Lenilson Oliveira da Silva

Atividades Lúdicas no Ensino do Teorema de Pitágoras

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

ABRIL DE 2016

Lenilson Oliveira da Silva

Atividades Lúdicas no Ensino do Teorema de Pitágoras

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Profª. Liliana Angelina Leon Mescua

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
ABRIL DE 2016

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do **CCT** / **UENF** **109/2016**

Silva, Lenilson Oliveira da
Atividades lúdicas no ensino do Teorama de Pitágoras / Lenilson Oliveira da Silva. – Campos dos Goytacazes, 2016.
107 f. : il.
Dissertação (Mestrado em Matemática) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2016.
Orientador: Liliana Angelina León Mescua.
Área de concentração: Matemática.
Bibliografia: f. 71-73.
1. PÍTÁGORAS 2. PITÁGORAS, TEOREMA DE 3. DEMONSTRAÇÕES 4. ATIVIDADES LÚDICAS I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas II. Título

CDD 516.24

Lenilson Oliveira da Silva

Atividades Lúdicas no Ensino do Teorema de Pitágoras

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 28 de Abril de 2016.

Prof. Rigoberto Gregorio Sanabria Castro
D.Sc. - UENF

Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre
D.Sc. - UENF

Profª. Gilmara Teixeira Barcelos Peixoto
D.Sc. - IFF

Profª. Liliana Angelina Leon Mescua
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho primeiramente àquele que me deu forças, Jesus Cristo, nosso Senhor, porque me julgou digno de confiança para realizar este curso; à minha esposa, meu porto seguro; aos meus filhos, presentes que Deus me deu e aos meus pais que sempre me apoiaram em meu estudos.

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço a Deus, que me concedeu o dom da vida bem como a oportunidade de concluir esse curso, mesmo diante de tantas adversidades que foram todas vencidas. "Ao Rei eterno, ao Deus único, imortal e invisível, sejam honra e glória para todo o sempre. Amém." (ITimóteo 1:17)

À minha querida esposa Edilaine e filhos, pessoas especiais em minha vida, que me apoiaram a todo instante e compreenderam o motivo da minha ausência durante a longa jornada.

Aos meus pais e irmãos, que sempre me incentivaram a estudar como forma de crescer e vencer na vida.

Ao Colégio Estadual Almirante Barão de Teffé, em especial a minha querida diretora Maria Ortiz Monteiro por me ajudar com os horários que sempre favoreciam os meus estudos e também por ter aberto as portas do colégio para o desenvolvimento deste projeto.

Aos meus alunos que participaram desta pesquisa.

À minha orientadora Liliana Angelina Leon Mescua por confiar em mim para realizar este trabalho. Agradeço não só por cada detalhe que me orientou neste trabalho, mas também pelas aulas que ministrou.

Aos meus amigos de trabalho, profª Beatriz Pestana e prof. Édio Mello pelas maravilhosas aulas de inglês e também à minha amiga Ana Isabel pelas contribuições na Língua Portuguesa.

Aos meus colegas de Mestrado, pelos momentos agradáveis e pela força nas situações difíceis, principalmente durante a preparação para o ENQ onde durante os grupos de estudos pudemos cultivar nossas amizades. Não posso deixar de agradecer aos colegas Cissa e Eduardo que cederam suas residências para que pudéssemos pernoitar durante os períodos de provas. Muito obrigado!

Agradeço aos mestres da UENF: Mikhail, Geraldo, Oscar, Nelson e em especial ao professor Rigoberto Sanabria, pela valiosa ajuda no LaTeX.

Ao Felipe Curty, pela amizade e pela companhia durante nossas viagens para a universidade.

Em especial agradeço a minha amiga Andréia Caetano, um presente que Deus me deu nesse curso. Uma grande amiga, parceira de estudos e viagens. Sem as suas ajudas a caminhada teria sido muito mais árdua.

E a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste curso.

"A matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o universo."
Galileu Galilei

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar e experimentar uma sequência didática que permita amenizar as dificuldades apresentadas pelos alunos na fixação, compreensão e aplicação do Teorema de Pitágoras. A pesquisa foi realizada em 2015 com alunos de duas turmas do 9^o ano, do Colégio Estadual Almirante Barão de Teffé, localizado na cidade de Santo Antônio de Pádua-RJ. Para adequar-se ao currículo escolar empregado na rede pública do Estado, no segundo bimestre ambas as turmas foram apresentadas ao teorema e a problemas relacionados e só no quarto bimestre foi realizada a aplicação da sequência didática. Inicialmente foi aplicado um teste (Pré-teste) para verificar o nível de aprendizado em ambas as turmas, porém só na turma 902 houve a intervenção pedagógica do professor, pois esta obteve o menor aproveitamento médio nas avaliações externas até o encerramento do segundo bimestre. Com esta turma, foram realizadas atividades lúdicas que lhes permitiram: confirmar a veracidade do teorema com material concreto (quebra-cabeças), explorar aplicações e fixar seu enunciado por meio de exercícios contextualizados, jogos e música. Finalmente, foi reaplicado o teste inicial (Pós-teste) a ambas turmas, com o intuito de mostrar a melhora no desempenho da turma que teve a intervenção pedagógica aplicada pelo professor.

Palavras-chaves: Pitágoras, Teorema de Pitágoras, Demonstrações, Atividades Lúdicas.

Abstract

This work aims to present and experience a didactic sequence to allow ease the difficulties presented by the students in keeping, understand and apply the Pythagorean Theorem. The survey was conducted in 2015 with students from two classes of ninth grade in a public school called Colégio Estadual Almirante Barão de Teffé, located in Santo Antônio de Pádua-RJ. To adapt this issue to the School Curriculum, used in public education of the state, in the second bimester, both groups were presented to the Theorem and the associated problems and, only in the fourth bimester, the application of the didactic sequence was performed. Initially it was applied a test (pre-test) to check the level of learning in both groups, but only in class 902 happened a pedagogical intervention of the teacher, because it had got the lowest average achievement in external evaluations until the end of the second bimester. Recreational activities were performed with this group that allowed them: confirm the truth of the theorem with concrete material (puzzle), exploring applications and understand your statement by means of contextualized exercises, games and music. Finally, we reapplied the initial test (post-test) both classes, in order to show the improved performance of the group that had the pedagogical intervention applied by the teacher.

Key-words: Pythagoras, Pythagorean theorem , Proofs , Ludic Activities .

Lista de ilustrações

Figura 1 – Pitágoras 21
Figura 2 – Plimpton 322 23
Figura 3 – Tradução da Plimpton 322 23
Figura 4 – Placa do museu de Yale 24
Figura 5 – Gou Gu 25
Figura 6 – Diagonal do quadrado de lado 1 26
Figura 7 – 4 triângulos retângulos 28
Figura 8 – Triângulo retângulo com lados e ângulos definidos 28
Figura 9 – 4 triângulos reorganizados 28
Figura 10 – 4 triângulos retângulos em nova configuração 29
Figura 11 – 4 triângulos formando um quadrado 29
Figura 12 – Comparação dos quadrados 29
Figura 13 – Retirada dos 4 triângulos de cada figura 30
Figura 14 – 4 triângulos organizados de forma diferente 30
Figura 15 – Área do quadrado maior 31
Figura 16 – Demonstração por semelhança 31
Figura 17 – Demonstração do Presidente 32
Figura 18 – Demonstração de Leonardo da Vinci 34
Figura 19 – Triângulo de base c e altura h 35
Figura 20 – Triângulo obtuso de base c e altura h 35
Figura 21 – Questão do saerjinho 37
Figura 22 – Relatório de rendimento do saerjinho do 1^o bimestre de 2015, das turmas do 9^o ano do C.E. Almirante Barão de Teffé/MATEMÁTICA 43
Figura 23 – Relatório de rendimento do saerjinho do 2^o bimestre de 2015, das turmas do 9^o ano do C.E. Almirante Barão de Teffé/MATEMÁTICA 43
Figura 24 – Resposta do sujeito A21 para a questão 1 48
Figura 25 – Resposta do sujeito A10 para a questão 2 49
Figura 26 – Resposta do sujeito B12 para a questão 3 50
Figura 27 – Resposta do sujeito B05 para a questão 4 51
Figura 28 – Resposta do sujeito A26 para a questão 5 51
Figura 29 – Resposta do sujeito A11 para a questão 5 52

Figura 30 – Resposta do sujeito A18 para a questão 6 52
Figura 31 – Resposta do sujeito A24 para a questão 7 53
Figura 32 – Resposta do sujeito B08 para a questão 8 54
Figura 33 – Resposta do sujeito A09 para a questão 9 55
Figura 34 – Resposta do sujeito B19 para a questão 10 56
Figura 35 – Rendimento do Pré-Teste das Turmas 901 e 902 57
Figura 36 – Quebra-cabeças 58
Figura 37 – Alunos em atividades com quebra-cabeças 59
Figura 38 – Mistério do quebra-cabeça 5 59
Figura 39 – Equivalência de áreas sobre os lados do triângulo 60
Figura 40 – Desmonstração do teorema 61
Figura 41 – Apresentação dos alunos 62
Figura 42 – Principais erros dos alunos 63
Figura 43 – Resposta do sujeito B03 para a questão 3 64
Figura 44 – Material para a trilha pitagórica 65
Figura 45 – Alunos jogando a trilha pitagórica 65
Figura 46 – Aproveitamento Médio por Teste 66
Figura 47 – Evolução do Desempenho da Turma 901 67
Figura 48 – Evolução do Desempenho da Turma 902 68
Figura 49 – Resposta de um aluno para uma questão da avaliação do projeto 69

Lista de tabelas

Tabela 1 – Relatório de Frequência aos Encontros da Turma 902 46
Tabela 2 – Resultado da questão 1 do pré-teste 48
Tabela 3 – Resultado da questão 2 do pré-teste 49
Tabela 4 – Resultado da questão 3 do pré-teste 49
Tabela 5 – Resultado da questão 4 do pré-teste 50
Tabela 6 – Resultado da questão 5 do pré-teste 51
Tabela 7 – Resultado da questão 6 do pré-teste 52
Tabela 8 – Resultado da questão 7 do pré-teste 53
Tabela 9 – Resultado da questão 8 do pré-teste 54
Tabela 10 – Resultado da questão 9 do pré-teste 55
Tabela 11 – Resultado da questão 10 do pré-teste 56
Tabela 12 – Rendimento dos alunos para as questões dos problemas 63

Lista de abreviaturas e siglas

CE	Colégio Estadual
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPP	Projeto Político Pedagógico
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SAERJ	Sistema de Avaliação do Estado do Rio de Janeiro
SEEDUC	Secretaria de Estado de Educação

Lista de símbolos

α	Letra grega Alpha
β	Letra grega Beta
θ	Letra grega Teta
$=$	Igual
$>$	Maior que
$<$	Menor que

Sumário

Introdução 17

1 HISTÓRIA DO TEOREMA DE PITÁGORAS 21
1.1 Na Babilônia 22
1.2 Na China 24
1.3 Uma crise: a descoberta dos incomensuráveis 25

2 DEMONSTRAÇÕES 27
2.1 Demonstrações Aplicadas 27
2.1.1 Demonstração I 28
2.1.2 Demonstração II 30
2.2 Outras Demonstrações 31
2.2.1 Demostração por Semelhança de Triângulos 31
2.2.2 A Demonstração do Presidente 32
2.2.3 A Demonstração de Leonardo da Vinci 33
2.3 A Recíproca do Teorema de Pitágoras 34

3 ATIVIDADES LÚDICAS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA 37

4 METODOLOGIA 40
4.1 Tipo de Pesquisa 40
4.2 Campo da Pesquisa 41
4.3 Sujeitos da Pesquisa 42
4.4 Instrumentos da Pesquisa 44
4.4.1 Pré-teste 44
4.4.2 Atividades 44
4.4.3 Pós-teste 45
4.5 Procedimentos da Pesquisa 45

