UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

ERINALDO BORGES DINIZ

PROPOSTA DE ENSINO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM MATERIAL CONCRETO E SENTIDO FIGURADO

JUAZEIRO – BA
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

ERINALDO BORGES DINIZ

PROPOSTA DE ENSINO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM MATERIAL CONCRETO E SENTIDO FIGURADO

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal do Vale do São Francisco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto.

JUAZEIRO – BA
2016

Diniz, Erinaldo Borges.
D585p Proposta de ensino de equações do primeiro grau com material concreto e sentido figurado / Erinaldo Borges Diniz --Juazeiro-BA, 2016.
xiii, 71 f. : il.; 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, campus Juazeiro-BA, 2016.

Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto.

1. Equações do Primeiro Grau. 2. Matemática – Estudo e Ensino Fundamental. I. Título. II. Lima Neto, Severino Cirino de. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário: Renato Marques Alves

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

Universidade Federal do Vale do São Francisco
Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT/UNIVASF

PROFMAT

PROPOSTA DE ENSINO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM MATERIAL CONCRETO E SENTIDO FIGURADO

Por:

ERINALDO BORGES DINIZ

Dissertação aprovada em 15 de abril de 2016.

Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto
Orientador - UNIVASF

Lucília Batista Dantas Pereira

Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira
Examinadora Interna - Universidade de Pernambuco - UPE

Florêncio Guimarães Filho

Prof. Dr. Florêncio Ferreira Guimarães Filho
Examinador Externo – Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

Juazeiro
2016

Ao Senhor Jesus, à minha família e aos meus amigos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me conceder saúde, paz e tranquilidade para chegar até aqui;

Aos meus pais, pelo incentivo aos estudos desde a minha infância;

À minha esposa, pelo companheirismo, compreensão e motivação nesse curso;

Às minhas filhas, pela inspiração;

Aos meus companheiros de curso, Ana Lúcia, Arnaldo, Luzia, Marta, Paulo, Raimundo, Rayala, Rinaldo, Wagner Ferreira, Wagner Santiago, Waldiclecyo, pelos finais de semanas inesquecíveis, debruçados sobre os livros;

Ao IMPA, à SBM, à UNIVASF e à CAPES pelas iniciativas e provisões;

A coordenação do PROFMAT-UNIVASF pelo apoio sempre;

A todos os professores do PROFMAT-UNIVASF, que nos motivaram a nunca desistir;

Ao meu orientador, professor Dr. Severino Cirino de Lima Neto, pela oportunidade, pelo conhecimento compartilhado e pela mão estendida em todos os momentos desse trabalho;

À equipe do NUPEMAT – UNIVASF, pelo companheirismo nessa jornada;

Aos alunos do projeto descobrindo novos talentos em matemática, pela colaboração;

Ao professor Jackson dos Santos Silva, amigo de longa jornada;

À professora Diana de Carvalho, pelo apoio e dedicação na aplicação desse estudo;

A José Augusto Barbosa de Almeida, pela construção do material concreto;

A Wellington de Souza Rodrigues, pela adaptação dos slides animados;

A todos os meus amigos que torceram, incentivaram e confiaram em mim.

“[...] se é ensinar, que haja dedicação ao ensino.” Rm 12:7

Apóstolo Paulo

RESUMO

Os alunos apresentam grande dificuldade em aprender equações do primeiro grau com a abordagem abstrata de incógnitas, influenciando no desenvolvimento da aprendizagem desse e de outros conteúdos. Pensando nisso, o presente trabalho utiliza material concreto e sentido figurativo, como ferramentas auxiliares para a compreensão e resolução de problemas de equações do 1º grau no ensino-aprendizagem da matemática no ensino fundamental II, tendo como principal objetivo analisar essa atividade como uma nova alternativa pedagógica a ser utilizada pelos professores. Para tanto, foi investigado o papel desempenhado por esse processo, associado ao ensino da matemática, avaliando como a associação dessa ferramenta com as equações pode melhorar o desempenho dos alunos quanto ao raciocínio lógico dedutivo. A análise se constituiu em um estudo de caso, com intervenção expositiva de aulas, abordando a metodologia sugerida. As aulas foram aplicadas em turmas do ensino fundamental das redes estadual e municipal de educação na cidade de Petrolina-PE, todos reunidos em um único local. Para a coleta de dados, foram aplicados avaliações e questionários com os estudantes, e os dados estão dispostos em gráficos e quadros. Foram ministradas oficinas sobre a metodologia proposta. Diante dos resultados, pode-se perceber que apesar das dificuldades encontradas pelos alunos, estes têm consciência da importância de métodos que os incentive ao desenvolvimento cognitivo no estudo da matemática.

Palavras-chave: Alternativa pedagógica. Compreensão. Equações do 1º grau. Ensino-aprendizagem.

ABSTRACT

The students have great difficulty to learn first degree equations with unknowns abstract approach, influencing the development of learning this and other content. Thinking this, the present work uses concrete material and sense figurative, as auxiliary tools for the understanding and resolution of the 1st degree equations problems in the mathematics teaching and learning in basic education II, the main objective analyze this activity as a new pedagogical alternative one being used by teachers. Therefore, the role played by this process, the associate teaching mathematics was investigated by evaluating the association how this tool with equations can improve the performance of students on the deductive logical reasoning. The analysis consisted in one case study with expository intervention classes, addressing the suggested methodology. The lessons were applied in classes of elementary school of the state and municipal education in the city of Petrolina-PE, all assembled at one single location. For the collection, were applied reviews and questionnaires with the students, and the data is arranged in charts and tables. We were taught workshops about the methodology proposal. Faced the results, can perceive that despite the difficulties encountered by students, these methods of importance of consciousness what the encouraging intellectual development in the mathematics study.

Keywords: Pedagogical alternative. Understand. Equations of the 1st degree. Teaching and learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Nas últimas avaliações feitas pelos DAEB/INEP/MEC[1], a matemática é a disciplina que mais reprova nas séries iniciais do ensino fundamental, tanto nas escolas públicas quanto na rede particular de ensino. Dentre as temáticas contempladas no currículo dessa modalidade de ensino, equações com a abordagem abstrata de incógnitas figura entre os conteúdos que contribui para as estatísticas de reprovações.

Considerando que as equações do 1º grau é um conteúdo elementar e que serve de base para os diversos assuntos que serão vistos pelos estudantes durante a vida escolar, a inserção de métodos e ferramentas que enriqueçam o ensino-aprendizagem é de suma importância para facilitar a exposição do conteúdo e a apreensão desse conhecimento pelos estudantes. Para tanto, esse trabalho trata-se de um estudo das equações do 1º grau com a utilização de materiais concretos, tendo como perspectiva a diminuição do baixo rendimento na aprendizagem da matemática no ensino fundamental.

O estudo se fundamentou nas proposições de vários teóricos, entre eles Ausubel (1980), que acredita que os significados inicias de um estudo são estabelecidos por signos ou símbolos de conceitos no processo de formação de conceito, e que uma nova aprendizagem significativa dará origem a significados adicionais aos signos ou símbolos e permitirá a obtenção de novas relações entre os conceitos anteriores adquiridos.

A pesquisa propõe uma metodologia de ensino, visando amenizar dificuldades de contextualização dos conteúdos relacionados às equações do 1º grau, utilizando, para isso, material concreto via o sentido figurado, como ferramenta para o entendimento e a percepção lógica do conteúdo abordado. Foi investigado quais são os benefícios que os materiais concretos e/ou o sentido figurado proporcionam aos estudantes do ensino fundamental nas equações do primeiro grau com uma incógnita, com o intuito de procurar dar sentido aos vários problemas de equações, de modo que não sejam vistos apenas abstratamente.

[1] Diretoria de Avaliação da Educação Básica / Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais / Ministério da Educação e do Desporto.

Também foi realizado um levantamento bibliográfico fundamentado em diversos teóricos relacionados na bibliografia; e uma pesquisa de campo do tipo exploratória, com abordagem quali-quantitativa.

Para melhor exposição, o estudo foi dividido em quatro capítulos que abordam o tema da seguinte forma: No primeiro capítulo é feito uma exposição do ensino da matemática durante a história da humanidade, abordando fixação de ideias, evolução do conhecimento e metodologias de ensino. Mostra-se também que a aprendizagem foi sempre abordada com ensaio e erro até chegar ao ideal; além disso, apresenta também um pouco da história das equações do 1ºgrau no Brasil, abordando prioridade de ensino, metodologias e formação de professores.

No segundo capítulo define-se equações do primeiro grau, fundamentando no conjunto dos números reais, com seus axiomas, propriedades e relação de ordem. Também objetiva-se problematizar, a partir das proposições dos teóricos, a importância da inserção de novos recursos e de umas diversificações de metodologias interativas no ensino das equações do 1º grau. Estuda-se as equações e os sistemas de equações do 1° grau por intermédio da balança de dois pratos em equilíbrio, citando as inequações e o princípio da alavanca de Arquimedes nos casos em que a balança apresenta desequilíbrio de pesos. Encerra o capítulo abordado a ideia do infinito através do conjunto dos números naturais, das equações do primeiro grau, do “hotel de Hilbert” e das funções afins.

O terceiro capítulo apresenta a metodologia do trabalho, fazendo exposição de todas as etapas seguidas para a execução das atividades.

O quarto capítulo apresenta os resultados da pesquisa, com posteriores discussões sobre os dados obtidos, fazendo comparação com dados já publicados na literatura. Também cita pesquisas com professores sobre o ensino das equações do primeiro grau e pesquisa de satisfação com os alunos do projeto de estudo.

E por fim, após análise da pesquisa, apresentam-se as considerações finais, deixando evidenciado que as pesquisas nessa área de estudo precisam ser priorizadas e aprofundadas para que gerações futuras tenham mais sucesso nos estudos do que a presente geração. No apêndice, citam-se dados complementares do estudo de caso, as avaliações aplicadas e as notas comparativas de todos os alunos que contribuíram com esse trabalho.

CAPÍTULO 1

1 CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA DA MATEMÁTICA

O homem pré-histórico tinha o hábito de registrar contagens com marcações em bastões ou ossos de animais. Acredita-se que o uso dos dedos, a utilização de pedras, nós em cordas, riscos em madeiras também eram forma de contagem, registrados em pedras e rochas:

> Grupos de pedras são demasiado efêmeros para conservar informação: por isso o homem pré-histórico às vezes registrava um número fazendo marcas num bastão ou pedaço de osso. Poucos desses registros existem hoje, mas na Tchecoslováquia foi achado um osso de lobo com profundas incisões, em número de cinquenta e cinco; estavam dispostos em duas séries com vinte e cinco numa e trinta na outra, com os riscos em cada série dispostos em grupos de cinco. Tais descobertas arqueológicas fornecem provas de que a ideia de número é muito mais antiga que progressos tecnológicos, como o uso de metais ou de veículos com rodas. Precede a civilização e a escrita, no sentido usual da palavra, pois artefatos com significado numérico tais como o osso acima descrito, vêm de um período de cerca de trinta mil anos atrás (BOYER, 1974 *apud* BEZERRA; PUTNOKI, 1996, p.21).

Nos livros de Êxodo[2] e Levítico[3], presentes no Antigo Testamento da Bíblia Sagrada, há menção a unidades de medidas, tais como *o côvado*, *o ciclo*, *o efa*, utilizadas para contagem; data do mesmo período conhecimento relacionados a frações como a quinta parte, o dizimo que é a décima parte, entre outros (ALMEIDA, 2006). Entretanto, dominava apenas o conhecimento necessário para realizar suas atividades cotidianas, construções das suas cidades e templos sagrados, a contagem dos seus exércitos e animais, suas transações comerciais, etc. Seguindo nesse contexto, no livro da Gênesis[4], Noé é orientado a construir uma arca com medidas em côvados, ou seja, baseado em uma medida conhecida para ele.

> Faze para ti uma arca de madeira de gofer; farás compartimento na arca e a betumarás por dentro e por fora com betume. E desta maneira a farás: De trezentos côvados o comprimento da arca, e de cinquenta côvados a sua largura, e de trinta côvados a sua altura (ALMEIDA, 2006, p.8).

Côvado, é uma medida de comprimento antiga e equivalia a três palmos ou 66 centímetros aproximadamente (FERREIRA, 2010; WEISZFLOG, 2009). Noé teve de fato uma medida base de comprimento com a qual fez uma arca. A Bíblia Sagrada

---

[2] Escrito por Moisés, é o segundo livro da Bíblia Sagrada e significa caminho, partida.
[3] Escrito por Moisés, é o terceiro livro da Bíblia Sagrada e significa Lei de Deus.
[4] Escrito por Moisés, é o primeiro livro da Bíblia Sagrada e denominado o livro da criação.

não detalha a forma minuciosa de como todo conhecimento matemático surgiu e como era utilizado, mas está registrado que o homem tinha conhecimento matemático relativamente avançado para a época.

A história das grandes civilizações antigas como Egito, Babilônia, Grécia e Índia também mostra a evolução da matemática desde a criação de símbolos para representar números, medidas e quantidades, bem como o modo que os primórdios viam as figuras geométricas e suas relações. Os papiros de Rhind[5] detalham a solução de 85 problemas matemáticos entre aritmética, geometria e álgebra implícita. Esses papiros mostram de forma minuciosa, como os egípcios faziam cálculos de multiplicação e como podemos associar os conhecimentos presentes nesses escritos com os cálculos que são feitos hoje, comparando assim a evolução do raciocínio lógico matemático (EVES, 2011; DANTE, 2008).

Porém, a matemática por muito tempo foi vista e utilizada como uma ferramenta destinada apenas às atividades cotidianas e como tal era passada de forma empírica. Com o decorrer do tempo, fez-se várias descobertas, criou-se seus postulados e teoremas e passou-se a ser ensinada como uma ciência capaz de explicar e facilitar diversas atividades desenvolvidas pelo homem (BOYER, 1974). No entanto, para Miorim (1998), mesmo a matemática sendo uma ciência altamente ligada às necessidades humanas, não era de livre acesso a todos, somente alguns poucos podiam estudá-la, era vista como uma arte erudita e destinada somente aos membros da elite social, não era ensinada às demais classes sociais.

É notório, portanto, que o homem sempre se apoiou em conhecimento previamente determinado para construir algo novo, quer seja para registrar contagens, construir edificações ou resolver problemas, utilizando a matemática como suporte e ferramenta.

1.1 SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

No século VI, diante da dificuldade de fazer cálculos com os sistemas de numeração existente, os árabes criaram um sistema de numeração com 10 símbolos, sendo que o zero representava o vazio, mas não estava na representação do sistema.

---

[5] O papiro de Rhind é um dos mais famosos documentos matemáticos existentes e foi adquirido por Alexander Henry Rhind em Luxor no Egito em 1858. O museu britânico incorporou-o ao seu patrimônio em 1865, e permanece em seu acervo até os dias atuais.

Somente no final desse mesmo século, os hindus incluíram o zero, incluindo-o tem-se o sistema numérico hindu-arábico. Tal sistema é mais utilizado em todo o mundo e é considerado um dos desenvolvimentos mais significativos da matemática de todos os tempos (EVES, 2011).

Os símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 são chamados de algarismos, e o sistema é de base 10, divididos em classes (unidades, dezenas, centenas, milhar e milhão), seguindo esse ciclo infinitamente. Esse sistema de numeração é posicional, uma vez que, dependendo da posição ocupada pelo algarismo, ele pode representar unidade, dezena, centena, milhar ou milhão (EVES, 2011). Com o sistema de numeração posicional ficou mais simples, não somente representar os números, mas também fazer operações.

Como o próprio nome indica, o sistema de numeração decimal é de base 10. A justificativa é que agrupam-se de dez em dez os elementos a serem contados. Assim, dez unidades formam uma dezena, dez dezenas formam uma centena, dez centenas formam uma unidade de milhar e assim por diante.

Com os sistemas de numerações Babilônicos, Egípcios, Romanos e outros dificilmente operaria cálculos como se opera com o sistema de numeração decimal. Porém percebe-se que a matemática avançou gradativamente e para chegar a um sistema de numeração como o usado hoje, utilizado por quase toda a humanidade, foi preciso ensaio e erro, como cita Lorenzato (2008, p.107), a matemática surgiu aos poucos, com aproximações, ensaios e erros, não de forma adivinhatória, nem completa ou inteira.

1.2 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO BRASIL

O Brasil por ser um país relativamente jovem, não passou pelo processo das grandes descobertas, apenas absorveu e deu continuidade ao método educacional dos colonizadores. Nesse sentido, os jesuítas[6], que iniciaram o processo educacional no país, não priorizaram a inserção dos conteúdos matemáticos, uma vez que não a consideravam como prioridade educacional, como mostram a citação abaixo:

[6] Eram padres da igreja católica que faziam parte de uma ordem denominada companhia de Jesus, fundada em 1534. Os primeiros jesuítas chegaram ao Brasil no ano de 1549 na expedição de Tomé de Souza.

> Nas escolas elementares, no que diz respeito aos conhecimentos matemáticos, contemplava-se o ensino da escrita dos números no sistema de numeração decimal e o estudo das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais. Nos colégios, o ensino ministrado era de nível secundário, e privilegiava uma formação em que o lugar principal era destinado às humanidades clássicas. Havia pouco espaço para os conhecimentos matemáticos e grandes destaques para o aprendizado do latim. Sobre o ensino desses conhecimentos, conhece-se pouco: por exemplo, sabe-se que a biblioteca do colégio dos jesuítas no Rio de Janeiro possuía muitos livros de Matemática. No entanto, estudos realizados por muitos pesquisadores conduzem à ideia geral de que os estudos matemáticos eram realmente pouco desenvolvidos no ambiente jesuíta (GOMES, 2012, p.14).

Como descrito, a educação imposta nos primeiros anos de colônia era direcionada às ciências humanas, com pouca atenção para as ciências exatas[7]. No entanto, mesmo de forma elementar, a matemática era ensinada em alguns cursos de nível superior e, aos poucos, os conhecimentos em matemática foram sendo introduzidos em cursos secundários em todo o país (GOMES, 2012).

Com o movimento da matemática moderna, entre 1950 e 1970, o ensino da álgebra sofre uma transformação em seu ensino formal; a ideia é que o ensino desse conteúdo seja ofertado de forma contextualizada, possibilitando ao estudante o entendimento, na prática, de assuntos considerados abstratos. No final da década de 1970, com a tentativa de resgate do ensino da geometria, o ensino da álgebra perde importância nos currículos formais:

> [...] o próprio ensino de Álgebra não apenas perde aquelas características que a Matemática moderna lhe havia atribuído como também parece retomar – sem, é claro, aquelas regras e aqueles excessos injustificáveis do “algebrismo” - o papel que ele desempenhava no currículo tradicional, qual seja o de um estudo introdutório – descontextualizado e estático – necessário a resolução de problemas e equações. (MIORIM, FIORENTINI, MIGUEL, 1993, p.51).

Como exposto acima, a álgebra teve oscilações no campo das ideias ao longo dos anos. Para Miorim, Fiorentini, Miguel, (1993), na primeira metade do século XX, a álgebra sofre uma nova mudança em seu formato de aprendizagem em todo o mundo. O movimento de junção do antes e do pós movimento da álgebra moderna foca na significação, aplicando a contextos de forma visuais, usando na maioria das vezes a analogia e a geometria como bases.

---

[7] Matemática, Física, Química e ramificações.

No tocante à metodologia do ensino da álgebra no ensino fundamental, embora ainda haja muitas discussões acerca de quais os métodos mais adequados, houve mudanças significativas, ocorridas de forma gradativa. Entretanto, o que prevalece para a aprendizagem no ensino fundamental, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), é:

> Questionar a realidade formulando problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1998, p.8).

Como é percebido, os PCN's são enfáticos em estabelecer prioridades ao raciocínio dos alunos. Dessa maneira, qualquer método de aprendizagem alicerçado nesses parâmetros pode ser considerado adequado para o ensino da matemática, em particular à álgebra.

1.3 EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Segundo Eves (2011), o primeiro registro do uso das equações do primeiro grau está no papiro de Rhind, escrito aproximadamente no ano de 1650 a.C.[8]. Os gregos abordaram e desenvolveram com abrangência o estudo da geometria, porém, os estudos de álgebra foram desenvolvidos por Diofanto[9] de Alexandria, que criou métodos de resolução, aplicação de propriedades e conceitos teóricos e práticos para a resolução das equações do primeiro grau.

No século XVI, as equações eram resolvidas com o auxílio de símbolos para o valor desconhecido e as resoluções dessas equações foram o passo decisivo para a constituição da álgebra como disciplina. Para Roque (2012), a contribuição dos árabes no desenvolvimento da álgebra e sua junção de teoria e prática foi de fundamental importância para o surgimento das equações.

1.4 FORMAÇÕES DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO BRASIL

O processo de melhoria na qualidade educacional está intimamente ligado à valorização e investimentos na formação adequada do professor, uma vez que este,

[8] a.C. é a abreviação de antes de Cristo bem como d.C. é a abreviação de depois de Cristo.
[9] Um matemático que estudou a teoria dos números. Sua obra Arithmetica, escrita por volta de 250 d.C., trata principalmente da solução de equações indeterminadas com coeficientes inteiros.

com formação continuada adequada, terá suporte metodológico para contribuir com a construção de um ensino da matemática de qualidade. Neste sentido D'Ambrósio (1993) defende que o grande desafio na educação matemática é determinar como traduzir a visão que se tem dela para o ensino. De fato, existem vários matemáticos e várias correntes de como se ensinar, mas todas convergem para um objetivo comum: melhorar o ensino da matemática.

> Nos últimos anos a pesquisa sobre formação de professores tem crescido tanto quantitativa como qualitativamente. A preocupação de conhecer melhor o processo de ensinar levou a mudanças no paradigma da formação de professores. De uma "peça" ou até um "obstáculo" que deveria ser superado para a aplicação de técnicas, currículos e programas elaborados em diversas instâncias, o professor passa a ser considerado como um elemento importante do processo ensino-aprendizagem (FIORENTINI et al., 2003, p.15).

De acordo com o exposto, percebe-se que há uma tendência na valorização da formação do profissional da educação básica, pois o professor é importante para melhoria na educação e esse profissional é considerado como alguém com capacidade de transformação e mediação da aprendizagem; capaz de transformar a concepção que o aluno tem sobre essa disciplina e capaz de articular, a partir de seus valores e saberes, a maneira adequada de ensinar (D'AMBRÓSIO, 1993).

Acerca das produções acadêmicas no campo da matemática, Fiorentini et al. (2003) são enfáticos em afirmar que esse processo tem sido um dos principais temas relacionados à formação e ao desenvolvimento profissional de professores de matemática no Brasil e esse mesmo processo tem passado por transformações, visando melhoria.

Portanto, observa-se que há um interesse em melhorar a educação matemática no Brasil, que pode ser verificada em avaliações nacionais, estaduais e municipais com foco nos PCN's e suas habilidades (números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, tratamento da informação), no Sistema de Avaliação Nacional da Educação Básica (SAEB) e na Prova Brasil.

Em suma, uma melhoria no sistema educacional de matemática no Brasil envolve diversos fatores, mas um desses fatores envolve o professor. O Professor de matemática deve ser bem instruído desde sua formação inicial, e para isso ele precisa de subsídio material e profissional, além de amar a profissão, ensinar com entusiasmo e dedicação. D'Ambrósio (2009, p.84) é enfático em dizer que

> ninguém poderá ser um bom professor sem dedicação, preocupação com o próximo, sem amor num sentido amplo. O professor passa ao próximo aquilo que ninguém pode tirar de alguém, que é o conhecimento. Conhecimento só pode ser passado adiante por meio de uma doação. O verdadeiro professor passa o que sabe não em troca de um salário (pois se assim fosse melhor seria ficar calado por 49 minutos!), mas somente porque quer ensinar, quer mostrar os truques e os macetes que conhece.

