UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

RAILDO SOUZA DE GÓIS

A MATEMÁTICA DE FORMA DESCONTRAÍDA: O LÚDICO E AS OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS, INTEIROS E RACIONAIS

MOSSORÓ/RN
2016

RAILDO SOUZA DE GÓIS

A MATEMÁTICA DE FORMA DESCONTRAÍDA:
O LÚDICO E AS OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS, INTEIROS E RACIONAIS

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semiárido - UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Odacir Almeida Neves

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES

616m Góis, Raildo Souza de.
A MATEMÁTICA DE FORMA DESCONTRAÍDA: O LÚDICO E AS OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS, INTEIROS E RACIONAIS / Raildo Souza de Góis. - 2016.
67 f. : il.

Orientador: Odacir Almeida Neves.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em , 2016.

1. Números Racionais. 2. Ludicidade. 3. Jogos. 4. Desafios. I. Neves, Odacir Almeida , orient. II. Título.

RAILDO SOUZA DE GÓIS

A MATEMÁTICA DE FORMA DESCONTRAÍDA:
O LÚDICO E AS OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS, INTEIROS E RACIONAIS

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semiárido - UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

APROVADO EM: 29 / 03 / 2016

BANCA EXAMINADORA

Dr. Odacir Almeida Neves - UFERSA
Presidente

Dra. Andrea Maria Ferreira Moura - UFERSA
Primeiro Membro

Aleksandre Saraiva Dantas

Dr. Aleksandre Saraiva Dantas - IFRN
Terceiro Membro

MOSSORÓ/RN, 2016.

Dedico a minha esposa Maria Azincleide de Souza, pelo apoio nos momentos difíceis e a meus filhos José Maciel Neto e Paulo Maciel de Souza Góis.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado saúde e coragem para enfrentar os desafios.

Aos meus pais, Raimundo Jeremias de Góis e Neuza de Souza Góis, pelo apoio que me deram durante toda minha vida.

A minha esposa Anzincleide e aos meus filhos José Maciel Neto e Paulo Maciel de Souza Góis, pela paciência e a compreensão.

Ao meu orientador, Professor Odacir Almeida Neves, pela paciência e pelas suas preciosas orientações.

Ao meu mestre José Rildo de Oliveira Dantas que sempre acreditou em mim.

Aos meus colegas e amigos de curso das turmas de 2012 e 2013, por todas as dificuldades que enfrentamos.

Ao meu sobrinho Pedro Igor de Souza Góis, por ajudar a organizar este trabalho.

A minha colega de trabalho Leodete Pascoal pelas dicas preciosas que deu para a construção da fundamentação teórica desse trabalho.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou sua construção”.

Paulo Freire

RESUMO

Este trabalho foi elaborado com o objetivo de fazer uma reflexão sobre o lúdico e a Matemática no processo de ensino/aprendizagem, propor ações de intervenções e analisar os efeitos dessas nas questões inseridas na proposta do tema. Na primeira fase do trabalho, foi realizada uma pesquisa com alunos por meio de um questionário, explorando as operações com números racionais, a fim de identificar as dificuldades apresentadas por eles. Já na segunda fase, realizou-se uma pesquisa bibliográfica abordando a origem do lúdico e sua importância no processo de ensino/aprendizagem, baseada nas teorias de Piaget e Vygotsky. Direcionou-se a terceira fase do trabalho à construção dos jogos usados nas competições e na quarta fase, à realização de uma competição com alunos da Escola Estadual Antônio Francisco do município de Felipe Guerra/RN. Por fim, descreveu-se a análise dos resultados. Após as atividades que foram aplicadas nas turmas, percebeu-se que é possível fazer o uso inteligente do lúdico em sala de aula, podendo ser incorporado pouco a pouco como um recurso didático eficiente no ensino da Matemática.

Palavras-Chave: Números Racionais. Ludicidade. Jogos. Desafios.

ABSTRACT

This work was elaborated aiming at allowing a reflexion about Mathematics and games in the teaching/learning process, proposing intervention actions to these operations and analysing the effects of such interventions. During the first phase of this work, we made a quiz with the students, using forms, exploring the operations with rational numbers, aiming at identifying the difficulties faced by them. During the second phase, we prepared a bibliographical review on the origins of the games and their importance in the teaching/learning process based on the theories of Piaget and Vygotsky. The third phase was directed towards the construction of the materials used in the competitions. The fourth phase was the realization of the competitions, with the participation of students from the Antonio Francisco State School in the city of Felipe Guerra/RN. Finally, in the last phase we analysed the results. After the application of the activities in the classrooms, we concluded that it is possible to use games in an intelligent way in the classroom; we also noticed that such games can be gradually incorporated as a didactics resource in the teaching of Mathematics.

Keywords: Rational numbers; learning games; games; challenges.

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SIGLAS

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais

PVC – Policloreto de Polivinila ou Policloreto de Vinil

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Trabalhar matemática nos anos finais do Ensino Fundamental constitui-se um desafio cada vez maior, visto que, é considerável o percentual de alunos que chega nessa etapa do ensino sem saber realizar operações simples com números racionais, assim como interpretar problemas que exigem raciocínio e criatividade.

Tal situação decorre de problemas diversos, entre estes destacamos os fatores sócio-econômicos, a falta de estrutura das escolas, políticas educacionais que priorizam somente índices de aprovação, sem se preocupar com a qualidade do ensino, a falta de interesse dos alunos pela Matemática, para eles, as aulas não passam de meras transmissões de fórmulas, definições, conceitos e resultados que não têm o menor significado.

Outro fator que tem contribuído para tais dificuldades é a forma tradicional como a maioria dos conteúdos ainda são abordados nas escolas; ensino da matemática tradicional baseado na aprendizagem mecânica, de mera transmissão de conhecimentos, na qual os alunos se condicionam a receber informações prontas, acabadas, gerando nos educandos sensações de medo e insatisfação não contribuindo para quaisquer tipo de aprendizagem, tornando-os consequentemente excluídos da sociedade.

Dentro do contexto de novas metodologias que sejam acessíveis e atrativas, o jogo pode desempenhar um importante papel no processo ensino/aprendizagem. O gosto pela atividade lúdica é inerente ao ser humano e por ele passam grande parte dos contatos sociais que se estabelecem ao longo da vida. Nesse sentido o professor precisa entender que o foco do processo de aprendizagem é o aluno, e que para a aprendizagem acontecer é preciso despertar neste o interesse, através de situações que estimulem o conhecimento.

O objetivo principal deste trabalho é mostrar que a Matemática pode ser trabalhada a partir do cotidiano dos alunos, e não somente da maneira tradicional de ensino. Para isso, o jogo será o ponto de partida que visa estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico no aluno através de situações-problema, a fim de preparar o mesmo para lidar com questões abstratas que exijam reflexão, elaboração de estratégias e soluções para as situações-problema.

A escolha do tema em questão se deu por acreditar que o espírito saudável do desafio pode trazer grandes benefícios para os alunos, pois contribui para o trabalho em equipe e impulsiona o aluno a superar suas próprias dificuldades. O desejo de vencer pode despertar-lhes o interesse na busca de novos conhecimentos.

Os desafios desde os tempos mais remotos funcionam como uma peça motivadora e levaram muitos matemáticos a realizarem grandes descobertas e será sempre o combustível que moverá o verdadeiro estudante de matemática, pois não existe um estudante de matemática que não tenha encarado vários problemas como um desafio e ao resolvê-lo experimentou uma sensação de superação e prazer que não pode ser explicada.

Para esse estudo, além de uma pesquisa bibliográfica sobre o tema abordado, também será desenvolvido uma pesquisa de campo, utilizando os seguintes instrumentos de coleta de dados: atividades com alunos do 8° e 9°ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Antonio Francisco abordando as operações com números racionais, a descrição dos procedimentos adotados para a realização da pesquisa e a análise sucinta dos resultados obtidos.

No capítulo 01 relata um breve histórico do uso de materiais lúdicos no processo de ensino aprendizagem. O capítulo 02 foi destinado à metodologia, a construção dos jogos e as regras empregados nos desafios, o capítulo 03 relata as competições. Já o capítulo 04 apresenta a análise dos resultados obtidos e por fim, no capítulo 05 a conclusão do trabalho.

1- BREVE HISTÓRICO DO USO DE MATERIAIS LÚDICOS NO PROCESSO DE ENSINO/APRENDIZAGEM

A palavra lúdico se origina do latim ludus que significa brincar. O lúdico faz parte da natureza humana desde os tempos mais remotos, (Cabral 2006) pesquisando sobre a origem do uso de matérias lúdicos na educação ele encontrou pesquisas bibliográficas que apontam referências ao uso de materiais lúdicos na educação que levam a Roma e à Grécia antigas, mas considerando a história mais recente, verifica-se que são do século passado as contribuições mais relevantes.

No entanto, não é possível datar com precisão seu surgimento, nem o local onde se originaram. Materiais arqueológicos encontrados mostram que o jogo é uma das ocupações mais antigas do ser humano, presente em qualquer cultura. No tempo das cavernas, ossos eram usados para jogos de azar. A Grécia Antiga tinha como base cultural, os jogos e a competição retratados em lendas e gravuras. A Bíblia relata que soldados de Pilatos disputaram o manto de Cristo, "lançando sortes". Nas festas do séc. XVI, os jogos de adivinhação mereceram destaque, pois não estavam vinculados ao trabalho e sim ao prazer, seu objetivo principal era a socialização. O jogo era negado quando seu objetivo estava relacionado à guerra. Já na Idade Média, ele se caracteriza por seu caráter sério, aproveitando esse fato para a resolução de desavenças entre povos.

Em meados de 367 ac. o filósofo grego Aristóteles, mais conhecido por Platão já apontava para a importância da utilização dos jogos no processo de aprendizado das crianças. No século XV o escritor francês, Françons Rabelais proclamava que o ensinamento deveria ser através de jogos, e que as crianças deveriam ser ensinadas a gostar da leitura através do desenho, dos jogos de carta e fichas que serviam para ensinar a aritmética e até mesmo a geometria.

No Brasil o lúdico, especificamente o jogo iniciou com a penetração de ideais escolanovistas, com a instalação das primeiras escolas infantis. Nessa época, o Brasil teve a oportunidade de conhecer importantes personalidades como Claparéde, Mira e Lopes, Pieron, entre outros, que difundiram seus estudos na área de psicologia infantil principalmente sobre o jogo. Os estudos indicavam valores discriminatórios em relação à classificação de jogos quanto ao sexo: meninos preferiam jogos adequados ao seu sexo (jogos motores com a bola, carrinhos, trens e outros), em contrapartida, meninas praticavam jogos que imitavam costumes familiares (casinha, comidinha, bonecas). Para justificar esses interesses antagônicos, a psicologia funcionalista de Dewey, definida por Claparéde, explicava o sentido do jogo como manifestação de interesses e necessidades da criança. Apesar de a influência da escola nova (na qual o professor era apenas o facilitador da aprendizagem) ser significativa no Brasil, à adoção de jogos entre professores de escolas primárias não era bem vista.

Em pesquisas, mas recentes encontram-se vários trabalhos que defendem a utilização de recursos lúdicos como uma excelente ferramenta metodológica complementar, que podem contribuir no processo de ensino/aprendizagem.

Dentro das recomendações do Ministério da Educação para o ensino de matemática encontram-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs 1988) orientações que dizem:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46)

Neste mesmo sentido podemos citar as pesquisas de Chaves (2009) na qual ele estuda os efeitos do uso de materiais lúdicos, como jogos com dados e pedaços de cartolina no estudo das frações. Nesta pesquisa ele concluiu que as atividades desenvolvidas proporcionaram momentos de discussões e reflexões adequadas à complementação do estudo de frações, segundo o mesmo:

> A ludicidade é importante para o ser humano em qualquer idade, portanto, promover situações com jogos é garantir prazer, desafio e melhor desempenho dos alunos em diversas áreas do conhecimento. Muitos teóricos e estudiosos destacam a importância do lúdico. (CHAVES, 2009, P. 4).

Grando (1995, p.77) endossa essas ideias e diz que:

> ambos, o jogo e a resolução de problemas, se apresentam impregnados de conteúdo em ação e que, psicologicamente, envolvem o pensar, o estruturar-se cognitivamente a partir do conflito gerado pela situação-problema. A ação no jogo, tanto quanto no problema, envolve um objetivo único que é vencer o jogo ou resolver o problema e, em ambos os casos, o estudante se sente desafiado e motivado a cumprir esse objetivo. Atingir o objetivo implica em dominar, em conhecer, em compreender todos os aspectos envolvidos na ação e, portanto, produzir conhecimento.

Os jogos trabalham a ansiedade encontrada em muitas crianças, fazendo com que elas se concentrem mais e melhore o seu relacionamento interpessoal e autoestima. Quando realizados de forma prazerosa e atraente dentro da matemática, ajudam a diminuir problemas apresentados, desenvolvendo relação de confiança entre professor x alunos x alunos, bem como a comunicação de pensamento, corpo e espaço afim de interação no meio.

