



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

FRUTUOSO GOMES TOMAZ

TEORIA DOS CONJUNTOS E TAXONOMIA BIOLÓGICA: ESTUDO
INTERDISCIPLINAR.

MOSSORÓ/RN

2016

FRUTUOSO GOMES TOMAZ

TEORIA DOS CONJUNTOS E TAXONOMIA BIOLÓGICA: ESTUDO INTERDISCIPLINAR.

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-graduação *stricto sensu* para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica (PROFMAT), da Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA) como requisito final, para a obtenção de título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Ronaldo Gomes Garcia – UFERSA

Co-orientador: Prof. Ms. Odaci Fernandes Oliveira - UFERSA

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

T655t Tomaz, Frutuoso Gomes.
TEORIA DOS CONJUNTOS E TAXONOMIA BIOLÓGICA:
ESTUDO INTERDISCIPLINAR. / Frutuoso Gomes Tomaz. -
2016.
70 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Ronaldo Gomes
Garcia .

Coorientador: Prof. Ms. Odaci Fernandes
Oliveira .

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em
Matemática, 2016.

1. Matemática. 2. Biologia. 3. Interdisciplinaridade. I. Garcia , Prof. Dr. Antônio
Ronaldo Gomes , orient. II. Oliveira , Prof. Ms.
Odaci Fernandes , co-orient. III. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

FRUTUOSO GOMES TOMAZ

TEORIA DOS CONJUNTOS E TAXONOMIA BIOLÓGICA:

Um estudo Interdisciplinar

Dissertação apresentada a Universidade
Federal Rural do Semiárido – UFERSA,
Campus Mossoró para obtenção do título de
Mestre em Matemática.

APROVADO EM: 05 / 02 / 2016

BANCA EXAMINADORA



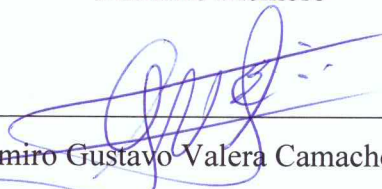
Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia - UFERSA

Presidente



Dr. Elmer Rolando Llanos Villarreal - UFERSA

Primeiro Membro



Dr. Ramiro Gustavo Valera Camacho - UERN

Segundo membro

MOSSORÓ/RN, 2016.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar sempre abrindo portas na minha vida, possibilitando vitórias na vida profissional e conseqüentemente na vida pessoal.

A meus pais, Manoel Tomaz Neto e Irisvan de Freitas Gomes Tomaz, que sempre me deram o máximo de apoio que puderam, possibilitando a continuidade de meus estudos.

Ao Prof. Dr. Antônio Ronaldo Gomes Garcia, que me incentivou desde a minha chegada a este curso.

Ao Prof. Ms. Odaci Fernandes Oliveira, que colaborou no desenvolvimento desta obra.

E a todos que sempre me apoiaram e acreditaram que eu conseguiria dar mais esse passo em minha vida profissional.

Muito obrigado!!!

TOMAZ, Frutuoso Gomes. **Teoria dos Conjuntos e Taxonomia Biológica**: Estudo Interdisciplinar. Mossoró, Dissertação de Mestrado: Programa de Pós-Graduação em Matemática/UFERSA, 2015.

RESUMO

Aplicar a matemática ao cotidiano do aluno é algo cobrado frequentemente em todos os níveis de ensino. Uma maneira de aplicar a matemática é por meio da interdisciplinaridade, dando sentido aos conteúdos matemáticos e extinguindo limites entre os outros conteúdos estudados em sala de aula pelos alunos. Neste sentido, este trabalho propõe uma ação pedagógica interdisciplinar para trabalhar a teoria dos conjuntos e a Taxonomia que são assuntos da matemática e biologia, respectivamente, estudados nas escolas do Ensino Médio. A ideia foi trabalhar com um professor de biologia, onde ele apresentava a base conceitual da biologia, ou seja, da taxonomia e buscávamos, a partir, daí, introduzir a teoria dos conjuntos mostrando que a classificação dos seres nada mais é que um estudo de conjuntos que os separa de acordo com as suas características. Os conceitos de conjunto universo, união, intersecção, conjunto disjuntos e conjuntos das partes de um conjunto são estudados com base na taxonomia biológica e principalmente no que tange a parte vegetal.

Palavras-chaves: Matemática; Biologia; Interdisciplinaridade.

TOMAZ, Frutuoso Gomes. **Set Theory and Biological Taxonomy**: Interdisciplinary Study. Mossoro, Master's Thesis: Postgraduate Program in Mathematics / UFERSA 2015.

ABSTRACT

Apply mathematics to the student's everyday life is something often charged at all educational levels. One way to apply mathematics is through interdisciplinarity, giving meaning to the mathematical content and extinguishing boundaries between other content studied in class by students. Thus, this paper proposes an interdisciplinary pedagogical action to work the theory of sets and Taxonomy that are subjects of mathematics and biology, respectively, studied in high school schools. The idea was to work with a professor of biology, where he presented the conceptual basis of biology, ie, taxonomy and we sought from thence introduce the theory of showing sets the classification of beings is nothing more than a study of separating the sets according to their characteristics. The concepts of the universe together, union, intersection, disjoint set and sets of parts of a set are studies based on biological taxonomy and especially regarding the plant part.

Word-key: Mathematics; Biology; Interdisciplinarity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01	George Ferdinand Ludwig Philipp Cantor	14
-		
Figura 02	Representação Geométrica de Conjuntos	19
-		
Figura 03	Conjuntos	Disjuntos 19
-	
Figura 04	Representação da União de Conjuntos	20
-		
Figura 05	Representação da Intersecção de Conjuntos	21
-		
Figura 06	Representação do Complementar de Um Conjunto	21
-		
Figura 07	Representação da Subtração de Conjuntos	22
-		
Figura 08	Representação da Diferença Simétrica de Conjunto	22
-		
Figura 09	Sistema Com os Cinco Reinos 1	29
-		
Figura 10	Exemplar do Reino Monera	29
-		
Figura 11	Exemplar do Reino Protista	30
-		
Figura 12	Exemplar do Reino Fungi	31
-		
Figura 13	Exemplares do Reino Animália	31
-		
Figura 14	Exemplares do Reino Plantae	32
-		
Figura 15	Sistema Com os Cinco Reinos 2	33
-		

Figura 16	Representação Geométrica das Características Gerais do Cinco	
-	Reinos	37
Figura 17	Panthera Onca (Onça-Pintada)	37
-		
Figura 18	Representação Geométrica das Características da Panthera	
-	Onca (Onça-Pintada)	38
Figura 19	Amanita	Muscaria 39
-		
Figura 20 -	Representação Geométrica das Características da Amanita	
	Muscaria	40
Figura 21	O Reino Plantae e Seus Subconjuntos	41
-		
Figura 22	Representação Geométrica das Características dos Subconjuntos	
-	do Reino Plantae	44
Figura 23	Sequoia Sempervirens (Sequia-Vermelha)	45
-		
Figura 24	Representação Geométrica das Características Gerais da	
-	Sequoia Sempervirens (Sequia-Vermelha)	46
Figura 25	Representação Geométrica das Características Gerais das	
-	Angiospermas	49
Figura 26	Phaseolus	Vultaris (Feijão) 49
-		
Figura 27	Representação Geométrica das Características Gerais da	
-	Phaseolus	Vultaris (Feijão) 50
Figura 28	Características das Folhas	52
-		
Figura 29	Representação Geométrica das Características das Folhas	54
-		

Figura 30	Musa Paradisiáca (Bananeira)	54
-		
Figura 31	Representação Geométrica das Características Gerais da Musa Paradisiáca	(Bananeira) 55

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 - Características Gerais dos Cinco Reinos	35
Quadro 02 - Características da Panthera Onca (Onça-Pintada)	38
Quadro 03 - Características da Amanita Muscaria	39
Quadro 04 - Características Gerais dos Conjuntos do Reino Plantae	43
Quadro 05 - Características da Sequoia Sempervirens (Sequia-Vermelha) ..	45
Quadro 06 - Características Gerais dos Subconjuntos das Angiospermas	47
Quadro 07 - Características da Phaseolus Vultaris (Feijão)	50
Quadro 08 - Características Gerais das Folhas	52
Quadro 09 - Características da Musa Paradisiáca (Bananeira)	55

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	UM POUCO DA HISTÓRIA DA TEORIA DOS CONJUNTOS	13
2.1	O surgimento da Teoria dos Conjuntos	13
2.2	Georg cantor, o “pai” da Teoria dos Conjuntos	14
2.3	Paradoxos relacionados à Teoria dos Conjuntos	16
2.3.1	O paradoxo de Burali-Forti	16
2.3.2	O paradoxo de Russell	16
3	CONJUNTOS	18
3.1	Operações com conjuntos	20
3.2	Propriedades dos conjuntos	23
4	A TAXONOMIA BIOLÓGICA	28
4.1	Definição dos Cinco Reinos	29
4.1.1	Reino Monera	29
4.1.2	Reino Protista	30
4.1.3	Reino Fungi	30
4.1.4	Reino Animalia	31
4.1.5	Reino Plantae	32
4.2	A Teoria dos Conjuntos e a Taxonomia Biológica.....	33
4.3	Características gerais dos Cinco Reinos	34
4.4	Os grupos de plantas	40
4.5	Características gerais dos conjuntos do Reino Plantae	42
4.6	As angiospermas e seus subconjuntos	46
4.7	Famílias de plantas: características e exemplos	51
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	56
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58
	GLOSSÁRIO	61

1 INTRODUÇÃO

Por várias vezes, em sala de aula ou não, fui interrogado com perguntas do tipo: “Para que serve a Matemática na nossa vida?” ou “O que eu faço com isso (a Matemática)?”. São perguntas feitas por pessoas que não deram conta da importância e do significado desta ciência em nosso dia a dia. Diante deste fato, surge, em mim, uma dúvida. “Será que o fato de não reconhecer a importância e o significado da Matemática, trabalhada na sala de aula, influencia no desempenho dos alunos?”.

Rei (2005) afirma que sim. Em sua pesquisa realizada em 2005 ele concluiu que a falta de ligação entre a Matemática escolar e o cotidiano dos alunos é sim um dos motivos para que os alunos não vejam significado na Matemática. E, também em 2005, o Ministério da Educação, em Boletim, afirma que:

“As dificuldades com a Matemática ficam mais evidentes à medida que vamos progredindo na nossa educação escolar institucional, em seguida justifica afirmando que os alunos da Escola Fundamental não têm dúvidas sobre a utilidade do que estão estudando (em Matemática) em quanto que ao nos aproximarmos do Ensino Médio, fica mais difícil identificar a utilidade imediata da Matemática” (BRASIL, 2005)

Diante dessas afirmações e preocupado com o baixo desempenho de tantos alunos, decidi trabalhar, nessa dissertação, um método que viesse a suprir essa necessidade dos mesmos. Através da leitura de Livros e Artigos Científicos cheguei a um método já conhecido por muitos educadores, a Interdisciplinaridade. Esse método foi escolhido devido a pensamentos de autores como Fazenda (1995) que concluiu, através de pesquisas, que “a lógica que preside o trabalho dos professores bem-sucedidos foi da Interdisciplinaridade” (p. 48).

Segundo Fazenda (1995), a Interdisciplinaridade é fruto da junção de várias disciplinas que quando trabalhadas em conjunto podem fluir o conhecimento dando a impressão que tanto o professor como o aluno aprende e assim vão adquirindo e formando conhecimentos próprios.

Daí, a motivação que nos leva a esta dissertação, que tem como foco a Interdisciplinaridade entre Matemática e Biologia, especificamente entre a Teoria dos Conjuntos e a Taxonomia Biológica, sobre uma nova maneira de pensar o ensino.

Nesta dissertação será apresentada, também, um pouco da História da Teoria dos Conjuntos e suas conjecturas, muitas delas resolvidas ao longo da História, propondo-se introduzir um trabalho voltado para uma melhor adequação do ensino e

aprendizagem da Matemática na sala de aula, sendo possível operar com a mesma configuração com outros conteúdos, tendo como foco outros temas estudados na Matemática e com outras disciplinas.

Para a realização deste trabalho, a pesquisa valeu-se da contribuição de estudiosos que tratam acerca da Interdisciplinaridade no âmbito da Educação, sendo utilizada, com base em Godoy (1995), o método de pesquisa qualitativa com característica documental se dando através de leituras de livros didáticos, artigos científicos, pareceres e boletins, dentre outros parâmetros referentes ao Ministério da Educação, coletando-se, também, dados, de diferentes autores, referente ao estudo da Teoria dos Conjuntos, Taxonomia Biológica e da Interdisciplinaridade.

Após a coleta, leitura e seleção do material, foi feita uma consulta a Oliveira (2015), Co-Orientador, que vem a ser nossa referência no segmento Taxonomia Biológica deste trabalho.

A Taxonomia Biológica que utilizamos aqui a pesar de não ser a mais atual é a mais comum em livros didáticos apresentados nas nossas escolas, não nos preocupamos muito neste ponto, pois o nosso objetivo era aplicar a Teoria dos Conjuntos a Taxonomia Biológica como um exemplo da aplicação deste importante ramo da Matemática.

Sendo assim, esta dissertação está dividida em 3 capítulos. O Capítulo 1, tem por objetivo contar um pouco da História da Teoria dos Conjuntos. Sua origem, seu principal colaborador e também seus paradoxos mais famosos. No Capítulo 2, é apresentado um referencial teórico da Teoria dos Conjuntos, seu conceito, suas representações, operações e propriedades. No Capítulo 3, mostra-se especificamente o objetivo do estudo que é a Interdisciplinaridade entre a Teoria dos Conjuntos e a Taxonomia em Biológica, abordando-se a Taxonomia Biológica de modo geral e em seguida especificando um estudo voltado para o Reino Plantae, cujo objetivo é a absorção do conhecimento Matemático inserido neste ramo da Biologia.

Objetivamos, desta forma, a criação de um material didático, alternativo, para ser utilizado em sala de aula por professores do Ensino Médio no qual utiliza a Interdisciplinaridade para trabalhar a Taxonomia Biológica tornando esse assunto mais atrativo aos alunos.

2 UM POUCO DA HISTÓRIA DA TEORIA DOS CONJUNTOS

Este capítulo está fundamentado nos trabalhos dos autores Belna (2011), Flood (2013) e a Ávila (2000). Esperamos, com ele, mostrar aos alunos um pouco da importante História da Teoria dos Conjuntos para que os mesmos saibam como surgiu o estudo dos Conjuntos e quem foram os primeiros matemáticos a estudar esta parte da Matemática.

2.1 O SURGIMENTO DA TEORIA DOS CONJUNTOS

Em 1782 contribuições cruciais na direção da aritmetização da análise foram feitas por cinco grandes matemáticos: Charles Meray (1835-1911) da Borgonha, Karl Weierstrass (1815-1897) de Berlin, H. Heine (1821-1881) de Halle, George Cantor (1845-1918) também de Halle e seu amigo J. W. R. Dedekind (1831- 1916) de Braunschweig. Esses homens num certo sentido representam o clima de meio século de investigação sobre a natureza da função e do número que começara em 1822 com a teoria do Calor de Fourier. Foi o estudo das séries de Fourier que levou Cantor a descrever a famosa e discutida Teoria dos Conjuntos.