Assim, independente de salário, posição social ou reconhecimento devido, deve-se amar o ensino compartilhando o saber e não apenas cumprimentando a turma com bom dia, boa tarde ou boa noite e/ou fazendo a chamada no primeiro minuto da aula. Só assim professores serão formados para formar novos professores e novos cidadãos. Até mesmo porque tanto professores quanto alunos são beneficiados quando se está discutindo qualquer temática de ensino na sala de aula. Freire (1987, p.6) enfatiza que

> no círculo de cultura, a rigor, não se ensina, aprende-se em reciprocidade de consciências; não há professor, há um coordenador, que tem por função dar as informações solicitadas pelos respectivos participantes e propiciar condições favoráveis à dinâmica do grupo, reduzindo ao mínimo sua intervenção direta no curso do diálogo.

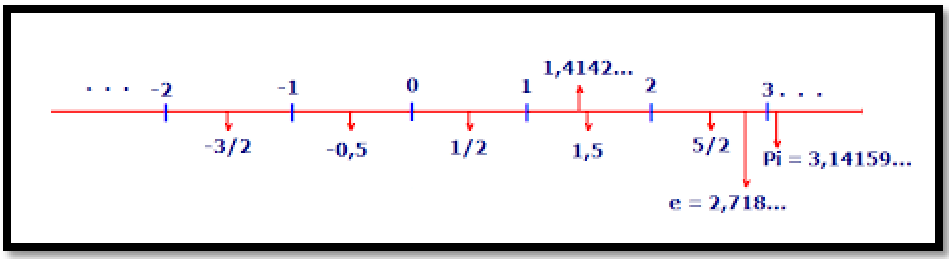
Portanto, todos são recompensados no círculo de cultura do conhecimento, pois cada um tem uma particularidade, uma experiência, uma maneira de enxergar as diversas situações e os problemas não somente da disciplina, mas também da sociedade e da vida. O professor tem uma gama de conhecimentos adquiridos durante toda a sua vida em sociedade e nos estudos, tem, obviamente, a responsabilidade de educar, orientar, mediar e compartilhar esses conhecimentos; porém, os alunos mesmo tendo conhecimento “inferior”, são capazes de, com variadas ideias, contribuir para a reciprocidade desse conhecimento, tornando as aulas mais dinâmicas.

CAPÍTULO 2

2 DEFINIÇÃO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Antes de definir as equações do primeiro grau, é importante entender o conjunto dos números reais e suas propriedades para uma compreensão mais abrangente.

Figura 1 – Reta dos números reais.



Fonte: Ninjas da Matemática.

2.1 CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS

O conjunto dos números reais são todos os números que podem ser colocados sobre a reta numérica, logo são infinitos (a ideia do infinito está abordado no item 2.5), e satisfaz algumas propriedades fundamentais, entre elas: a soma e o produto estão bem definidos, portanto para todo x e y reais, $x+y$ e $x.y$ são sempre reais. Tal conteúdo é abordado nas séries finais do ensino fundamental II (8º e 9º anos).

2.2 PROPRIEDADES DOS NÚMEROS REAIS

O conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais é munido com duas operações, denotadas + e ., denominadas adição e multiplicação, as quais satisfazem os axiomas (1) a (7) a seguir:

(1) Consistência: para $a,b \in \mathbb{Q}$, o resultado $a+b$ da adição de a e b é o mesmo, quer consideremos a adição usual de $\mathbb{Q}$ ou a operação correspondente em $\mathbb{R}$. Analogamente, o resultado $a.$b da multiplicação de a e b é o mesmo, quer consideremos a multiplicação usual de $\mathbb{Q}$ ou a operação correspondente em $\mathbb{R}$.

(2) Comutatividade: as operações + e · são comutativas, isto é, são tais que $a+b=b+a$ e $a.b=b.a$, para todos $a,b \in \mathbb{R}$.

(3) Associatividade: as operações + e · são associativas, isto é, são tais que $a + (b + c) = (a + b) + c$ e $a \,.\, (b \,.\, c) = (a \,.\, b) \,.\, c$, para todos $a,b,c \in \mathbb{R}$.

(4) Distributividade: a operação de multiplicação é distributiva em relação à de adição, isto é, é tal que $a \,.\, (b + c) = (a \,.\, b) + (a \,.\, c)$, para todos $a,b,c \in \mathbb{R}$.

(5) Existência de elementos neutros únicos: os números racionais 0 e 1 são elementos neutros, respectivamente, para as operações de adição e multiplicação em $\mathbb{R}$, isto é, tem-se $0 + a = a$ e $1 \,.\, a = a$, para todo a ∈ $\mathbb{R}$.

(6) Lei do cancelamento: se $a,b \in \mathbb{R}$ são tais que $a \,.\, b = 0$, então $a = 0$ ou $b = 0$.

(7) Existência de inversos aditivo e multiplicativo: se $a \in \mathbb{R}$, então existe $b \in \mathbb{R}$ tal que $a + b = 0$. Se $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$, então existe $b \in \mathbb{R}$ tal que $a \,.\, b = 1$ (MUNIZ NETO, 2013).

Esses axiomas são aceitos sem demonstrações e são de cunho algébrico com muita abstração para o aluno que está se familiarizando com o assunto da álgebra, porém é conveniente fazer uma analogia usando a balança de dois pratos para que o aluno firme os conceitos elementares e os use quando convém. No axioma (2), por exemplo, pode-se mostrar a comutatividade $a+b=b+a$ com os dois pratos da balança e usando pesos quaisquer para a e para b. Colocando-se no prato da esquerda um peso "a" e um peso "b", em qualquer ordem e de igual modo os mesmos pesos no prato da direita, percebe-se que a balança fica equilibrada.

Para fazer a analogia do axioma (3), pode-se proceder, do mesmo modo, mas colocando os elementos dos parênteses colados ou dentro de um saco plástico, representando um só peso, ou seja, no prato da esquerda $(b+c)$, juntos representando um só peso e no prato da direita $(a+b)$ representando um só peso, tem-se que o axioma $a+(b+c)=(a+b)+c$ fica bem fixado e válido intuitivamente. Analogamente mostra-se a multiplicação e os demais axiomas.

Da associatividade (3) e da existência do elemento inverso (7), tira-se uma importante informação para equacionar problemas diversos: se $a+b=a+c \Rightarrow b=c$. Tem-se:

Demonstração 1: Se $a+b=a+c$, demonstre que $b=c$.

$a+b=a+c$ adicionando $(-a)$ a ambos os membros, tem-se:

$(-a) + (a + b) = (-a) + (a + c)$ associando os elementos em ambos os membros, tem-se:

$(-a + a) + b = (-a + a) + c$ como $(-a + a)$são inversos aditivos, sua soma é nula, logo:

$b = c$ ■

2.2.1 Relação de Ordem em $\mathbb{R}$

Postula-se também a existência de uma relação de ordem (isto é, uma maneira de comparar elementos de $\mathbb{R}$), denotada por analogia com a relação correspondente em $\mathbb{Q}$, $\geq$ (lê-se maior ou igual do que) e satisfazendo os axiomas (1') a (7') a seguir:

(1') Consistência: se $a,\ b \in \mathbb{Q}\, e\ a \geq b$ em $\mathbb{Q}$, então $a \geq b$em $\mathbb{R}$;

(2') Reflexividade: $a \geq a$, para todo $a \in \mathbb{R}$;

(3') Antissimetria: se $a, b \in \mathbb{R}$ são tais que $a \geq b\ e\ b \geq a \Rightarrow a = b$;

(4') Transitividade: se $a, b, c \in \mathbb{R}$ são tais que $a \geq b\ e\ b \geq c \Rightarrow a \geq c$;

(5') Dicotomia: para todos $a, b \in \mathbb{R}$, tem-se $a \geq b\ ou\ b \geq a$.

Denota-se também que se $a, b \in \mathbb{R}$ são tais que $a \geq b\ e\ a \neq b$, então $a > b$ (lê-se a maior do que b). Escreve-se ainda $a \leq b$(lê-se a menor ou igual do que b) como sinônimo de $b \geq a$, e $a < b$ (lê-se a menor do que b) como sinônimo de $b > a$. Para $a \in \mathbb{R}$, se $a > 0$ dizemos que a é positivo; se $a < 0$, dizemos que a é negativo.

(6') $a > b \Leftrightarrow a - b > 0$;

(7') $a, b > 0 \Longrightarrow a + b, a \,.\, b > 0$ (MUNIZ NETO, 2013).

Das relações de ordem descritas acima, tem-se mais algumas propriedades úteis, as quais podem ser deduzidas a partir dos axiomas (1') a (7'). Porém, para os alunos do ensino fundamental não é conveniente ver essas demonstrações com álgebra e abstração, mas com a simbologia da balança de dois pratos não só é conveniente como também fixa conceitos intuitivos de equidade. Por Muniz Neto (2013, p.12), tem-se as propriedades:

(a) Se $a > 0$, então $-a < 0$, e vice-versa;

(b) Se $a > 0$, e $b > 0$ então $a\,.\,b > 0$; Se $a > 0$, e $b < 0$ então $a.b < 0$;

(c) Se $a < 0$ e $b > 0$ então $a.b < 0$; Se $a < 0$ e $b < 0$ então $a.b > 0$;

(d) $a > b \implies a + c > b + c$;

(e) $a > b$, $c \geq d \implies a + c > b + d$;

(f) Se $a > b$, e $c > 0$ então $a.c > b.c$; Se $a > b$, e $c < 0$ então $a.c < b.c$;

(g) $a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0$;

(h) $a > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a} > 0$;

(i) Se a e b têm um mesmo sinal e $a > b$, então $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Pode-se fazer as demonstrações das relações de ordem e das propriedades dos números reais com o uso da balança de dois pratos em equilíbrio para o aluno do ensino fundamental. Por exemplo, a transitividade (4'): se $a, b, c \in \mathbb{R}$ são tais que $a \geq b$ e $b \geq c$, então $a \geq c$, para isso usa-se pesos para a, b e c tais que a pese mais do que b e b pese mais do que c, ao colocar na balança os pesos a e c percebe-se prontamente que a pesa mais do que c e está intuitivamente demonstrado o axioma. Para demonstrar a propriedade também que é muito usual em matemática e que diz que se $\boldsymbol{a > b \implies a + c > b + c}$ basta usar pesos distintos para a ,b e c tais que a pese mais do que b e c seja qualquer peso, inclusive igual a a ou a b; ao colocar na balança os pesos a e b percebe-se que o lado da balança que contém o peso a está mais baixo do que o outro lado da balança que contém o peso b, isso porque a pesa mais do que b, ao colocar-se o peso c em ambos os pratos, a balança permanecerá inalterada, o que demonstra intuitivamente a propriedade.

Essa intuição usando símbolos, como a balança de dois pratos e pesos para comparar uma equação ou uma inequação, é de significação importante para a aprendizagem:

> Uma vez que os significados inicias são estabelecidos por signos ou símbolos de conceitos no processo de formação de conceito, uma nova aprendizagem significativa dará origem a significados adicionais aos signos ou símbolos e permitirá a obtenção de novas relações entre os conceitos anteriores adquiridos (AUSUBEL, 1980 p.38 *apud* MEIER; GARCIA, 2007 p. 142).

Portanto, no processo de aprendizagem, as ideias são interligadas a algum aspecto relevante já existente cognitivamente para o aluno, seja uma figura, um símbolo, um conceito ou uma proposição.

Uma equação do primeiro grau é uma equação da forma $ax + b = 0$, na qual a e b são constantes, a diferente de zero, e x é a incógnita. Sua resolução é $ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$ (LIMA, et al., 2006). Prevenindo a mecanização nas resoluções das equações do primeiro grau, Lima, et al. (2006), dizem que uma atitude não recomendável ao ensinar essas equações é a mecanização excessiva dos procedimentos, fazendo com que o aluno esqueça do que está fazendo, ou o que realmente aconteceu ao fazer todos os procedimentos de resolução. Lima, et al. (2006), ainda citam um exemplo de como não deve-se fazer ao ensinar equações do primeiro grau.

Equação $2x + 6 = 0$

Solução: $2x = -6$(passamos o 6 para o segundo membro, mudando o seu sinal.)

$x = -\frac{6}{2} = -3$ (passamos o 2 para baixo.)

Para Lima, et al (2006), “explicações” desse tipo são causas de erros frequentes como os descritos a seguir:

a) se $3x = 6$, então $x = 6 - 3$;

b) se $x + 5 = 10$, então $x = \frac{10}{5}$.

É sempre melhor dizer explicitamente, a cada passagem, o que realmente está sendo feito:

Equação: $2x + 6 = 0$

Solução: $2x = -6$(somamos -6 a ambos os membros.)

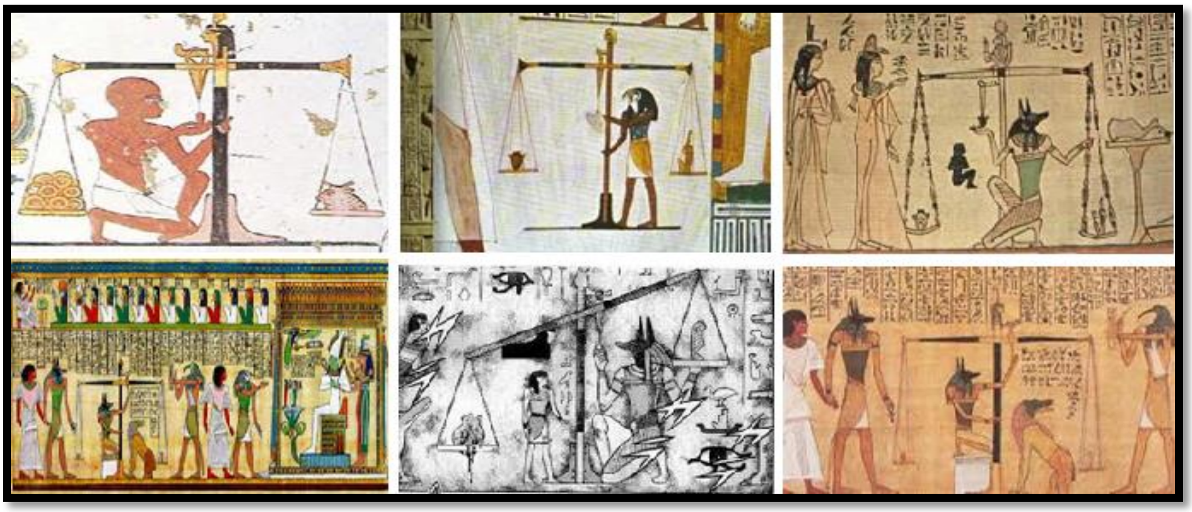
$x = -\frac{6}{2} = -3$ (dividimos ambos os membros por 2.)

2.3 A BALANÇA DE DOIS PRATOS COMO FIGURA DAS EQUAÇÕES

Historicamente o instrumento mais antigo e mais importante utilizado para quantificar a noção de pesos foi a balança de dois pratos com braços iguais. Essa balança já era conhecida desde o Egito antigo pelo menos (ASSIS, 2011, p.141). Na figura 2, tem-se algumas balanças do Egito antigo na época dos faraós, cerca de 1500 a.C., e pessoas usando o equilíbrio dos braços e pratos das balanças. Ainda segundo

Assis (2011), estudos da astronomia datam o uso da balança de dos pratos em cerca de 1350 a.C.

Figura 2 – Algumas balanças do Egito antigo.



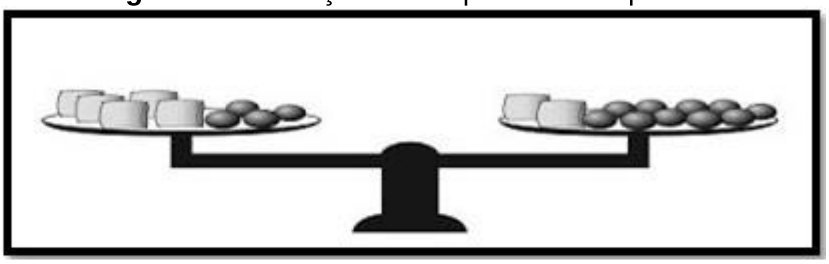
Fonte: antigoegito.org

O uso de ferramentas para auxiliar no aprendizado do estudante é de fundamental importância para a aquisição e construção de conhecimentos significativos, sobretudo em conteúdo como a álgebra, pois de acordo com os PCN's

> o estudo da álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas (BRASIL, 1998, p. 115).

Nesse sentido, entende-se que o uso de ferramentas para auxiliar o entendimento algébrico pode ser uma alternativa para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, pois fica visivelmente à sua frente podendo ser manipulado de diversas maneiras.

Figura 3 – Balança de dois pratos em equilíbrio.



Fonte: olimpiadadaeemariamontessori.blogspot.com.br

Uma equação do primeiro grau $ax+b=0$ em que x é a incógnita a ser encontrada, a e b são números reais com a diferente de zero, pois se a fosse zero não existiria o x e, consequentemente, não teria equação do primeiro grau; pode ser comparada a uma balança de dois pratos em equilíbrio. Evidentemente quando a balança está desequilibrada tem-se a simbologia das inequações. Os pratos simbolizam os membros das equações ou inequações, de modo que ao equalizar a balança está intuitivamente determinando qual o valor da incógnita nas equações do primeiro grau.

A figura 3 exemplifica uma equação do primeiro grau, na qual há analogia à equação do primeiro grau com variáveis e números, utilizando saquinhos e bolinhas com pesos iguais, mantendo o equilíbrio da balança. A figura 3 tem o objetivo de estimular a capacidade de abstração do estudante, como orienta os PCN's e como afirmam Ausubel, Novak e Hanesian (1980), "o fator mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece". Representando por x cada saquinho de areia e cada bolinha como uma unidade na figura 3, tem-se a equação do primeiro grau da balança: $5x + 4 = 2x + 10$.

É relevante salientar que apenas o uso da álgebra não garante o sucesso dos alunos na aprendizagem matemática, mas a álgebra é um assunto em que os alunos cometem muitos erros segundo os PCN's.

> Entretanto, a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país (BRASIL, 1998, p. 115).

Nessa perspectiva, os professores não devem apenas trabalhar exercícios mecânicos de álgebra, para amenizar esse baixo índice de desempenho dos estudantes, pois esse tipo de método, além de ser ineficiente, provoca grave prejuízo a outros temas da matemática como a geometria, por exemplo (BRASIL, 1998, p. 115).

Querendo descobrir uma relação de peso entre os saquinhos de areia e as bolinhas na figura 3, pode-se fazer relações de pesos, eliminando os pesos iguais em ambos os membros. Ou seja, elimina-se dois saquinhos de areia em cada prato e elimina-se quatro bolinhas também em cada prato, fica-se portando com três saquinhos de areia no prato da esquerda e seis bolinhas no prato da direita. Nesse caso, um saquinho pesa o equivalente a duas bolinhas, e como cada saquinho está sendo tratado como x na equação $5x + 4 = 2x + 10$, tem-se que x é igual a dois.

Fazendo isso, tem-se uma importante observação: com a manipulação dos pesos da balança de dois pratos, usa-se propriedades dos números reais.

2.3.1 Problemas Equacionados na Balança de Dois Pratos

Usando a ideia de equacionar problemas com o uso da balança de dois pratos, e com as propriedades implícitas dos números reais, pode-se resolver diversos problemas de equações do primeiro grau e de vários outros conteúdos. É de fato uma ferramenta importante para o desenvolvimento cognitivo do raciocínio em matemática.

Para Vasconcellos (2005, p. 21), a disciplina matemática foi criada com a finalidade de desenvolver a capacidade de raciocínio do indivíduo, de modo que ele tenha compreensão real no estudo da matemática. E é nesse intuito que são abordados e comentados os problemas a seguir.

2.3.1.1 Problema 1

Uma melancia custa um real mais meia melancia. Quantos reais custa uma melancia? (DANTE, 2008).

Um comentário e uma solução: ao abordar esse tipo de problema, usando apenas a abstração com a incógnita, conduz o aluno à mecanização, e em muitos casos o não entendimento da resposta. Muitos alunos, inclusive, não respondem corretamente e os que recorrem à resposta sem os cálculos, na maioria, diz que a melancia custa R$ 1,50, pelo fato de associar meia melancia com R$ 0,50. Para Lorenzato (2006, p. 15)

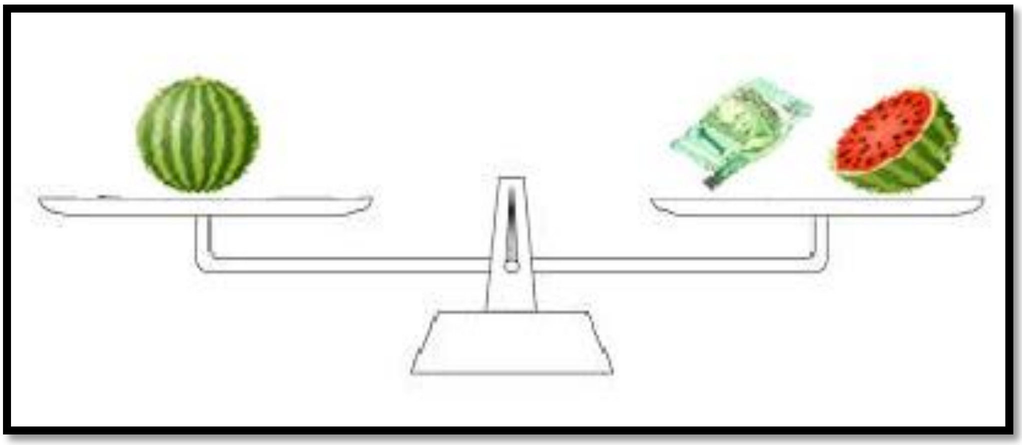
> quando os jovens adquirem o poder da dedução lógica, é importante mostrar-lhes sofismas, falácias e paradoxos matemáticos com o objetivo de eles perceberem que conclusões baseadas apenas na intuição ou naquilo que se vê podem contrapor-se ao que o raciocínio-lógico dedutivo aponta como verdadeiro. Raciocínio dedutivo será fundamental para todos os estudos posteriores: ele vai logicamente permitir-nos, de agora em diante, separar aquilo que parece ser verdadeiro daquilo que essencialmente é verdadeiro.

A ideia do autor é provocar o engano e posteriormente corrigir as deduções precipitadas. O fato é que uma boa abordagem desse tipo de problema pode ser com o uso da balança de dois pratos. A ideia é equalizar a balança (figura 4), em um prato da balança coloca-se uma melancia e no outro prato, um real mais meia melancia; agora raciocina-se: o que falta para equalizar a balança? Prontamente a resposta é:

falta meia melancia no lugar de um real. Pronto, meia melancia custa um real, proporcionalmente, uma melancia custa dois reais. É um problema de sofisma, pois tem a intenção de enganar o aluno. Após esse entendimento da questão, deve-se abordar a o problema com a incógnita, por exemplo ($m = 1 + \frac{m}{2}$) onde ao encontrar o valor de m, encontra-se o preço da melancia. Nesse sentido, tem-se uma aprendizagem significativa, pois a aprendizagem significativa se distancia da automática na medida em que esta se relaciona aos processos cognitivos de forma arbitrária, não resultando da aquisição de novos resultados e que a essência da aprendizagem significativa corresponde a relação estabelecida entre as ideias expressas simbolicamente e as informações previamente estabelecidas pelo aluno. (AUSUBEL, 1980 *apud* MEIER; GARCIA, 2007).