5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA EM SALA DE AULA 47
5.1 Pré-Teste 47
5.2 Intervenção Pedagógica 57
5.2.1 Atividade 1: Demonstrando com Quebra-cabeças 58
5.2.1.1 Objetivo 58
5.2.1.2 Confecção do Material 58
5.2.1.3 Desenvolvimento da Atividade 58

5.2.1.4 Concluindo a Atividade 1 60
5.2.2 Atividade 2: Aprimorando as Bases do Conteúdo 60
5.2.2.1 Avançando nas Demonstrações 60
5.2.2.2 Aprimorando com música 61
5.2.3 Atividade 3: Resolvendo Problemas 61
5.2.4 Atividade 4: Trilha Pitagórica 64
5.2.4.1 Confecção do Material 64
5.2.4.2 Desenvolvimento da Atividade 64
5.2.4.3 Concluindo a Atividade 65
5.3 Pós-teste 66
5.3.1 O Desempenho da Turma 901 66
5.3.2 O Desempenho da Turma 902 67

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 70

REFERÊNCIAS 72

APÊNDICES 75

APÊNDICE A – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE 76

APÊNDICE B – ATIVIDADES PARA OS QUEBRA-CABEÇAS 81

APÊNDICE C – MOLDE PARA DADOS 84

APÊNDICE D – AVALIAÇÃO FINAL DO TRABALHO 86

ANEXOS 88

ANEXO A – ATIVIDADES APLICADAS 89

ANEXO B – MUSICA DO TEOREMA DE PITÁGORAS 92

ANEXO C – LISTA DE EXERCÍCIOS 94

ANEXO D – TRILHA PITAGÓRICA 96

ANEXO E – BARALHO PARA A TRILHA 99

ANEXO F – QUEBRA-CABEÇAS 102

Introdução

Como professor, é um sonho verificar que todos os alunos de uma turma aprenderam determinado conteúdo ao término da aplicação de suas atividades. Porém é comum encontrar alunos que ainda apresentam algum tipo de dificuldade. A pergunta que fica é: o que deu errado? Pesquisando a respeito do assunto, verifica-se que a preocupação com os vários problemas na aprendizagem dos alunos é bastante comum entre estudiosos, psicopedagogos e educadores, sendo um deles o relacionado ao déficit na aprendizagem da matemática (ABREU, 2013). Fazendo uma análise dos problemas de aprendizagem, é possível verificar que na maioria das vezes o ensino acaba sendo focado nos conceitos e não no próprio aluno.

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais dos diferentes níveis de ensino, publicados em 1998, 1999 e 2002, e outros documentos oficiais referentes à Educação no Brasil têm enfatizado a necessidade de focar o ensino e a aprendizagem no desenvolvimento de competências e habilidades por parte do aluno, em lugar de centrá-lo no conteúdo conceitual. Essa visão está em sintonia com uma tendência mundial fundamentada nos quatro pilares para a Educação propostos pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco, sigla em inglês): aprender a conhecer; aprender a fazer; aprender a viver com os outros e aprender a ser (CERQUEIRA, 2013, p. 1).

Esse foco dado ao conteúdo acaba descontextualizando o ensino, gerando uma série de consequências danosas à aprendizagem.

> O “insucesso” de alguns alunos e alunas na aprendizagem da matemática parece estar diretamente ligado à insuficiência de base em assuntos anteriores o que leva mais uma vez, a questão da contextualização: se o/a aluno/a não consegue relacionar a informação recebida com algo real, fica difícil esta chegar a ser construída cognitivamente (FERNANDES et al., 2009, p. 2).

Devido a essas situações, o conteúdo matemático acaba sendo considerado por alguns alunos como o mais difícil dentre outras áreas do conhecimento, o que coloca o professor diante de um desafio na elaboração de estratégias e metodologias para ensiná-lo de maneira prática, científica e de forma que explicite por meio de experiências o seu significado. Assim, para que o aprendizado atinja o maior número possível de alunos em uma sala de aula, torna-se necessário que o professor utilize de estratégias diversificadas no intuito de tentar atender, na medida do possível, as especificidades dos alunos para que o aprendizado se consolide com o máximo de sentido e significado (MIRANDA et al., 2013).

As atividades de geometria são muito propícias para que o professor adote estratégias que articulem conhecimentos teóricos com experiências concretas. Os PCNs (BRASIL, 1998), por exemplo, sugerem a utilização de quebra-cabeças como uma excelente ferramenta para que o aluno deduza a fórmula do Teorema de Pitágoras utilizando áreas.

Tanto nos PCNs (BRASIL, 1998) quanto na proposta curricular do Estado do Rio de Janeiro (BELFORT et al., 2010), o conceito Teorema de Pitágoras é indicado para ser abordado no nono do Ensino Fundamental. Em ambos o assunto é trabalhado tanto no campo Geométrico como também no campo dos Números e Operações, identificando os números irracionais na reta numérica.

A escolha do tema foi motivada por uma situação real ocorrida dentro da sala de aula do autor deste trabalho, durante a aplicação de uma das provas diagnósticas da SEEDUC-RJ (RJ, 2015). Essa prova foi aplicada para o terceiro ano do ensino médio, uma série em que os alunos já estudaram todos os assuntos necessários para resolver problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras. Contudo, após a correção, foi detectado que apenas 22% dos alunos acertaram esta questão. O que deu errado pelo caminho?

Fazendo uma análise da matriz da Prova Brasil (BRASIL, 2011), é possível notar uma proximidade muito grande com o percentual de acertos de um exemplo de questão que trata o Descritor 10, o qual se refere à habilidade "Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos". Esta habilidade avalia a capacidade de o aluno resolver problemas utilizando as relações métricas nos triângulos retângulos, em especial, o Teorema de Pitágoras (BRASIL, 2011). Dessa forma, observa-se que o problema não é local e sim nacional. Com relação a esse problema, o INEP faz a seguinte análise do resultado de uma questão modelo que pode ser encontrada na matriz da Prova Brasil:

> O que o resultado sugere? O resultado é muito preocupante. Menos de 1/5 da população avaliada mostra domínio da habilidade. A grande proporção de alunos que marcaram as alternativas incorretas indica que estes entendem que a medida da hipotenusa corresponde à soma das medidas dos catetos. Os 31% que assinalaram "A" ou "C" simplesmente repetiram uma das medidas ou subtraíram os valores dados (BRASIL, 2011, p. 166).

Algumas sugestões são feitas.

> Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade? Esse descritor aborda um dos assuntos de maior aplicação no cotidiano dos alunos. Existe uma infinidade de problemas que devem ser trazidos para resolução em sala de aula. O professor pode estimular seus alunos a resolver questões bem práticas como: calcular a distância de um ponto no solo até o topo de um poste de iluminação; calcular a medida da diagonal

> do piso da sala de aula; calcular o tamanho mínimo de uma escada usada para atingir o telhado de um prédio (BRASIL, 2011, p. 166).

Considerando o fracasso obtido pelos alunos do 3^o ano do Ensino Médio, o público alvo escolhido para melhorar esta realidade foi o 9^o ano, em razão de que este conteúdo faz parte dos temas a serem avaliados no Descritor 10 [1], nesta etapa de escolaridade.

Na obra de Filho (2013) é possível encontrar uma ideia central semelhante à contida neste trabalho. Segundo sua ideia, uma variedade de recursos didáticos faz com que o aluno tenha várias possibilidades de aprendizagem. Esse mesmo autor não faz nenhuma espécie de avaliação sobre o conhecimento inicial dos alunos e nem se preocupa em corrigir distorções de aprendizado. Porém, essa foi uma das preocupações deste trabalho.

Além da obra de Filho (2013), é possível encontrar outros autores apresentando ideias semelhantes às contidas neste trabalho. Entre estas, podemos encontrar a obra de Strapason (2011), o qual trabalha "O Uso de Jogos Como Estratégia de Ensino e Aprendizagem na Matemática no 1° Ano do Ensino Médio" aplicados ao conceito de funções e funções polinomiais do 1° e do 2° graus. Strapason (2011) finaliza seu trabalho concluindo que o uso de jogos facilita a compreensão dos conteúdos trabalhados. Um outro trabalho que retrata a eficácia do jogo no processo de ensino e aprendizagem é a obra de Grando (2000), que destaca a construção dos procedimentos e conceitos matemáticos, pelos sujeitos em situações de jogo.

Este trabalho tem como objetivo apresentar e experimentar uma sequência didática que permita amenizar as dificuldades apresentadas pelos alunos na fixação, compreensão e aplicação do Teorema de Pitágoras.

A pesquisa foi desenvolvida com as turmas 901 e 902 do Ensino Fundamental do Colégio Estadual Almirante Barão de Teffé, localizado na cidade de Santo Antônio de Pádua-RJ. Ambas as turmas trabalharam o conteúdo no transcurso do segundo bimestre, por meio de aulas expositivas, na qual foram apresentados ao teorema e a conceitos e problemas relacionados. A sequência didática foi iniciada 4 meses após com um teste inicial (Pré-teste) para verificar o nível de aprendizado em ambas as turmas, porém só na turma 902, houve a intervenção pedagógica do professor, que ocorreu durante o quarto bimestre, pois esta obteve o menor aproveitamento médio nas avaliações externas, aplicadas no final do primeiro e segundo bimestres, além disso por ser a turma mais participativa. Finalmente foi reaplicado o teste inicial (Pós-teste) a ambas as turmas, para investigar se houve ou não melhora no desempenho da turma que teve a intervenção pedagógica aplicada pelo professor.

O trabalho está dividido em 6 capítulos. No primeiro capítulo apresenta-se uma

[1] Descritor 10 da Prova Brasil do nono ano do ensino fundamental: Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.

breve história do teorema, bem como alguns dos desdobramentos que o mesmo teve desde sua possível origem até a Escola Pitagórica.

No segundo capítulo, abordam-se cinco demonstrações, duas delas trabalhadas em sala de aula fazendo uso de material concreto (triângulos feitos em papel cartão); uma usada como modelo e outra na qual os próprios alunos desenvolvem a demonstração utilizando as dicas. Além dessas demonstrações, também é abordada a recíproca do Teorema de Pitágoras.

No terceiro capítulo, apresenta-se as atividades lúdicas na aprendizagem da matemática, bem como alguns dos seus defensores.

No quarto capítulo, encontra-se a metodologia utilizada, por meio da descrição do tipo, do campo, dos sujeitos, dos instrumentos e dos procedimentos da pesquisa.

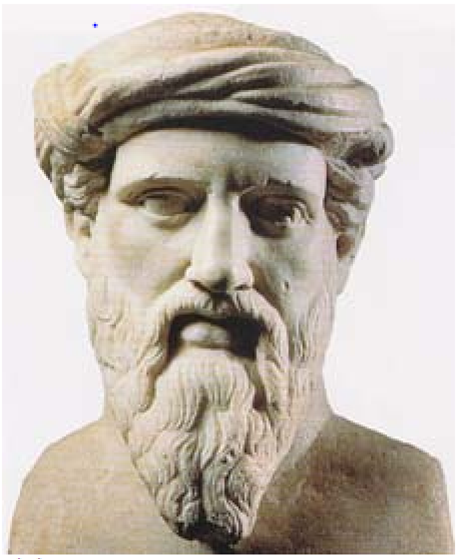
No quinto capítulo, encontra-se a implementação da sequência didática que foi desenvolvida.

No sexto capítulo se encontram as considerações finais e em seguida as referências, apêndices e anexos.

