



**Heloisa de Andrade Carvalho**

**A análise dos erros dos alunos em  
Cálculo I como estratégia de ensino**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática (opção profissional).

Orientador: Profa. Renata Martins da Rosa

Rio de Janeiro

Abril de 2016



**Heloisa de Andrade Carvalho**

**A análise dos erros dos alunos em  
Cálculo I como estratégia de ensino**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Profa. Renata Martins Rosa**

Orientadora

Departamento de Matemática – PUC-Rio

**Prof. Gerson dos Santos Seabra**

Universidade Cândido Mendes – UCAM

**Prof. Miguel Adriano Koiller Schnoor**

Instituto de Matemática e Estatística – UFF

**Prof. Sinésio Pesco**

Departamento de Matemática – PUC-Rio

**Prof. Márcio da Silveira Carvalho**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 08 de abril de 2016

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da autora, do orientador e da universidade.

### **Heloisa de Andrade Carvalho**

Graduou-se em Matemática na UERJ - Universidade Estadual do Rio de Janeiro em 1988. Coursou Análise de Sistemas, também em 1990. Professora da UCAM - Universidade Cândido Mendes desde 2009 quando da implementação do curso de Engenharia na instituição, zona oeste do Rio de Janeiro.

#### Ficha Catalográfica

Carvalho, Heloisa de Andrade

A análise dos erros dos alunos em cálculo I como estratégia de ensino / Heloisa de Andrade Carvalho; orientador: Renata Martins da Rosa. – 2016.

75 f. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, 2016.

Inclui bibliografia

1. Matemática – Teses. 2. Análise de erros. 3. Cálculo I. 4. Ensino. I. Rosa, Renata Martins da. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. III. Título.

CDD: 510

## Agradecimentos

Ao meu esposo, Ewerton e aos meus filhos Thiago e Matheus pelo amor, cumplicidade e carinho na vida toda e principalmente durante o período do curso.

À minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> Renata Martins da Rosa, pela atenção, serenidade e paciência com que me orientou no período de elaboração e confecção desse trabalho.

Aos meus professores da PUC - Rio e aos meus colegas de mestrado PROFMAT por fazerem valer a pena cada sábado nesses dois anos de estudo e dedicação.

A todos os meus amigos de trabalho, em especial Tania Knaack, Gerson Seabra, Francisco Andre, Cristiane Cesar e Claudio Morganti pelo incentivo, apoio, companheirismo, boas idéias e risadas.

À minha querida amiga Raquel Falabela de Castro que prontamente me ajudou na correção dos erros e desacertos.

## Resumo

Carvalho, Heloisa de Andrade; Rosa, Renata Martins (Orientadora). **A análise dos erros dos alunos em Cálculo I como estratégia de ensino.** Rio de Janeiro, 2016. 75p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A análise dos erros dos alunos pode e deve ser utilizada como ferramentas para aumentar a eficiência do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Esta pesquisa objetivou coletar e analisar os principais erros cometidos pelos alunos ingressantes no curso de Engenharia da Universidade Cândido Mendes, na disciplina de Cálculo I. A partir dessa análise foram feitas sugestões de mudanças em metodologias e abordagens do ensino específico da disciplina Cálculo I.

## Palavras-chave

Análise de Erros; Cálculo I; Ensino.

## **Abstract**

Carvalho, Heloisa de Andrade; Rosa, Renata Martins (Advisor). **Students error analysis in Calculus I as a teaching strategy**. Rio de Janeiro, 2016. 75p. MSc Dissertation – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The analysis of errors can and should be used as tools to increase the efficiency of the process of teaching and learning of mathematics. This survey aimed to collect and analyze the main mistakes made by students entering the course of engineering at Universidade Cândido Mendes, in the discipline of Calculus I. From this analysis suggestions were made for changes in methodologies and approaches of Calculus I specific teaching .

## **Keywords**

Analysis of Errors; Calculus I; Teaching.

# Sumário

<b>1 Introdução</b>	<b>11</b>
<b>2 A Pesquisa</b>	<b>16</b>
2.1. Objetivos	16
2.2. Metodologia	17
2.2.1. Local e Sujeitos da Pesquisa	17
2.2.2. Instrumentos da Pesquisa	18
<b>3 Análise de Resultados</b>	<b>23</b>
3.1. Análise dos Resultados do Questionário Sociocultural	25
3.2. Análise dos Resultados do Questionário com Professores	30
3.3. Análise dos Resultados da P1	32
3.3.1. Apresentação e Análise da Questão 7 da P1	36
3.3.2. Análise da Questão 8 da P2 comparando com Resultados da Questão 7 da P1	39
3.4. Análise dos Resultados da P2	43
3.4.1. Apresentação e Análise da Questão 7 da P2	44
<b>4 Sugestões e Estratégias</b>	<b>48</b>
4.1. Estratégias em Matemática Básica	48
4.1.1. Estratégias que eram Utilizadas pela Autora antes da Pesquisa	48
4.1.2. Novas Estratégias	49
4.2. Estratégias em Cálculo I	50
4.2.1. Estratégias Utilizadas pela Autora antes da Pesquisa	50
4.2.2. Novas Estratégias	51
4.2.3. Um Exemplo de Estratégia Utilizada por uma Aluna	51
4.3. Estratégias Sugeridas por Professores	53
<b>5 Conclusão</b>	<b>54</b>
<b>6 Referências Bibliográficas</b>	<b>56</b>
<b>7 Anexos</b>	<b>57</b>
7.1. Anexo A - Questionário Sociocultural	57
7.2. Anexo B - Questionário com Professores	59
7.3. Anexo C - Prova P1	60
7.4. Anexo D - Prova P2	63
7.5. Anexo E - Prova P3	66
7.6. Anexo F - Ementa de Matemática Básica	69
7.7. Anexo G - Ementa de Cálculo I	71
7.8. Anexo H - Nova Ementa de Matemática Básica	73
7.9. Anexo I - Ementa de Pré-Cálculo	74
7.10. Anexo J - Nova Ementa de Cálculo I	75

## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Tipos de Erros	33
Tabela 2 - Análise da frequência de erros das questões da P1	35
Tabela 3 - Frequência dos tipos de erros nas questões 7 e 8 da prova P2	44

## Lista de Figuras

Figura 1 - Percentual de alunos por tipo de curso	26
Figura 2 - Frequência por faixa de idade	27
Figura 3 - Caracterização do tipo de escola do ensino fundamental e médio	28
Figura 4 - Número de horas os alunos estudam por semana	29
Figura 5 - Opinião dos alunos sobre o próprio desempenho em Matemática	30
Figura 6 - Média do grupo na P1	33
Figura 7 - Questão 7 da prova P1	36
Figura 8 - Questão 7 respondida corretamente	37
Figura 9 - Questão 7 que apresenta erro de fatoração	38
Figura 10 - Questão 7 com erro de conceito de Cálculo I	38
Figura 11 - Questão 8 da prova P2	39
Figura 12 - Questão 8 da P2 respondida corretamente	40
Figura 13 - Questão 8 com erro em limites laterais onde a função é contínua ou não	41
Figura 14 - Questão 8 com erro em limite lateral onde a função é contínua	42
Figura 15 - Média dos alunos na P2	43
Figura 16 - Questão 7 da prova P2	44
Figura 17 - Questão 7 da P2 corretamente resolvida	45
Figura 18 - Questão 7 da P2 com erro em não utilização dos parênteses	45
Figura 19 - Questão 7 da P2 com erro em substituição simples	46

*"Para ser grande, sê inteiro: nada  
Teu exagera ou exclui.  
Sê todo em cada coisa. Põe quanto és  
No mínimo que fazes.  
Assim em cada lago a lua toda  
Brilha, porque alta vive."*

*Ricardo Reis, in Odes  
Heterônimo de Fernando Pessoa*

## Introdução

Ao fazer a correção de qualquer material produzido pelos alunos, sejam provas, testes ou trabalhos, a autora costumava dar importância e assinalar os erros cometidos e considerava os acertos como resultados esperados. Os acertos estavam sendo banalizados e os erros se apresentavam como marcas de conteúdos que não foram assimilados com sucesso. Percebendo a ênfase negativa dada aos erros, surgiu a necessidade de analisá-los como instrumentos de construção do saber e não somente como evidências de falha do aprendizado. A curiosidade em analisar esses erros fez surgir uma necessidade de, a partir dessa análise, desenvolver técnicas e estratégias de como lidar com as dificuldades e lacunas que o aluno carrega desde o início de seu aprendizado em Matemática colaborando, enfim, para uma busca pela melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

O interesse pela temática e desenvolvimento da pesquisa teve início em 2009 quando a autora ingressou no ensino superior para aulas de Matemática Básica e Cálculo I para o curso de Engenharia de Produção da UCAM - Universidade Cândido Mendes. A experiência anterior da autora no ensino fundamental e médio foi o critério utilizado para a escolha em ministrar, no ensino superior, a disciplina Matemática Básica que objetivava nivelar os conhecimentos dos alunos ingressantes, capacitando-os a acompanhar, nos períodos seguintes, disciplinas como Cálculo I, Álgebra Linear, Análise Numérica, Física, entre outras.

A realidade impunha um esforço maior do que realizar um nivelamento: era necessário fazer um resgate de muitos conteúdos mal assimilados e, às vezes, proporcionar um primeiro contato com conteúdos que ainda não haviam sido nem apresentados ao aluno no ensino fundamental e médio. Pode-se perceber, portanto, o quanto os conhecimentos de Matemática desses alunos era frágil e deficiente.

Seguindo a ementa da disciplina Matemática Básica (Anexo F) do curso, foram percebidas dificuldades que são características de deficiência de aprendizagem de conteúdos do ensino fundamental como: conhecer os conjuntos numéricos e suas diferenças; realizar as quatro operações básicas em cada um dos

conjuntos numéricos apresentados; interpretar enunciados e modelar matematicamente uma situação problema; interpretar gráficos; relacionar números desconhecidos utilizando assim os recursos da Álgebra; manipular algebricamente expressões.

A introdução à Álgebra com suas funções e relações foi uma etapa que evidenciou dificuldades características de deficiência de aprendizagem de conteúdos do ensino médio. Os alunos reproduziam técnicas algébricas mecanicamente e com muitas dificuldades, não interpretavam o comportamento das principais funções e de seus respectivos gráficos, apresentavam dúvidas em conceitos básicos de Geometria e não dominavam as noções iniciais de Trigonometria no triângulo retângulo nem das principais funções trigonométricas. De acordo com (Pinto, 2000)

Numa sociedade cada vez mais complexa e tecnicizada, saber matemática é uma necessidade fundamental. No entanto, a matemática é um dos conhecimentos menos acessíveis à maioria da população, configurando-se como um importante *filtro seletivo* do sistema educativo. (cf. Granell 1994).

A partir de insistentes críticas à Matemática feitas por muitos alunos que insistiam em caracterizá-la como difícil demais e pelas recorrentes dúvidas dos alunos do curso de Engenharia nas disciplinas de Matemática Básica e de Cálculo I, surgiu o interesse em pesquisar os erros e as estratégias mais adequadas para melhorar o rendimento e aproveitamento destes alunos.

A partir das considerações das autoras Neuza Bertoni Pinto, na obra “O Erro Como Estratégia Didática” e Helena Noronha Cury, na obra “Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos” tornou-se oportuno estabelecer uma análise e reflexão a respeito dos erros cometidos pelos alunos do curso de Engenharia de Produção e Civil da UCAM nas disciplinas de Matemática Básica (pré-cálculo) e Cálculo I.

Levando em conta as práticas individuais da autora e também diversas discussões e trocas de experiências com colegas, em seu ambiente acadêmico, foi possível afirmar que essas reflexões sobre os erros encontrados levaram a alguns questionamentos como: quais os erros mais frequentes cometidos pelos alunos? Esses erros e dificuldades têm relação com o desempenho do aluno nos ensinamentos fundamental e médio? Esses erros têm relação com a quantidade de horas que o aluno dedica aos estudos? As ementas das disciplinas de Matemática Básica e

Cálculo I colaboram para a construção de um conhecimento sólido? A análise destes erros pode proporcionar uma nova estratégia para resolver as dificuldades encontradas pelos alunos em Cálculo I?

Cury (2007) considera que a análise de erros pode se constituir em uma abordagem de pesquisa e também em uma metodologia de ensino, se empregada em sala de aula com o objetivo de levar o aluno a questionar suas próprias soluções. Além disso, a autora pondera que, em uma perspectiva pessoal, detectar e avaliar a ocorrência de erros ajuda o professor na sua autoanálise e uma possível correção sobre sua metodologia, ineficiência ou inabilidade para ensinar algum assunto.

Ao fazer a escolha de cursar o PROFMAT<sup>1</sup>, Mestrado Profissional em Matemática na PUC - Rio, a autora se deparou com um universo diferente onde o professor estava no papel de aluno, porém com maturidade e olhar crítico e criterioso característico da sua profissão. A troca de experiências com colegas que lecionavam em diferentes segmentos da educação, desde o ensino infantil, ensino fundamental e ensino médio e também com os professores doutores do curso, engrandeceu a formação da autora assim como colaborou com o desejo de detectar o porquê de a Matemática ser considerada tão difícil, temida e mitificada. Levando em conta os objetivos do ensino de cada disciplina, surgiu a questão de como decidir quais as deficiências devem ser resolvidas e quais as que devem ser deixadas para trás e seguir adiante no desenvolvimento dos conteúdos abordados.

Segundo Pinto (2000), no processo de ensino e aprendizagem, o erro pode contribuir positivamente, desde que seja modificada - pelo professor - a atitude de condenação ao aluno como se esse fosse o único culpado pelo erro. Pondera, ainda, que os erros podem se constituir em caminhos importantes para se inserir novas metodologias no ensino da Matemática. Os erros, se tomados não como uma incapacidade do aluno, mas no contexto de uma visão e postura que os problematize, em que os procedimentos sejam mais valorizados que os resultados, podem se constituir em um caminho para a aprendizagem. Dessa forma, se entende pertinente refletir sobre ideias, concepções e posturas acerca do papel do

---

<sup>1</sup> O PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional é um curso semipresencial, com oferta nacional, realizado por uma rede de Instituições de Ensino Superior, no contexto da Universidade Aberta do Brasil, e coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática.

erro no processo de ensino e aprendizagem e da construção de conhecimentos, investigando e buscando alternativas para o enfrentamento destes erros.

Nesse contexto, esta pesquisa objetivou coletar e analisar os erros mais frequentes cometidos pelos alunos das turmas Cálculo I do período 2015.2 da UCAM, unidades Santa Cruz e Campo Grande, do curso de Engenharia Civil e de Produção, investigando as dificuldades mais comuns e tentando, a partir da análise, elaborar uma proposta de novas formas de abordagem e de construção de conhecimento e uma possível adequação das ementas e estratégias utilizadas pela coordenação e pelos professores das ditas disciplinas desse curso.

A investigação e análise dos erros cometidos pelos alunos apresentados nessa pesquisa foram importantes para identificar e dividir as dificuldades em dois grandes grupos: dificuldades decorrentes de falhas de aprendizagem e dúvidas do ensino fundamental e médio e do outro grupo no qual as dúvidas são decorrentes de falhas de aprendizagem na disciplina Cálculo I.