Ausubel (1980 *apud* MEIER; GARCIA 2007), enfatizam ainda que a aprendizagem apoiada no conhecimento prévio é oposta a aprendizagem mecânica e ocorre quando o ato de aprender implica em relacionar novas informações à outras previamente familiarizadas pelo aluno e este usa estratégia para alcançar o objetivo.

Figura 4 – Ilustração da resolução do problema 1.



Fonte: Editada pelo autor.

Na figura 4 é fácil ver que para o equilíbrio se manter, um real deve ser substituído por outra banda de melancia, portanto meia melancia custa um real e proporcionalmente uma melancia custa dois reais.

2.3.1.2 Problema 2

Usando todo o suco que está numa jarra é possível encher 9 copos pequenos e 4 copos grandes ou então encher 6 copos pequenos e 6 copos grandes. Quantos copos grandes é possível encher usando todo o suco da jarra? (OBMEP – 2008/ 1ª FASE).

Um comentário e uma solução: Esse tipo de problema envolvendo comparação de medidas instiga o aluno a resolvê-lo, fazendo os devidos ajustes para chegar a medida pedida, no entanto poucos alunos iniciantes no estudo de álgebra conseguem equalizar bem esse problema usando apenas incógnitas.

A ideia nesse problema é encontrar uma medida equivalente para o copo grande em relação ao copo pequeno ou vice-versa. Para isso, toma-se como base equalizadora a balança de dois pratos. O enunciado diz que 9 copos pequenos e 4 copos grandes equivalem a 6 copos pequenos e 6 copos grandes (figuras 5, 6, e 7). Colocando esses copos na balança, pode-se eliminar os "pesos iguais", (ver demonstração 1, subitem 2.2), ou seja, elimina 6 copos pequenos de cada prato e elimina também 4 copos grandes de cada prato. Fica-se então com a seguinte relação: 3 copos pequenos pesa 2 copos grandes (figura 8).

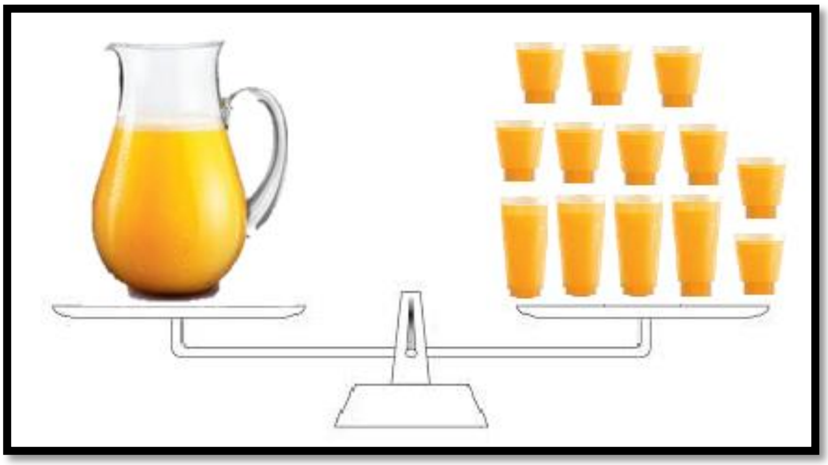
Essa relação é fundamental para a solução, pois fixando no enunciado da questão, em qualquer um dos pratos, tem como substituir esses dados e encontrar o que se pede. Nesse caso, tem-se que a jarra enche (I) 9 copos pequenos e 4 copos grandes ou então enche (II) 6 copos pequenos e 6 copos grandes, como (III) 3 copos pequenos equivalem a 2 copos grandes, (III) em (I) ou (III) em (II), tem-se que a jarra enche 10 copos grandes e, analogamente, a mesma jarra enche 15 copos pequenos.

Nessa questão trabalha-se fatores importantes em matemática como a investigação e a divisão em casos. Ao se deparar com questões como esta, é de praxe muitos professores e alunos atacarem com incógnitas, esquecendo-se de investigar a questão. D' Ambrósio (1993, p. 35) enfatiza que:

> Há uma necessidade de os novos professores compreenderem a matemática como uma disciplina de investigação. Uma disciplina em que o avanço se dá como consequência do processo de investigação e resolução de problemas. Além disso é importante que o professor entenda que a matemática estudada deve, de alguma forma, ser útil ao alunos, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar sua realidade.

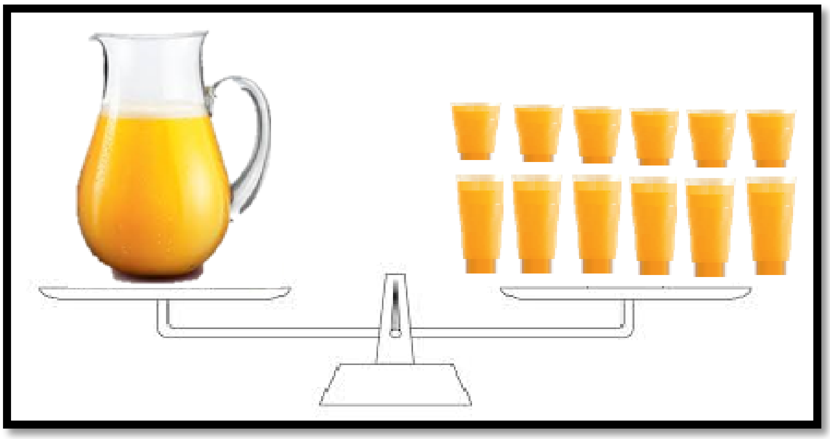
Logo, para D’ Ambrósio (1993), há uma necessidade de investigar problemas matemáticos, além disso, o avanço na disciplina se dá nessa investigação, ao resolver problemas.

Figura 5 – Primeiro momento do problema 2.



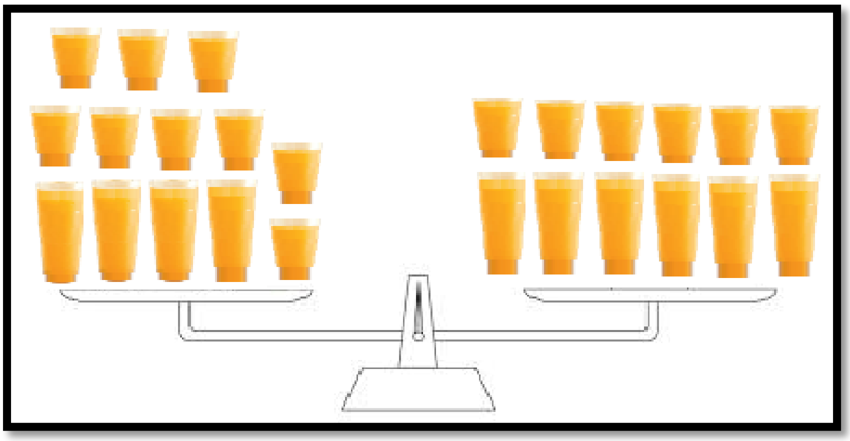
Fonte: Editada pelo autor.

Figura 6 – Segundo momento do problema 2.



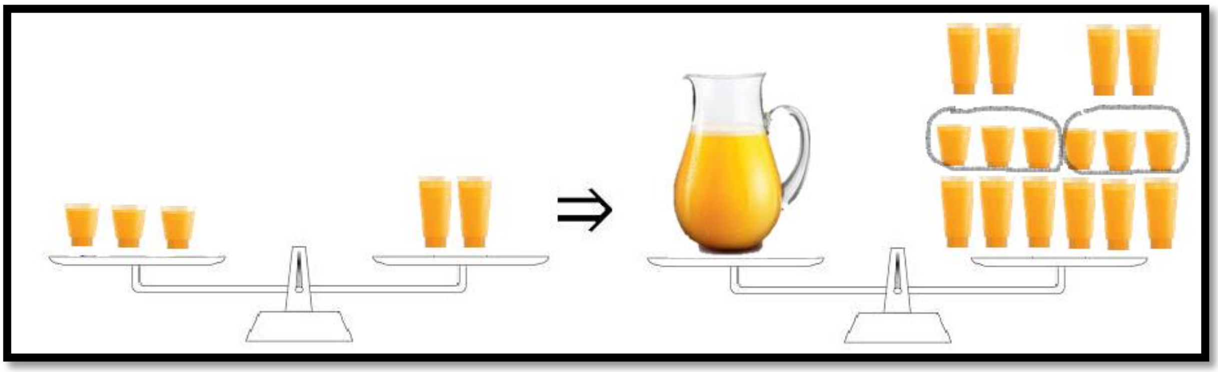
Fonte: Editada pelo autor.

Figura 7 – Terceiro momento do problema 2.



Fonte: Editada pelo autor.

Figura 8 – Quarto momento do problema 2.



Fonte: Editada pelo autor.

2.3.1.3 Problema 3

Qual a idade atual de uma pessoa se daqui a 8 anos ela terá exatamente o triplo da idade que tinha há 8 anos atrás? (FCC, 2003 – TRT - 5ª Região)[10].

Um comentário e uma solução: Quem está familiarizado em resolver questões desse tipo, aborda o problema prontamente montando uma equação do primeiro grau e não tem dificuldades para resolver. No entanto, o aluno iniciante em álgebra tem dificuldade, não apenas na abstração envolvida, mas até em interpretar o problema. E ensinar aos alunos mecanizando o processo é semelhante a educação bancária citada por Freire (1987, p.42) quando diz que enquanto a concepção bancária dá ênfase à permanência, a concepção problematizadora reforça a mudança. Para Freire (1987), educação bancária é o ensino em que professores “depositam” conteúdos para que os alunos assimilem do mesmo jeito que lhe é repassado, e a educação problematizadora é aquela que não é fixismo reacionária, ou seja, não se deve absorver tudo do mesmo jeito que recebe, mas problematizar toda a ideia. Portanto para Freire (1987), a educação bancária torna o aluno “mecanizado” quando cita “ênfase a permanência”, e não é uma educação adequada, mas o ato de pensar, torna o aluno liberto.

Atacando esse problema com o uso da balança de dois pratos, percebe-se o apoio na montagem do problema como ilustra a figura 9, e consequentemente usará a ideia em posteriores problemas semelhantes ou não com facilidade.

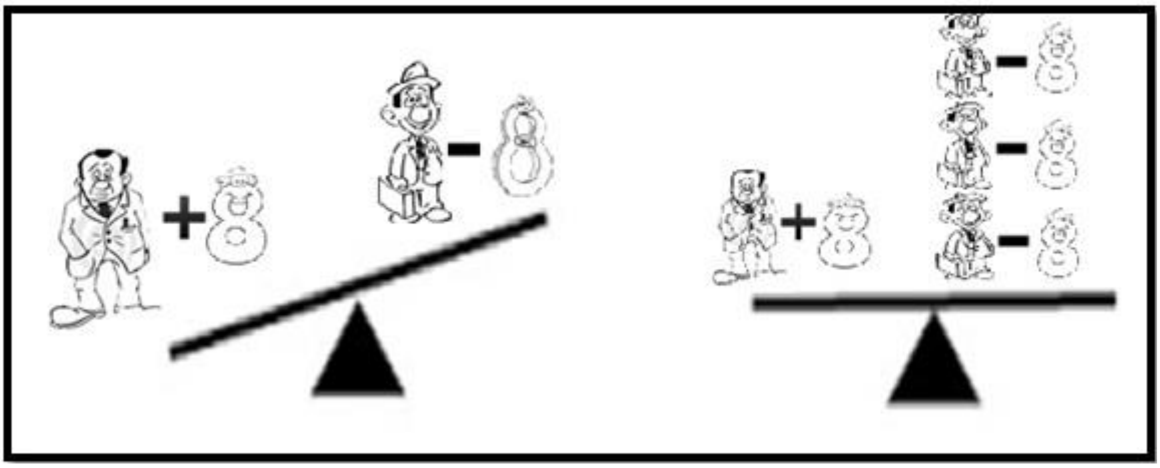
[10] Questão do concurso do Tribunal Regional do Trabalho da 5ª região (Bahia) no ano de 2003 organizado pela FCC (Fundação Carlos Chagas), para o cargo de Técnico de enfermagem.

De fato, no problema tem-se apenas uma pessoa. Simbolicamente, coloca-se essa pessoa (diga-se P) nos dois pratos da balança ($P = P$) e a balança está equilibrada. Em um dos pratos da balança, avança-se 8 anos ($P + 8$) e, no outro prato da balança retrocede-se 8 anos ($P - 8$), a balança desequilibrou. Para que mantenha o equilíbrio, completa-se com os dados do problema que diz: “daqui a 8 anos ela terá exatamente o triplo da idade que tinha há 8 anos atrás”, logo $(P + 8) = 3(P - 8)$ e a balança está em equilíbrio novamente, de acordo com o enunciado do problema.

Nesse problema, encontrando o valor de P, encontra-se a idade da pessoa. Fazendo a distributividade no segundo membro tem-se $P + 8 = 3P - 24$. Adicionando ($24 - P$) em ambos os membros, tem-se: $P+8+24-P= 3P-24+24-P$. Usando o inverso aditivo fica $32=2P$. Dividindo ambos os membros por 2 encontra-se o valor de $\mathbf{P}$, $\mathbf{P} = \mathbf{16}$. Resolvendo a equação do primeiro grau nesse processo explicativo, fundamenta os cálculos matemáticos e dá sentido ao que se faz eliminando cálculos mecânicos e sem fundamento.

Para Aranha (2006, p. 25) “a alienação se dá quando professores, mesmo imbuído de boas intenções, querem que os alunos apenas reproduzam o conteúdo da aula”. A aula é produzida e consumida ao mesmo tempo. Ainda segundo Aranha (2006) os professores estariam repassando a seus alunos valores que precisariam na verdade ser revistos e criticados. Assim, a ação de professores pode gerar um espaço de renovação e crítica, embora essa renovação ocorra com cautela para evitar riscos.

Figura 9 – Ilustração do problema 3.



Fonte: Editada pelo autor.

2.3.1.4 Problema 4

Nas balanças há sacos de areia de mesmo peso e tijolos idênticos. Quanto deve marcar a última balança? (OBMEP 2015 – 1ª FASE).

Figura 10 – Representação do problema 4.

Fonte: 11ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – Nível 2.

Um comentário e uma solução: Essa questão não está em uma balança de dois pratos, porém a analogia pode ser feita, uma vez que os sacos de areia e tijolos têm mesmo peso. Logo não há necessidade de montar um sistema de equações para encontrar o peso de um saco de areia e de um tijolo como pede o problema.

Vê-se que a balança do meio tem um saco de areia e um tijolo a menos que a primeira balança. Portanto, fazendo a diferença dos pesos de ambas as balanças, encontra-se o peso de um saco de areia e de um tijolo. Pode-se pensar também assim: eliminando os pesos iguais em ambas as balanças, o que resta? Elimina-se dois sacos de areia e um tijolo. Logo, na primeira balança fica um saco de areia e um tijolo, que é o que se pede na terceira balança. E na ideia da balança em equilíbrio, tem-se dois pesos distintos em ambos os pratos, 64 kg e 41 kg, e para equilibrar essa balança, falta 23 kg no prato onde tem 41 kg, que é justamente os pesos da terceira balança.

Muitos alunos e até professores atacam essa questão por meio de sistema de equações e por muitos alunos não terem o domínio suficiente para o assunto, erram o problema. Foi proposto esse problema para 5 professores de matemática, dos quais dois resolveram por sistemas de equações, um pelo método comparativo descrito acima e dois disseram que não sabiam atacar o problema. Ficaria assim o sistema: chamando os sacos de areia de x e os blocos de y, tem-se que $3x + 2y = 64\,kg$ e $2x + y = 41\,kg$. Resolvendo o sistema encontra-se $x = 18\,kg$ e $y = 5\,kg$, somando $x + y$ encontra 23 kg.

Acredita-se que esta não seja a melhor forma de resolver, uma vez que ela deixa a abstração ficar em uma posição melhor que o raciocínio, inclusive a solução proposta pela OBMEP é por comparação entre os pesos nas balanças. Sobre o raciocínio prevalecer sobre a abstração, os PCN’s são enfáticos em dizer que a matemática tem como uma de suas características o rigor lógico, e ainda, a matemática proporciona o desenvolvimento do raciocínio e resolução de problemas, de comunicação bem como o espírito crítico e criativo, estimulando as diversas formas de raciocínio (BRASIL, 1999). Sobre o professor e o saber matemático os PCN’s orientam que

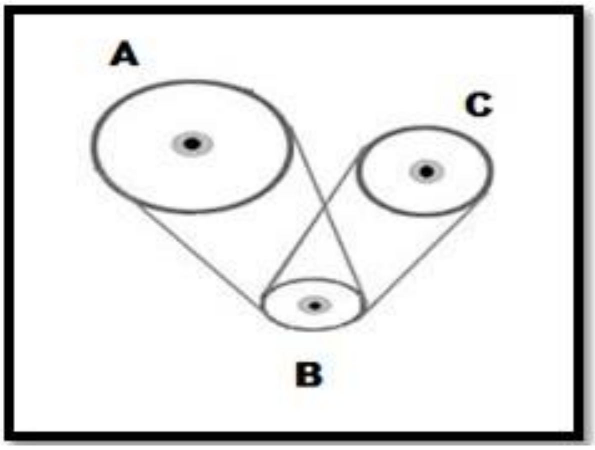
> para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento de conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1998, p. 36).

Portanto, o professor não é o detentor do conhecimento, mas ele precisa ter um conhecimento sólido da disciplina que leciona para que a aprendizagem tenha significado.

2.3.1.5 Problema 5

Certo mecanismo é composto por 3 polias, conforme mostra a figura 11. Enquanto a polia A gira uma volta, a B gira 3 voltas. Quando a polia B gira 4 voltas, a C gira 2 voltas. Quantas voltas vai girar a polia C quando a polia A der um giro de 6 voltas? (IMENES; LELLIS, 2007).

Figura 11 - Representação do problema 5.



Fonte: Editada pelo autor.

Um comentário e uma solução: Nesse problema, os autores o abordam como desafio no capítulo de regra de três do 8º ano. Porém ele pode ser resolvido com a ideia do equilíbrio na balança de dois pratos, como está resolvido no problema 2.

O enunciado diz que enquanto a polia A gira uma volta, a B gira 3 voltas; e isso pode ser posto simbolicamente na balança de dois pratos. Em um prato coloca-se **A** simbolizando uma volta da polia A e no outro prato coloca-se **BBB**, simbolizando três voltas da polia B. O enunciado prossegue dizendo que quando a polia B gira 4 voltas, a C gira 2 voltas; semelhantemente, cria-se outra balança para os dados das polias B e C, em um prato coloca-se **BBBB** simbolizando quatro voltas da polia B e **CC**, simbolizando duas voltas da polia C e pela familiaridade da balança é fácil perceber que uma volta da polia C equivale a duas voltas da polia B.

A pergunta do problema é quantas voltas vai girar a polia C quando a polia A der um giro de 6 voltas? Nesse momento da análise percebe-se que A ↔ BBB e que C ↔ BB ou seja, AAAAAA ↔ BBBBBBBBBBBBBBBBBB (seis voltas da polia A equivalem a dezoito voltas da polia B) e como C ↔ BB, AAAAAA ↔ CCCCCCCCC (seis voltas da polia A equivalem a nove voltas da polia C). Pode-se também fazer a análise direta a partir das relações de A ↔ BBB e que C ↔ BB, pois $A \leftrightarrow C\frac{C}{2}$ (uma volta da polia A equivale a uma volta e meia da polia C) daí, seis voltas da polia A equivale a 6 vezes 1,5 que é igual a 9 voltas.

Sobre fixar conteúdos matemáticos como um caminho único de resolução, os PCN's contrariamente dizem:

> Tornar o saber matemático acumulado um saber escolar, passível de ser ensinado/aprendido, exige que esse conhecimento seja transformado, pois a obra e o pensamento do matemático teórico geralmente são difíceis de ser comunicado diretamente aos alunos. Essa consideração implica rever a ideia, que persiste na escola, de ver nos objetos de ensino cópias fieis dos objetos da ciência (BRASIL, 1998, p. 36).

A transcrição das ideias dos teóricos deve ser para o ensino segundo os PCN's adequado ao aprendizado e conveniente para o aluno. Não é interessante em todos os casos transcrever o conteúdo como cópia fiel como se fosse regra geral. E de fato, existem outros métodos proporcionais para resolução do problema 5.

2.3.1.6 Problema 6

“Tenho o dobro da idade que tu tinhas quando eu tinha a idade que tu tens” (ESA – 1995, adaptada).

O trecho acima constitui o início do enunciado de um dos problemas mais interessantes da Álgebra Elementar. Coloque-se na posição da pessoa que está fazendo a afirmação; indique a sua idade pela incógnita x e a idade da outra por y, encontre uma equação que traduza o trecho dado em função de x e de y.

Um comentário e uma solução: Esse problema serve para generalizar a ideia do equilíbrio apresentada para os alunos, e esse é o objetivo do estudo, não pretende-se utilizar a balança literalmente em todos os casos em posteriores estudos, apenas a intuição e quando for necessário. O equilíbrio nesse problema 6 é o tempo transcorrido do presente para o passado e para o futuro em relação as idades de ambos. Como sou o mais velho, esse tempo pode ser representado por $x - y$. Uma boa abordagem do problema é encontrar a idade que tu tinhas quando eu tinha a tua idade hoje, e isso é óbvio, sua idade hoje menos o tempo transcorrido, $y - (x - y)$, ou seja $2y - x$. Como eu tenho o dobro da idade que tu tinha, então $x = 2(2y - x)$, e prontamente $x = 4y - 2x$. Somando $2x - 4y$ a ambos os membros da equação, fica $3x - 4y = 0$, que é uma equação que traduz o trecho dado.

De acordo com os dados do problema 6 pode-se fazer um “quadro do tempo” com os dados no presente, no passado e no futuro para fixar o entendimento. Como o tempo transcorrido é $x - y$, tomando essa expressão numa outra incógnita, digamos k, tem-se $k = x - y$. O quadro do tempo fica assim: No presente eu tenho x e tu tem y, no passado eu tinha $x - k$ e tu tinha $x - 2k$, na mesma proporção, no futuro terei $x + k$ e tu terá x. O quadro 1 ilustra em detalhes.

Quadro 1 – Ilustração do problema 6.

TEMPO	EU	TU
FUTURO	$x+k$	x
PRESENTE	x	$x-k$
PASSADO	$x-k$	$x-2k$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como eu tenho o dobro da idade que tu tinhas quando eu tinha a idade que tu tens, a expressão que representa essa enunciado é $x = 2(x-2k) = 2x-4k$, ou seja $x = 4k$, e como $k = x - y$, tem-se que $x = 4(x-y) = 4x-4y$, resultando na expressão encontrada anteriormente: $3x-4y = 0$.

A partir do entendimento de que o tempo transcorre igualmente para ambos no problema apresentado, pode-se generalizar problemas diversos, por exemplo poder-se-ia ampliar o problema adicionando o texto: (I) Quando tu tiveres a minha idade, a soma das nossas idades será de 54 anos. Qual é a minha idade hoje? Ou (II) Quando tu tiveres o dobro da idade que tenho hoje, a soma das nossas idades será de 85 anos. Qual é a minha idade hoje?

Resolvendo (I): Tenho o dobro da idade que tu tinhas, quando eu tinha a idade que tu tens. Quando tu tiveres a minha idade, a soma das nossas idades será de 54 anos. Qual é a minha idade hoje?