Capítulo 1

História do Teorema de Pitágoras

Figura 1 – Pitágoras



Fonte: <www.filosofia.com.br/historia_show.php?id=12>

Pitágoras é uma figura obscura da história da Matemática, pois todos os documentos daquela época se perderam e o que se sabe chegou até nós por intermédio de outros autores que viveram séculos depois. Um outro problema, era que sua escola era comunitária e, além disso, todas as descobertas davam crédito ao mestre. Portanto, é uma incógnita saber se foi o próprio Pitágoras que descobriu o Teorema que leva seu nome (LIMA et al., 2006).

Segundo Burlet (2005), Pitágoras teria nascido por volta do ano 570 a.C., na ilha de Samos (pequena ilha grega situada à leste do mar Egeu e próximo a costa sudoeste da Turquia) e perto de Mileto, onde 50 anos antes tinha nascido Tales. Pitágoras começou seus estudos na juventude sob a tutela do filósofo Ferecídio, discípulo de Tales de Mileto.

Em sua época, era comum viajar para conhecer o mundo e adquirir conhecimento através do contado com outros povos. Por isso, ainda jovem, Pitágoras partiu de Samos para conhecer o mundo. Passou pelo Egito, Babilônia e provavelmente a Índia, onde absorveu conhecimentos matemáticos e religiosos de cada um desses povos. De volta ao mundo grego, fundou com o apoio de Milo uma sociedade secreta (escola pitagórica) na cidade de Crotona, dedicada ao estudo da matemática e da Filosofia, principalmente. Milo, além de influente politicamente, era ex-campeão de luta livre dos jogos olímpicos da antiguidade. Além de ter cedido sua casa para a fundação da escola pitagórica, também tinha sua filha Teano como uma das alunas de Pitágoras, que mais tarde se tornaria sua esposa (CASTRO, 2013).

O Teorema de Pitágoras é uma relação matemática entre os comprimentos dos lados de qualquer triângulo retângulo. Na geometria euclidiana, o teorema afirma que:

Teorema 1.1 *"Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos".*

Se a é a medida da hipotenusa e b, c representam as medidas dos catetos, o enunciado acima equivale a afirmar que $a^2 = b^2 + c^2$.

Documentos históricos mostram que os egípcios e os babilônios, muito antes dos gregos, conheciam alguns casos particulares desse Teorema, apresentados da seguinte forma

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$1^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(1\frac{1}{4}\right)^2$$

Até meados do século XX alguns historiadores afirmavam que, no Egito antigo, na época da construção das pirâmides, os agrimensores utilizavam uma corda com nós para fazer ângulos retos. ”Eles faziam isso porque teriam descoberto que um triângulo de lados 3, 4 e 5 é retângulo” (LELLIS, 1996, p. 34).

1.1 Na Babilônia

Dizia-se que o lema da escola pitagórica era "tudo é número". Como os babilônios tinham várias medidas numéricas associadas às coisas que os cercavam, notamos então que esse lema tem uma forte afinidade com a Mesopotâmia, assim é muito provável que esse teorema tenha vindo dos babilônios (WILEY; INC., 1974).

Existem "provas concretas de que os babilônicos conheciam o Teorema de Pitágoras" (LIMA et al., 2006, p. 62). Arqueólogos que estudaram essa civilização encontraram inúmeros documentos em placas de argila datados do período de 1800 a 1600 a.C. que hoje, após decifrados, se encontram em diversos museus. Uma dessas placas, a Plimpton 322, (Figura 2 e 3), se encontra na Universidade de Columbia.

Figura 2 – Plimpton 322

Fonte: http://www.fc.up.pt/fcup/contactos/teses/t_030370042.pdf

Figura 3 – Tradução da Plimpton 322

???	Comprimento	Diagonal	Número?
1,59,0,15	2,49	1,59	1
1,56,56,58,14,50,6,15	3,12,1 [1,20,25]	56,7	2
1,55,7,41,15,33,45	1,50,49	1,16,41	3
1,53,10,29,32,52,16	5,9,1	3,31,49	4
1,48,54,1,40	1,37	1,5	5
1,47,6,41,40	8,1	5,19	6
1,43,11,56,28,26,40	59,1	38,11	7
1,41,33,59,3,45	20,49	13,19	8
1,38,33,36,36	12,49	9,1 [8,1]	9
1,35,10,2,28,27,24,26	2,16,1	1,22,41	10
1,33,45	1,15	45	11
1,29,21,54,2,15	48,49	27,59	12
1,27,0,3,45	4,49	7,12,1 [2,41]	13
1,25,48,51,35,6,40	53,49	29,31	14
1,23,13,46,40	53 [1,46]	56	15

Fonte: http://www.fc.up.pt/fcup/contactos/teses/t_030370042.pdf

Os pesquisadores descobriram que esta tabela (Figura 3) continha ternos pitagóricos, ou seja, lados de um triângulo retângulo. Não se sabe como esses números foram encontrados, pois este é apenas um pedaço do que deveria ser um conjunto de placas. Uma pista de que os babilônicos sabiam como encontrar esses números está em uma placa guardada hoje no Museu Britânico. Ela contém a seguinte inscrição:

4 é o comprimento

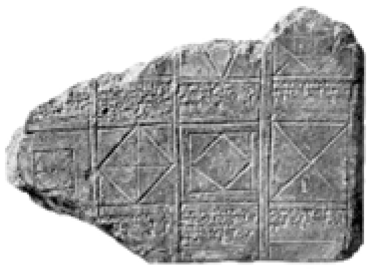
5 é a diagonal

Qual é a altura?
4 vezes 4 dá 16
5 vezes 5 dá 25
Tirando 16 de 25 o resto é 9
Quanto vezes quanto devo tomar para ter 9?
3 vezes 3 dá 9
3 é a altura

Fica evidente que os babilônicos conheciam a relação entre os lados de um triângulo retângulo. Não existia nenhuma demonstração, pois esta não era a preocupação para os matemáticos da época.

Uma outra placa de argila (Figura 4), se encontra no museu da Universidade de Yale, no estado de Connecticut nos Estado Unidos. É a única que contém figuras: trata-se de um quadrado e suas diagonais. Nessa placa é possível ver um quadrado de lado tomado como 30, na base decimal, e sua diagonal de comprimento igual a 42, 25, 35 na base 60.

Figura 4 – Placa do museu de Yale



Fonte: http://docplayer.com.br/160401-Teorema-de-pitagoras-e.html

Como os babilônicos utilizavam o sistema de numeração de base 60, essa diagonal na base decimal equivale a $42 + \frac{25}{60} + \frac{35}{3600} = 42,4263889$. Isto dividido por 30, dá $1,414213...$, uma excelente aproximação para $\sqrt{2}$ com seis casas decimais corretas (LIMA et al., 2006).

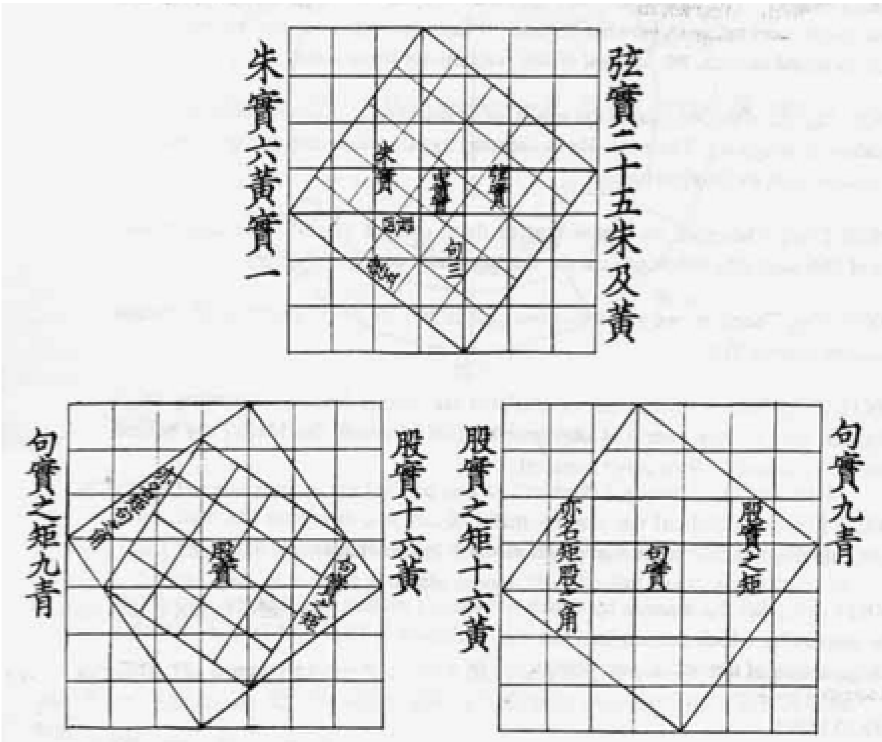
1.2 Na China

Há também um manuscrito chinês, datando de mais de mil anos antes de Cristo, onde se encontra a seguinte afirmação: "Tome o quadrado do primeiro lado e o quadrado do segundo e os some; a raiz quadrada dessa soma é a hipotenusa". Outros documentos antigos mostram que na Índia, bem antes da era Cristã, sabia-se que os triângulos de lados 3, 4 e 5 ou 5, 12, 13 ou 12, 35, 37 são retângulos (LIMA, 1991).

600 anos antes de Pitágoras, o Teorema que leva seu nome já era conhecido na China. Um famoso livro chinês, o Zhoubi Suanjing do século 3 a.C. reuniu 246 problemas

muito antigos, onde um deles era o "Gou Gu", o equivalente chinês do Teorema de Pitágoras que se vê na Figura 5 (LIMA et al., 2006).

Figura 5 – Gou Gu



Fonte:https://br.portalprofes.com/marcosrendak/blog/teorema-de-pitagoras

O que dá para supor é que nenhum desses povos sabiam demonstrar o Teorema. Desta forma, acredita-se que Pitágoras foi o primeiro a prová-lo (ou alguém de sua escola) (LIMA, 1991).

A demonstração original não é conhecida, porém os historiadores acreditam que deva ter sido alguma relacionada com áreas (LIMA, 1991).

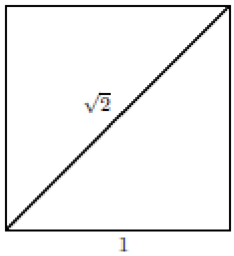
1.3 Uma crise: a descoberta dos incomensuráveis

Pitágoras acreditava que "todas as coisas são números". Ou seja, tudo no mundo poderia ser expresso por relações de números, seja a construção de pirâmides, as harmonias de uma música, ou qualquer coisa que seja (MONK, 2000). Pode-se assim dizer que um conceito que os pitagóricos usavam era a comensurabilidade. Eles acreditavam que quaisquer dois segmentos seriam comensuráveis. Desta forma, a descoberta de números incomensuráveis acabou gerando uma crise matemática sem precedentes (OLIVERO, 2010).

> De acordo com o Teorema de Pitágoras, o comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo, no qual os outros dois lados possuem o comprimento de uma unidade, será igual à raiz quadrada de 2. O problema é que raiz quadrada de 2 é incomensurável, isto é, ela não pode ser expressa como relação entre dois números, ou, para dizer de outro modo, ela é "irracional". Segue-se que há pelo menos uma coisa no mundo que não é a expressão de uma relação numérica. (MONK, 2000, p. 13)

Desta forma, todo o raciocínio matemático que usava a suposição de que quaisquer dois segmentos são comensuráveis estava invalidado. Era necessário descobrir de forma urgente uma nova cadeia de raciocínio que pudesse substituir esse "elo partido" e controlar a terrível situação (OLIVERO, 2010).