A criação da teoria dos conjuntos é obra do matemático Georg Cantor, e nasceu da tentativa de solucionar um problema técnico de Matemática na Teoria das Séries Trigonométricas. Essa tentativa levou Cantor a introduzir a noção de ordinal e, mais tarde, a de cardinal.

Logo no início de um de seus trabalhos sobre os Números Transfinitos, ele define conjunto com as seguintes palavras: “Por Conjuntos entendemos qualquer coleção numa totalidade M de objetos distintos, produtos de nossa intuição ou pensamento” (ÁVILA, 2000).

Mas suas contribuições mais originais centram-se ao redor da provocativa palavra "infinito". “Diz-se que um conjunto S é infinito quando é semelhante a uma parte própria dele mesmo, caso contrário S se diz finito”.

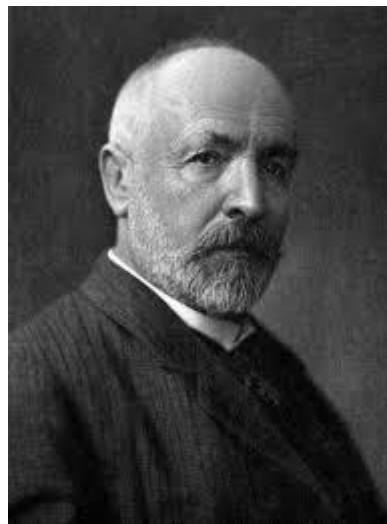
As descobertas de Cantor tiveram grande impacto no mundo matemático de fins do século passado e começo deste século. Neste momento, é bom lembrar que desde o início do século XIX era crescente a preocupação com o rigor na Análise Matemática. A partir de 1870, quando Cantor iniciava sua vida profissional, as atividades de pesquisa na área de axiomatização e fundamentos (estruturalismo)

intensificavam-se rapidamente. E a sua Teoria dos Conjuntos, que então se desenvolvia, revelou-se muito adequada para ser o fundamento de toda a Matemática. Além disso, com o surgimento de novas disciplinas matemáticas, como a Topologia, a Álgebra Abstrata, a Teoria da Medida e Integração, a Teoria da Probabilidade, a Análise Funcional, entrelaçadas e de fronteiras indistinguíveis, onde a linguagem, a notação e os resultados da Teoria dos Conjuntos se revelaram instrumento natural de trabalho, a ponto de ser impossível conceber o desenvolvimento de toda essa Matemática sem a "Teoria dos Conjuntos de Cantor".

2.2 GEORG CANTOR, O “PAI” DA TEORIA DOS CONJUNTOS

Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor nasceu em São Petersburgo, Império Russo, em 3 de março de 1845, o primogênito de quatro filhos de um prospero comerciante dinamarquês, George Waldemar Cantor e de uma música russa, Maria Anna Böhmque, foi um dos mais importantes matemáticos do final do século XIX sendo lembrado principalmente pela teoria dos conjuntos transfinitos, que revolucionou a Matemática, tornando possível a compreensão da natureza do infinito (BELNA, 2011).

Figura 1: George Ferdinand Ludwig Philipp Cantor



Fonte: internet: <http://biblio.mat.uc.pt/bbsoft/woc_ucma/matematicos/Dezembro09PT.pdf>

Seu pai se empenhou em lhe dar educação aprimorada e abrangente, que incluía línguas estrangeiras, humanidades para o desenvolvimento do espírito, trabalho em

diversas disciplinas científicas e música, além da necessidade de cultivar o sentimento religioso. (BELNA, 2011).

Após a sua Educação Infantil em casa de um professor particular, Cantor frequentou a Escola Primária em São Petersburgo. Em 1856 deixou São Petersburgo e se instalou em Frankfurt na Alemanha.

Cantor se tornou bacharel, em 1862 e ingressou na Escola Politécnica de Zurique, em 1863, após a morte de seu pai, ingressou na Universidade de Berlim, tendo como mestres Kummer, Kronecker e Karl Weierstrass. Obteve o título de doutor, em 1867, com uma tese sobre Teoria dos Números apresentada em 1869, ano em que Cantor foi chamado para leccionar na Universidade de Halle, tornando-se mais tarde professor associado e em 1879 catedrático (BELNA, 2011).

O seu interesse pelos Conjuntos e pelos Números Transfinitos começou em 1870 e pouco depois demonstrou que o Conjunto dos Números Racionais é contável. Prosseguindo, ano após ano, na investigação dos Conjuntos Infinitos e nos problemas de continuidade, Cantor foi obtendo resultados cada vez mais surpreendentes, porém, nem sempre bem recebidos por todos os matemáticos da época.

Em 1874, Cantor publicou no Journal de Crelle o mais revolucionário artigo que até mesmo seus editores hesitaram em aceitar: havia reconhecido a propriedade fundamental dos Conjuntos Infinitos e ao contrário de Dedekind, percebeu que nem todos eram iguais, passando a construir uma hierarquia destes conjuntos conforme suas potências.

A sua obra foi ridicularizada por muitos de seus contemporâneos. Entre os críticos estava Kronecker, seu antigo instrutor. Entre os entusiastas de seu trabalho, contava com o apoio de Julius Richard Dedekind, com quem manteve contato ou correspondência durante toda a vida.

Em 1878, a obra “Uma contribuição para a teoria dos conjuntos” de Cantor, que traz na introdução o esboço da teoria dos conjuntos, ocasionou muita polêmica. Entre 1879 a 1884, Cantor publicou a série de seis artigos sobre os conjuntos infinitos e lineares de pontos (BELNA, 2011).

Quando, perto do fim da vida, Cantor começou a sofrer das faculdades mentais, houve quem responsabilizasse Kronecker por esses problemas. Entretanto, hoje se sabe que esses distúrbios não tiveram origem em situações de stress. Além disso, durante esse período crítico, Cantor chegou a um acordo com Kronecker que passou se não a aceitar, pelo menos a não criticar seu trabalho.

Morreu com problemas do coração em 6 de Janeiro de 1918, aos 72 anos, em Halle an der saale.

2.3 PARADOXOS RELACIONADOS À TEORIA DOS CONJUNTOS

Um paradoxo é uma declaração aparentemente verdadeira que leva a uma contradição lógica, ou a uma situação que contradiz a intuição comum. Em termos simples, um paradoxo é "o oposto do que alguém pensa ser a verdade". A identificação de um paradoxo baseado em conceitos aparentemente simples e racionais tem, por vezes, auxiliado significativamente o progresso da Ciência, Filosofia e Matemática.

A Teoria dos Conjuntos de Georg Cantor gerou alguns paradoxos dos quais estão, entre os mais conhecidos, o Paradoxo de Burali-Forti e o Paradoxo de Russell citados a seguir.

2.3.1 O PARADOXO DE BURALI-FORTI

Cesare Burali-Forti publicou em 1897 o artigo *Uma questão sobre os números transfinitos*, em que apontou um paradoxo na teoria de Cantor.

Na época, Cantor considerava qualquer coleção (ou agregado) como conjunto que poderia ser manipulado. Burali-Forti considerou então a coleção de todos os ordinais, que, sendo bem ordenada, deveria também ser um ordinal e, portanto, pertencer a essa coleção. Mas, daí, existiriam ordinais maiores que ele na coleção, e portanto a coleção inteira seria menor que si mesma!

Concluiu (erroneamente) disso que a coleção dos ordinais seria apenas parcialmente ordenada.

2.3.2 O PARADOXO DE RUSSELL

O Paradoxo de Russell é um paradoxo descoberto por Bertrand Russell em 1901 e que mostra que no sistema do livro de Frege *Leis fundamentais da aritmética* pode ser derivada uma contradição. O paradoxo foi comunicado por uma carta a Frege de 1902. Frege publicou o paradoxo no segundo volume de seu livro em 1903, num postfácio, mas Russell o publicou antes no seu livro *Princípios das Matemáticas*. Esse paradoxo que leva seu nome diz respeito à Teoria dos Conjuntos.

Por conjunto, entende-se uma coleção de objetos. Os objetos que compõem um determinado conjunto são chamados de seus elementos ou membros. Os conjuntos podem ser eles mesmos elementos de conjuntos. Existem conjuntos que não são elementos de si mesmos, por exemplo, o conjunto de todas as canetas não é uma caneta. E existem conjuntos que podem ser elementos de si próprios, por exemplo, o conjunto de todos os conjuntos também é um conjunto. Considere-se agora um dado conjunto Y . Os elementos deste conjunto Y são todos os conjuntos X que não contêm X como elemento. Por definição, Y é elemento de Y se e somente se Y não é elemento de Y . Portanto, se Y é um elemento de Y , então Y também não é elemento de Y . Porém, se Y não é membro de Y , então ele é membro de Y . Assim, Y é elemento de Y e Y não é elemento de Y . Tal paradoxo parece ter sido descoberta independentemente, mas não publicada, por Ernst Zermelo, pertencente ao círculo de Hilbert. Posteriormente, foi publicado no clássico *Principia Mathematica* e em muitos outros lugares.

3 CONJUNTOS

Neste capítulo trabalhamos aos olhos de Alencar (2014), autor do livro TEORIA DE CONJUNTOS, MEDIDA E PROBABILIDADE, especificamente o capítulo 1 desta obra na qual a Teoria dos Conjuntos é trabalhada de maneira formal, fazendo-se referências aos axiomas fundamentais. Trataremos ainda de desenvolver demonstrações para as propriedades nela citadas.

Para Alencar (2014), conjunto é um conceito que não se define, pois, constituem a base para outras definições que são estudadas em Matemática. A ideia de conjunto é tão antiga quanto a humanidade, e forma a base para a noção de contagem.

Tais conjuntos podem ser representados de três maneiras:

1- Por extensão: quando o número dos seus elementos for finito e suficientemente pequeno enumerando explicitamente todos os seus elementos colocados entre chaves e separados por vírgulas (,) ou ponto e vírgula (;).

Exemplos:

$A = \{\text{Janeiro, Fevereiro, Março, Abril, ..., Novembro, Dezembro}\}$ - Conjunto dos meses do ano.

$V = \{a, e, i, o, u\}$ - Conjunto das vogais.

$P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$ Conjunto dos Números Inteiros pares positivos.

2- Por compreensão: no conjunto, é enunciada uma propriedade característica dos seus elementos. Isto é, uma propriedade que os seus e só os seus elementos possuam.

Exemplos:

$B = \{x \mid x \text{ é mês do ano}\}$

$C = \{x \mid x \text{ é letra do alfabeto}\}$

$D = \{x \mid x \text{ pertence a minha coleção de CDs de música}\}$

$P = \{p \in \mathbb{N} \mid p = 2q \text{ para algum } q \in \mathbb{N}\}$

$Q = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é primo}\}$

$R = \{x \mid x \text{ é um número natural par e positivo}\}$

3- Por diagramas: Uma maneira prática de representação de conjunto é o diagrama de Venn. Essa representação é devida a John Venn (1834-1923), um matemático e padre inglês que criou os diagramas no século XIX, para ampliar e

formalizar os desenvolvimentos anteriores. Com esse método pode-se representar geometricamente o comportamento entre conjuntos.

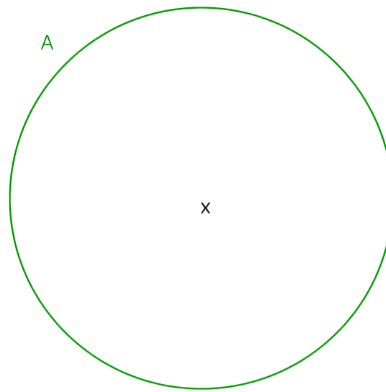
Exemplos:

Vamos representar através do diagrama de venn o conjunto A, sendo:

$$A = \{x \mid x \in A\} \quad (1)$$

Através de diagramas teremos:

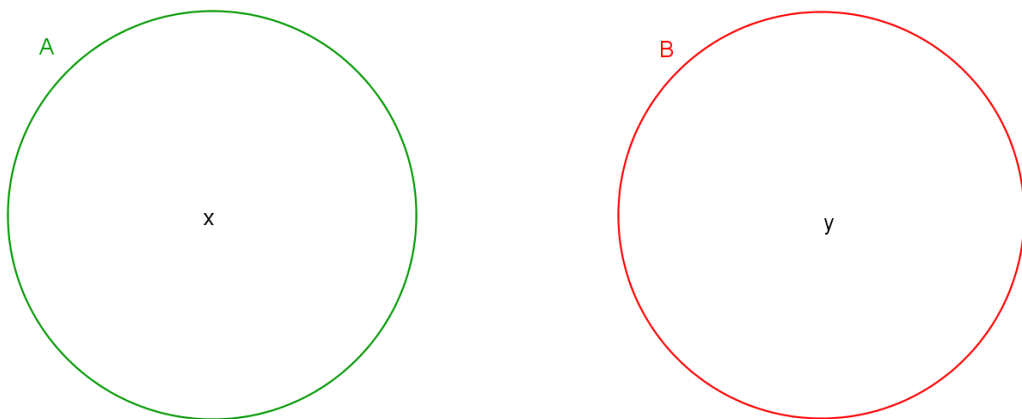
Figura 2: Representação Geométrica de Conjuntos



Fonte: O autor

Diz-se que dois conjuntos são disjuntos se eles não têm elementos em comum, ou seja, dados os conjuntos A e B, eles serão disjuntos se tivermos o conjunto $A = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$ e $B = \{y \mid y \in B \text{ e } y \notin A\}$. Sua representação através de diagramas, será:

Figura 3: Conjuntos Disjuntos



Fonte: O autor

Além das representações temos duas importantes relações da Teoria dos Conjuntos. São elas: a de **pertinência**, denotada por $a \in A$, em que a é um elemento

do conjunto A , e a de **inclusão**, $A \subset B$, em que se lê que A é um subconjunto do conjunto B , ou seja, todo elemento de A é também elemento de B .

Dentre infinitos conjuntos é importante salientar o **conjunto vazio** que é o conjunto que não tem elementos, geralmente representado por \emptyset ou $\{ \}$ ou ainda $\emptyset = \{x \mid x \neq x\}$. Fica implícito que o conjunto vazio está contido em todo conjunto, $\emptyset \subset A$, para qualquer conjunto A .

E também o **conjunto universo**, aquele conjunto que contém todos os outros conjuntos de interesse, é também fundamental. Um exemplo de conjunto universo é o espaço amostral em Teoria de Probabilidades usualmente escrito como U , S ou Ω .