Assim, no capítulo 2, são apresentados os objetivos da pesquisa e os instrumentos utilizados na investigação, agrupados de acordo com seus objetivos: provas aplicadas em sala de aulas para a análise dos resultados, questionário socioeconômico para traçar o perfil do grupo analisado e questionário com professores para agrupar sugestões e conhecer novas estratégias.

No capítulo 3, é detalhado o critério para divisão dos erros. Esse critério foi desenvolvido pela autora para se adequar ao grupo de alunos e aos resultados encontrados, fazendo uma analogia com categorias de erros utilizadas por autores como Albano Dias Pereira Filho, citando Movshovitz-Hadar, e Neuza Bertoni Pinto, citando Rico. A partir da escolha do critério a ser utilizado, são apresentados e analisados os resultados obtidos em cada um dos instrumentos de investigação aplicados ao grupo de alunos, com análise específica de questões erradas e corretas, evidenciando os tipos de erros mais frequentes.

No capítulo 4, são agrupadas, de acordo com critérios específicos, sugestões de técnicas de abordagem e de metodologias de ensino possíveis na prática de sala de aula tanto na disciplina de Matemática Básica, quanto na de Cálculo I.

Finalmente, no último capítulo, são apresentadas as conclusões da pesquisa aqui relatada, reforçadas pela experiência da autora, pela troca de vivências com colegas de profissão e pela análise dos erros dos alunos. Essas

conclusões não põem um ponto final na investigação e sim reforçam a necessidade de um aprimoramento constante do professor, incentivam um olhar investigativo atento aos recursos didáticos utilizados e despertam a esperança de colaborar com o desenvolvimento dos alunos.

Portanto a expectativa de uso dos resultados, informações, reflexões e sugestões apresentadas neste texto é que através da análise de erros de seus alunos os colegas desenvolvam ferramentas próprias para o aperfeiçoamento do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

## 2

### A Pesquisa

#### 2.1

##### Objetivos

A pesquisa teve como objetivo investigar os erros cometidos pelos alunos na resolução de problemas da disciplina inicial, Cálculo I nos cursos de Engenharia de Produção e Engenharia Civil da Universidade Cândido Mendes - Santa Cruz e Campo Grande. As causas e a origem dos erros foram buscadas, percebendo se estão ou não relacionados com a formação anterior dos alunos.

A investigação e análise desses erros foram importantes para identificar que as dificuldades apresentadas nessa disciplina se dividiam em dois grupos: aquelas dificuldades intrínsecas à aprendizagem de Cálculo I e as dificuldades em conteúdos básicos de matemática anteriores ao ensino superior.

As dificuldades de Cálculo I esperadas eram: não compreender a ideia intuitiva de limites, não ser capaz de utilizar as técnicas de derivação e de integração, não ser capaz de modelar um problema que envolve áreas utilizando integrais.

As dificuldades de conceitos básicos de matemática, consideradas como instrumentais, que mais se observaram foram: operar com frações, utilizar regras de potências, efetuar operações com números negativos, utilizar as principais relações trigonométricas, manipular expressões algébricas como fatoração e produtos notáveis, construir e interpretar gráficos.

De acordo com (Pinto, 2000)

Nessa altura, o leitor pode estar se perguntando: "por que pesquisar o erro na sala de aula?" A opção por esse espaço deve-se à oportunidade que o próprio erro oferece à observação do intenso movimento de relações que ocorre na sala de aula entre professor, aluno e conhecimento, no processo de produção e superação dos erros. Ao dirigir o foco do estudo para a sala de aula, considere que o erro é o mais antigo elemento no processo de ensino.

Foi importante, portanto, ao final dessa pesquisa, poder vislumbrar sugestões de novas técnicas e abordagens tanto no que se refere ao conteúdo específico de Cálculo I quanto à utilização de novas estratégias metodológicas. As mudanças, baseadas na observação dos erros cometidos podem e devem colaborar para um melhor aproveitamento e aprendizado dos alunos.

## **2.2**

### **Metodologia**

Esta pesquisa buscou identificar, analisar e classificar os erros cometidos pelos alunos do curso de Engenharia da UCAM e seguiu as seguintes etapas: coleta de dados, pré-análise, exploração do material, interpretação e tratamento dos resultados obtidos. Buscou, por meio da análise dos resultados obtidos, reconhecer novos caminhos para ajudar o professor e o aluno a tomarem consciência dos erros e a usá-los como fonte de aprendizagem.

Tipificação da pesquisa - Quali-quantitativa, explicativa, estudo de caso.

#### **2.2.1**

##### **Local e Sujeitos da Pesquisa**

O local de realização da pesquisa foi a UCAM - Universidade Cândido Mendes, uma das mais antigas instituições particulares de ensino superior no país. Foi fundada em 1902, pelo Conde Cândido Mendes de Almeida juntamente com a Academia de Comércio do Rio de Janeiro. Em 1919, foi criada a Faculdade de Ciências Políticas e Econômicas do Rio de Janeiro, a primeira escola superior de Economia do Brasil. A UCAM vem desde então consolidando sua excelência nas áreas de Ciências Humanas e Sociais, tais como Economia, Direito, Administração e recentemente, Engenharia. A instituição inaugurou, em 2009, novos campi na zona oeste do Rio de Janeiro, em Bangu, Santa Cruz, Campo Grande e Penha (zona norte) e tornou-se uma das pioneiras na oferta de cursos de Engenharia na zona oeste do Rio de Janeiro.

A pesquisa foi desenvolvida com um grupo de 115 alunos, 60 do curso de Engenharia de Produção e 55 do curso de Engenharia Civil da Universidade

Cândido Mendes unidades Campo Grande e Santa Cruz, no início de 2015.2 A disciplina Cálculo I tem carga horária de seis tempos semanais.

### **2.2.2**

#### **Instrumentos da Pesquisa**

A pesquisa foi feita no decorrer do segundo semestre de 2015 e foram utilizadas, como instrumentos, as provas regulares do período P1(Anexo C), P2(Anexo D) e P3(Anexo E) da disciplina de Cálculo I, segundo calendário acadêmico e de acordo com o plano de ensino do professor.

Foi utilizado um questionário sociocultural (Anexo A) com o objetivo de traçar um perfil dos alunos. Esse questionário buscou identificar: gênero, idade, tipo de escola de ensino fundamental (particular ou pública), tipo de escola de ensino médio (particular ou pública), tempo de conclusão de ensino médio, carga horária de trabalho, principais dificuldades encontradas no curso de Engenharia, motivo de escolha do curso, tempo de dedicação aos estudos semanais.

Outro questionário (Anexo B) foi apresentado e respondido por um grupo de 18 professores do curso de Engenharia da UCAM com o objetivo de observar novos pontos de vistas sobre as dificuldades dos alunos, tanto na disciplina de Cálculo I, quanto em outras disciplinas do curso de Engenharia que exigiam base de conteúdos matemáticos tais como Matemática Básica, Física, Química, Pesquisa Operacional, Sistemas Isostáticos, entre outras. Buscou-se mapear sugestões de novas abordagens a partir da experiência desses profissionais. Ressalte-se que os professores entrevistados possuíam formações diversas, havendo dentre eles engenheiros, físicos e químicos que lecionavam disciplinas dos vários períodos do curso.

#### **➤ Análise dos Instrumentos da Pesquisa**

A pesquisa foi elaborada a partir dos seguintes instrumentos de investigação: provas regulares dos alunos da disciplina de Cálculo I dos cursos de Engenharia de Produção e de Engenharia Civil da Universidade Cândido Mendes além de um questionário sociocultural e um questionário com professores do curso.

Durante o período de 2015.2 foram aplicadas três provas denominadas P1, P2 e P3 segundo o calendário acadêmico da instituição. Esses instrumentos de avaliação do aluno e investigação para pesquisa serão descritos a seguir.

### ➤ **Questionário Sociocultural (Anexo A)**

O questionário sociocultural continha 11 questões de múltipla escolha e duas discursivas e foi aplicado somente aos alunos de Cálculo I. O questionário foi aplicado durante os quinze minutos finais de uma aula e os alunos puderam responder e citar suas dificuldades sem receio, pois não era necessário que se identificassem.

Com o objetivo de traçar o perfil do grupo, buscou-se identificar informações como: tipo de engenharia (civil ou produção), turno (manhã ou noite), tipo de escola em que o aluno cursou o ensino fundamental (particular ou pública), tipo de escola onde o aluno cursou o ensino médio (particular ou pública), idade, quanto tempo entre o término do ensino médio e o ingresso no terceiro grau, se o aluno trabalha ou não e, no caso de trabalhar, se está em áreas afins com Engenharia, como o aluno considera seu desempenho nas disciplinas de exatas e quantas horas dedica aos estudos por semana.

### ➤ **Questionário com Professores do Curso (Anexo B)**

Buscando compreender melhor as necessidades e dificuldades dos alunos do curso de Engenharia Civil e de Produção da UCAM, foi elaborado um questionário (Anexo B) para alguns professores desse curso. O questionário continha cinco questões de múltipla escolha e três discursivas e foi aplicado em uma reunião pedagógica, nos primeiros quinze minutos cedidos pelo coordenador do curso. O grupo de dezoito professores, que respondeu ao questionário, era bem heterogêneo: tinham formações diferentes e lecionavam disciplinas nos vários períodos do curso.

O questionário apresentado aos professores buscava explicitar a frequência com que os erros de conceitos básicos de matemática, cometidos pelos alunos interferiam no desempenho dos mesmos em disciplinas como Cálculo I, Física, Química e outras indiretamente relacionadas. Por meio do questionário, também

se tentou obter sugestões de diferentes estratégias que visassem ao aumento de eficácia do processo de ensino e aprendizagem em sala de aula.

### ➤ Prova P1 Cálculo I (Anexo C)

O aluno começa a disciplina de Cálculo I após um período de Matemática Básica, durante o qual foram abordados assuntos iniciais como as operações com números dos diversos conjuntos: inteiros, racionais, reais e complexos, introdução à Álgebra que contém as operações com expressões algébricas, produtos notáveis e fatoração, resoluções de equações e o conceito de função, onde são abordados domínio das funções, funções compostas, valor numérico e confecção de gráficos.

As aulas das semanas que precederam a primeira prova de Cálculo I continham uma revisão de gráficos e de fatoração e logo em seguida noções intuitivas de limites, cálculo algébrico de limites, limites laterais a partir da observação de gráficos, e a utilização desses conceitos para verificação da existência de limites e da continuidade de funções analisadas algébrica e graficamente, taxa de variação de funções e derivadas por definição.

A P1, prova cujo resultado foi considerado como primeiro instrumento de investigação desta pesquisa, continha oito questões abrangendo os seguintes assuntos: confecção de gráfico de uma função não contínua, determinação de limites através de cálculos algébricos, verificação de existência de limite, verificação de continuidade de uma função a partir dos conhecimentos de limites laterais, taxa de variação de funções, associando coeficiente angular de retas secantes ao conceito de derivadas e derivadas por definição.

A primeira prova P1 demandava dois conjuntos de conhecimentos, competências e habilidades, um conjunto de conhecimentos de Matemática Básica (pré-requisito de Cálculo I) e outro conjunto de conhecimentos novos, recém adquiridos na disciplina de Cálculo I. As competências e habilidades exigidas para realização da P1 foram:

- Ler e identificar pontos no sistema cartesiano;
- Determinar zeros de funções;
- Reconhecer algebricamente o crescimento e decréscimo de funções;
- Reconhecer as funções contínuas de 1º e 2º graus;

- Construir e analisar gráficos de funções;
- Interpretar gráficos, analisando sua descontinuidade e sua taxa de crescimento;
- Determinar algebricamente limites de funções;
- Identificar indeterminação de limites;
- Utilizar regras de produtos notáveis e fatoração para resolver limites indeterminados;
- Relacionar existência de limite num ponto com a continuidade da função;
- Distinguir as diversas técnicas de derivação;

### ➤ **Prova P1 Cálculo I (Anexo D)**

O segundo instrumento de investigação foi a prova P2, aplicada de acordo com o calendário da instituição cinco semanas após a P1. Durante essas cinco semanas foram apresentadas ao aluno a definição de derivadas, as técnicas de derivação, a definição de integral, as principais técnicas de integração (por substituição e por partes), o emprego das derivadas na confecção de gráficos de funções não triviais e do uso de integrais para a obtenção de áreas sob curvas.

A P2 continha oito questões abrangendo: cálculo de derivadas, de integrais, de integrais definidas, de área entre curvas, de limites e obtenção de limites laterais observando gráficos. A segunda prova P2 demandava dois conjuntos de conhecimentos, competências e habilidades: um conjunto de conhecimentos de Matemática Básica (pré-requisito de Cálculo I) e um conjunto de conhecimentos adquiridos na disciplina de Cálculo I em todas as semanas anteriores à prova, uma vez que a prova constava de todo o conteúdo apresentado de Cálculo I. As competências e habilidades exigidas para realização da P2 foram as mesmas listadas para execução da P1 e as listadas a seguir:

- Analisar gráficos de funções observando os limites laterais;
- Relacionar as técnicas de fatoração e divisão de polinômios com a obtenção de limites indeterminados;
- Distinguir e utilizar as diferentes e adequadas técnicas de derivação;
- Distinguir e utilizar as diferentes e adequadas técnicas de integração;

- Esboçar duas funções em um mesmo sistema cartesiano apresentando suas intersecções;
- Relacionar o cálculo de áreas entre curvas com integrais;
- Modelar e resolver problemas de áreas entre curvas utilizando integrais.

➤ **Prova P1 Cálculo I (Anexo E)**

O terceiro instrumento de investigação foi a P3, aplicada de acordo com o calendário da instituição, duas semanas após a P2. A P3 é uma prova destinada aos alunos cuja soma das notas nas provas P1 e P2 não alcançou 12 pontos mínimos para aprovação, no período acadêmico, na disciplina. Aos alunos que obtiveram a soma 12 pontos ou mais (já aprovados por média superior a 6), a realização da P3 é facultativa e o resultado pode substituir um dos resultados obtidos nas duas anteriores, caso os mesmos fossem inferiores. Em função dessa dinâmica - que permite elevar a média final na disciplina- alguns alunos fizeram a P3 mesmo tendo média superior a 6 com o intuito de elevar o CR(coeficiente de rendimento) da disciplina.

Como a terceira prova era um apanhado geral dos conhecimentos obtidos pelo aluno, no decorrer de todo o curso de Cálculo I, as competências e habilidades foram também as mesmas esperadas nas duas provas anteriores.

A P3 continha nove questões abrangendo os assuntos: cálculo algébrico de limites, obtenção de limites laterais observando o gráfico, verificação de continuidade de função, cálculo de taxa de variação, de derivadas, de integrais, de integrais definidas, de áreas entre curvas.

### 3

## Análise de Resultados

Nessa etapa da pesquisa o objetivo foi organizar e interpretar os resultados obtidos. Os erros cometidos pelos alunos de Cálculo I precisavam ser divididos em categorias e para decidir os critérios usados na categorização desses erros na pesquisa foi importante observar categorias de erros que alguns autores utilizaram em seus estudos.