Figura 6 – Diagonal do quadrado de lado 1



Fonte: autoria própria

Existe um certo número de autores que discordam que a descoberta dos incomensuráveis tenha causado uma crise no pensamento pitagórico (GONÇALVES; POSSANI). Isso decorre pelo mesmo fato descrito nas primeiras linhas deste capítulo.

> De fato, tudo o que sabemos sobre suas descobertas e interesses matemáticos [dos pitagóricos] provém de séculos posteriores, frequentemente muito posteriores, e é de modo geral tido como não confiável [...] A maior parte dos estudiosos irá concordar que houve uma escola pitagórica de filosofia desde o século VI A.E.C. até provavelmente o IV, que eles estiveram envolvidos em política e que eles tinham certas crenças sobre a vida e o universo, incluindo talvez o princípio de que 'tudo é número', ou que o número guarda a chave para entender a realidade. Mas a maior parte dos estudiosos também pensa, por exemplo, que Pitágoras nunca descobriu o teorema que leva o seu nome (GONÇALVES; POSSANI, 2010, p. 19).

Gonçalves e Possani (2010) concluem seu artigo afirmando que "a crise da incomensurabilidade parece só existir quando lemos os textos gregos com os nossos termos", sem prestar atenção no modo como os matemáticos antigos viam a matemática. Eles ainda argumentam que "quando tentamos nos colocar no ponto de vista dos antigos gregos, em especial dos primeiros pitagóricos, os motivos para a crise como que desaparecem".

Capítulo 2

Demonstrações

Não há consenso entre os historiadores se Pitágoras provou seu Teorema, pois seus escritos não chegaram até nossos dias, porém seu teorema foi provado de muitas maneiras diferentes e por muitas pessoas (LELLIS, 1996). Loomis foi uma dessas pessoas.

Elisha Scott Loomis, era professor de Matemática na cidade de Cleveland em Ohio nos Estados Unidos. Esse apaixonado pelo Teorema de Pitágoras colecionou durante 20 anos, de 1907 a 1927, 230 demonstrações desse teorema. Ele organizou essas demonstrações em um livro "The Pythagorean Proposition" (A Proposição de Pitágoras). Em 1940, o número de demonstrações já chegavam a 370, quando foi publicada a segunda edição do livro (LIMA, 1991). Nessa edição em sua última frase é possível encontrar o seguinte dizer: “E ainda não chegamos ao fim”. Ele estava certo, o site Guinness World Records, sob o titulo “Maior quantidade de provas do Teorema de Pitagoras”, recentemente apontou um grego que diz ter descoberto 520 provas distintas (CASTRO, 2013).

Loomis Classifica as demonstrações do Teorema de Pitágoras em basicamente dois tipos: provas "algébricas" (onde se usa as relações métricas no triângulo retângulo) e as provas "geométricas" (feitas através da comparação de áreas). Ele também afirma que não é possível utilizar argumentos trigonométricos para demonstrar o teorema, pois a relação $cos^2x + sen^2x = 1$, já é um caso particular desse teorema (LIMA, 1991).

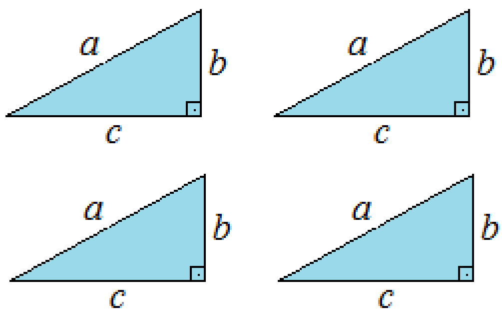
2.1 Demonstrações Aplicadas

As demonstrações apresentadas neste trabalho são bem simples e ideais para introduzir o aluno ao universo das demonstrações que são uma importante ferramenta matemática para validar teoremas, como o Teorema 1.1. As demonstrações apresentadas neste trabalho e que foram aplicadas aos alunos, estão baseadas na obra de Lellis (1996).

2.1.1 Demonstração I

Considere 4 triângulos retângulos, iguais de lados a, b e c (Figura 7).

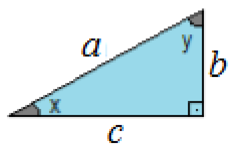
Figura 7 – 4 triângulos retângulos



Fonte: Autoria Própria

Tomando um desses triângulos e identificando os ângulos não retos com x e y, verifica-se então que $x + y = 90^0$. Isso acontece porque em todo triângulo a soma dos ângulos internos resulta 180^0 (Figura 8).

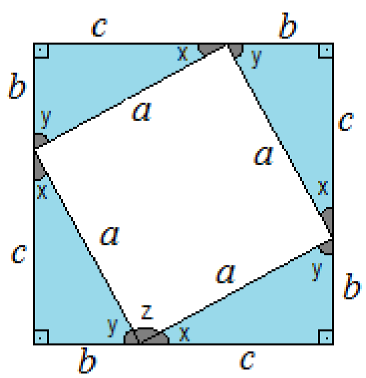
Figura 8 – Triângulo retângulo com lados e ângulos definidos



Fonte: Autoria Própria

Os quatro triângulos podem ser reorganizados (Figura 9).

Figura 9 – 4 triângulos reorganizados

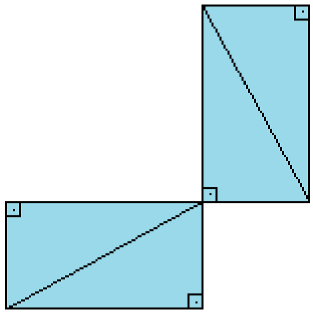


Fonte: Autoria Própria

Com isso, forma-se um quadrado maior de lado $b + c$ com um quadrilátero de lado a em seu interior. Pode-se também dizer que esse quadrilátero de lado a é um quadrado, pois ele possui, além dos lados iguais, ângulos retos. Veja: $x + y = 90^0$ e que $x + y + z = 180^0$. Logo $z = 90^0$.

Agora deve-se arrumar esses quatro triângulos de outro modo (Figura 10).

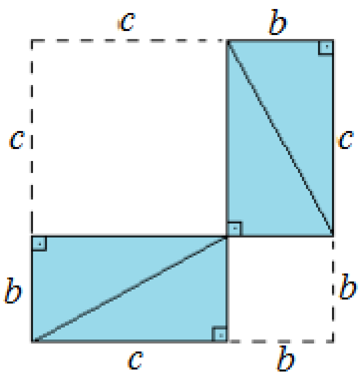
Figura 10 – 4 triângulos retângulos em nova configuração



Fonte: Autoria Própria

Nesta figura também é possível formar um quadrado maior de lados medindo $b + c$ (Figura 11).

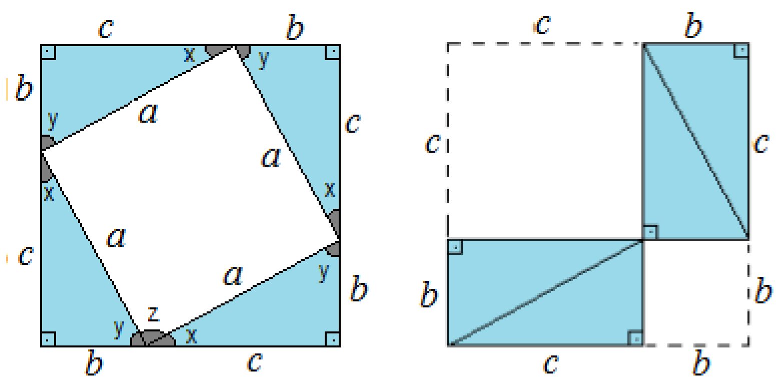
Figura 11 – 4 triângulos formando um quadrado



Fonte: Autoria Própria

Comparando agora a Figura 9 com a Figura 11, fica claro que ambas possuem áreas iguais, pois possuem lados medindo $b + c$ (Figura 12).

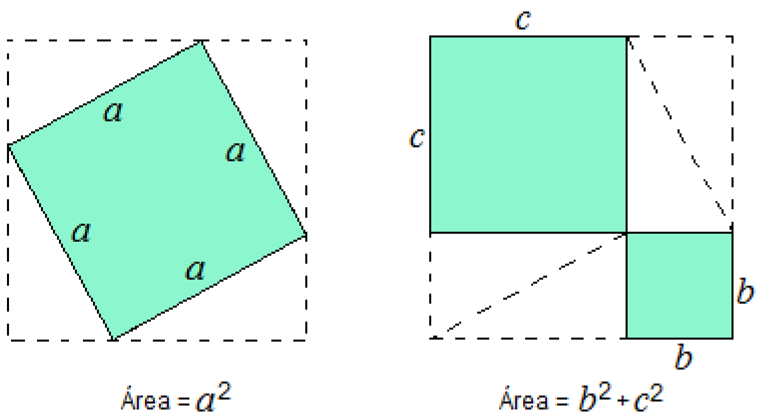
Figura 12 – Comparação dos quadrados



Fonte: Autoria Própria

Agora, se de cada figura forem retirados os quatro triângulos, as figuras que restarem em cada um deles continuarão tendo áreas iguais, porque estão sendo retirados quantidades iguais de coisas iguais (Figura 13).

Figura 13 – Retirada dos 4 triângulos de cada figura



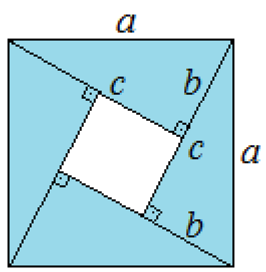
Fonte: Autoria Própria

Assim conclui-se que $a^2 = b^2 + c^2$.

2.1.2 Demonstração II

Considere quatro triângulos retângulos iguais, como os da Figura 7, de lados a, b e c, porém arrumados de forma diferente.

Figura 14 – 4 triângulos organizados de forma diferente



Fonte: Autoria Própria

A Figura 14, que possui área a^2, é formada por 4 triângulos de área igual a

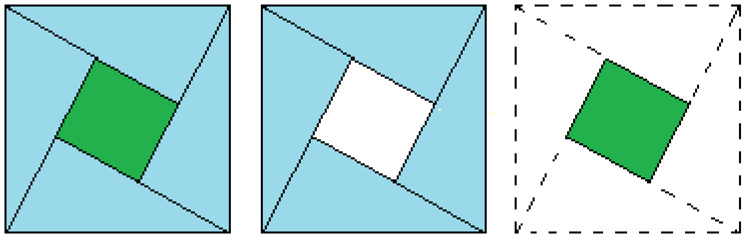
$$A = 4.\frac{b.c}{2} = 2.b.c$$

e por um quadrado de lado c - b, cuja área é igual a

$$(c-b)^2 = b^2 - 2.b.c + c^2.$$

Agora somando-se a área dos quatro triângulos com a área do quadrado interno, encontrar-se-á, a área do quadrado maior, cujo valor é a^2 (Figura 15).

Figura 15 – Área do quadrado maior



Fonte: Autoria Própria

$$a^2 = 2.b.c + (c - b)^2$$
$$a^2 = 2.b.c + b^2 - 2.b.c + c^2$$
$$a^2 = b^2 + c^2$$

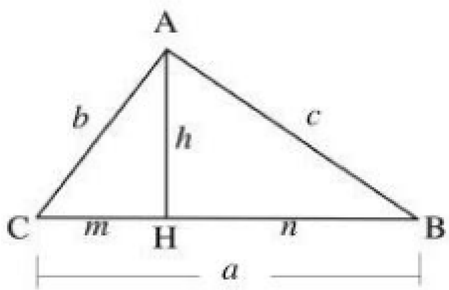
2.2 Outras Demonstrações

As próximas demonstrações não foram aplicadas nas atividades de sala de aula, porém são demonstrações que valem a pena conhecer.