3.1 OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

As principais operações com conjuntos são:

- A **união** de conjuntos, definida como sendo:

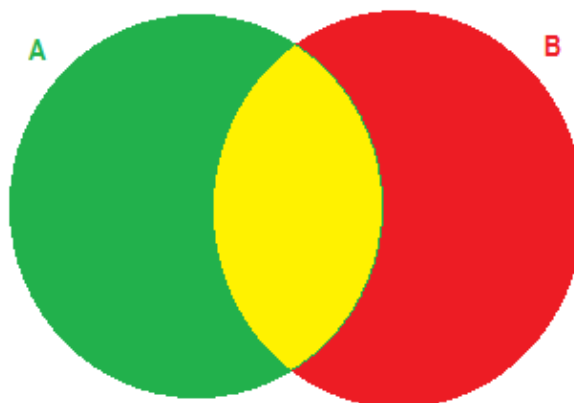
Sejam A e B dois conjuntos. $C = A \cup B$ é o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A ou ao conjunto B . Suas representações são;

Por compreensão:

$$C = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\} \quad (2)$$

Através de diagramas:

Figura 4: Representação da União de Conjuntos



Fonte: O autor

- A **intersecção** de dois conjuntos definida como sendo:

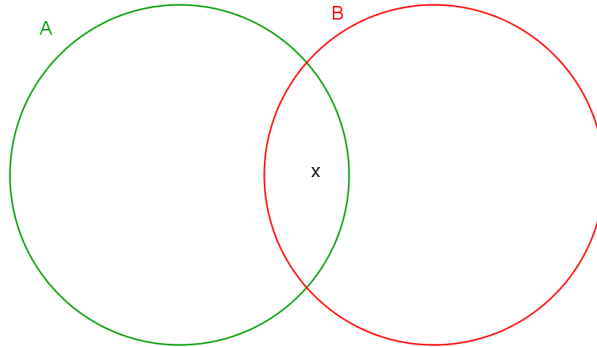
Sejam A e B dois conjuntos. $C = A \cap B$ é o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B . Suas representações são;

Por compreensão:

$$C = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\} \quad (3)$$

Através de diagramas:

Figura 5: Representação da Intersecção de Conjuntos



Fonte: O autor

- O **complementar** de um conjunto definido como sendo:

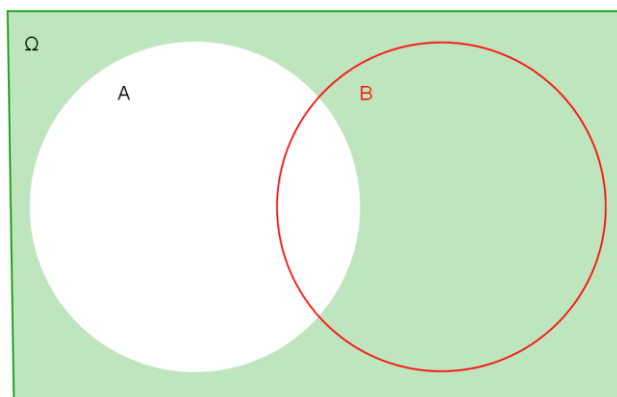
Seja A um conjunto contido em um conjunto Ω . \bar{A} é o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto Ω e não pertencem ao conjunto A. Suas representações são;

Por compreensão: Dado $A \subset \Omega$, temos que

$$\bar{A} = \{x \mid x \in \Omega \text{ e } x \notin A\} \quad (4)$$

Através de diagramas:

Figura 6: Representação do Complementar de Um Conjunto



Fonte: O autor

- A **subtração** de conjuntos definida como sendo:

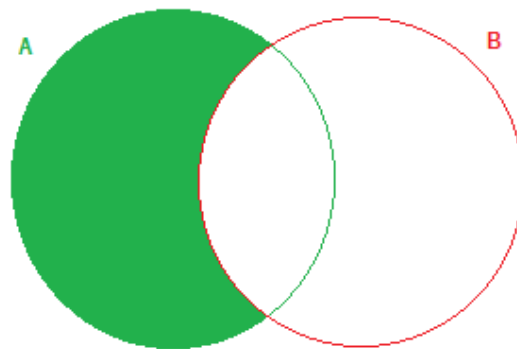
Sejam A e B dois conjuntos. $C = A - B$ é o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B. Suas representações são;

Por compreensão:

$$C = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\} \quad (5)$$

Através de diagramas:

Figura 7: Representação da Subtração de Conjuntos



Fonte: O autor

• A **diferença simétrica** definida como sendo:

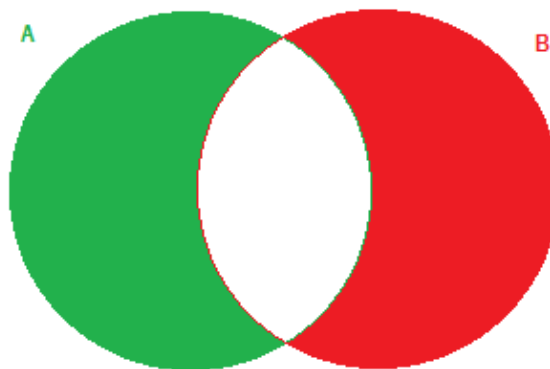
Sejam A e B dois conjuntos. A diferença simétrica entre os conjuntos A e B é o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B, mas, não pertencem a intersecção. Suas representações são;

Por compreensão:

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) \quad (6)$$

Através de diagramas:

Figura 8: Representação da Diferença Simétrica de Conjunto



Fonte: O autor

3.2 PROPRIEDADES DOS CONJUNTOS

Vejamos algumas propriedades que são geralmente utilizadas como axiomas no desenvolvimento da teoria de conjuntos. Para isso, considere as relações válidas para conjuntos quaisquer A , B , C e Ω , sendo Ω o conjunto universo.

- **Idempotência**

a) $A \cup A = A$

Demonstração:

$$A \cup A = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in A\} \quad (2)$$

$$A \cup A = \{x \mid x \in A\}$$

$$A \cup A = A \quad (1)$$

□

b) $A \cap A = A$

Demonstração:

$$A \cap A = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in A\} \quad (2)$$

$$A \cap A = \{x \mid x \in A\}$$

$$A \cap A = A \quad (1)$$

□

- **Associativa**

a) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Demonstração:

$$(A \cup B) \cup C = \{x \mid x \in (A \cup B) \text{ ou } x \in C\} \quad (2)$$

$$(A \cup B) \cup C = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B \text{ ou } x \in C\} \quad (2)$$

$$(A \cup B) \cup C = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in (B \cup C)\} \quad (2)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \quad (2)$$

□

b) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Demonstração:

$$(A \cap B) \cap C = \{x \mid x \in (A \cap B) \text{ e } x \in C\} \quad (3)$$

$$(A \cap B) \cap C = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B \text{ e } x \in C\} \quad (3)$$

$$(A \cap B) \cap C = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in (B \cap C)\} \quad (3)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad (3)$$

□

- **Distributiva**

a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Demonstração:

$$A \cup (B \cap C) = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in (B \cap C)\} \quad (2)$$

$$A \cup (B \cap C) = \{x \mid x \in A \text{ ou } (x \in B \text{ e } x \in C)\} \quad (3)$$

$$A \cup (B \cap C) = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B \text{ e } x \in A \text{ ou } x \in C\}$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad (2) \text{ e } (3)$$

□

b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Demonstração:

$$A \cap (B \cup C) = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in (B \cup C)\} \quad (3)$$

$$A \cap (B \cup C) = \{x \mid x \in A \text{ e } (x \in B \text{ ou } x \in C)\} \quad (2)$$

$$A \cap (B \cup C) = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B \text{ ou } x \in A \text{ e } x \in C\}$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (3) \text{ e } (2)$$

□

- **Identidade**

a) $A \cup \emptyset = A$

Demonstração:

$$A \cup \emptyset = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in \emptyset\} \quad (2)$$

mas, \emptyset não tem elementos, logo;

$$A \cup \emptyset = \{x \mid x \in A\}$$

$$A \cup \emptyset = A \quad (1)$$

□

b) $A \cap \Omega = A$

Demonstração:

$$A \cap \Omega = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in \Omega\} \quad (3)$$

mas, $A \subset \Omega$, sendo assim;

$$\begin{aligned} A \cap \Omega &= \{x \mid x \in A\} \\ A \cap \Omega &= A \end{aligned} \tag{1}$$

□

c) $A \cup \Omega = \Omega$

Demonstração:

$$A \cup \Omega = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in \Omega\} \tag{2}$$

mas, $A \subset \Omega$, logo;

$$\begin{aligned} A \cap \Omega &= \{x \mid x \in \Omega\} \\ A \cup \Omega &= \Omega \end{aligned} \tag{1}$$

□.

d) $A \cap \emptyset = \emptyset$

Demonstração:

$$A \cap \emptyset = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in \emptyset\} \tag{3}$$

mas, $\nexists x \in \emptyset$, logo;

$$\begin{aligned} A \cap \emptyset &= \{x \mid \nexists x\} \\ A \cap \emptyset &= \emptyset \end{aligned} \tag{1}$$

□

- **Complementaridade**

a) $A \cup \bar{A} = \Omega$

Demonstração:

$$A \cup \bar{A} = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in \bar{A}\} \tag{2}$$

$$A \cup \bar{A} = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in \Omega \text{ e } x \notin A\} \tag{4},$$

mas,

$$x \in A \text{ ou } x \notin A \Rightarrow x \in \Omega$$

então, teremos que,

$$\begin{aligned} A \cup \bar{A} &= \{x \mid x \in \Omega \text{ ou } x \in \Omega\} \\ A \cup \bar{A} &= \{x \mid x \in \Omega\} \\ A \cup \bar{A} &= \Omega \end{aligned} \tag{1}$$

□.

b) $A \cap \bar{A} = \emptyset$

Demonstração:

$$A \cap \bar{A} = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in \bar{A}\} \quad (3)$$

$$A \cup \bar{A} = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in \Omega \text{ e } x \notin A\} \quad (4)$$

Mas, $x \in A$ e $x \notin A$ é uma contradição, logo, $\nexists x \in \Omega$, e portanto

$$A \cap \bar{A} = \emptyset \quad \square.$$

c) $\bar{\bar{A}} = A$

Demonstração:

$$\bar{\bar{A}} = \{x \mid x \in \Omega \text{ e } x \notin \bar{A}\} \quad (4)$$

$$\bar{A} = \{x \mid x \in \Omega \text{ e } x \in A\} \quad (4)$$

$$\bar{\bar{A}} = \Omega \cap A \quad (3)$$

$$\bar{\bar{A}} = A, \text{ (identidade 1)} \quad \square.$$

d) $\bar{\Omega} = \emptyset$

Demonstração:

$$\bar{\Omega} = \{x \mid x \notin \Omega\}$$

Ora, se $\nexists x \in \Omega$, então temos que

$$\bar{\Omega} = \emptyset$$

Pois, Ω é o conjunto universo.

e) $\bar{\emptyset} = \Omega$

Demonstração:

$$\bar{\emptyset} = \{x \mid x \notin \emptyset\}$$

Ora, se $x \notin \emptyset$, então, $\exists x \in \Omega$ o que implica

$$\bar{\emptyset} = \Omega, \quad \square.$$

- **Leis de Morgan**

a) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

Demonstração:

$$\overline{A \cup B} = \{x \mid x \in \Omega \text{ e } x \notin (A \cup B)\} \quad (4)$$

$$\overline{A \cup B} = \{x \mid x \in \Omega \text{ e } x \notin A \text{ e } x \notin B\} \quad (2)$$

$$\overline{A \cup B} = \{x \mid x \in \Omega \text{ e } x \notin A \text{ e } x \in \Omega \text{ e } x \notin B\}$$

$$\overline{A \cup B} = \{x \mid x \in \bar{A} \text{ e } x \in \bar{B}\} \quad (4)$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad (3)$$

□

b) $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

Demonstração:

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid x \in \Omega \text{ e } x \notin (A \cap B)\} \quad (4)$$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid x \in \Omega \text{ e } x \notin A \text{ ou } x \notin B\} \quad (3)$$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid x \in \Omega \text{ e } x \notin A \text{ ou } x \in \Omega \text{ e } x \notin B\},$$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid x \in \bar{A} \text{ ou } x \in \bar{B}\} \quad (4)$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} \quad (2)$$

□.

4 A TAXONOMIA BIOLÓGICA

Este capítulo foi escrito com base em pesquisas feitas na internet, no trabalho de Abe e Papavero (1991) e a partir de conversas técnicas com o professor Ms Odaci Fernandes Oliveira professor aposentado da Universidade Federal Rural do Semiárido que substituiu em 2005 a Escola Superior de Agricultura de Mossoró. A ideia era se certificar dos conceitos da área de Taxonomia Biológica para então aplicar a Teoria dos Conjuntos fazendo assim um estudo Interdisciplinar.

Desta forma viu-se que Aristóteles foi o primeiro a começar a classificar todas as coisas vivas. Daí, é atribuída a ele a criação de uma técnica de classificação dos seres na qual foi denominada de Taxonomia Biológica.

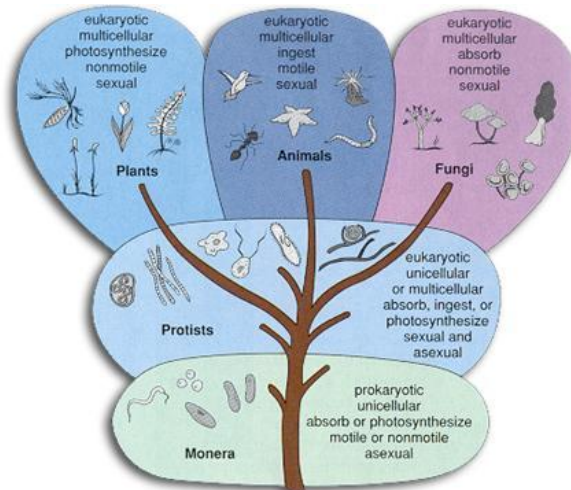
A Taxonomia Biológica é um ramo da Biologia voltada para a ordenação e classificação dos seres vivos. Esta ciência estuda as relações de parentescos entre os organismos e suas histórias evolutivas. O mais conhecido Sistema de Classificação dos seres vivos foi proposto por Carolus Linnaeus em meados do século XVIII. Ele criou o que chamamos de Sistemática Clássica, que utiliza de características observadas num determinado organismo para classificá-lo dentro de categorias taxonômicas organizadas numa hierarquia.

A Sistemática Clássica é responsável pela criação de Reinos, Filos, Classes, Ordens, Famílias, e fundamentalmente, Gêneros e Espécies. Um sistema de classificação mais recente compreende cinco reinos e foi proposto por Robert H. Whittaker em 1969. Ele é composto pelos reinos Monera, Protista, Fungi, Animalia e Plantae.

Este sistema de classificação é mais científico e natural. É o sistema mais aceito de classificação moderna como os diferentes grupos de animais são colocados filogeneticamente. Os procariontes são colocados em um reino separado como eles diferem de todos os outros organismos em sua organização. Como os organismos unicelulares são colocados sob o reino protista, tem resolvido muitos problemas relacionados com a posição de organismos como Euglena. Os fungos diferem totalmente de outros eucariontes primitivos, portanto, colocando o grupo dos fungos em um status de reino é justificável. O reino dos Animais e Plantas mostra a filogenia de diferentes estilos de vida. Este sistema de classificação indica claramente organização celular e modos de nutrição, sendo que isso só foi possível devido a avanços tecnológicos como o microscópio.