Segundo KISHIMOTO (1993), no jogo a criança é mais do que é na realidade, permitindo-lhe o aproveitamento de todo o seu potencial. Nele, a criança toma iniciativa, planeja, exercita, avalia. Enfim, ela aprende a tomar decisões a introjetar seu contexto social na matemática do faz-de-conta. Ela aprende e se desenvolve. O poder simbólico do jogo de faz-de-conta abre um espaço para apreensão de significados de seu contexto e oferece alternativas para novas conquistas no seu mundo imaginário

Duarte (2011) em seu trabalho procura responder as seguintes questões: 1 Como se dá a aprendizagem realizada com a utilização de recursos de natureza lúdica? 2 Como se caracterizam os cenários de aprendizagem enriquecidos com recursos lúdicos? 3 qual o papel de mediação que os materiais de natureza lúdica têm na aprendizagem da matemática?

Farias (2013) em seu trabalho, criou, aplicou e analisou resultados de jogos usando o software dinâmico de geometria o *GeoGebra* no estudo das funções a fim, quadrática e exponencial e concluiu que com o uso de recursos lúdicos no caso o *GeoGebra* é possível melhorar o processo de ensino/aprendizagem, tornando o processo mais dinâmico, interativo e participativo, para este autor:

> É no ambiente do jogo que aparecem situações problemas das mais variadas formas e é nesse momento que o aluno é testado quanto à sua capacidade criativa para elaborar uma saída para o problema, e também sua persistência em atingir os objetivos e não desistir (FARIAS, 2013, p. 26).

1.1 AS DIFERENTES VISÕES E TEORIAS ENVOLVENDO A LUDICIDADE

Estudos apontam diferentes formas de analisar os aspectos do brincar e suas consequências na vida do ser humano. A ludicidade tem sido um tema da atualidade que vem demandando uma vasta discussão teórica acerca de seu significado e sua funcionalidade. Muitos autores trazem em seus estudos discussões a respeito da origem e definição do termo lúdico e discutem sua eficácia na formação da criança, no desenvolvimento humano, no desenvolvimento do processo de ensino/aprendizagem, como também, na formação docente.

As atividades lúdicas englobam muitos outros conceitos, que vão além do lúdico e da ludicidade. Discutir o conceito de ludicidade envolve entender a significação de jogos, do brincar, da brincadeira e do brinquedo, e como estes métodos lúdicos se diferenciam de uma cultura para outra.

Alguns autores discutem e diferenciam os enfoques dados à ludicidade propondo diferentes características para tais, como por exemplo, no que se refere ao âmbito sociológico Negrine (2000), afirma que:

> A capacidade lúdica está diretamente relacionada a sua pré-história de vida. Acredita ser, antes de mais nada, um estado de espírito e um saber que progressivamente vai se instalando na conduta do ser devido ao seu modo de vida. (NEGRINE 2000 p. 01).

Já no que diz respeito ao ponto de vista psicológico, ainda de acordo com Negrine (2000) “o lúdico refere-se a uma dimensão humana que evoca os sentimentos de liberdade e espontaneidade de ação. Abrange atividades despretensiosas, descontraídas e desobrigadas de toda e qualquer espécie de intencionalidade ou vontade alheia”. Neste sentido a atividade lúdica é vista como propiciadora de atitudes livres, de condutas próprias internalizadas no interior de cada indivíduo.

Vygotsky (1988) em sua teoria do desenvolvimento humano, parte do princípio que o sujeito se constitui nas relações com os outros, por meio de atividades humanas que ocorrem em contextos sociais específicos, não ocorrendo o processo de forma passiva nem direta sobre o surgimento do brinquedo encontramos;

> A importância do brincar para o desenvolvimento infantil reside no fato de esta atividade contribuir para a mudança na relação da criança com os objetos, pois estes perdem sua força determinadora na brincadeira. A criança vê um objeto, mas age de maneira diferente em relação ao que vê. Assim, é alcançada uma condição que começa a agir independentemente daquilo que vê. (VYGOTSKY, 1988, p. 127).

A criança brinca pela necessidade de agir em relação ao mundo mais amplo dos adultos e não apenas ao universo dos objetos a que ela tem acesso. Nesse movimento a criança passa a criar uma situação ilusória e imaginária, como forma de satisfazer seus desejos não realizáveis.

> (...) se as necessidades não realizáveis imediatamente, não se desenvolvem durante os anos escolares, não existiriam os brinquedos, uma vez que eles parecem ser inventados justamente quando as crianças começam experimentar tendências irrealizáveis. (VYGOTSKY, 1988, p. 106).

Para Vygotsky (1988) a imaginação em ação ou brinquedo é a primeira possibilidade de ação da criança numa esfera cognitiva permitindo ultrapassar a dimensão perceptiva motora do comportamento, através do jogo simbólico. Na criança a imaginação criadora, nasce em forma de jogo, instrumento de pensamento no enfrentamento da realidade, ampliando suas possibilidades de ação e compreensão de mundo.

De acordo com Oliveira, o lúdico, é:

> [...] um recurso metodológico capaz de propiciar uma aprendizagem espontânea e natural. Estimula à crítica, a criatividade, a sociabilização. Sendo, portanto reconhecidos como uma das atividades mais significativas – senão a mais significativa - pelo seu conteúdo pedagógico social. (1985 p. 74)

Neste sentido a ludicidade é entendida como sendo uma ferramenta que o educador pode utilizar em sua prática pedagógica, que o auxilia na dinâmica da sala de aula, bem como, na descoberta da realidade social do aluno e possibilita ao educando estimular/revelar aspectos interiores, espontâneos e naturais, fundamentais para o desenvolvimento de sua aprendizagem.

De acordo com Piaget (1971), o intelectual não pode ser separado do físico, assim, não há aprendizado sem um funcionamento total do organismo. A brincadeira e o jogo, neste aspecto, assumem funções fundamentais no desenvolvimento do indivíduo. Ainda segundo esse teórico, há uma estreita relação entre os jogos e a construção da inteligência. "O jogo espontâneo influencia o processo de aprendizagem, uma vez que faz a criança utilizar sua inteligência de modo significativo e a estimula a investigar e a explorar". Considerando que o jogo com regras é uma atividade lúdica do ser socializado, Piaget (1971, p.82), afirma que a educação lúdica contribui e influencia na formação da criança, possibilitando um crescimento sadio, enriquecido, democrático e com uma produção séria de conhecimento. Na prática esta educação exige uma participação criativa, livre, crítica, promovendo uma interação social com o compromisso de modificar o meio.

Tanto em Vygotsky como em Piaget se fala numa transformação do real por exigência das necessidades da criança, mas enquanto que para Piaget a imaginação da criança não é mais do que atividade deformante da realidade, para Vygotsky a criança cria (desenvolve o comportamento combinatório) a partir do que conhece das oportunidades do meio e em função das suas necessidades e preferências. Para Piaget (1975) no jogo prepondera a assimilação, ou seja, a criança assimila no jogo o que percebe da realidade às estruturas que já construiu e neste sentido o jogo não é determinante nas modificações das estruturas. Para Vygotsky o jogo proporciona alteração das estruturas. De acordo com as concepções de Vygotsky, uma prática pedagógica adequada perpassa não somente por deixar as crianças brincarem, mas, fundamentalmente por ajudar as crianças a brincar, por brincar com as crianças e até mesmo por ensinar as crianças a brincar.

1.2 A LUDICIDADE NA FORMAÇÃO PROFISSIONAL DO PROFESSOR

Na sociedade contemporânea, os recursos tecnológicos tornaram-se os mais poderosos e atraentes meios de buscar informações pelos alunos, pois o acesso a essas tecnologias é algo inegável na faixa etária dos estudantes do ensino fundamental. Mediante essa constatação, é necessário que o professor busque estratégias de ensino para inovar sua prática pedagógica. E, para isso, é preciso apresentar os conteúdos curriculares de forma dinâmica e atrativa para despertar o interesse dos alunos com relação à aprendizagem.

Neste sentido é preciso que o profissional da educação especialmente o professor esteja habilitado atuar como educador, no campo da ludicidade, Kishimoto (2008) afirma ser necessário que o pedagogo reúna condições de implementar o processo ensino/aprendizagem democraticamente, para que seja habilitado para atuar como educador, coordenando o envolvimento das pessoas na conscientização social.

> Acredito que toda educação proceda da participação do indivíduo na consciência social da raça. Esse processo começa quase inconscientemente ao nascer e vai formando continuamente os poderes do indivíduo, desenvolvendo sua consciência, formando seus hábitos, treinando suas ideias e despertando seus sentimentos e emoções. (KISHIMOTO, 2008, p. 94).

Atualmente, um dos grandes desafios enfrentados pelos professores, em sala de aula, é quando se deparam com alunos desmotivados a aprender o que lhes é ensinado. Para Tapia e Fita (2006, p.8), “a motivação está ligada à interação dinâmica entre as características pessoais e os contextos em que as tarefas escolares se desenvolvem”. Vale apena ressaltar que a aprendizagem do aluno depende do contexto e do estímulo dado pelo professor.

Dessa forma, o educador tem a responsabilidade de atuar no sentido de que o referido processo se torne realidade, necessitando, para isto, que o docente esteja preparado em sua formação profissional e pedagógica, propondo um método de ensino no qual o sujeito possa ser autor do próprio conhecimento e o educador o mediador do processo ensino aprendizagem.

No que diz respeito a relevância do conhecimento na formação do educador, Alarcão (2003) relata que nesta era chamada de sociedade da informação e do conhecimento "este se tornou e tem de ser um bem comum. A aprendizagem ao longo da vida, um direito e uma necessidade", o que confirma a alta relevância do conhecimento, que se tornou indispensável diante das exigências da sociedade atual. Assim, fica clara a necessidade de que o professor deve se manter atualizado no sentido de poder atender às exigências desta nova sociedade. O conhecimento é um processo contínuo que acontece por toda a vida e que nunca acaba.

Neste sentido tanto a escola quanto os profissionais precisam estar engajados no referido processo, devem estar abertos às inovações e precisam sentir-se como parte do processo do ensinar/aprender. Para que isso ocorra, no entanto, é necessário garantir ao professor uma formação que lhe permita realizar um trabalho inovador e garanta a aprendizagem dos alunos de maneira prazerosa.

De acordo com Silva (2002, p. 23):

> A sala de aula interativa seria o ambiente em que o professor interrompe a tradição do falar/ditar, deixando de identificar-se como o contador de histórias, e adota uma postura semelhante a do "designer" de "software" interativo. Ele constrói um conjunto de territórios a serem explorados pelos alunos e disponibiliza co-autoria e múltiplas conexões, permitindo que o aluno também faça por si mesmo [...]. O aluno, por sua vez, passa de espectador passivo a ator situado num jogo de preferências de opções, de desejos, de amores, de ódios e de estratégias, podendo ser emissor e receptor no processo de intercompreensão. E a educação pode deixar de ser um produto para se tornar processo de troca de ações que cria conhecimentos e não apenas os reproduz.

Este fator nos leva a refletir o quanto o educador deve buscar atualizar-se para que possa atender as demandas desta sociedade inovadora, ressaltando também, que o conhecimento é um processo contínuo que acontece por toda a vida e que nunca acaba. Tendo assim o conhecimento a necessidade de atualizar-se e admitindo a ludicidade como uma das ferramentas da atualidade, para que se alcance a criança em sua plenitude, cabe ao educador fazer uso deste instrumento para que possa potencializar sua prática pedagógica e com isso, desempenhar seu papel no desenvolvimento das aprendizagens.

Conforme Santos (1997, p. 80), “um professor atualizado é aquele que tem olhos no futuro e a ação no presente, para não perder as possibilidades que o momento atual continuamente lhe apresenta”. Cardoso (2008) reconhecida a importância do conhecimento nos dias atuais, assim como a necessidade de o educador se manter atualizado, porém torna-se importante admitir a ludicidade como um dos principais instrumentos pedagógicos da atualidade, capaz de alcançar a criança plenamente, cabendo ao professor utilizá-lo na direção de potencializar sua prática pedagógica, desenvolvendo de maneira eficaz o seu papel no processo de aprendizagem. Ele afirma que a ludicidade na formação profissional do professor não é algo novo:

> A inserção da ludicidade como dimensão no processo de formação dos professores da educação infantil não é algo recente. Historicamente, tal dimensão vem sofrendo configurações distintas: sob forma limitada, posição de estratagema e o valor educativo inseparável entre trabalho e jogo. Lembramos que essas concepções de formação de professores reproduzem modelos de educação ocidental moderna, ligados à escolarização de massa desde o século XVIII, assumindo vários modelos pedagógicos com concepções diferentes, mas centrados na racionalização e fragmentação entre corpo (matéria) e mente (espírito). (CARDOSO, 2008, p. 43).

A utilização da ludicidade no processo formativo dos professores surgiu lenta e muito desvalorizada nas instituições de ensino superior, fato que ainda é percebido hoje, como coloca Maturana (2004, p. 125), uma contínua desvalorização do corpo devido a “sua incapacidade de alcançar as alturas de nossas almas idealizadas”.