2.2.1 Demostração por Semelhança de Triângulos

A partir de um triângulo ABC, retângulo em A, traça-se a altura AH e verifica-se que os triângulos AHB e AHC são semelhantes ao triângulo ABC. Da semelhança dos

Figura 16 – Demonstração por semelhança



Fonte: (LIMA et al., 2006)

triângulo AHC e ABC tem-se que $b^2 = am$ e da semelhança dos triângulos AHB e ABC temos $c^2 = an$. Somando essas duas relações membro a membro, encontra-se:

$$b^2 + c^2 = am + an = a(m + n) = a.a = a^2.$$

Esta demonstração é a mais frequente hoje nas escolas, pois permite não só demonstrar o Teorema de Pitágoras, como também encontrar importantes relações métricas no triângulo retângulo (LIMA et al., 2006).

2.2.2 A Demonstração do Presidente

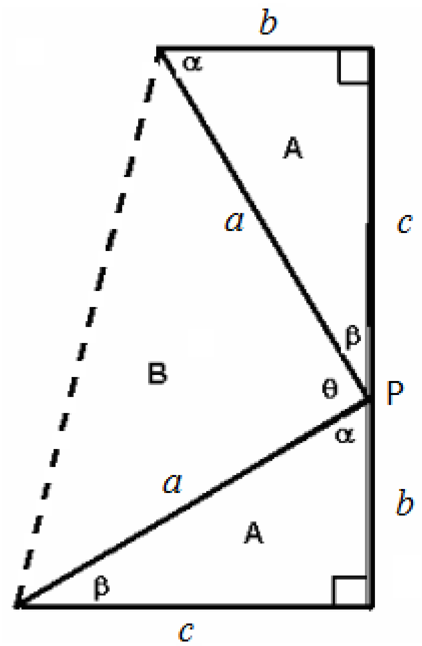
James Abrahan Garfield (1831 – 1881) foi o vigésimo presidente dos Estados Unidos e era um grande estudioso e entusiasta da matemática. Em 1876, enquanto estava na Câmara de Representantes, rabiscou num papel uma interessante demonstração do Teorema de Pitágoras. O New England Journal of Education publicou esta demonstração.

Todos sabem que, para um triângulo retângulo de catetos b e c e hipotenusa a, vale a relação $a^2 = b^2 + c^2$, que é o Teorema de Pitágoras.

Veja como era a demonstração de Garfield: Ele começou desenhando um triângulo retângulo, de catetos b e c e hipotenusa a. Em seguida repetiu o mesmo triângulo, em outra posição e com um dos vértices coincidindo. Dessa forma ele colocou em alinhamento o cateto b de um dos triângulos, com o cateto c do outro.

Em seguida, "fechou" a figura, obtendo um trapézio retângulo constituído pelos dois triângulos retângulos iniciais (iguais) e um outro triângulo que, como será demonstrado, é também um triângulo retângulo.

Figura 17 – Demonstração do Presidente



Fonte:http://www.magiadamatematica.com/uerj/licenciatura/12-garfield.pdf

Precisa-se mostrar que o ângulo θ tem medida de 90^o, para confirmar a afirmativa de que o terceiro triângulo (B) é também retângulo.

Como o triângulo inicial (A) é retângulo, temos que os ângulos α e β somam 90^o (pela Lei angular de Tales). Dessa forma, olhando os três ângulos formados em torno do ponto P, e do mesmo lado de uma reta, teremos que $\alpha + \beta + \theta = 180^o$, nos levando a concluir que θ mede também 90^o e o triângulo B é também retângulo.

Observe ainda que as três partes unidas geraram um TRAPÉZIO RETÂNGULO, cuja altura é $b + c$ e cujas bases são b e c.

É possível calcular a área desse trapézio de duas formas:

a) Diretamente pela fórmula da área do trapézio.

b) Somando as áreas dos três triângulos retângulos (2A e 1B)

É claro que, não importa a forma do cálculo, esses dois resultados devem ser iguais. Vejamos:

Por a) (metade da soma das bases) x altura ou $\dfrac{(b+c)}{2}.(b+c)$

Por b) soma das áreas das partes: $2.A + B$ ou $2.\dfrac{bc}{2} + \dfrac{a.a}{2} = bc + \dfrac{a^2}{2}$

Igualando as duas expressões obtidas, tem-se que:

$$bc + \frac{a^2}{2} = \frac{(b+c)^2}{2}$$

$$2bc + a^2 = b^2 + 2bc + c^2$$

ou, finalmente, $a^2 = b^2 + c^2$

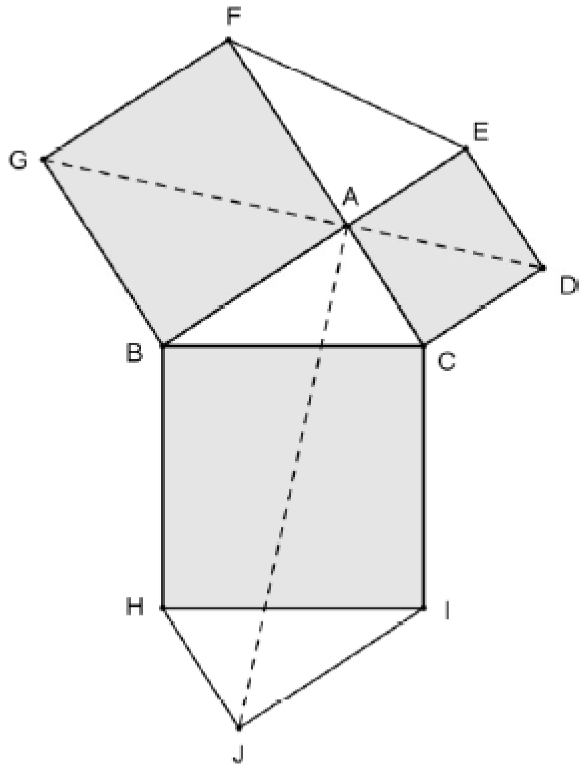
2.2.3 A Demonstração de Leonardo da Vinci

Dado um triângulo retângulo ABC, reto em A, a ideia de Leonardo da Vinci foi construir um quadrado a partir de cada lado do triângulo e mostrar que a soma das áreas dos quadrados menores é igual à área do quadrado maior. Para isso, além dos quadrados, Leonardo utilizou dois triângulos retângulos congruentes ao triângulo original (Figura 18).

Note que o segmento $\overline{DG}$ particiona o hexágono BCDEFG em dois quadriláteros congruentes, pois GBCD é o simétrico do quadrilátero GFED em relação ao próprio segmento $\overline{DG}$. Já o hexágono ABHJIC é dividido em dois quadriláteros congruentes pelo segmento $\overline{AJ}$, observe que o quadrilátero ABHJ é a rotação em 180° do quadrilátero JICA. Porém estes quatro quadriláteros são todos congruentes entre si. Para isso basta perceber a congruência entre os quadriláteros ABHJ e GBCD, pois $\overline{AB} \equiv \overline{GB}$, $A\hat{B}H \equiv G\hat{B}C$ (já que ambos são iguais a med($A\hat{B}C$) + 90°), $\overline{BH} \equiv \overline{BC}$, $B\hat{H}J \equiv B\hat{C}D$ (já que ambos são iguais a med($B\hat{C}A$) + 90°) e $\overline{HJ} \equiv \overline{CD}$.

Como os quatro quadriláteros são congruentes, então suas áreas são iguais. Assim como as áreas dos hexágonos BCDEFG e ABHJIC. Mas o primeiro hexágono é composto por dois triângulos retângulos congruentes ao ABC e pelos quadrados menores. Já o segundo hexágono, é composto por dois triângulos retângulos congruentes ao ABC e pelo quadrado maior. Estas duas afirmações garantem que a soma das áreas dos quadrados menores é igual à área do quadrado maior.

Figura 18 – Demonstração de Leonardo da Vinci



Fonte:(CASTRO, 2013)

2.3 A Recíproca do Teorema de Pitágoras

Se um triângulo de lados a, b e c reais e positivos com $a^2 = b^2 + c^2$, pode-se afirmar que ele é retângulo? Supondo que seja verdade, então será necessário demonstrar isso.

Considere um triângulo ABC com $AB = c$, $BC = a$ e $CA = b$.

1° caso: $A < 90^o$.

Seja $b \leq c$. Assim, o ponto D, projeção de C sobre AB, cai no interior do lado AB. Sejam $AD = x$ e $CD = h$ (Figura 19).

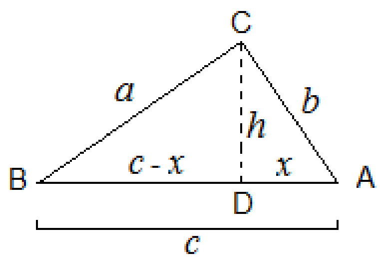
Como o triângulo ADC é retângulo, temos que

$b^2 = h^2 + x^2 => h^2 = b^2 - x^2$.

Como o triângulo BDC é retângulo, tem-se que

$a^2 = h^2 + (c - x)^2$

Figura 19 – Triângulo de base c e altura h



Fonte: Autoria Própria

$a^2 = h^2 + c^2 - 2.c.x + x^2$

$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 - 2.c.x + x^2$

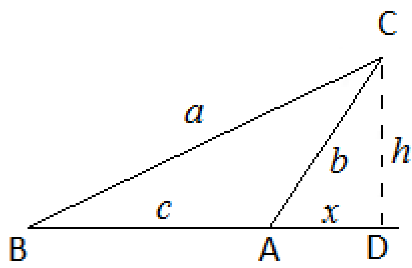
$a^2 = b^2 + c^2 - 2.c.x$

ou seja, $a^2 < b^2 + c^2$, o que contradiz a condição inicial.

2º caso: $A > 90^o$.

Agora o ponto D cai fora do lado AB (Figura 20).

Figura 20 – Triângulo obtuso de base c e altura h



Fonte: Autoria Própria

Como o triângulo DAC é retângulo, tem-se que

$b^2 = h^2 + x^2 => h^2 = b^2 - x^2$.

Como o triângulo BCD também é retângulo, conclui-se que

$a^2 = h^2 + (x + c)^2$

$a^2 = h^2 + x^2 + 2.c.x + c^2$

$a^2 = b^2 - x^2 + x^2 + 2.c.x + c^2$

$a^2 = b^2 + 2.c.x + c^2$

Logo $a^2 > b^2 + c^2$, o que novamente contradiz a condição inicial.

Fica então demonstrado que em um triângulo ABC, de lados a, b e c,

$$A < 90^0 => a^2 < b^2 + c^2$$

$$A > 90^0 => a^2 > b^2 + c^2$$

Assim, a condição $a^2 = b^2 + c^2$ implica necessariamente que $A = 90^o$.

Capítulo 3

Atividades Lúdicas na Aprendizagem da Matemática

Espera-se que os alunos consigam aplicar ferramentas básicas na resolução de problemas de matemática para, a partir destas ferramentas, dar um certo caminho ao desenvolvimento da resolução. Porém, poucos alunos chegam a esse nível de desenvolvimento, o que acaba deixando o professor frustrado. Uma dessas frustrações foi notada na aplicação de uma avaliação diagnóstica para o terceiro ano do Ensino Médio. Trata-se da questão 13 do caderno C1202 da prova do primeiro bimestre de 2015 aplicada nas turmas do terceiro ano do C. E. Almirante Barão de Teffé em Santo Antônio de Pádua RJ pela SEEDUC-RJ (Figura 21).

Figura 21 – Questão do saerjinho

C1202

Questão 13 H24 M120002G5

Um monumento sólido em forma de uma pirâmide regular de base hexagonal terá suas laterais revestidas com espelhos. A aresta lateral desse monumento mede 5 m e a aresta de sua base mede 6 m. O preço do metro quadrado do espelho é R$ 50,00 e o valor da mão de obra para instalação dos espelhos é R$ 20,00 por metro quadrado.
Quanto custará revestir as laterais desse monumento com espelhos?