De acordo com (Pinto, 2000)

Na União Soviética, o desenvolvimento do campo de investigação em educação matemática, nos anos 60, ampliou o conhecimento sobre as causas dos erros nas operações fundamentais. Assim, o estudo realizado por Kuzmitskaya (apud Rico, op. cit.) localizou quatro causas de erros: (1) insuficiência de memória de curto prazo; (2) compreensão insuficiente das condições do problema; (3) ausência de regras verbais para realização de cálculos; (4) uso incorreto das quatro operações básicas. Da mesma forma, Rico aponta os estudos realizados por Menchinskaya sobre a regularidade dos erros na educação matemática, destacando igualmente quatro causas: (1) a realização incorreta de uma operação; (2) a compreensão conceitual insuficiente; (3) a distração, que provoca erros mecânicos; (4) a aplicação indevida das regras algorítmicas.

As quatro causas de erros citadas no texto acima foram importantes na elaboração dos critérios para análise dos erros na pesquisa. Também se observou a proposta de classificação de erros feita por Movshovitz-Hadar et al. (1987) apud Pereira Filho, Albano Dias. (2012) :

O modelo de Movshovitz-Hadar classifica o erro nas seguintes categorias:

Código A – Consideramos nesta categoria os erros relacionados à discrepância entre os dados do problema e a forma como foram utilizados, ou seja, o aluno retira os dados do problema, mas os utiliza de forma incorreta.

Código B – Nesta classe, estão os erros que se relacionam à tradução incorreta dos itens de uma para outra linguagem.

Código C – Nesta categoria, são incluídos os erros que se relacionam com raciocínios falaciosos, como, por exemplo, tirar conclusões inválidas de um conjunto de dados do problema.

Código D – Esta classificação inclui os erros que se relacionam às definições ou propriedades que não se aplicam no caso, como o uso da propriedade distributiva

para uma operação que não goza dessa propriedade. Ou seja, distorções na utilização de definições ou teoremas.

Código E – Neste caso, conforme os autores, “cada passo dado pelo aluno avaliado está correto em si, mas o resultado final, da forma como é apresentado, não é a solução para o problema proposto”. Em geral, isso acontece pelo fato de que o estudante não verifica a solução encontrada.

Código F – Nesta classe, estão incluídos os erros computacionais, como os de manipulação algébrica e os que envolvem o uso de algoritmos. Erros técnicos, erros de procedimentos passo a passo, na retirada de informações de tabelas e até mesmo na manipulação de símbolos algébricos elementares. (Movshovitz Hadar et al.(1987)).

Observando os critérios dos autores citados acima e buscando uma adequação ao tipo de erro encontrado na análise das provas dos alunos e aos resultados esperados dentro do ambiente e do grupo selecionado a autora desenvolveu uma tipologia de erro própria para essa pesquisa. Essa classificação é a seguinte:

Erro tipo 1: quando o aluno não apresenta o conhecimento específico da disciplina Cálculo I, por exemplo, não utiliza corretamente as técnicas de derivação; não reconhece o limite de uma função nem relaciona limites laterais com continuidade de funções.

Erro tipo 2: erro que o aluno comete por falta de conhecimentos básicos, por exemplo, não domina as técnicas de fatoração, não aplica corretamente as propriedades de potências, nem interpreta os gráficos de funções elementares.

Erro tipo 3: foram considerados os erros cometidos por distração do aluno, por exemplo, copiar um número diferente do enunciado, errar resultados de contas de somar ,subtrair, multiplicar e dividir.

Uma vez caracterizados os critérios para a divisão dos erros encontrados nas provas dos alunos, foi importante também decidir como seria o tratamento e interpretação dos resultados.

De acordo com Cury (2007), fez-se necessário dividir os dados segundo alguns critérios:

Já na fase de tratamento de resultados, a próxima etapa é a descrição das categorias, que pode ser feita por meio de apresentação de tabelas ou quadros, com indicação das distribuições de frequência das classes ou com aplicação de testes estatísticos sobre os dados. (Cury, 2007)

Os resultados obtidos nos questionários socioculturais foram então tabulados em gráficos de setores, mostrando o percentual de alunos em cada tipo de Engenharia (Civil ou Produção) e o percentual de alunos distribuídos nos tipos de escola de origem (particular ou pública). Foram utilizados também gráficos de colunas relacionando número de alunos por faixas de idades e por horas de estudos semanais. Quanto aos tipos de erro encontrados, tabelas foram organizadas contendo o percentual de erros encontrados em cada questão das provas, levando em conta também cada um dos tipos de erro.

### 3.1

#### **Análise dos Resultados do Questionário Sociocultural**

O questionário sociocultural foi respondido por 90 alunos da disciplina de Cálculo I das turmas de Engenharia de Produção e de Engenharia Civil 2015.2 das unidades Santa Cruz e Campo Grande da Universidade Cândido Mendes.

Para conhecer as principais características do grupo avaliado nessa pesquisa, foi aplicado um questionário sociocultural. Nele, diversos fatores ficaram evidenciados como: média de idade, turno em que cursava Engenharia (manhã ou noite), tipo de escola onde cursou o ensino fundamental e médio (particular ou pública), quanto tempo dedicava aos estudos por semana, se o aluno trabalhava ou não, qual o tempo médio de intervalo que havia entre o término do ensino médio e o início do curso superior, qual a percepção do aluno quanto ao próprio desempenho em disciplinas da área de exatas, qual a principal motivação para ingressar no curso de Engenharia.

Foram utilizados gráficos simples para ilustrar e facilitar a caracterização do grupo e para a confecção desses gráficos foi utilizado o software Create A Graph<sup>2</sup>, disponível na internet, gratuito e de fácil manuseio.

Por meio desse questionário foi possível traçar um perfil do grupo, caracterizado a seguir. Como pode ser observado na figura 1, dos 90 alunos de

---

<sup>2</sup> Create A Graf - <https://nces.ed.gov/nceskids/createagraph/> disponível na internet, gratuito e de fácil manuseio.

Cálculo I que responderam ao questionário observou-se que 52,2% eram de Engenharia de Produção e 47,8% de Engenharia Civil.

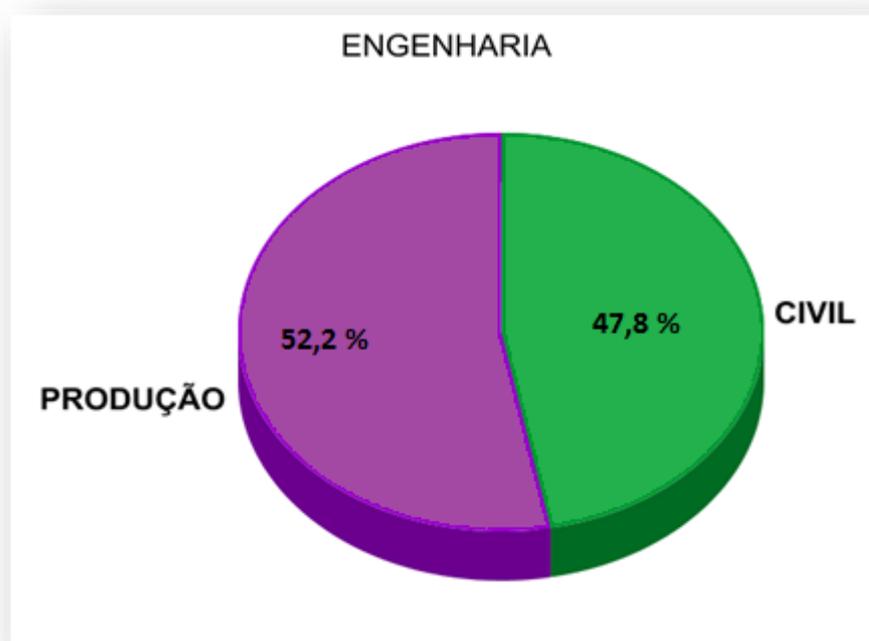


Figura 1 – Percentual aproximado de alunos por tipo de curso.

Fonte: Questionário socioeconômico-anexo A.

A distribuição dos alunos nos turnos manhã ou noite não foi levado em consideração na pesquisa por ter havido um grande fluxo de mudança de horário entre os alunos do grupo pesquisado depois do instrumento ter sido respondido e analisado.

Observou-se que o maior número de alunos tem entre 18 e 22 anos representando 44,4% do grupo, mas é válido salientar que 14,4% dos alunos têm mais de 32 anos e que a idade média do grupo é de 23 anos. Tais dados podem ser observados na figura 2.

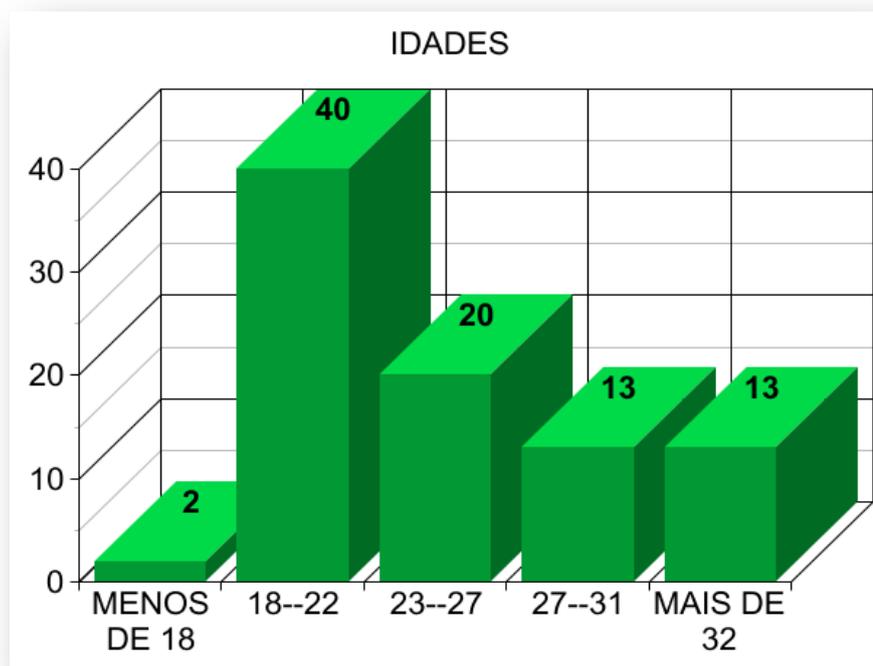


Figura 2 – Frequência por faixa de idade.

Fonte: Questionário socioeconômico-anexo A.

Apesar de perceber que o maior número de alunos tinha idade próxima a idade média do grupo, foi importante observar que o número de alunos com idade superior a 23 anos era bastante expressivo. Isso caracterizou o grupo como heterogêneo em função da idade, o que dificulta a elaboração de novas estratégias e impede, muitas vezes, a implementação eficaz de sugestões de diferentes abordagens de ensino.

Quanto ao tipo de escola onde cursaram o ensino médio, observou-se que 54,6% do grupo fizeram todo o ensino médio em escolas públicas e que 35,2% em escolas particulares da região, conforme figura 3. Foi importante ressaltar que 7% dos alunos fizeram todo o ensino médio no sistema supletivo e que 36% tiveram formação técnica profissionalizante.



Figura 3 – Caracterização do tipo de escola do ensino fundamental e médio.

Fonte: Questionário socioeconômico-anexo A com percentual aproximado.

Com relação às atividades exercidas de forma concomitante com a atividade acadêmica constatou-se que 16,6% do total de alunos não trabalhavam e dos que trabalhavam 28,2% trabalhavam na área de engenharia ou áreas correlatas. Esse dado tornou-se importante, pois uma das observações feitas pelos alunos do curso de Engenharia da UCAM era que a dupla jornada -Trabalho e Estudo – era um dos principais responsáveis pelo seu desempenho baixo ou insuficiente na disciplina de Cálculo I.

Quanto à rotina de estudos de Cálculo I, 47,7% dos alunos disseram que dedicavam de duas a quatro horas de estudos por semana enquanto 34,4% dedicavam menos de duas horas por semana aos estudos conforme pode ser observado na figura 4.

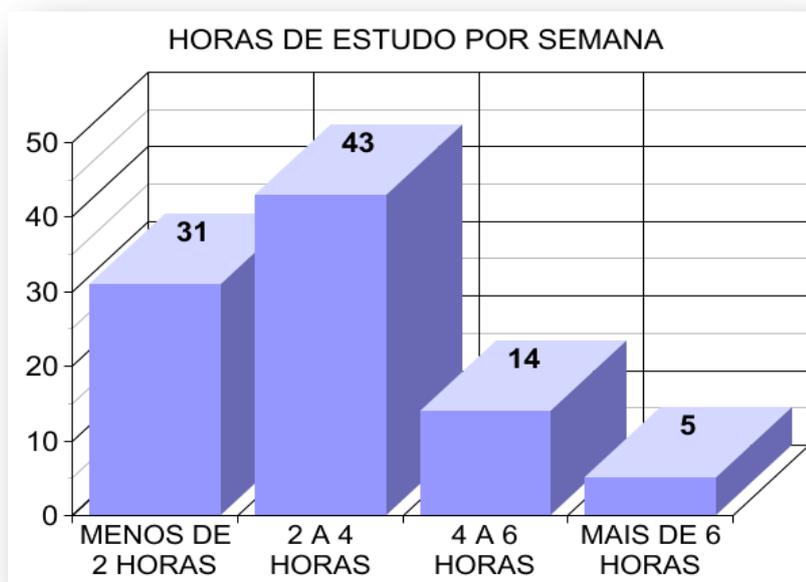


Figura 4 – Número de horas os alunos estudam por semana.

Fonte: Questionário socioeconômico - anexo A.

A observação da quantidade de horas dedicadas aos estudos da maioria dos alunos pesquisados foi relevante e motivou uma postura incentivadora da autora a uma mudança de hábitos de estudo dos alunos. Uma das sugestões propostas no final desta pesquisa é o incentivo à formação de grupos de estudos e o estímulo a buscas de outros tipos de materiais pedagógicos.

O desempenho dos alunos em disciplinas com conteúdos matemáticos foi avaliado por eles da seguinte maneira: 51,1% acreditavam ter uma boa desenvoltura em Matemática e matérias afins; 37,7% disseram ter um desempenho ruim enquanto 11,2% consideravam seu desempenho mediano, conforme figura 5 (com percentual aproximado).

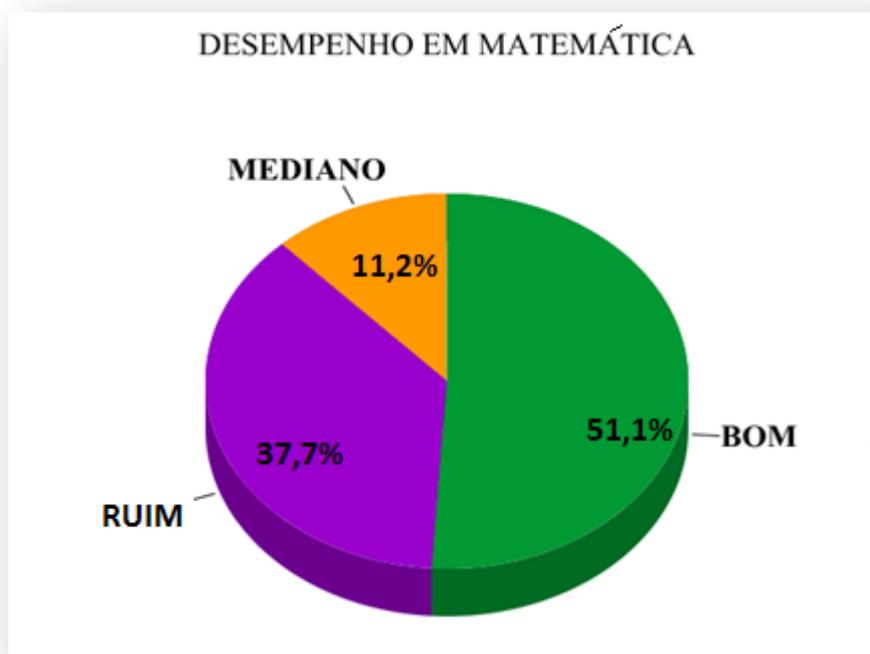


Figura 5 – Opinião dos alunos sobre o próprio desempenho em Matemática.