Vejamos uma ilustração de um esquema contendo os cinco reinos

Figura 9: Sistema Com os Cinco Reinos 1



Fonte: internet: <<http://biology.tutorvista.com/organism/five-kingdom-classification.html>>

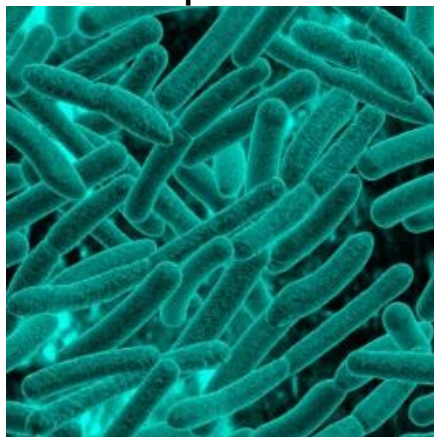
Seguindo a classificação dos seres vivos em cinco reinos, teremos a definição de cada reino a seguir.

4.1 DEFINIÇÃO DOS CINCO REINOS

4.1.1 REINO MONERA

O Reino Monera é considerado o grupo mais primitivo de organismos. Eles incluem vários tipos de bactérias e algas azuis. A ideia intuitiva é que o Reino Monera é constituído por organismos unicelulares procariotos, coloniais ou não, autótrofos ou heterótrofos. De maneira simplificada, o Reino Monera se resume a bactérias e cianobactérias.

Figura 10: Exemplar do Reino Monera



Fonte: internet: <<http://biology.tutorvista.com/organism/five-kingdom-classification.html>>

4.1.2 REINO PROTISTA:

Este reino forma um elo entre outros reinos de plantas, animais e fungos. O Reino Protista é um grupo diversificado de organismos eucarióticos. São unicelulares, alguns são colonial ou multicelular, eles não têm organização do tecido especializado. A organização celular simples distingue os protistas de outros eucariotos. O corpo da célula dos protistas contém um núcleo que é bem definido e organelas ligados à membrana. Alguns possuem flagelos ou cílios para a locomoção. Sua reprodução pode ser assexuada e sexuada. Eles vivem em qualquer ambiente que contém água.

Figura 11: Exemplar do Reino Protista



Fonte: internet: <<http://biology.tutorvista.com/organism/five-kingdom-classification.html>>

4.1.3 REINO FUNGI

Depois de muitas pesquisas, somente em 1969 os fungos foram considerados organismos diferentes das plantas, sendo, portanto, classificados num reino específico. Eles mostram uma grande diversidade na morfologia e habitat. Os fungos são organismos heterotróficos, obtêm seus nutrientes por absorção. As paredes celulares dos fungos são na maioria das vezes constituídas por quitina, enquanto que a parede celular em plantas é feito de celulose. Os hidratos de carbono armazenados em fungos é sob a forma de glicogénio. O corpo 'fruta' do fungo só é visto, enquanto o corpo vivo do fungo é um micélio, ela é feita de pequenos filamentos chamados hifas. Sua nutrição é absorvendo nutrientes do material orgânico em que vivem.

Figura 12: Exemplar do Reino Fungi



Fonte: internet: <<http://biology.tutorvista.com/organism/five-kingdom-classification.html>>

Fungos não têm estômagos, que digerem os alimentos antes de passar através da parede celular para os hifas.

4.1.4 REINO ANIMALIA

O Reino Animalia é composto por organismos eucariontes pluricelulares e heterótrofos, sendo portanto, uma característica muito marcante que os difere, por exemplo, do Reino Vegetal. Em sua maioria, os seres que pertencem ao Reino Animalia têm capacidade de locomoção e fazem reprodução sexuada. Os animais vertebrados possuem vértebras e coluna dorsal, pertencendo assim ao grupo dos Cordados. Os demais animais, que não possuem vértebras e nem coluna dorsal, são não cordados. O desenvolvimento embrionário determina características importantes para sua classificação, todos os animais possuem o estágio da blástula no seu desenvolvimento.

Figura 13: Exemplos do Reino Animalia



Fonte: internet: <<http://biology.tutorvista.com/organism/five-kingdom-classification.html>>

4.1.5 REINO PLANTAE

Existem diferentes tipos de espécies de plantas, que são encontrados no planeta Terra. Elas são ordenadas e classificadas em um reino separado conhecido como Reino Plantae ou Reino das Plantas. Esta classificação é baseada em suas semelhanças e diferenças. O Reino Plantae inclui todos os tipos de eucariotas, multicelulares, plantas fotossintéticas encontrados nesta biosfera. A maior parte dos organismos neste reino são autótrofos, pois realiza sua própria nutrição com a ajuda da energia solar. Há poucas espécies, que são ambos autótrofos e heterótrofos.

Figura 14: Exemplos do Reino Plantae

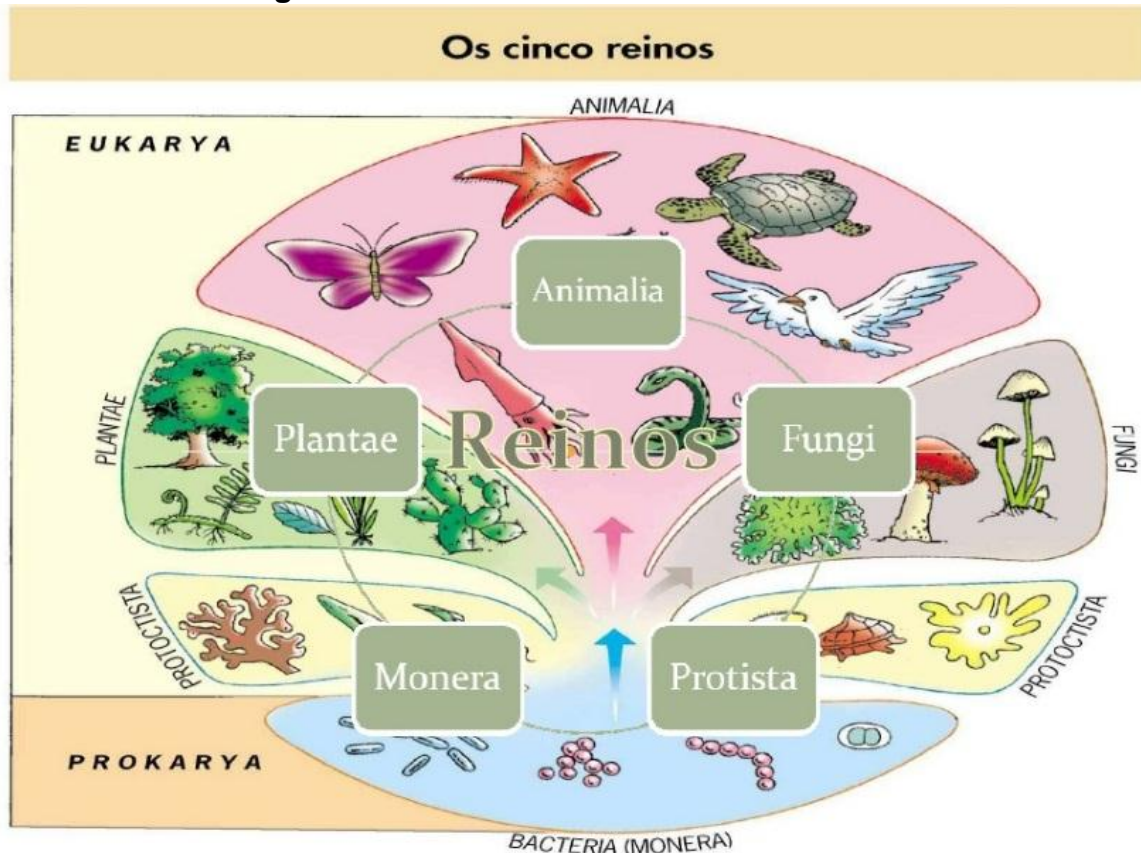


Fonte: internet: <<http://biology.tutorvista.com/organism/five-kingdom-classification.html>>

Podemos notar nos Cinco Reinos um conjunto de características que os distingue, nos permitindo identificar o uso da definição de conjunto por compreensão, isto é, são enunciadas algumas características do conjunto, neste caso do reino, no qual somente seus elementos possuem. Daí, todo ser vivo que tiver essas características pertencerá ao reino em questão. Com essas características os cinco reinos (ou conjuntos) ficam bem definidos e cada ser vivo passa a pertencer a apenas

um e somente um destes cinco reinos, caracterizando o conceito de conjuntos disjuntos. Podemos identificar, ainda, características que pertencem a mais de um reino o que mostra a intersecção entre os conjuntos de características dos mesmos, justificando, assim, a evolução mostrada no diagrama a seguir.

Figura 15: Sistema Com os Cinco Reinos 2



Fonte: Internet: <<http://biologiaemsi.blogspot.com.br/p/5-reinos.html>>

Visto que os seres vivos estão divididos em cinco reinos, agora veremos como a Teoria dos Conjuntos influenciou para que isso viesse a acontecer.

4.2 A TEORIA DOS CONJUNTOS E A TAXONOMIA BIOLÓGICA

Neste capítulo começamos a trabalhar a Teoria dos Conjuntos e a Taxonomia Biológica com base na obra de Abe e Papavero (1991), autores do livro *TEORIA INTUITIVA DOS CONJUNTOS*, obra na qual apresenta uma introdução às principais noções da Teoria Elementar dos Conjuntos apresentada de forma intuitiva de modo a ser acessível não só aos matemáticos, mas, podendo também tirar proveito dela, além dos biólogos (para os quais foi especialmente escrito), especialistas de outras áreas

das ciências físicas, naturais, ou humanas, especificamente o apêndice 2 da obra na qual trata da Taxonomia Biológica.

Através da observação de características existentes nos seres vivos, conseguimos distinguir e conseqüentemente dá uma classificar a esses seres, ou seja, conseguimos identificar a que reino esse ser vivo pertence. E isso se dá através da utilização do método aristotélico aplicado, por Carolus Linnaeus, a Taxonomia Biológica, principalmente na décima edição de seu *Sistema Naturae* (1758).

No método aristotélico, as características observadas nos seres vivos são transformadas em um conjunto de caracteres onde cada característica é representada por uma letra minúscula, sendo que características iguais, em seres distintos, são representados pela mesma letra. Em seguida é utilizada a ideia de conjunto para comparar os caracteres e conseqüentemente classificar cada ser vivo. Além da ideia de conjuntos, é utilizado também a Relação de Pertinência para adequar cada ser vivo em seu respectivo reino e a Relação de Inclusão quando se faz necessário a divisão de reinos em subgrupo. Podemos, ainda, fazer uso das operações entre conjuntos como a União, Intersecção e Complementar de um conjunto.

A seguir veremos o método aristotélico aplicado as características gerais dos cinco reinos para identificar a que reino pertence a *Panthera onca* (onça-pintada) e, também, o *Amanita muscaria*. Em seguida o mesmo método é utilizado na classificação dos grupos de plantas.

4.3 CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS CINCO REINOS.

Agora vejamos cada um dos cinco reinos identificando algumas de suas características, dentre elas o corpo de acordo com a quantidade de células na qual ele é formado, o habitat como sendo o conjunto de circunstâncias físicas e geográficas que oferece condições favoráveis à vida e ao desenvolvimento de determinado ser, a nutrição como sendo a forma na qual os organismos adquirem seu alimento, a respiração de acordo com a necessidade ou não da existência de oxigênio para sua sobrevivência, a circulação como sendo a distribuição de nutrientes, moléculas e gases (oxigênio e dióxido de carbono) dentro da célula e entre células e tecidos, a locomoção como sendo a capacidade de movimento por si só ou não, a reprodução como sendo à função através da qual os seres vivos produzem descendentes, e o composto encontrado em suas paredes celulares.

Na tabela abaixo podemos ver de maneira bem prática essas oito características dos seres vivos em cada um dos cinco reinos.

Quadro 1: Características Gerais dos Cinco Reinos

Características	Reino				
	Monera	Protista	Fungi	Animalia	Plantae
Corpo	Unicelular.	Unicelular ou pluricelular.	Pluricelular ou unicelular (rara).	Pluricelular	Pluricelular.
Habitat	Terrestres, aquáticos e parasitas.	Terrestres, aquáticos e parasitas.	Terrestres, aquáticos e parasitas.	Terrestres ou aquáticos.	Terrestres ou aquáticos.
Nutrição	Heterotrófica ou autotróficas.	Heterotrófica ou autotrófica.	Heterotrófica.	Heterotrófica.	Autotrófica ou Heterotrófica (rara).
Respiração	Aeróbica ou anaeróbica.	Aeróbica.	Aeróbica ou anaeróbica.	Aeróbica.	Aeróbica ou anaeróbica.
Circulação	Por difusão.	Por difusão.	Por difusão.	Vascular ou por difusão.	Vascular ou por difusão.
Locomoção	Sim.	Sim ou não.	Não.	Sim ou não.	Não.
Reprodução	Assexuada ou sexuada.	Assexuada ou sexuada.	Assexuada ou sexuada.	Sexuada	Sexuada ou Assexuada.
Composto encontrado nas paredes celulares	Peptideoglicano.	Celulose, Amido e Algina.	Quitina.	Ausente.	Celulose.

Fonte: o autor

Nesta tabela fica fácil ver os reinos como conjuntos de seres com características semelhantes e, também, a intersecção entre os conjuntos de características. Com essas características podemos identificar a que reino um ser vivo pertence. Como exemplo, vamos classificar, ver a que reino pertence, alguns seres vivos através de suas características. Para isso, vamos usar alguns caracteres:

- a) Unicelular;
- b) Pluricelular;
- c) Terrestre;
- d) Aquático;
- e) Parasita;
- f) Heterotrófica;

- g) Autotrófica;
- h) Aeróbica;
- i) Anaeróbica;
- j) Por difusão;
- k) Vascular;
- l) Se locomove;
- m) Não se locomove;
- n) Assexuada;
- o) Sexuada;
- p) Peptideoglicano;
- q) Celulose;
- r) Amido;
- s) Quitina;
- t) Ausência de paredes celulares.

Daí, podemos observar que o Reino Monera pode ser representado pelo conjunto de caracteres $M = \{a, c, d, e, f, g, h, i, j, l, n, o, p\}$, o Reino Protista pelo conjunto $P = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, l, m, n, o, q, r, s\}$, o Reino Fungi pelo conjunto $F = \{a, b, c, d, e, f, h, i, j, m, n, o, t\}$, o Reino Animalia pelo conjunto $A = \{b, c, d, f, h, j, k, l, m, o, u\}$ e o Reino Plantae pelo conjunto $V = \{b, c, d, f, g, h, i, j, k, m, n, o, q\}$.