É preciso, então, ressaltar a importância da ludicidade na formação profissional do professor, como afirma Santos (1997 p. 14):

> A formação lúdica deve proporcionar ao futuro educador conhecer-se como pessoa, saber suas de possibilidades e limitações, desbloquear suas resistências e ter uma visão clara sobre a importância do jogo e do brinquedo para a vida da criança, jovem e do adulto.

Há uma concepção na qual justifica que “brincando a criança aprende”, e estas brincadeiras podem ser traduzidas em metodologias educacionais que valorizam o brincar e procuram evitar uma distinção rígida entre jogo e tarefas sérias. Os jogos sejam eles competitivos ou não, podem entrar como recursos didáticos importantes, especialmente nas disciplinas consideradas difíceis como é o caso da matemática, onde o trabalho pedagógico pode basear-se na brincadeira.

Teixeira (1995) em seu livro “A Ludicidade na Escola” traz algumas reflexões a respeito da importância da atividade lúdica na educação infantil. Em seus estudos e pesquisas, constatou que a atividade lúdica permite um melhor desenvolvimento da potencialidade da criança, proporcionando a ela um desenvolvimento saudável físico, motor, emocional e social. Para o autor a aprendizagem deve despertar o interesse, estimulando a curiosidade e a criatividade. Compreendendo dessa forma o interesse relacionado à atividade lúdica na escola tem-se mostrado cada vez maior por parte de pesquisadores e, principalmente, de professores que buscam alternativas para o processo ensino/aprendizagem.

Moyles (2002) complementa que a escola, ao desenvolver atividades lúdicas, contribui tanto para a eficácia pedagógica, quanto possibilita a ampla formação da criança enquanto sujeito em processo de desenvolvimento e socialização. A autora argumenta que o brincar no contexto educacional direciona a criança a produzir resultados significativos. Pontua que na escola a utilização e o manuseio do brinquedo, pelo educando, facilitam e auxiliam no processo de aprendizagem escolar com dimensões mais abrangentes, uma vez que envolve esferas pessoais, sociais, afetivas e cognitivas.

De acordo com Smole (2007), a elaboração de jogos com os educandos envolve o planejamento de uma sequência didática de tal forma que o jogo construído seja a etapa final de um processo, e não um fim em si mesmo. Exige uma série de intervenções do educador para que, mais que produzir um material, mais que brincar, o adolescente possa adquirir conhecimentos e desenvolver-se.

Devido à importância que é dada às possibilidades de aprendizagem através do lúdico e da preparação e capacitação de profissionais para a atuação adequada, Oliveira destaca que os profissionais deveriam ser capacitados para a prática lúdica, tendo as instituições educacionais que investir nos seus educadores, proporcionando uma formação que os levasse a incorporar o lúdico em suas propostas pedagógicas, ressaltando que seu uso não é uma perda de tempo, mas um parceiro. (OLIVEIRA, 2009, p. 113).

Neste sentido, pode-se afirmar que a ludicidade é uma necessidade do ser humano em qualquer idade. Pode-se refletir que, as vivências com atividades lúdicas proporcionam aos educadores em formação, através de práticas reflexivas, o autoconhecimento, permitindo-lhes assumirem-se como sujeitos que pensam e falam de acordo com sua subjetividade, com direitos de se transcenderem no tempo, no espaço e nos desejos. Portanto, o trabalho lúdico é necessário no ambiente da sala de aula desde a educação infantil até o ensino superior.

2 METODOLOGIA

Este capítulo é destinado ao detalhamento da metodologia, iniciamos pela apresentação e construção dos jogos com seus objetivos, conteúdos e desafios que podem ser trabalhados.

No primeiro momento foi feito uma pesquisa de campo com 28 alunos do 8º ano e 32 do 9º totalizando 60 alunos do Ensino Fundamental da Escola Estadual Antônio Francisco no Município de Felipe Guerra/RN. Para isso, foi aplicado um questionário que continha três questões (Apêndice A), sendo que na primeira, buscou-se explorar um problema com fração, na segunda a capacidade de efetuar operações com números racionais e na terceira, o raciocínio e a criatividade.

Num segundo momento o professor responsável pelo desenvolvimento deste trabaho, aproveitando alguns momentos de seu tempo livre e finais de semana foi aos poucos constuindo os jogos, que teve uma duração de aproximadamente 8 horas, planejou os desafios e elaborou as regras que se encontram nos itens 2.9 e 2.10 respectivamente, usadas nas competições detalhadas no capítulo 3.

A partir de agora detalhamos os jogos confeccionados.

2.1 BALANÇA DE DOIS PRATOS

Planejando de forma adequada a balança pode ser usada para desenvolver atividades que promovam o raciocínio, a criatividade, a intuição e a capacidade de traçar estratégias. É possível também usa-lá para trabalhar as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, porcentagens, frações, resolução de equações entre outros.

Os materiais necessários para a construção da balança são:

- Dois pratos com três pequenos furos igualmente espaçados;
- Um bloco retangular de madeira medindo 30cm de comprimento, 12cm de largura e 6cm de altura com um pequeno furo no centro em forma de bloco retangular de dimensões 5cm de comprimento, 1,5cm de largura e 3cm de profundidade;

- Um pequeno bloco retangular de madeira, medindo 30cm de comprimento, 5cm de largura e 1,5cm de altura, com um corte em forma de retângulo em uma das extremidades;
- Um pequeno bloco retangular de madeira, medindo 30cm de comprimento, 3cm de largura e 1cm de altura com um pequeno furo no centro e dois ganchos nas extremidades.
- 6 pedaços de correntes finos de 20cm de comprimento;
- 8 argolas de metal dessas usadas para prender molhos de chaves;
- Um pequeno prego;

Figura 1 – Material para construção da balança.

Fonte: Própria Autoria.

Para montar a balança, primeiramente coloque uma argola em cada furo dos pratos e prenda um pedaço de corrente em cada argola. Em seguida, una as extremidades dos três pedaços de correntes com uma argola em cada prato e encaixe o bloco de madeira menor na base da balança. Por fim, prenda as argolas que unem as extremidades das correntes nos ganchos.

Figura 2 – Balança Montada.

Fonte: Própria Autoria.

2.1.1 Construção dos Pesos

Os pesos dependem da natureza dos desafios que se queira realizar. Aqui encontra-se os materiais necessários para construir os pesos de 100g, 200g, 300g, 400g, 500g, 600g, 700g, 800g e 900g.

Os materiais necessários para construção dos pesos são:

- 9 garrafas pet de 250ml;
- 4500g de chumbo. (Granulado);
- 9 rótulos para indicar cada peso;

Para construção basta colocar a quantidade de chumbo desejada em cada garrafa.

2.2 AMPULHETAS

As ampulhetas são instrumentos feitos de garrafas pet para medir intervalos de tempo e com as mesmas é possível através de situações-problema desenvolver atividades didáticas, que despertem o raciocínio, a criatividade e a argumentação matemática. Podem ser usadas para abordar assuntos tais como: adição, subtração, multiplicação, divisão, mínimo múltiplo comum entre outros.

Os materiais necessários para construção das ampulhetas são:

- 06 garrafas pet de 250ml;
- 03 pedaços de cabo de vassoura ou rodo de madeira de 4cm com um pequeno furo;
- Um pouco de areia fina e peneirada;
- 12 cilindros de madeira de 28 cm de comprimento e 01 cm de diâmetro;
- 06 blocos de madeira de 10 cm de comprimento, 10cm de largura e 2cm de altura com um furo de 1cm de diâmetro em cada canto;
- 12 pequenos adesivos para indicar o tempo de cada ampulheta;

Figura 3 – Material para construção das ampulhetas.

Fonte: Própria Autoria.

Para montar as ampulhetas, primeiramente foi fixado os adesivos nas garrafas, observando a posição. Em seguida, colocou-se um pouco de areia em uma das garrafas, fechando-a com a metade de um dos pedaços de madeira e na outra metade, fixou-se a outra garrafa, marcando o intervalo desejado. Por fim, utilizou-se os cilindros e blocos para a proteção da ampulheta.

Figura 4 – Ampulhetas montadas.

Fonte: Própria Autoria.

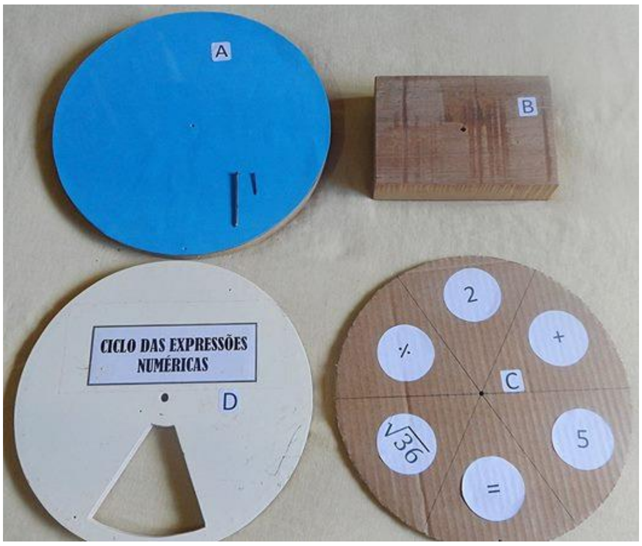
2.3 CÍRCULO DAS EXPRESSÕES NUMÉRICAS

O círculo das expressões numéricas é um instrumento composto de dois círculos de madeira, uma base também de madeira, que funciona permitindo a visualização de um número ou sinal por alguns instantes. De maneira criativa e dinâmica pode ser usado para desenvolver a memória e a habilidade dos alunos em efetuar cálculos mentais de modo descontraído e desafiador.

Os materiais necessários para construção do círculo das expressões numéricas são:

- Um bloco de madeira medindo 15cm de largura por 15cm de comprimento e 6cm de altura;
- Um círculo de compensado de 10mm de altura com 30cm de diâmetro com um pequeno furo na sua borda (0,5cm da borda);
- Um círculo de compensado de 6mm de altura com 28cm de diâmetro com um furo menor no centro e outro furo em forma de tronco de cone, mais próximo da borda com diâmetros de 3cm e 6cm, respectivamente, com 5cm de altura, sendo a base menor, voltada para o centro;
- Dois pregos, um de aproximadamente 6cm e o outro de 2cm;
- Alguns círculos de papelão com 30cm de diâmetro contendo um pequeno furo no centro, que podem ser cobertos com cartolina, divididos em seis partes iguais, a quantidade de partes em que o círculo foi dividido e o número de círculos construídos ficam a critério do tipo e número de desafios que se deseja realizar. (Como os círculos das expressões numéricas oferece uma infinidade de desafios optou-se por construir apenas um exemplar com as operações $\sqrt{36} \div 2 + 5 = ?$);

Figura 5 – Material para construção do círculo das expressões numéricas.



Fonte: Própria Autoria.

Para montar o círculo das expressões numéricas, primeiramente cole o círculo (A) na base (B) de modo que os centros coincidam. Em seguida foi inserido o prego maior no centro do círculo (A) deixando aproximadamente 2cm de fora e depois, eliminou se a cabeça do prego.

O círculo das expressões numéricas funciona colocando o círculo de papelão (C) semelhante ao mostrado na figura 5 sobre o círculo (A) de modo que o furo menor no círculo (C), próxima da igualdade, coincida com o furo existente em (A), fixando os com o prego menor. Posteriormente, o círculo de papelão (C) foi coberto com o círculo de madeira (D), tomando sempre o cuidado de fixar o início da expressão matemática à esquerda do sinal de igualdade. Por fim, tornou se possível movimentar o círculo (D) no sentido horário até chegar no sinal de igualdade e o desafio é mostrar o resultado da expressão numérica que esta escrita no círculo de papelão.

Figura 6 – Círculo das expressões numéricas montado.

Fonte: Própria Autoria.

2.4 CORRIDA DAS OPERAÇÕES

A corrida das operações é um conjunto feito de papelão, garrafa pet e dados. Seu uso pode promover uma ampla discussão sobre as propriedades das operações com números naturais, pois ao tentar montar a expressão que resulte no número desejado, o aluno vai ampliar seu conhecimento sobre as propriedades e suas especificidades.

Os materiais necessários para a construção da corrida das operações são:

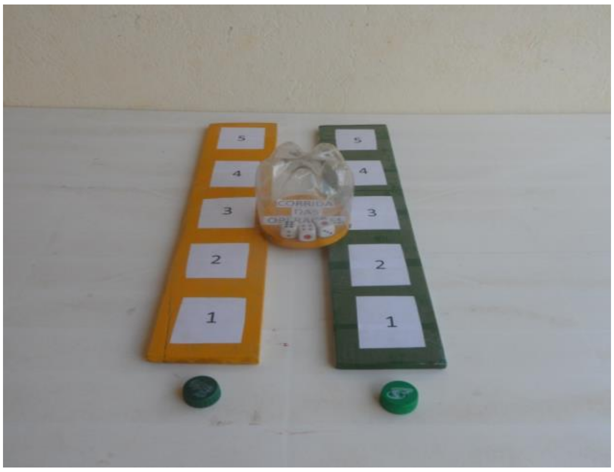
- 2 retângulos de papelão medindo 50cm de comprimento por 10cm de largura coberto de cartolina numerados de 1 a 5, como mostra a figura 7;
- 3 dados;
- 3 parafusos pequenos;
- 1 garrafa pet;
- 2 tampas de garrafa pet;
- Um disco de madeira com o mesmo diâmetro da garrafa pet;

Figura 7 – Material para construção da corrida das operações.