Fonte: Questionário socioeconômico-anexo A.

Muito curioso foi a observação desse resultado da pesquisa, no qual 51,1% dos alunos entrevistados percebiam seu desempenho em Matemática como bom e 11,2% como mediano e, no entanto, ao verificar o gráfico da figura 6 a seguir, que representava a média da turma na primeira avaliação, apenas 42,2% dos alunos obtiveram notas iguais ou superiores a 6 (média para passar direto na disciplina). Percebeu-se então que a autoanálise dos alunos quanto ao desempenho em Matemática não era muito precisa, o que costumava gerar muita frustração entre eles.

### 3.2

#### **Análise dos Resultados do Questionário com Professores**

Buscando compreender melhor as necessidades e dificuldades destes alunos do curso de Engenharia Civil e de Produção da UCAM, foi elaborado um pequeno questionário, apresentado em anexo, para ser respondido por alguns professores desse curso. O grupo de dezoito professores que respondeu ao questionário era bem heterogêneo e foi capaz de dar uma visão não tão específica das dificuldades e necessidades percebidas.

Responderam ao questionário oito professores dos primeiros períodos que eram matemáticos e lecionavam as disciplinas do curso básico: Matemática Básica, Cálculos I, II e III, Álgebra Linear, Análise Numérica, Estatística I e II, Matemática Financeira, Desenho Básico, Geometria Descritiva e Análise Vetorial.

Responderam também um físico e um químico e que lecionavam: Físicas I, II e III, Termodinâmica, Ciências dos Materiais, Fenômeno de Transportes, Ciência e Tecnologia dos Materiais, Sistemas Isostáticos, Mecânica dos Fluidos, Transmissão de Calor, Arranjos Físicos.

Finalmente, responderam ao questionário oito engenheiros que lecionavam: Introdução à Engenharia, Empreendedorismo, Pesquisa Operacional, Ciência da Computação, Sistemas de Informação, Lógica, Organização Industrial, Confiabilidade, Gestão de Qualidade, Planejamento e Controle da Produção (PCP) e da Manutenção (PCM), Automação I, Projetos de Arquitetura, Estrutura Metálica, Concreto e Madeira, Instalações prediais, Hidráulica, Resistência dos Materiais, Engenharia e Meio Ambiente, Gerenciamento Ambiental, Gestão de Pessoas e Gestão Estratégica.

O que se pôde observar com a análise das respostas do grupo foi que havia várias dificuldades na área da Matemática que os alunos apresentavam regularmente em todos os períodos, não só nos iniciais. Todos os professores citaram que gostariam que os alunos apresentassem maior domínio de conteúdos e conceitos de Matemática elementar e todos acreditavam que os erros cometidos pelos alunos em suas disciplinas eram principalmente devido a lacunas de conhecimentos anteriores. Todos assinalaram que se os alunos detivessem um maior domínio dos conteúdos do ensino fundamental e do ciclo básico, teriam um melhor desempenho nas suas disciplinas.

Os professores observaram que regularmente há necessidade de utilizar tempo de sua aula, pondo de lado seu conteúdo específico, para apresentar conteúdos fora da ementa da sua disciplina, por dúvidas e dificuldades apresentadas pelos alunos.

De acordo com o grupo de professores, os conteúdos importantes que os alunos deveriam ter maior domínio são: raciocínio lógico, interpretação de gráficos, manipulações algébricas, conversão de unidades, operações numéricas, potenciação, estatística básica, principais conceitos de: física, funções, aritmética básica e geometria plana.

Muitas sugestões foram dadas pelo grupo entrevistado, o que mostrou a preocupação dos docentes com o processo de ensino e aprendizagem.

Foi sugerido que fosse feita uma diagnose em cada turma para que fossem estabelecidos planos de ações específicos junto à coordenação para buscar sanear os problemas.

Foi sugerida também - por vários professores- a utilização sistemática de aulas de apoio, monitorias e utilização de atividades que estimulassem a formação de grupos de estudos.

Alguns professores sugeriram um aumento da carga horária de disciplinas como Matemática Básica, uma reorganização das ementas de algumas matérias e um maior rigor quanto à seleção dos alunos, aumentando o rigor do processo seletivo.

Neste grupo, foi nítida a preocupação com a formação do aluno como profissional completo e como indivíduo, uma vez que muitos professores sugeriram um maior estímulo à leitura, uma maior dedicação às regras da língua portuguesa e à interpretação de textos, um maior estímulo à apresentação de seminários pelos alunos e a participação dos alunos em palestras e *workshops* para desenvolver suas potencialidades e maior convívio com novas tecnologias que seriam instrumentos facilitadores de todo esse processo.

### 3.3

#### **Análise dos Resultados da P1**

O sistema de avaliação do curso de Engenharia da UCAM consiste em: se o aluno atingir 12 ou mais pontos na soma das notas da P1 e da P2 está automaticamente aprovado naquela disciplina. Se a soma for inferior a 12 pontos o aluno necessita fazer uma terceira prova, P3 (que contempla todo o conteúdo da disciplina), que substitui a menor das notas anteriores com o intuito de alcançar os 12 pontos.

Levando em conta que a média de duas notas deve ser 6, foi válido observar o desempenho do grupo de alunos na P1 quanto a média. Apenas 42,2% dos alunos obtiveram nota igual ou superior a 6 .



Figura 6 – Média do grupo na P1 com percentual aproximado.

Fonte: Estatística da autora.

Abaixo segue a tabela contendo as três categorias de erros já apresentadas na página 26. Essas categorias foram obtidas a partir da análise das provas, seguindo critérios adequados à realidade e ao objetivo da pesquisa:

Tabela 1 – Tipos de Erros.

ERRO TIPO 1	Quando o aluno não apresenta o conhecimento específico da disciplina Cálculo I, por exemplo, não utiliza corretamente as técnicas de derivação, não reconhece o limite de uma função nem relaciona limites laterais com continuidade de funções
ERRO TIPO 2	O aluno o comete por falta de conhecimentos básicos, por exemplo, não domina as técnicas de fatoração, não aplica corretamente as propriedades de potências, nem interpreta os gráficos de funções elementares
ERRO TIPO 3	Distração do aluno, por exemplo, copiar um número diferente do enunciado, errar resultados de contas de somar, subtrair, multiplicar e dividir.

Fonte: Dados da pesquisa.

A tabela abaixo apresenta o percentual de erros e acertos de cada questão da P1, distinguindo-se as questões certas, erradas e em branco e também foram categorizados os três tipos de erros caracterizados na tabela anterior:

Tabela 2 – Análise da frequência de erros das questões da P1 com percentual aproximado.

Nº DA QUESTÃO	CERTA	ERRADA	TIPO 1	TIPO 2	TIPO 3	EM BRANCO
1	47,8%	34,7%	19,1%	11,3	4,3%	17,5%
2	39,1%	46,1%	0,8%	44,5%	0,8%	14,8%
3	37,4%	50,4%	13,1%	26,9%	10,4%	12,2%
4	30,5%	61,7%	22,6%	34,8%	4,3%	7,8%
5	41,8%	54,7%	41,8%	10,4%	2,5%	3,5%
6	61,7%	36,6%	35,8%	0,8%	0%	1,7%
7	37,4%	54,8%	43,5%	11,3%	0%	7,8%
8	20,9%	57,4%	38,3%	19,1%	0%	21,7%

Fonte: Dados da pesquisa.

Observando a tabela acima, notou-se que a questão 4 foi a que apresentou o maior percentual de erros. No entanto como a questão possuía quatro itens independentes de determinação de limites e que foi considerada como errada quando o aluno cometia um ou mais erros, esse resultado não foi expressivo para a pesquisa.

As questões 1 e 8 foram as questões que os alunos mais deixaram em branco e, não por acaso, foram também as duas questões onde o conteúdo de derivadas, seja por definição ou utilizando a tabela, foi explorado. Percebeu-se, portanto, que como a ênfase do conteúdo para a prova era limites, os alunos se dedicaram a esse conteúdo preterindo o mais recente e mais complexo – derivadas. A questão 8, que continha dois itens independentes e consistia em determinar a derivada de funções que necessitariam de consulta à tabela ou domínio da técnica de derivação específica, apresentou alto índice geral de erros

mas os alunos que a fizeram, ou erraram na utilização da técnica de derivação ou na utilização incorreta das regras de potenciação.

A questão 6, por ser uma questão em que o aluno precisava apenas observar o gráfico da função e completar os itens com os limites laterais pedidos, apresentou um número baixo de alunos que deixaram em branco e nenhum aluno que tentou fazê-la errou por distração, acarretando 0% de erro tipo 3 (distrações ou operações elementares erradas).

A questão 7 foi escolhida para ser analisada individualmente com o objetivo de diagnosticar causas e origens dos erros cometidos pelos alunos ao analisarem uma função quanto à sua continuidade, levando em conta os conhecimentos algébricos para chegarem a essa conclusão. No item 3.3.2. da pesquisa, a questão 7 será analisada, confrontada e comparada com a análise da questão 8 da P2, que tratava de continuidade de funções observando os seus gráficos. O objetivo dessa comparação foi perceber a dificuldade dos alunos em relacionarem resultados algébricos com as respectivas interpretações gráficas do mesmo problema.

### 3.3.1

#### Apresentação e Análise da Questão 7 da P1

A questão 7 da primeira prova de Cálculo I está apresentada abaixo:

Verifique se a função  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x-3}{x-1}, & x > 1 \\ 5, & x = 1 \\ 2x + 2, & x < 1 \end{cases}$  é contínua no ponto com  $x = 1$ ,

**justificando com cálculos.**

Figura 7 – Questão 7 da prova P1.

A questão envolveu a análise de uma função quanto à sua continuidade em um determinado ponto, o que caracteriza a necessidade dos alunos de investigarem: o valor da função nesse ponto; a existência do limite da função nesse ponto; e de verificarem se o valor da função no ponto é ou não igual ao valor do limite. Vale observar que não foi esperado do aluno que ele conhecesse o

gráfico dessa função, sendo o objetivo verificar a continuidade apenas algebricamente. A seguir, uma questão corretamente resolvida por um dos alunos.

7ª Questão: (1,0 ponto) Verifique se a função  $f(x) = \begin{cases} x^2+2x-3, & x > 1 \\ 5, & x = 1 \\ 2x+2, & x < 1 \end{cases}$  é contínua no ponto com  $x = 1$ , justificando com cálculos

I  $f(1) = \boxed{5}$

II  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x-1} = \frac{0}{0}$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{(x+3)(x-1)}{x-1}$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = x+3 = 1+3 = \boxed{4}$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2x+2$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \cdot 1 + 2 = \boxed{4}$   
 $\exists \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \boxed{4}$

III  $f(1) \neq \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$   
 Portanto a função NÃO É CONTÍNUA.

Figura 8 – Questão 7 respondida corretamente.

Fonte: P1 – Material da pesquisa.

Uma das dificuldades apresentadas na questão foi que, para verificar a existência do limite, é necessário observar os limites laterais e nessa função um deles apresenta uma indeterminação. Era esperado que os alunos percebessem a necessidade de fatorar a função para então calcular o limite numa função equivalente mais simples.

Do total de provas analisadas, 37,4% dos alunos acertaram a questão 7; 7,8% deixaram a questão em branco; 11,3% erraram a fatoração; 43,5% não usaram os conhecimentos específicos de Cálculo I necessários, como limites laterais e valor numérico da função.

Observando a figura 9 - que mostra um dos erros cometidos pelos alunos - percebeu-se que mesmo tendo conhecimento dos requisitos exigidos pelo Cálculo I, para a avaliação da continuidade, os alunos não dominaram a técnica de fatoração levando-os enfim ao erro.

7ª Questão: (1,0 ponto) Verifique se a função  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x-3}{x-1}, & x > 1 \\ 5, & x = 1 \\ 2x+2, & x < 1 \end{cases}$  é contínua no ponto com  $x = 1$ , justificando com cálculos.

I  $\exists f(a) = f(1) = 5$   
 II  $\exists \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x+2 = 2(1)+2 = 4$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+2x-3}{x-1} = \frac{1+2(1)-3}{1-1} = \frac{0}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)} = 1-2 = 1$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} = 4$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} = 1$   
 III como  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  Não é contínua

Figura 9 – Questão 7 que apresenta erro de fatoração.

Fonte: P1 – Material da pesquisa.

Observando a figura 10 percebeu-se que os alunos não assimilaram as ideias de limite laterais e limites da função no ponto.

7ª Questão: (1,0 ponto) Verifique se a função  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x-3}{x-1}, & x > 1 \\ 5, & x = 1 \\ 2x+2, & x < 1 \end{cases}$  é contínua no ponto com  $x = 1$ , justificando com cálculos

$f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x-1}$       $f(0) = 2(0)+2$   
 $f(2) = \frac{4+4-3}{2-1}$       $f(0) = 0+2$   
 $f(2) = \frac{8-3}{1}$       $f(0) = 2$   
 $f(2) = \frac{5}{1}$   
 $f(2) = 5$

Figura 10 – Questão 7 com erro de conceito de Cálculo I.

Fonte: P1 – Material da pesquisa.

O que foi possível perceber analisando os erros da questão 7 da P1 foi que os alunos tiveram dificuldades em fatoração, valor numérico e que esses erros de conceitos básicos de Matemática foram suficientes para levá-los a errar a questão.

Conhecendo estas dificuldades, dentro do plano de curso da disciplina de Cálculo I, seria oportuna a inclusão, nas duas primeiras aulas do período, de uma revisão específica de fatoração e de valor numérico de funções. Todos os exercícios de aula e os exercícios propostos deveriam ser feitos de forma completa, não excluindo nenhuma etapa ou cálculo, justamente para reforçar as técnicas e dar ao aluno um material mais completo para estudo em casa.

Dentro do plano de curso de Matemática Básica seria interessante enfatizar a parte da Álgebra que contém as operações algébricas, exercitando muito a ideia de produtos notáveis e reforçando o reconhecimento da fatoração como o inverso da multiplicação de binômios, o que favoreceria as simplificações de frações algébricas.