Podemos realizar, também, a intersecção dos cinco reino. Vejamos:

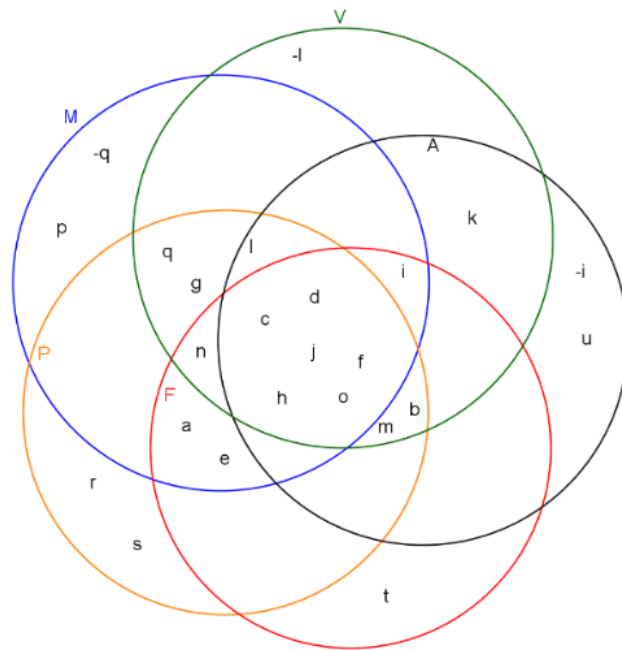
$$M = \{a, c, d, e, f, g, h, i, j, l, n, o, p\} \cap P = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, l, m, n, o, q, r, s\}$$

$$\cap F = \{a, b, c, d, e, f, h, i, j, m, n, o, t\} \cap A = \{b, c, d, f, h, j, k, l, m, o, u\} \cap V = \{b, c, d, f, g, h, i, j, k, m, n, o, q\} = \{c, d, f, h, j, o\}.$$

A intersecção nos mostra as características em comuns entre seres pertencentes a diferentes reinos. Neste caso, podemos afirmar que nos cinco reinos teremos seres cujo habitat é terrestre, seres cujo habitat é aquático, seres que são heterotróficos, seres cuja respiração é feita de modo aeróbico, seres cuja respiração é feita por difusão e seres cuja reprodução é sexuada.

Podemos, ainda, representar através do diagrama de venn como a figura a seguir:

Figura 16: Representação Geométrica das Características Gerais do Cinco Reinos



Fonte: o autor

Esse modo de trabalhar com os caracteres dos seres ajuda a classificar a que reino pertence cada ser vivo. Vejamos exemplos:

Vejamos a que reino pertence a *Panthera onca* (onça-pintada).

Figura 17: Panthera Onca (Onça-Pintada)



Fonte: Internet: <<http://www.infoescola.com/mamiferos/onca-pintada/>>

Tomemos suas características:

Quadro 2: Características da Panthera Onca (Onça-Pintada)

Corpo	Habitat	Nutrição	Respiração
Pluricelular.	Terrestres	Heterotrófica.	Aeróbica.

Circulação	Locomoção	Reprodução	Composto encontrado nas paredes celulares
Vascular.	Existir	Sexuada.	Ausente.

Fonte: o autor

Analisando suas características temos que o corpo pluricelular, o habitat terrestre, a nutrição heterotrófica, a reprodução sexuada e a respiração aeróbica não a faz pertencer a um reino específico. Porém a circulação vascular a deixa somente entre o Reino Plantae e o Reino Animalia, dúvida essa que é extinta pois na *Panthera onca* não são encontradas paredes celulares, tal característica pertencente ao Reino Animália, ou seja, a *Panthera onca* pertence ao Reino Animália.

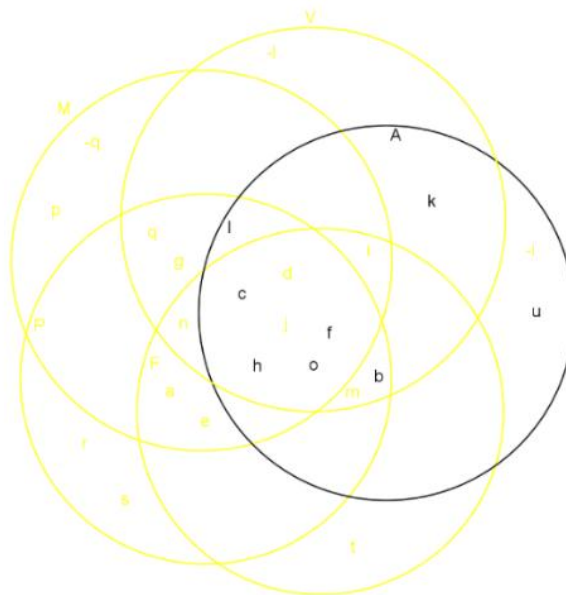
Usando os caracteres da tabela acima as características da Panthera Onca forma o seguinte conjunto:

$$PO = \{b, c, f, h, k, l, o, u\}$$

Daí, comparando com os conjuntos M, P, F, A e V, distinguidos acima, veremos que o conjunto PO está contido no conjunto A. Em linguagem de conjuntos teremos que $PO \subset A$. Logo, a *Panthera Onca* pertence ao Reino Animalia.

Vejamos no diagrama de venn seus caracteres destacados:

Figura 18: Representação Geométrica das Características da Panthera Onca (Onça-Pintada)



Fonte: o autor

Agora vejamos a que reino pertence o *Amanita Muscaria* (considerado por muitos o cogumelo mais famoso do mundo).

Figura 19: Amanita Muscaria



Fonte: Internet: <<http://www.tacethno.com/fly-agaric-mushroom-amanita-muscaria/amanita-muscaria-grade-a-latvian.html>>

Tomemos suas características:

Quadro 3: Características da Amanita Muscaria

Corpo	Habitat	Nutrição	Respiração
Pluricelular.	Terrestre.	Heterotrófica.	Aeróbica.

Circulação	Locomoção	Reprodução	Composto encontrado nas paredes celulares
Por difusão.	Não Existe.	Assexuada.	Quitina.

Fonte: o autor

Analisando suas características temos que o corpo pluricelular e a não locomoção o faz não pertencer ao Reino Monera. As outras quatro características, habito terrestre, nutrição heterotrófica, respiração aeróbica e a circulação por difusão, faz com que se gere dúvidas a respeito de que reino essa espécie pertença. Porém, por ter as paredes celulares compostas por quitina, temos que a *Amanita Muscaria* pertence ao Reino Funji.

Vejamos através do uso de conjuntos essa classificação.

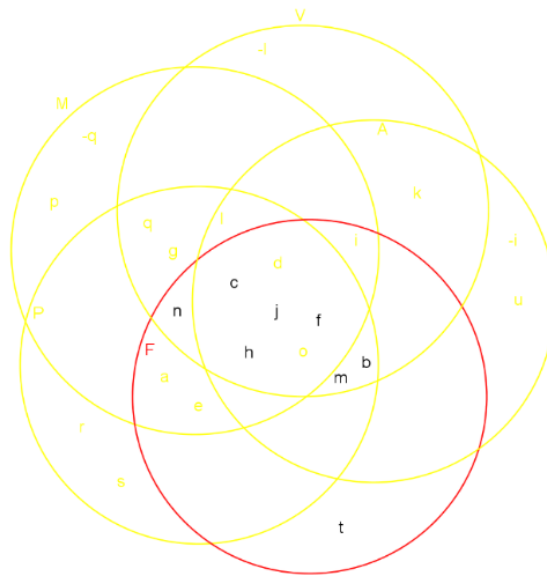
Chamando de AM o conjunto de caracteres da *Amanita Muscaria*, teremos a seguinte representação:

$$AM = \{b, c, f, h, j, m, n, t\}$$

Ao comparar com os conjuntos M, P, F, A e V, podemos observar que o conjunto AM vai pertencer ao conjunto F. Em notação de conjuntos teremos $AM \subset F$.

Vejamos essa representação através do diagrama de venn:

Figura 20: Representação Geométrica das Características da Amanita Muscaria



Fonte: o autor

Esses dois exemplos tem o objetivo de mostrar não só o uso da definição de conjuntos por compreensão, mas, também que existem várias outras características que são utilizadas para distinção dos reinos e se esse método de conjuntos não fosse utilizado dificilmente teríamos uma definição precisa dos cinco reinos.

Entretanto a observação de um número maior de características não só ajudou a distinguir os cinco reinos, mas, também dividiu os reinos em subconjunto (no caso, em sub-reinos), como veremos no Reino Plantae a seguir.

4.4 OS GRUPOS DE PLANTAS

A classificação das plantas baseia-se em diversos parâmetros ou categorias, como anatomia, embriologia, ecologia e, mais recentemente, genética molecular e bioquímica. São áreas da Biologia continuamente atualizadas de acordo com as contribuições resultantes de novas pesquisas.

Atualmente, há cerca de 350 mil espécies de plantas catalogadas e, com base em características comuns, é possível dividi-las em cinco grandes conjuntos: as Charales, as Briófitas, as Pteridófitas, as Gimnospermas e as Angiospermas. No diagrama abaixo vemos que esses cinco conjuntos de plantas são conjuntos disjuntos e que seus subgrupos são subconjuntos, também, disjuntos.

Figura21: O Reino Plantae e Seus Subconjuntos



Fonte: o autor

No diagrama, observamos que a divisão dos cinco conjuntos em subconjuntos se dá da seguinte forma:

Charales em uma ordem de algas de água doce, da divisão Charophyta. São plantas verdes que se acredita serem os parentes mais próximos dos embriófitos.

As Briófitas é um grupo de plantas nas quais estão divididas em dois conjuntos tendo os musgos como o conjunto com o maior número de espécies e o outro conjunto formados pelas demais plantas pertencentes a esse grupo, dentre elas estão as hepáticas e os antóceros, sendo que este grupo pode ser chamado de conjunto complementar do conjunto dos musgos. Logo, uma planta que tem as características das briófitas, ela pertencerá ao conjunto dos musgos ou ao seu complemento.

As Pteridófitas também estão divididas em dois conjuntos, ou subgrupos, nos quais o que tem o maior número de espécie é formado pelas Filicíneas e o outro conjunto é formado pelas demais plantas pertencentes a esse grupo, nas quais estão as equisetíneas e as lycopodíneas, sendo que este subgrupo pode ser chamado de conjunto complementar do conjunto das filicíneas. Logo, uma planta que tem as características das pteridófitas, ou ela pertencerá ao conjunto das filicíneas ou ao seu complemento.

As Gimnospermas, assim como as Briofitas e as Pteridófitas, é um grupo dividido em dois conjuntos, o das Coníferas, que formam o maior subgrupo, e o outro conjunto é formado pelos demais subgrupos pertencentes a esse grupo, que são as gnetáceas, ginkgoáceas e cicadáceas, sendo que este subgrupo pode ser chamado de conjunto complementar do conjunto das Gimnospermas. Logo, uma planta que tem as características das Gimnospermas, ou ela pertencerá ao conjunto das Coníferas ou ao seu complemento.

As Angiospermas atualmente são divididas em três grandes conjuntos disjuntos, ou subgrupo, que são as Monocotiledônias, as Magnoliídeas e as Eudicotiledônias.

Vejamos algumas características dos conjuntos no qual o reino plantae está dividido.

4.5 CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS CONJUNTOS DO REINO PLANTAE

No quadro, a seguir, veremos algumas características que permitem com que determinadas plantas sejam classificadas em um dos cinco subconjuntos do Reino Plantae.

Quadro 4: Características Gerais dos Conjuntos do Reino Plantae

Conjuntos	

Características	Charales	Briófitas	Pteridófitas	Gimnospermas	Angiospermas
Porte do Corpo	Médio.	Pequeno.	Pequeno, Médio e Grande.	Médio e Grande.	Pequeno, Médio e Grande.
Morfologia	Talo (“caule”) e Verticilos.	Rizoides, Cauloides e Filoides.	Raiz, Caule e Folha.	Raiz, Caule, Folhas e Sementes Nusas.	Raiz, Caule, Folhas, Flor, e Frutos com Sementes.
Habitat	Aquático.	Terrestre.	Terrestre e aquática.	Terrestre.	Terrestre e Aquática.
Circulação	Avascular.	Avascular.	Vascular.	Vascular.	Vascular.
Reprodução	Sexuada e Assexuada.	Sexuada e Assexuada.	Sexuada e Assexuada.	Sexuada e Assexuada (raro).	Sexuada e Assexuada.

Fonte: o autor

Essas características podem e são usadas para distinguir a que subconjunto pertence as plantas. Para uma melhor visualização vamos usar o método dos conjuntos atribuindo uma letra para cada caractere.

- a) Porte do corpo pequeno;
- b) Porte do corpo médio;
- c) Porte do corpo grande;
- d) Possui talo (“caule”);
- e) Possui verticilos;
- f) Possui rizoides;
- g) Possui cauloides;
- h) Possui filoides;
- i) Possui raiz;
- j) Possui caule;
- k) Possui folha;
- l) Possui sementes nusas;
- m) Possui flor;
- n) Possui fruto com sementes;
- o) Habitat terrestre;

- p) Habitat aquático;
- q) Circulação vascular;
- r) Circulação avascular;
- s) Reprodução sexuada;
- t) Reprodução assexuada.

Daí, teremos que o Conjunto das Charales pode ser representado por $C = \{b, d, e, p, r, s, t\}$, o Conjunto das Briófitas pode ser representado por $B = \{a, f, g, h, o, r, s, t\}$, o Conjunto das Pteridófitas pode ser representado por $P = \{a, b, c, i, j, k, o, p, q, s, t\}$, o Conjunto das Gimnospermas pode ser representado por $G = \{b, c, i, j, k, l, o, q, s, t\}$ e o Conjunto das Angiospermas pode ser representado por $A = \{a, b, c, i, j, k, l, m, n, o, p, q, s, t\}$.

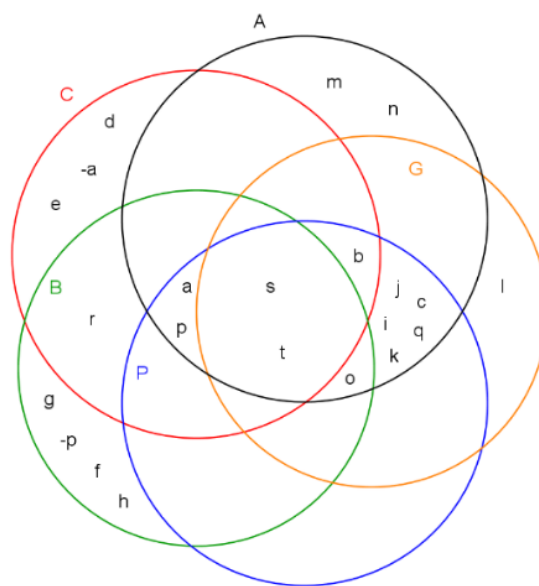
Podemos, também, representar a intersecção desses conjuntos. Vejamos:

$$C = \{b, d, e, p, r, s, t\} \cap B = \{a, f, g, h, o, r, s, t\} \cap P = \{a, b, c, i, j, k, o, p, q, s, t\} \cap G = \{b, c, i, j, k, l, o, q, s, t\} \cap A = \{a, b, c, i, j, k, m, n, o, p, q, s, t\} = \{s, t\}.$$

Podemos observar que na intersecção dos cinco conjuntos somente as reproduções sexuada e assexuada são comuns a todos.

Podemos, ainda, representar através do diagrama de venn como a figura a seguir:

Figura 22: Representação Geométrica das Características dos Subconjuntos do Reino Plantae



Fonte: o autor

Tomemos um exemplo do uso desta tabela na classificação de uma espécie de planta, a *Sequoia Sempervirens* (Sequoia-Vermelha).

