunos em matemática.

Nesse caso, o professor assume papel de orientador, dividindo a responsabilidade do aprendizado com o aluno, que passa a ser agente ativo e corresponsável no processo de ensino e aprendizado. Temos a complementação dessa ideia validada na fala de Tiba:

As escolas de ponta estão investindo muitíssimo no novo paradigma que é capacitar o professor a exercer o papel de orientador: ajudar o aluno a buscar, compreender, assimilar e integrar a informação para transformá-la em conhecimento. Daí, favorecem o exercício do conhecimento pela prática, de modo que o aluno adquira sabedoria sobre o assunto. (TIBA, 1998, p.25).

Além disso, o ensino de matemática deve estar de acordo com os interesses e realidade local, aproveitando ao máximo os conhecimentos prévios que os alunos trazem consigo das situações vivenciadas na comunidade. Por isso, é fundamental que o professor se questione constantemente sobre sua prática pedagógica e faça uma reflexão a respeito dos impactos e contribuições das atividades que estão sendo propostas com a formação dos estudantes. Segundo Carvalho, “É importante que nós, professores, nos atualizemos para que tenhamos condições de interpretar a nossa prática, fazer opções corretas sobre quais as atividades dar e porque, criando situações positivas para o momento que se apresenta.” (CARVALHO, 1993, p. 42).

3. ALGUMAS TENDÊNCIAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA.

O ensino de Matemática é o foco desse estudo. As atividades desenvolvidas no projeto, e que serão comentadas detalhadamente nos próximos capítulos, foram inspiradas em algumas tendências da Educação Matemática, das quais se destacam Etnomatemática, Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. Nesse capítulo faremos uma breve apresentação dessas três metodologias.

3.1 – ETNOMATEMÁTICA

A Etnomatemática surgiu no Brasil na década de 70, a partir dos trabalhos de Ubiratan D’Ambrósio, baseada em críticas sociais referentes ao ensino tradicional de Matemática. Trata-se de uma proposta educacional que leva em consideração as práticas matemáticas em seus diferentes contextos culturais. Segundo D’Ambrósio, “Etnomatemática é o reconhecimento de que as ideias matemáticas, substanciadas nos processos de comparar, classificar, quantificar, medir, organizar e de inferir e de concluir, são próprias da natureza humana.” (D’AMBRÓSIO, 2008, p. 64).

Sendo assim, o meio sociocultural em que o indivíduo está inserido proporciona diversas situações substanciadas nos processos de comparar, classificar, quantificar, medir, dentre outras, que podemos observar a presença da matemática. Daí, esses saberes devem ser considerados e aproveitados no ensino de Matemática desse grupo, priorizando os anseios da comunidade e suas particularidades. Dessa forma, Monteiro e Pompeu escreveram sobre Etnomatemática:

Basear-se em propostas que valorizem o contexto sociocultural do educando, partindo de sua realidade, de indagações sobre ela, para a partir daí definir o conteúdo a ser trabalhado, bem como o procedimento que deverá considerar a matemática como uma das formas de leitura de mundo. (MONTEIRO e POMPEU JR., 2003, p. 38).

Nesse sentido, o meio em que está inserido o educando é determinante para a escolha dos conteúdos a serem trabalhados pelo professor, bem como os métodos usados e a forma de tratar as situações-problema nas aulas. Para D’Ambrósio (2008), a Educação Matemática via Etnomatemática busca preparar indivíduos para inovar e propor novos meios de convívio nas

relações sociais e no relacionamento com a natureza, sintetizados nos conceitos de cidadania e de criatividade.

O professor Ailton Feitosa escreveu no portal eletrônico da InfoEscola vantagens sobre o ensino de Matemática através da Etnomatemática:

[...]o estudo de atividades fora da sala de aula, proporciona uma construção por parte do educando, do conhecimento prático e não perde o caráter acadêmico ou escolar no ensino da Matemática. Isso leva-nos a acreditar que o ensino da Matemática numa perspectiva Etnomatemática pode estabelecer uma relação mais consistente e construtiva entre teoria e prática por contemplar experiências cotidianas a serem refletidas e analisadas, podendo até evitar o excesso de teorias estudadas na superficialidade e insucesso dos alunos porque o ensino passa a estabelecer uma relação com cotidiano.

São inegáveis as vantagens que a Etnomatemática pode contribuir na formação de cidadãos. Mas se pensarmos no ensino de Matemática através de um currículo unificado ou mesmo de processos avaliativos que seguem uma padronização das competências e habilidades exigidas, a Educação Matemática através da Etnomatemática não se aplica em tese, até por não ter essa finalidade.

3.2 – MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática como proposta metodológica para o ensino de Matemática começou a ser discutida por volta da década de 70. Em resumo, o objetivo de se trabalhar com Modelagem Matemática numa perspectiva da Educação Matemática é aproximar a realidade da Matemática escolar, numa tentativa de compreender melhor os fenômenos que nos cercam, fazendo um estudo a partir de situações concretas, do contexto e interesse do próprio educando, para que a construção do conhecimento matemático se dê por meio da criação de modelos matemáticos que traduzem as situações ou fenômenos escolhidos.

Para Burak, a "Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões" (BURAK, 1992, p.62). Dessa forma, o trabalho com Modelagem Matemática proporciona que a escolha dos conteúdos envolvidos na regência docente tenha origem em temas que serviram para o entendimento da problematização da realidade, o que mostra a importância desses temas e algumas aplicações práticas.

Assim, podemos entender modelagem como um ambiente que propicia o ensino e o aprendizado de Matemática, conforme Barbosa: “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2004, p.66).

O ensino de Matemática através da Modelagem matemática, para Biembengut & Hein, acontece mediante cinco passos, que são:

1. Diagnóstico: da realidade, dos interesses dos alunos e do grau de conhecimento dos mesmos.
2. Escolha do tema ou modelo matemático: para desenvolver o conteúdo programático que estará inserido numa situação problemática.
3. Desenvolvimento do conteúdo programático: ocorre o reconhecimento da situação-problema, formulação e resolução do problema e interpretação e validação a partir do conteúdo.
4. Orientação de modelagem: requer que o sujeito seja capaz de fazer modelos matemáticos. O aluno é incentivado à pesquisa, a desenvolver a criatividade e a habilidade de formular e resolver problemas e a aplicar o conteúdo matemático. Nesse processo, o aluno é conduzido à formulação de hipóteses, à constituição de alternativas para solucionar as situações-problema.
5. Avaliação do processo: avaliam-se a produção e o conhecimento matemático, a produção do trabalho de modelagem em grupo e a extensão e aplicação do conhecimento para, assim, redirecionar o trabalho. (BIEMBENGUT & HEIN, 2002, p. 19)

3.3 – RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O ensino de Matemática por meio da resolução de problemas é um método proposto no PCN de Matemática e está presente inclusive em livros didático. “Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la” (PCN, 1997). Nesse contexto, trabalhar a matemática numa perspectiva de resolução de problemas pode ser resumido nos seguintes princípios:

- O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;

- Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
- O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (PCN, 1997)

A estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática por resolução de problemas surgiu como uma alternativa contra o método tradicional de se ensinar Matemática que prezava a repetição e a memorização de conteúdos e exercícios. Nessa nova tendência, o foco do ensino está pautado na compreensão e no entendimento do saber-fazer. Com isso, Onuchic afirma:

Quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão. À medida que a compreensão dos alunos se torna mais profunda e mais rica, sua habilidade em usar matemática para resolver problemas aumenta consideravelmente. (ONUChIC, 1999, p. 208)

De acordo com Polya, “O professor que deseja desenvolver nos alunos o espírito solucionador e a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar.” (POLYA, 1978, p. 81). Então temos na resolução de problemas uma excelente oportunidade para que o professor desperte no aluno a investigação, a pesquisa, o questionamento, a busca de solução, interpretação dos resultados, bem como a motivação na medida em que proporciona questões desafiadoras.

4. PROPOSTA DE INTERVENÇÃO: APLICAÇÕES PRÁTICAS DOS CONTEÚDOS ESTUDADOS EM SALA DE AULA.

4.1 – O PROJETO “TRABALHANDO A MATEMÁTICA NA PRÁTICA”.

Para melhorar o rendimento dos alunos em Matemática de algumas escolas públicas estaduais da cidade de Castanhal – PA criou-se em 2013 o projeto “Trabalhando a Matemática na prática”, que consiste em propor situações-problema de diversos conteúdos da 8ª série do ensino fundamental para que os estudantes possam expandir e entender melhor os conhecimentos matemáticos adquiridos em sala de aula mediante o engajamento da turma em solucionar as atividades propostas pelo docente ou utilizar uma situação-problema para construir conceitos e procedimentos matemáticos. Para isso, durante o ano letivo os alunos têm aulas teóricas e aulas práticas, que são desenvolvidas tanto na sala de aula como em outros ambientes, tais como praças, comércio, lojas, e até mesmo na casa dos discentes.

As atividades propostas pelo projeto são referentes aos conteúdos estudados na referida série, contemplando inclusive temas de interesse do aluno e também da realidade em que eles se encontram. A ideia é trabalhar a Matemática de forma prazerosa para que o aluno desperte o interesse pela disciplina.

Figura 1: Projeto “Trabalhando a Matemática na Prática”



(Fonte: Projeto de Matemática)

4.2 – O TIPO DE ESTUDO.

Nessa pesquisa, faremos um estudo bibliográfico, qualitativo, quantitativo e também analítico-discursivo dos resultados alcançados pelo projeto, explicitando sete atividades desenvolvidas nele, através da observação e do envolvimento dos alunos nas tarefas, bem como na comparação do rendimento dos alunos participantes com outros alunos da mesma série mediante aplicação de questionário contendo 7 questões de Matemática (ver Anexo A).

4.3 – OS CENÁRIOS

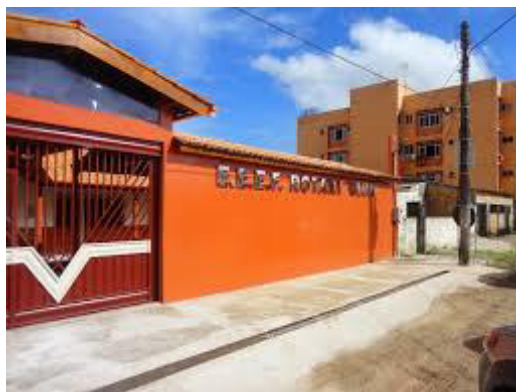
O projeto foi realizado no município de Castanhal – PA, nas escolas estaduais Dr. Laureno Francisco Alves de Melo, localizada na Passagem 15 de Novembro, nº 597, bairro São José, CEP 68744 - 555, Castanhal - PA; e Rotary Club, situada na Travessa Floriano Peixoto, nº 1723, bairro Estrela, CEP 68743 - 030, Castanhal – PA, além de praças e outros locais da referida cidade.

Figura 2: Escola Dr. Laureno Francisco Alves de Melo



(Fonte: Imagem da internet)

Figura 3: Escola Rotary Club



(Fonte: Imagem da internet)

4.4 – AS APLICAÇÕES PRÁTICAS DOS CONTEÚDOS

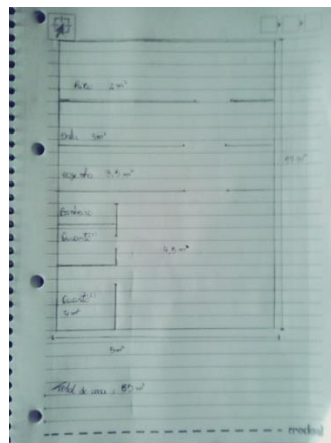
Apresentaremos na sequência sete atividades que foram propostas aos alunos no projeto “Trabalhando a Matemática na Prática”. Vale lembrar que essas atividades não são as únicas desenvolvidas nas turmas, trata-se apenas de exemplos para mostrar que o uso de aplicações práticas dos conteúdos contribui para um maior envolvimento dos alunos nas aulas, o que implica ganho considerável no processo de ensino e aprendizado de Matemática.