Fonte: Própria Autoria.

Para montar a corridas das operações, primeiramente corte a garrafa pet ao meio e em seguida, na parte inferior da garrafa, insira os dados e tampe com o disco de madeira, e então, para finalizar, prenda o disco com os parafusos. A Figura 8 mostra o jogo Corrida das operações pronto para a competição.

Figura 8 – Corrida das operações montada.



Fonte: Própria Autoria.

Para jogar, deve-se escolher dois alunos e entregar a cada participante, um retângulo com os números e uma tampa. Em seguida, o professor agita os dados que estão dentro da garrafa e os alunos observam os valores obtidos na parte superior. O discente será desafiado a criar uma expressão numérica envolvendo os dados que tenha como solução o número 1 (um). Se conseguir, deve ser colocada a tampa sobre o número 1, caso contrário, deverá permanecer com a tampa na mão, e então, o procedimento é repetido para o oponente e o vencedor é aquele que chegar primeiro com a tampa no número cinco.

2.5 NÚMEROS COM VÍRGULAS

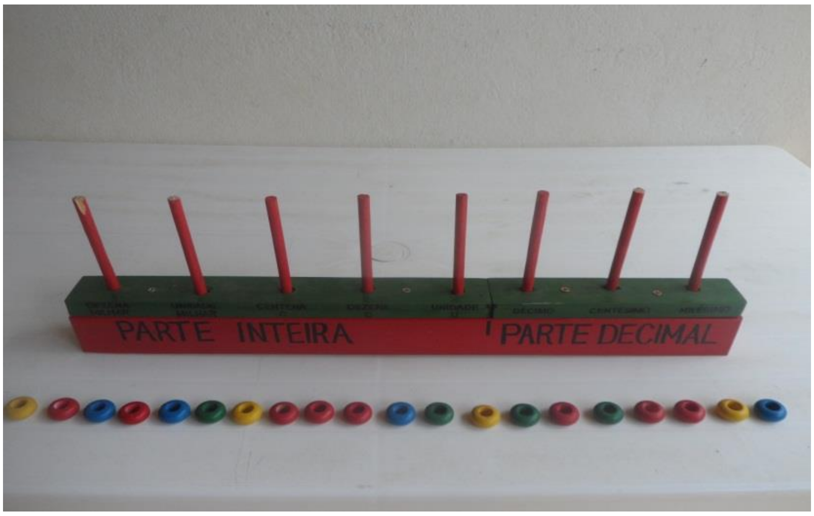
O jogo números com vírgulas tem como objetivo o desenvolvimento do raciocínio e a criatividade, bem como aumentar a habilidade de efetuar as operações básicas, por intermédio de situações-problema que o mesmo permite realizar. Trata-se de um conjunto contendo um bloco retangular de madeira e oito pedaços pequenos, também de madeira, na forma de cilindro, conforme mostra a figura 9.

Os materiais necessários para a construção do jogo números com vírgulas são:

- Um bloco retangular de madeira com 50cm de comprimento, 5cm de largura e 5cm de altura com oito furos de 1cm de diâmetro e 2cm de profundidade igualmente espaçados;
- 8 pedaços de madeira em forma de cilindro com 11cm de comprimento e 1cm de diâmetro;
- 20 pedaços de borracha em forma de círculo de 5cm de diâmetro contendo um furo de 1cm no centro. (A quantidade de borrachas depende dos desafios que serão realizados);

Para montar o jogo número com vírgula basta encaixar os cilindros nos furos feitos no bloco retangular de madeira.

Figura 9 – Número com vírgula.



Fonte: Própria Autoria.

2.6 O BLOCO DOS NÚMEROS

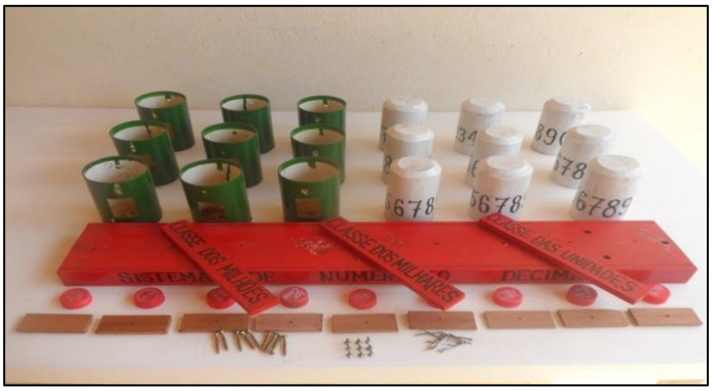
Com objetivo de reconhecer o valor posicional de cada algarismo e perceber a importância do sistema de numeração, o bloco dos números promove uma discussão em torno das possibilidades de manipulação dos algarismos permitindo a realização das operações e fazer comparações com outros sistemas de numeração. Podendo também, ser usado para trabalhar a leitura dos números, as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de uma maneira prazerosa e descontraída.

O bloco dos números é um sistema formado por um bloco retangular de madeira e alguns pedaços de tubo de policloreto de polivinila ou policloreto de vinil (PVC). Os materiais necessários para a construção do bloco dos números são:

- Um bloco retangular de madeira medindo 70cm de comprimento, 10cm de largura e 3cm de altura;
- 9 pedaços de tubos de PVC de 75mm medindo 12cm de comprimento, com um furo em forma de retângulo de 4cm de altura por 3cm de largura e um outro furo menor, acima do retângulo;
- 9 blocos retangulares de madeira medindo 75mm de comprimento, 2cm de largura e 1cm de altura com um pequeno furo no centro;
- 9 pedaços de madeira em forma de cilindro medindo 12cm de altura e 7cm de diâmetro;
- 9 tampas de garrafas pet;

- 9 parafusos de 3cm de comprimento;
- 9 parafusos de 1cm de comprimento;
- 27 pregos pequenos;
- 3 pedaços de madeira medindo 20cm de comprimento por 3cm de largura e 1cm de altura.

Figura 10 – Material para construção do bloco dos números.



Fonte: Própria Autoria.

Para montar o bloco dos números é necessário prender os pedaços de madeira de 75 mm em uma das extremidades dos tubos de PVC com pregos. Em seguida, fixou se os tubos PVC na base, um ao lado do outro, usando os parafusos de 3cm. Por fim, para um grupo de três tubos de PVC, fixou se um pedaço de madeira de 20cm, usando os parafusos de 1 cm, conforme mostra a figura 11.

O jogo em questão é desenvolvido da seguinte forma, depois de escrever um número usando a criatividade o professor pode criar uma grande quantidade de indagações, girando um ou mais cilindro (s) para direita ou para esquerda.

Figura 11 – Bloco dos números do montado.

Fonte: Própria Autoria.

2.7 TORRE DE HANÓI

A Torre de Hanói é um jogo que foi idealizado e publicado pelo matemático francês Edouard Lucas (1842-1891), em 1882. Pode ser usado em competições na forma de desafio entre alunos, com objetivo de desenvolver o raciocínio e a criatividade, podendo também ser usado para abordar o conteúdo de potenciação.

Os materiais necessários para a construção de duas torres de Hanói são:

- 2 pedaços de madeira (aqui escolheu-se em forma de triângulo equilátero com 30cm de lado) com 3 furos de 1cm de diâmetro;
- 6 bastões de madeira com 1cm de diâmetro;
- 10 discos de madeira com um furo no centro de 1cm (diâmetro), sendo dois de 9cm de diâmetro, dois de 8cm de diâmetro, dois de 7cm de diâmetro, dois de 6cm de diâmetro e dois de 5cm de diâmetro, conforme é mostrado na figura 12;

Para montar a torre de Hanói, basta colocar os bastões nos furos.

Figura 12 – Torre de Hanói.

Fonte: Própria Autoria.

O objetivo do desafio é a remoção dos discos de um bastão para o outro, sem que um disco de maior diâmetro seja colocado em cima de um menor. Assim sendo, vence o participante que finalizar mais rapidamente a ação.

2.8 VASILHAS DE GARRAFAS PET

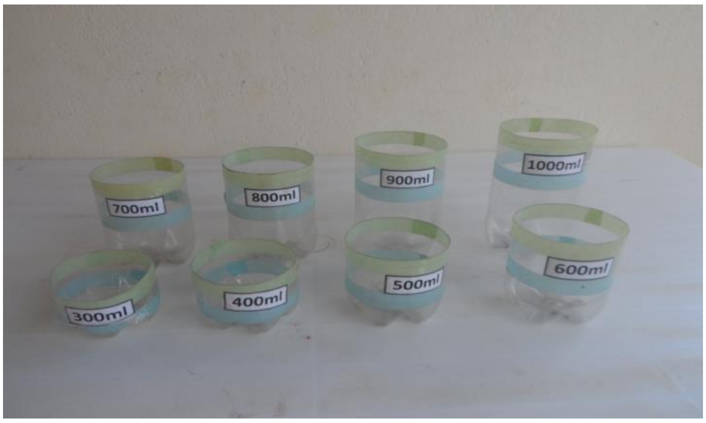
As vasilhas de garrafas pet é um conjunto de 08 (oito) vasilhas que permitem realizar com um bom planejamento desafios que aumentem o desenvolvimento do raciocínio, da criatividade, da capacidade de tomar decisão e traçar estratégias, podendo ser usado para abordar conteúdos como adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.

Os materiais necessários para a construção das vasilhas de garrafas pet são:

- 8 garrafas pet de 2 litros;
- Uma vasilha graduada;
- 8 adesivos para identificar a capacidade de cada vasilha;

Para construir as vasilhas, basta medir a capacidade desejada com auxílio da vasilha graduada, marcar e cortar no local desejado. A quantidade e volume de cada vasilha fica a critério do professor. Neste trabalho foram escolhidas 8 vasilhas com capacidade de 300ml, 400ml, 500ml, 600ml, 700ml, 800m, 900ml e 1000ml, como é mostrado na figura 13.

Figura 13 – Vasilhas de garrafa pet.



Fonte: Própria Autoria.

2.9 RELAÇÃO DOS DESAFIOS SORTEADOS

Encontra-se a seguir, a relação dos 32 desafios que foram elaborados pelo professor e divididos em oito envelopes nomeados conforme os materiais descritos no tópico anterior, ressaltando que no interior de cada envelope contém quatro desafios do mesmo jogo para serem sorteados durante a competição.

Figura 14 – Envelopes contendo os desafios dos jogos.

Fonte: Própria Autoria.

2.9.1 Desafios realizados com balança (Racionais)

1. Como pesar exatamente 250g de areia usando apenas os pesos de 200g e 300g?
2. Como dividir 900g de areia em 3 partes, 100g, 300g e 500g usando apenas um peso de 200g?
3. Como retirar 25% de uma determinada quantidade de areia contida em uma vasilha?
4. Entre oito cubos de madeira iguais e da mesma cor existe um que é mais leve que os demais. Como identificá-lo realizando apenas duas pesagens? (Problema adaptado do *Blog racha cuca*).

2.9.2 Desafios realizados com as ampulhetas (Inteiros)

1. Como marcar exatamente dois minutos usando as ampulhetas de 5min e 7min?
2. Se for colocada as ampulhetas de 3min e 5min para funcionarem ao mesmo tempo, quando as ampulhetas voltarão a secar juntas novamente?
3. Se colocarmos as ampulhetas de 3min, 5min e 7min para funcionarem ao mesmo tempo, em quantos minutos elas voltarão a esvaziar simultaneamente?
4. Como marcar exatamente 1min usando as ampulhetas de 3min e 7min?

2.9.3 Desafios realizados com o círculo das expressões numéricas

1. Coloca-se o disco no círculo das expressões numéricas que contenha a expressão $\sqrt{36} \div 2 + 5 = ?$ de modo que a $\sqrt{36}$ torne-se visível e em seguida gira-se o círculo no sentido horário, até aparecer a igualdade. Pergunta-se o resultado da expressão.
2. Coloca-se o disco no círculo das expressões numéricas que contenha a expressão

$8^2 \div 2 + 7 = ?$ de modo que 8^2 torne-se visível e em seguida gira-se o círculo no sentido horário até a igualdade aparecer. Pergunta-se o resultado da expressão.

3. Coloca-se o disco no círculo das expressões numéricas que contenha a expressão $8^2 \div 2 + 5 = ?$ de modo que 8^2 torne-se visível e em seguida gira-se o círculo no sentido horário até aparecer a igualdade. Pergunta-se o resultado da expressão.
4. Coloca-se o disco no círculo das expressões numéricas que contenha a expressão $\sqrt{144} \div 2 + 5 = ?$ de modo que a $\sqrt{144}$ torne-se visível e em seguida gira-se o círculo no sentido horário até a igualdade aparecer. Pergunta-se o resultado da expressão.