### 3.3.2

#### **Análise da Questão 8 da P2 comparando com Resultados da Questão 7 da P1**

A questão 8 da prova P2 está apresentada a seguir:

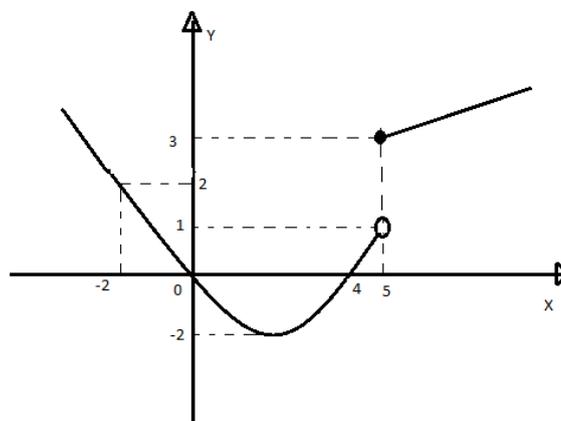
Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada pelo gráfico abaixo, responda o que se pede:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) =$$



$f(x)$  é contínua para  $x=5$ ? Justifique.

Figura 11 – Questão 8 da prova P2.

Fonte: P2 – material da pesquisa.

Uma vez observada a questão 7 da P1 que objetivava verificar algebricamente a continuidade de uma função sem o conhecimento do seu gráfico, valeu a pena observarmos o desempenho dos alunos ao verificar a continuidade de uma função, agora graficamente. Para isso, foi escolhida a questão 8 da prova P2.

O objetivo específico de comparar as análises dos resultados da questão 7 da P1 com os resultados da questão 8 da P2 foi perceber as dificuldades que os alunos apresentam em relacionar os resultados obtidos algebricamente com os resultados obtidos a partir da observação do gráfico das funções. Essas dificuldades puderam ser observadas e analisadas quando da obtenção dos limites laterais algébrica e graficamente de regiões da função com descontinuidade e ainda em regiões da função que apresentavam continuidade.

A questão envolveu a análise da continuidade de uma função a partir da observação do seu gráfico. Foi necessário que o aluno investigasse os limites laterais nos pontos pedidos, isto é, para  $x = 0$  e para  $x = 5$ , e que interpretasse o gráfico percebendo naturalmente a continuidade da função para  $x = 0$  e a descontinuidade da função para  $x = 5$ . Segue uma questão respondida corretamente por um aluno, inclusive justificando sua resposta com os conhecimentos algébricos já abordados na questão anterior.

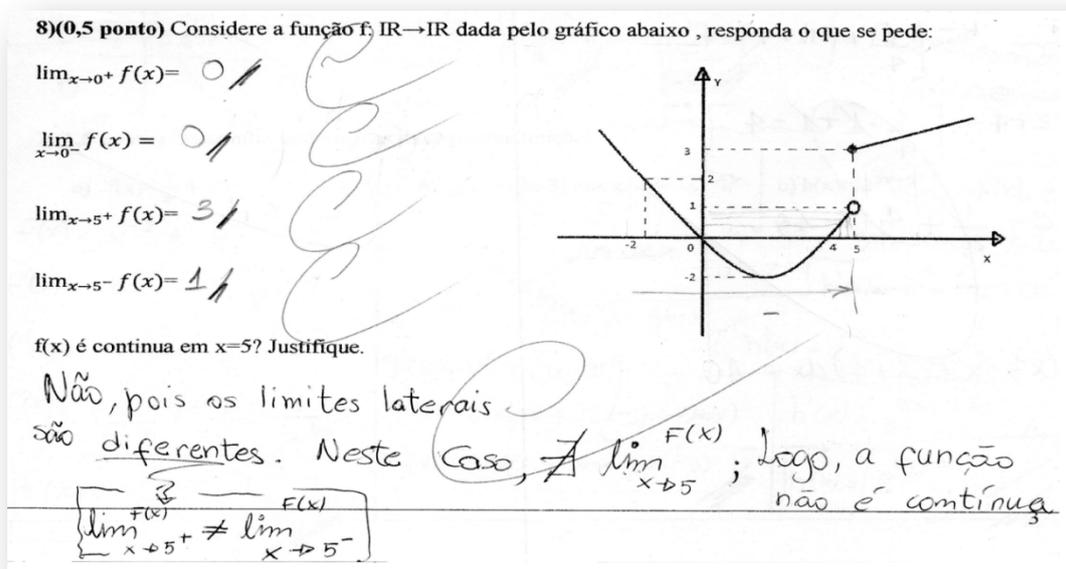


Figura 12 – Questão 8 da P2 respondida corretamente.

Fonte: Material da pesquisa.

Do total de 92 provas observadas verificou-se que os alunos tiveram dificuldade em perceber a descontinuidade da função para  $x=5$ , apresentada no gráfico. Apenas 37% acertaram a questão; dos 20,4% dos alunos que tiveram erros tipo 1 (erros em conteúdo de Cálculo I) 2,4% cometeram erros na observação dos limites laterais da função para  $x = 5$  e observou-se que aproximadamente 10% dos alunos não conseguiram perceber a ideia, mesmo que intuitiva, de limite da função, limite lateral e nem tampouco continuidade, utilizando erradamente a noção de função crescente, como mostra a questão errada de um aluno na figura 13. Observou-se também que 10% não conseguiram responder sobre a continuidade para  $x = 0$  isto é, região onde a função é contínua.

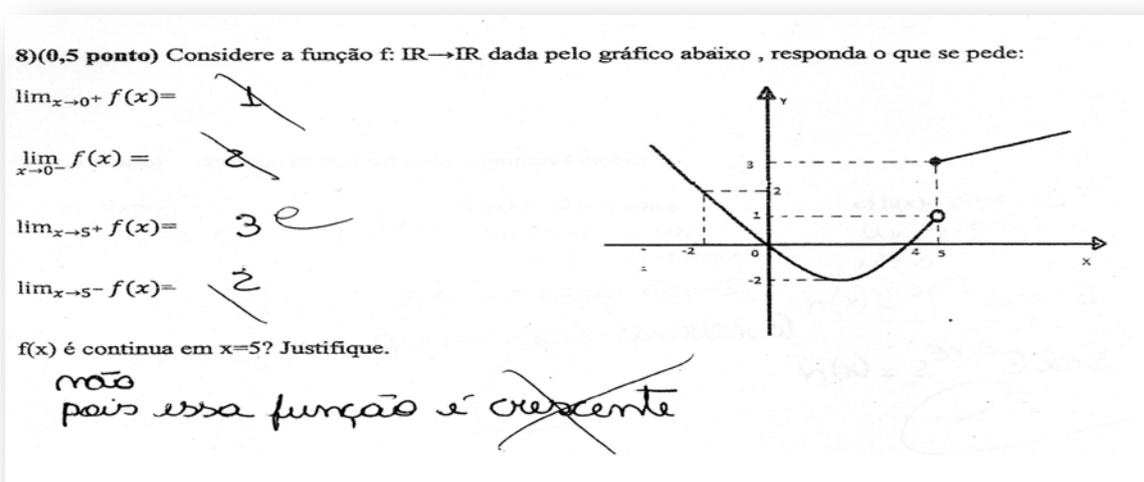


Figura 13 – Questão 8 com erro em limites laterais onde a função é contínua ou não.

Fonte: Material da pesquisa.

Diante das dificuldades encontradas pelos alunos com interpretação de gráficos e dos obstáculos de compreensão de limites laterais, foi oportuno esclarecer que o trabalho com funções, seus respectivos gráficos e estudos do sinal e de seu crescimento têm sido o objetivo final da disciplina de Matemática Básica. Esse reforço nesse conteúdo específico é importante não só para Cálculo I como para outras disciplinas do curso como Estatística, Planejamento e Controle da Produção, Organização Industrial entre outras. Percebeu-se também que 10% dos alunos não foram capazes de responder corretamente os limites laterais de uma função em um ponto onde a função é contínua, isto é, onde seus limites laterais são iguais.

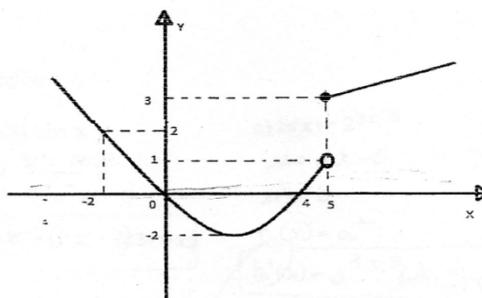
8)(0,5 ponto) Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada pelo gráfico abaixo, responda o que se pede:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 1$$



$f(x)$  é contínua em  $x=5$ ? Justifique.

Não é contínua pois quando o valor de  $x$  se aproxima de 5 há um salto nos valores.

Figura 14 – Questão 8 com erro em limite lateral onde a função é contínua.

Fonte: Dados da pesquisa.

No decorrer do curso de Matemática Básica - entre todos os conteúdos existentes - seria importante trabalhar de maneira exaustiva a confecção de gráficos de diversas funções, sempre apresentando os cálculos para obtenção de pontos do gráfico como também o estudo do sinal das respectivas funções.

Com o objetivo de reforçar e aprimorar a confecção de gráficos, tem sido dado aos alunos um trabalho com cem funções que devem ter seus gráficos construídos incluindo seus estudos do sinal. Esse trabalho deveria ser feito em grupo pelos alunos de modo que as experiências individuais fossem compartilhadas.

A fim de nivelar os conhecimentos de alunos ingressantes no curso de Engenharia, tanto Civil quanto de Produção, na UCAM, tem sido oferecida a disciplina Matemática Básica que é pré-requisito para Cálculo I. Matemática Básica tem carga horária de 6 tempos semanais, presenciais; uma carga horária total de 120 horas; livre de pré-requisitos e é oferecida no primeiro período do curso de Engenharia, tanto Civil como de Produção, e sua ementa é composta de diversos conteúdos dos ensinamentos fundamental e médio.

O objetivo da disciplina é apresentar e revisar os principais conceitos matemáticos cujo conhecimento por parte do aluno é fundamental para a compreensão das disciplinas matemáticas que compõem a grade do curso de

Engenharia de Produção e Civil fazendo com que os alunos tenham as lacunas de conhecimentos preenchidas para começar principalmente a disciplina de Cálculo I sem muitos problemas. A síntese do conteúdo é: Conjuntos Numéricos; Expressões Algébricas; Funções; Gráficos. A Ementa de Matemática Básica do curso é apresentada na íntegra no ANEXO F para caracterizar quais são os conhecimentos que os alunos devem ter ao ingressar em Cálculo I, uma vez que Matemática Básica é pré-requisito para Cálculo I.

### 3.4

#### Análise dos Resultados da P2

Na segunda prova de Cálculo I, apenas 92 alunos estiveram presentes, o que mostrou que dos 115 que fizeram a P1, 20% não fizeram a P2. Estes números mostraram que parte abandonou o curso de Engenharia ao se deparar com as primeiras dificuldades. Percebeu-se que, no período de 2015.2, 20 alunos que se inscreveram, inicialmente, na disciplina de Cálculo I não concluíram as provas. Dos 92 que fizeram a P2, o resultado obtido está representado no gráfico:

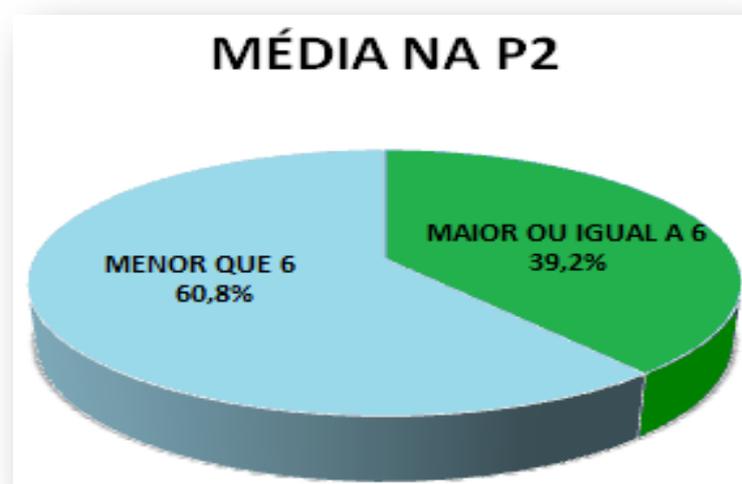


Figura 15 – Média dos alunos na P2 com percentual aproximado.

Fonte: Estatística da autora.

Foram analisadas as questões 7 e 8 da segunda prova. As categorias de erros foram as mesmas das que foram utilizadas na análise da P1. Os resultados obtidos nessas duas questões podem ser vistos abaixo com percentual aproximado:

Tabela 3 – Frequência dos tipos de erros nas questões 7 e 8 da prova P2.

Nº DA QUESTÃO	CERTA	ERRADA	TIPO 1	TIPO 2	TIPO 3	EM BRANCO
7	32%	50%	16%	22%	12%	18%
8	37%	62%	20,4%	25,6%	16%	1%

Fonte: Estatística da autora.

### 3.4.1

#### Apresentação e Análise da Questão 7 da P2

A questão 7 da segunda prova de Cálculo I está apresentada abaixo:

**Calcule a área limitada pelas curvas  $y = x^2 - 9$  e  $y = 9 - x^2$ , apresentando um esboço do gráfico das funções e da respectiva área.**

Figura 16 – Questão 7 da prova P2.

Fonte: P2 – material da pesquisa.

A questão envolveu o cálculo de áreas entre curvas utilizando integrais definidas. Os pré-requisitos matemáticos esperados eram que o aluno reconhecesse inicialmente que as duas funções apresentadas no enunciado eram do segundo grau e que eram representadas graficamente por duas parábolas. Esse conhecimento foi previamente apresentado a eles nas aulas de Cálculo I, além de ter sido largamente trabalhado em Matemática Básica. O aluno precisava fazer um esboço da área entre as curvas e encontrar, através de uma equação, os pontos de intersecção das curvas, pontos que serviriam de limites de integração superior e inferior. Observe uma questão completamente correta desenvolvida por um aluno.

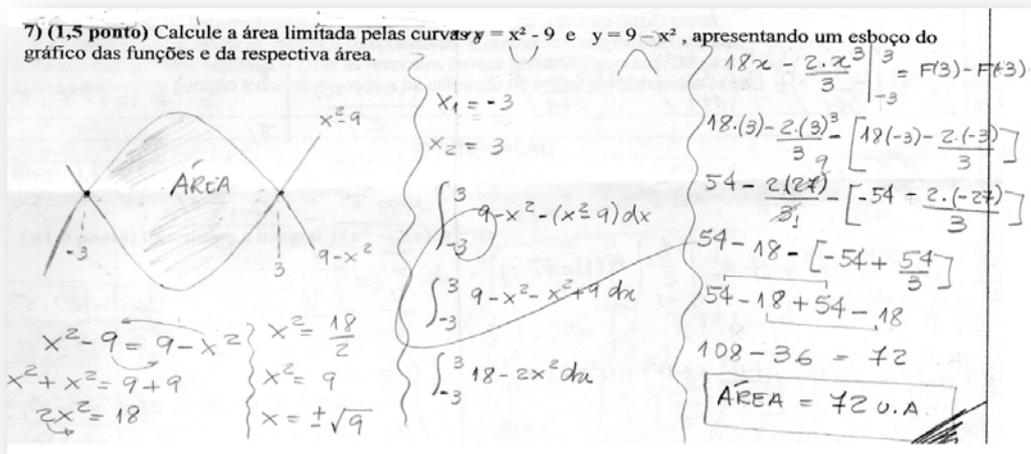


Figura 17 – Questão 7 da P2 corretamente resolvida.