4.4.1 - ORÇAMENTO DA “TROCA” DO PISO DE UMA CASA.

Essa atividade foi realizada com inspiração na Etnomatemática, pois se trata de uma prática cotidiana de muitas famílias da cidade que não possuem renda suficiente para contratar um profissional engenheiro ou de áreas afins para a construção ou reforma de suas casas, prevalecendo o mercado informal com pessoas trabalhando nesse ramo sem ter uma formação adequada. E ainda, há vários alunos com parentes trabalhando na construção civil. Assim, é uma atividade que está presente no cotidiano das famílias, na qual usamos essa realidade para envolver também os familiares nesse processo de construção do conhecimento matemático.

Para essa situação-problema temos uma aplicação de cálculo de área e de proporcionalidade. A tarefa consiste em representar, por meio de planta baixa, a residência dos próprios alunos, calcular a área de todas as dependências da casa, a área total do domicílio e, de posse desses valores, pesquisar os materiais necessários, incluindo mão-de-obra, e fazer um orçamento do valor que se gastaria colocando piso em suas casas.

Figura 4: Planta baixa da residência de um aluno



(Fonte: Projeto de Matemática)

Iniciamos o estudo de Cálculo da área de figuras planas com a situação-problema: Quanto sua família gastaria para colocar piso (lajota) em sua residência? A partir daí começaram a surgir algumas contribuições dos alunos e questionamentos até que se chegou à constatação que a resposta da referida pergunta depende das dimensões da casa, comprimento e largura, ou seja, da área ocupada, dentre outros fatores.

Com isso, começamos o desenvolvimento do conteúdo matemático sobre cálculo de área de figuras planas mostrando a ideia intuitiva de calcular a área de uma figura plana, usando a noção de contar quantas unidades seriam necessárias para “cobrir” totalmente uma região. Assim, usamos o próprio piso da sala para mostrar essa ideia, considerando a lajota como unidade. Também foram expostos vários outros exemplos até que os estudantes percebessem que poderíamos usar o processo de contar objetos (nesse caso as unidades de área) que estavam em disposição retangular apenas efetuando o produto de quantos objetos possui cada coluna pela quantidade de colunas, ou seja, o produto do comprimento pela largura que também pode ser entendido como o produto da base pela altura para figuras planas retangulares. O que também é válido para formas planas quadradas.

Na sequência, os alunos pesquisaram, inclusive com seus familiares, e, após discussão em sala, constatou-se que seriam necessários alguns materiais (lajota, argamassa, rejuntamento), mão-de-obra e informações sobre a região a ser revestida de lajota (área da região).

Para chegar ao orçamento do custo mínimo necessário para revestir o piso de uma casa de lajotas, fizemos antes uma aula prática simulando esse orçamento nas dependências da escola. Para tanto, usamos valores fictícios para representar o preço do metro quadrado da lajota, o rendimento de um pacote de argamassa de 20 kg, o rendimento de um pacote de rejuntamento e o valor cobrado por metro quadrado de mão-de-obra, pois na região é comum se cobrar para serviços desse tipo o valor com base na área. Desenhamos uma planta baixa para representar as dependências da escola. Cada grupo de alunos ficou responsável em coletar as medidas (comprimento e largura) das dependências da instituição de ensino determinadas pelo professor. O cálculo do orçamento para a escola foi feito coletivamente num momento posterior a coleta dos dados.

De posse dos exemplos, os discentes estavam habilitados para solucionar a situação-problema proposta no início das aulas. As eventuais dúvidas que foram surgindo poderiam ser sanadas pelo professor ou mesmo por seus familiares. Assim, os grupos teriam que escolher a casa de um membro para realizar o estudo.

Figura 5: Coleta de dados na residência



(Fonte: Projeto de Matemática)

Tal tarefa exigiu pesquisa de campo seja nas lojas de materiais de construção, seja com profissionais da construção civil, para usar no orçamento valores reais, como o preço correto do metro quadrado de um tipo de lajota escolhida pelo grupo, o rendimento esperado no pacote de argamassa e rejuntamento, o preço cobrado no metro quadrado pelo pedreiro; além da coleta de dados referentes à área do local escolhido, e a confecção de uma planta baixa para representar os compartimentos da residência com suas respectivas dimensões.

Figura 6: Alunos pesquisando o preço dos materiais



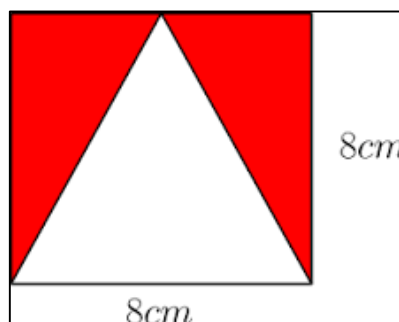
(Fonte: Projeto de Matemática)

Por fim, o orçamento de cada grupo foi socializado perante a turma. O importante é que os alunos puderam aprender cálculo de área a partir de exemplos concretos e aplicaram o conhecimento adquirido numa situação real, que exigiu o envolvimento deles em vários aspectos. E ainda, o material usado para essa atividade é de baixo custo, uma trena apenas, sendo que muitos deles já possuíam em casa. Além do mais, a atividade proporcionou o trabalho em grupo e a participação da família, algo pouco frequente nas escolas públicas da cidade. De certo, as ideias básicas de calcular a área de uma figura plana foram contempladas na atividade proposta, que incluiu além de aulas teóricas, aplicação prática do conteúdo.

4.4.2 - CALCULAR A ÁREA DE UMA PAREDE QUE CONTEM PORTA E JANELAS (PAREDE DA SALA DE AULA).

Para essa atividade procuramos usar os princípios de ensinar Matemática por meio da Resolução de Problemas. A motivação da situação-problema proposta diz respeito à dificuldade de muitos alunos em resolver questões do tipo “calcule a área pintada ou área hachurada”, conforme Figura 7, nas quais podemos usar como estratégia de solução a retirada (ideia de subtrair) do que não “queremos” do cálculo da superfície total. Na situação, seria calcular a área da parede considerando que não há portas nem janelas e, na sequência, descontar o excedente, ou seja, a área das portas e janelas, pois não são paredes.

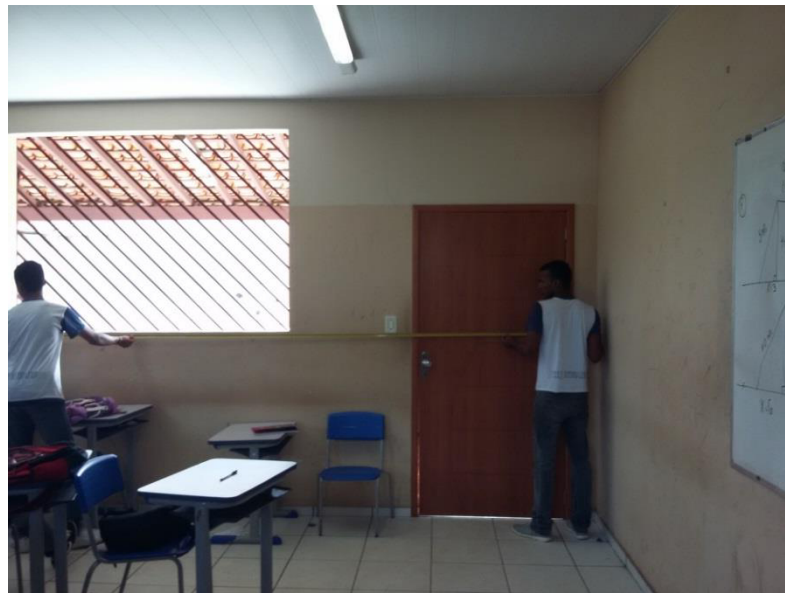
Figura 7: Calcule a área pintada de vermelho.



(Fonte: imagem da internet)

Para essa atividade prática os alunos foram divididos em grupos e usaram trena como material. Eles já tinham a noção de como calcular área de figuras planas e deveriam criar uma estratégia para solucionar o problema proposto de maneira mais prática possível.

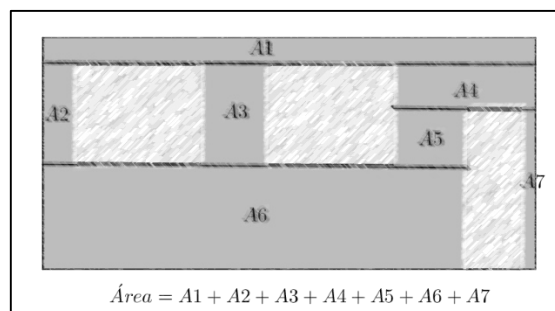
Figura 8: Alunos coletando as medidas da sala



(Fonte: Projeto de Matemática)

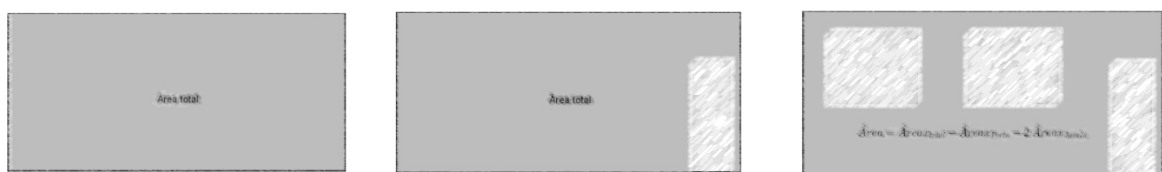
Várias foram às estratégias usadas, desde a divisão da superfície em diversos retângulos (ver Figura 9) até a ideia de calcular a área total e retirar os excessos, que são porta e janelas (ver Figura 10). Os estudantes socializaram seus métodos e resultados e após uma discussão mediada pelo docente, todos concordaram que para essa situação o mais prático era utilizar a ideia de retirar os excessos da área total.

Figura 9: Calculando a área da parede através da divisão em retângulos



(Fonte: Imagem do Geogebra)

Figura 10: Calculando a área da parede retirando da área total a área da porta e das janelas.



(Fonte: Imagem do Geogebra)

Para essa atividade proposta, que trabalha cálculo de área, o importante não foi resolver o problema, mas a iniciativa e criatividade dos próprios alunos que levaram, de forma geral, a compreensão da classe na estratégia criada para solucionar a questão e a possibilidade de usar raciocínio semelhante para situações que seguem o mesmo princípio. Com base em relatos dos estudantes, a ideia foi facilitada pela situação concreta em que eles foram colocados. Nesse sentido, Dante afirma:

É possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela. (DANTE, 1991)

Com isso, o ganho maior com essa atividade é que a estratégia de solução esperada pelo professor foi desenvolvida pelos próprios alunos. A situação concreta em que eles foram colocados influenciou bastante para o sucesso da atividade.

4.4.3 - CALCULAR A ALTURA DO PALCO DA PRAÇA DO ESTRELA, LOCALIZADA EM CASTANHAL-PA, POR MEIO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS.

Procurou-se, com essa aplicação prática de semelhança de triângulos, usar as noções de Modelagem Matemática. A atividade foi inspirada no brilhante método que Tales de Mileto utilizou para calcular a altura das pirâmides do Egito a partir da sombra projetada. Além da Modelagem Matemática também se valeu da história da Matemática para introduzir o assunto abordado e servir de fator motivacional. Para essa aplicação trabalhou-se proporcionalidade e semelhança de triângulos.