A) R$ 840,00
B) R$ 1 050,00
C) R$ 3 600,00
D) R$ 5 040,00
E) R$ 6 300,00

Fonte:(RJ, 2015)

O ideal seria que conteúdos como o Teorema de Pitágoras sejam facilmente vistos como uma das ferramentas para a resolução desta questão. Porém não foi isso que aconteceu. O baixo número de acertos nos leva a pensar nas possíveis falhas no processo de ensino aprendizagem destes alunos. É obvio que com a ajuda do professor, durante o levantamento das dúvidas na correção da questão com os alunos, a maioria disse que apenas haviam se esquecido do conteúdo. "Conheciam o teorema", porém não entendiam sua aplicabilidade, conforme observação feita pelo professor.

Em face dessa situação educacional na qual os alunos demonstraram dificuldade com esse conteúdo matemático, há de se pensar em novas medidas metodológicas para se corrigir tal problema. Como a raiz desse conteúdo se encontra no nono ano do Ensino Fundamental, pretendeu-se então usar atividades mais motivadoras para deixá-lo marcante na vida escolar do aluno para que no futuro ele não venha a ter os mesmo problemas que seus colegas do Ensino Médio estavam tendo.

É comum encontrar muitos autores defendendo o uso de atividades lúdicas e dentre essas atividades, o uso de jogos tem sido um forte aliado no ensino.

> O jogo recebe de teóricos como Piaget, Vygotsky, Leontiev, Elkonin, entre outros, as contribuições para o seu aparecimento em propostas de ensino de Matemática. Lembrado como importante elemento para a educação infantil, no processo de apreensão dos conhecimentos em situações cotidianas, o jogo passa a ser defendido como importante aliado do ensino formal de Matemática (Moura, 1991; Souza, 1994). Kishimoto (1994) cita pelo menos duas dezenas de autores que propõem ou utilizam jogos nas diversas áreas do conhecimento escolar. São exemplos mais recentes de aplicação das contribuições teóricas da Psicologia, da Antropologia e Sociologia para a educação (MOURA, 1994, p. 19).

Uma grande dificuldade enfrentada pelos alunos talvez seja a reprodução de conhecimentos já prontos e sem nenhum significado para os mesmos. Em seu trabalho, Selva e Camargo (2009) defendem a utilização de jogos como meio de construção de conhecimento:

> Diante das dificuldades enfrentadas no ensino da matemática, os professores buscam, gradativamente, priorizar não a reprodução, mas sim a construção dos conhecimentos, sendo que, para tanto, devem ser trabalhadas atividades que despertem o interesse e a motivação dos alunos, permitindo uma interação entre professor, aluno e saber matemático e possibilitando a busca de significações dos conceitos a serem construídos. Dentre tais atividades, destacam-se os jogos matemáticos, que têm valores educacionais intrínsecos, assim, acredita-se que a utilização deste recurso em sala de aula é uma excelente alternativa para desenvolver a capacidade dos alunos de atuarem como sujeitos na construção de seus conhecimentos (SELVA; CAMARGO, 2009, p. 1).

Algo importante presente no jogo, está no fato de possibilitar a aproximação da criança ao conhecimento científico, fazendo com que a criança viva, mesmo que de faz de conta, situações de resoluções de problemas que a aproximará daquelas que o homem enfrenta ou enfrentou (MOURA, 1994).

Moura justifica o fato para o uso do jogo na educação matemática, pois ele acaba introduzindo uma linguagem matemática que aos poucos será incorporada aos conceitos matemáticos formais, pois o mesmo acaba desenvolvendo a capacidade de lidar com informações e criar significados culturais para os conceitos matemáticos e o estudo de novos conteúdos. Desta forma, a matemática deve buscar no jogo a ludicidade das soluções construídas de situações-problema, seriamente vividas pelo homem (MOURA, 1994).

Segundo (KISHIMOTO, 1994 apud LIMA; ARRUDA, 2013)," a ludicidade é uma necessidade do ser humano em qualquer idade e não pode ser vista apenas como diversão". Lima e Arruda (2013) ainda completam com uma série de benefícios causados pelo lúdico:

> O desenvolvimento do aspecto lúdico facilita a aprendizagem, o desenvolvimento pessoal, social e cultural, colabora para uma saúde mental, prepara para um estado interior fértil, facilita os processos de socialização, comunicação, expressão e construção do conhecimento (LIMA; ARRUDA, 2013, p. 221).

Nas situações onde o jogo pode ser aplicado, é possível aproveitar a interação social entre os alunos como ponto positivo no processo de ensino e aprendizagem (GRANDO, 2000). A divisão em grupos favorece as trocas de conhecimento e possibilita decisões conjuntas.

> Os jogadores atuaram cooperativamente, ou seja, discutiram, analisaram, trocaram ideias, coordenaram pontos de vista na construção de procedimentos, tomaram decisões e aprenderam uns com os outros, comparando e confrontando ideias, buscando juntos as soluções das situações problema de jogo que se apresentavam (GRANDO, 2000, p. 203)

Para Grando (2000) a utilização dos jogos no ensino da matemática pode desencadear processos que favorecem uma aprendizagem Matemática significativa, útil para o aluno no processo de construção da matemática, como também, conferir ao ensino da matemática momentos de alegria, descontração, paixão e envolvimento, pela atividade lúdica que o jogo representa.

Um outro aspecto a considerar nas atividades lúdicas, é que no momento em que o aluno acaba avaliando seus resultados no ato de jogar, consequentemente ele desenvolve habilidades de resolução de problemas. O jogo também possibilita a aproximação do sujeito ao conteúdo científico (SILVA; LOPES, 2009).

Capítulo 4

Metodologia

Metodologia é uma palavra derivada do grego composta por três vocábulos: metà ("para além de"), odòs ("caminho") e logos ("estudo"). Segundo (GERHARDT; SILVEIRA, 2009 apud FONSECA, 2002), "metodologia é o estudo da organização, dos caminhos a serem percorridos, para se realizar uma pesquisa ou um estudo, ou para fazer ciência". Pode-se dizer que etimologicamente, significa o estudo dos caminhos, dos instrumentos utilizados para fazer uma pesquisa.

Neste capítulo serão abordados os aspectos metodológicos do presente estudo: descrição do tipo de pesquisa, apresentação do campo onde a pesquisa ocorreu, caracterização dos sujeitos e definição dos instrumentos e dos procedimentos para análise de dados da pesquisa.

4.1 Tipo de Pesquisa

Quanto à forma de abordagem do problema, cuja resposta se deseja buscar e quanto ao seu objetivo, a referida pesquisa tem um caráter qualitativo e exploratório. De acordo com Neves e Domingues (2007, p. 57), a pesquisa qualitativa "é vista como uma relação entre sujeitos, portanto dialógica, na qual o pesquisador é uma parte integrante do processo investigativo". Cabe destacar que a análise qualitativa pode ter apoio quantitativo, contudo geralmente se omite a análise estatística ou seu emprego não é sofisticado. A abordagem qualitativa não se preocupa com a representatividade numérica e sim com a aprofundamento da compreensão de um grupo social (GERHARDT; SILVEIRA, 2009).

Em seu artigo, Godoy (1995) dá a seguinte explicação sobre pesquisa qualitativa:

> [...] a pesquisa qualitativa não procura enumerar e/ou medir os elementos estudados, nem emprega instrumental estatístico na análise dos dados.

> Parte de questões ou focos de interesses amplos, que vão se definindo à medida que o estudo se desenvolve. Envolve a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e procedimentos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo (GODOY, 1995, p. 58).

Segundo Gil (2002), a pesquisa exploratória tem por objetivo principal aprimorar ideias ou descobrir intuições, que são desenvolvidas de forma a proporcionar uma maior familiaridade com o problema, a fim de melhor explicitá-lo, construindo uma visão geral acerca de determinado fato, envolvendo levantamento bibliográfico, entrevistas e análise de exemplos que estimulem sua compreensão.

4.2 Campo da Pesquisa

A pesquisa ocorreu no Colégio Estadual Almirante Barão de Teffé, pertencente à SEEDUC - Secretaria de Estado de Educação e Cultura. Fica localizado na Praça Pereira Lima, 106, no centro do município de Santo Antônio de Pádua no Estado do Rio de Janeiro. Os dados presentes neste tópico tiveram com fonte o PPP (Projeto Político Pedagógico) da escola.

Fundado no ano de 1925, como Grupo Escolar, com o objetivo de atender aos alunos da 1^a à 4^a série do Ensino Primário (atualmente Ensino Fundamental I) da sociedade local. Em 1978, sua atuação foi ampliada de forma a abranger também os anos ginasiais (atualmente 6^o ao 9^o ano do Ensino Fundamental II). Transformado em Colégio Estadual no ano de 2002, passou a atender aos alunos do Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos. Em 2014, começou a trabalhar com o Ensino Médio integral no turno diurno (parceria com o Instituto Ayrton Senna) e à noite prosseguiu apenas com o Ensino Médio regular.

A Escola sempre se destacou com alunos premiados nas diversas Olimpíadas escolares que existem em nosso país, além de ter um desempenho muito bom nas avaliações externas promovidas pela SEEDUC, o chamado SAERJ, na qual nesta prova, sempre um número expressivo de alunos recebem prêmios pelas notas mais altas no Estado. Em 2015, os alunos desta escola receberam, ao todo, 34 tablets, ocupando a segunda posição em números de contemplados no Estado do Rio de Janeiro.

Em 2015, funcionou em 3 turnos com 542 alunos ao todo e este foi o último ano em que foi oferecido pela escola, o Ensino Fundamental, pois toda essa modalidade foi transferida para o município. A partir de 2016, funciona com o Ensino Médio integral no 1^o e 2^o turnos e com o Ensino Médio regular no 3^o turno.

A escolha dessa escola como campo de pesquisa se deu pelo fato de ser o local onde o pesquisador leciona a disciplina de Matemática e Resolução de Problemas Matemáticos, desde 2005, para os níveis Fundamental e Médio. Presenciando, assim, as dificuldades apresentadas pelos alunos nestas disciplinas e, mais notadamente, em relação aos conceitos geométricos. Tendo anseio por proporcionar a esses alunos experiências e atividades significativas e diversificadas que lhes proporcionem uma intervenção ativa no processo de ensino e aprendizagem.

4.3 Sujeitos da Pesquisa

Em seu manual intitulado Manual de Metodologia da Pesquisa Científica, Neves e Domingues (2007, p. 57) afirmam que, “a escolha dos informantes ou sujeitos do estudo deve ser baseada na procura por indivíduos sociais que tenham uma vinculação significativa com o objeto de estudo”. Os testes e a intervenção pedagógica que este trabalho propõem foram submetidos a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, visto que o tema sobre Teorema de Pitágoras é parte integrante do “currículo mínimo”[1] para este ano de escolaridade.

A pesquisa foi realizada nas turmas 901 e 902 do Colégio Estadual Almirante Barão de Teffé que ocupam, respectivamente, as salas de número 7 e 8 do primeiro pavimento no turno da tarde. Na turma 901, estão matriculados 38 alunos e na 902, estão matriculados 39 alunos. Apesar das atividades terem sido aplicadas para todos os alunos da turma 902, nem todos alunos participaram de todos os encontros. Assim os dados colhidos se referem apenas aos participantes de todas as etapas da pesquisa, ou seja, 21 alunos. Desta forma a pesquisa foi realizada somente com 27 alunos da turma 901 e os 21 alunos da turma 902, totalizando 48 sujeitos da pesquisa. Essa atitude foi tomada com o objetivo de dar qualidade aos dados apurados com o pré e o pós-teste (Apêndice A).