Fonte: Dados da pesquisa.

Um conhecimento que pertencia ao Cálculo I exigido foi: relacionar a área compreendida entre duas curvas com a modelagem de uma integral definida, identificando os limites de integração inferior e superior como sendo os pontos onde as curvas se intersectam. Era necessário também conhecer as regras básicas de integração definida.

É importante salientar que o aluno ainda precisaria analisar seus resultados e verificar que uma vez que estava fazendo o cálculo de uma área, o resultado encontrado não deveria ser negativo nem tampouco nulo.

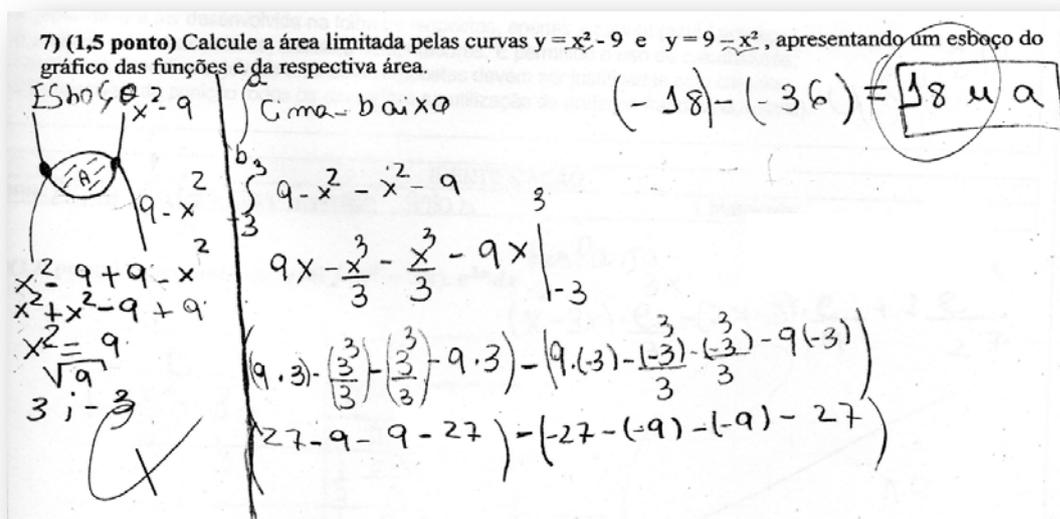


Figura 18 – Questão 7 da P2 com erro em não utilização dos parênteses.

Fonte: Dados da pesquisa.

Observe agora um tipo de erro muito comum cometido pelos alunos: a troca de sinal por não utilizar os parênteses para subtrair uma função da outra. Ao não dominar o conhecimento da regra da distributividade, os alunos muitas vezes cometiam erros em operações básicas, pois não assimilaram que quando um sinal negativo se apresenta à frente de parênteses com uma expressão algébrica dentro que no caso do exercício da prova era um binômio - era necessário escrever o simétrico de cada monômio da expressão. Podemos observar na figura 18 um desses erros.

Observe agora que, apesar de usar corretamente os conhecimentos de Cálculo I de áreas através de integrais e de ter o cuidado de colocar as funções entre parênteses evitando erros com sinais, o aluno cometeu erros ao fazer substituições elementares, errando potências simples levando-o enfim ao erro.

7) (1,5 ponto) Calcule a área limitada pelas curvas  $y = x^2 - 9$  e  $y = 9 - x^2$ , apresentando um esboço do gráfico das funções e da respectiva área.

$a = -3$   $b = +3$   
 $x^2 - 9 = 9 - x^2$   
 $x^2 + x^2 - 9 - 9 = 0$   
 $2x^2 - 18 = 0 \div 2$   
 $x^2 - 9$   
 $(x+3)(x-3)$

$A = \int_{-3}^{+3} (9 - x^2) - (x^2 - 9)$   
 $9 - x^2 = x^2 + 9$   
 $-\frac{2}{3}x^3 + 18x$   
 $-\frac{2}{3}(3)^2 + 18(3) - (-\frac{2}{3}(-3)^2 + 18(-3))$   
 $-\frac{18}{3} + 54 - (-\frac{18}{3} + 18(-3))$   
 $\pm 54 + 54 = 108$

Figura 19 – Questão 7 da P2 com erro em substituição simples.

Fonte: Dados da pesquisa.

No decorrer do curso de Cálculo I, com a finalidade de deixar as técnicas de derivação e de integração bem fixadas pelos alunos, um grande número de exercícios deveria ser feito em aula e muitos deveriam ser dados como tarefa doméstica. Têm sido propostos dois trabalhos de finalização de período, valendo uma pontuação de dois pontos a ser somada ao valor da prova (oito pontos). O primeiro trabalho consta de cem exercícios de derivadas, e o segundo de cem

exercícios de integrais sempre visando ao desenvolvimento do aluno e esperando que a partir de um esforço e dedicação pessoal os conteúdos fiquem mais bem assimilados.

Uma vez que os alunos ingressantes no curso de Engenharia têm como matéria inicial Matemática Básica e que esta disciplina é pré-requisito para Cálculo I, é possível montar uma ementa de Cálculo I levando em conta apenas os conteúdos específicos dessa disciplina.

O objetivo da disciplina Cálculo I é apresentar aos alunos os conceitos relativos a limites, derivadas e integração de funções, de modo a capacitá-los a resolver os problemas da disciplina e prepará-los para futuras disciplinas. A síntese do conteúdo é: Limite, Continuidade, Derivada e Integração.

Para melhor compreensão da sequência de conteúdos apresentados na disciplina, a Ementa de Cálculo I pode ser observada na íntegra no anexo (ANEXO G).

## 4

### Sugestões e Estratégias

Uma vez que a observação e a análise dos erros foram feitas, que as respostas dos professores aos questionários foram analisadas e levando em conta a experiência da autora em sala de aula, algumas sugestões e estratégias puderam ser apresentadas: novas abordagens que poderiam ser utilizadas com objetivo de reforçar os conteúdos matemáticos e variações nas técnicas e na metodologia de ensino, que seriam suficientes para atingir o aluno de formas diferentes, utilizando o erro não como fim, mas como instrumento da construção do conhecimento.

#### 4.1

##### Estratégias em Matemática Básica

-Algumas estratégias já vinham sendo utilizadas pela autora na disciplina de Matemática Básica, objetivando fortalecer os conteúdos matemáticos que seriam requisitos para a próxima disciplina Cálculo I e outras estratégias e abordagens novas serão desenvolvidas pela autora a partir dos resultados dessa pesquisa.

##### 4.1.1

##### Estratégias que eram Utilizadas pela Autora antes da Pesquisa

A execução de muitos exercícios em aula, sempre com a apresentação completa dos cálculos era muito importante para que o caderno do aluno se tornasse um material de apoio e de estudo eficiente.

A apresentação da relação entre produtos notáveis e fatoração, explorando essas técnicas em exercícios que intercalavam a atividade de desenvolver o produto de binômios com a de fatorar expressões, buscou fazer com que o aluno ao relacionar os assuntos deixasse de decorar técnicas e compreendesse as operações envolvidas.

A inclusão de momento de revisão a cada vez que um conteúdo que continha déficit de conhecimento se apresentasse era muito importante para que o aluno se sentisse a vontade para pedir ajuda e a partir daí fosse incentivado a buscar em outras fontes bibliográficas mais exercícios.

A execução de um trabalho que contém cem gráficos foi importante para reforçar os conhecimentos de execução e análise de gráficos de funções diversas.

#### 4.1.2

#### **Novas Estratégias**

A execução de atividades em grupo passará a ser estimulada pela autora, uma vez que o aluno pode observar os erros e acertos não só dele, mas também dos colegas, enriquecendo assim a construção do saber sobre determinado aspecto.

Incentivar os alunos a procurarem por vídeo aulas, monitorias e o uso de diferentes materiais de estudo que os auxiliem nos conteúdos será uma prática constante, pois o aluno precisa desenvolver um método próprio de estudar e de se relacionar com novos conteúdos e suas possíveis dificuldades.

A autora realizará uma aula de correção de provas, dando aos erros cometidos pelos alunos uma chance de se tornarem instrumento de aprendizagem e deixem de ser tratados como marcas daquilo que não se aprendeu.

Paralelamente a confecção do trabalho de cem gráficos que a autora já utilizava, será incentivada a utilização dos softwares citados na pesquisa: Create A Graf e GEOGEBRA<sup>3</sup> para tornar mais rápido, moderno e interessante o estudo de funções e seus comportamentos.

A disciplina de Recursos Computacionais oferecidas no PROFMAT e a utilização do GEOGEBRA foram muito importantes para que a autora se modernizasse, aprendendo a utilizar ferramentas mais adequadas ao novo perfil de alunos, incentivando-os a buscarem sempre novas abordagens para antigos conteúdos.

---

<sup>3</sup> GEOGEBRA é um aplicativo de Matemática que combina conceitos de Álgebra e Geometria e de livre distribuição, indicado para ser utilizado em sala de aula, pois é capaz de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto.

## 4.2

### Estratégias em Cálculo I

Algumas estratégias já vinham sendo utilizadas pela autora na disciplina de Cálculo I, apresentando os conteúdos matemáticos novos como limites e derivadas, sempre fazendo relações com as funções já estudadas em Matemática Básica e outras estratégias e abordagens novas serão desenvolvidas pela autora a partir dos resultados dessa pesquisa.

#### 4.2.1

##### Estratégias Utilizadas pela Autora antes da Pesquisa

A aula de revisão no início do período com enfoque na construção de gráficos de funções que apresentassem descontinuidade era muito importante para que os alunos pudessem rever e se aproximar da ideia intuitiva de limites de funções a partir da observação de gráficos.

Também na aula de revisão eram salientadas as relações entre produtos notáveis e fatoração, lembrando as técnicas empregadas em Matemática Básica.

A execução de todos os exercícios de aula sempre com a apresentação completa dos cálculos era muito importante para que o caderno de aula do aluno se tornasse um eficiente material de apoio e estudo.

A inclusão de momento de revisão a cada vez que apareça um conteúdo em que o aluno apresente déficit de conhecimento, mesmo que de conteúdos de Matemática Básica, dava oportunidade ao aluno de pedir ajuda e de ser orientado em qual material extraclasse deve buscar a solução.

A execução de exercícios de cem derivadas com as diversas técnicas de derivação misturadas foi importante para desenvolver o reconhecimento de qual técnica usar e treinar o aluno a utilizar a tabela de derivadas.

A execução de exercícios de cem integrais com as diversas técnicas de integração misturadas objetivou proporcionar o desenvolvimento da habilidade de reconhecer qual técnica usar e dominar corretamente as operações envolvidas e a utilização da tabela de integração.

## 4.2.2

### Novas Estratégias

A formação de grupos de estudos para que as experiências individuais sejam compartilhadas será estimulada pela autora, uma vez que o aluno poderá utilizar a análise de seus erros e acertos, mas também de seus colegas.

A fim de fazer com que os erros cometidos pelos alunos deixem de ser ignorados como instrumentos de aprendizagem, a autora realizará uma aula de correção de provas salientando a importância da verificação, interpretação das respostas.

A autora apresentará aula de gráficos no GEOGEBRA relacionando crescimento das funções e seus pontos críticos com as derivadas das funções, sempre incentivando o aluno a buscar novas técnicas.

A disciplina de Recursos Computacionais oferecidas no PROFMAT e a utilização do MAPLE<sup>4</sup> foram muito importantes para que a autora se modernizasse e pudesse oferecer aos alunos opções de ferramentas que tornam o ensino de Cálculo I mais agradável e fácil. Apesar de não serem possíveis aulas em laboratórios de informática utilizando o MAPLE, a autora fará uma demonstração do potencial do programa como importante ferramenta de ajuda aos estudos do Cálculo I.

A autora buscará desenvolver um material contendo todas as suas aulas em vídeo, que serão disponibilizadas em ambientes adequados, para que os alunos possam rever as explicações quantas vezes forem suficientes para a assimilação do conteúdo.

## 4.2.3

### Um Exemplo de Estratégia Utilizada por uma Aluna

Esta última estratégia citada teve uma motivação peculiar. Na sala de aula, muitas vezes o professor não consegue influenciar todos os alunos e tampouco

---

<sup>4</sup> MAPLE é um sistema algébrico computacional, comercial de uso genérico e não gratuito. Constitui um ambiente informático para a computação de expressões algébricas, simbólicas, permitindo o desenho de gráficos a duas ou a três dimensões.

entender suas reais dificuldades e métodos - usados por eles - para atingir seus objetivos.

Uma aluna em especial, no primeiro dia de aula de Cálculo I, estava com um olhar apavorado na primeira cadeira e pelas suas dúvidas foi fácil perceber que a distância que havia entre a matéria que estava sendo explicada e os conhecimentos prévios dela era enorme.

Investigando com o professor da matéria anterior a Cálculo I e também seu pré-requisito - Matemática Básica - ficou claro que a aluna tinha muitas dificuldades e diversas lacunas de conhecimentos em Matemática, talvez devido à sua formação no ensino médio ter sido toda no sistema de supletivo.

Foi dada então autorização à aluna para, na aula seguinte, passar a gravá-la em vídeo, pois ela faria uma tentativa de, ao assistir de novo, talvez assimilar melhor o conteúdo. Inicialmente, a professora/autora relutou em permitir a filmagem temendo que esta tirasse a naturalidade da aula e que esta técnica pudesse, inclusive, atrapalhar a aluna na participação da aula.

Sistematicamente a aluna filmou as aulas todas até que enfim chegou o dia da primeira prova. Muito nervosa ela sentou-se no mesmo lugar na primeira fila.

Constatou-se que a aluna tirou nota 9, superando as expectativas mais otimistas da professora/autora.

Tornou-se relevante procurá-la para saber qual foi a técnica utilizada por ela para obter um desempenho tão bom e inesperado.

Foi elaborada uma entrevista com ela e que será transcrita a seguir.

A aluna relata que saía de casa muito cedo para trabalhar, retornando ao fim do dia, e que, em algumas noites, ia à faculdade para assistir às aulas e nas noites livres ela se dedicava a assistir ao vídeo da aula de Cálculo I da semana. Também no fim de semana dedicava muitas horas de estudo, assistindo novamente ao vídeo até sentir que já havia compreendido o assunto. A aluna então reproduzia no seu caderno e em quase infinitas folhas de rascunho tudo aquilo que havia sido dado em sala até que achasse que estava suficiente. Quando uma nova semana começava, com a aula de Cálculo I na segunda-feira, toda essa rotina era repetida com a aula em vídeo da semana. Assim, de acordo com a aluna, depois de muitas horas de vídeos, de muitas folhas de papel, o resultado pretendido foi obtido. A nota nove na primeira prova veio coroar todo o esforço.

A aluna passou então a distribuir os vídeos para um grupo de alunos que se mostraram interessados e que, a partir daí, também acreditaram que poderiam conseguir um bom desempenho. Muitos de seus colegas também conseguiram êxito e nesta turma foi onde foram observados os melhores rendimentos individuais.