2.9.4 Desafios realizados com a corrida das operações (Inteiros)

Conforme descrito anteriormente no item 2.4, deve-se escolher dois alunos e entregar a cada participante, um retângulo numerado de 1 a 5 e uma tampa. Em seguida, o professor agita os dados que estão dentro da garrafa e os alunos observam os valores obtidos na parte superior. O participante será desafiado a criar uma expressão numérica com os valores dos dados que tenham como solução o número 1 (um). Se conseguir, deve ser colocada a tampa sobre o número 1, caso contrário, deverá permanecer com a tampa na mão, e então, o procedimento é repetido para o oponente e o vencedor é aquele que chegar primeiro com a tampa no número cinco.

2.9.5 Desafios realizados com o jogo números com vírgula (Racionais)

1. Represente o número racional 12,35 e explique, o que acontece ao retirar uma peça da casa das unidades e colocar na casa dos décimos?
2. Represente o número racional 25,32 e explique, o que ocorre ao retirar uma peça dos décimos e colocar na casa das dezenas?
3. Represente o número racional 23,45 e explique, o que acontece se todas as peças forem deslocadas uma casa para a direita de modo que a vírgula fique entre 2 e 3?
4. Represente o número racional 12,35 e explique, o que ocorre com o número se deslocar todas as peças, uma casa para a esquerda, de modo que a vírgula fique entre 3 e 5?

2.9.6 Desafios realizados com o bloco dos números (Inteiros)

1. Escreva o número 3476 e responda: O que ocorre com o número se substituir 3 por 1 e 4 por 5?
2. Escreva o número 2453 e responda: O que ocorre com o número se substituir 4 por 6 e 3 por 5?
3. Qual o resultado da subtração entre o número 4567 e o número obtido invertendo seus algarismos?
4. Escreva o número 245 e explique como multiplicá-lo por 100.

2.9.7 Desafios realizados com a torre de Hanói

Conforme já mencionado anteriormente no item 3.7, o objetivo do desafio é a remoção dos discos de um bastão para o outro, sem que um disco de maior diâmetro seja colocado em cima de um menor, levando o aluno a realizar operações com potenciação para descobrir o número de remoção que precisa ser realizado, evitando remoções desnecessárias. Assim sendo, vence o participante que finalizar mais rapidamente a ação.

2.9.8 Desafios realizados com as vasilhas de garra pet (Inteiros)

1. Como retirar exatamente 500 ml de água de um balde usando as vasilhas de 300 ml e 700 ml?
2. Como dividir 1000 ml de água em duas partes de 500 ml usando apenas as vasilhas de 300 ml, 700 ml e 1000ml? (Lembrando que os participantes não podem jogar água fora)
3. Como retirar 600ml de água de um balde usando apenas duas vasilhas com capacidade de 400ml e outra de 900ml?
4. Como dividir 800ml de água em duas partes iguais de 400ml usando as vasilhas de 300ml, 400ml e 800ml? (Lembrando que os participantes não podem jogar água fora)

2.10 AS REGRAS DA COMPETIÇÃO

As regras das competições foram elaboradas buscando obter imparcialidade e clareza. Estão sujeitas a modificações, pois as sugestões dadas deverão ser levadas em consideração, já que o objetivo principal da proposta deste trabalho é valorizar e incentivar a participação do aluno.

A seguir tem-se as regras propostas no presente trabalho.

1. A competição será realizada em dois momentos com duração de quatro aulas de 50min totalizando 200 minutos de atividades;
2. Em cada momento será realizado dezesseis desafios;
3. A turma será dividida em dois grupos, pelo número da chamada, um grupo dos pares e outro dos ímpares;
4. Os grupos serão colocados em lados opostos da sala;
5. Cada grupo deve eleger um líder para representá-lo nos sorteios;
6. Para cada grupo será sorteado oito desafios de forma alternada, sendo um desafio para cada um dos jogos citados anteriormente;
7. Cada grupo realizará um desafio com o mesmo tipo de material, que constituirá uma rodada;
8. Para cada desafio realizado o grupo marcará um ponto;
9. É proibido fazer qualquer consulta a pessoas que não sejam do grupo;
10. No momento em que um grupo estiver tentando realizar seu desafio o outro não poderá se manifestar;
11. A falta de respeito de um componente com o outro acarretará na sua eliminação da competição;
12. Caso um grupo não realize o desafio, será dada a oportunidade ao grupo oponente de marcar o ponto e depois seguir com a competição;
13. Se nenhum dos grupos conseguir realizar o desafio, o professor apresentará uma solução;
14. A escolha do grupo que iniciará a competição será feita mediante sorteio.
15. O grupo que der início a cada rodada escolherá o material a ser usado, que não pode ser repetido;
16. Os grupos terão dois minutos para realizar o desafio;
17. Os desafios poderão ser realizados por qualquer componente do grupo;
18. No máximo, três componentes poderão estar junto à mesa para solucionar o desafio, com o propósito de evitar tumulto e possibilitar que a explicação dada para o problema seja compartilhada com todos os envolvidos;

3 REALIZAÇÃO DAS COMPETIÇÕES

A aplicação das competições ocorreu nas turmas do 8º e 9º anos da Escola Estadual Antônio Francisco, com duração de oito aulas, divididas em dois momentos, com intervalo de 7 dias de um encontro para o outro. Em cada momento, foram realizados 8 desafios com cada grupo, totalizando 16 desafios envolvendo os jogos descritos no capítulo 2. A seguir, encontra-se o passo a passo da realização da competição ocorrida nas referidas turmas.

1º Passo: A turma foi dividida em dois grupos, de acordo com as regras da competição;
2º Passo: Foi apresentado os jogos;
3° Passo: Explicou-se a dinâmica da competição bem como as suas regras;
4º Passo: Foi realizado o sorteio do grupo que deu início a atividade;

A competição teve a seguinte sequência:

3.1 PRIMEIRO MOMENTO

1ª Rodada realizada com a balança

- Desafio número 1 – Tarefa sorteada para o grupo par: Como pesar exatamente 250g de areia usando apenas os pesos de 200g e 300g?
- Desafio número 2 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Como dividir 900g de areia em 3 partes, 100g, 300g e 500g usando apenas um peso de 200g?

2ª Rodada realizada com as ampulhetas

- Desafio número 3 – Tarefa sorteada para o grupo par: Como marcar exatamente dois minutos usando as ampulhetas de 5min e 7min?
- Desafio número 4 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Se colocarmos as ampulhetas de 3min, 5min e 7min para funcionarem ao mesmo tempo. Em quantos minutos elas voltarão a ficar vazias juntas novamente?

3ª Rodada realizada com o círculo das expressões numéricas

- Desafio número 5 – Tarefa sorteada para o grupo par: Coloca-se o disco no círculo das expressões numéricas que contenha a seguinte expressão $\sqrt{36} \div 2 + 5 = ?$ de modo que a $\sqrt{36}$ torne-se visível e em seguida gira-se o círculo no sentido horário, até aparecer a igualdade. Pergunta-se o resultado da expressão.
- Desafio número 6 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Coloca-se o disco no círculo das expressões numéricas que contenha a seguinte expressão $8^2 \div 2 + 7 = ?$ de modo que 8^2 torne-se visível e em seguida gira-se o círculo no sentido horário até a igualdade aparecer. Pergunta-se o resultado da expressão.

4ª Rodada realizada com a corrida das operações

Nos desafios de número 7 e 8, cada grupo recebeu uma tampa de garrafa pet e um retângulo numerado de 1 a 5, estando os grupos devidamente posicionados agitou-se os dados dentro da garrafa e cada grupo alternadamente foi desafiado a montar uma expressão numérica com os valores apresentados nos dados e que resultasse em $1, 2, 3, 4$ e 5. O primeiro a chegar em 5, foi declarado vencedor da rodada.

5ª Rodada realizada com números com vírgula.

- Desafio número 9 – Tarefa sorteada para o grupo par: Represente o número racional $12{,}35$ e explique, o que acontece ao retirar uma peça da casa das unidades e colocar na casa dos décimos?
- Desafio número 10 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Represente o número racional $25{,}32$ e explique, o que ocorre ao retirar uma peça dos décimos e colocar na casa das dezenas?

6ª Rodada realizada com o bloco dos números.

- Desafio número 11 – Tarefa sorteada para o grupo par: Escreva o número 2453 e responda: O que ocorre com o número se substituir 4 por 6 e 3 por 5?

- Desafio número 12 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Escreva o número 3476 e responda: O que ocorre com o número se substituir 3 por 1 e 4 por 5?

7ª Rodada realizada com a torre de Hanói.

Os desafios de números 13 e 14 foram realizados com a torre de Hanói. Nesses desafios os grupos perceberam a importância de traçar uma estratégia, pois inicialmente, ficaram a colocar peças de um lugar para outro sem objetividade. Após refletirem um pouco notaram que a forma mais rápida de mover os discos é descobrindo o número de passagem que precisariam realizar.

8ª Rodada realizada com as vasilhas de garrafa pet.

- Desafio número 15 – Tarefa sorteada para o grupo par: Como retirar 600ml de água de um balde usando apenas duas vasilhas com capacidade de 400ml e outra de 900ml?
- Desafio número 16 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Como dividir 800ml de água em duas partes iguais de 400ml usando as vasilhas de 300ml, 400ml e 800ml? (Lembrando que os participantes não podem jogar água fora)

3.2 SEGUNDO MOMENTO

Sete dias após a aplicação do primeiro momento aconteceu o segundo momento.

Como a turma já conhecia os jogos e a dinâmica da competição foi dada a continuidade na ação, de maneira que se realizou mais 16 desafios em 8 rodadas, tendo a seguinte sequência:

1ª Rodada realizada com a balança

- Desafio número 1 – Tarefa sorteada para o grupo par: Como retirar 25% de uma determinada quantidade de areia contida em uma vasilha?

- Desafio número 2 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Entre oito cubos de madeira iguais e da mesma cor existe um que é mais leve que os demais. Como identificá-lo realizando apenas duas pesagens?

2ª Rodada realizada com as ampulhetas

- Desafio número 3 – Tarefa sorteada para os grupos pares. Como marcar exatamente 1min usando as ampulhetas de 3min e 7min?
- Desafio número 4 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Se for colocada as ampulhetas de 3min e 5min para funcionarem ao mesmo tempo. Quando voltarão a secar juntas novamente?

3ª Rodada realizada com o círculo das expressões numéricas

- Desafio número 5 – Tarefa sorteada para o grupo par: Coloca-se um disco no círculo das expressões numéricas contendo a expressão $\sqrt{144} \div 2 + 5 = ?$ de modo que a $\sqrt{144}$ torne-se visível e em seguida gira-se então o círculo no sentido horário até que a igualdade apareça. Pergunta-se então o resultado da expressão.
- Desafio número 6 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Coloca-se um disco no círculo das expressões numéricas contendo a expressão $8^2 \div 2 + 5 = ?$ de modo que 8^2 torn-se visível e em seguida gira-se então o círculo no sentido horário até que apareça a igualdade. Pergunta-se então o resultado da expressão.

4ª Rodada realizada com a corrida das operações

Os desafios de número 7 e 8 foram realizados da mesma forma que no primeiro momento, mas de acordo com as sugestões dadas pelos alunos naquela ocasião, foi colocado mais um dado dentro da garrafa. Tal sugestão foi motivada devido a dificuldade em encontrar uma expressão matemática que resultasse no número desejado.

5ª Rodada realizada com número com vírgula

- Desafio número 9 – Tarefa sorteada para o grupo par: Represente o número racional 12,35 e explique, o que ocorre com o número se for deslocado todas as peças, uma casa para a esquerda, de modo que a vírgula fique entre 3 e 5?
- Desafio número 10 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Represente o número racional 23,45 e explique, o que acontece se for deslocado todas as peças, uma casa para a direita de modo que a vírgula fique entre 2 e 3?

6ª Rodada realizada com os blocos dos números.

- Desafio número 11 – Tarefa sorteada para o grupo par: Qual o resultado da subtração entre o número 4567 e o número obtido invertendo seus algarismos?
- Desafio número 12 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Escreva o número 245 e explique como multiplicá-lo por 100.

7ª Rodada realizada com a torre de Hanói.

Os desafios 13 e 14 foram realizados com a torre de Hanói e como os grupos já conheciam a dinâmica da competição cada um escolheu o seu representante e foram feitos os desafios.

8ª Rodada realizada com as vasilhas de garrafa pet.

- Desafio número 15 – Tarefa sorteada para o grupo par: Como retirar exatamente 500 ml de água de um balde usando as vasilhas de 300 ml e 700 ml?
- Desafio de número 16 – Tarefa sorteada para o grupo ímpar: Como dividir 1000 ml de água em duas partes de 500 ml usando apenas as vasilhas de 300 ml, 700 ml e 1000ml?

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para realização da pesquisa foram utilizadas duas atividades distintas. A primeira mostrou o nível das turmas e a segunda proporcionou resultados significativos e promoveu discussões com os grupos envolvidos.