A turma 902 foi a escolhida para a aplicação das atividades pelo motivo de possuir menor aproveitamento médio nas avaliações externas (Figura 22 e 23) e também por ser mais participativa para o tipo de atividade que se estava propondo.

Neste trabalho, cada sujeito da pesquisa foi identificado por números, em ordem alfabética, de acordo com sua turma.

Turma 901 : de A1 a A27.

Turma 902 : de B1 a B21.

[1] É um conjunto de competências e habilidades básicas que devem estar contidas nos planos de curso e nas aulas.

Figura 22 – Relatório de rendimento do saerjinho do 1^o bimestre de 2015, das turmas do 9^o ano do C.E. Almirante Barão de Teffé/MATEMÁTICA

CAEd Faculdade de Educação Universidade Federal de Juiz de Fora   Usuário:CE ALMIRANTE BARAO DE TEFFE

Filtro do resultado   Gerar Resultado Excel   Sair

Hierarquia selecionada

SAERJINHO 2015 - 1° BIMESTRE / ESTADUAL / 9° ANO EF REGULAR / MATEMÁTICA

Turma	H05	H10	H35	H45	H46	H52	Total (%
901-181992	45,95	60,81	62,16	70,27	57,43	63,78	60,60
902-181992	50,00	40,97	43,06	59,44	47,22	49,44	48,82
~~903-181992~~	~~48,65~~	~~37,16~~	~~48,65~~	~~53,51~~	~~51,35~~	~~52,43~~	~~48,96~~

Fonte: http://resultados.caedufjf.net/resultados/publicacao/privado/aluno.jsf

Figura 23 – Relatório de rendimento do saerjinho do 2^o bimestre de 2015, das turmas do 9^o ano do C.E. Almirante Barão de Teffé/MATEMÁTICA

CAEd Faculdade de Educação Universidade Federal de Juiz de Fora   Usuário:CE ALMIRANTE BARAO DE TEFFE

Filtro do resultado   Gerar Resultado Excel   Sair

Hierarquia selecionada

SAERJINHO 2015 - 2° BIMESTRE / 9° ANO / MATEMÁTICA

Turma	H05	H11	H45	H46	H47	H48	H52	Total (%)
901-181992	76,22	58,56	68,11	76,58	80,18	31,53	66,89	66,53
902-181992	66,67	42,59	52,22	67,59	67,59	25,00	52,08	54,27
~~903-181992~~	~~67,89~~	~~41,23~~	~~54,21~~	~~69,30~~	~~60,53~~	~~28,07~~	~~52,63~~	~~54,55~~

Fonte: http://resultados.caedufjf.net/resultados/publicacao/privado/aluno.jsf

Toda a intervenção pedagógica foi aplicada na turma 902 e a turma 901 foi utilizada apenas para se verificar o nível de conhecimento ou rendimento sem as atividades propostas por meio dos testes usados, cujo resultado é apresentado no final do capítulo 5.

Em ambas as turmas o pesquisador lecionava a disciplina de Resolução de Problemas Matemáticos, com carga horária de 2 horas/aula semanais.

4.4 Instrumentos da Pesquisa

4.4.1 Pré-teste

O início da intervenção pedagógica[2] se deu por meio da aplicação de um pré-teste (Apêndice A) no qual se pretendia verificar o nível de conhecimento dos alunos em relação aos triângulos retângulos.

Ressaltando o que já havia sido citado anteriormente, as duas turmas já tinham conhecimento prévio do assunto, pois o conteúdo já havia sido ministrado no início do ano pelo professor de matemática.

Segundo Gil (2008, p. 134), "para que o pré-teste seja eficaz é necessário que os elementos selecionados sejam típicos em relação ao universo e que aceitem dedicar para responder ao questionário maior tempo que os respondentes definitivos", no qual o pré-teste foi o questionário. Ainda, segundo o mesmo autor, o pré-teste de um instrumento de coleta de dados tem por objetivo assegurar-lhe validade, clareza dos termos e precisão.

As questões 1 e 2, elaboradas pelo próprio pesquisador, são questões bem simples e básicas para o tema em estudo. Com a primeira questão pretende-se verificar se o aluno sabe identificar ou não um triângulo retângulo. Já a segunda questão tem por objetivo a identificação da hipotenusa no triângulo retângulo.

As questões de 3 a 10 já tratam da aplicação do Teorema de Pitágoras e quase todas, com exceção da questão 4, são questões retiradas de provas externas (Saerjinhos)[3] que foram aplicadas a outros alunos da própria escola e foram selecionadas aleatoriamente.

4.4.2 Atividades

Além do pré-teste já citado, propõe-se uma intervenção pedagógica por meio da aplicação de cinco atividades sobre o Teorema de Pitágoras (Apêndice B, C e os anexos A, B, C, D, E e F), focando o uso de atividades lúdicas como forma de melhor absorver o conteúdo. O objetivo principal dessa parte da intervenção pedagógica é favorecer o desenvolvimento de competências e habilidades, promovendo o avanço na aprendizagem dos conceitos sobre o Teorema de Pitágoras pelos sujeitos da pesquisa.

[2] Interferência feita por um especialista com o objetivo melhorar o processo de aprendizagem do aluno (http://www.dicio.com.br/intervencao/).

[3] Prova diagnóstica aplicada no final dos bimestres 1, 2 e 3 de cada ano na rede estadual de ensino do Rio de Janeiro que é elaborada pelo CAEd/UFJF - Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Segundo Moraes e Andrade (2014), os jogos e as brincadeiras tornam o conhecimento mais acessível, transformando-o em objeto de prazer. Partindo desse princípio, as atividades propostas, neste trabalho, permitirão aos alunos experiências exploratórias através de quebra-cabeças, música, jogos e outros.

4.4.3 Pós-teste

O final da intervenção pedagógica se deu por meio da reaplicação do teste anteriormente denominado "pré-teste" (Apêndice A) no qual se pretendia verificar o nível de conhecimento dos alunos em relação aos triângulos retângulos.

O objetivo deste é verificar o nível de aprendizagem (ou eficiência) dos alunos em comparação ao teste anterior.

4.5 Procedimentos da Pesquisa

A pesquisa foi realizada em seis momentos, nos quais cada aula correspondia a 50 minutos:

Aula 1 - Aplicação do pré-teste;

Aulas 2 e 3 - “Demonstrando” o teorema com quebra-cabeças pitagóricos;

Aula 4 - Demonstrando o teorema utilizando áreas;

Aula 5 - Fixando os conceitos do teorema com a música Teorema de Pitágoras;

Aulas 6 e 7 - Resolução de problemas contextualizados;

Aulas 8 e 9 - Desenvolvimento do jogo trilha pitagórica;

Aula 10 - Reaplicação do pré-teste com a denominação pós-teste.

A investigação deu-se a partir das informações coletadas no período de setembro a novembro do ano de 2015. Ao todo, foram 6 encontros com os alunos conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Relatório de Frequência aos Encontros da Turma 902

Encontros	Tarefa	Presentes	Ausentes
1	Aplicação do pré-teste	21	0
2	Demonstração do teorema com quebra-cabeças	21	0
3.a	Demonstração do teorema utilizando áreas	21	0
3.b	Música: Teorema de Pitágoras	21	0
4	Resolução de problemas	21	0
5	Jogo: Trilha pitagórica	21	0
6	Aplicação do pós-teste	21	0
-	Avaliação do projeto	21	0

Fonte: Dados da pesquisa

Capítulo 5

Sequência Didática Aplicada em Sala de Aula

Este capítulo descreve a implementação da sequência didática constituída pelos testes e pela intervenção pedagógica baseada em atividades diversificadas sobre o Teorema de Pitágoras.

5.1 Pré-Teste

Neste item, é descrita e analisada a aplicação do pré-teste (Apêndice A), cujo objetivo é investigar o nível de conhecimento dos alunos com relação a problemas relacionados ao Teorema de Pitágoras.

Este instrumento foi aplicado em duas oportunidades:

- Turma 902: dia 08/09/2015 com a participação de 21 alunos.
- Turma 901: dia 21/09/2015 com a participação de 27 alunos.

Inicialmente o pesquisador realiza uma conversa com os sujeitos da pesquisa explicando todos os detalhes do desenvolvimento do projeto, assim como as demais orientações para que tudo possa ocorrer dentro da mais perfeita normalidade.

A seguir é aplicado o pré-teste (Apêndice A) aos alunos e estes utilizam o tempo de 50 minutos para o desenvolvimento da atividade. Esse teste é constituído de 10 questões, sendo 1 delas fechada e 9 discursivas. Vale ressaltar, que das 10 questões, 7 foram retiradas de avaliações diagnósticas (Saerjinhos) aplicadas tanto no 9^o ano do Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

Os "Saerjinhos" foram escolhidos como fonte para a maioria das questões, por se tratar de questões nas quais os alunos já têm certa familiaridade e também porque esse tipo de prova é aplicada todo bimestre com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino. Apesar desse tipo de prova trazer apenas questões objetivas, nessas 7 questões as alternativas foram omitidas com o intuito de que pudesse retirar "mais" do aluno, evitando que usassem a expressão "fiz de cabeça" ou simplesmente "chutei" as alternativas, obrigando-o assim a justificar suas respostas.

Para se obter uma visão global dos conhecimentos dos sujeitos, considerou-se apenas o critério de certo ou errado para a correção das questões. Questões incompletas foram consideradas erradas.

É apresentada, a seguir, uma análise das respostas que os alunos deram a cada uma dez questões do pré-teste.

Questão 1:

O objetivo desta questão era apenas verificar se o aluno sabe identificar o triângulo retângulo em diferentes posições (Tabela 2).

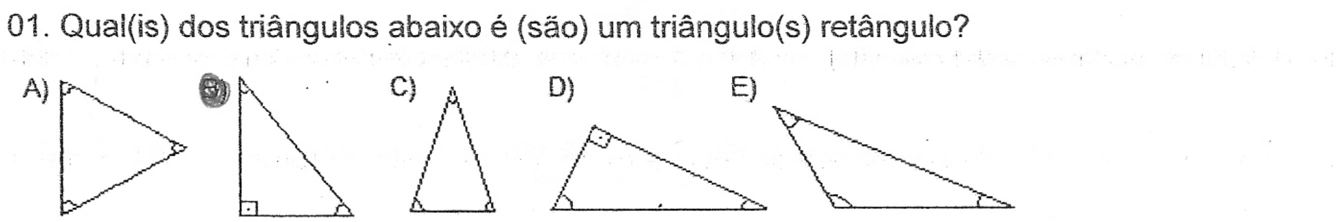
Tabela 2 – Resultado da questão 1 do pré-teste

Turma	Acertos	Erros	Aproveitamento
901	17	10	63%
902	19	2	90%

Fonte: Dados da pesquisa

Dos 48 sujeitos pesquisados em ambas as turmas, 36 acertaram assinalando corretamente B e D como triângulos retângulos e doze assinalaram apenas uma das alternativas corretas. Entre os que acertaram parcialmente a questão, dez alunos assinalaram apenas a letra B e 2 apenas a letra D o que sugere que existe uma dificuldade em localizar o ângulo reto em triângulo rotacionado (Figura24).

Figura 24 – Resposta do sujeito A21 para a questão 1



Fonte: Autoria Própria

Questão 2:

O objetivo desta questão era verificar se o aluno sabe identificar a hipotenusa num triângulo retângulo (Tabela 3).