Como complemento ao caderno que contém muitos exercícios dados no quadro com riqueza de cálculos e explicações, a partir dessa experiência, vídeos das aulas serão disponibilizados semanalmente em ambiente acadêmico adequado e os alunos serão incentivados a assistir sempre que sentirem necessidade de reforço de conteúdo ou quando surgirem de dúvidas.

### 4.3

#### **Estratégias Sugeridas por Professores**

A partir da análise das respostas dos professores do curso de Engenharia, observou-se que muitos verificaram que a deficiência em conteúdos de Matemática Básica era fator relevante e principal causa dos pequenos insucessos nas suas disciplinas. Podemos verificar, portanto, que a preocupação com o desempenho do aluno pertence a todos nós.

O curso de Engenharia vem sofrendo várias modificações, principalmente em suas ementas sempre objetivando o melhor desempenho do aluno ingressante desde o início como em todo o decorrer do curso.

A partir de 2016.1, as ementas de Matemática Básica e Cálculo I sofrerão modificações consideráveis: onde tínhamos 6 tempos semanais de Matemática Básica, no primeiro período, passarão a existir 6 tempos de Matemática Básica e mais 6 tempos de uma nova disciplina Pré-Cálculo, também no primeiro período. A nova Matemática Básica constará de revisão de conteúdos de Aritmética, Geometria e Trigonometria enquanto que o Pré-Cálculo constará de estudo da Álgebra, funções, gráficos até chegar a limites, conteúdo que deixa de ser de Cálculo I, que passará por sua vez a constar de derivadas e integrais e seus problemas. As novas Ementas dessas disciplinas encontram-se na íntegra nos anexos. Nova Ementa de Matemática Básica (Anexo H), Ementa de Pré-Cálculo (Anexo I) e Nova Ementa de Cálculo I (Anexo J).

## 5

### Conclusão

(Freire, 1996) Não importa com que faixa etária trabalhe o educador ou a educadora. O nosso é um trabalho realizado com gente, miúda, jovem ou adulta, mas gente em permanente processo de busca.

Considerando que, no processo de ensino e aprendizagem, tanto o acerto como o erro podem ter a mesma importância na formação do aluno, é importante não relacionar erros com fracassos e sim com infintos caminhos para a construção do conhecimento.

Sempre buscando melhores técnicas e estratégias para melhorar o processo de ensino e aprendizagem essa pesquisa teve como elemento motivador a análise dos erros cometidos pelos alunos do curso de Engenharia de Produção e Civil da UCAM.

Por meio dessa pesquisa, foi possível observar que os alunos pesquisados ingressaram no curso de Engenharia sem dominar os conteúdos básicos da Matemática necessários para um desempenho razoável na compreensão dos conteúdos específicos de Cálculo I.

Entende-se que esta falta de domínio do conteúdo reflete-se diretamente no trabalho desenvolvido em sala de aula.

Durante o período da pesquisa, percebemos que a falta de desenvoltura em conceitos básicos de Matemática poderia ser atribuída, por um lado, ao fato de muitos alunos não terem tido ensino médio e fundamental que tivesse dado ênfase a esses conteúdos matemáticos e, por outro lado, muitos alunos dedicavam, no decorrer do curso de Engenharia, poucas horas de estudos a essas e outras disciplinas.

Buscou-se, por intermédio da análise de questões básicas, identificar quais os erros mais frequentes dos alunos, sempre com o objetivo de desenvolver um conjunto de estratégias, tanto didáticas como metodológicas, que fossem capazes de auxiliar os alunos e de sanar essas dificuldades.

Foi observado também que erros em conceitos básicos de Matemática comprometiam o aproveitamento dos alunos não só na disciplina de Cálculo I,

mas também de outras no decorrer do curso de Engenharia, conforme relatado por outros professores de disciplinas dos períodos mais avançados.

Os resultados obtidos contribuíram para uma reflexão quanto às metodologias usadas, aprimoramento de técnicas de avaliação e de elaboração de material didático, sempre com base na análise dos erros do grupo, fazendo com que essa análise fosse uma ferramenta importante para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

Algumas estratégias foram reforçadas e outras deveriam ser consideradas no decorrer do curso, na certeza de um aprimoramento do professor e de seus recursos didáticos e no desenvolvimento do aluno e de suas técnicas de estudos.

A pesquisa realizada serviu para despertar um olhar mais investigativo para os erros dos alunos transformando a análise dos mesmos em poderoso instrumento de compreensão e de orientação para um trabalho mais eficaz e coerente.

Por fim, tem-se a esperança de que a conclusão desse trabalho e as reflexões por ele geradas signifiquem que haverá uma continuidade no processo investigativo dos erros cometidos, tanto pelos professores como pelos alunos.

## Referências bibliográficas

CAVASOTTO, M. (2010). *Dificuldades na aprendizagem em Cálculo: o que os erros cometidos pelos alunos podem informar*. Porto Alegre: Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Faculdade de Física, PUCRS.

CURY, H. N. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica.

FREIRE, P. (1996). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra (Coleção Leitura).

GRANELL, C. (1994). *Las matemáticas en primera persona. Cuadernos de Pedagogía*. Barcelona: Editorial Fontalba, nº221, pp.17-18; In: PINTO(2000).

MOVSHOVITZ-HADAR, N. (1987). *An empirical classification model for errors in high school mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education, v.18, n.1, p.3-14; In: PEREIRA FILHO (2012).

PEREIRA FILHO, A. D. (2012). *Análise de erros produzidos por estudantes de um curso de Engenharia Civil na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I*. Canoas - RS: Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de pós graduação, ULBRA.

PINTO, N. B. (2000). *O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar*. Campinas-SP: Papirus.

RICO, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Colômbia: Grupo Editorial Iberoamérica; In: PINTO (2000).

## 7. Anexos

### 7.1. Anexo A - Questionário Sociocultural

Caro aluno

Este questionário é parte da pesquisa que estou desenvolvendo com a finalidade de conhecer as dificuldades dos alunos nas disciplinas de Matemática Básica e/ou Cálculo I. Preciso, portanto, de sua colaboração para preencher este questionário com a maior sinceridade. Não é necessário colocar seu nome, pois este instrumento é apenas o primeiro passo para uma coleta de dados para traçar um perfil dos alunos dessas disciplinas dos cursos de engenharia de produção e civil.

- 1) Qual seu curso:
  - a) Engenharia Civil
  - b) Engenharia de Produção
- 2) Qual seu turno:
  - a) Manhã
  - b) Noite
- 3) Em que tipo de escola você cursou o ensino **fundamental**?
  - a) Todo em escola pública
  - b) Todo em escola particular
  - c) A maior parte em escola pública
  - d) A maior parte em escola particular
  - e) Escola pública e particular
- 4) Em que tipo de escola você cursou o ensino **médio**?
  - a) Todo em escola pública
  - b) Todo em escola particular escola pública
  - c) A maior parte em escola particular
  - d) Escola pública e particular
- 5) Que tipo de ensino médio você concluiu?
  - a) Comum ou de educação geral
  - b) Profissionalizante técnico
  - c) Profissionalizante magistério
  - d) Supletivo
  - e) Outro

- 6) Quanto tempo faz que você concluiu o ensino médio?
- a) Menos de um ano
  - b) Entre um ano e três anos
  - c) Entre três e cinco anos
  - d) Entre cinco e dez anos
  - e) Mais de dez anos
- 7) Quantos anos você tem?
- a) Menos de 18 anos
  - b) Entre 18 e 22 anos
  - c) Entre 23 e 27 anos
  - d) Entre 27 e 31 anos
  - e) Mais de 32 anos
- 8) Como você classificaria o seu aprendizado em matemática com relação ao seu ensino fundamental e médio?
- a) Bom
  - b) Muito bom
  - c) Ótimo
  - d) Regular
  - e) Insuficiente
- 9) Você trabalha na área de engenharia ou afins?
- a) Sim
  - b) Não
  - c) Em outra área diferente e não afim
- 10) Quantas horas você trabalha por semana?
- a) 44 horas semanais
  - b) 30 horas semanais
  - c) Em regime de escala
- 11) Quantas horas por semana você dedica a seus estudos?
- a) Menos de duas horas por semana
  - b) Entre duas e quatro horas por semana
  - c) Entre Quatro e seis horas por semana
  - d) Mais de seis horas por semana
- 12) Você acredita ter uma boa desenvoltura em Matemática ou outras matérias afins?
- 
- 13) Porque você escolheu fazer o curso de Engenharia?

## 7.2. Anexo B - Questionário com Professores

Caro colega

Conto com sua colaboração respondendo esse questionário cujas respostas serão compiladas e analisadas na minha tese do mestrado em Matemática.

- 1) Qual sua formação?.....
- 2) Quais disciplinas você leciona no curso de engenharia da UCAM?  
.....
- 3) Existe alguma dificuldade que seja apresentada sistematicamente por seus alunos em todos os períodos?  
  
 sempre       regularmente       raramente       nunca  
 Qual? .....
- 4) Existe algum conteúdo de Matemática, Cálculo I ou disciplinas do ciclo básico que você gostaria que o aluno tivesse maior domínio?  
  
 não       sim      Qual?.....
- 5) Você acredita que os erros cometidos pelos seus alunos na sua disciplina são devidos a lacunas de conhecimentos anteriores?  
  
 não       sim      Qual?.....
- 6) Você acredita que um maior domínio do aluno nas matérias do ciclo básico seria fator decisivo para um melhor desempenho na sua disciplina?  
  
 não       sim
- 7) Com que frequência você utiliza tempo de sua aula para apresentar conteúdos fora da ementa da sua disciplina?  
  
 sempre       regularmente       raramente       nunca
- 8) Neste contexto, o que você sugere para melhorar o desempenho de nossos alunos?

OBRIGADA

## 7.3. Anexo C - Prova P1

	<b>UNIVERSIDADE CANDIDO MENDES</b>
<b>UNIDADE CAMPO GRANDE</b>	<b>2015.2</b>
<b>IDENTIFICAÇÃO</b>	
<b>Disciplina</b> <u>CÁLCULO 1</u> <b>Professor (a):</b> <u>HELOISA CARVALHO</u>	
<b>Turno:</b> <u>MANHÃ</u> <b>Data</b> <u>25 / 09 / 2015</u> <b>TIPO DE PROVA:</b> <input checked="" type="checkbox"/> P1 <input type="checkbox"/> P2 <input type="checkbox"/> P3	
<b>Nome do Aluno:</b> _____	
<b>OBSERVAÇÕES</b>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. A prova deverá ser desenvolvida na folha de questões apenas a caneta (azul / preta);</li> <li>2. É proibido o uso de calculadoras, telefones celulares e afins;</li> <li>3. Exceto nas questões discursivas, as respostas com rasuras serão desconsideradas;</li> <li>4. São passíveis de punição todos os envolvidos na utilização de artifícios fraudulentos (cola);</li> </ol>	
<p>1ª Questão: (1,0 ponto) Sabendo que a definição de derivada é <math>\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}</math> determine, utilizando a definição, a derivada da função <math>f(x) = x^2 - 4x - 1</math>.</p>	
<p>2ª Questão: (1,0 ponto) Faça o esboço do gráfico da função: <math>f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, &amp; x \leq 1 \\ 1, &amp; 1 &lt; x &lt; 2 \\ x - 2, &amp; x \geq 2 \end{cases}</math></p>	

3ª Questão: (1,0 ponto) Determine o coeficiente angular da reta secante a curva  $y = 2x^3 - 3x^2 + x$  nos pontos com  $x = -1$  e  $x = 2$

4ª Questão: (2,0 pontos) Calcule os limites abaixo: (apresente seus cálculos)

a)  $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{4x - x^3}$

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x + 5x^2}{4x - x^3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\text{sen } 5x}{4\text{sen } 2x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 7x + 12}$

5ª Questão: (1,0 ponto) Determine, se existir, o limite  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$  na seguinte função, justificando com cálculos:

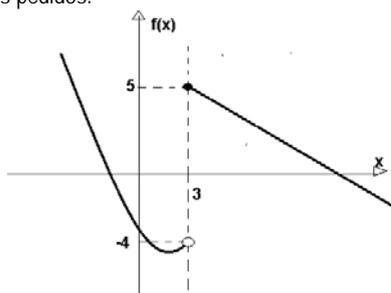
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & , \quad x < -2 \\ 2x^2 + 6x & , \quad x \geq -2 \end{cases}$$

6ª Questão: (1,5 pontos) Observe o gráfico e determine os limites pedidos:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$



7ª Questão: (1,0 ponto) Verifique se a função  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x-12}{x^2-4}, & x < -2 \\ -2, & x = -2 \\ \frac{3}{2}x + 5, & x > -2 \end{cases}$  é contínua no ponto com  $x = -2$ , justificando com cálculos

8ª Questão: (1,5 pontos) Calcule as derivadas abaixo:

a)  $f(x) = \frac{e^x}{x}$

b)  $f(x) = \cos(x^2)$

c)  $f(x) = x \cdot \ln x$



3) (1,0 ponto) Desenvolva as integrais abaixo:

a)  $\int \left( \frac{6}{x^2} - \frac{9}{x^3} \right) dx$

b)  $\int 12 \operatorname{sen}^3 x \cdot \cos x dx$

4) (0,5 ponto) A área entre as curvas abaixo pode ser representada por:

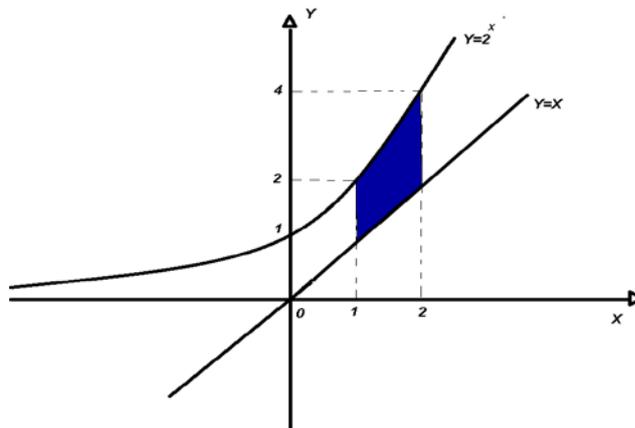
(a)  $\int_1^2 (2^x - x) dx$

(b)  $\int_1^2 (x - 2^x) dx$

(c)  $\int_0^2 (e^x - x) dx$

(d)  $\int_0^2 (2^x + x) dx$

(e)  $\int_1^4 (2^x - x) dx$



5) (1,0 ponto) Calcule as integrais definidas abaixo:

a)  $\int_{-1}^1 (x^3 + 3x^2 + 2x + 4) dx$

b)  $\int_{\pi/2}^{\pi} \operatorname{sen} x \cdot \cos x dx$

6) (1,0 ponto) Calcule os limites abaixo:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x - 5}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3 - x^3}{1 - 5x}$

7) (1,5 ponto) Calcule a área limitada pelas curvas  $y = x^2 - 9$  e  $y = 9 - x^2$ , apresentando um esboço do gráfico das funções e da respectiva área.