Figura 11: Método para medir a altura da pirâmide



(Fonte: Imagem da internet)

Para realizar essa atividade, os alunos tiveram aulas práticas na Praça do Estrela, situada na cidade de Castanhal – PA. Foi solicitado que eles levassem trena, para medir as sombras e algumas alturas, e também material para anotações. O objetivo era criar um modelo matemático que fosse capaz de calcular a altura de um monumento tendo para isso a sombra projetada por ele e a altura e sombra projetada por outro objeto, que deveria ter altura acessível.

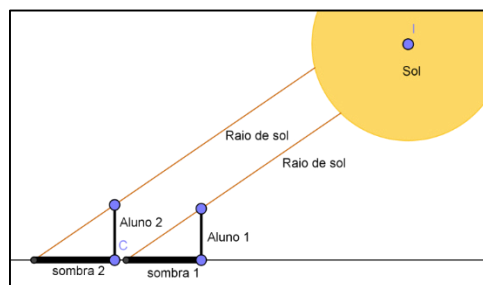
Figura 12: Construindo um modelo matemático



(Fonte: Projeto de Matemática)

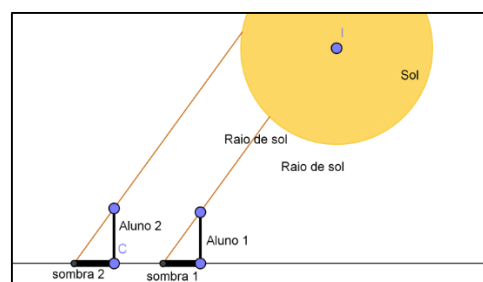
Nesse primeiro momento os alunos fizeram experimentos com as suas alturas e as sombras projetadas. Puderam observar que à medida que o sol “mudava de lugar” o tamanho das sombras também se alteravam. Com isso, foram instigados a verificar o que acontecia com a razão entre suas alturas e as sombras projetadas num mesmo horário do dia.

Figura 13: Estudo da sombra no momento 1



(Fonte: Imagem do Geogebra)

Figura 14: Estudo da sombra no momento 2



(Fonte: Imagem do Geogebra)

Conforme Figura 13 e Figura 14, os estudantes notaram que à medida que o sol “muda” de lugar o tamanho das sombras também se altera. Quanto mais próximo do meio dia menor será o comprimento da sombra projetada. Contudo, também se notou que a razão entre a altura de um objeto e a sombra projetada por ele é constante para o mesmo horário do dia. Assim, constatou-se que:

$$\frac{\textit{Aluno 2}}{\textit{sombra2}} = \frac{\textit{Aluno1}}{\textit{sombra1}}$$

Para finalizar a construção do modelo matemático que calcula a altura de um objeto tendo sua sombra e as medidas da altura e sombra de outro objeto coletadas no mesmo horário do dia usou-se a proporção, tendo na Propriedade Fundamental da Proporção o caminho para efetuar o cálculo matemático. Dessa forma, o modelo ficou:

$$\frac{x}{\textit{sombra}} = \frac{\textit{altura1}}{\textit{sombra1}}$$

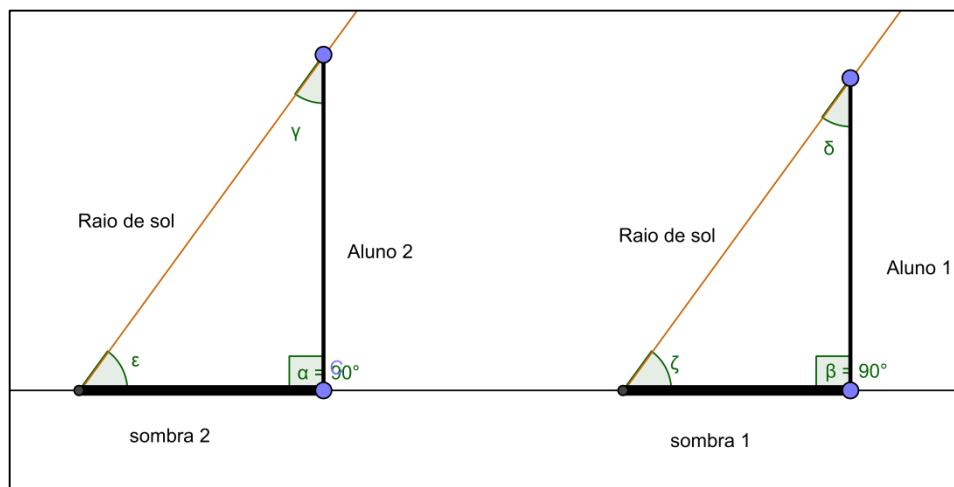
em que “x” representa a altura do objeto que desejamos calcular, “sombra” representa a sombra projetada do objeto num certo horário do dia, “altura1” representa a altura conhecida de outro objeto e “sombra1” a sombra projetada no mesmo horário do dia desse outro objeto.

A construção do modelo matemático exigiu observação, experimentos, pesquisa além de aulas teóricas e práticas. Para validar esse modelo buscamos conhecimentos da literatura científica para associar o experimento com semelhança de triângulos. Assim, seguimos os seguintes passos:

- Considerando que se formam dois triângulos na situação (altura – sombra – raio de sol), temos que mostrar que eles são semelhantes pelo caso AAA (Ângulo – Ângulo – Ângulo);
- Da geometria temos que toda altura é perpendicular à base, ou seja, temos um ângulo de 90° entre o solo e o lado do triângulo que representa a altura;
- Da Física temos a propagação retilínea dos raios solares, implicando em ângulos congruentes formados pelo lado que representa o raio de sol e o lado que representa a altura, pois os raios solares estão numa mesma inclinação para o mesmo instante do dia;

- Usando a propriedade dos ângulos internos de um triângulo, a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , temos que, após algumas operações matemáticas, que o terceiro ângulo dos dois triângulos também é congruente. Dessa forma, os triângulos em questão são semelhantes;
- Por fim, introduzimos a implicação de triângulos semelhantes: possuem lados correspondentes proporcionais, validando o modelo construído.

Figura 15: Triângulos semelhantes



(Fonte: Imagem do Geogebra)

De posse do modelo construído e de toda fundamentação teórica em torno dela, os alunos retornaram a praça para solucionar a atividade proposta.

Figura 16: Aplicação do modelo matemático



(Fonte: Projeto de Matemática)

O fato de usar outro espaço diferente da sala de aula como ambiente de aprendizagem já chama atenção dos alunos. O envolvimento deles em tentar solucionar a situação proposta pelo professor, seja pesquisando, realizando experimentos, tirando conclusões a partir de resultados alcançados, trabalhando em conjunto para chegar num objetivo comum, enfim, foram situações

vivenciadas na prática e que certamente tornou o aprendizado significativo e prazeroso. Em situações como essa, cabe ao docente o papel de mediador, contribuindo nas discussões e orientando os estudantes para que eles possam alcançar o objetivo esperado.

4.4.4 - CALCULAR A ALTURA DO CRISTO REDENTOR, SITUADO NA PRAÇA DA BÍBLIA, NO MUNICÍPIO DE CASTANHALPA, USANDO RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO.

A atividade proposta é uma aplicação das relações trigonométricas no triângulo retângulo. Tem-se com essa tarefa o objetivo de mostrar aos alunos que podemos usar a trigonometria para calcular distâncias de difícil acesso; bem como tornar o conteúdo mais significativo e facilitar o processo de aprendizagem.

Trata-se de uma clássica questão de trigonometria: calcular a altura de um monumento (prédio, torre, casa, etc.). O diferencial é que nessa atividade o aluno participa de todo o processo: desde a construção de um teodolito caseiro, a elaboração de um plano de solução do problema, a coleta dos dados e, por fim, os cálculos necessários para obtenção do resultado.

Para a realização da situação-problema, os alunos foram divididos em grupos de 5 pessoas. Foi ofertado a eles uma oficina para confecção de um teodolito vertical caseiro, feito com material de fácil acesso e baixo custo (ver Anexo B); e exemplo de questões semelhantes à proposta.

Na aula prática, os grupos traçaram internamente a estratégia usada para calcular a altura do Cristo Redentor, dispondo apenas do teodolito, para medir ângulos, e trena/fita métrica, para medir distâncias. A estratégia seguida pelos grupos, após a discussão, foi a seguinte:

- De certo ponto observa-se o ângulo formado por uma linha horizontal marcada no teodolito e o canudinho no qual posicionamos de tal maneira que se possa visualizar o ponto mais alto do Cristo, conforme Figura 17;

Figura 17: Medindo ângulo no teodolito caseiro



(Fonte: Projeto de Matemática)

- Na sequência, mede-se a que distância do solo está posicionado o teodolito (linha horizontal) e também a distância formada pelo vértice do ângulo e o monumento em questão, conforme Figura 18;

Figura 18: Esquema para calcular a altura do Cristo Redentor



(Fonte: Projeto de Matemática)

- Por fim, fazem-se os cálculos necessários usando trigonometria, verifica se a altura encontrada está adequada para o problema proposto e socializa os resultados.

Figura 19: Socialização dos resultados obtidos



(Fonte: Projeto de Matemática)

O impacto alcançado com essa tarefa foi bem significativo. Nela os alunos puderam participar ativamente de todo o processo, desde a coleta dos dados necessários para resolver a situação-problema até a construção da estratégia favorável para os recursos disponibilizados. A aula prática foi o diferencial, pois reforçou a noção de ângulo que eles tinham, mostrou uma aplicação prática das relações trigonométricas no triângulo retângulo, favorecendo a internalização do conteúdo estudado em sala, além de proporcionar o trabalho em grupo e a reflexão, por meio da socialização, dos procedimentos e métodos usados.

4.4.5 – DEDUZIR UMA FÓRMULA MATEMÁTICA CAPAZ DE CALCULAR O COMPRIMENTO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA TENDO PARA ISSO SEU RAIOS.

Essa atividade segue os moldes da Resolução de problemas. O objetivo é deduzir a fórmula matemática $c = 2\pi r$ (onde c representa o comprimento da circunferência e r o seu raio) para calcular o comprimento de uma circunferência, a partir de experimentos feitos em diferentes objetos com a forma de círculo.

A atividade foi iniciada da seguinte maneira:

- Primeiro definimos circunferência, destacando elementos como centro, raio, corda, diâmetro e a diferença entre circunferência e círculo;
- Na sequência, comentou-se a noção de comprimento de uma circunferência destacando algumas situações que se faz necessário conhecer o seu comprimento, sem revelar a forma para calcular;
- Seguindo, foi proposto que os alunos deduzissem uma fórmula matemática para calcular o comprimento da circunferência.

Para ajudar na dedução da fórmula, eles tiveram uma atividade prática que envolveu um simples experimento: calcular a razão entre o comprimento de diferentes circunferências pelos seus respectivos diâmetros. Para realizar o experimento foi usado um pedaço de barbante e trena.

Os estudantes teriam que procurar na escola objetos que possuíssem o formato de um círculo. De cada objeto encontrado, eles calculariam a razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro. Para coletar esses dados, passariam o barbante em volta do objeto, conforme Figura 20; esse contorno feito pelo barbante representa o comprimento da

circunferência. Para verificar sua medida, bastava então esticar o barbante e medir com a trena o comprimento do início do fio até o ponto em que ele completou a volta no objeto, exemplificado na Figura 21.

Figura 20: Contornando a circunferência



(Fonte: Projeto de Matemática)

Figura 21: Medindo o comprimento da circunferência



(Fonte: Projeto de Matemática)

Para medir o diâmetro era só esticar o barbante em linha reta de um ponto a outro da parte correspondente a circunferência do objeto, tendo o cuidado de passá-lo no centro, assim como a Figura 22.