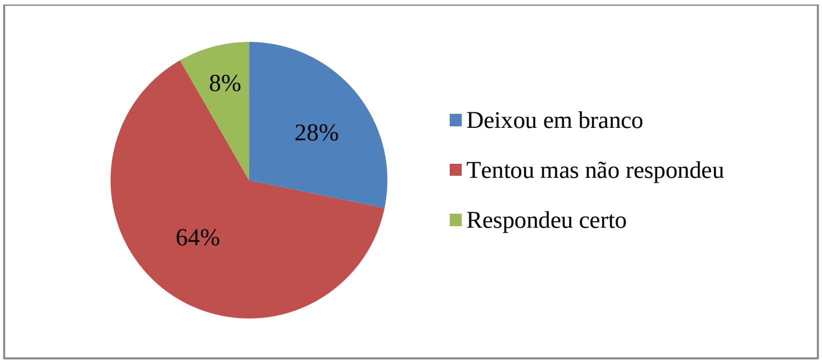
Atividade inicial foi um questionário (Apêndice A) envolvendo três questões: A primeira abordava um problema envolvendo frações, cuja solução exigia interpretação do mesmo. A segunda questão constava de três operações com números racionais, sendo uma adição de frações, uma multiplicação de números decimais e o cálculo de uma porcentagem. Por fim, a questão 3 continha um problema envolvendo adição e subtração de números naturais, cuja solução exigia um pouco mais do raciocínio.

A segunda atividade foi a competição que envolveu, como descrito anteriormente, as turmas do 8° e 9º anos, com duração de oito aulas, divididas em dois momentos, sendo que, em cada momento foram realizados 16 desafios, sendo 02 com cada um dos jogos desenvolvidos neste trabalho.

4.1 DESCRIÇÃO DA PRIMEIRA ATIVIDADE

Questão 1: Uma empresa foi contratada para recapear uma estrada e após ter realizado $3/5$ *do serviço verificou que ainda faltavam* 18 *km. Qual o comprimento da estrada?*

Gráfico 1 – Resultado do questionário referente à questão 1



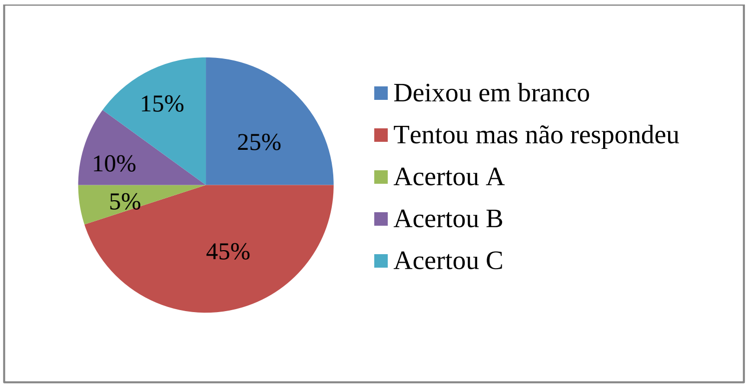
A questão 1 não foi respondida por 92% dos alunos e o que mais chama a atenção é o fato dos mesmos já frequentarem a escola, no mínimo, há 8 anos e as habilidades necessárias para responder um problema desse nível são trabalhadas a partir do 5º ano e repetidas nos anos seguintes.

É certo que o processo de aprendizagem não depende apenas da metodologia, estando relacionado a vários fatores externos que influenciam diretamente na concentração e consequentemente, no aprendizadao do aluno. Por outro lado, acredita-se que, apesar de situações adversas, os alunos deveriam ser capazes de resolver sem maiores dificuldades, a atividade proposta. Talvez uma explicação para este baixo número de acertos, seja uma falta de interesse ocasionada, principalmente pela forma com que os conteúdos são apresentados.

Questão 2: Efetue as operações indicadas abaixo:

a) $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$; b) $15{,}5 \times 2{,}3$; c) 12% de 120;

Gráfico 2 – Resultado do questionário referente à questão 2



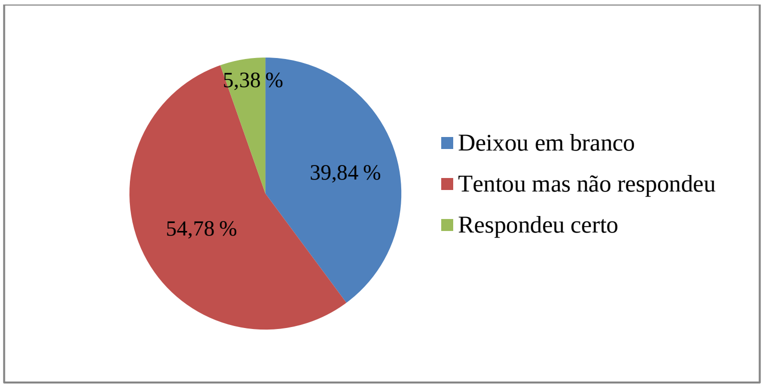
O resultado da questão 2 é no mínimo preocupante e obriga a fazer o seguinte questionamento:

Como é possível que alunos cheguem ao 8º e 9º anos sem saber realizar operações tão simples que foram trabalhadas desde o 4º ano?

A resposta, mais uma vez, está associada à forma como essas operações foram apresentadas. Se faz necessário adotar ações que possibilitem o envolvimento dos alunos na apresentação dos conteúdos, criando um ambiente de discussão e aprendizado, construindo assim, um sentido real à necessidade de aprender as operações básicas da matemática dentro daquela realidade.

Questão 3: A mãe de Pedrinho estava preparando um bolo e precisava retirar de um balde $600\,ml$ *de leite, mas na cozinha não havia uma vasilha graduada. Pedrinho que é um menino que gosta muito de matemática, observou que na cozinha havia uma vasilha de* $400\,ml$ *e outra de* $900\,ml$ *e disse: "eu consigo retirar os* $600\,ml$ *de leite que a senhora precisa". Explique como Pedrinho fez para retirar exatamente os* $600\,ml$ *de leite que sua mãe precisava usando apenas as vasilhas de* $400\,ml$ *e* $900\,ml$*.*

Gráfico 3 – Resultado do questionário referente à questão 3



Mais de 94% dos alunos não conseguiram responder à questão 3, cuja solução dependia da realização de subtrações simples com números naturais e um pouco de criatividade. Esse resultado deixa claro que quando uma solução depende da capacidade do aluno traçar uma estratégia e tomar uma decisão, ele fica totalmente perdido e isso é consequência de uma metodologia ineficiente, repetitiva, que não procura explorar tais habilidades sendo incapaz de estabelecer uma relação entre os conteúdos trabalhados e situações do dia-a-dia do aluno.

O resultado do questionário deixa claro o baixo nível em que se encontram esses alunos, o que é comprovado pelos institutos de pesquisas que medem a qualidade do ensino básico.

4.2 DESCRIÇÃO DA SEGUNDA ATIVIDADE

Apresenta-se a seguir a análise dos resultados da aplicação da competição.

4.2.1. Primeiro momento

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos obedecendo as regras que organizam a competição, apresentadas no capítulo 2.

1ª Rodada: Balança de dois pratos

Resultado do desafio 1, sorteado para o grupo par:

Como pesar exatamente 250g de areia usando apenas os pesos de 200g e 300g?

Apesar do interesse demonstrado, nenhum dos grupos conseguiu realizar o desafio 1. Não foram capazes de estabelecer uma estratégia, ficaram colocando areia nos pratos sem usar os pesos e sem justificativa.

Após o término do tempo, o professor apresentou uma das soluções esperadas**,** que era pesar 500g e dividir em duas partes iguais usando a balança. Todos ficaram atentos à explicação e surpresos com a simplicidade da solução e perceberam que a balança pode ser usada para realizar operações e começaram a propor outras soluções.

Resultado do desafio 2, sorteado para o grupo ímpar:

Como dividir 900g de areia em 3 partes, 100g, 300g e 500g usando apenas um peso de 200g?

A solução apresentada pelo grupo foi a seguinte: Retirou 200g, seguido de mais 200g formando duas porções, restando 500g. Na sequência, o grupo dividiu uma das partes que continha 200g em duas de 100g e juntaram 100g com a outra parte de 200g, obtendo então, uma parte de 100g, uma de 300g e outra de 500g conforme solicitado no desafio.

O desafio foi realizado com sucesso. Acredita-se que depois dos alunos presenciarem a explicação do professor referente ao primeiro desafio, foram capazes de elaborar uma estratégia para apresentar a solução do segundo desafio. Vale ressaltar que no desafio 1, ambos os grupos tiveram a oportunidade de responder a atividade.

2ª Rodada: Ampulhetas

Resultado do desafio 3, sorteado para o grupo par:

Como marcar exatamente dois minutos usando as ampulhetas de 5min e 7min?

O referido grupo fez o seguinte comentário: “*Basta colocar a ampulheta de 5min para funcionar e quando passar um pouquinho da metade temos dois minutos*”. Mostraram tal solução usando a ampulheta e o grupo oponente concordou com a resposta.

Diante de tal solução, o professor indagou os grupos com as seguintes perguntas: “*Como saber quando passou um pouco da metade? O que garante que existem 2min? Para que foi dado a ampulheta de 7min?* ”

A solução esperada foi então apresentada e acompanhada com bastante atenção, que consistiu em colocar as duas ampulhetas para funcionarem ao mesmo tempo e quando a ampulheta de 5min secasse a partir desse momento restariam 2min na ampulheta de 7min. Mais uma vez, todos perceberam a importância de traçar uma estratégia e de ter uma argumentação matemática capaz de dar fundamentação à resposta.

Resultado do desafio 4, sorteado para o grupo ímpar:

Se colocarmos as ampulhetas de 3min, 5min e 7min para funcionarem ao mesmo tempo. Em quantos minutos elas voltaram a ficar vazias juntas novamente?

Apesar do esforço de ambos os grupos, nenhuma solução foi apresentada para o desafio. Não foram capazes de notar que a solução estava associada ao cálculo do mínimo múltiplo comum entre 3, 5 e 7, isto é, as ampulhetas voltariam a ficar vazias simultaneamente em 105min.

Após a resposta, os grupos passaram a discutir o conceito de múltiplos de um número e entender a definição do mínimo múltiplo comum e dar exemplos de onde pode ser aplicado em seu dia-a-dia.

3ª Rodada: Círculo das expressões numéricas

Resultado do desafio 5, sorteado para o grupo par:

Colocou-se um disco no círculo das expressões numéricas que contenha a expressão $\sqrt{36} \div 2 + 5 = ?$ *de modo que a* $\sqrt{36}$ *torne- se visível e em seguida gire-se o círculo no sentido horário até aparecer a igualdade. Perguntou-se o resultado da expressão.*

Rapidamente, o grupo respondeu que o resultado correto.

Resultado do desafio 6, sorteado para o grupo ímpar:

Colocou-se o disco no círculo das expressões numéricas que contenha a seguinte expressão $8^2 \div 2 + 7 = ?$ *de modo que* 8^2 *torne-se visível e em seguida gira-se o círculo no sentido horário até a igualdade aparecer. Pergunta-se o resultado da expressão.*

O grupo ímpar também respondeu corretamente.

Os grupos reconheceram que os desafios foram simples, observando que é possível realizar operações mais complexas e que é uma boa maneira de desenvolver o raciocínio e consequentemente aumentar a agilidade em efetuar cálculos rápidos.

4ª Rodada: Corrida das operações

O grupo par venceu o desafio 7 e o grupo ímpar venceu o desafio 8.

Observou-se que em alguns momentos os números obtidos ao lançar os dados não permitiram encontrar uma expressão que resultasse no número desejado.

Os grupos notaram que dependia do fator sorte e isso possibilitou uma série de discussões em torno do que fazer para resolver tal questão. Aumentar a quantidade de dados dentro da garrafa ou colocar um dado numerado de 0 (zero) a 5, foram as sugestões apresentadas pelos grupos.

5ª Rodada: Números com vírgula

Resultado do desafio 9, sorteado para o grupo par:

Represente o número 12,35 e explique, o que ocorre com o número se retirar uma peça da casa das unidades e colocar na casa dos décimos?

O grupo respondeu a primeira parte corretamente, colocando uma peça na casa das dezenas, duas na casa das unidades, três na casa dos décimos e cinco na casa dos centésimos, porém não explicou de maneira correta o que ocorreu com o número depois da mudança das peças. O grupo oponente teve oportunidade de terminar o desafio e também não obteve êxito.

Para que o grupo ímpar não fosse beneficiado, a explicação sobre o que aconteceu com número obtido ficou para depois do seu desafio.

Resultado do desafio 10, sorteado para o grupo ímpar:

Represente o número 25,32 e explique, o que ocorre com o número se retirar uma peça dos décimos e colocar na casa das dezenas?

Como já era esperado o grupo realizou apenas a primeira parte, mas não completou o desafio.

No desafio 9 a solução esperada era: o número diminui 9 décimos, pois diminuiu uma unidade, mas aumentou um décimo. Já no desafio 10 o número aumentou 9 unidades e 9 décimos, pois aumentou uma dezena, mas diminuiu uma unidade.

As explicações foram acompanhadas atentamente e provocaram várias discussões sobre a importância da posição ocupada por um algarismo e a consequência ao mudar peças de uma ordem para outra.