Figura 23: Sequoia Sempervirens (Sequia-Vermelha)



Fonte: Internet: <<http://pt.wikinoticia.com/cultura%20cient%C3%ADfica/Ci%C3%A2ncia?start=408>>

Vejam suas características em uma tabela:

Quadro 5: Características da Sequoia Sempervirens (Sequoia-Vermelha)

Porte do corpo	Morfologia	Habitat	Circulação	Reprodução
Grande.	Raiz, Caule, Folhas e Sementes Nuas.	Terrestre.	Vascular.	Sexuada.

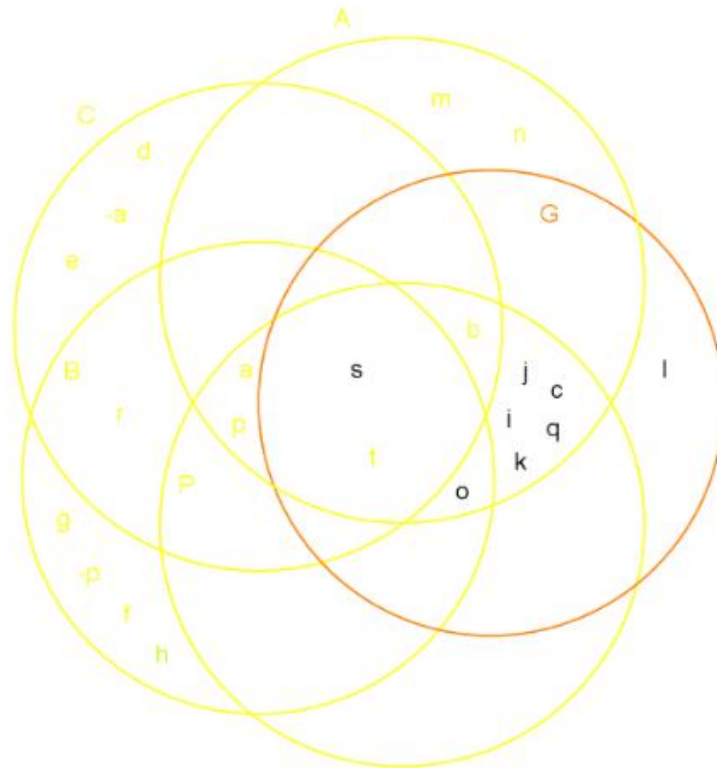
Fonte: o autor

As características que indicam que a *Sequoia Sempervirens* é Terrestre, Vascular e Sexuada, não a distinguem de nenhum dos cinco conjuntos iniciais. Por outro lado, por ser uma planta de grande porte faz com que ela não pertença ao conjunto das Charales e nem ao conjunto das Briófitas. Por possuir raiz, caule e folhas faz com que ela pertença a qualquer um dos três conjuntos restantes. Porém, ter sementes nuas faz com que a *Sequoia Sempervirens* (Sequoia-Vermelha) pertença ao conjunto das Gimnospermas.

Vamos fazer essa representação através do uso dos conjuntos. Para isso vamos chamar o conjunto de caracteres da *Sequoia Sempervirens* de $SS = \{c, i, j, k, l, o, q, s\}$.

Agora vamos representar através do diagrama de venn:

Figura 24: Representação Geométrica das Características Gerais da Sequoia Sempervirens (Sequia-Vermelha)



Fonte: o autor

Com o diagrama de venn fica claro a pertinência da *Sequoia Sempervirens* (Sequia-Vermelha) ao conjunto das Gimnospermas.

Agora, dos cinco conjuntos vamos destacar as Angiospermas por serem as plantas mais comuns do Reino Plantae, atualmente.

4.6 AS ANGIOSPERMAS E SEUS SUBCONJUNTOS

Já vimos que no conjunto das Angiospermas seus elementos estão divididos em outros três subconjuntos que são as Monocotiledônias, as Magnoliídeas e as Eudicotiledônias. Sendo assim vejamos algumas características desses três subconjuntos.

Quadro 6: Características Gerais dos Subconjuntos das Angiospermas

	Monocotiledônea	Eudicotiledônia	Magnoliídea
Raízes	Raiz principal efêmera; sistema secundário (adventício) fasciculado.	Raiz principal Pivotante geralmente permanente, ramificada ou não. Muitas vezes com raízes adventícias na parte aérea.	Raiz principal Pivotante geralmente permanente, ramificada ou não. Muitas vezes com raízes adventícias na parte aérea.
Caule	Ausência de cilindro central. Contendo feixes vasculares dispersos.	Presença de cilindro central; contendo feixes vasculares dispostos em anel.	Presença de cilindro central; contendo feixes vasculares dispostos em anel.
Folhas	Comumente Paralelinérvea; presença de bainha.	Comumente Peninérvia ou palminérvea; ausência de bainha.	Comumente Peninérvia ou palminérvea; ausência de bainha
Flores	Trimeras	Pentâneas ou tetrâneas.	Com grande variação no número de pétalas.
Frutos	Tipos variados.	Tipos variados.	Tipos variados.
Sementes (embrião)	Um cotilédone	Dois cotilédones	Dois cotilédones

Fonte: o autor

Esta tabela mostra algumas das características das Angiospermas, dividindo esse conjunto em outros três subconjuntos sendo que em dois deles, as Eudicotiledônias e as Magnoliídeas, as características são bem parecidas, o que faz com que esses dois subconjuntos sejam considerados por muitos estudiosos como sendo um único subconjunto. Desta forma fica exposta uma intersecção entre esses dois subconjuntos. Para uma melhor visualização vamos usar o método dos conjuntos atribuindo uma letra para cada caractere. Daí, termos a seguinte representação:

- a) Raiz principal efêmera;
- b) Raiz principal pivocada geralmente permanente;
- c) Raiz secundária (adventício) fasciculada;
- d) Raiz adventícias na parte aérea;
- e) Caule com ausência de cilindro central;
- f) Caule com presença de cilindro central;
- g) Caule contendo feixes vasculares dispersos;
- h) Caule contendo feixes vasculares dispostos em anéis;
- i) Folhas comumente paralelinérvea;
- j) Folhas com presença de bainha;
- k) Folhas comumente peninérvea;
- l) Folhas comumente palminérvea;
- m) Folhas com ausência de bainha;
- n) Flores trimeras;
- o) Flores pentâneas;
- p) Flores tetrâneas;
- q) Flores com grande variação no número de pétalas;
- r) Frutos variados;
- s) Sementes com um cotilédone;
- t) Sementes com dois cotilédones.

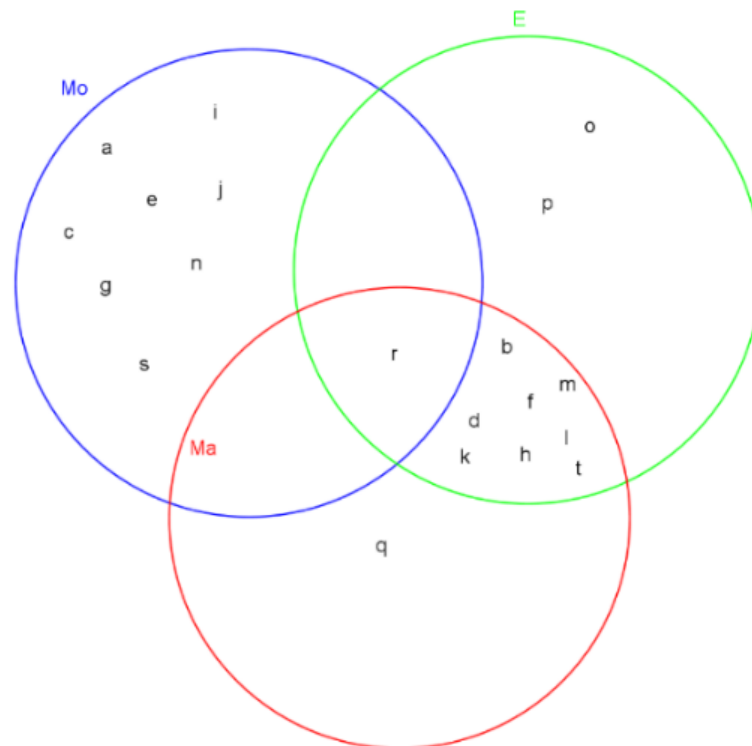
Passando para a linguagem de conjuntos teremos que o conjunto das Monocotiledôneas pode ser representado por $M_o = \{a, c, e, g, i, j, n, r, s\}$, o conjunto das Eudicotiledôneas pode ser representado por $E = \{b, d, f, h, k, l, m, o, p, r, t\}$ e o conjunto das Magnoliídeas pode ser representado por $M_a = \{b, d, f, h, k, l, m, q, r, t\}$. Daí, teremos que a Intersecção dos três conjuntos será:

$$M_o = \{a, c, e, g, i, j, n, r, s\} \cap E = \{b, d, f, h, k, l, m, o, p, r, t\} \cap M_a = \{b, d, f, h, k, l, m, q, r, t\} = \{r\}.$$

Observando a intersecção, podemos afirmar que se tratam de conjuntos disjuntos, exceto pela característica de terem frutos variados.

No diagrama de venn, teremos essa interpretação de maneira bem clara.

Figura 25: Representação Geométrica das Características Gerais das Angiospermas



Fonte: o autor

Vejamos um exemplo de classificação de um elemento do conjunto das Angiospermas.

Observemos a que subconjunto das Angiospermas pertence a *Phaseolus Vulgaris* (Feijão).

Figura 26: Phaseolus Vulgaris (Feijão)



Fonte: Internet: <<https://dfrural.wordpress.com/tag/feijao/>>

Vejamos suas características:

Quadro 7: Características da *Phaseolus Vultaris* (Feijão)

Raiz	Caule	Folhas	Flores	Frutos	Sementes (embrião)
Raiz principal ramificada do tipo pivocante.	Caule com presença de eixo central.	Peninérvea.	Pentâneas.	Frutos secos do tipo legume.	Dois cotilédones.

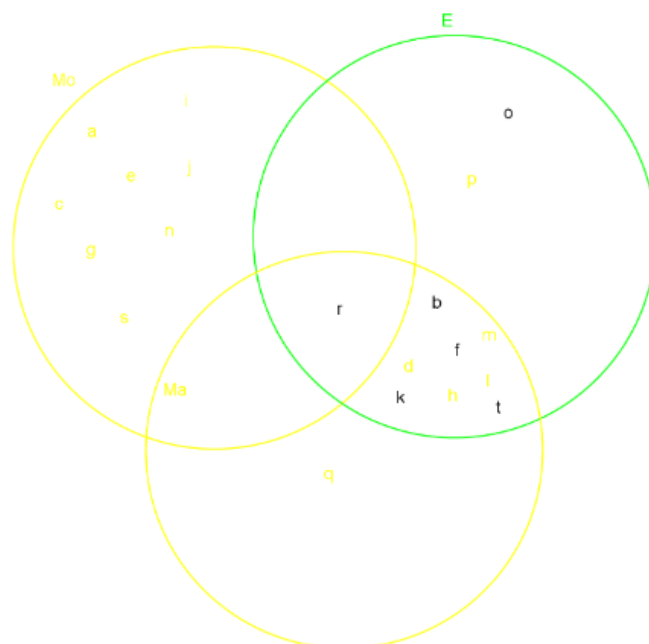
Fonte: O autor

Podemos observar que o *Phaseolus Vulgaris* (Feijão) tem características bem marcantes como a raiz principal pivocante, o caule com presença de eixo central, folhas penivérveas e sementes com dois cotilédones, o que faz como que o *Phaseolus Vulgaris* (Feijão) pertença ao subconjunto das Eudicotiledôneas.

Vejamos esse exemplo representado por conjuntos.

Chamando o conjunto de características do *Phaseolus Vulgaris* (Feijão) de $F = \{b, f, k, o, r, t\}$, teremos a seguinte representação por diagramas:

Figura 27: Representação Geométrica das Características Gerais da *Phaseolus Vultaris* (Feijão)



Fonte: O autor

Estes subconjuntos do Reino Plantae também tem seus subconjuntos que são chamados de Famílias das quais vamos destacar algumas a seguir.

4.7 FAMÍLIAS DE PLANTAS: Características e exemplos

Vamos, agora, analisar algumas famílias de plantas nas quais citaremos algumas de suas características e em seguida alguns exemplos de classificação de algumas espécies de plantas através da análise de conjuntos de características.

As Lauraceae (Lauráceas): é uma família botânica com distribuição tropical e subtropical, presentes nas florestas pluviais da Eurásia e América, que inclui mais de 2 500 espécies agrupadas em 50 gêneros. A grande maioria são árvores e arbustos, exceto as trepadeiras parasitas do gênero *Cassytha*. Têm um cheiro característico nas folhas quando esmagadas, devido à presença de óleos essenciais.

As Musaceae (Musáceas): Família de plantas perenes de grande porte, da ordem das zingiberales, contém cerca de 45 espécies distribuídas em 3 gêneros. As folhas são alternas e muito grandes.

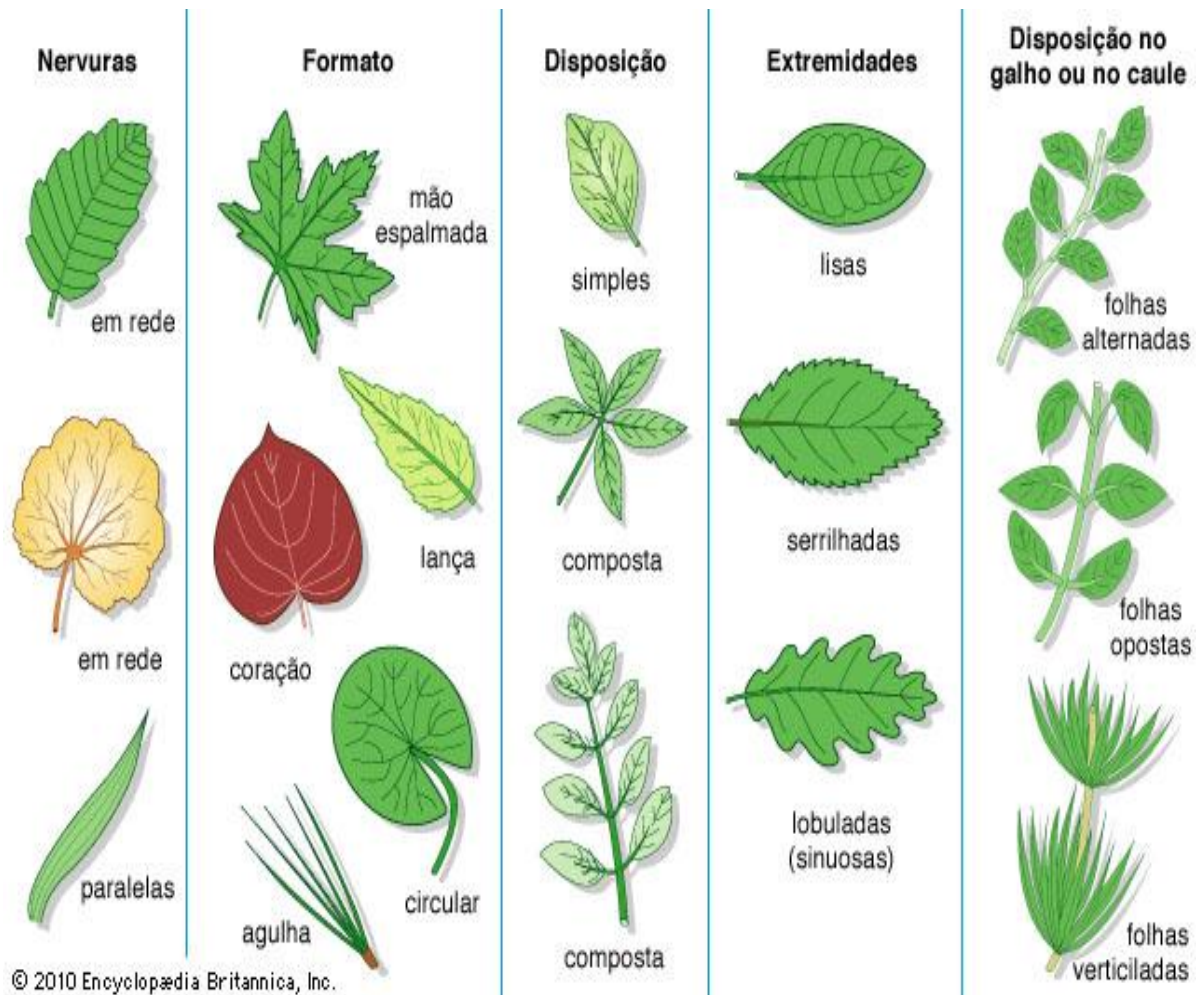
As Anacardiaceae (Anacardiáceas): Família que reúne aproximadamente 700 espécies entre árvores e arbustos de países tropicais e temperados. Espécies frutíferas com condutos resiníferos cujos conteúdos lhes imprimem aroma peculiar. Sua madeira é de boa qualidade e muitas substâncias são extraídas para uso na indústria e na medicina.