Como temos que $3x - 4y = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 4y = 0 + 4y \Leftrightarrow 4y = 3x \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x$ onde x = minha idade hoje e y = tua idade hoje. O enunciado prossegue, quando tu tiveres a minha idade a soma das nossas idades será de 54 anos. Ora se tu tem $\frac{3}{4}$ da minha idade, para chegar à minha idade hoje falta, obviamente, $\frac{1}{4}$ da minha idade ($x - \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x$) , só que quando tu tiveres a idade que tenho hoje o mesmo tempo transcorreu para mim também, portanto para que a soma de nossas idades seja 54 anos tem-se $(\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}x) + (x + \frac{1}{4}x) = 54$, somando tudo, tem-se duas vezes minha idade mais um quarto dela, ou seja $2x + \frac{1}{4}x = 54$. Multiplicando ambos os membros por 4, fica $8x + x = 216$ anos, ou seja, $9x = 216$ anos, dividindo ambos os membros por 9, temos que $x = 24$ anos.

Resolvendo (II): Tenho o dobro da idade que tu tinhas, quando eu tinha a idade que tu tens. Quando tu tiveres o dobro da idade que tenho hoje, a soma das nossas idades será de 85 anos. Qual é a minha idade hoje?

Analogamente como em (I), tem-se que $y = \frac{3}{4}x$. Agora o enunciado diz que quando tu tiveres o dobro da idade que tenho hoje, a soma das nossas idades será de 85 anos. Como hoje eu tenho x anos, o dobro da idade que tenho hoje é $2x$, pra tu chegar a essa idade, falta $2x - \frac{3}{4}x$, ou seja 2 vezes a minha idade menos três quarto da minha idade, resulta em uma vez a minha idade mais um quarto dela ($1,25x$), ou seja, $\frac{5}{4}x$. E como o tempo transcorre igualmente para ambos, quando tu tiver o dobro da minha idade eu terei ($2x + \frac{1}{4}x$) anos, logo: $(\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}x) + (2x + \frac{1}{4}x) = 85$ anos, somando tudo tem-se $4x + \frac{1}{4}x = 85$ anos ou seja, $16x + x = 340$ anos, ou seja, $17x = 340$ anos. Dividindo ambos os membros por 17 resulta que $x = 20$.

Esse problema serve para mostrar a álgebra, trabalhada de forma bem racional e com a ideia de equilibrar sempre a equação.

Porém, para os alunos que ainda não conseguem entender a ideia, pode-se abordar essa questão como um problema puramente lógico, para posteriormente abordá-lo como no quadro 1, pois segundo D' Ambrósio (1993), a educação matemática deve adequar-se ao ambiente do aluno. Pode-se pensar no problema (I), por exemplo, da seguinte maneira:

Coloque-se no lugar de quem está citando o problema, e obviamente é a pessoa mais velha. Existe uma diferença de idades entre ambos tu (T) e eu (E) que vai ser constante independente do tempo, chama-se essa diferença em anos de "um período **d**" e vamos trabalhar o problema pra encontrar esse período. Toma-se uma reta do tempo (Figura 12), com zero indicando o nascimento de ambos e E maior do que T.

Figura 12 – Representação simbólica das idades de T e E.

Fonte: Elaborada pelo autor.

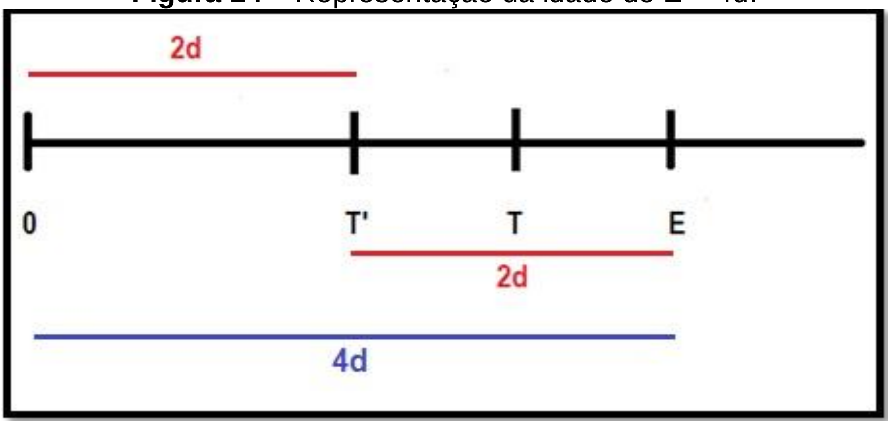
Quando eu tinha a idade que você tem agora (E'=T), a diferença entre a idade que tenho hoje e tua idade quando eu tinha T era dobrada, ou seja 2d, pois você também regressa um período, detalhes na Figura 13.

Figura 13 – Representação do intervalo de tempo quanto E' = T.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Agora, se eu tenho hoje o dobro da idade que tu tinha quando eu tinha a idade que você tem hoje, então pode-se dizer que a minha idade hoje é de quatro períodos, ou seja, (E = 4d), pois se de T' até E tem 2d e o intervalo de 0 até E é o dobro da sua idade nesse época, de 0 até T' também tem 2d, logo de 0 até E tem 4d, e que a sua idade é de três períodos (T = 3d), pois a diferença entre nossas idades é de um período, ver figura 14.

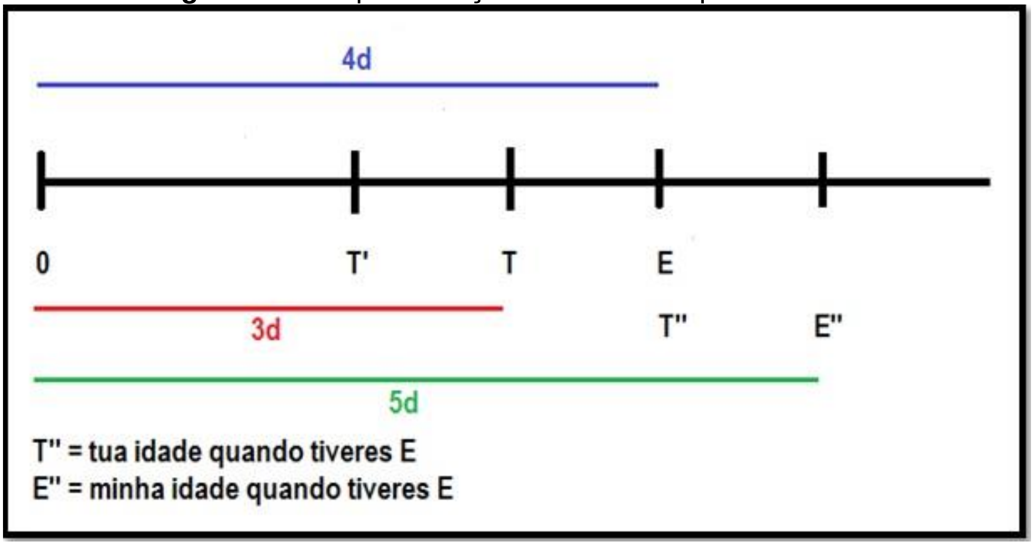
Figura 14 – Representação da idade de E = 4d.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Finalmente quando você tiver a idade que tenho hoje (T'' = E = 4d), eu terei cinco períodos (E'' = 5d), obviamente. Somando nossas idades nessa época, tem-se nove períodos (T'' + E'' = 9d), como ilustra a figura 15. Como o problema diz que nessa época a soma das nossas idades será de 54 anos, 9d = 54, divide-se ambos os membros dessa equação por 9 e encontra o período procurado, no caso, d = 6 anos.

Figura 15 – Representações das idades quanto T'' = E.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Fazendo as contas, como eu tenho 4 períodos (E = 4d), eu tenho 4 vezes 6 anos, ou seja, tenho 24 anos e você tem três períodos (T = 3d), tem então 3 vezes 6 anos, ou seja, 18 anos.

A análise do problema abordado com esse recurso é mais simples, pois é com sentido apoiado no que o aluno tem de conhecimento, o período de tempo “d”, que de certa forma é a generalização da equidade na balança de dois pratos, pois ao adicionar ou subtrair o período de tempo na idade de uma das pessoas, a outra também á alterada na mesma proporção, e a partir da análise do período pode-se prosseguir até chegar ao entendimento do problema por completo.

A resolução dos seis problemas citados tem por objetivo mostrar aos alunos que é possível fazer analogias de diversos tipos de questões com a questão do equilíbrio. Para isso usa-se ferramentas auxiliares para formação da ideia, e a partir do que é construído inicialmente facilita a compreensão para a solução do problema, pois várias linhas de raciocínio surgem ao ilustrar uma situação-problema.

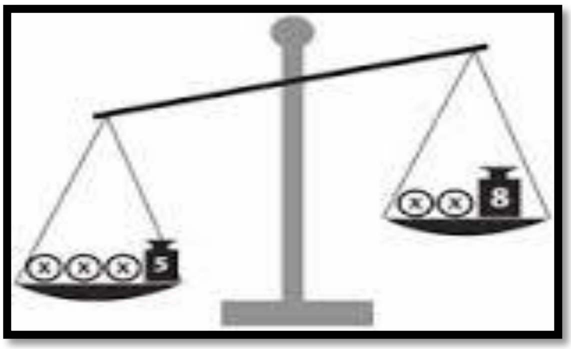
2.4 OUTRAS APLICAÇÕES DA BALANÇA DE DOIS PRATOS

A utilidade do uso da balança de dois pratos como figura representativa da situação problema pode-se também ser associada as inequações do 1º grau, sistemas de equações do 1º grau, bem como também ao princípio da alavanca de Arquimedes.

2.4.1 Inequações do 1º Grau

Sendo x a incógnita, a e b números reais com a diferente de zero, uma inequação do primeiro grau é uma das seguintes expressões: $ax+b>0$, $ax+b<0$, $ax+b\geq 0$, $ax+b\leq 0$. Sua representação figurada pode ser com a balança de dois pratos desequilibrada, onde o prato inferior representa o símbolo maior do que e o prato superior representa o símbolo menor do que.

Figura 16 – Balança de dois pratos como figura de Inequação do 1º Grau.



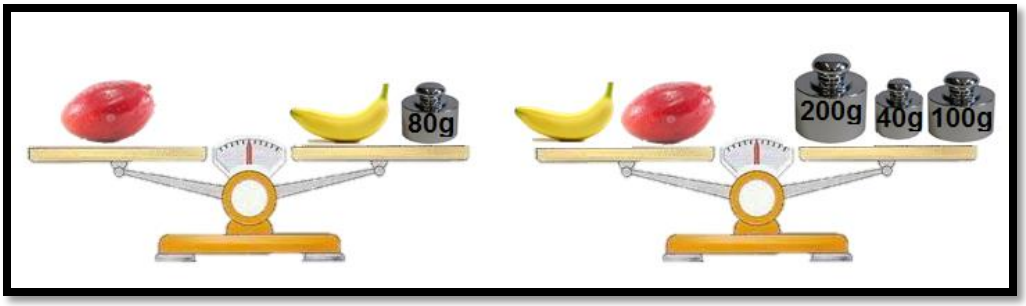
Fonte: Revista Escola.

Na figura 16, tem-se uma representação da inequação do 1º grau $3x+5>2x+8$, que pode ser resolvida com a intuição do desequilíbrio. Eliminando dois peso iguais x de cada prato da balança, resta $x+5>8$. Retirando 5 kg de cada prato da balança, resta 3 kg no prato da direita. Então $x>3$. Ao resolver essa mesma inequação pelo método convencional após mostrar esse método figurado da balança, melhora o entendimento e a percepção lógica dos alunos.

2.4.2 Sistemas de Equações do 1º Grau com duas incógnitas

Um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas é o conjunto formado por duas equações do primeiro grau com duas incógnitas da forma $\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=f \end{cases}$, onde x e y são duas incógnitas, a e d são coeficientes de x, b e e são coeficientes de y e c e f são termos independentes. A solução do sistema de equações será único, se e só se, $ae-bd\neq 0$. Resolver um sistema de equações do 1º grau, é encontrar valores reais para as incógnitas x e y tais que satisfaça, simultaneamente, ambas as equações do 1º grau. No ensino fundamental, ensina-se a resolver sistemas de equações do 1º grau pelos métodos da adição e da substituição. O método da adição consiste em somar ou subtrair as equações do 1º grau com o objetivo de eliminar uma incógnita, encontra-se assim o valor da outra incógnita e, retornando a qualquer das equações do 1º grau, encontra-se o valor da outra incógnita. E o método da substituição consiste em isolar uma incógnita em uma das duas equações do 1º grau, e substituir esse valor na outra equação do 1º grau, assim encontra-se, de forma análoga ao método da adição, os valores das duas incógnitas. Uma representação simbólica para sistemas de equações do 1º grau também pode ser feita através de balanças de dois pratos em equilíbrio.

Figura 17 – Simbologia de Sistema de Equações do 1º Grau na balança.



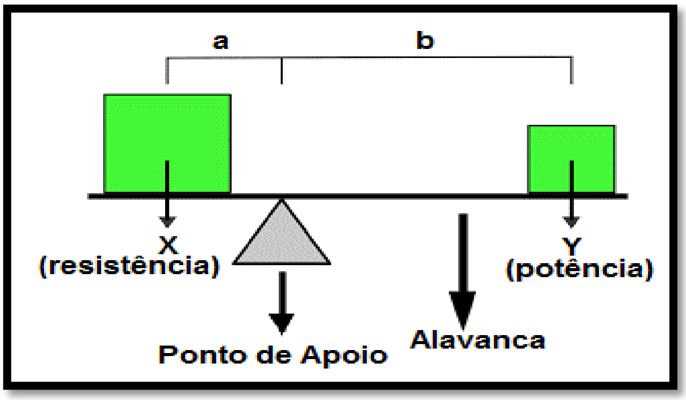
Fonte: Editada pelo autor.

A figura 17 representa um sistema de equações do 1º grau onde as incógnitas são figuradas por frutas. Representando a manga por x e a banana e por y , tem-se o sistema de duas equações do 1º grau $\begin{cases} x = y + 80 \\ x + y = 340 \end{cases}$. Se o primeiro contato dos alunos do ensino fundamental com os sistemas de equações do 1º grau for com os métodos de resolução adição ou substituição, provavelmente, apenas uma pequena quantidade de alunos absorverão a ideia, porém abordando-se o sistema como na figura 17, o entendimento da maioria da turma será perceptível. Na balança da esquerda na figura 17 uma manga pesa o mesmo que uma banana mais 80g, colocando esses valores da manga na segunda balança, fazendo analogia com o método da substituição, tem-se que duas bananas mais 80g pesa o mesmo que 340g; pode-se agora eliminar 80g em ambos os pratos da segunda balança, resultando que duas bananas pesam 260g e, obviamente, uma banana pesa 130g; como uma manga pesa o mesmo que uma banana mais 80g, a manga pesa 210g. A junção do raciocínio lógico dedutivo com a resolução abstrata, melhora o entendimento dos alunos. Lorenzato (2006) cita que o raciocínio lógico dedutivo será fundamental para posteriores estudos em matemática, e esse raciocínio faz a separação do que parece ser verdadeiro daquilo que realmente é verdadeiro.

2.4.3 Princípio da Alavanca de Arquimedes

A alavanca é uma das máquinas simples dentre as outras como polia, plano inclinado, guindaste e hélice, estudadas na antiguidade Grega. Uma alavanca consiste em um corpo rígido, geralmente linear, capaz de girar em um eixo fixo horizontal em relação à terra, tendo um eixo de rotação ou o ponto de apoio perpendicular à alavanca (ASSIS, 2011), a figura 18 especifica em detalhes.

Figura 18 – Princípio da alavanca de Arquimedes.



Fonte: Editada pelo autor.

Fixando na figura 18, todas as alavancas seguem o mesmo princípio: Com uma força (potência) Y, aplicada no braço maior (b) é possível equilibrar uma força maior (resistência) X que esteja na ponta do braço menor (a), valendo sempre a relação $a.\mathrm{X}=\mathrm{b}.\mathrm{Y}$. No caso de a balança ter os braços iguais, não se faz necessário usar essa relação, visto que, como a e b são diferentes de zero e $a=b \Rightarrow X=Y$, para equilibrar a balança.

2.5 A IDEIA DO INFINITO POR MEIO DAS EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

As equações do 1º grau do tipo $ax + b = 0$, com $a,b \in \mathbb{R}$ e a diferente de zero, têm uma única variável (incógnita), o x, e essa variável possui um único valor. Ao resolver uma equação do primeiro grau com uma variável, encontra-se um valor que, ao substituir na variável, a equaliza. Porém, é comum no início das aulas de equações do 1º grau surgirem perguntas do tipo: x vale quanto? Qual era realmente o valor de x antes do senhor propor o problema? Como se o x não fosse um problema para ser encontrado e sim uma letra com um valor determinado. Nesse momento, além de eliminar esse tipo de dúvida, o professor pode ser capaz de citar que existem infinitas equações do 1º grau e cada uma possui sua solução particular, podendo ainda diferentes equações terem valores iguais pra suas incógnitas. Nesse raciocínio, é possível esclarecer ao estudante que assim como os números são infinitos, as equações podem assumir qualquer valor numérico, então são infinitas equações, embora cada equação do 1º grau com uma incógnita tenha uma única solução.

Em um momento posterior pode-se apresentar aos alunos as equações do primeiro grau com duas incógnitas, as do tipo $ax + by = c$, onde a, e b são números diferentes e zero simultaneamente, e x e y são as variáveis (incógnitas), e a partir de problemas e situações-problema propor soluções diversas para uma única equação. Nesse momento, os alunos encontram várias soluções e o professor generaliza a ideia juntamente com todos de que há infinitas soluções para uma equação do primeiro grau com duas incógnitas, e dependendo da limitação do problema, as soluções são finitas. Além disso, é de suma importância que o aluno do ensino fundamental se familiarize com a ideia do infinito para que tenha subsídio para o ensino médio com os estudos das funções e diversos outros conteúdos.

2.5.1 O Paradoxo do Hotel de Hilbert

Mostrar intuitivamente o que é o infinito para alunos do ensino fundamental não e tarefa fácil, mas intuitivamente todos tem noção de que os números naturais são infinitos. Questionários como, o infinito existe? Como encontrar o infinito? Ele é um número? São perguntas frequentes nessa faixa etária de idade. Cabe ao professor a tarefa de explicar o que é o infinito de modo que dúvidas como essas sejam sanadas. Uma metodologia lúdica são os problemas do hotel de Hilbert que aborda o infinito por meio dos números naturais.

David Hilbert foi um matemático alemão que viveu entre 1862 e 1943. Na tentativa de entender e explicar o conceito do infinito em matemática, que não estava bem definido, ele criou um paradoxo conhecido como Hotel de Hilbert, onde esse hotel possui infinitos quartos e todos lotados. A ideia central de Hilbert é explicar que no conjunto infinito cabem infinitos novos conjuntos infinitos. Os problemas propostos por Hilbert consistem em hospedar novas pessoas no hotel, mas como fazer isso, se o hotel está lotado?

No hotel de Hilbert há infinitos quartos, o quarto número 1, o quarto número 2, o número 3 e assim por diante, todos lotados. O primeiro problema consiste em hospedar um novo casal no hotel, mesmo sabendo que o hotel está lotado. Se o hotel fosse finito, todos os quartos estariam ocupados e não haveria possibilidade nenhuma de hospedar mais alguém. Mas como o hotel tem infinitos quartos, pode-se colocar os hóspedes do quarto número 1 para o quarto número 2, os hóspedes do quanto número 2 para o quarto número 3 e assim por diante, até mover os hóspedes do quarto número N para o quarto número N + 1, dessa forma o quarto número 1 fica vazio e pode-se hospedar o novo casal.

O segundo problema consiste em hospedar infinitos novos clientes que chegam ao hotel em um ônibus com infinitos lugares, como hospedá-los? Como o hotel é infinito, ao colocar os hóspedes do quarto número 1 no quarto de número 2, os do quarto 2 para o quarto de número 4 e em geral, os do quarto número N para o número 2N, isto é, cada hóspede troca de quarto indo para o quarto cujo número é o dobro do que ele está hospedado; assim, todos os quartos de número ímpar ficarão desocupados e pode-se hospedar os novos clientes.

O terceiro problema consiste em hospedar um número infinito de pessoas que chegam ao hotel Hilbert em infinitos ônibus, com infinitas pessoas em cada ônibus, como hospedá-los? Uma maneira de resolver esse problema é assim: cada hóspede pode se deslocar para o quarto cujo número é o resultado de 2 elevado ao quarto que está hospedado. Assim quem está no quarto de número 1 vai para o quarto de número 2, quem está no quarto de número 2 vai para o quarto de número 4, quem está no quarto de número 3 vai para o quarto de número 8 e assim por diante, em geral, quem está no quarto de número N vai para o quarto de número 2^N para todo N natural. Feito isso, todos os quartos que não são potências de 2 ficarão vagos e pode-se hospedar os passageiros dos ônibus da seguinte forma: Os passageiros do primeiro ônibus ocuparão as vagas cujo número seja o resultado de 3 elevado ao número de seu assento no ônibus, assim quem está no assento de número 1 no ônibus, ocupará o quarto de número $3^1 = 3$, quem está no assento de número 2 no ônibus, ocupará o quarto de número $3^2 = 9$ e assim por diante, até chegar ao passageiro do ônibus que está no assento de número K e ocupará o quarto de número 3^K. Para os próximos ônibus, segue-se o mesmo procedimento tomando como base os próximos números primos posteriores a 3. Os próximos primos são (5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...), fazendo assim não há possibilidades de dois passageiros ocuparem o mesmo quarto, pois $3^K \neq 5^L \neq 7^M \neq \dots \neq P^Z$, para todo K, L, M, Z naturais e P primo.

E ainda restarão infinitos quartos vagos, pois os quartos cujos números tem mais de um divisor primo, estão vagos, por exemplo o quarto de número 10 que é divisível por 2 e por 5, está vago.

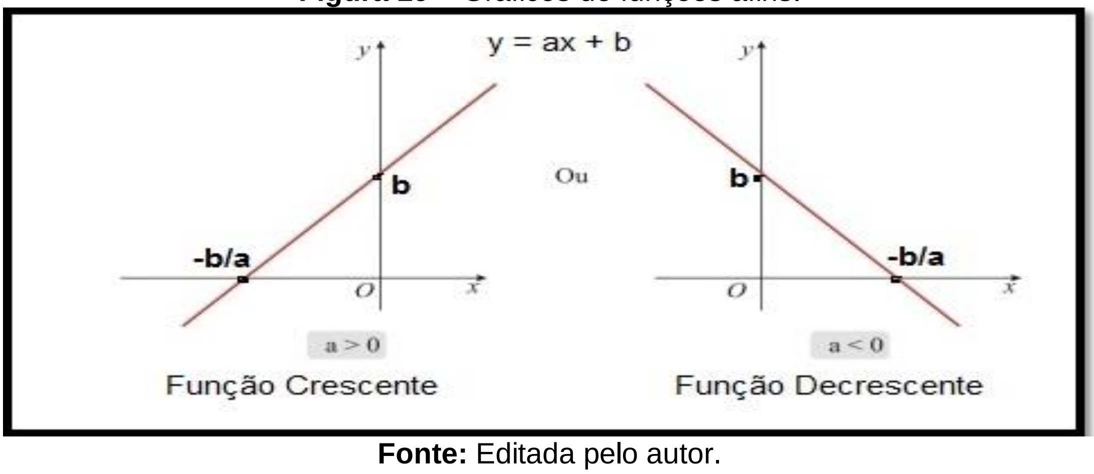
2.5.2 Função Afim

Após o entendimento do infinito, o aluno do ensino fundamental é capaz de assimilar funções afins em sua infinidade de soluções reais, traçando inclusive a reta real dos infinitos valores reais para a função. Esse entendimento lhe auxiliará também em entender o processo de formação dos gráficos, não mecanizando a construção dos mesmos e nas demais funções estudadas nos ensinos médio e superior.