6ª Rodada: Bloco dos números

Resultado do desafio 11, sorteado para o grupo par:

Escreva o número 2453 *e responda: O que ocorre com o número se substituir 4 por 6 e 3 por 5?*

O grupo apresentou a solução: “basta subtrair 2453 de 2655, ou seja, o número aumentou 202”.

Resultado do desafio 12, sorteado para o grupo ímpar:

Escreva o número 3476 *e responda: O que ocorre com o número se substituir 3 por 1 e 4 por 5?*

O grupo apresentou seguinte resposta: “basta subtrair 1576 de 3476, ou seja, o número diminuiu 1900”.

Os grupos solicitaram que professor comentasse outra forma de responder sem efetuar a subtração e, foi mostrado as soluções esperadas. No desafio 11, o algarismo das centenas aumentou 2 e o algarismo das unidades também aumentou 2, o número aumentou $200 + 2 = 202$, e no desafio 12, o algarismo das unidades de milhar diminuiu 2 e o algarismo das centenas aumentou 1 e assim, o número diminuiu 2000, mas aumentou 100, ou seja, o número diminuiu 1900.

Todos perceberam a importância da posição dos algarismos nos números e que ao aumentar ou diminuir um algarismo, a consequência vai depender da posição que ele ocupa. A facilidade de realizar operações no sistema de numeração decimal foi bastante discutida.

7ª Rodada: Torre de Hanói

Os desafios de números 13 e 14 foram realizados com a torre de Hanói e vencidos pelo grupo par. Nesse caso, os grupos notaram a importância de ter uma estratégia, pois caso contrário, ficam alternando peças entre as torres, sem objetividade e que, a forma mais rápida de mover os discos é descobrindo o número de movimentos que necessitam realizar.

Outra questão bastante discutida diz respeito na relação entre o número de discos e movimentos de uma torre para outra.

8ª Rodada: Vasilhas de garrafa pet

Resultado do desafio 15, sorteado para o grupo par:

Como retirar 600ml de água de um balde usando apenas duas vasilhas, uma com capacidade de 400ml e outra de 900ml?

A solução teve a explicação que segue: *"Basta encher a vasilha de 400ml e colocar na de 900ml e depois colocar água até a metade na vasilha de 400ml, que teria 200ml, em seguida era só juntar com os outros 400ml que estavam na vasilha de 900ml e pronto resultariam os 600ml pedidos"*

O grupo oponente não concordou com a resposta e questionou: "Quem garante que existem 200ml na vasilha de 400ml? Qual a argumentação matemática que garanta que existe 200ml na vasilha de 400ml? "

Houve uma calorosa discussão, mas finalmente o grupo par concordou que o grupo ímpar apresentasse sua solução.

O grupo apresentou a seguinte solução:

“Basta encher a vasilha de 900ml e em seguida retirar 400ml da vasilha de 900ml, colocando no balde, restando assim, 500ml na vasilha de 900ml. Repete-se o processo para obtenção de 100ml na vasilha de 900ml. Em seguida, transfere-se os 100ml de água para a vasilha de 400ml e enche-se novamente a vasilha de 900ml e então, para obter os 600ml pedidos, basta completar a vasilha de 400ml que já contém 100ml, aumentando o volume em 300ml. Com isso, temos os 600ml pedidos na vasilha de 900ml.”

Nesse desafio os grupos discutiram a importância de ter uma estratégia e uma argumentação matemática para dar sustentação à resposta.

Resultado do desafio 16, sorteado para o grupo ímpar:

Como dividir 800ml de água em duas partes iguais de 400ml usando as vasilhas de 300ml, 500ml e 800ml? (Lembrando que não se pode jogar água fora)

Apesar do interesse e das tentativas, nenhum dos grupos apresentou uma solução ao desafio proposto, então foi apresentada a solução esperada.

Deve-se encher a vasilha de 500ml, ficando com 300ml na vasilha de 800ml, 500ml na vasilha de 500ml e a vasilha de 300ml vazia. Enche-se a vasilha de 300ml com a água que estava na vasilha de 500ml, ficando agora com 300ml na vasilha de 800ml, 200ml na vasilha de 500ml e a vasilha de 300ml cheia. Coloca-se a água que está dentro da vasilha de 300ml na vasilha de 800ml, obtendo-se 600ml na vasilha de 800ml, 200ml na vasilha de 500ml e a vasilha de 300ml vazia. Passam-se os 200ml que estão na vasilha de 500ml para a vasilha de 300ml, e assim, tem-se 600ml na vasilha de 800ml, 200 ml na de 300 ml e a de 500 ml ficando vazia.

Com a água que está na vasilha de 800ml, deve-se encher a vasilha de 500ml e obtem-se 100ml na vasilha de 800ml, 500ml na vasilha de 500ml e 200ml na vasilha de 300ml. Finalmente, para obter-se duas partes iguais, basta completar a vasilha de 300ml, usando a água que estava na vasilha de 500ml, uma vez que aquela já contém 200ml, e então tem-se 100 ml na vasilha de 800ml, 400ml na vasilha de 500ml e 300ml na vasilha de 300ml, chegando assim a divisão solicitada.

Após terminar o primeiro momento, ocorreu um empate entre as equipes e, percebeu-se a formação de pequenos grupos, nos quais, discutiam sobre as estratégias que deram certo e aquelas que deram erradas.

O entusiasmo, o interesse, a curiosidade e a participação foram as principais características externadas durante a dinâmica das competições e uma certa ansiedade se deu em torno da realização do segundo momento. No final da competição, os alunos se mostravam mais cautelosos ao apresentar uma resposta, procurando uma fundamentação para a solução.

Na sequência, têm-se os resultados e discussões das competições no segundo momento.

4.2.2. Segundo momento

1ª Rodada: Balança

Resultado do desafio 1, sorteado para o grupo par:

Como retirar 25% de uma determinada quantidade de areia contida em uma vasilha?

O grupo dividiu a areia em duas partes, dividindo novamente uma das partes em outras duas partes iguais obtendo $1/4$ da areia que é igual aos 25% solicitado.

Esse desafio permitiu relacionar frações com porcentagens e também possibilitou analisar que tipo de porcentagem pode ser obtida com a balança.

Resultado do desafio 2, sorteado para o grupo ímpar:

Entre oito cubos de madeira iguais e da mesma cor, existe um que é mais leve que os demais. Como identificá-lo realizando apenas duas pesagens?

Nenhum dos grupos realizou o desafio. A primeira reação dos componentes foi colocar um cubo em cada mão para identificar o cubo mais leve e na sequência, colocar os cubos na balança dois a dois confirmando o resultado. Alguns conseguiram na primeira tentativa, e então, foi necessário fazer as seguintes intervenções:

1. Para que então, foi oferecida a balança?
2. O que fazer se a diferença entre os cubos for tão pequena que não seja possível identificar com as mãos?
3. Se ao colocar os cubos na balança, dois a dois, pode-se contar com a sorte e identificá-lo já na primeira pesagem e não utilizando a segunda pesagem, como solicitado no desafio. Mas o que garante que isso vá ocorrer?

É preciso garantir que o cubo mais leve seja identificado na segunda pesagem sem depender do fator sorte. A solução esperada para esse desafio foi acompanhada com bastante atenção, pois alguns dos membros das equipes não acreditavam ser possível a realização do desafio.

Uma solução para esse desafio se dá ao colocar três cubos em cada prato e deixar dois fora e observa-se as situações que podem ocorrer nessa primeira pesagem:

1. Pode ocorrer equilíbrio na balança e nesse caso, o cubo mais leve é um dos dois que ficaram de fora, identificando-o facilmente na segunda pesagem;
2. Pode ocorrer desequilíbrio na balança e nesse caso, o cubo mais leve é um dos três que estão no prato que ficou mais alto. Para identificar, entre os três, qual é o mais leve, basta colocar na segunda pesagem um cubo em cada prato e deixar o terceiro cubo de fora. Assim, se houver equilíbrio, o cubo mais leve é o que ficou fora do prato. Se houver desequilíbrio, é claro que o cubo mais leve é aquele que está no prato mais alto.

Discutiu-se, mais uma vez, a importância de se traçar uma estratégia. Os desafios realizados com balança também ajudaram na compreensão da seguinte propriedade básica da matemática: em uma igualdade, ao adicionar ou subtrair a mesma quantidade, a igualdade não se altera, desvendado a “velha história que ao mudar de lado o sinal é o da operação oposta”.

2ª Rodada: Ampulhetas

Resultado do desafio 3, sorteado para o grupo par:

Como marcar exatamente 1min usando as ampulhetas de 3min e 7min?

A equipe cocluiu que no instante em que a ampulheta de 3min esvaziasse pela segunda vez, restaria 1min na ampulheta de 7min e assim foi feito.

Resultado do desafio 4, sorteado para o grupo ímpar:

Se colocarmos as ampulhetas de 3min e 5min para funcionarem ao mesmo tempo. Quando voltaram a secar juntas novamente?

O grupo analisou o desafio e notaram que no instante que a ampulheta de 3min secar pela quinta vez e a de 5min secar pela terceira vez, teriam decorridos 15min e ambas estariam vazias, voltando a repetir a cada 15min.

Os alunos já tinham conhecimento do funcionamento das ampulhetas e assim, não encontratram dificuldades em apresentar uma solução para os desafios e ainda comentaram que utilizando as ampulhetas de 3min, 5min e 7min seria possível marcar qualquer intervalo inteiro de tempo.

3ª Rodada: Expressões numéricas

Resultado do desafio 5, sorteado para o grupo par:

Coloca-se um disco no círculo das expressões numéricas contendo a expressão $\sqrt{144} \div 2 + 5 = ?$ *de modo que a* $\sqrt{144}$ *torne- se visível. Gira-se então o círculo no sentido horário até que a igualdade apareça. Pergunta-se então o resultado da expressão.*

Resultado do desafio 6, sorteado para o grupo ímpar:

Coloca-se um disco no círculo das expressões numéricas contendo a expressão $8^2 \div 2 + 5 = ?$ *de modo que* 8^2 *torne-se visível. Gira-se então o círculo no sentido horário até que apareça a igualdade. Pergunta-se então o resultado da expressão.*

Como os grupos tinham uma estratégia traçada pelo fato de já conhecerem o funcionamento do círculo das expressões numéricas devido o primeiro momento, não encontraram dificuldades em mostrar a solução do desafio.

4ª Rodada: Corrida das operações

Semelhante ao primeiro momento, os desafios 7 e 8 foram realizados, acrescentando, somente as sugestões dadas naquela ocasião que foi inserir mais um dado no jogo.

O aumento do número de dados dentro da garrafa facilitou encontrar as expressões desejadas, como tinha sido previsto anteriormente pelos alunos.

5ª Rodada: Número com vírgula

Resultado do desafio 9, sorteado para o grupo par:

Represente o número racional $12{,}35$ *e explique, o que ocorre com o número se deslocarmos todas as peças, uma casa para a esquerda, de modo que a vírgula fique entre 3 e 5?*

Resultado do desafio 10, sorteado para o grupo ímpar:

Represente o número racional $23,45$ *e explique, o que acontece se deslocarmos todas as peças uma casa para a direita de modo que a vírgula fique entre 2 e 3?*

A equipe do desafio 9 respondeu que o número fica multiplicado por 10 e o grupo do desafio 10 relatou que o número fica dividido por 10.

No primeiro momento, os grupos realizaram somente a primeira parte. Como promoveu-se uma ampla discussão naquela ocasião sobre a posição dos algarismos no número, as equipes superaram as dificuldades em responder os desafios na segunda etapa.

6ª Rodada: Blocos dos números

Resultado do desafio 11, sorteado para o grupo par:

Qual o resultado da subtração entre o número 4567 e o número obtido invertendo seus algarismos?

O grupo subtraiu 4576 de 6754 usando o algoritmo da subtração e respondeu que o número aumentou 2178. O grupo oponente comentou que não havia a necessidade de "montar a conta" para responder, bastaria ter notado que o valor aumentou $2000 + 200$ e por outro lado, diminuiu $20 + 2$, ou seja, aumentou 2178.

Resultado do desafio 12, sorteado para o grupo ímpar:

Escreva o número 245 e explique como multiplicá-lo por 100.

O grupo respondeu que bastaria deslocar cada algarismo duas casas para a esquerda, deixando dois zeros a direita do 5.

O interesse em resolver os desafios usando o bloco dos números fez com que os grupos realizarem operações de forma espontânea, mostrando a importância de alternativas construtivas na metodologia de ensino.

7ª Rodada: Torre de Hanói

Os desafios 13 e 14 foram realizados com a torre de Hanói e como os grupos já conheciam a dinâmica da competição, cada um escolheu o seu representante, sendo o grupo par o vencedor desses desafios.

8ª Rodada: Vasilhas de garrafa pet

Resultado do desafio 15, sorteado para o grupo par:

Como retirar exatamente 500ml de água de um balde usando as vasilhas de 300ml e 700ml?

O grupo iniciou a realização do desafio, enchendo a vasilha de 700ml e retirando 300ml seguido de mais 300ml, ficando com apenas 100ml de água na vasilha de 700ml.