Figura 22: Medindo o diâmetro



(Fonte: Projeto de Matemática)

Após o cálculo da razão feito para diferentes objetos, os grupos de alunos expuseram seus resultados. Os valores encontrados eram próximos de 3,14. Instigados pelo professor eles discutiram o porquê de valores tão próximos do número π . Com isso, a turma pode perceber que todas as circunferências são semelhantes e a constante que se obtém pela razão do comprimento da circunferência pelo seu diâmetro é o número irracional π . Assim, chegou-se a seguinte conclusão:

$$\frac{\text{Comprimento da circunferência}}{\text{diâmetro}} \cong 3,14 = \pi$$

Esse resultado é bem expressivo. A maneira usada para obtê-lo ajuda na compreensão do que representa o número irracional π . Contudo, ainda não se alcançou o resultado esperado para a atividade proposta. Para tanto, o docente pediu que os alunos fizessem o seguinte:

- Usassem a letra “ c ” para representar o comprimento da circunferência, a letra “ d ” para representar seu diâmetro e substituíssem no resultado alcançado anteriormente;

$$\frac{c}{d} = \pi$$

- Isolassem “ c ” no primeiro membro (os alunos multiplicaram a igualdade por “ d ”);

$$c = d\pi$$

- Para finalizar, sabendo que *diâmetro* = $2r$, escrevessem o resultado em função do raio “ r ” (substituíram “ d ” por “ $2r$ ”).

$c = 2r\pi$, após uns ajustes temos que:

$$c = 2\pi r$$

Com isso, estava deduzida a fórmula para calcular o comprimento da circunferência, tendo para isso seu raio. Agora, para validar a fórmula, os estudantes tiveram a tarefa de medir o raio de algumas circunferências, calcular seu comprimento usando o resultado construído pela turma (fórmula) e comparar a resposta do cálculo com a medida do comprimento do pedaço de barbante necessário para contornar o objeto escolhido.

Dessa forma, puderam perceber que os dois resultados, tanto o calculado usando a fórmula quanto o medido fazendo o contorno no círculo, são bem próximos, o que torna válida a construção.

Trabalhando dessa maneira, contribuímos para o preenchimento de algumas lacunas deixadas pelo ensino tradicional de Matemática. A fórmula estudada pode ser melhor compreendida e assimilada quanto a questão do seu uso com a dedução usada, assim como a relação do número π com a circunferência. A atividade favoreceu o debate e a validação de um procedimento matemático que geralmente é ensinado apenas mostrando o uso da fórmula e alguns contextos de aplicação, sem oportunizar que o aluno crie um elo entre o procedimento e seu significado em termos reais.

É importante frisar que a internalização do conhecimento matemático adquirido nessa tarefa se potencializa pela participação e envolvimento dos alunos na construção e validação da referida fórmula. Assim como os momentos de discussão proporcionados no decorrer da atividade são fundamentais para a reflexão do que estar sendo ensinado e de que maneira as informações estão sendo absorvidas pelos discentes, dando condições ao professor de gerenciar o processo e verificar qual o nível de aprendizado desenvolvido.

4.4.6 - REALIZAR UMA PESQUISA NA ESCOLA SOBRE UM DETERMINADO TEMA E MOSTRAR O RESULTADO POR MEIO DE TABELAS E GRÁFICOS.

Atividade referente a noções de Estatística, em especial a produção/leitura/interpretação de tabelas e gráficos. Ela consiste na simulação de uma pesquisa que deve ser feita na própria escola, com amostra de alunos de outras turmas/séries.

Inicialmente foi escolhido o que seria perguntado nas entrevistas. Perguntas simples, mas relevante para o conhecimento da comunidade escolar, podendo até usar os resultados da pesquisa para propor ações em possíveis problemáticas identificadas.

As perguntas escolhidas foram:

- Em que bairro você mora?
- Quantas vezes você foi assaltado? (Opções de resposta: nenhuma/uma vez/ duas vezes/ três vezes ou mais)
- Qual o seu tipo de música preferida?
- Quantas notas abaixo de 5,0 você tirou esse ano? (Opções de resposta: nenhuma/ uma nota/ duas notas/ três notas/ quatro ou mais notas)

Antes de realizarem as pesquisas, os estudantes tiveram aulas de noções iniciais de estatística, nas quais foram comentados alguns objetivos da Estatística, os campos de atuação, a importância das pesquisas, os tipos de pesquisa; além de conceitos iniciais como população, amostra, frequência, dentre outros. Na sequência, foi mostrado tabelas e gráficos com foco na leitura e interpretação. Posteriormente, os alunos tiveram aulas no laboratório de informática com a utilização da planilha eletrônica para construir tabelas e, dessas tabelas, confeccionar gráficos (linha, colunas e pizza).

O recurso da informática contribuiu bastante para o entendimento da leitura de tabelas e gráficos, pois serviu como um atrativo a mais para as aulas visto a exposição e afeição que essa nova geração tem pela tecnologia. A estratégia usada foi a confecção de tabelas e posteriormente do gráfico mais adequado para a situação, usando dados fornecidos pelo docente e que deveriam ser organizados. Nesse sentido, pode-se explorar vários pontos do conteúdo como frequência (absoluta, relativa, por exemplo), distribuição em classes, dentre outros. Entendeu-se que um bom método de proporcionar ao aluno interpretação adequada de tabelas e gráficos é fazer ele participar de suas construções.

O passo seguinte seria pôr em prática os conhecimentos adquiridos durante as aulas e tarefas propostas. Dessa forma, os alunos foram divididos em grupos para realizarem a pesquisa na própria escola referente a uma das perguntas já mencionadas e apresentarem os resultados em forma de gráficos e tabelas.

Figura 23: Alunos realizando pesquisa



(Fonte: Projeto de Matemática)

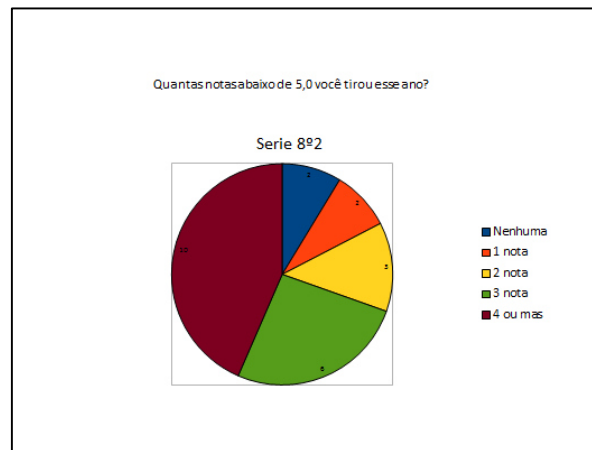
Essa simulação de pesquisa cobrou dos estudantes vários procedimentos que foram trabalhados durante as aulas: coleta de dados; organização dos dados (frequência); transformação dos dados coletados em informação, representando essa informação através de tabela e gráfico; e leitura e interpretação dessa tabela e desse gráfico na socialização dos resultados da pesquisa.

Tabela 1: Representação dos resultados da pesquisa feita pelos alunos usando tabela

Turma 8ª 1			
Quantas vezes você foi assaltado?	Frequência	F.R	F.R (%)
Nunca	10	10/19	52.63 %
1 vez	6	6/19	31.57 %
2 ou mais	3	3/19	15.78 %
Total	19	19/19	100%

(Fonte: Projeto de Matemática)

Gráfico 1: Representação dos resultados da pesquisa feita pelos alunos usando gráfico

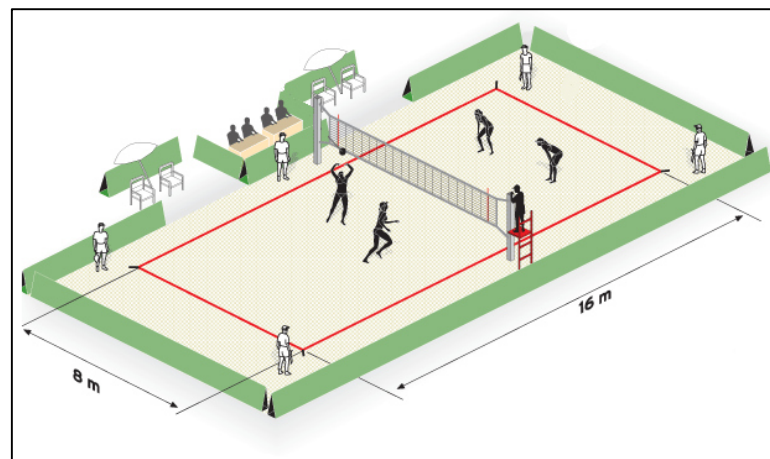


(Fonte: Projeto de Matemática)

4.4.7 - DESENHAR AS LINHAS DE UMA QUADRA DE VÔLEI NA ÁREA DA ESCOLA DESTINADA A EDUCAÇÃO FÍSICA USANDO UMA CORDA PARA AS MEDIDAS DOS ÂNGULOS RETOS E DAS DIMENSÕES DA QUADRA. (UMA CORDA DE 12 METROS COM NÓS EM 3 METROS, 4 METROS E 5 METROS)

Para essa atividade os alunos deveriam desenhar no chão da área destinada a educação física as linhas de uma quadra de vôlei de praia. O recurso usado seria uma corda de 12 metros de comprimento com nós em 3 metros, 4 metros e 5 metros. O formato da quadra é um retângulo de dimensões 16 metros de comprimento por 8 metros de largura, conforme Figura 24:

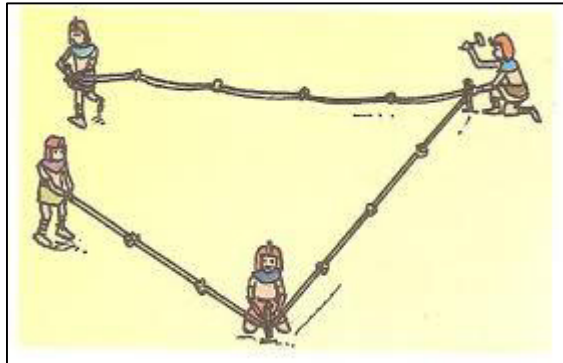
Figura 24: Quadra de vôlei



(Fonte: Imagem da internet)

A tarefa é bastante simples e teve inspiração na História da Matemática no que se refere a utilização dos ternos pitagóricos (3, 4 e 5) para marcar ângulos retos a partir da formação de triângulos retângulos, prática usada por povos antigos e que até hoje está presente no cotidiano de algumas comunidades, inclusive de alunos da escola que são da zona rural.

Figura 25: Usando os ternos pitagóricos para medir ângulo de 90°



(Fonte: Imagem da internet)

Para marcar um ângulo de 90° usando uma corda de 12 nós igualmente espaçados, sendo que o espaço entre dois nós consecutivos é de 1 metro, mesma medida da ponta da corda até o primeiro nó; os povos antigos fixavam o terceiro e o sétimo nó, correspondente a 4 metros, e moviam as outras duas partes, com 2 e 5 nós, 3 metros e 5 metros respectivamente, até que as unissem de tal maneira a formar um triângulo cujos lados eram a corda, conforme Figura 25. Essa formação consiste num triângulo retângulo, pois pelo Teorema de Pitágoras temos: $5^2 = 3^2 + 4^2$. Assim, como o triângulo é retângulo ele contém um ângulo reto.

Aproveitando essa ideia e sabendo que alguns alunos da turma são de comunidades que ainda usam essa técnica em suas práticas quando fazem as marcações na terra para a plantação, pedimos que eles pesquisassem o método e relacionassem com os conteúdos matemáticos estudados, socializando com a turma essa prática e justificando com instrumentos da matemática sua validação.

Essa produção de conhecimento matemático seria a base para a execução da atividade proposta de marcar as linhas da quadra. Com isso, o próximo passo seria realizar a tarefa de desenhar um retângulo de dimensões 16 por 8 e medir os ângulos retos de acordo com técnica da corda comentada anteriormente.