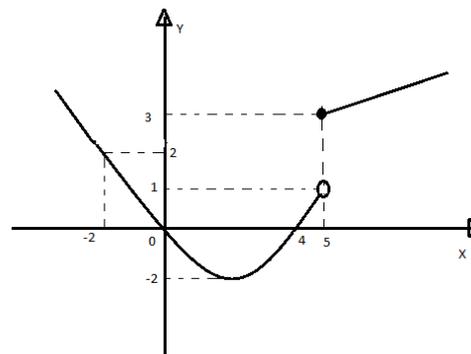
8) (0,5 ponto) Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada pelo gráfico abaixo, responda o que se pede:

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) =$

$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) =$



$f(x)$  é contínua em  $x=5$ ? Justifique.

## 7.5. Anexo E - Prova P3



UNIVERSIDADE  
CANDIDO MENDES

UNIDADE CAMPO GRANDE

2015.2

Professor (a): Heloisa Carvalho	Curso: Engenharia
Disciplina: Cálculo I	Turno: manhã
Tipo de Prova: <input type="checkbox"/> P1 <input type="checkbox"/> P2 <input checked="" type="checkbox"/> P3 <input type="checkbox"/> E.E	Data: 10/12/2015

FOLHA DE PROVA

Observações:

1. A prova deverá ser desenvolvida na folha de respostas, apenas a caneta (azul / preta);
2. É proibido o uso de celulares, tablets, e computadores. É permitido o uso de calculadoras;
3. Exceto nas questões objetivas e todas as respostas devem ser justificadas com cálculos;
4. São passíveis de punição todos os envolvidos na utilização de artifícios fraudulentos (cola).

IDENTIFICAÇÃO

Nome:	Matrícula:
-------	------------

1) (1,0 ponto) Determine a integral  $\int (x^2 - x) \cdot \text{sen } 2x \, dx$

2) (1,0 ponto) Calcule as integrais definidas abaixo:

a)  $\int_{-1}^1 (x^3 + 3x^2 + 2x - 3) \, dx$

b)  $\int_{\pi}^{2\pi} \text{sen } x \cdot \cos x \, dx$

**3) (1,0 ponto)** Desenvolva as integrais abaixo:

a)  $\int \left( \frac{4}{x^5} - \frac{6}{x^3} + \frac{1}{x} \right) dx$

b)  $\int 10 \cos^4 x \cdot \sin x dx$

**4) (1,0 ponto)** Determine o coeficiente angular da reta secante a curva  $y = 2x^3 - 3x^2 + x$  nos pontos com  $x = -1$  e  $x = 2$  e da reta tangente a mesma curva no ponto  $(0,0)$ .

**5) (1,5 ponto)** Determine as derivadas das seguintes funções:

a)  $f(x) = \frac{2}{x^2} + \sqrt{2x}$

b)  $h(x) = \sin(3x^2)$

c)  $g(x) = \frac{e^x}{2x}$

**6) (1,5 ponto)** Calcule os limites abaixo:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x - 5}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{4x - x^3}$

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x + 5x^2}{4x - x^3}$

7) (1,0 ponto) Calcule a área limitada pelas curvas  $y = x^2 - 16$  e  $y = 16 - x^2$ , apresentando um esboço do gráfico das funções e da respectiva área.

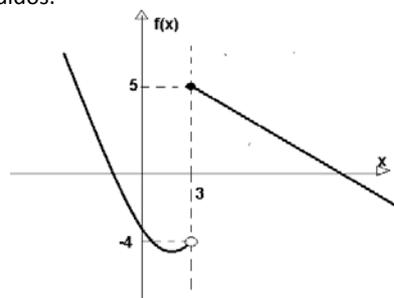
8)(0,5 ponto) Observe o gráfico e determine os limites pedidos:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$$



$f(x)$  é contínua para  $x=3$ ? Justifique

9)(1,5 ponto) Determine, se existir, na seguinte função, justificando com cálculos o limite  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & , \quad x < -2 \\ 2x^2 + 6x & , \quad x \geq -2 \end{cases}$$

## 7.6. Anexo F - Ementa de Matemática Básica

### UCAM– Campo Grande e Santa Cruz

Curso de Graduação em Engenharia de Produção e Civil

Disciplina: **Matemática Básica – 1º Período**

Carga Horária: 120 horas (6 créditos)

Pré-Requisito: Livre **Objetivo Da Disciplina**

Apresentar e revisar os principais conceitos matemáticos cujo conhecimento por parte do aluno é fundamental para a compreensão das disciplinas matemáticas que compõem a grade do curso de Engenharia de Produção. Síntese Do Conteúdo

Conjuntos Numéricos; Expressões Algébricas; Funções. Calendário Da Disciplina

Sem.	Assunto	Matéria do dia
1	Teoria dos Conjuntos	Conceito e Notações; Subconjuntos; Operações.
2	Conjuntos Numéricos	Conjuntos Numéricos N, Z e Q. Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação); Transformação de frações em números decimais e vice-versa; Expressões Numéricas.
3		Conjunto R: Representação geométrica de R; Intervalos; Valor Absoluto.
4	Expressões Algébricas	Valor Numérico. Operações – adição, subtração, multiplicação e divisão de expressões literais. Produtos Notáveis.
5		Fatoração; Simplificação; M.M.C.
6	Relações	Par Ordenado; Produto Cartesiano; Relação; Domínio e Imagem. Conceito de função
7	Função do 1º grau	Conceito e Notações, Estudo do Domínio, Imagem, Contradomínio; Representação gráfica; Função linear e afim; Coeficientes angular e linear; Estudo do sinal; Inequações.
8	Função Quadrática	Domínio, Imagem, Contradomínio; Representação gráfica; Vértice; Estudo do Sinal; Inequações.

9		Exercícios de Revisão
10	1º Exame	VP - Verificação Primária
11	Razões e Funções Trigonométricas	Trigonometria no triângulo retângulo e no ciclo trigonométrico.
12		Domínio, Imagem, Contradomínio; Representação gráfica.
13		Identidades trigonométricas.
14	Função Modular	Domínio, Imagem, Contradomínio; Representação gráfica; Equação.
15	Função Composta e Inversa	Função Composta e Inversa e representação gráfica
16	Função Exponencial	Domínio, Imagem, Contradomínio; Representação gráfica; Equação.
17	Função Logarítmica	Domínio, Imagem, Contradomínio; Representação gráfica; Equação.
18	Revisão	Exercícios de Revisão
19	2º Exame	VS - Verificação Secundária
<b>Bibliografia</b>		
❖ MORETTIN, Pedro Alberto; HAZZAN, Samuel; BUSSAB, Wilton O.; Cálculo: funções de uma e várias variáveis; São Paulo; Saraiva; 2009.		
<b>Bibliografia Complementar</b>		
❖ ÁVILA, GERALDO; Cálculo das funções de 1 variável; Rio de Janeiro; LTC; 2003; 7ªed.		
❖ BRANNAN, James R.; BOYCE, William E Equações diferenciais: uma introdução a métodos modernos e suas aplicações; Rio de Janeiro; LTC; 2008.		
❖ MORETTIN, P., HAZZAN, S., BUSSAB, W. Cálculo funções de uma e várias variáveis – São Paulo. Ed. Saraiva, 2003.		
❖ HOWARD, Anton. Cálculo. Ed. Bookman, 8ª. Edição. Volume 1, 2007		

## 7.7. Anexo G - Ementa de Cálculo I

### UCAM – Campo Grande e Santa Cruz

Curso de Graduação em Engenharia de Produção e Civil

Disciplina: **Cálculo I – 2º Período**

Carga Horária: 120 horas (6 créditos)

Pré-Requisito: Matemática Básica

#### Objetivo da Disciplina

Apresentar aos alunos os conceitos relativos a limites, derivadas e integração de funções, de modo a capacitá-los a resolver os problemas da disciplina e prepará-los para futuras disciplinas.

#### Síntese do Conteúdo

Limite, Continuidade, Derivada e Integração.

#### Calendário da Disciplina

Sem.	Assunto	Matéria do dia
1	Apresentação	Apresentação do curso (programa, cronograma de provas e testes). Visão geral do Cálculo Diferencial e Integral (reta tangente e área).
2	Limite e continuidade	Revisão dos conceitos de funções e gráficos (construção).
3		Conceitos intuitivos. Definição formal. Propriedades básicas de limite.
4		Continuidade (condições para uma função ser contínua). Limites laterais. Teorema. Propriedades das funções contínuas. Continuidade em um intervalo. Limites envolvendo infinito. Limite no infinito e limite infinito. Assíntotas horizontais e verticais. Exercícios. Teste.

5	Derivada	Reta tangente. Taxa de variação. Derivada de uma função num ponto e derivada de uma função. Derivadas laterais. Continuidade de funções derivadas.
6		Regras básicas de derivação. Regra da cadeia. Derivada sucessiva.
7		Derivada das funções elementares.
8		Derivada implícita. Teorema da função inversa.
9		Regra de L'Hospital. Revisão
10	1o Exame	VP
11	Aplicações de Derivada	Crescimento, decrescimento e concavidade de uma função. Critérios para determinação dos extremos de uma função. Concavidade e ponto de inflexão.
12		Esboço de gráficos. Exercícios.
13		Taxa de variação.
14	Integral	Introdução. Integral Indefinida e suas propriedades.
15		Integração por substituição.
16		Integral por partes.
17		Integral Definida: Área e o conceito de integral indefinida. Propriedades da integral definida. Teorema Fundamental do Cálculo. Cálculo de Áreas.
18		Revisão
19	2o. Exame	VS
<p><b>Bibliografia</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mirian Buss; Cálculo A: funções, limite, derivação e integração. São Paulo; Pearson Prentice Hall; 2006; 6ª ed.</li> <li>LEITHOLD, Louis; O cálculo com geometria analítica; São Paulo; Harbra; 1994; 3ª ed.</li> <li>❖ Bibliografia Complementar MEDEIROS, Valéria Zuma; Pré-Cálculo; São Paulo; Cengage Learning; 2009; 2ª ed. MUNEM, Mustafa A.; FOULIS, David J; Cálculo; Rio de Janeiro; LTC; 1982.</li> </ul>		

## 7.8. Anexo H - Nova Ementa de Matemática Básica

	
<p><b>Curso: Engenharia de Produção</b></p>	
<p>Objetivos, Ementa, Conteúdo Programático e Referências Bibliográficas.</p>	
<p>Disciplina: <b>Matemática Básica.</b></p>	
<p>Período: Primeiro</p>	<p>Carga Horária: 120 ha</p>
<p>Pré-requisito: não há..</p>	<p>Créditos: 8 teóricos</p>
<p><b>Objetivos</b></p>	
<p>A disciplina tem caráter revisional. Assim, almeja-se que, ao final do curso, o discente tenha recuperado um conjunto de conhecimentos matemáticos, visto em ciclos anteriores, que lhe subsidie a compreender os novos conteúdos, de disciplinas de base matemática, que serão apresentados no decorrer do curso de engenharia.</p>	
<p><b>Ementa</b></p>	
<p>Conceitos e aplicações matemáticas de ciclos anteriores ao ciclo superior.</p>	
<p><b>Conteúdo Programático</b></p>	
<hr/>	
<p>1-Conjuntos Numéricos.</p>	<p>5-Equações.</p>
<p>2-Radiciação e potenciação.</p>	<p>6-Inequações</p>
<p>3-Polinômios e fatoração..</p>	<p>7- Trigonometria.</p>
<p>4-Expressões fracionárias..</p>	
<hr/>	
<p><b>Referências Bibliográficas</b></p>	
<p>1-DEMANA, F.D. et al. <b>Pré-Cálculo</b>, 2ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2013.</p>	
<p>2-LIMA, L.E. et al.. <b>A matemática do ensino médio</b>, v. 1, 2, 3, 4, 6ª ed. Rio Janeiro: SBM, 2006.</p>	
<p>3-FERREIRA, M.V.R. Desenvolvendo a matemática. Barra do Piraí: Marcus Vinícius Reis Ferreira</p>	

## 7.9. Anexo I – Ementa de Pré-Cálculo



### Curso: Engenharia de Produção

Objetivos, Ementa, Conteúdo Programático e Referências Bibliográficas.

Disciplina: **Pré-Cálculo.**

Período: Primeiro Carga Horária: 120 ha

Pré-requisito: não há.. Créditos: 8 teóricos

### Objetivos

Ao término do curso, almeja-se que o discente tenha se apropriado dos conceitos e do uso proficiente do ferramental de funções e limites de funções, em matemática, na resolução de problemas inerentes ao universo das engenharias.

### Ementa

Funções, em matemática. Conceito de Função. Tipos de Funções. Limites de uma Função.

### Conteúdo Programático

---

1-Funções e suas propriedades	7-Funções logarítmicas.
2-Função do primeiro grau.	8-Funções compostas.
3-Função do segundo grau.	9-Funções inversas.
4-Funções potência.	10-Funções Trigonométricas.
5-Funções polinomiais.	11-Limites.
6-Funções exponenciais.	

---

### Referências Bibliográficas

- 1-DEMANA, F.D. et al. **Pré-Cálculo**, 2ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2013.
- 2-THOMAS, G.B. et al. **Cálculo**, v.1, 10ª ed. São Paulo: Addison Wesley, 2002.
- 3-LHEITHOLD, L. **O cálculo com geometria analítica**, v.1, 3ª ed. São Paulo: Harbra, 1994-  
HUGHES-HALLET D. et al . **Cálculo aplicado**. Rio de Janeiro: LTC, 2015.

## 7.10. Anexo J - Nova Ementa de Cálculo I



### Curso: Engenharia de Produção

Objetivos, Ementa, Conteúdo Programático e Referências Bibliográficas.

Disciplina: **Cálculo I**

Período: Segundo

Carga Horária: 120 ha

Pré-requisito: Pré-Cálculo do primeiro período.

Créditos: 8 teóricos

### Objetivos

Ao término do curso, almeja-se que o discente tenha se apropriado dos conceitos e do uso proficiente do ferramental de derivada e integral, em matemática, na resolução de problemas inerentes ao universo das engenharias.

**Ementa** - Derivadas e aplicações. Princípios de integral e aplicações. Aplicações em engenharia

### Conteúdo Programático

**1-Derivada** - Reta tangente; taxa de variação; derivada de uma função num ponto e derivada de uma função; derivadas laterais; continuidade de funções derivadas. Regras básicas de derivação. Regra da Cadeia. Derivada sucessiva. Derivada das funções elementares. Derivada implícita. Teorema da função inversa. Regra de L'Hopital.

**2-Aplicações da derivada** - Crescimento, decrescimento e concavidade de uma função. Critérios para determinação dos extremos de uma função. Concavidade e ponto de inflexão. Esboço gráfico.

**3-Integral** – Introdução, Integral indefinida e suas propriedades. Integração por substituição. Integral por partes. Integral definida. Propriedades da integral definida. Teorema fundamental do cálculo. Cálculo de áreas.

### Referências Bibliográficas

- 1-DEMANA, F.D. et al. **Pré-Cálculo**, 2ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2013.
- 2-THOMAS, G.B. et al. **Cálculo**, v.1, 10ª ed. São Paulo: Addison Wesley, 2002.
- 3-LHEITHOLD, L. **O cálculo com geometria analítica**, v.1, 3ª ed. São Paulo: Harbra, 1994.
- 4-HUGHES-HALLET D. et al. **Cálculo Aplicado**. Rio de Janeiro: LTC, 201