Em seguida, colocou os 100ml na vasilha de 300ml e assim, para obter os 500ml solicitado no desafio, a equipe novamente, encheu a vasilha de 700ml e utilizaram 200 ml para completar o volume da vasilha de 300ml, uma vez que, esta já continha 100ml. Assim restou-se 500ml na vasilha de 700ml, terminando o desafio.

Como o grupo par, abriu dois pontos de vantagem em relação ao grupo ímpar e este último, só tinha direito a mais um desafio, o grupo par tornou-se vencedor da competição.

Os alunos não se importavam mais com o resultado da competição e solicitaram a aplicação do último desafio. Tal comportamento mostrou o interesse e entusiasmo que a competição promoveu entre os alunos. O comportamento competitivo ficou em segundo plano e abriu espaço para o desenvolvimento do raciocínio e para o trabalho em equipe.

Resultado do desafio número 16, sorteado para o grupo ímpar:

Como dividir 1000ml em duas partes de 500ml usando apenas as vasilhas de 300ml, 700ml e 1000ml?

Como a competição já tinha um vencedor os grupos se uniram e mostraram empenho na apresentação da solução.

Primeiramente, encheram a vasilha de 700ml, ficando com 300ml na vasilha de 1000ml e 700ml na de 700ml. Depois, transferiram 300ml da vasilha de 700ml para a vasilha de 300ml, obtendo 300ml na de 1000ml, 400ml na 700ml e 300ml na de 300ml e em seguida, devolveram os 300ml que estavam na vasilha de 300ml para a vasilha de 1000ml, ficando com 600ml na vasilha de 1000ml e 400ml na de 700ml. Na sequência, passaram 300ml da vasilha de 700ml para a de 300ml, chegando a 100ml na de 700ml, 300ml na de 300ml, 600ml de água na de 1000ml e devolveram os 300ml para a vasilha de 1000ml.

Dessa forma, a vasilha de 1000ml continha 900ml e a de 700ml com 100ml de água, passando esses 100ml para a vasilha de 300ml, ficando vazia a vasilha de 700ml. Dos 900ml que estavam na vasilha de 1000ml, eles encheram a vasilha de 700ml, restando 200ml na vasilha de 1000ml e 100ml na vasilha de 300ml. Finalmente, utilizaram parte dos 700ml que estavam na vasilha de 700ml para completar a vasilha de 300ml e, como esta já continha

100ml, foi retirado apenas 200ml ficando os 500ml na vasilha de 700ml, realizando a divisão pedida.

Todos os desafios foram encarados com empenho e entusiasmo, principalmente quando se tratava daqueles que não foram realizados no primeiro momento.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O interesse por essa temática surgiu a partir da experiência docente e de reflexões obtidas através de atividades realizadas durante o período de formação. O estudo teve como objetivo apresentar uma metodologia baseada na ludicidade que venha contribuir positivamente para o desempenho dos alunos, na realização de operações básicas com números racionais, bem como melhorar o raciocínio, a criatividade e a interpretação, possibilitando a interação dos sujeitos, a fim de que, estes explorem, construam suas hipóteses, assimilem experiências e informações e, sobretudo, incorporem conceitos, atitudes e valores.

Durante o processo de execução desse trabalho, aprendemos que o conceito de lúdico apresenta dois elementos que o caracterizam: o prazer e o esforço espontâneo. É considerado prazeroso, devido a sua capacidade de envolver o indivíduo de forma intensa e total, criando um clima de entusiasmo e é este aspecto de envolvimento emocional que o torna uma atividade com forte teor motivacional, capaz de gerar um estado de vibração e euforia. Em virtude desta atmosfera de prazer dentro da qual se desenrola, a ludicidade é portadora de um interesse intrínseco, canalizando as energias no sentido de um esforço total para a execução do objetivo.

Como atividade física e mental que mobiliza as funções e operações, a ludicidade aciona as esferas motora e cognitiva, à medida que gera envolvimento emocional, no processo de aprendizagem, funcionando assim como importante agente facilitador.

Foram expostos relevantes instrumentos lúdicos que podem ser utilizados com grande eficiência pelos professores em sala de aula. Primariamente fez-se uma delineação do escopo teórico, destes instrumentos e tomando por base, as situações cotidianas dos professores e a concepção teórica adotada, foram apresentadas propostas de atividades práticas, para o uso eficiente destes instrumentos lúdicos.

Os resultados obtidos e a análise feita indicam que é possível fazer um uso inteligente do jogo em sala de aula no ensino da Matemática. As atividades desenvolvidas proporcionaram momentos significativos de aprendizagem, enriquecidas por discussões e reflexões adequadas à complementação do estudo das operações com números racionais. No entanto, o que pudemos perceber, é que, em atividades desse tipo, é preciso ter um envolvimento e empenho muito grande, tanto do professor quanto dos alunos. Para que atividades desse tipo tenham sucesso, é necessário criar o máximo de situações no intuito de fazer com que os alunos colaborem em todo o processo investigativo. Reafirmamos, pois a importância desta pesquisa no sentido de contribuir para uma reflexão sobre a prática pedagógica da Matemática com o objetivo de melhorar o seu ensino e tornar o aluno foco desse ensino.

Este trabalho contribuiu para enriquecer os nossos conhecimentos, visto que pudemos constatar que é possível tornar a Matemática mais prazerosa e menos tediosa para os alunos, além de permitir que eles desenvolvam o seu raciocínio com participação ativa e organização do pensamento matemático. Foi valorizado nesta pesquisa o uso do jogo no ensino da Matemática, com o objetivo de ajudar na aprendizagem, tornando-a útil e compreensiva para o aluno, além de trazer momentos de alegria descontração, envolvimento pela atividade lúdica que o jogo representa.

Ao final deste trabalho, aprendemos que ensinar requer planejamento, compromisso e dedicação. Exige, principalmente, uma postura crítica por parte do docente e, para isso, deve-se estar acessível às propostas inovadoras, a fim de desenvolver um trabalho de forma eficaz, o qual possa garantir o desenvolvimento integral dos educandos.

Espera-se que esse trabalho possa dar uma contribuição, por pequena que seja ao processo de ensino da matemática e desperte o interesse de outros professores a realizarem atividades com o uso de materiais de natureza lúdica.

6 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Os jogos desenvolvidos neste trabalho podem ser adaptados e utilizados com alunos dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, dependendo apenas da boa vontade e da criatividade do professor querer buscar uma maneira de atrair a atenção de seus alunos, tarefa que tem se tornado cada vez mais difícil nos dias de hoje.

Como exemplo dessas adaptações, os pesos da balança podem ser indicados com uma diferença de 10 unidades e com isso, esses valores menores possibilitarão que alunos dos anos iniciais consigam realizar os desafios propostos e o mesmo pode ser feito com as vasilhas de garrafas pet. É importante ressaltar que qualquer mudança nos jogos, deve-se levar em consideração o nível de ensino, as diversidades da turma, o conteúdo que se deseja trabalhar e seus objetivos.

Uma outra sugestão de atividade que deixamos e que pode ser desenvolvida no Ensino Fundamental é realizar um “Bingo de expressões numéricas”, que consiste em o professor colocar em uma urna 25 números distintos e construir duas ou mais cartelas contendo os mesmos números que se encontram na urna (o número de cartelas depende da quantidade de grupos que irão participar) e em seguida, elaborar para cada número, uma expressão numérica que o tenha como resultado um número da cartela, faltando somente estabeler as regras.

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, I. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. São Paulo: Cortez, 2003.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental*:* Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

CABRAL, **Marcos Aurélio. A utilização de jogos no ensino da matemática.** 2006.51 f. Monografia (especialização) – Curso de Matemática, Universidade federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

CARDOSO, M. C. **Baú de memórias: representações de ludicidade de professores de educação infantil** /Programa Pós-Graduação- Mestrado em Educação/FACED/UFBA. – 2008.170 f.

CHAVES, Eni Fátima de Souza. **O Lúdico e a matemática.** 2009. 44 f. Monografia (Especialização) - Curso de Matemática, Faculdade Pedro II, Belo Horizonte, 2009.

CUCA, Racha. **Problema dos baldes.** Disponível em: <http://rachacuca.com.br/enigmas/6/problema-dos-baldes/>. Acesso em: 22 jan. 2015.

DUARTE, Cátia Alexandra. **O papel do lúdico na aprendizagem matemática.** 2011. 138 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade de Lisboa, Portugal, 2011.

FARIAS, José Vilani de. **A MATEMÁTICA E O LÚDICO:** TRABALHANDO FUNÇÕES COM O GEOGEBRA. 2012. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Semiárido, Mossoró, Rio Grande do Norte, 2012.

GRASSI, T. M. **Oficinas psicopedagógicas**. 2ª ed. rev. e atual. Cur itiba: IBPEX, 2008.

GRANDO, Regina Celia. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática.** 1995. 175 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 1995.

KAMII, C; DECLARCK, G. Reinventando a Aritmética, aplicações da teoria de Piaget. Porto Alegre, R.S, 2001, 308p.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. **Jogos Infantis: o jogo, a criança e a educação**. Petrópolis: Vozes, 1993.

____________, T. M. (Org.) **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 7ª ed. São Paulo. Cortez, 2003.

____________. (Org.). **O brincar e suas teorias.** São Paulo: Cengage Learning, 2008.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática.** (Coleção magistério. Série formação de professor). São Paulo: Cortez, 1994.

MALUF, Angela Cristina Munhoz. **Brincar: Prazer e Aprendizado**. Petrópolis RJ: Vozes, 2003.

MATURANA, H.R; VERDEN-ZOLLER, G. **Amar e brincar**: fundamentos esquecidos do humano. São Paulo: Palas Athena, 2004.

MOYLE, J. R. (2002). **Só brincar?** O papel do brincar na educação infantil. Porto Alegre Artmed

NEGRINE, A. **O Lúdico no Contexto da Vida Humana: da primeira infância à terceira idade**. In SANTOS, Santa Marli Pires dos. (org.). **Brinquedoteca: a criança, o adulto e o lúdico.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2000.

OLIVEIRA, M.A.C. **Psicopedagogia: a instituição em foco**. Curitiba: IBPEX, 1985.

OLIVEIRA, Sandra Regina Nardis; SILVA, Renata. **O lúdico e suas múltiplas derivações na realização da educação infantil**. Revista de divulgação técnica cientifica do ICPG, vol. 3 n. 10, jan. - jun. 2007. Disponível em: www.google.com.br. Acesso em: 14 fev. 2009.

PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

______. **A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação.** Trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

SÁ. N. M. C. **Conceito de lúdico**. Disponível em: <http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo3/ludicidade/neusa/conc_de_ludico.html.>. Acesso em: 20.06.2015.

SALOMÃO, H. A. S.; MARTINI, M.; JORDÃO, A. P. M; **A importância do lúdico na educação infantil:** enfocando a brincadeira e as situações de ensino não direcionado. Disponível em: <http://www.psicologia.pt/artigos/textos/a0358.pdf.>. Acesso em: 20.06.2015

SANT'ANNA, Alexandre; NASCIMENTO, Paulo Roberto do. A história do lúdico na educação. **Revemat,** Florianópolis, v. 6, n. 2, p.19-36, 2011.

SANTOS, Santa Marli Pires dos. (Org.). **Brinquedoteca**: o lúdico em diferentes contextos. Petrópolis, RJ: Vozes, 1997.

SILVA, Marco. **Sala de aula interativa**. Rio de Janeiro: Quartet editora, 2002.

SMOLE, K. S. DINIZ, M. I. MILANI, E. Jogos de matemática de 6o a 9o ano. Porto Alegre: Artmed, 2007. (Série Cadernos do Mathema-Ensino Fundamental)

TAPIA, Alonso Jesús; FITA, Enrique Caturla. **A motivação em sala de aula: o que é, como se faz.** 7ª ed. São Paulo: edições Loyola, 2006.

TEIXEIRA, C. E. J. (1995). **A ludicidade na escola**. São Paulo: Loyola.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VYGOTSKY, L.S.; LURIA, A.R.; LEONTIEV, A.N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 2ª ed. São Paulo: Ícone Editora, 1988.

APÊNDICE

Este anexo se refere ao questionário aplicado aos alunos antes da competição.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
QUESTIONÁRIO – PESQUISA DE CAMPO

Responda cada problema que segue.

1) Uma empresa foi contratada para recapear uma estrada e após ter realizado $3/5$ do serviço verificou que ainda faltavam $18\ km$. Qual o comprimento da estrada?

2) Efetue as operações indicadas abaixo.

a) $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$; b) $15{,}5\ \times 2{,}3$; c) 12% de 120;

3) A mãe de Pedrinho estava preparando um bolo e precisava retirar de um balde 600 ml de leite, mas na cozinha, não havia uma vasilha graduada. Pedrinho que é um menino que gosta muito de matemática observou que na cozinha havia uma vasilha de 400 ml e outra de 900 ml e disse: “eu consigo retirar os 600 ml de leite que a senhora precisa”. Explique como Pedrinho fez para retirar exatamente os 600 ml de leite que sua mãe precisava usando apenas as vasilhas de 400 ml e 900 ml.