As Mirtaceae (Mirtáceas): Família de plantas de folhas simples, opostas, com pontos translúcidos, sem estípulas, e de ovário ínfero. Algumas espécies exóticas, como o eucalipto, são exceções, apresentando folhas alternas. Reúne umas 2.500 espécies.

As Rutaceae (Rutáceas): As Rutáceas são uma família de plantas angiospérmicas, pertencente à ordem Sapindales, com aproximadamente 150 gêneros e 2000 espécies.

A classificação das espécies de plantas se dá de diferentes formas. Uma delas é através das características das folhas como sua disposição que pode ser simples ou composta, as nervuras que podem ser paralelas ou em rede, seu formato, com extremidades que podem ser lisas, serrilhadas ou lobuladas (sinuosas), e disposição no galho ou no caule que podem ser alternadas, opostas ou ainda verticiladas, como mostra a figura a seguir.

Figura 28: Características das Folhas



Fonte: Internet

E são essas características que usaremos para classificar algumas plantas, destacando a que conjunto elas pertencem.

Quadro 8: Características Gerais das Folhas

		Algumas Famílias				
		Anacardiaceae	Lauraceae	Mirtaceae	Musaceae	Rutaceae
Folhas	Nervuras	Em rede.	Em rede	Em rede.	Em rede.	Em Rede
	Formato	Circular ou lança.	Lança, coração ou agulha.	Lança.	Elíptico.	Lança
	Disposição	Simples.	Simples.	Simples ou composta.	Simples.	Simples

	Extremidades	Lisa.	Lisa.	Lisa ou Lobulada.	Lisa.	Lisa
	Disposição no Galho ou no Caule	Folhas Oposta.	Folhas Alternadas	Folhas Opostas ou alternadas.	Folhas Verticiladas.	Folhas Alternadas

Fonte: O autor

Esta tabela mostra algumas características das folhas das plantas pertencentes a essas famílias. Agora, vamos usar a representação de conjuntos para um melhor entendimento. Para isso, usaremos as letras do nosso alfabeto como vemos a seguir:

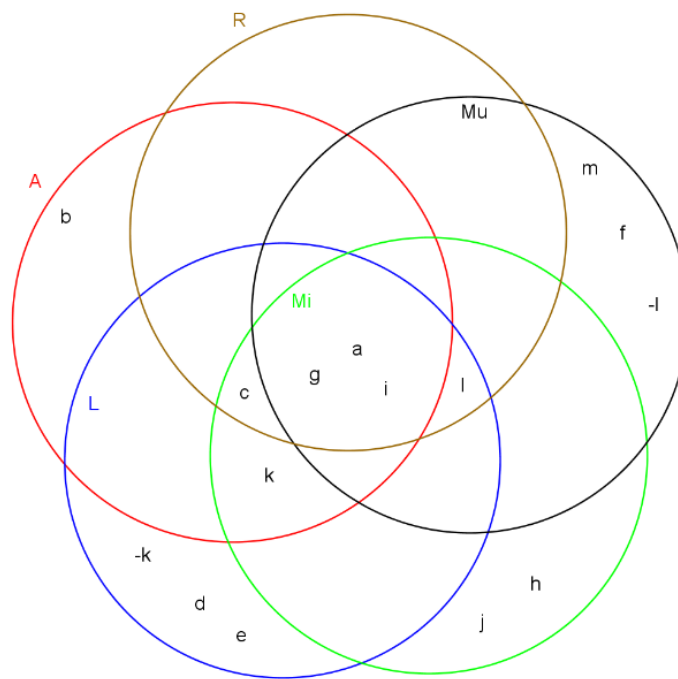
- a) Nervuras em rede;
- b) Formato circular;
- c) Formato de lança;
- d) Formato de coração;
- e) Formato de agulha;
- f) Formato elíptico;
- g) Disposição simples;
- h) Disposição composta;
- i) Extremidade lisa;
- j) Extremidade lobulada;
- k) No galho, folhas opostas;
- l) No galho, folhas alternadas;
- m) No galho, folhas verticiladas.

Agora, vamos representar a família das Anacardiaceae por $A = \{a, b, c, g, i, k\}$, a família das Laurenceae por $L = \{a, c, d, e, g, i, l\}$, a família das Mirtaceae por $M_i = \{a, c, g, h, i, j, k, l\}$, a família das Musaceae por $M_u = \{a, f, g, i, m\}$ e a família das Rutaceae por $R = \{a, c, g, i, l\}$. Daí, temos que a intersecção dos cinco conjuntos, famílias, é:

$$A = \{a, b, c, g, i, k\} \cap L = \{a, c, d, e, g, i, l\} \cap M_i = \{a, c, g, h, i, j, k, l\} \cap M_u = \{a, f, g, i, m\} \cap R = \{a, c, g, i, l\} = \{a, g, i\}$$

E a representação por diagramas de Venn se dá da seguinte maneira:

Figura 29: Representação Geométrica das Características das Folhas



Fonte: O autor

A representação por diagrama de Venn deixa claro a intersecção, das características, entre as famílias.

Vejamos, agora, a que Família pertence a *Musa Paradisiaca* (Bananeira).

Figura 30: Musa Paradisiaca (Bananeira)



Fonte: Internet: <<http://www.verdevaleam.com.br/conteudo/leitura/2427/6/Ladrao-esconde-se-em-folhas-de-bananeira/2>>

Vejamos as características de suas folhas.

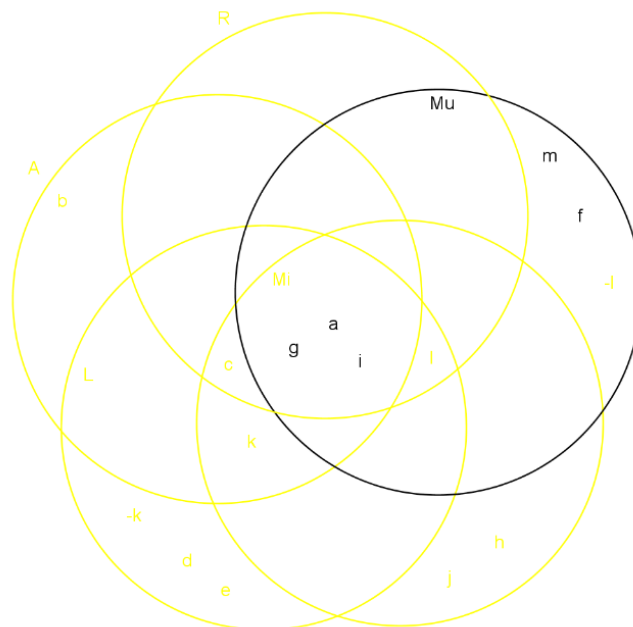
Quadro 9: Características da Musa Paradisiaca (Bananeira)

Folhas				
Nervuras	Formato	Disposição	Extremidades	Disposição no Galho ou no Caule
Em rede.	Elíptica.	Simples.	Lisa.	Folhas Verticiladas.

Fonte: O autor

Observando as nervuras, a disposição, extremidades e disposição no galho ou no caule, não conseguimos classifica-la. Porém, quanto ao formato das folhas, podemos observar que elas tem o formato elíptico fazendo com que a *Musa Paradisiaca* (Bananeira) pertença a Família das Musaceae.

Para a representação, através do uso de conjuntos, chamaremos o conjunto de características da *Musa Paradisiaca* (Bananeira) de $M_p = \{a, c, g, i, l\}$ e sua representação por diagramas de Venn é:

Figura 31: Representação Geométrica das Características Gerais da Musa Paradisiaca (Bananeira)

Fonte: O autor

A representação por diagrama de Venn deixa evidente a pertinência da planta na família na qual ela está contida.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer desta pesquisa procuramos trabalhar uma proposta de ensino que viesse a suprir a necessidade dos discentes de reconhecer a importância e o significado da matemática para que, os mesmos, fossem motivados ao estudo desta importante ciência.

Para tanto, trabalhamos com um método bastante conhecido por pesquisadores na área da educação, a interdisciplinaridade. O resultado obtido, com o uso da interdisciplinaridade, foi um material didático, alternativo, para ser utilizado em sala de aula por professores de matemática do Ensino Médio, especificamente, nas aulas de Teoria dos Conjuntos. Aplicamos a Teoria dos Conjuntos a Taxonomia, um ramo da Biologia.

Neste material consta um breve histórico da Teoria dos Conjuntos, para que os discentes tenham conhecimento de como surgiu a teoria e os teóricos, um referencial da teoria deste conteúdo, para que os mesmos tenham um embasamento do fazer em questão, e por fim o uso da interdisciplinaridade entre Teoria dos Conjuntos e Taxonomia Biológica, onde a Teoria dos Conjuntos é utilizada na classificação de seres vivos, sendo este o foco principal desta obra. Para isto, envolvemos o profissional da área de Biologia, Prof. Odacir Fernandes Oliveira, um estudioso da Taxonomia, que foi extremamente importante para fazer conhecer os conceitos da área em consócio. O que aconselhamos para qualquer um outro trabalho nesta linha de interdisciplinaridade a ser realizado por um outro profissional.

Ao disponibilizar este material a professores de matemática do Ensino Médio, a intenção é fazer com que o mesmo compreenda as ideias básicas da Matemática em consócio com a Biologia e, quando necessário, saiba aplica-las na resolução de problemas do mundo real, motivando assim os seus discentes.

Procuramos explorar o conteúdo de maneira básica, porém fiel, priorizando a compreensão dos discentes através de exemplos que envolvam a interdisciplinaridade entre o conteúdo matemático e o biológico.

Espera-se que este material venha a contribuir de maneira positiva no trabalho do professor em sala de aula e também no processo de ensino-aprendizagem dos discentes, que é o público alvo, solidificando, aprofundando e ampliando seus conhecimentos na Matemática.

Para um trabalho futuro propomos a aplicação desta metodologia por parte do professor, observando se realmente, este material foi motivador e alcançou melhores resultados por parte dos discentes, ou seja, realmente trouxe elementos de motivação e conseqüentemente melhora no desempenho dos alunos. É importante, saber se o discente se convenceu, de fato, da aplicação da Matemática a outras ciências, aqui exploramos a Biologia, mas outras matérias podem ser aplicadas para o tema da interdisciplinaridade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABE, Jair Minouro e PAPAVERO, Nelson. Teoria Intuitiva dos Conjuntos. São Paulo: Ed. McGraw – Hill, 1991.

ALENCAR, Marcelo Sampaio de. Teoria de Conjuntos: Medida e Probabilidade. São Paulo: Ed. Érica, 2014.

BELNA, Jean Pierre, Cantor: Figuras do Saber. São Paulo: Ed. Estação Liberdade, 2011.

BRASIL. Fundação Nacional de Desenvolvimento da Educação. Edital PNLD 2010. Disponível em: <<http://www.fnnde.gov.br/home/index.jsp>>. Acesso em 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

D`AMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática: da teoria a prática. Campinas: Papirus, 2004.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática – Volume 1. 1ª Edição – São Paulo: Ed. Ática, 2004.

FLOOD, Raymond e WILSON Robin, A História dos Grandes Matemáticos. Tradução de Maria Beatriz de Medina. São Paulo – SP: M. Books do Brasil Editora Ltda, 2013.

FAZENDA, Ivani C. Interdisciplinaridade: História, Teoria e Pesquisa. 2 ed. Campinas: Papirus, 1995.

GODOY, A. S. Pesquisa Qualitativa: tipos fundamentais. RAE. Revista de Administração de Empresas, São Paulo, v. 35, n.3, p. 20-29, 1995, disponível em: <<file:///C:/Users/Usu%C3%A1rio/Downloads/38200-76053-1-PB.pdf>>. Acesso em 2015.

OLIVEIRA, Odaci Fernandes, mestre em Botânica pela University of Maine at Orono (1978). Consulta em 2015.

Paidéia, FFCLRP – USP, Rib. Preto, 2, Fev/Jul, 1992.

QUILELLI, Paulo. Raciocínio Lógico Matemático. Rio de Janeiro: Ed. Ferreira, 2009.

REIS, Leonardo Rodrigues dos. Rejeição à matemática: causas e formas de intervenção, Monografia (Graduação), Brasília, publicado em 2005. 12 f. disponível em: <<http://repositorio.ucb.br/jspui/handle/10869/1737>>. Acesso em 2015.

ÁVILA, Geraldo. Cantor e a Teoria dos Conjuntos. Revista do Professor de Matemática, Goiânia, nº 43, 2000.

Biblioteca Matemática da Universidade de Coimbra, google. Disponível em: <http://biblio.mat.uc.pt/bbsoft/woc_ucma/matematicos/Dezembro09PT.pdf> acesso em novembro de 2014.