Figura 26: Alunos desenhando as linhas da quadra de vôlei



(Fonte: Projeto de Matemática)

Para calcular as medidas dos lados usando a corda fizeram o seguinte: 16 metros é equivalente a 12 metros (corda esticada) mais a parte da corda de 4 metros; e 8 metros é equivalente a parte da corda de 5 metros mais a parte de 3 metros.

5. RESULTADOS

Mostraremos agora alguns resultados dessa pesquisa, incluindo vários pontos positivos alcançados com o projeto “Trabalhando a Matemática na prática”. Analisaremos também nesse capítulo o desempenho dos alunos participantes do projeto através de questionário contendo 7 perguntas objetivas (ver anexo), bem como comparando o aproveitamento dos alunos participantes com o desempenho de outros estudantes da mesma série, mas de turmas diferentes e que não foram submetidos à metodologia de ensinar Matemática com o auxílio de aplicações práticas dos conteúdos estudados.

Ao longo dos três anos em que o projeto foi desenvolvido com turmas diferentes em cada ano, porém sempre na mesma série, 8ª série do ensino fundamental, muito se pode contribuir para despertar o interesse dos alunos em estudar Matemática. Trabalhamos com alunos que se encontravam em diferentes níveis de conhecimento, muitos sem motivação alguma pelos estudos, outros mostravam interesse e gosto em estudar a disciplina. Havia alunos portadores de necessidades especiais, mas a integração deles também foi uma meta a ser conquistada.

Um primeiro ponto favorável que podemos destacar com o desenvolvimento do projeto, cuja maioria das atividades propostas foram realizadas em grupo e discutidas coletivamente, com o professor sendo o mediador e incentivador dos debates e tomada de decisões; foi a integração de mais de 90% dos alunos no que diz respeito a participação nas tarefas. Nos debates havia bastante contribuição dos estudantes, nas atividades práticas observamos as conclusões dos procedimentos a serem tomados partindo da discussão coletiva, em que muitos opinavam. Para os que já se identificavam com a disciplina, as atividades foram encaradas como desafios; para muitos que estavam inicialmente sem motivação ou que pensavam a Matemática como algo inacessível viram nessa método de ensino um divisor de águas, pois passaram a entender melhor a disciplina, perceber sua importância e presença em situações cotidianas, além do ganho de confiança, se colocando na condição de capaz de aprender Matemática.

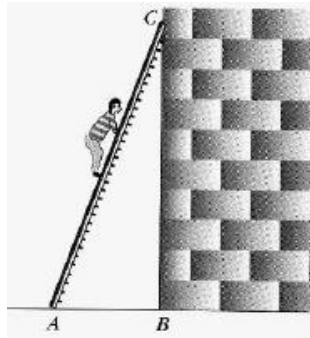
Outro fator positivo diz respeito ao desempenho dos alunos na disciplina. De maneira geral, ao longo desses três anos conseguiu-se melhorar o rendimento dos estudantes em Matemática, diminuindo também a evasão escolar nessas turmas e aumentando a participação desses alunos em várias atividades de escola.

Os estudantes também apresentaram avanços no que se refere a expor suas opiniões, fazer questionamentos, defender seu ponto de vista, se expressar em público, trabalhar em equipe, traçar metas, formular hipóteses, validar suas conclusões por meio de teste e observação de padrões.

Nas turmas do ano letivo de 2015 aplicou-se um teste visando comprovar, mediante comparação de rendimento, que a metodologia contribuiu bastante para a internalização de conceitos e procedimentos matemáticos. Analisaremos agora os resultados das sete questões do teste, comparando o desempenho de alunos que participaram do projeto com outros da mesma série. Vale ressaltar que o questionário foi aplicado sem aviso prévio e no final do ano letivo, sendo assim teoricamente os alunos estavam nas mesmas condições, pois já tinha estudado os conteúdos durante o ano letivo. Realizaram o questionário 42 alunos participantes do projeto e 46 de outras turmas. Os dois grupos contém alunos das duas escolas citadas.

A primeira pergunta do questionário foi a seguinte:

- Um encanador precisa chegar ao topo de uma casa para consertar a caixa d'água. Sabe-se que a casa tem 4 metros de altura e a escada tem 5 metros.



A que distância AB da parede ele deve posicionar a escada para que ela chegue exatamente até o topo da casa?

- (A) 9 m
- (B) 5 m
- (C) 3 m
- (D) 1 m

A questão cobra do aluno a aplicação do Teorema de Pitágoras. Para resolvê-la corretamente ele deve fazer a interpretação da situação, deduzir que o ângulo formado entre o chão e a parede é 90° , o que configura um triângulo retângulo ABC, com $\hat{B} = 90^\circ$. Também deve notar que a distância AB da parede até a escada representa um dos catetos do triângulo (distância pedida), sendo que o outro cateto é a parede de 4 metros e a hipotenusa a escada, que tem 5 metros. A resposta correta para a questão é a alternativa (C), 3 metros. Podemos observar o desempenho dos alunos nessa questão através da Tabela 2.

Tabela 2: Desempenho dos alunos na 1ª questão

Resultado da 1ª questão				
Alternativas	Alunos do projeto		Alunos de outras turmas	
	Frequência	Frequência (%)	Frequência	Frequência (%)
A	4	9,52%	8	17,39%
B	2	4,76%	6	13,04%
C	30	71,43%	12	26,09%
D	6	14,29%	20	43,48%
TOTAL	42	100,00%	46	100,00%

Como podemos observar na Tabela 2, o percentual de alunos que acertaram a questão é de 71,43%, de um total de 42 estudantes participantes do projeto e que realizaram o teste. Em contrapartida, apenas 26,09% dos 46 alunos de outras turmas que realizaram o teste tiveram êxito na resolução do problema.

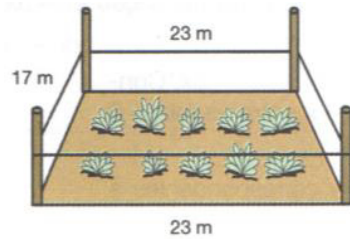
Podemos supor alguns pontos que foram determinantes para o fracasso de mais da metade do grupo de alunos de outras turmas. São eles: a falta de interpretação adequada do problema; não saber qual ferramenta da matemática usar, caso que evidencia a não associação do Teorema de Pitágoras como uma ferramenta útil para determinar os lados de um triângulo retângulo; não lembrar do Teorema ou não saber usá-lo.

Embora seja uma questão bem simples, a maneira como o conteúdo de relações métricas no triângulo retângulo foi conduzida não possibilitou que os alunos do segundo grupo adquirissem bom entendimento da utilização do Teorema de Pitágoras. Na verdade, podemos perceber que muitos não fizeram ligação alguma com o problema e essa relação métrica.

Por outro lado, podemos perceber que a atividade 4.4.7 contribuiu para o bom rendimento apresentado pelo grupo que participou do projeto, pois para eles ficou bem claro que o problema tratava-se de uma situação que poderia facilmente ser resolvida pelo Teorema de Pitágoras. Dessa forma, o ensino de Matemática com aplicações práticas dos conteúdos possibilita ao aluno adquirir habilidades para poder usar a matemática como grande aliada na resolução de problemas.

A próxima questão foi:

- Dona Lilá vai cercar um pedaço retangular do seu quintal para lá plantar salsinha e outros temperos.

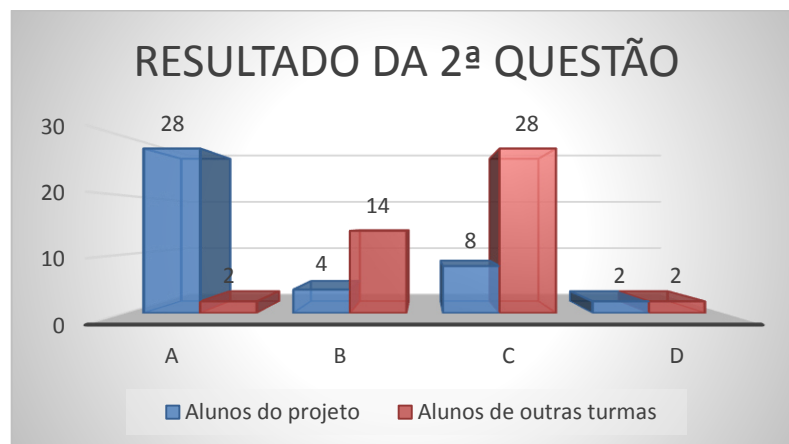


A área reservada ao plantio de salsa e outros temperos é:

- (A) 391 m².
- (B) 80 m².
- (C) 63 m².
- (D) 200 m².

Questão de cálculo de área de figuras planas. Como o jardim tem o formato retangular, bastava o aluno efetuar o produto do comprimento do jardim pela sua largura, o que resulta em 391 m², alternativa (A). Analisaremos os resultados obtidos através do Gráfico 2.

Gráfico 2: Desempenho dos alunos na 2ª questão

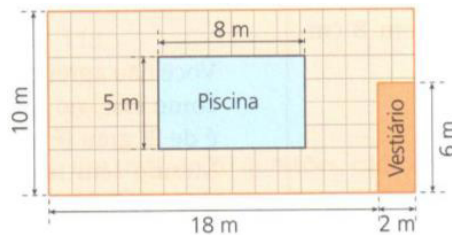


O Gráfico 2 nos mostra que 28 alunos participantes do projeto acertaram a questão, enquanto apenas 2 do grupo de alunos de outras turmas tiveram êxito no problema. Em termos percentuais, os alunos submetidos à metodologia alcançaram 66,67% contra 4,35% dos outros estudantes. É uma diferença preocupante, pois no grupo com baixo rendimento podemos notar que a assimilação da ideia de área foi bem precária, na verdade muitos deles confundiram área com perímetro, fato que explica 14 alunos, 30,43%, optarem pelo item (B) por mais que esse item representa uma área, porém o valor coincidentemente é igual ao do perímetro do retângulo em questão. E mais, a maioria dos alunos do segundo grupo não fizeram interpretação correta da questão, escolhendo assim o item (C) que representa a soma dos três valores explícitos no problema; 60,87% deles.

O diferencial no rendimento obtido nessa questão foi a maneira de ensinar cálculo de área, visto que a atividade prática 4.4.1 contribuiu para a assimilação do conteúdo, favorecendo a internalização dos procedimentos usados para se calcular áreas de diferentes figuras planas, bem como a absorção da ideia de calcula área de figuras planas retangulares usando o produto de seu comprimento pela sua largura.

Na terceira questão, temos:

- Paulo ao construir a sua casa gostou desta planta deste pátio.



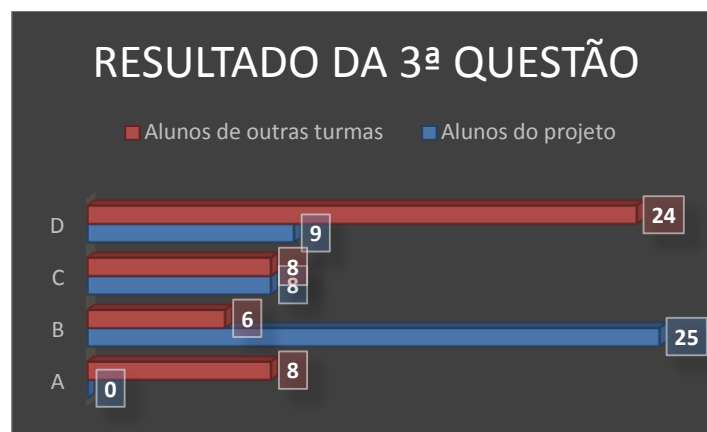
Então, nesse pátio, a área ladrilhada é:

- (A) 200 m².
- (B) 148 m².
- (C) 144 m².
- (D) 52 m².