É importante ao aluno do ensino fundamental saber que o único ponto do gráfico que intersecta o eixo das abscissas é o valor de y nulo na função afim $y = ax + b$, ou seja, $ax + b = 0$, e isso é uma equação do primeiro grau, onde o valor de $x = -\frac{b}{a}$ como visto na definição das equações do primeiro grau. e para quaisquer valores reais assumidos para x, a função cresce ou decresce infinitamente.

A figura 19 ilustra o comportamento dos gráficos de uma função afim, quando ela cresce infinitamente ou decresce infinitamente e, dependendo do domínio e da imagem da função, pode-se limitar o intervalo de crescimento ou decrescimento.

Figura 19 – Gráficos de funções afins.



Fonte: Editada pelo autor.

É imediato perceber também que o gráfico de uma função afim intersecta o eixo das ordenadas (y) no ponto **b**, termo independente da função, pois quando x assumir o valor de zero, y será igual a (**b)** como mostra a figura 19 e que a função será crescente quando os valores do coeficiente angular (**a**) for positivo e decrescente quando esses valores forem negativos.

Lima et al. (2012) definem $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ uma função afim quando existem constantes $a,b\in\mathbb{R}$ tais que tal que $f\left(x\right) = ax + b$ para todo $x\in\mathbb{R}$. Sendo assim, a função identidade $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definida por $f(x)=x$ para todo $x\in\mathbb{R}$, é afim. Também são afins as translações $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+b$. São ainda casos particulares de funções afins, as funções lineares $f(x)=a.x$ e as funções constantes $f(x)=b$.

Como o gráfico de uma função afim é uma reta, um padrão é seguido para a formação dessa reta, Lima et al. (2012) associa esse padrão com as progressões aritméticas (P.A.), fazendo a reciprocidade de que tendo uma P.A. qualquer, por exemplo $a_1,a_2,a_3,...,a_n,...$ existe uma única função afim $f(x)=ax+b$ tal que $a_n = f(x)$ para todo $n\in\mathbb{N}$, e dada uma função afim $f(x)=ax+b$, os valores $a_1=\mathrm{f}(1),a_2=\mathrm{f}(2),a_3=\mathrm{f}(3),...,a_n=f(\mathrm{n})$ formam uma P.A.; como as progressões aritméticas podem ser finitas ou infinitas em suas representações, as funções afins também podem assim serem representadas.

CAPÍTULO 3

3 METODOLOGIA

A pesquisa é de caráter bibliográfica e de campo, do tipo exploratória, com abordagem quali-quantitativa, por intermédio de um estudo de caso. A coleta e a análise dos dados se fundamentaram em questionários aplicados a 127 estudantes do ensino fundamental (6º ao 9º ano), de diversas escolas públicas municipais e estaduais da cidade de Petrolina-PE.

O estudo consistiu em comparar dois grupos de estudantes, dos quais um já teve contato com o estudo de equações do primeiro grau, enquanto que o outro grupo ainda não havia tido esse contato. Foi feita também uma pesquisa qualitativa com relação ao ensino de matemática com 14 professores de matemática sendo denominados P-1, P-2, ..., P-14, que lecionam no ensino fundamental, em algumas escolas públicas de Petrolina-PE com o intuito de verificar o ensino das equações do primeiro grau na cidade. Os professores foram selecionados dentre 5 escolas no município os quais responderam perguntas relacionadas ao ensino e a aprendizagem dos alunos, para uma análise sucinta e amostral de dados comparativos com esse trabalho.

A escolha do local para o estudo foi a UNIVASF-PETROLINA, com os alunos do projeto A UNIVASF Descobrindo Talentos em Matemática, uma vez que há um número grande de estudantes de várias escolas do município, possibilitando uma avaliação heterogênea das escolas públicas desse município.

A inspiração para realização desse trabalho iniciou-se após assistir aulas do professor Augusto César de Oliveira Morgado (1944 - 2006), que ministrou aulas de equações do primeiro grau para o PAPMEM[11] em julho de 2003 pelo IMPA. Em suas palavras, Morgado diz que o assunto de equações do primeiro grau divide os alunos em dois grupos: os que irão gostar de matemática e os que não irão gostar. Para ele, tudo isso depende de como o assunto será abordado.

[11] O PAPMEM (Programa de aperfeiçoamento para professores de matemática do ensino médio), é ofertado aos professores de matemática duas vezes ao ano para todo o país. Existe desde 1990 e é desenvolvido pelo IMPA.

Após uma conversa inicial com o orientador, este sugeriu que fosse abordado nessa dissertação o estudo das equações do primeiro grau associados com frutas e animais predominantes no vale do São Francisco. Nesta perspectiva, optou-se por trabalhar as equações associados a uma colheita de mangas, em que mangas maduras figuram números positivos, mangas verdes figuram números negativos, cestas desemborcadas figuram incógnitas positivas e cestas emborcadas figuram incógnitas negativas.

O estudo também foi baseado em um trabalho intitulado “Álgebra, a história das equações” feito pelos professores Felipe Calixtre e Lizlane Travelin, da escola Jesuíno de Arruda[12] localizada na cidade de São Carlos-SP.

Antes de iniciar a abordagem das equações com a colheita de mangas no estudo de caso, foi enfatizado a importância da comparação das equações do primeiro grau com a balança de dois pratos equilibrada.

As resoluções das equações do primeiro grau por intermédio de incógnitas foi nomeado de método convencional enquanto que as resoluções dessas equações por intermédio de balança de dois pratos e da colheita de mangas foi nomeado de método figurado.

O objetivo da aplicação do método figurado é de conscientizar os alunos para o que realmente acontece ao operar as equações do primeiro grau, refutando a mecanização dos cálculos nessas operações e motivá-los a gostarem de matemática.

3.1 ESTUDO DE CASO

O estudo de caso foi feito em duas turmas, denominadas Turma A (6º e 7º anos), com 62 alunos identificados como sendo A-1, A-2, …, A-62 e Turma B (8º e 9º anos) com 65 alunos identificados como sendo B-1, B-2, …, B-65 e as atividades foram específicas para cada turma (ver os apêndices B, C, D, E, F, G).

No primeiro contato com os alunos foi feita uma sondagem (1ª Avaliação) no nível de conhecimento das equações do primeiro grau, (Apêndices B e C). Pretendia-se com isso dividir os alunos das duas turmas em dois grupos, um grupo de cada turma com os alunos que obtivessem as melhores notas e outro grupo com os alunos

[12] Escola Pública Estadual, fundada em 1958 e atende aos alunos do ensino fundamental II e médio.

que obtivessem notas inferiores, formando assim quatro turmas. No entanto não foi possível, por questões diversas, mas optou-se por analisar todos os alunos das duas turmas e em três tempos: a partir da nota obtida na sondagem, após as aulas pelo método de ensino de equações que eles já conheciam, isso em (8 horas) de revisão e após a aplicação do método “Equações do Primeiro Grau com Material Concreto e Sentido Figurado” em (12 horas). Tudo isso em 5 encontros de 4 horas aos sábados, como especificado no cronograma (Apêndice A).

3.2. APLICAÇÃO DO MÉTODO

Após a sondagem inicial, a revisão do conteúdo e da primeira avaliação, iniciou-se o estudo das equações do primeiro grau com o material concreto e sentido figurado (balança de dois pratos, colheita de mangas) nas turmas A e B com aulas e questões específicas para cada turma.

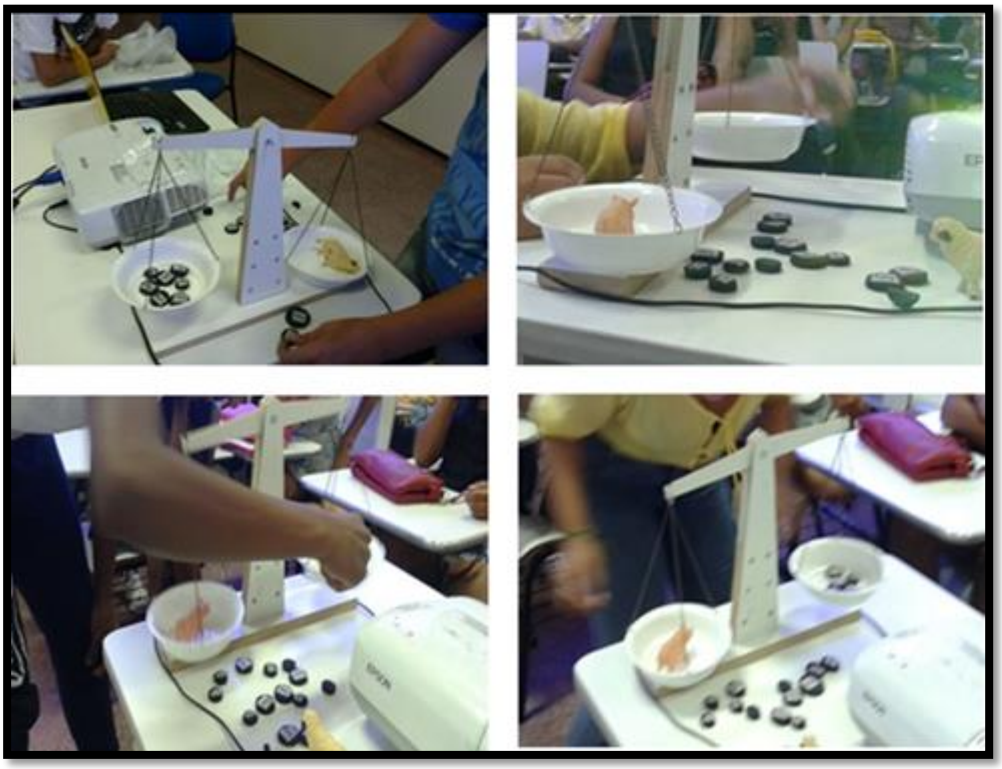
As resoluções das equações intermediadas pela “colheita de mangas” e com a ideia do equilíbrio na balança de dois pratos foram feitas concomitantemente com as operações usuais, pois a ideia não é de substituição de método e sim de significação do que está fazendo, para que em momentos posteriores no estudo da matemática, os alunos sejam capazes de aplicar o recurso racional e não somente a mecanização.

Todas as aulas foram abordadas com slides animados da balança de dois pratos e da colheita de mangas. Após cada aula era explicado como se resolve questões na ideia da proposta. Para isso tomou-se as questões da sondagem para explicação (ver apêndices B e C) entre outras, e na mesma ideia, os alunos resolviam problemas de equações do primeiro grau, montando o problema com o uso do material disponível para eles (mangas maduras, mangas verdes e cestas) em material simbólico e balança de dois pratos artesanal (ver figuras 20, 21 e 22).

Na balança de dois pratos, eles transcreviam as equações vistas nos slides animados, resolviam mentalmente e construíam as equações. Em seguida, era proposto problemas de equações do primeiro grau para que fossem montados e resolvidos concomitantemente com a “colheita de mangas” e com os cálculos usuais para que a comparação fosse notória, usando sempre a ideia de equilíbrio e as propriedades dos números reais.

Pretendia-se com isso sanar dúvidas que sempre surgem no estudo desse assunto, como: por que o número passou para o outro lado da igualdade com o sinal diferente? Entre outras dúvidas.

Figura 20 – Alunos equacionando animais na balança de dois pratos.



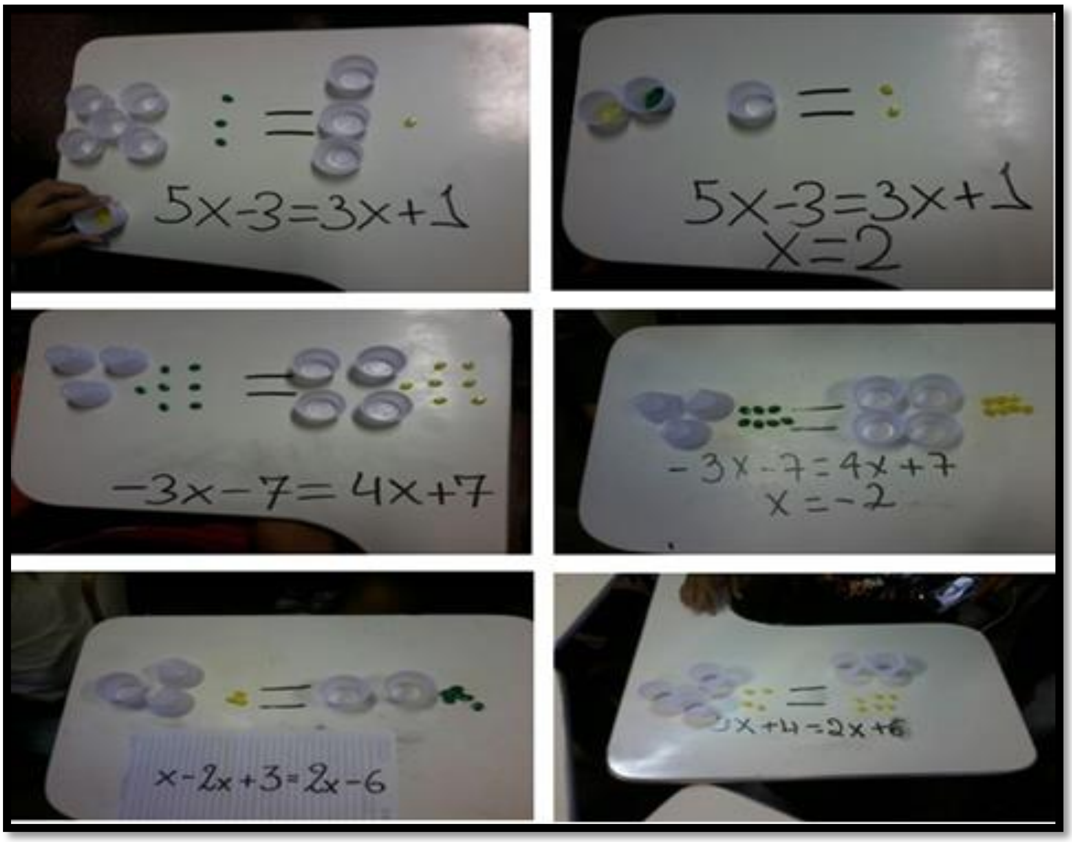
Fonte: Editada pelo autor.

Figura 21 – Oficina de Equações do Primeiro Grau.

Fonte: Editada pelo autor.

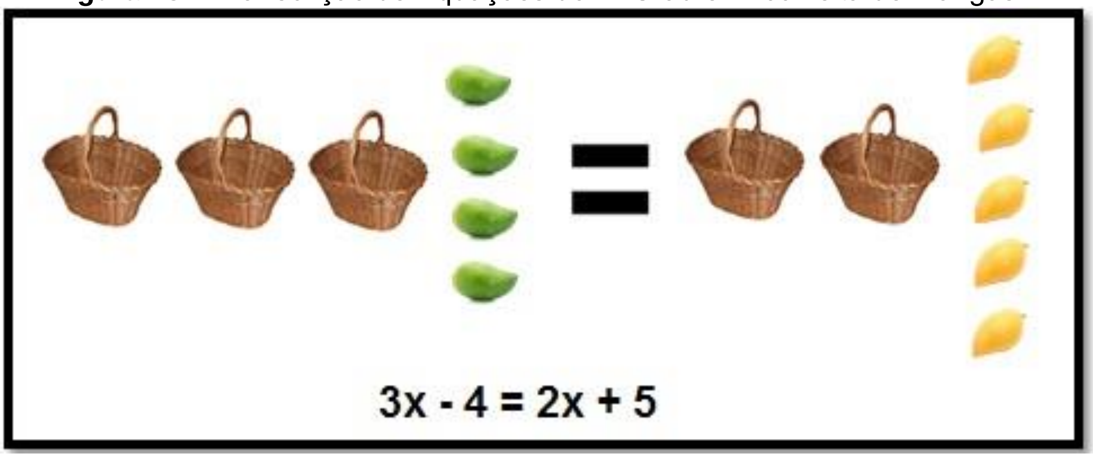
A ideia central do método de resolução usando a colheita de mangas é fazer operações significativas para as equações do primeiro grau. Tome como exemplo a equação $3x-4=2x+5$e encontre o valor de x usando o método sugerido. Na figura 23 é transcrita a equação na forma da colheita de mangas, onde as cestas representam a incógnita, as mangas verdes representam os números negativos e as mangas amarelas representas os números positivos.

Figura 22 – Soluções dos grupos nas oficinas de Equações do 1º Grau.



Fonte: Editada pelo autor.

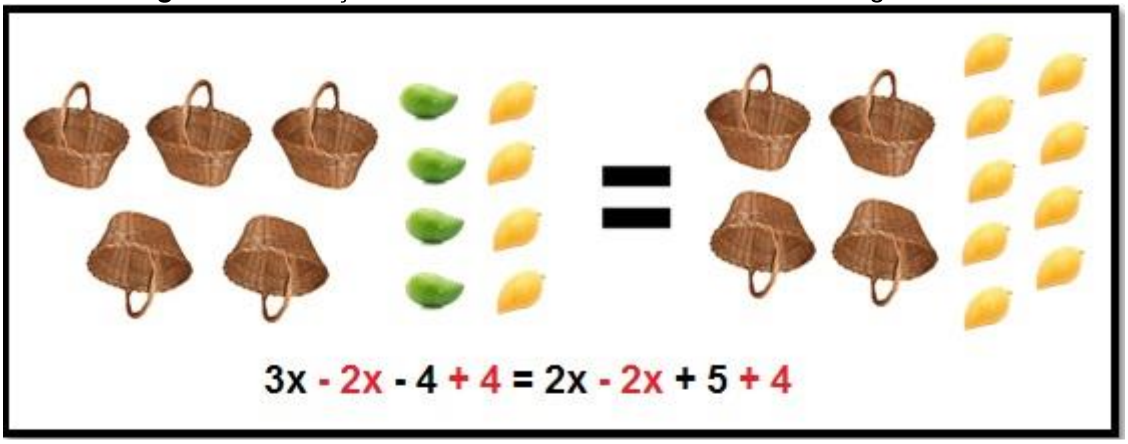
Figura 23 – Transcrição de Equações do 1º Grau em “colheita de mangas”.



Fonte: Editada pelo autor.

Para fazer analogia com as operações nos números reais, combina-se que uma cesta emborcada elimina uma cesta desemborcada e vice-versa, e que uma manga madura elimina uma manga verde e vice-versa. Frisa-se também que as mangas de mesma cor tem pesos iguais, para manter o equilíbrio. Após refletir no que se deve acrescentar a cada membro da igualdade, para que seja encontrada a quantidade de mangas que cabem em uma cesta, faz-se a adição dos termos respeitando o equilíbrio da igualdade como na balança de dois pratos. A figura 24 exemplifica.

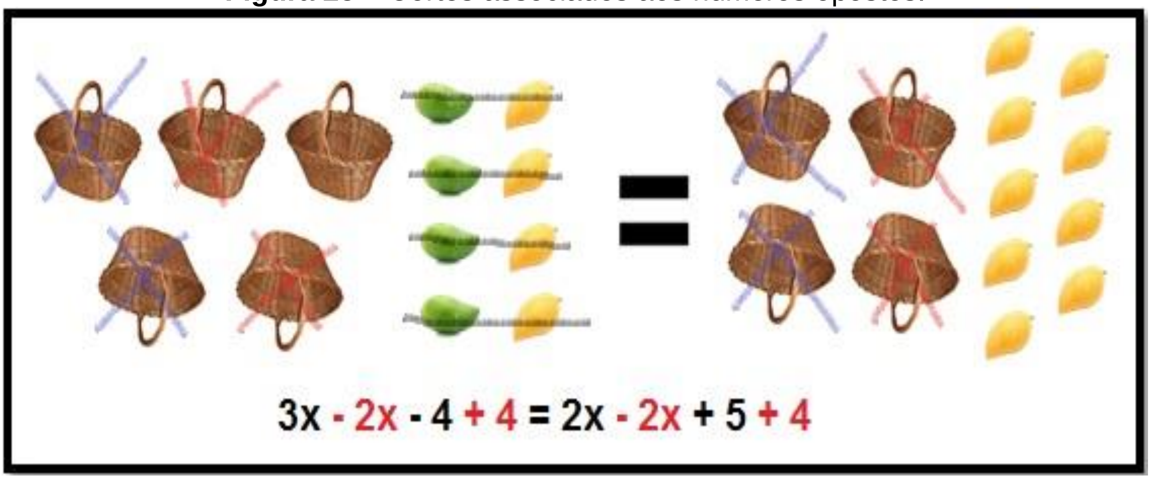
Figura 24 – Adição de elementos aos dois membros da igualdade.



Fonte: Editada pelo autor.

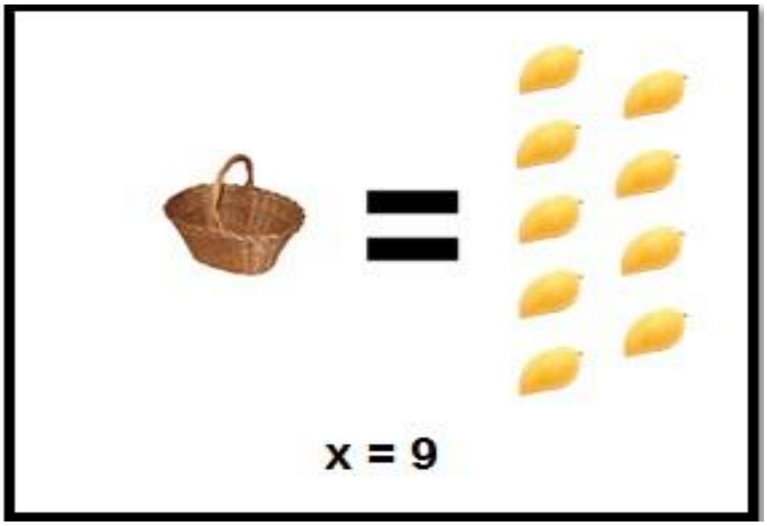
Como combinado, faz-se os devidos cortes, frisando que a soma de números opostos é nula. Na figura 25 mostra os cortes e na figura 26 a solução da equação.

Figura 25 – Cortes associados aos números opostos.



Fonte: Editada pelo autor.

Figura 26 – Solução da equação 3x – 4 = 2x + 5.



Fonte: Editada pelo autor.

Nessa figura das equações, a colheita de mangas é uma ferramenta de apoio para resolução de equações do primeiro grau. A ideia é de fundamentação e de entendimento no que está se fazendo com as equações do primeiro grau, para posteriormente aplicar o entendimento nas equações diversas sem mais o auxílio literal da balança de dois pratos em equilíbrio e da “colheita de mangas”. Não pretende-se com isso prosseguir até o final dos estudos dos alunos com cálculos usando esses materiais concretos para resolver todos os problemas, como mostrado nas figuras 20, 21 e 22; pretende-se prosseguir nos estudos “carregando” somente a intuição e o entendimento. A ideia é usar essa aplicação no início da aprendizagem para fundamentar os cálculos e as operações, além do mais, intuitivamente, usar propriedades dos números reais é importante pois, como visto, a aprendizagem é alicerçada em conhecimentos anteriores.