BACHA, Maria de Lourdes, Peirce e Cantor: um diálogo à luz da história da ciência. 2012. Disponível em: <http://www.sbh.org.br/resources/anais/10/1343750737_ARQUIVO_PeirceeCantor_SNHC_31-7-2012.pdf> acesso em novembro de 2014

Instituto de Matemática e Estatística, google. Teoria dos Conjuntos. USP, 2012. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~fajardo/Conjuntos.pdf>> acesso em novembro de 2014

Instituto de Matemática e Estatística, google. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~mat/330/Cap1.pdf>> acesso em abril de 2015

Education – google. Classificação dos Séres Vivos. Disponível em: <<http://docslide.com.br/education/classificacao-seres-vivos.html>> acesso em agosto de 2015

TutorVista.com, google. Disponível em: <<http://biology.tutorvista.com/organism/five-kingdom-classification.html>> acesso em setembro de 2015

Só Biologia, google. Disponível em: <<http://www.sobiologia.com.br/conteudos/Glossario/p.php>> acesso em outubro de 2015

InforEscola, google. Disponível em: <<http://www.infoescola.com/mamiferos/onca-pintada/>> acesso em outubro 2015.

Df Rural, google. Disponível em: <<https://dfrural.wordpress.com/tag/feijao/>> acesso em outubro de 2015.

Tac Ethno, google. Disponível em: <<http://www.tacethno.com/fly-agaric-mushroom-amanita-muscaria/amanita-muscaria-grade-a-latvian.html>> acesso em outubro de 2015.

Wiki Notícia, Internet. Disponível em:

<<http://pt.wikinoticia.com/cultura%20cient%C3%ADfica/Ci%C3%A2ncia?start=408>> acesso em outubro de 2015.

GLOSSÁRIO

Acetilglicosamina: é um derivado da glicosamina que, por sua vez, é um derivado da glicose, um monossacarídeo de seis carbonos. (Ver também **Glicosamina, Glicose e Monossacarídeo**).

Adventícias: que se originam nas partes aéreas das plantas, a partir de caules e de folhas, de caules subterrâneos ou dos “calus” em cultura de tecidos.

Aeróbico: Ser ou organismo que vive, cresce ou metaboliza apenas em presença do oxigênio.

Algas azuis: são seres avasculares que constituem um grande e diversificado grupo de espécies autotróficas. Podem ser unicelulares ou multicelulares. (Ver **avasculares, autótrofos, unicelular e multicelular**).

Algina: Substância viscosa formada ao contato da água pela mucilagem de certas algas.

Amido: Polissacarídeo sintetizado a partir de reunião de moléculas de glicose, utilizado por certas algas e pelas plantas como substância de reserva. (Ver também **Polissacarídeo e Glicose**).

Anaeróbica: Aplicado às células (principalmente bacterianas) que podem viver sem oxigênio livre; os anaeróbios obrigatórios não podem viver na presença do oxigênio; os anaeróbios facultativos podem viver com ou sem oxigênio.

Anatomia: estudo das estruturas vegetais.

Anfioxos: são animais pequenos chegando a medir até 8 centímetros de comprimento. Têm o corpo semelhante a de um peixe e vivem semi-enterrados na areias, em locais de águas calmas e limpas, mantendo somente a parte anterior do corpo para fora do substrato.

Aquático: são seres que vivem a maior parte do tempo dentro da água, seja ela de rios, lagos ou mar.

Assexuada: tipo de reprodução que ocorre sem a conjugação de material genético.

Autótrofos: são seres que possuem a capacidade de produzir seu próprio alimento.

Avascular: não possui tecido de vascularização (vasos condutores, nos vegetais; vasos sanguíneos nos animais).

Bactérias: são organismos unicelulares com tamanho microscópico, medindo cerca de 0,2 a 1,5 μm de comprimento, sendo em média dez vezes menores do que uma célula eucarionte. (Ver **unicelulares** e **eucarionte**).

Bainha: parte da folha que envolve o caule.

Bioquímica: ciência (ou ramo) interdisciplinar que utiliza princípios e métodos da química na investigação das transformações que ocorrem nas substâncias e moléculas provenientes de seres vivos e de seus processos metabólicos; química biológica, química fisiológica.

Biosfera: é o conjunto de todos os ecossistemas da Terra, sendo o maior nível de organização ecológica. (Ver **ecossistema**).

Blástula: é uma esfera oca de células embrionárias que circundam um líquido. É o nome dado ao segunda estágio de desenvolvimento de um embrião de animais, em embriologia. (Ver embrião).

Carboidrato: são moléculas orgânicas formadas por carbono, hidrogênio e oxigênio. Glicídios, hidratos de carbono e açúcares são outros nomes que esses podem receber. São as principais fontes de energia para os sistemas vivos, uma vez que a liberam durante o processo de oxidação. Participam também na formação de estruturas de células e de ácidos nucleicos.

Carioteca: membrana celular. (Ver **membrana**).

Cauloides: É um "falso caule" de alguns "vegetais inferiores" e consiste numa epiderme, parênquima e uma zona central com células alongadas mas sem espessamentos, com função de ajudar no transporte de água e nutrientes.

Celulose: é uma substância (polissacarídeo) existente na maioria dos vegetais. De característica fibrosa, localiza-se dentro das células das plantas. (Ver **polissacarídeo**).

Centríolos: são organelas NÃO envolvidas por membrana e que participam do progresso de divisão celular. (Ver **organelas e membrana plasmática**).

Cianobactérias: são seres procarióticos, como bactérias comuns, e fotossintetizantes, como as algas. (Ver **procariontes, bactérias e fotossíntese**).

Cílios: são estruturas citoplasmáticas anexas à membrana plasmática das células, tendo origem a partir do prolongamento dos centríolos, constituídos de proteínas motoras formando um conjunto de micro túbulos. (Ver **membrana plasmática, centríolos, proteínas**).

Citoesqueleto: é uma estrutura celular, espécie de rede, composta por um conjunto de três tipos diferentes de filamentos proteicos. (Ver **filo**).

Citoplasma: é o espaço intracelular entre a membrana plasmática e o envoltório nuclear em seres eucariontes, enquanto nos procariontes corresponde à totalidade da área intracelular. (Ver **membrana, núcleo, eucariontes e procariontes**).

Clorofila: pigmento existente nos vegetais, de estrutura química semelhante à hemoglobina do sangue dos mamíferos, solúvel em solventes orgânicos. Capta a energia solar para realização da fotossíntese. (Ver **hemoglobina e fotossíntese**).

Colônia: é a forma mais comum de cooperação intra-específica, podendo ser definida como um tipo de organização em que indivíduos da mesma espécie vivem agrupados, interagindo de forma mutuamente vantajosa.

Cordados: Os cordados constituem um filo dentro do reino Animalia que inclui os vertebrados, os anfioxos e os tunicados. (Ver **filo**, **vertebrados**, **anfioxos** e **tunicados**).

Corpúsculos: Termo usado em anatomia para designar uma parte do organismo, de dimensões muito pequenas.

Cotilédone: folhas primordiais dos embriões das plantas com sementes, e são sempre as primeiras a irromperem durante a germinação das sementes. São, em sua maioria, estruturalmente diferentes das outras folhas, contendo reservas de nutrientes que alimentam a plântula em desenvolvimento, enquanto esta não pode ainda produzir alimento suficiente através da fotossíntese.

Difusão: Consiste no transporte de substâncias permeáveis à membrana. Estas, em solução, podem fluir de dentro para fora da célula ou vice-versa, de forma espontânea. Esse processo ocorre de uma região com maior concentração de partículas para uma com concentrações menores.

Embriófitos: vegetal que compreende todas as plantas que produzem um embrião e desenvolvem tecidos vasculares.

Ecologia: ciência que estuda as relações dos seres vivos entre si ou com o meio orgânico ou inorgânico no qual vivem.

Ecossistema: é um conjunto formado pelas interações entre componentes bióticos, como os organismos vivos: plantas, animais e micróbios, e os componentes abióticos, elementos químicos e físicos, como o ar, a água, o solo e minerais.

Efêmera: coisa que dura pouco.

Embrião: organismo imaturo, nos primeiros estágios de desenvolvimento, antes de deixar o ovo ou o útero materno.

Embriologia: ramo da biologia e da medicina que estuda o desenvolvimento do ser vivo desde a fecundação do ovo até o final do estado embrionário (no ser humano, o fim do segundo mês).

Estípulas: folha modificada, com a função de proteger a gema.

Eucarionte: Organismos celulares mais complexos. São ricos em membranas, possuem citoplasma e núcleo, possuem vários compartimentos, atingem maior tamanho sem prejuízo da função e possuem citoesqueleto (responsável pelos movimentos, deslocamentos intracelulares). (Ver **membrana, citoplasma, núcleo e citoesqueleto**)

Euglena: é um gênero de algas unicelulares flageladas que podem ocorrer tanto como células livres ou em forma de colônia. (Ver **algas**).

Fasciculado: disposto em feixes.

Filo: é um taxon usado na classificação científica dos seres vivos. (Ver **taxon**).

Filogeneticamente: de modo filogenético.

Filogenético: relativo à filogenia ou à sucessão genética das espécies orgânicas.

Filogenia: história evolutiva de uma espécie ou qualquer outro grupo taxonômico.

Filoides: que tem a forma de uma folha.

Flagelos: Estrutura filiforme presente na superfície celular, em geral mais longa que o cílio, cuja função é promover movimentos, para natação ou captura de alimento. (Ver **cílios**).

Fotossíntese: é um processo realizado pelas plantas para a produção de energia necessária para a sua sobrevivência.

Fotossíntese: processo bioquímico que permite aos vegetais sintetizar substâncias orgânicas complexas e de alto conteúdo energético, a partir de substâncias minerais simples e de baixo conteúdo energético. Para isso, se utilizam de energia solar que captam nas moléculas de clorofila. Neste processo, a planta consome gás carbônico (CO₂) e água, liberando oxigênio (O₂) para a atmosfera. É o processo pelo qual as plantas utilizam a luz solar como fonte de energia para formar substâncias nutritivas. (Ver **clorofila**).

Genética: ciência voltada para o estudo da hereditariedade, bem como da estrutura e das funções dos genes.

Glicogênio: polissacarídeo sintetizado a partir da reunião de glicose, e utilizado por animais vertebrados como reserva. (Ver **polissacarídeo**, **glicose** e **vertebrados**).

Glicoproteína: são proteínas que tem um ou mais açúcares ligados covalentemente a estrutura peptídica da mesma, sem repetição de unidades em série, sendo os açúcares grupos prostéticos dessa.

Glicosamina: é um aminossacarídeo e um importante precursor de síntese bioquímica de glicoproteínas e lípidos. (Ver também **Glicoproteína** e **Lípidos**).

Glicose: carboidrato considerado uma das principais fontes de energia. (Ver **carboidrato**).

Habitat: conjunto de circunstâncias físicas e geográficas que oferece condições favoráveis à vida e ao desenvolvimento de determinada espécie animal ou vegetal.

Hemácias: glóbulo vermelho ou eritrócito; célula vermelha do sangue; possui hemoglobina e é responsável pelo transporte de gás O₂ e CO₂. (Ver **hemoglobina**).

Hemoglobina: proteína existente no interior das hemácias, no plasma e em certas plantas e cuja principal função é o transporte de oxigênio. (Ver **hemácias** e **plasma**).

Heterótrofos: são seres que não possuem a capacidade de fabricar seu próprio alimento.

Hifas: Filamento que constitui os fungos multicelulares (ver também **Micélio** e **Filo**).

Ífero: que cresce com o receptáculo e, portanto, está abaixo do ponto de inserção dos demais elementos florais (diz-se de ovário).

Lípidos: são biomoléculas compostas por carbono (C), hidrogênio (H) e oxigênio (O), fisicamente caracterizadas por serem insolúveis em água, e solúveis em solventes orgânicos, como o álcool, benzina, éter, clorofórmio e acetona.

Micélio: Conjunto de hifas que constituem os fungos com raízes de certas plantas. (Ver também **Hifas**).

Membrana Plasmática: membrana celular ou plasmalema é a estrutura que delimita todas as células vivas, tanto as procarióticas como as eucarióticas. (Ver também **procariontes** e **eucariontes**).

Monossacarídeo: Carboidrato de fórmula geral $C_n (H 2O)_n$, onde n varia de 3 a 7; a glicose, por exemplo, é um monossacarídeo.

Morfologia: estudo da configuração e da estrutura externa de um órgão ou ser vivo.

Multicelular: Ou pluricelular; diz-se do organismo que é formado por muitas células.

Núcleo: O núcleo é o responsável pelo controle de todas as funções celulares.

Organelas: Ou orgânulo; diz-se das estruturas citoplasmáticas presentes nas células vivas. (Ver também **citoplasma**).

Paralelinérvea: têm as nervuras paralelas entre si.

Parasita: Organismo que vive em cima ou dentro de um organismo de espécie diferente e dele deriva prejudicialmente, sua nutrição.

Peninérvea: *Que tem nervura dorsal ou média, de onde partem nervuras secundárias ramificadas como as penas.*

Pentâneas: que tem cinco partes.

Peptideoglicano: estrutura que confere rigidez à parede celular de bactérias, determina a forma da bactéria e protege da lise osmótica, quando em meio hipotônico.

Perene: que permanece durante muito tempo.

Pivotante: que gira em torno de um ponto fixo.

Plasma: Fluido transparente, incolor, componente do sangue; contém proteínas e sais dissolvidos; é o sangue, removidos os corpúsculos. (Ver também **corpúsculos**).

Pluricelulares: (Ver multicelular).

Polímero: macromolécula formada pela união de substâncias simples, chamadas monômeros.

Polissacarídeo: Macromolécula resultante da união de centenas ou milhares de monossacarídeos. (Ver também **Amido, Glicogênio e Celulose**).

Procariontes: Ou procarioto; tipo celular que não apresenta sistemas membranosos internos nem organelas; não há carioteca envolvendo o material hereditário (Ver também **Eucariontes, Organelas e Carioteca**).

Quitina: é um polissacarídeo constituído por um polímero de cadeia longa de N-acetilglicosamina. (Ver também **polissacarídeo**, **polímero** e **acetilglicosamina**).

Resiníferos: que produz resina.

Rizoides: órgãos das plantas, algas e musgos, que exercem as funções de raiz sem terem a estrutura das raízes das plantas vasculares.

Sapindales: plantas dicotiledôneas que têm estames inseridos em um disco e ovário com 1 ou 2 óvulos em cada lóculo.

Sexuada: A reprodução sexuada ocorre quando as duas células reprodutoras (espermatozoide e óvulo) se unem para formar uma nova célula.

Talo: corpo vegetativo das plantas não vascularizadas, de forma e tamanho bastante variável, desde unicelular ou constituído de células pouco ou não diferenciadas até filamentosos ou laminar, podendo apresentar aspecto semelhante ao das plantas vasculares.

Taxon: unidade taxonômica, essencialmente associada a um sistema de classificação científica.

Terrestre: São seres que vivem total ou parcialmente sobre a terra.

Tetrâneas: que tem quatro partes.

Trímeras: que tem três partes.

Tunicados: são animais marinhos que filtram partículas da água através de uma faringe perfurada semelhante a um cesto. Alguns denominam esta faringe modificada como cesto branquial.

Unicelular: Composto por apenas uma célula.

Vascular: Relativo a vasos. Que possui vasos sanguíneos (animal) ou vasos condutores (vegetais).

Vertebrado: Possuem coluna vertebral.

Verticilos: conjunto de ramos, folhas ou peças florais dispostos ao redor de um eixo no qual se inserem no mesmo nível.