Trata-se de outra questão de cálculo de área com dificuldade maior que a anterior. Nela os alunos terão que calcular a área ladrilhada para responder corretamente o problema. Uma estratégia de resolução seria efetuar o cálculo da área do pátio (10m por 20m), subtraindo desse valor as áreas da piscina (5m por 8m) e do vestiário (2m por 6m). A resposta do problema é a alternativa (B), 148 m².

O Gráfico 3 mostra o desempenho dos estudantes nessa questão.

Gráfico 3: Desempenho dos alunos na 3ª questão

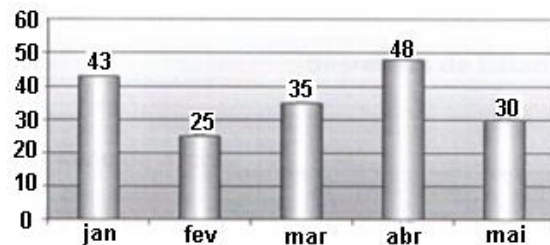


Acertaram a questão 25 alunos do projeto e apenas 6 de outras turmas. Em termos percentuais, temos 59,52% de aproveitamento dos alunos do projeto contra 13,04% dos outros alunos. A atividade 4.4.2 certamente foi determinante para o sucesso da maioria dos alunos submetidos à proposta metodológica de ensinar Matemática explorando aplicações práticas dos conteúdos, pois o rendimento alcançado é reflexo do entendimento da estratégia de resolução para esse grupo de situações-problema que a atividade prática proporcionou.

Continuando a análise da questão, podemos notar que 24 discentes de outras turmas, 52,17%, optaram pelo item (D) que representa a soma das áreas da piscina e do vestiário ($5x8 + 2x6$), o que nos leva a concluir que eles demonstram ter conhecimento de como calcular área de figuras planas retangulares, o problema refere-se a aplicar de maneira adequada esse conhecimento, pois na terceira questão houve uma interpretação equivocada de associar área ladrilhada às áreas da piscina e do vestiário e na segunda questão não perceberam que era para calcular a área do quintal.

A quarta questão é referente a Estatística, conforme mostraremos abaixo:

- (Prova Brasil). O consumo de água em residências é medido em metros cúbico (m^3). Observando no gráfico abaixo o consumo de água da casa de Carlos em 5 meses.



Na casa de Carlos, os dois meses em que o consumo foi maior que $40 m^3$ são:

- (A) janeiro e abril.
- (B) janeiro e maio.
- (C) março e fevereiro.
- (D) abril e maio.

A questão refere-se a análise de gráfico. É uma questão simples que exige a interpretação de um gráfico de barras verticais. Para responder corretamente, o aluno deverá observar em quais meses o consumo de água, de acordo com o gráfico, foi maior que $40 m^3$. Assim, ele terá que verificar quais barras representam consumos superiores a $40 m^3$, associando essas barras aos meses do ano. A alternativa correta é o item (A).

Podemos acompanhar os itens escolhidos pelos estudantes na Tabela 3.

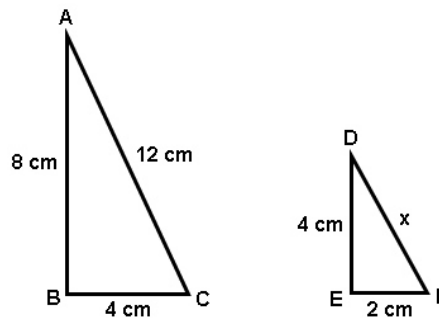
Tabela 3: Desempenho dos alunos na 4ª questão

Resultado da 4ª questão				
Opções	Alunos do projeto		Alunos de outras turmas	
	Frequência	Frequência (%)	Frequência	Frequência (%)
A	39	92,86%	38	82,61%
B	1	2,38%	2	4,35%
C	0	0,00%	2	4,35%
D	2	4,76%	4	8,70%
TOTAL	42	100,00%	46	100,00%

Para essa questão, os dois grupos tiveram bom aproveitamento. O rendimento dos alunos do projeto foi 92,86% e o dos outros alunos, 82,61%. Por mais que a questão não exigisse muito raciocínio matemático, a atividade 4.4.6 ajudou os alunos do projeto a desenvolverem habilidades e competências relacionadas a análise de gráficos e tabelas principalmente pelo processo de construção implementado nas tarefas.

Na questão seguinte, temos:

- (Prova Brasil). Janine desenhou dois triângulos, sendo que o triângulo DEF é uma redução do triângulo ABC.



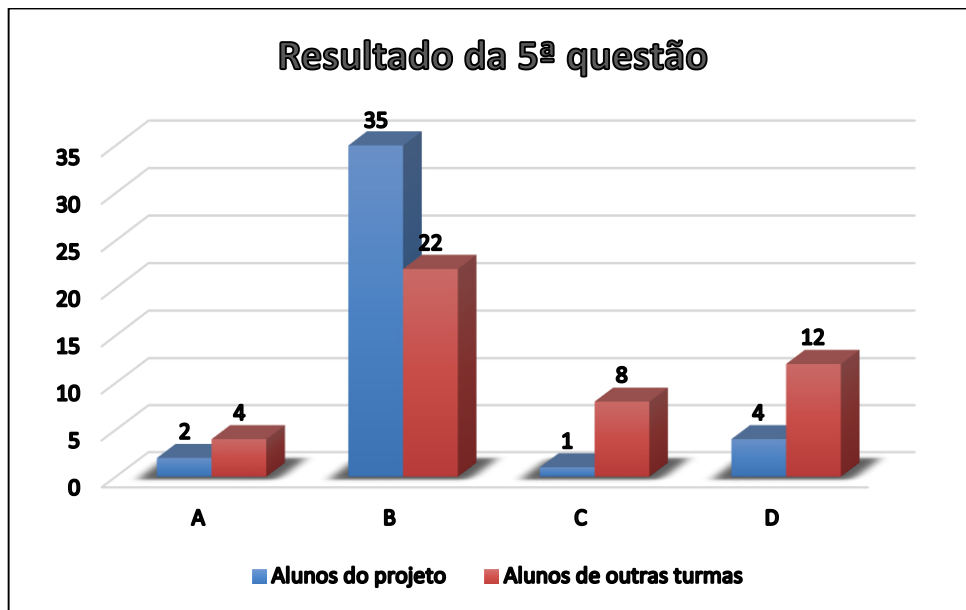
A medida x do lado DF é igual a:

- (A) 4 cm.
- (B) 6 cm.
- (C) 8 cm.
- (D) 12 cm.

A quinta pergunta refere-se ao conteúdo Semelhança de Triângulos. Para resolvê-la, o aluno deve usar a informação que o triângulo DEF representa uma redução do triângulo ABC e concluir que estes triângulos são semelhantes. Com isso, os lados correspondentes são proporcionais, e a razão de semelhança é $\frac{1}{2}$, se considerarmos a razão entre os lados do triângulo

menor com os lados correspondentes do triângulo maior. Assim, o item correto é a alternativa (B), 6 cm. Podemos conferir as opções escolhidas pelos alunos no Gráfico 4.

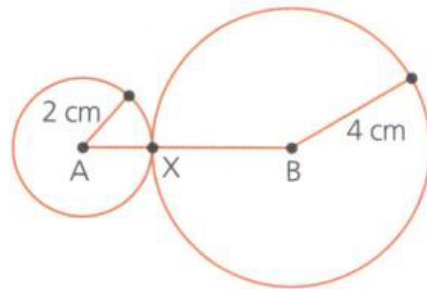
Gráfico 4: Desempenho dos alunos na 5ª questão



Pelo Gráfico 4 podemos notar que 35 alunos do projeto acertaram a questão, o que confere aproveitamento de 83,33% aproximadamente. Mais uma vez damos crédito ao método usado no ensino de Matemática que foi aplicado nas turmas desses estudantes. A atividade 4.4.3 contribuiu para o entendimento dos critérios de semelhança de triângulos e na fixação de uma consequência imediata da semelhança que é a proporcionalidade dos lados correspondentes das figuras, dentre outras contribuições. Esses entendimentos claramente contribuíram para o bom desempenho da turma. Por outro lado, 22 alunos de outras turmas acertaram a questão, garantindo 47,83% de aproveitamento ao grupo. Um fator que provavelmente foi determinante para o erro da maioria dos alunos do segundo grupo foi a falta de conhecimento quanto a associação de redução de figuras e proporcionalidade.

Na penúltima questão temos a cobrança de noções de circunferência e seus elementos, conforme segue:

- (Imenes & Lellis). Na figura, as circunferências de centro A e B tocam-se no ponto X.



- A distância AB é:
- (A) maior que 6 cm.
 - (B) 6 cm
 - (C) 5 cm.
 - (D) menor que 5 cm.

Para responder a questão o aluno deveria considerar que o ponto “X” representa a única intersecção entre as duas circunferências, o que as tornam tangentes. Com isso, temos os pontos A, X e B colineares. Assim, a distância AB poderia ser calculada por: $AB = AX + XB$. Pela figura, AX representa o raio da circunferência menor, 2 cm, e XB representa o raio da circunferência maior, 4 cm. Assim, o resposta correta da questão é a alternativa (B), 6 cm.

Podemos observar o desempenho dos alunos nessa questão através da tabela abaixo.

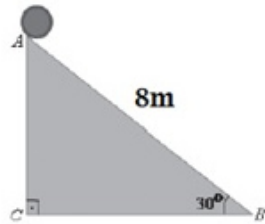
Tabela 4: Desempenho dos alunos na 6ª questão

Resultado da 6ª questão				
Opções	Alunos do projeto		Alunos de outras turmas	
	Frequência	Frequência (%)	Frequência	Frequência (%)
A	7	16,67%	4	8,70%
B	30	71,43%	22	47,83%
C	3	7,14%	10	21,74%
D	2	4,76%	10	21,74%
TOTAL	42	100,00%	46	100,00%

Na Tabela 4 temos a opção de resposta (B) em destaque (amarelo) por representar a resposta correta. A tabela nos revela que 30 estudantes do projeto acertaram a questão, que corresponde a 71,43% de aproveitamento, enquanto 22 estudantes de outras turmas marcaram a opção correta, conferindo um rendimento de 47,83%. A diferença de rendimento pode ser atribuída a atividade 4.4.5 que garantiu aos alunos do projeto além de dedução da fórmula para calcular o comprimento de uma circunferência, a definição de elementos como raio, diâmetro, corda, conceitos esses fundamentais para a resolução da pergunta proposta no questionário.

A última pergunta do questionário foi sobre trigonometria.

- Uma esfera foi liberada no ponto A de uma rampa e percorreu 8m até atingir o solo no ponto B. Sabendo-se que o caminho percorrido pela esfera é exatamente a hipotenusa do triângulo retângulo da figura abaixo, determinar a distância do ponto A ao solo.