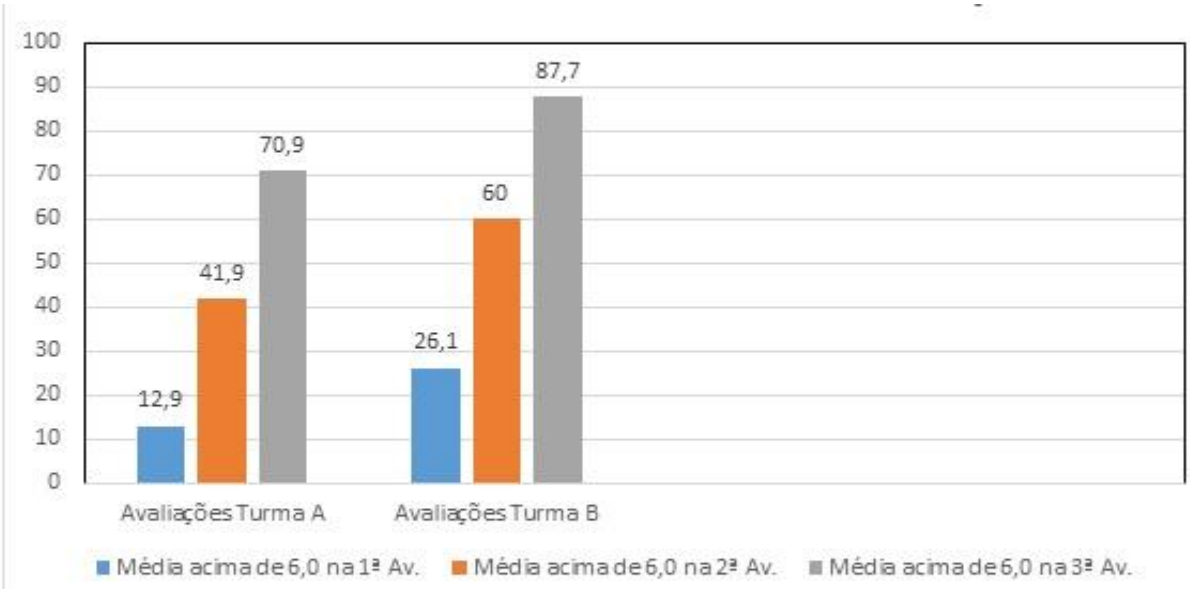
CAPÍTULO 4

4 RESULTADOS, ANÁLISE E COMENTÁRIOS

Foram realizadas três avaliações como explicado nos subitens 3.1 e 3.2 sendo que cada avaliação era pontuada de zero até dez. As avaliações tinham as mesmas habilidades, mas em grau de dificuldade crescente e específicas para as turmas A e B como mostra os apêndices B - G, ou seja, B, C, D, E, F, e G.

Ambas as turmas obtiveram desempenho crescente por avaliação, como esperado no objetivo geral. O gráfico 1 mostra, em percentual, os dados especificados das médias acima de 60% das turmas nas avaliações.

Gráfico 1 – Alunos (turmas A e B) com média acima de 6,0 nas três avaliações.

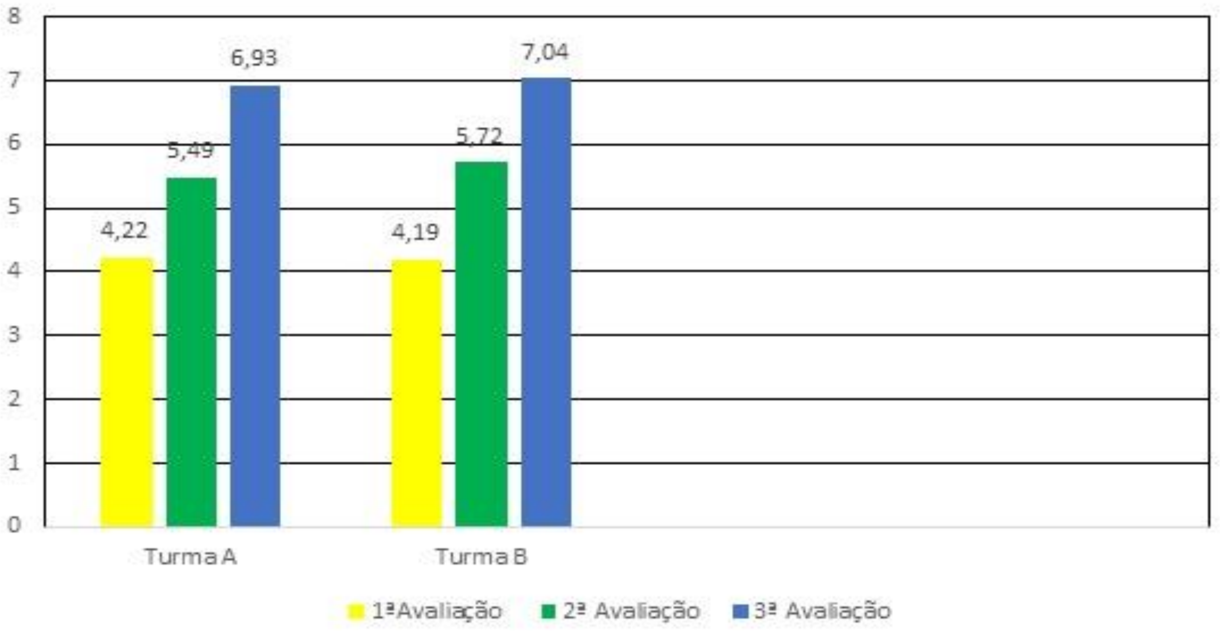


Fonte: Elaborado pelo autor.

Analisando os dados obtidos por aproveitamento, na turma A formada por 62 alunos, teve 8 alunos com média acima de 6,0 na 1ª avaliação; 26 alunos com média acima de 6,0 na 2ª avaliação e 44 alunos acima de 6,0 na 3ª avaliação. No quesito evolução, 42 alunos evoluíram na 2ª avaliação em relação à 1ª avaliação; 55 alunos evoluíram na 3ª avaliação em relação à 1ª avaliação e 53 alunos evoluíram também na 3ª avaliação em relação à 2ª avaliação. Já na turma B formada por 65 alunos, teve 17 alunos com média acima de 6,0 na 1ª avaliação; 39 alunos com média acima de 6,0 na 2ª avaliação e 57 alunos acima de 6,0 na 3ª avaliação. No quesito evolução, 47 alunos evoluíram na 2ª avaliação em relação à 1ª avaliação; 60 alunos evoluíram na 3ª avaliação em relação à 1ª avaliação e 55 alunos evoluíram também na 3ª avaliação em relação à 2ª avaliação.

Na média aritmética geral, a turma A obteve 4,22 na 1ª avaliação, 5,49 na 2ª avaliação e 6,93 na 3ª avaliação. A turma B obteve 4,19 na 1ª avaliação, 5,72 na 2ª avaliação e 7,04 na 3ª avaliação. O gráfico 2 mostra, também em percentual, as médias aritméticas de todos os alunos nas três avaliações das turmas A e B. É visível a evolução das turmas em relação as avaliações anteriores.

Gráfico 2 – Médias aritméticas das turmas A e B nas três avaliações.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nos gráficos 1 e 2 fica evidente que na segunda avaliação, após a revisão do conteúdo, houve melhoria de notas e que após a aplicação da metodologia sugerida, houve melhoria de notas e em escala maior. É percebível que antes da revisão, os alunos erraram muito, após a revisão concertaram alguns erros e após a aplicação do método sugerido, erraram menos ainda.

Os gráficos 3 e 4 mostram a evolução de acertos em questões de mesma habilidade nas três avaliações aplicadas. As habilidades podem ser verificadas nas avaliações (Av), apêndices B - G. As habilidades (1 a 5) nessa análise foram especificadas assim: Habilidade 1 (sofisma), habilidade 2 (interpretação, modelagem, montagem e resolução), habilidade 3 (operação com cálculos, resolução de equações), habilidade 4 (proporção, equilíbrio) e habilidade 5 (trasladação). As avaliações tinham outras habilidades, que não estão especificadas nessa análise.

Habilidade 1: (Av 1- Questão 1, Av 2 – Questão 1, Av 3 – Questão 1), turma A.

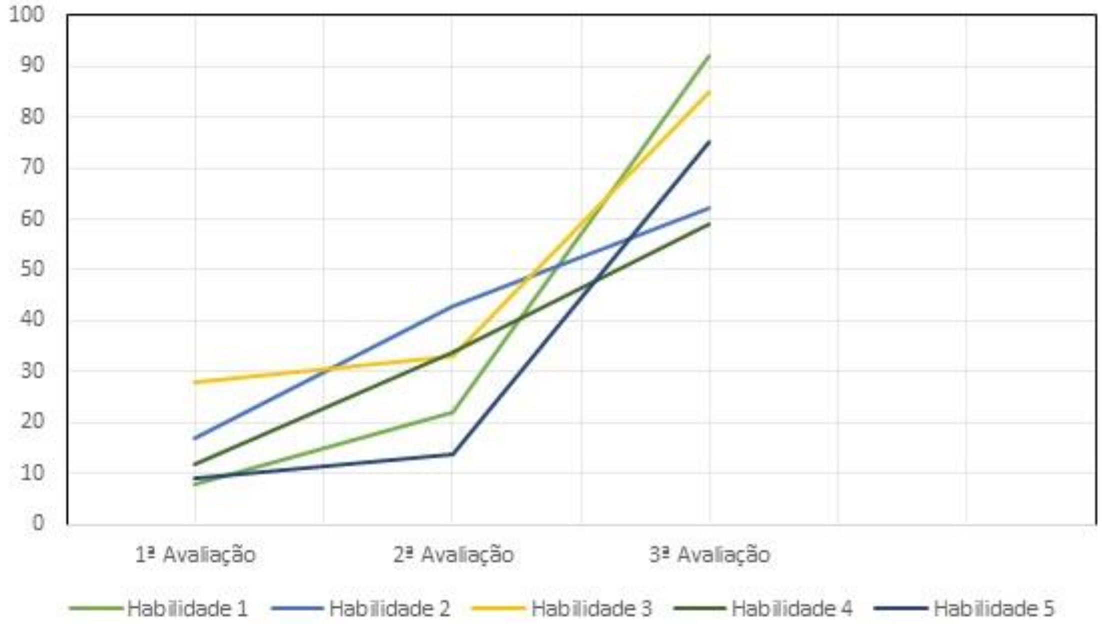
Habilidade 2: (Av 1- Questão 12, Av 2 – Questão 2, Av 3 – Questão 2), turma A.

Habilidade 3: (Av 1- Questão 4, Av 2 – Questão 4, Av 3 – Questão 6), turma A.

Habilidade 4: (Av 1- Questão 5, Av 2 – Questão 5, Av 3 – Questão 5), Turma A.

Habilidade 5: (Av 1- Questão 10, Av 2 – Questão 10, Av 3 – Questão 10), turma A.

Gráfico 3 – Desempenho da turma A por habilidades.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Habilidade 1: (Av 1- Questão 1, Av 2 – Questão 1, Av 3 – Questão 1), turma B.

Habilidade 2: (Av 1- Questão 2, Av 2 – Questão 2, Av 3 – Questão 2), turma B.

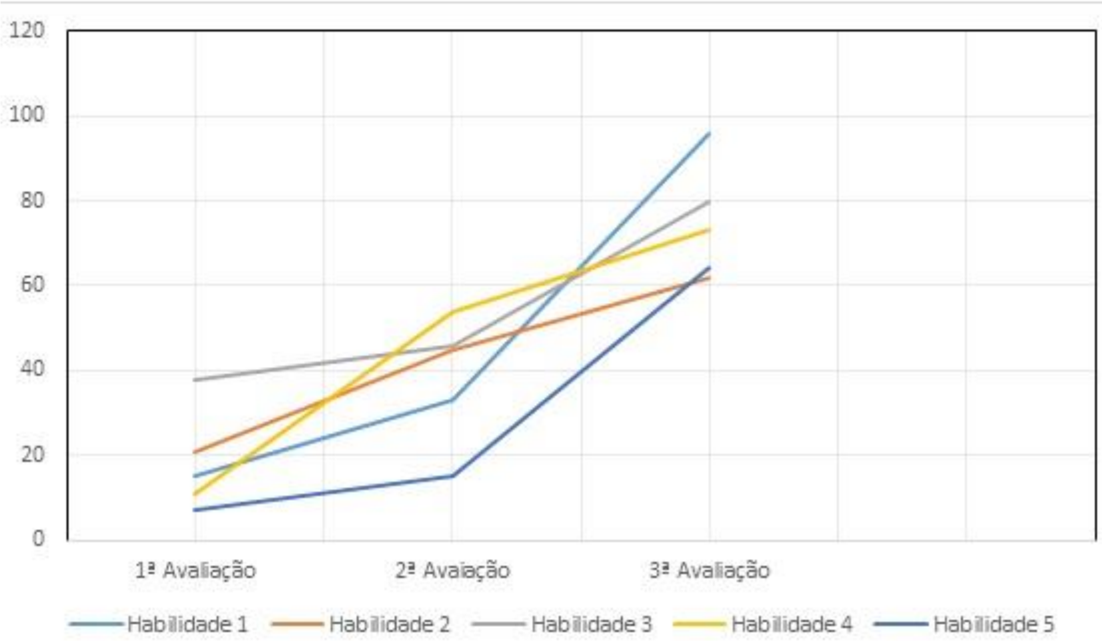
Habilidade 3: (Av 1- Questão 4, Av 2 – Questão 4, Av 3 – Questão 3), turma B.

Habilidade 4: (Av 1- Questão 5, Av 2 – Questão 5, Av 3 – Questão 5), Turma B.

Habilidade 5: (Av 1- Questão 11, Av 2 – Questão 9, Av 3 – Questão 10), turma B.

As habilidades, como foram definidas, são em grau de dificuldade crescente como pode ser visto nos apêndices B – G, para compensar as aulas dadas e não favorecer os resultados da pesquisa, que objetivava mostrar que a utilização dos materiais concretos via sentido figurado melhorava o entendimento e a percepção lógica nas equações do primeiro grau com uma incógnita.

Gráfico 4 – Desempenho da turma B por habilidades.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Vários alunos evoluíram consideravelmente em equações do primeiro grau, nos quadros 2 e 3 pode se ver os dados de alguns alunos e suas respectivas notas nas três avaliações.

Quadro 2 – Amostra de alunos da turma A com evolução considerável[13].

ALUNO (A)	SÉRIE/ANO	1ª AVALIAÇÃO	2ª AVALIAÇÃO	3ª AVALIAÇÃO
A-6	6º ANO	2,8	4,0	7,0
A-14	7º ANO	2,4	6,0	8,0
A-19	6º ANO	2,8	4,0	8,0
A-26	7º ANO	2,4	3,5	7,0
A-43	6º ANO	3,2	4,0	8,0
A-58	7º ANO	5,0	8,3	9,0
A-59	7º ANO	6,6	9,5	10,0

Fonte: Elaborado pelo autor.

[13] Denominamos evolução considerável as notas nas três avaliações em ordem crescente e a 3ª avaliação bem destacada (maior ou igual a 2 pontos) em relação as anteriores.

Muitos alunos da turma A (6º e 7º anos) ainda não haviam tido o contato com o assunto de equações do primeiro grau, porém quase todos da turma B (7º e 8º anos) já haviam tido esse contato, mas as atividades foram específicas para cada turma.

Quadro 3 – Amostra de alunos da turma B com evolução consideravável.

ALUNO (A)	SÉRIE/ANO	1ª AVALIAÇÃO	2ª AVALIAÇÃO	3ª AVALIAÇÃO
B-5	8º ANO	5,0	6,0	8,0
B-8	9º ANO	1,5	4,4	7,0
B-16	8º ANO	1,0	5,2	7,0
B-30	8º ANO	2,8	6,5	8,0
B-32	9º ANO	1,6	6,0	7,0
B-56	8º ANO	4,0	5,0	8,0
B-64	8º ANO	3,0	5,0	7,0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados dos quadros 2 e 3 são apenas uma amostra do resultado da intervenção, o resultado completo de todos os alunos encontra-se nos apêndices H e I, e o gráfico 2 reflete o resultado de todos os alunos.

De acordo com os dados produzidos por meio dos questionários aplicados aos alunos das escolas públicas e, colocados nos gráficos e quadros neste trabalho, observa-se que o baixo rendimento na disciplina de matemática está associado com o fato do aluno gostar ou não da matéria e também está ligado a fatores motivacionais tais como (aulas interessantes, demonstração da utilidade dos conteúdos, provocar no aluno a busca pelo conhecimento, entre outros), que instiguem no estudante a vontade de estudar e aprender.

Em relação aos dados apurados nas entrevistas com os professores de algumas escolas públicas na cidade de Petrolina-PE, nota-se que há certo interesse dos professores pela contextualização do conteúdo didático à realidade dos estudantes, e que os conhecimentos matemáticos mais utilizados pelos alunos no dia-a-dia são as quatro operações. Nota-se que estes se queixam da infraestrutura disponibilizada para as aulas, almejam laboratórios de matemática, melhores salários, melhor adequação do conteúdo ao calendário escolar, e reclamam principalmente da falta de interesse do aluno e do não acompanhamento cotidiano dos estudos dos filhos pelos pais.

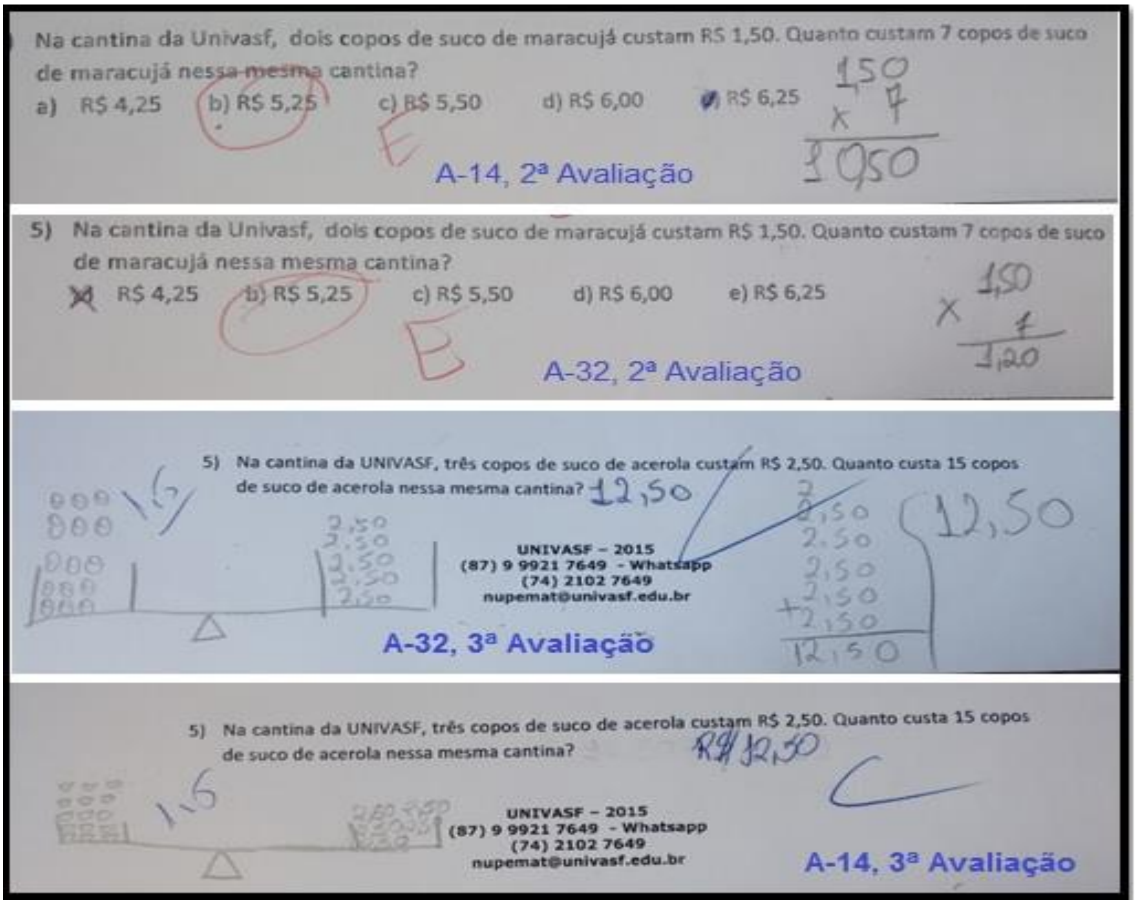
Portanto, constata-se que há uma real necessidade de propor novas metodologias de ensino, e entre essas novas modalidades, o ensino das equações do primeiro grau com material concreto e sentido figurado contribuem de forma significativa para uma melhoria na aprendizagem da matemática.

4.1 AVALIAÇÃO USANDO O MÉTODO PROPOSTO

Muitos alunos que outrora não sabiam resolver problemas de equações do primeiro grau, por não entender o enunciado ou por não saber montar o problema, conseguiram êxito após o estudo do método proposto.

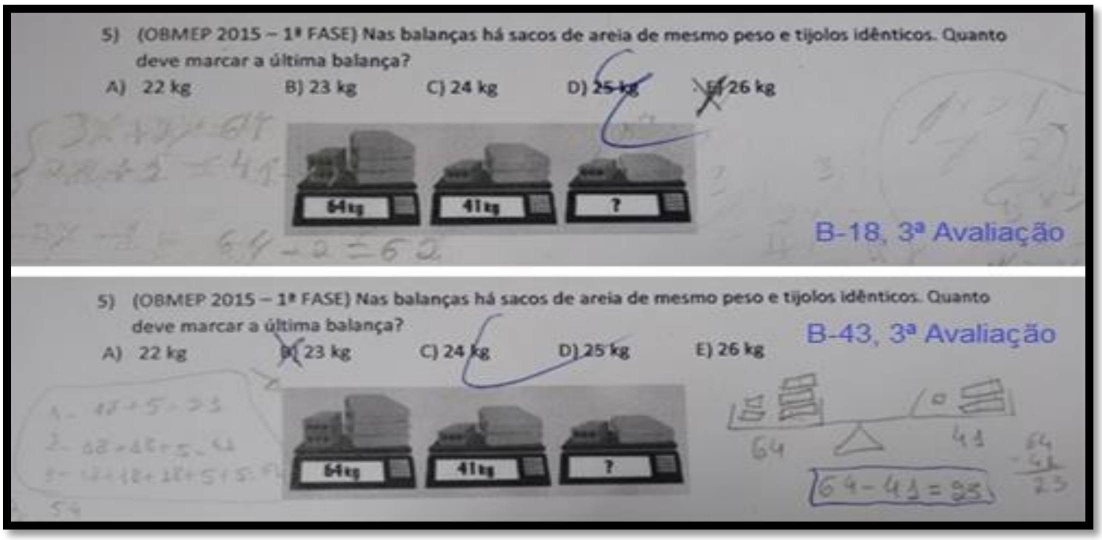
A figura 27 mostra os alunos A-14 e A-32 errando a questão na 2ª avaliação, mesmo sendo objetiva, quando ainda não conheciam o método proposto, e ambos acertando uma questão semelhante, aplicando o método proposto nas oficinas de resolução de problemas. Na figura 28 tem-se um caso em que o aluno B-18 não aplicou o método e atrapalhou-se no sistema, errando a questão e o aluno B-43 aplicando o método proposto e acertando a questão.

Figura 27 – Alunos aplicando o método proposto na 3ª avaliação.



Fonte: Editada pelo autor.

Figura 28 – Aluno optando pelo método proposto e acertando o problema.



Fonte: Editada pelo autor.

No encerramento do projeto, os alunos foram certificados conforme o modelo (Apêndice M) e dezesseis alunos das turmas A e B com melhores aproveitamentos nos quesitos (presença, nota, evolução) receberam de presente um kit de estudos.

4.2 PESQUISA DO ENSINO COM PROFESSORES

Foi realizada uma sondagem com os 14 professores voluntários na cidade de Petrolina, PE para averiguar, em síntese, como está o ensino de equações do 1º grau. Abordou-se quesitos como: conteúdo de equações do primeiro grau, dificuldades de ensino aprendizagem, assuntos mais abordados nas séries do ensino fundamental II e as dificuldades que os professores de matemática encontram ao lecionar para essa faixa etária. A pesquisa encontra-se no (Apêndice J).