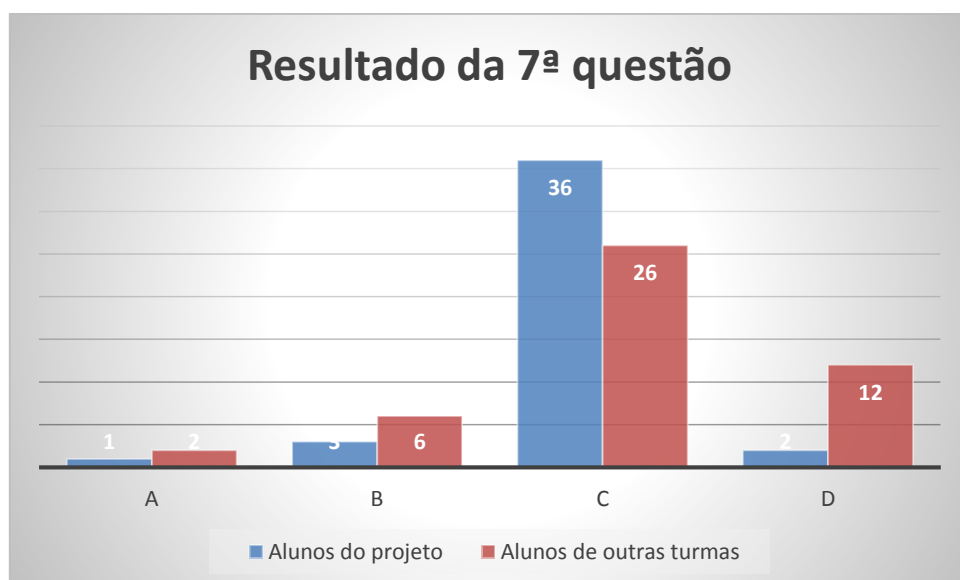


- (A) 5 m
- (B) 3 m
- (C) 4 m
- (D) 6 m

Para responder a questão, o aluno poderia usar a relação trigonométrica seno, visto que trata-se de um triângulo retângulo e também que a distância pedida representa o cateto oposto ao ângulo de 30° e a distância percorrida pela esfera, a hipotenusa. Fazendo os cálculos necessários, o estudante encontraria o resultado 4 m, alternativa (C).

Podemos acompanhar as opções de resposta escolhidas pelos alunos no gráfico abaixo.

Gráfico 5: Desempenho dos alunos na 7ª questão



Pelo Gráfico 5, notamos que 36 alunos do projeto acertaram a questão enquanto 26 alunos de outras turmas obtiveram êxito na pergunta. Novamente o desempenho dos alunos do projeto foi melhor que o desempenho dos alunos de outras turmas. A atividade 4.4.4 proposta na metodologia de trabalhar Matemática com o auxílio de aplicações práticas dos conteúdos possibilitou aos alunos uma compreensão geral da estratégia de usar relações trigonométricas no cálculo de distâncias de difícil acesso, destacando os elementos necessários para se usar cada uma das razões trigonométricas e a possibilidade de aplicação dessa ferramenta em resolver problemas variados, mas que associam os lados de um triângulo retângulos e seus ângulos internos.

De maneira geral, o rendimento dos alunos do projeto foi melhor quando comparamos com o aproveitamento dos alunos de outras turmas. A melhor performance se deu em função de vários fatores, dois quais podemos destacar: boa interpretação das perguntas do questionário, souberam associar a situação-problema a ferramentas da Matemática oportuna para a ocasião, além de melhor compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos.

As situações-problema propostas aos alunos no desenvolvimento do projeto, a dinâmica de trabalho em grupo, as discussões coletivas, cobrando o posicionamento dos discentes, bem como a estratégia que ele estava pensando em usar para se alcançar um objetivo, enfim, o ambiente criado nas aulas favoreceram o aprendizado de Matemática conferindo significado aos temas estudados.

Destaca-se, nesse contexto, o fator motivacional como o maior ganho de todo o trabalho realizado com os alunos, pois o ganho de confiança e auto estima apresentado por muitos estudantes também pode ser considerado um resultado favorável do projeto. A participação constante exigida deles nas atividades práticas, as responsabilidades que cada um tinha quando trabalharam em grupo fez com que o ensino de Matemática assumisse um arranjo colaborativo, com formação de lideranças dentro dos grupos e sensibilidade dos agentes com o aprendizado de todos, de maneira que os alunos com mais dificuldades no aprendizado de matemática tinham além do suporte do professor para sanar as dúvidas, o grupo dividindo essa responsabilidade. Com isso, a forma que se conduziu as atividades práticas também serviram para aumentar o interesse dos alunos pelo estudo, pois serviu para fazer uma integração deste com a turma e revelar as potencialidades que temos quando há interesse e compromisso em realizar algo, desmistificando, assim, a ideia que a Matemática é um “bicho de sete cabeças” e restrita para poucos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De maneira geral, não há uma fórmula mágica para ensinar Matemática. Os métodos usados numa turma podem ser eficientes para aquela realidade, mas desfavoráveis para outras. Contudo, temos propostas metodológicas mais propícias ao sucesso numa larga variedade de casos, como a Etnomatemática, a Modelagem Matemática e a Resolução de problemas. A maior probabilidade para o sucesso das propostas citadas está no fato de que a realidade local e os anseios da comunidade estão em primeiro plano, o que contribui para a aproximação do conhecimento disseminado na escola e a formação de indivíduos críticos e reflexivos capazes de modificarem positivamente suas realidades.

Nesse sentido, o professor tem um papel fundamental no que se refere a escolha de métodos que favoreçam o aprendizado dos alunos. Para essa escolha, é importante que se conheça o meio em que está inserido o estudante, as expectativas que eles têm para os estudos, as dificuldades que apresentam, o ritmo de aprendizado. Com base nessas e em outras informações que o profissional da educação julgar necessárias, traçar seu plano de ensino, fazendo reflexões quanto a eficácia da prática para possíveis modificações quando os objetivos do ensino de Matemática não estão sendo atingidos; e ainda, o docente não pode esquecer seu papel enquanto facilitador da aprendizagem e de combustível para a conquista de ideais e metas, pois por mais caótico que seja o meio de convivência do estudante ou as péssimas condições de trabalho que temos na escola pública, a Educação é o caminho para conquistas pessoais e coletivas rumo a uma sociedade melhor.

Assim, o ensino de Matemática com aplicações práticas dos conteúdos é uma metodologia que ajuda bastante o professor no exercício de sua função na medida que oferece ambientes de aprendizado favoráveis à validação do que se estuda na escola, ao ganho de significado que o concreto proporciona, à novas descobertas, à possibilidade de lapidar os conhecimentos prévios que os alunos trazem de experiências cotidianas, e, acima de tudo, ao despertar do aluno para o estudo.

Trabalhando com aplicações práticas dos conteúdos o professor terá mais um instrumento a seu favor para melhorar a motivação dos alunos, fator este que é determinante tanto para o sucesso quanto para o fracasso. Quem de nós professores não gostaríamos de trabalhar com turmas contendo a maioria dos alunos motivados a aprender, a dar o devido valor que a Educação pode nos oferecer, a estar disposto a assumir o compromisso de levar seus estudos a sério, com responsabilidade. Em muitos casos essa postura desejada depende também dos métodos que o docente utiliza nas aulas. Por isso, ressaltamos que metodologia de

complementar as aulas teóricas com aplicações práticas pode favorecer o processo de retomada da motivação necessária para que os alunos participem mais das atividades escolares e, com isso, tenham mais possibilidade de aprender.

Embora tenhamos focado nossas atenções para a 8ª série do ensino fundamental, a metodologia proposta pode ser usada nas demais séries deste nível, assim como também no ensino médio e superior, visto que muitas atividades realizadas em sala de aula simulam situação reais do nosso cotidiano. Então porque não oferecer ao aluno uma situação-problema real, para que ele possa participar de todo o processo de construção da solução. E ainda, as experiências favoráveis para o aprendizado que uma atividade prática pode oferecer representa um custo benefício que vale a pena apostar. O diferencial estará no professor em selecionar situação que possibilitem bons ambientes de ensino e aprendizado.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C., 2004, em Cury, H. N (Ed.); **Disciplinas Matemáticas em cursos superiores: Reflexões, relatos, propostas**. 1º ed. Rio Grande do Sul, RS, 2004, p.66.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas** / organizadora Maria Aparecida Viggiani Bicudo. – São Paulo: Editora UNESP, 1999. – (Seminários & Debates).
- BIEMBENGUT, Maria Salett; HAIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. Editora Contexto, São Paulo, 2000.
- BOYER, Carl B. **História da matemática**, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2ª ed. – São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. – Brasília: MEC, 1997.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Campinas: FE/UNICAMP, 1992 (Tese de Doutorado).
- CARVALHO, Maria de Lourdes. **Construtivismo Fundamentos e Práticas**. Editora: Lisa S.A. São Paulo – SP, 1993.
- CUNHA, Maria Isabel da. **O bom professor e sua prática**. Campinas: Papyrus, 1989.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação e Matemática**. São Paulo: Summus; Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.
- _____. **Educação Matemática da Teoria à Prática**. 4ª Ed. Educacional Brasileira S.A: São Paulo: Papyrus, 1998.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan; ROSA, Milton. **Um diálogo com Ubiratan D'Ambrósio: uma conversa brasileira sobre etnomatemática**. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 1, núm. 2, agosto, 2008, pp. 88-110 Red Latinoamericana de Etnomatemática. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274020253007>>. Acesso em 10 de março de 2016.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.
- _____. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12ª ed., São Paulo: Ática, 2002.
- FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.
- GRANJA, Carlos Eduardo de Souza Campos; MELLO, José Luiz Pastore. **Atividades experimentais de matemática nos anos finais do ensino fundamental**. – São Paulo: Edições SM, 2012. – (Somos mestres).

HOFSTEIN, Avi; LUNETTA, Vincent N. **The role of the laboratory in science teaching: neglected aspects of research**, *Review of Educational Research*, n. 52, p. 201-217, 1982.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade: 9º ano.** – 6ª ed. – São Paulo: Atual, 2009.

KRASILCHIK, M.; ARAÚJO, U. F. **Novos caminhos para a educação básica e superior.** *ComCiência – Revista eletrônica de Jornalismo Científico*. v. 115, 2010. Disponível em: <<http://www.comciencia.br/comciencia/>> Acesso em 09 de março de 2016.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática.** São Paulo: Ática, 1994.

MONTEIRO, Alexandrina e POMPEU JR, Geraldo. **A Matemática e os Temas Transversais.** São Paulo. Editora Moderna, 2001.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.* São Paulo: Unesp, 1999.

PENICK, J. E. **Ensinando alfabetização científica.** *Educar.* Editora da UFPR, Curitiba, n. 14, p. 91-113, 1998.

POLYA, G. George, 1887. **A Arte de Resolver Problemas: Um Novo Aspecto do Método Matemático/** G. Polya; tradução Heitor Lisboa de Araújo. Editora Interciência Ltda. Rio de Janeiro, nº 2, 1995.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental.** - Belém: EDUEPA, 2009.

TIBA, Içami. **Ensinar aprendendo: como superar os desafios do relacionamento professor-aluno em tempos de globalização.** São Paulo: Editora Gente, 1998.

Pesquisa em sites da internet:

<http://ideb.inep.gov.br/>, acesso em 20/12/2015

<http://www.sispae.caedufjf.net/>, acesso em 20/12/2015

<http://revistas.ulusofona.pt/index.php/rleducacao/article/view/585>, acesso em 01/02/2016

<http://www.ebah.com.br/content/ABAAafdIIAD/lista-circunferencias>, acesso em 01/02/2016

<https://acasadasquestoes.com.br/simulado/matematica/trigonometria-no-triangulo-retangulo#.VqSWDe0rK1t>, acesso em 01/02/2016

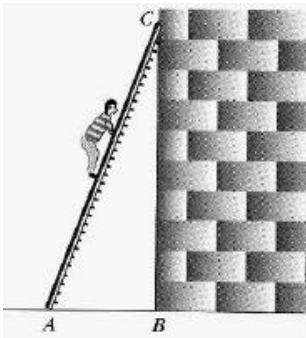
<http://www.infoescola.com/matematica/a-etnomatematica-e-seus-supostos-historicos/>, acesso em 08/02/2016

<http://professorubiratandambrosio.blogspot.com.br/2014/02/para-uma-abordagem-multicultural-o.html>, acesso em 08/02/2016.