Questionados sobre como era abordado o ensino das equações do primeiro grau, a maioria respondeu que é de modo contextualizado. Questionados sobre quais os assuntos mais abordados nos 6º e 7º anos e quais as maiores dificuldades encontradas pelos alunos, a maioria dos professores responderam que abordam muito (adição, subtração, multiplicação e divisão) por ter muitos alunos com dificuldades nesses conteúdos e que a álgebra é pouco assimilada. Questionados sobre quais os assuntos mais abordados nos 8º e 9º anos e quais as maiores dificuldades encontradas pelos alunos, a maioria dos professores responderam que abordam bastante álgebra e geometria, mas que a assimilação é pouca por falta de base e de interesse de aprendizagem. Quando questionados quais as maiores dificuldades que eles (professores) enfrentam ao ensinar nas escolas públicas, respostas como desinteresse dos alunos, falta de estrutura das escolas e baixos salários foram a maioria das respostas.

4.3 PESQUISA DE SATISFAÇÃO COMO OS ALUNOS

Para averiguar o grau de satisfação dos alunos com o trabalho desenvolvido, foi proposto um questionário com 5 perguntas (Anexo K). Dos 127 alunos participantes do projeto, 118 responderam o questionário e os dados encontram-se nos quadros 4, 5, 6, 7 e 8.

Perguntado sobre quais dos métodos, estudados no projeto, eles preferiam para solucionar equações do 1º grau, a maioria optou pelo método da balança de dois pratos, como especifica o quadro 4.

Quadro 4: Respostas da 1ª pergunta da pesquisa de satisfação.

Método:	Quantidade de Alunos:
Método convencional	14
Método da balança de dois pratos	68
Método da colheita de mangas	36

Fonte: Elaborado pelo autor.

Perguntado se os alunos já conheciam os métodos da balança de dois pratos e da colheita de mangas para solucionar problemas de equações do primeiro grau, a maioria respondeu que não, como mostra o quadro 5.

Quadro 5: Respostas da 2ª pergunta da pesquisa de satisfação.

Você conhecia os métodos da "balança" e de "colheita de mangas"?	
Alunos que responderam Sim	17
Alunos que responderam Não	101

Fonte: Elaborado pelo autor.

Perguntado aos alunos se eles indicariam o estudo para outros alunos, a maioria respondeu que sim, como mostra o quadro 6.

Quadro 6: Respostas da 3ª pergunta da pesquisa de satisfação.

Você indicaria esse projeto para um amigo seu?	
Alunos que responderam Sim	116
Alunos que responderam Não	2

Fonte: Elaborado pelo autor.

Perguntado aos alunos se eles tivessem que dar uma nota para si mesmos, que nota entre zero e dez eles mereciam e/ou indicariam, e o resultado está especificado no quadro 7.

Quadro 7: Respostas da 4ª pergunta da pesquisa de satisfação.

Que nota você daria para si mesmo?											
Notas ofertadas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quantidade de alunos auto avaliados	00	00	00	00	00	03	03	15	25	34	38

Fonte: Elaborado pelo autor.

Perguntado aos alunos que nota, entre zero e dez, eles dariam ao projeto de estudo das equações do primeiro grau, e a maioria avaliou com nota máxima como mostra o quadro 8.

Quadro 8: Respostas da 5ª pergunta da pesquisa de satisfação.

Avalie o projeto de Equações do 1º Grau											
Notas ofertadas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quantidade de alunos que avaliaram	00	00	00	00	00	00	00	00	06	10	102

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tanto na pesquisa de ensino com os professores como na pesquisa de satisfação, não encontra-se métodos de incentivo à aprendizagem das equações do primeiro grau na cidade de Petrolina-PE. Como a proposta do trabalho é mostrar que o método melhora o entendimento dos alunos no estudo das equações do primeiro grau, e melhorou, como pode ser visto nos gráficos 1, e 2 e nos quadros 2 e 3, sugere-se que fitemos as diretrizes da educação matemática, principalmente no ensino fundamental II, numa perspectiva lógica dedutiva.

Pelas avaliações propostas e pela auto avaliação dos alunos, a conclusão do trabalho foi satisfatória.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após avaliação dos dados obtidos sobre o ensino da matemática com e sem a utilização da metodologia sugerida como ferramenta de auxílio às aulas de equações do 1º grau, pode-se observar que, apesar de o aprendizado da disciplina ainda estar muito distante da realidade, o envolvimento do aluno é uma peça fundamental na montagem do quebra-cabeça chamado ensino-aprendizagem e que, para isso, estratégias de envolvimento dos alunos nas aulas de matemática deve ser prioridade. Percebeu-se, o raciocínio dos que se envolveram nas tarefas, o rendimento assertivo das questões foi evoluído como mostram os gráficos 2 e 3, a concentração da maioria foi notória, principalmente nas oficinas das balanças e colheita de mangas. A rapidez em fazer cálculos mentais também evoluiu com a montagem das situações problemas, muitos alunos relataram que as questões de equações ganharam significado prático. Para muitos alunos, que antes reclamavam da montagem de problemas de equações, o projeto de ensino foi essencial, os quadros 2 e 3 mostram esse resultado. Os professores participantes do projeto afirmaram que vão dar continuidade ao processo de ensino de equações do primeiro grau com a inserção da metodologia sugerida, sempre que possível.

Como pode se observar, no capítulo 4 com a análise dos dados obtidos por meio do resultado dos próprios alunos, o uso da metodologia sugerida no ensino das equações do primeiro grau foi considerável para os alunos.

Apesar de ter sido realizada em um curto intervalo de tempo, as observações de campo da pesquisa permitiram perceber alguns aspectos importantes presentes no ensino da disciplina tais como socialização, desinibição, percepção lógica, criatividade, raciocínio, além de despertar o aluno para o estudo da matemática.

Pôde ser observado na pesquisa com os professores que os alunos têm grande dificuldade de compreensão do conteúdo didático lecionado em sala de aula. Ficam bastante dispersos no momento da aula, tendo pouco estímulo para estudar e aprender os conteúdos de matemática, quando não são motivados e envolvidos.

Verificou-se, também, que o método sugerido é um elemento motivador da aprendizagem, como mostrou a pesquisa de satisfação. A resolução de questões matemática no ensino fundamental sem a utilização de meios fixadores do conteúdo foi considerado de menor rendimento do que com o método sugerido. Porém a prática de resolver problemas e situações-problemas sem a utilização de métodos fixadores dos conteúdos é a mais utilizada pelos professores de matemática. Talvez esteja nesse “ponto” o item responsável pelo mal desempenho dos alunos em matemática no país.

O envolvimento dos alunos nas aulas, com certeza, foi fundamental para o progresso dos mesmos no conteúdo. O raciocínio dos que se envolveram nas tarefas foi evoluído, a concentração da maioria foi notória.

Analisou-se o ensino das equações do primeiro grau por intermédio da metodologia sugerida fazendo paralelo sempre ao raciocínio e a contextualização da disciplina. Percebe-se que os materiais em si só, não ajudam o aluno a aprender a matéria, mas que se trabalhados no momento oportuno e, com a didática correta, certamente será proveitosa na evolução da assimilação. É uma ferramenta a mais no processo ensino-aprendizagem.

Vale ressaltar que a aplicação do método para ensinar equações do primeiro grau é uma abordagem para dar significação a tudo que se faz em suas resoluções, refutando a mecanização sem fundamento. Não pretende-se usar esse método literalmente durante toda a vida, apenas a significação e o raciocínio lógico dedutivo, os quais devem perdurar para sempre. São esperadas melhorais nessa fase de vida escolar, visto que os fundamentos matemáticos ensinados no ensino fundamental II são de grande valia para posteriores estudos em ciências exatas. Portanto, o foco do estudo, e a proposta de ensino foi para essa faixa etária. Fortalecendo o alicerce, a “base”, constrói-se com segurança uma casa bem edificada.

Em um momento oportuno, faremos um artigo científico e um estudo para o ensino médio sobre as propriedades dos números reais com a utilização da balança de dois pratos. Fomos convidados para palestrar em alguns eventos educacionais no vale do São Francisco e pretendemos participar também de eventos por todo o país.

Pelas citações dos diversos teóricos e pelos resultados amostrais, observa-se que há um fator motivacional ligado a tudo que o aluno faz. Espera-se, portanto, que haja uma preocupação constante de professores, gestores de escolas e das pessoas responsáveis pela educação fundamental em buscar sempre a melhoria na qualidade de ensino das crianças, adolescentes e jovens estudantes do nosso país.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. F. **Bíblia Sagrada**: revista e atualizada. Barueri: Sociedade Bíblica do Brasil, 2006.

ARANHA, M. L. A. **História da Educação e da Pedagogia.** Geral e Brasil. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

ASSIS, A.K.T. **Arquimedes, o centro de gravidade e a lei da alavanca**. 1.ed. São Paulo, Livraria da Física, 2011.

AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D., HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana ,1980.

BEATRIZ. V. – **Os primeiros passos no caminho das inequações** – Disponível em < http://revistaescola.abril.com.br/fundamental-2/primeiros-passos-caminho-inequacoes-703031.shtml>. Acesso em 07 fev. 2016.

BEZERRA, M. J.; PUTNOKI, J. C. **Novo Bezerra**: matemática 2 grau volume único. São Paulo: Scipione, 1996.

BICUDO, M. A. V**. Pesquisa em educação matemática**: concepções e pesquisas. São Paulo, Unesp, 1999.

BOYER, C. B., EDGARD, B. - **História da matemática**, São Paulo, 1974.

BRASIL. – **Microdados do INEP** – Disponível em <http://portal.inep.gov.br/basica-levantamentos-acessar>. Acesso em 04 jan. 2016.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental, **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: arte ou técnica de explicar e conhecer. 2.ed. São Paulo: Editora Ática, 1993.

_______. **Transdisciplinaridade**. São Paulo, SP: Editora Palas Athena, 2009.

DANTE, L. R. **Matemática. Vols: 1 a 3**. São Paulo: Ática, 2008.

ESA –**Cursos de Formação de Sargentos** – Disponível em <http://www.esa.institucional.ws/site/ProvasAnteriores.aspx>. Acesso em 18 nov. 2015.

ESCOLA ESTADUAL MARIA MONTESSORI – **Desafios Matemáticos** – Disponível em <http://olimpiadadaeemariamontessori.blogspot.com.br/>. Acesso em 20 jan 2016.

EVES, H. **Introdução a história da matemática** / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5ª ed. – Campinas, SP: Editora Unicamp, 2011.

FERREIRA, A. B. de H. **Dicionário da língua portuguesa**. 5. ed. Curitiba: Positivo, 2010.

FERREIRA. L.- **Balanças do Egito Antigo** – Disponível em <http://antigoegito.org/>. Acesso em 10 fev. 2016.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido.** 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FIORENTINI, D.; et al. **Formação de Professores de Matemática**: Explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003.

FCC- **Concurso do TRT 5ª Região-** disponível em <https://s3.amazonaws.com/files-s3.iesde.com.br/resolucaoq/prova/prova/9287.pdf>. Acesso em 21 fev.2016.

GOMES, M. L. M. **História do ensino da matemática:** Uma introdução. Minas Gerais: CAED, 2012.

IMENES, L.M.; LELLIS M. – **Matemática para todos**. 3º vol. São Paulo: Scipione, 2007.

LIMA, E.L; CARVALHO, P.C.P; WAGNER, E; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares**. 12ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

_______. **A matemática do Ensino Médio – volume 1**. 10ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LORENZATO, S.A. **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, São Paulo, Autores Associados, 2006.

_______. **Educação Infantil e Percepção Matemática**. 2ª. ed. rev. e ampliada (Coleção Formação de Professores).– Campinas, São Paulo, 2008.

MEIER, M; GARCIA, S. **Mediação da aprendizagem**: contribuições de Feuerstein e de Vygotsky. Curitiba: Edição do autor, 2007.

MILIES, C. P. **A Gênese da álgebra abstrata**. Coleção tópicos de matemática elementar. IMEUSP. São Paulo, 1987.

MIORIM, M.A.; FIORENTINE, D.; MIGUEL, A. **Contribuições para um Repensar a Educação Algébrica Elementar**. Pro-prosições Vol. 4, Nº 1, março de 1993.

MIORIM, M. A. **Introdução a história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MIRANDA, D. – **Sistemas de Numeração** - Disponível em <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/>. Acesso em 18 nov.2015.

MORGADO, A. C. **Equações do Primeiro Grau – Parte 1** - Disponível em <http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2003>. Acesso em 12 jan. 2016.

MORGADO, A. C. **Equações do Primeiro Grau – Parte 2** - Disponível em <http://video.impa.br/index.php?page=julho-de-2003>. Acesso em 12 jan. 2016.

MUNIZ NETO, A.C. **Tópicos de Matemática Elementar: Números Reais**. 2ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

OBMEP – **Provas e Soluções** –Disponível em <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em 09 dez. 2015.

ROQUE, T. **História da Matemática** – uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

VASCONCELLOS, C. dos S. **Avaliação** - concepção dialética – libertadora do processo de avaliação escolar. São Paulo: Libertad, 2005.

VICTORIA, A.et al. – **A Reta Real** – Disponível em <http://ninjasmat.blogspot.com.br/2013/04/a-reta-real-podemos-representar-em-uma.html>. Acesso em 20 abr.2016.

WEISZFLOG, W. **Michaelis: dicionário escolar: inglês-português, português-inglês**. 2. ed. São Paulo: Melhoramentos, 2009.

APÊNDICE A – Cronograma

Cronograma do Projeto de Equações do 1º Grau

Mestrando: Prof. Erinaldo Borges Diniz

Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto

	SETEMBRO-2015				OUTUBRO-2015					NOVEMBRO-2015			
ATIVIDADES	**05**	**12**	**19**	**26**	**03**	**10**	**17**	**24**	**31**	**07**	**14**	**21**	**28**
SONDAGEM													
AJUSTES COM O ORIENTADOR	X												
ELABORAÇÃO DO PLANO DE AULA		X											
PREPARAÇÃO DAS ATIVIDADES			X										
CONHECENDO OS ALUNOS				X									
REVISÃO DO ASSUNTO													
AULAS EXPLICATIVAS E EXERCÍCIOS					X								
EXERCÍCIOS E AVALIAÇÃO						X							
MÉTODO PROPOSTO													
CONHECENDO A BALANÇA							X						
EXERCÍCIOS – COLHEITA DE MAÇAS								X					
OFICINA DE EXERCÍCIOS									X				
AVALIAÇÃO										X			
ENCERRAMENTO													
AGRADECIMENTO E PREMIAÇÃO											X		

UNIVASF – 2015
(87) 9 9921 7649 - Whatsapp
(74) 2102 7649
nupemat@univasf.edu.br

APÊNDICE B – Avaliação diagnóstica da turma A

Avaliação Diagnóstica de Equações do 1º Grau – Turma A

Mestrando: Prof. Erinaldo Borges Diniz
Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto

Atenção pessoal!

- ✓ Leia com atenção as questões antes de respondê-las.
- ✓ É obrigatório que o cálculo esteja na avaliação.
- ✓ Responder a avaliação com caneta azul ou preta.

Aluno(a): ________________________________ Idade:__________
Escola:__________________________________ Série:__________

Faça uma ótima prova! Grato, professor Erinaldo.

1) Uma melancia pesa 2 kg mais uma melancia. Quanto pesa uma melancia?
a) 2 kg b) 3 kg c) 4 kg d) 4 kg e) 6 kg

2) A soma de um número com o seu sucessor é 83. Qual é esse número?
a) 40 b) 41 c) 42 d) 43 e) 44

3) Pedro pediu que seu primo Carlos pensasse em um número e, a seguir, fizesse as seguintes operações:
- Adicionasse 40 ao número pensado;
- Multiplicasse por 5 o resultado obtido;
- Dividisse por 2 o novo resultado.

Ao término dessa operação, Carlos encontrou 120 como resultado. O número que Carlos Pensou era:
a) Negativo b) Zero c) Maior que 8 d) Menor que oito e) Par

4) Resolvendo a equação do primeiro grau, $5x = 15$, vamos encontrar como solução?
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

5) Na cantina da Univasf, um copo de suco de maracujá custa R$ 1,50. Quanto custam 5 copos de suco de maracujá nessa mesma cantina?
a) R$ 6,25 b) R$ 7,25 c) R$ 7,50 d) R$ 8,00 e) R$ 8,25

6) Se Antônio é mais velho que Bruno e Bruno é mais velho que Carlos, podemos garantir que:
a) Antônio é o mais novo dos três
b) Bruno é o mais novo dos três
c) Antônio é mais velho do que Carlos
d) Carlos é mais velho do que Antônio
e) A idade de Antônio é maior do que a soma das idades de Bruno e Carlos

7) (OBMEP-2009/ 1ª FASE) Um bloco de folhas retangulares de papel pesa 2 kg. Outro bloco do mesmo papel tem o mesmo número de folhas que o primeiro, mas suas folhas têm o dobro do comprimento e o triplo da largura. Qual é o peso do segundo bloco?
A) 4 kg B) 6 kg C) 8 kg D) 10 kg E) 12 kg

8) (OBMEP – 2008/ 1ª FASE) Usando todo o suco que está numa jarra é possível encher 9 copos pequenos e 4 copos grandes ou então encher 6 copos pequenos e 6 copos grandes. Quantos copos grandes é possível encher usando todo o suco da jarra?
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

9) Observe os quatro primeiros números de uma sequência infinita.

1º termo	3
2º termo	6
3º termo	9
4º termo	12
5º termo	?

Qual é o sétimo termo dessa sequência?
A) 13 B) 14 C) 16 D) 18 E) 21

10) Qual a idade atual de uma pessoa se daqui a 8 anos ela terá exatamente 40 anos?
B) 15 anos B) 16 anos C) 24 anos D)30 anos E) 32 anos

11) Gastei a quarta parte do meu dinheiro com roupas. Depois gastei R$ 70,00 no cinema e ainda fiquei com R$ 20,00. Quanto dinheiro eu tinha?

12) Um grupo de 5 amigos quer dividir a despesa de uma lanchonete. Se cada um der R$ 23,00, faltará R$ 40,00 para pagar a despesa. Qual foi a despesa na lanchonete?

Felizes aqueles que se divertem com problemas que educam a alma e elevam o espírito.
(Fenelon)

APÊNDICE C – Avaliação diagnóstica da turma B

UNIVASF 10 Anos — SBM — PROFMAT — CAPES — Proex

Avaliação Diagnóstica de Equações do 1º Grau- Turma B

Mestrando: Prof. Erinaldo Borges Diniz
Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto

Atenção pessoal!

- ✓ Leia com atenção as questões antes de respondê-las.
- ✓ É obrigatório que o cálculo esteja na avaliação.
- ✓ Responder a avaliação com caneta azul ou preta.

Aluno(a): ____________________ Idade:________
Escola:____________________ Série:________

Faça uma ótima prova! Grato, professor Erinaldo.

1) Uma melancia custa R$ 1,00 mais meia melancia. Quanto custa uma melancia?
a) R$ 1,50 b) R$ 2,00 c) R$ 2,50 d) R$ 3,00 e) R$ 4,00

2) (VUNESP- 2010) Três amigos Almir, Bruno e Cesar foram jantar em um restaurante e a conta total da janta foi R$ 100,00. Sabe-se que Almir pagou R$ 8,00 a mais que Bruno e este R$ 4,00 a mais que Cesar, então pode-se dizer que Bruno pagou:
a) R$ 40,00 b) R$ 34,00 c) R$ 28,00 d) R$ 32,00 e) R$ 44,00

3) Pedro pediu que seu primo Carlos pensasse em um número e, a seguir, fizesse as seguintes operações:
- ➢ Adicionasse 40 ao número pensado;
- ➢ Multiplicasse por 5 o resultado obtido;
- ➢ Dividisse por 2 o novo resultado.

Ao término dessa operação, Carlos encontrou 120 como resultado. O número que Carlos Pensou era:
a) Negativo b) Zero c) Maior que 8 d) Menor que oito e) Par

4) Resolvendo a equação do primeiro grau, $5x - 8 = 3x + 2$, vamos encontrar como solução?
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

5) Na cantina da Univasf, dois copos de suco de maracujá custam R$ 1,50. Quanto custam 7 copos de suco de maracujá nessa mesma cantina?
a) R$ 4,25 b) R$ 5,25 c) R$ 5,50 d) R$ 6,00 e) R$ 6,25

6) Se x e y forem números inteiros e $x + 5 > y + 5$, então:
a) $x > y$ b) $x = y$ c) $x < y$ d) $x < 5$ e $y > 5$ e) $x = 0$ e $y = 0$

7) (OBMEP-2009/ 1ª FASE) Um bloco de folhas retangulares de papel pesa 2 kg. Outro bloco do mesmo papel tem o mesmo número de folhas que o primeiro, mas suas folhas têm o dobro do comprimento e o triplo da largura. Qual é o peso do segundo bloco?
A) 4 kg B) 6 kg C) 8 kg D) 10 kg E) 12 kg

8) (OBMEP – 2008/ 1ª FASE) Usando todo o suco que está numa jarra é possível encher 9 copos pequenos e 4 copos grandes ou então encher 6 copos pequenos e 6 copos grandes. Quantos copos grandes é possível encher usando todo o suco da jarra?
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

9) Observe os quatro primeiros números de uma sequência infinita.

1º termo	3
2º termo	6
3º termo	9
4º termo	12
5º termo	?

O termo "?" , que ocupa a posição n nessa sequência, pode ser representado por:
A) $3 + n$ B) $3 - n$ C) $3.n$ D) $\frac{n}{3}$ E) $3.n + 3$

10)(FCC) Qual a idade atual de uma pessoa se daqui a 8 anos ela terá exatamente o triplo da idade que tinha há 8 anos atrás?
B) 15 anos B) 16 anos C) 24 anos D)30 anos E) 32 anos

11)Gastei $\frac{3}{7}$ do meu dinheiro com roupas. Depois gastei R$ 70,00 no cinema e ainda fiquei com $\frac{1}{3}$ do que tinha no início menos R$ 10,00. Quanto dinheiro eu tinha?

12)Um grupo de amigos quer dividir a despesa de uma lanchonete. Se cada um der R$ 20,00, faltarão R$ 60,00; se cada um der R$ 30,00, sobrarão R$ 90,00. Qual é o número de pessoas nesse grupo?

Felizes aqueles que se divertem com problemas que educam a alma e elevam o espírito.
(Fenelon)

APÊNDICE D – Segunda avaliação da turma A

Segunda Avaliação de Equações do 1º Grau – Turma A

Mestrando: Prof. Erinaldo Borges Diniz
Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto

Atenção pessoal!

- ✓ Leia com atenção as questões antes de respondê-las.
- ✓ É obrigatório que o cálculo esteja na avaliação.
- ✓ Responder à avaliação com caneta azul ou preta.

Aluno(a): ____ Idade:__________
Escola:____ Série:__________

LEIA ATENTAMENTE AS QUESTÕES. FAÇA UMA ÓTIMA PROVA!

1) Resolva os problemas abaixo:

a) Uma jaca custa R$ 3,00 mais meia jaca. Quanto custa uma jaca?
b) Duas graviolas custam R$ 3,00 mais uma graviola. Quanto custa uma graviola?

2) Três amigas Amanda, Bianca e Carla foram lanchar em uma cantina e a conta total do lanche foi R$ 31,00. Sabe-se que Amanda pagou R$ 4,00 a mais que Bianca e esta R$ 3,00 a mais que Carla, então quanto Carla pagou?

3) Tinha Uma certa quantidade de dinheiro, paguei R$ 55,00 na farmácia e ainda fiquei com R$ 12,00. Que equação abaixo representa o enunciado do problema?
a) $x - 55 = x - 12$
b) $x + 55 = x + 12$
c) $x - 55 = 12$
d) $x + 55 = 12$

4) Resolva a equação do primeiro grau, $2x - 10 = x + 6$.

5) Na cantina da Univasf, dois copos de suco de maracujá custam R$ 1,30. Quanto custam 7 copos de suco de maracujá nessa mesma cantina?

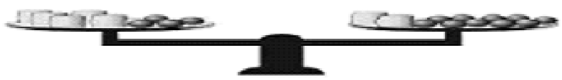
6) Se André é maior do que Bruna, e Bruna é maior do que Carlos, então podemos garantir que:
a) André é menor do que Carlos
b) André e Carlos tem a mesma altura

c) Carlos é maior do que André
d) André é maior do que Carlos

7) (OBMEP-2008/ 1ª FASE) A professora de Emília comprou 96 balas para repartir igualmente entre seus alunos, sem que sobrassem balas. No dia da distribuição todos os alunos foram à escola, exceto Emília. A professora distribuiu igualmente as balas entre os alunos presentes, mas sobraram 5 balas. Quantos alunos tem a turma de Emília?

8) Pensei em um número, adicionei 8 e depois dividi tudo por 5. Se o resultado foi 3, qual foi o número que pensei?

9) Uma balança estava em equilíbrio com bolas e saquinhos de areia em cada um de seus pratos. As bolas são todas iguais e os saquinhos também. O peso de um saquinho de areia é igual ao peso de quantas bolas?



10) A idade de Fábia mais a idade de Juliana somadas resultam em 27 anos, sabe-se que Fábia é 6 anos mais velha que Juliana, qual a idade de Fábia?

Felizes aqueles que se divertem com problemas que educam a alma e elevam o espírito. (Fenelon)

UNIVASF – 2015
(87) 9 9921 7649 - Whatsapp
(74) 2102 7649
nupemat@univasf.edu.br

APÊNDICE E – Segunda avaliação da turma B

UNIVASF 10 Anos
CAPES
SBM
Proex
PROFMAT
NUPEMAT UNIVASF

Segunda Avaliação de Equações do 1º Grau – Turma B

Mestrando: Prof. Erinaldo Borges Diniz
Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto

Atenção pessoal!
- ✓ Leia com atenção as questões antes de respondê-las.
- ✓ É obrigatório que o cálculo esteja na avaliação.
- ✓ Responder a avaliação com caneta azul ou preta.

Aluno(a): ______________________________ Idade:________
Escola:______________________________ Série:_________

LEIA ATENTAMENTE AS QUESTÕES. FAÇA UMA ÓTIMA PROVA!

1) Resolva os problemas abaixo:
a) Uma jaca custa R$ 3,00 mais meia jaca. Quanto custa uma jaca?
b) Duas graviolas custam R$ 3,00 mais uma graviola. Quanto custa uma graviola?

2) Três amigas Amanda, Bianca e Carla foram lanchar em uma cantina e a conta total do lanche foi R$ 31,00. Sabe-se que Amanda pagou R$ 4,00 a mais que Bianca e esta R$ 3,00 a mais que Carla, então quanto Carla pagou?

3) Eduardo pediu que seu primo Danilo pensasse em um número e, a seguir, fizesse as seguintes operações:
   - ➢ Subtraísse 10 ao número pensado;
   - ➢ Multiplicasse por 4 o resultado obtido;
   - ➢ Dividisse por 3 o novo resultado.

   Ao término dessa operação, Eduardo encontrou 80 como resultado. Qual foi o número que Danilo pensou?

4) Resolva a equação do primeiro grau, $7x - 11 = 3x + 5$.

5) Na cantina da Univasf, dois copos de suco de maracujá custam R$ 1,50. Quanto custam 7 copos de suco de maracujá nessa mesma cantina?

6) Se x e y forem números inteiros e $2x + 9 > y + 9$, então podemos garantir que:
a) $x > y$ b) $x = y$ c) $x < y$ d) $2x < y$e) $x > \frac{y}{2}$

7) (OBMEP-2008/ 1ª FASE) A professora de Emília comprou 96 balas para repartir igualmente entre seus alunos, sem que sobrassem balas. No dia da distribuição todos os alunos foram à escola, exceto Emília. A professora distribuiu igualmente as balas entre os alunos presentes, mas sobraram 5 balas. Quantos alunos tem a turma de Emília?

8) (OBMEP – 2012/ 1ª FASE) Ana, Bernardo, Célia e Danilo repararam que Danilo é mais alto que Célia e que a diferença entre as alturas de Célia e Ana é igual à diferença entre as alturas de Ana e Danilo. Observaram também que a soma das alturas dos dois rapazes é igual à soma das alturas das duas garotas. Qual das alternativas a seguir é verdadeira?

A) Célia é mais alta que Ana.
B) A diferença entre as alturas dos meninos é igual à diferença entre as alturas das meninas.
C) Célia é a mais baixa do grupo.
D) A diferença entre as alturas de Danilo e Célia é igual à diferença entre as alturas de Ana e Bernardo.
E) Ana é a mais alta de todos.

9) Qual a idade atual de uma pessoa se daqui a 12 anos ela terá exatamente o triplo da idade que tinha há 12 anos?

10) Numa árvore há macacos e galhos. Se cada macaco ficar em cada galho, sobrará um macaco sem galho e se cada galho tiver dois macacos, sobrará um macaco sem galho. Quanto são os macacos? E os galhos?

Felizes aqueles que se divertem com problemas que educam a alma e elevam o espírito. (Fenelon)

UNIVASF – 2015
(87) 9 9921 7649 - Whatsapp
(74) 2102 7649
nupemat@univasf.edu.br

APÊNDICE F – Terceira avaliação da turma A

UNIVASF 10 Anos | SBM | PROFMAT
CAPES | Proex

Terceira Avaliação de Equações do 1º Grau – Turma A

Mestrando: Prof. Erinaldo Borges Diniz
Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto

Atenção pessoal!
- ✓ Leia com atenção as questões antes de respondê-las.
- ✓ É obrigatório que o cálculo esteja na avaliação.
- ✓ Responder a avaliação com caneta azul ou preta.

Aluno(a): ____________________ Idade:__________
Escola:______________________ Série:__________

LEIA ATENTAMENTE AS QUESTÕES. FAÇA UMA ÓTIMA PROVA. VOCÊ É UM VENCEDOR!

1) Saulo perguntou o preço de um melão no verdurão de seu Antônio em Petrolina e ele prontamente respondeu: um melão custa 2 reais mais meio melão. Afinal, quanto custa um melão no verdurão de seu Antônio? Pense na balança em equilíbrio.
A) 2,50 B) 3 C) 3,50 D) 4 E) 5

2) Três amigos Xavier, Yuri e Zito foram lanchar na cantina da UNIVASF e a conta total do lanche foi R$ 47,00. Sabe-se que Xavier pagou R$ 3,00 a mais que Yuri e este R$ 2,00 a menos que Zito. Então podemos afirmar que Xavier pagou em reais? Pense na balança em equilíbrio.
A) 14,00 B)15,00 C) 16,00 D) 17,00 E) 18,00

3) Caiu um relâmpago na fazenda de seu João e matou 23 ovelhas de uma quantidade desconhecida. Sabendo-se que restaram 41 ovelhas vivas, qual é essa quantidade desconhecida?

4) Sabendo-se que cada cubinho x tem peso igual e a balança está equilibrada, qual o peso de cada cubinho x?

A) 6 g B) 8 g C) 10 g D) 12 g E) 18 g

5) Na cantina da UNIVASF, três copos de suco de acerola custam R$ 2,50. Quanto custa 15 copos de suco de acerola nessa mesma cantina?

6) Resolvendo a equação do primeiro grau $4x - 5 = 2x + 11$, vamos encontrar como solução? Imagine "a colheita de mangas."
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7E) 8

7) (OBMEP-2008/ 1ª FASE) A professora de Emília comprou 96 balas para repartir igualmente entre seus alunos, sem que sobrassem balas. No dia da distribuição todos os alunos foram à escola, exceto Emília. A professora distribuiu igualmente as balas entre os alunos presentes, mas sobraram 5 balas. Quantos alunos tem a turma de Emília?
A)6 B) 8 C) 12 D) 14 E) 16

8) (OBMEP 2015 – 1ª FASE) Nas balanças há sacos de areia de mesmo peso e tijolos idênticos. Quanto deve marcar a última balança?
A) 22 kg B) 23 kg C) 24 kg D) 25 kg E) 26 kg

9) (OBMEP 2013 – 1ª FASE) As colegas de sala Ana, Alice e Aurora forma comprar seus livros de Matemática. Alice percebeu que havia esquecido sua carteira. Ana e Aurora pagaram pelos três livros; Ana contribuiu com R$ 43,00 e Aurora com R$ 68,00. Quanto Alice deve pagar para Ana e para Aurora respectivamente?

A) R$ 18,50 e R$ 18,50
B) R$ 0,00 e R$ 37,00
C) R$ 25,00 e R$ 37,00
D) R$ 12,00 e R$ 25,00
E) R$ 6,00 e R$ 31,00

10) Minha idade mais a idade de Júlio resultam em 31 anos. A idade de meu primo mais a idade de Júlio resulta em 35 anos. Então a idade de meu primo menos a minha idade é:
A) 4 anos B) 5 anos C) 6 anos D) 7 anos E) 8 anos

Felizes aqueles que se divertem com problemas que educam a alma e elevam o espírito. (Fenelon)

APÊNDICE G – Terceira avaliação da turma B

UNIVASF 10 Anos — SBM — PROFMAT — CAPES — Proex — NUPEMAT UNIVASF

Terceira Avaliação de Equações do 1º Grau – Turma B

Mestrando: Prof. Erinaldo Borges Diniz
Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto

Atenção pessoal!
- ✓ Leia com atenção as questões antes de respondê-las.
- ✓ É obrigatório que o cálculo esteja na avaliação.
- ✓ Responder a avaliação com caneta azul ou preta.

Aluno(a): ____ Idade:__________
Escola:____ Série:___________

LEIA ATENTAMENTE AS QUESTÕES. FAÇA UMA ÓTIMA PROVA. VOCÊ É UM VENCEDOR!

1) Saulo perguntou o preço de um melão no verdurão de seu Antônio em Petrolina e ele prontamente respondeu: um melão custa 2 reais mais meio melão. Afinal, quanto custa um melão no verdurão de seu Antônio?
A) 2,50 B) 3 C) 3,50 D) 4 E) 5

2) Três amigos Xavier, Yuri e Zito foram lanchar na cantina da Univasf e a conta total do lanche foi R$ 47,00. Sabe-se que Xavier pagou R$ 3,00 a mais que Yuri e este R$ 2,00 a menos que Zito. Então quanto Zito pagou?

3) Resolvendo a equação do 1º grau $7x - \frac{1}{2} = 5x + \frac{3}{2}$, vamos encontrar como solução?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4) (OBMEP 2012 – 1ª FASE) Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?
A) Vitor comprou mais livros do que Pedro. B) Pedro é marido de Cláudia.
C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros. D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena. E) Vitor é marido de Bianca.

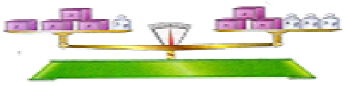
5) (OBMEP 2015 – 1ª FASE) Nas balanças há sacos de areia de mesmo peso e tijolos idênticos. Quanto deve marcar a última balança?

A) 22 kg B) 23 kg C) 24 kg D) 25 kg E) 26 kg

6) Se x e y forem números inteiros positivos e $2x - 7 > y - 7$, então podemos garantir que:
A) $x = y$ B) $x - y$ C) $x = y$ D) $2x = y$ E) $x = \frac{y}{2}$

7) (OBMEP 2013 – 1ª FASE) Joãozinho tem duas caixas com o mesmo número de bolas. As bolas podem ser azuis, pesando cinco quilos cada uma, ou amarelas, pesando dois quilos cada uma. Na primeira caixa, $\frac{1}{15}$ das bolas são azuis. O peso total das bolas da segunda caixa é o dobro do peso total das bolas da primeira caixa. Qual é a fração de bolas azuis na segunda caixa?
A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{1}{3}$

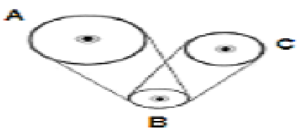
8) Sabendo-se que cada cubinho x tem peso igual e a balança está equilibrada, qual o peso de cada cubinho x?



A) 5 g B) 10 g C) 15 g D) 20 g E) 25 g

9) Eu tenho o dobro da idade que tu tinhas quando eu tinha a tua idade. Quando tu tiveres a minha idade, a soma das nossas idades será de 45 anos. Qual é a minha idade hoje?

10) (IMENES E LELLIS) Certo mecanismo é composto por 3 polias, conforme mostra a figura. Enquanto a polia A gira uma volta, a B gira 3 voltas. Quando a polia B gira 4 voltas, a C gira 2 voltas. Quantas voltas vai girar a polia C quando a polia A der um giro de 6 voltas?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



Felizes aqueles que se divertem com problemas que educam a alma e elevam o espírito. (Fenelon)

APÊNDICE H – Notas da turma A

UNIVASF 10 Anos · SBM Sociedade Brasileira de Matemática · PROFMAT · CAPES · Proex · NUPEMAT UNIVASF

NOTAS DA TURMA A – PROJETO EQUAÇÕES DO 1º GRAU – PROFESSOR ERINALDO

ALUNO(A)	SÉRIE/ANO	1ª AVALIAÇÃO	2ª AVALIAÇÃO	3ªAVALIAÇÃO
A-1	6º ANO	3,0	4,0	6,0
A-2	6º ANO	3,2	4,0	5,0
A-3	6º ANO	4,0	7,5	8,0
A-4	6º ANO	2,8	5,5	7,2
A-5	6º ANO	5,0	6,5	7,0
A-6	6º ANO	2,8	4,0	7,0
A-7	7º ANO	4,0	5,0	8,0
A-8	7º ANO	3,2	5,5	5,0
A-9	7º ANO	4,0	6,0	5,0
A-10	7º ANO	4,0	3,0	4,0
A-11	7º ANO	2,4	4,4	5,5
A-12	7º ANO	4,0	6,4	9,2
A-13	6º ANO	3,2	6,0	6,0
A-14	7º ANO	2,4	6,0	8,0
A-15	7º ANO	4,0	FALTOU	6,0
A-16	7º ANO	5,0	7,0	FALTOU
A-17	6º ANO	2,4	3,0	7,0
A-18	7º ANO	3,0	3,4	2,4
A-19	6º ANO	2,8	4,0	8,0
A-20	7º ANO	4,8	6,8	4,8
A-21	6º ANO	3,4	3,0	6,0
A-22	6º ANO	4,0	3,4	5,5
A-23	7º ANO	5,6	6,0	8,0
A-24	7º ANO	6,0	6,0	10,0
A-25	6º ANO	3,8	2,8	6,0
A-26	7º ANO	2,4	3,5	7,0
A-27	6º ANO	4,4	4,4	6,8
A-28	6º ANO	5,6	5,5	7,0
A-29	6º ANO	6,0	7,5	7,5
A-30	7º ANO	5,0	5,5	8,0
A-31	6º ANO	5,0	8,4	10,0
A-32	7º ANO	6,0	7,0	9,0
A-33	7º ANO	2,6	2,0	5,0
A-34	6º ANO	4,0	4,0	7,0
A-35	6º ANO	5,0	3,0	6,8
A-36	6º ANO	4,0	3,0	5,6
A-37	7º ANO	4,8	9,3	10,0
A-38	6º ANO	2,5	2,0	4,0
A-39	7º ANO	4,8	7,0	7,8
A-40	6º ANO	5,8	7,5	7,5
A-41	7º ANO	5,0	7,5	6,5
A-42	6º ANO	2,5	4,5	4,8
A-43	6º ANO	3,2	4,0	8,0
A-44	7º ANO	2,4	FALTOU	5,0
A-45	6º ANO	4,0	5,2	6,0
A-46	7º ANO	7,0	9,0	9,5
A-47	7º ANO	4,6	5,4	6,2
A-48	6º ANO	4,0	9,2	9,0
A-49	6º ANO	5,6	5,5	5,6
A-50	6º ANO	5,0	4,8	8,8
A-51	7º ANO	5,0	3,4	6,0
A-52	7º ANO	3,2	3,4	4,0
A-53	7º ANO	6,0	8,3	FALTOU
A-54	6º ANO	4,0	6,0	6,5
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]6	[illegible]	4,8	8,4	FALTOU
[illegible]7	[illegible]	7,4	7,0	10,0
[illegible]8	[illegible]	5,0	8,3	9,0
[illegible]9	[illegible]	6,6	9,5	10,0
A-60	7ºANO	3,0	4,5	6,6
A-61	6ºANO	3,6	5,5	7,8
A-62	7ºANO	3,0	6,0	8,0

APÊNDICE I – Notas da turma B

NOTAS DA TURMA B – PROJETO EQUAÇÕES DO 1º GRAU – PROFESSOR ERINALDO

ALUNO(A)	SERIE/ANO	1ª AVALIAÇAO	2ª AVALIAÇAO	3ª AVALIAÇAO
B-1	9º ANO	6,4	6,0	7,5
B-2	9º ANO	2,4	6,5	7,0
B-3	8º ANO	4,0	6,0	6,5
B-4	9º ANO	3,0	5,5	5,5
B-5	8º ANO	5,0	6,0	8,0
B-6	8º ANO	3,0	6,5	8,5
B-7	9º ANO	3,2	3,0	6,5
B-8	9º ANO	1,5	4,4	7,0
B-9	8º ANO	3,0	5,0	6,0
B-10	9º ANO	3,4	6,0	6,8
B-11	8º ANO	1,5	7,0	7,0
B-12	8º ANO	4,0	7,0	7,5
B-13	9º ANO	7,2	6,5	7,5
B-14	9º ANO	5,8	7,0	8,0
B-15	8º ANO	2,0	6,5	6,0
B-16	8º ANO	1,0	5,2	7,0
B-17	8º ANO	2,0	4,2	6,5
B-18	8º ANO	7,4	6,0	7,5
B-19	9º ANO	2,8	2,8	4,8
B-20	9º ANO	3,2	5,0	6,5
B-21	8º ANO	5,0	6,0	7,0
B-22	8º ANO	1,6	6,0	7,0
B-23	8º ANO	2,4	7,0	8,0
B-24	8º ANO	3,0	4,5	7,0
B-25	9º ANO	3,0	6,5	6,5
B-26	8º ANO	4,8	5,4	5,0
B-27	9º ANO	2,8	4,5	5,5
B-28	9º ANO	5,8	5,4	8,0
B-29	9º ANO	3,6	7,0	7,5
B-30	8º ANO	2,8	6.5	8,0
B-31	9º ANO	3,6	4.5	6,0
B-32	9º ANO	1,6	6,0	7,0
B-33	8º ANO	5,0	6,5	FALTOU
B-34	9º ANO	3,4	3,0	3,0
B-35	9º ANO	7,4	7,0	7,2
B-36	9º ANO	9,2	FALTOU	10,0
B-37	8º ANO	3,0	4,5	6,0
B-38	8º ANO	4,0	7,0	7,4
B-39	8º ANO	5,6	9,3	10,0
B-40	9º ANO	2,4	8,5	8,0
B-41	8º ANO	1,8	5,4	6,0
B-42	1º ANO	7,2	7,0	7,5
B-43	8º ANO	3,0	6,0	6,5
B-44	8º ANO	3,0	4,5	5,0
B-45	9º ANO	4,0	6,0	5,0
B-46	8º ANO	6,4	6,2	7,0
B-47	1º SÉRIE E.M.	8,4	FALTOU	8,2
B-48	8º ANO	4,8	6,0	7,0
B-49	8º ANO	7,0	6,5	7,0
B-50	9º ANO	6,6	7,2	7,5
B-51	9º ANO	6,5	6,0	9,0
B-52	9º ANO	3,0	6,0	7,0
B-53	9º ANO	2,0	2,3	5,0
B-54	8º ANO	6,5	5,4	7,0
B-55	1º SÉRIE E. M.	3,0	4,0	7,5
B-56	8º ANO	4,0	5,0	8,0
B-57	8º ANO	4,8	5,0	6,5
B-58	9º ANO	7,0	6,5	10,0
B-59	9º ANO	6,6	7,2	9,0
B-60	9º ANO	6,5	6,0	8,4
B-61	9º ANO	3,0	6,0	8,0
B-62	9º ANO	2,0	4,3	6,0
B-63	8º ANO	6,5	5,4	7,8
B-64	8º ANO.	3,0	5,0	7,0
B-65	8º ANO	4,0	4,0	6,0

APÊNDICE J – Pesquisa com professores do Ensino Fundamental

PESQUISA DO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM PROFESSORES DA CIDADE DE PETROLINA-PE

Mestrando: Prof. Erinaldo Borges Diniz

Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto

Observações:

- Os dados colhidos nessa pesquisa são apenas de caráter quali-quantitativo, não sendo exposto nome ou escola dos participantes;
- Responda com sinceridade, isso é muito importante;
- Agradecemos sua colaboração.

1) Como você aborda o ensino aprendizagem dos alunos no assunto de equações do primeiro grau?

2) Quais os assuntos de matemática mais abordados em suas aulas nas séries inicias (6º e 7º anos) do ensino fundamental? Quais as dificuldades mais perceptíveis dos alunos?

3) Quais os assuntos de matemática mais abordados em suas aulas nas séries finais (8º e 9º anos) do ensino fundamental? Quais as dificuldades mais perceptíveis dos alunos?

4) Você encontra dificuldade ao ensinar matemática? Se sua resposta for sim, exemplifique.

UNIVASF – 2015
(87) 9 9921 7649 - Whatsapp
(74) 2102 7649
nupemat@univasf.edu.br

APÊNDICE K – Pesquisa de satisfação com os alunos

PESQUISA DE SATISTAÇÃO COM O PROJETO EQUAÇÕES DO 1° GRAU COM SENTIDO CONCRETO

Mestrando: Prof. Erinaldo Borges Diniz

Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto

ANO/SÉRIE:_______________

1) Quais dos métodos para solucionar equações do 1° grau você considera fácil e prático?

( ) Método convencional, "encontrar a incógnita";
( ) Método da balança de dois pratos;
( ) Método da colheita de mangas.

2) Você já conhecia os métodos aplicados na oficina para a solução de equações do 1° grau?

( ) Sim;
( ) Não;

3) Você indicaria essa oficina para algum colega ou amigo?

( ) Sim;
( ) Não;

4) (Auto avaliação) De 0 (zero) a 10 (dez), que nota você daria em relação ao quanto você aprendeu com a participação nas oficinas?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5) (Avaliação do projeto) De 0 (zero) a 10 (dez), que nota você daria ao curso?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

UNIVASF – 2015
(87) 9 9921 7649 - Whatsapp
(74) 2102 7649
nupemat@univasf.edu.br

APÊNDICE L – Algumas fotos do projeto

APÊNDICE M – Certificado de participação

NÚCLEO DE PESQUISA E ENSINO DE MATEMÁTICA
NUPEMAT/UNIVASF

Certificamos que

FULANA BELTRANA SICRANA

participou do curso de extensão

EQUAÇÕES DO 1º GRAU

ministrado pelo professor *Erinaldo Borges Diniz* com carga-horária total de 20h.

Petrolina-PE, 6 de novembro de 2015.

Dr. Severino Cirino de Lima Neto
Coordenador do NUPEMAT/Professor Orientador

Erinaldo Borges Diniz
Professor