ANEXO A – QUESTIONÁRIO

Este Questionário é parte integrante de uma pesquisa sobre o ensino de Matemática. Nele você encontrará 7 questões objetivas sobre diferentes conteúdos matemáticos estudados na 8ª série/9º ano. Pedimos que responda as perguntas e lembramos que suas respostas serão usadas exclusivamente para a pesquisa. Você não precisa se identificar. Desde já agradecemos a colaboração.

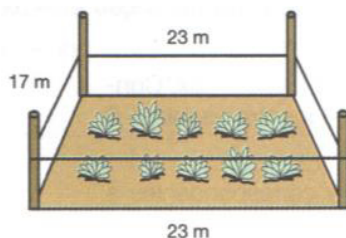
1 - Um encanador precisa chegar ao topo de uma casa para consertar a caixa d'água. Sabe-se que a casa tem 4 metros de altura e a escada tem 5 metros.



A que distância AB da parede ele deve posicionar a escada para que ela chegue exatamente até o topo da casa?

- (A) 9 m
- (B) 5 m
- (C) 3 m
- (D) 1 m

2 - Dona Lilá vai cercar um pedaço retangular do seu quintal para lá plantar salsinha e outros temperos.

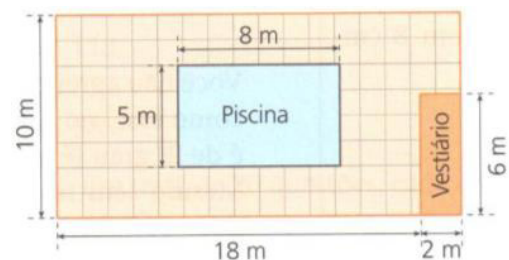


A área reservada ao plantio de salsinha e outros temperos é:

- (A) 391 m².
- (B) 80 m².
- (C) 63 m².

(D) 200 m².

3 - Paulo ao construir a sua casa gostou desta planta deste pátio.

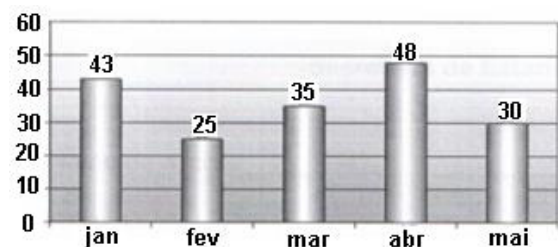


Então, nesse pátio, a área ladrilhada

é:

- (A) 200 m².
- (B) 148 m².
- (C) 144 m².
- (D) 52 m².

4 - (Prova Brasil). O consumo de água em residências é medido em metros cúbico (m³). Observando no gráfico abaixo o consumo de água da casa de Carlos em 5 meses.

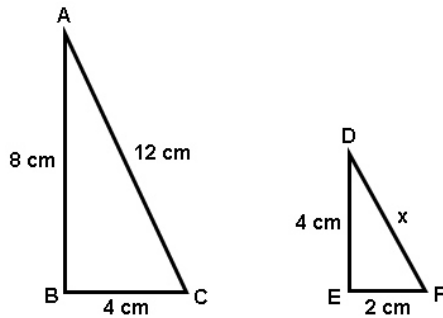


Na casa de Carlos, os dois meses em que o consumo foi maior que 40 m³ são:

- (A) janeiro e abril.

- (B) janeiro e maio.
 (C) março e fevereiro.
 (D) abril e maio.

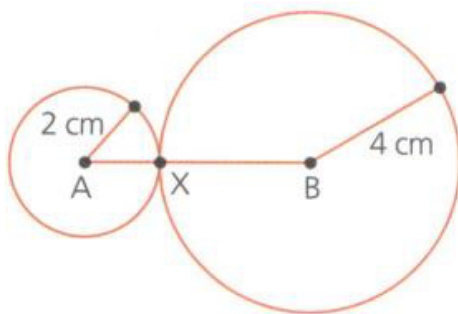
5 - (Prova Brasil). Janine desenhou dois triângulos, sendo que o triângulo DEF é uma redução do triângulo ABC.



A medida x do lado DF é igual a:

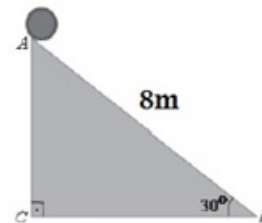
- (A) 4 cm.
 (B) 6 cm.
 (C) 8 cm.
 (D) 12 cm.

6 - (Imenes & Lellis). Na figura, as circunferências de centro A e B tocam-se no ponto X.



- A distância AB é:
 (A) maior que 6 cm.
 (B) 6 cm
 (C) 5 cm.
 (D) menor que 5 cm.

7 - Uma esfera foi liberada no ponto A de uma rampa e percorreu 8m até atingir o solo no ponto B. Sabendo-se que o caminho percorrido pela esfera é exatamente a hipotenusa do triângulo retângulo da figura abaixo, determinar a distância do ponto A ao solo.



- (A) 5 m
 (B) 3 m
 (C) 4 m
 (D) 6 m

RASCUNHO

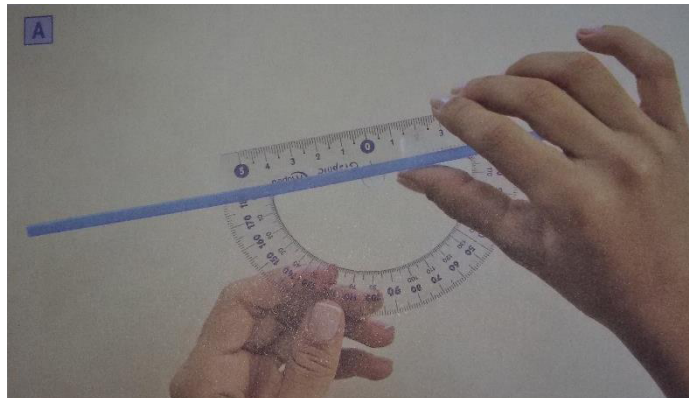
ANEXO B – CONFECÇÃO DO TEODOLITO CASEIRO

Material necessário: transferidor de 180° com orifício no centro, linha de costura, caixa de papelão que fique de pé em uma superfície horizontal, canudinho ou um pequeno tubo vazado, percevejo, uma peça qualquer que possa ser amarrada (por exemplo, uma arruela ou porca).

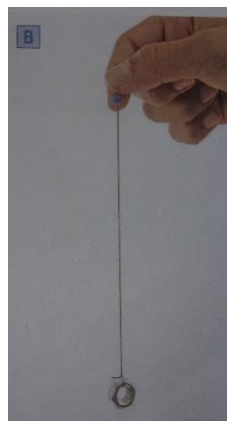
A ideia básica da construção é pendurar um fio de prumo no centro do transferidor por meio de um percevejo. O canudinho ficará acoplado ao transferidor, servindo como mira do teodolito. A caixa, que pode ser substituída por um pedaço de madeira ou por qualquer outro objeto que fique de pé em uma superfície plana, será utilizado para manter o teodolito em plano perpendicular ao do seu apoio.

Veja a construção passo a passo:

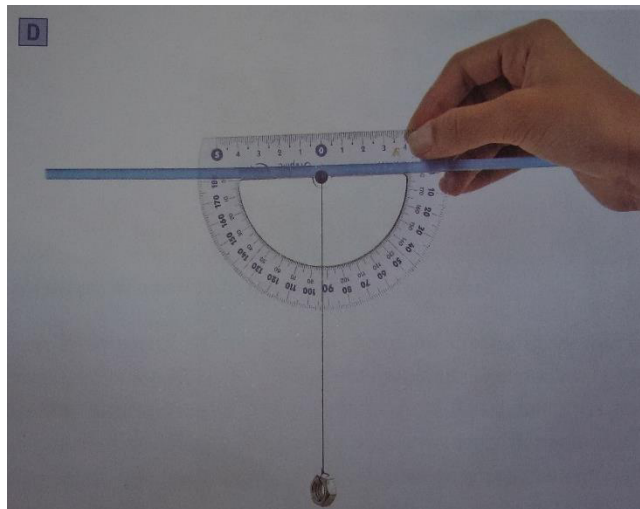
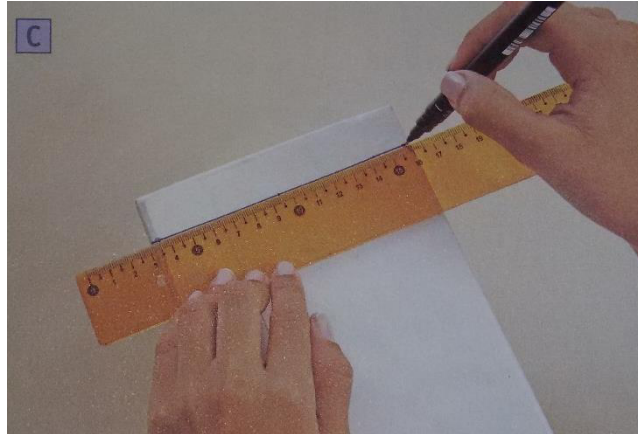
1. Fixe o canudo no transferidor com fita adesiva ou cola (Figura A).



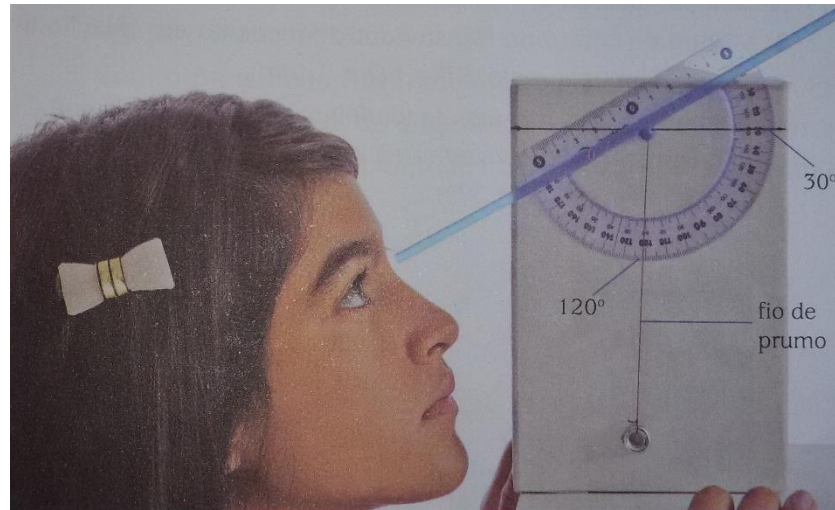
2. Amarre um peso (por exemplo uma porca ou arruela) em um fio e prenda-o ao percevejo (Figura B).



3. Trace na caixa uma linha paralela ao plano em que ela ficará apoiada (Figura C).
Fixe a linha com o percevejo no centro do transferidor (Figura D). Por fim, fixe o transferidor com o percevejo na linha desenhada. O teodolito está pronto (Figura E).



O funcionamento do teodolito que mede ângulo na vertical é simples. A linha horizontal deve ser nivelada de modo que o fio de prumo coincida com a marcação de 90° de transferidor. Apontando o canudinho para um ponto qualquer, o fio de prumo continuará na vertical, o que permitirá a leitura da medida do ângulo entre a linha de visada e a horizontal, como se vê no exemplo a seguir.



O fio de prumo aponta para 120° . Quando o canudo estava na posição horizontal (paralelo ao plano de apoio da caixa), ele indicava, no transferidor, o ângulo de 90° . Conclui-se, portanto, que o ângulo entre a linha de visada e a linha horizontal paralela ao ponto de apoio é de 30° ($120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$). Note que esse ângulo também pode ser lido diretamente na linha horizontal marcada na caixa.

Em associação com uma trena, o teodolito construído permitirá medir indiretamente alturas que seriam inacessíveis por processos de medição direta, como a altura de um prédio, de uma torre ou de uma montanha.