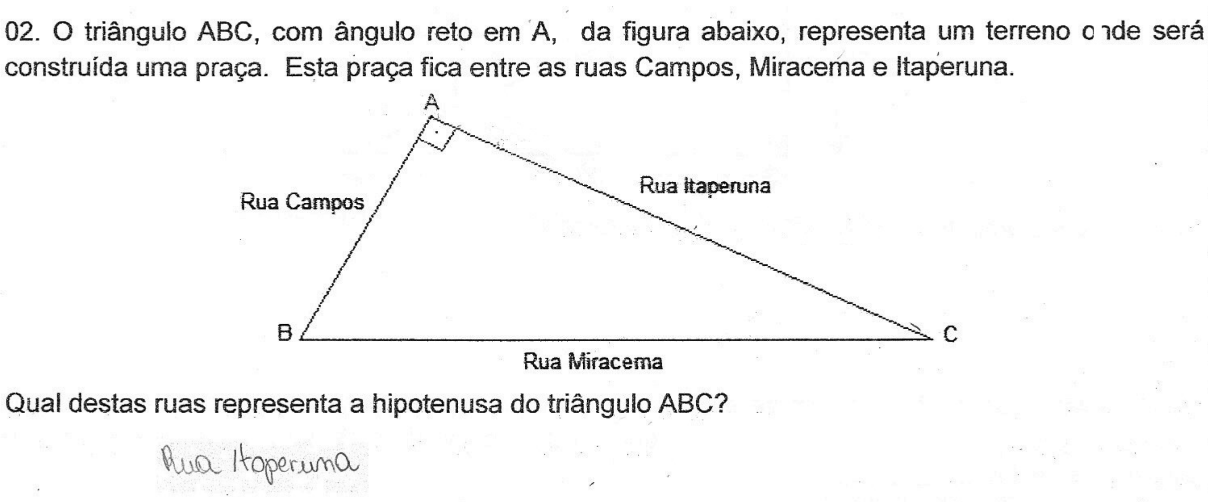
Tabela 3 – Resultado da questão 2 do pré-teste

Turma	Acertos	Erros	Aproveitamento
901	26	1	96%
902	21	0	100%

Fonte: Dados da pesquisa

Dos 48 sujeitos pesquisados em ambas as turmas, 47 acertaram respondendo corretamente que a rua Miracema representa a hipotenusa do triângulo em questão. O aluno que errou, indicou a rua Itaperuna como sendo a hipotenusa. Esse tipo de erro pode ser uma dificuldade de identificar o lado oposto ao ângulo reto como sendo a hipotenusa.

Figura 25 – Resposta do sujeito A10 para a questão 2


02. O triângulo ABC, com ângulo reto em A, da figura abaixo, representa um terreno onde será construída uma praça. Esta praça fica entre as ruas Campos, Miracema e Itaperuna.

Qual destas ruas representa a hipotenusa do triângulo ABC?

Rua Itaperuna

Fonte: Autoria Própria

Questão 3:

Se trata de uma questão bem simples de aplicação teorema de Pitágoras (Tabela 4).

Tabela 4 – Resultado da questão 3 do pré-teste

Turma	Acertos	Erros	Aproveitamento
901	19	8	70%
902	18	3	86%

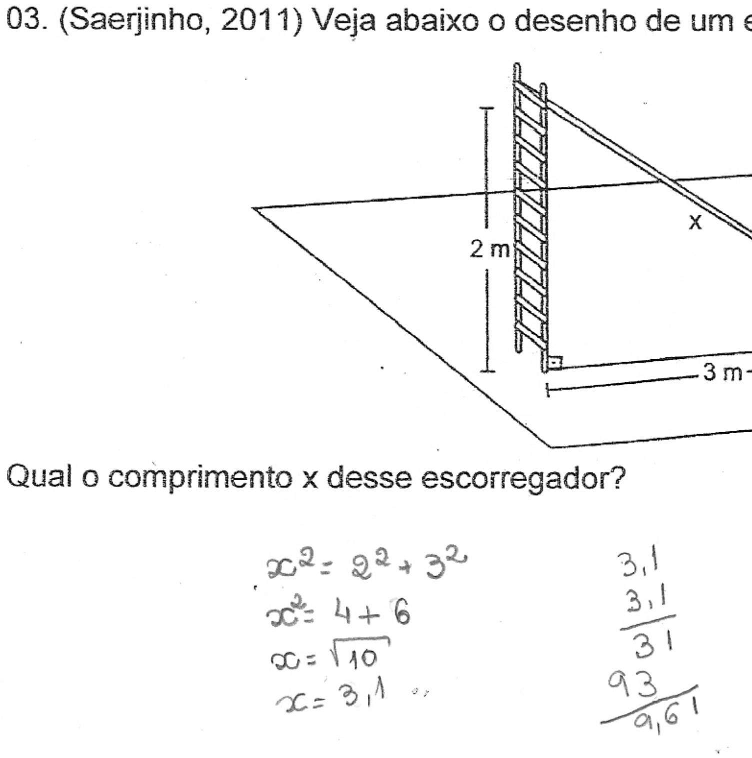
Fonte: Dados da pesquisa

Nessa questão, cinco dos onze erros estão relacionados a não aplicação do Teorema de Pitágoras e os outros seis cometeram algum tipo de erro relacionado às operações envolvidas no cálculo da questão (Figura 26).

Um erro bastante comum na utilização de potências apareceu na resolução da questão 3, na qual é possível ver a utilização de $3^2 = 6$ ao invés de $3^2 = 9$ conforme Figura 26. Um fato interessante, é que o mesmo aluno aplica a ideia corretamente em outras questões.

.

Figura 26 – Resposta do sujeito B12 para a questão 3



Fonte: RJ (2011a)

Questão 4:

Por se tratar de uma questão na qual os três lados do triângulo retângulo não estão com suas medidas visíveis a princípio, esta foi uma das questões com o pior rendimento do teste (Tabela 5).

Tabela 5 – Resultado da questão 4 do pré-teste

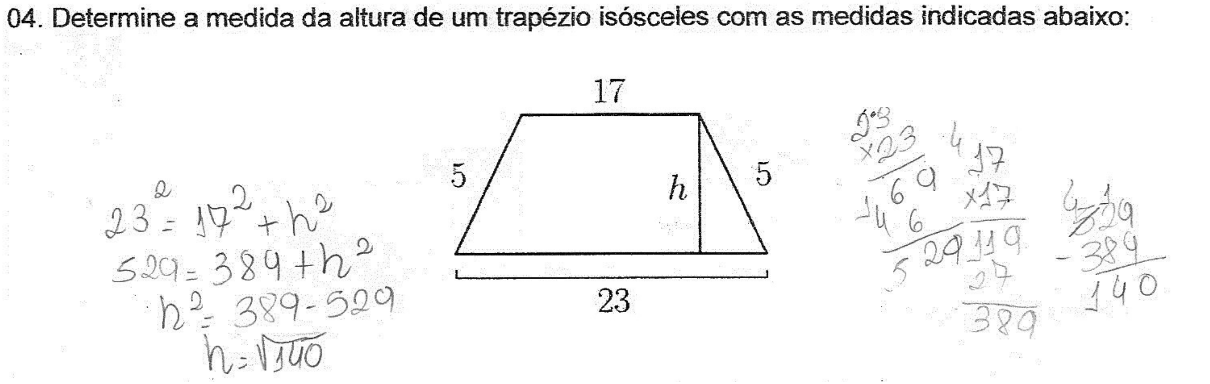
Turma	Acertos	Erros	Aproveitamento
901	5	22	19%
902	3	18	17%

Fonte: Dados da pesquisa

Vinte e nove alunos não visualizaram a aplicação do Teorema de Pitágoras nessa questão e por isso fizeram qualquer tipo de cálculo sem conexão com a resolução ou deixaram-na em branco. Cinco alunos identificaram os lados 3 e 5 do triângulo, mas erraram em algum momento do cálculo. Os demais que erraram, não separaram adequadamente as três medidas dos lados, porém usaram o Teorema de Pitágoras (Figura 27).

Fazendo uma análise um pouco mais apurada para esta questão, verifica-se que alguns alunos tentam utilizar o Teorema de Pitágoras de forma equivocada aplicando-o em outras figuras diferentes do triângulo retângulo.

Figura 27 – Resposta do sujeito B05 para a questão 4



Fonte: http://www.matika.com.br/teorema-de-pitagoras/exercicios

Questão 5:

Mesmo sendo uma questão com resolução muito parecida com a número três, o seu aproveitamento não foi semelhante (Tabela 6).

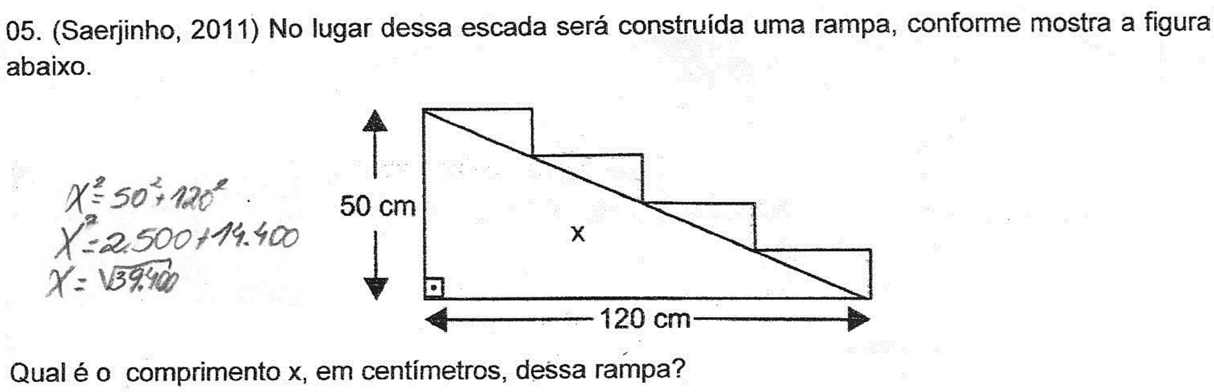
Tabela 6 – Resultado da questão 5 do pré-teste

Turma	Acertos	Erros	Aproveitamento
901	14	13	52%
902	12	9	57%

Fonte: Dados da pesquisa

Apenas 6 alunos não souberam relacionar a resolução do problema com o Teorema de Pitágoras deixando a questão em branco ou fazendo algum cálculo sem nenhum nexo. A grande dificuldade em trabalhar com números elevados foi o elemento que causou a maior dificuldade aos alunos (Figura 28), que representa 12 erros dos 22 identificados. Os demais erros estão relacionados ao desenvolvimento equivocado da equação, como por exemplo a manipulação equivocada da potência pelos membros da equação (Figura 29).

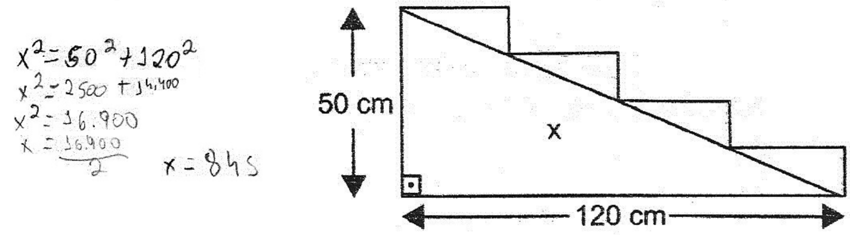
Figura 28 – Resposta do sujeito A26 para a questão 5



Fonte:RJ (2011b)

Figura 29 – Resposta do sujeito A11 para a questão 5

05. (Saerjinho, 2011) No lugar dessa escada será construída uma rampa, conforme mostra a figura abaixo.



Qual é o comprimento x, em centímetros, dessa rampa?

Fonte:RJ (2011b)

Questão 6:

Trata-se uma questão muito simples na qual se pretende descobrir o menor cateto no triângulo, porém os resultados não foram muito satisfatórios (Tabela 7).

Tabela 7 – Resultado da questão 6 do pré-teste

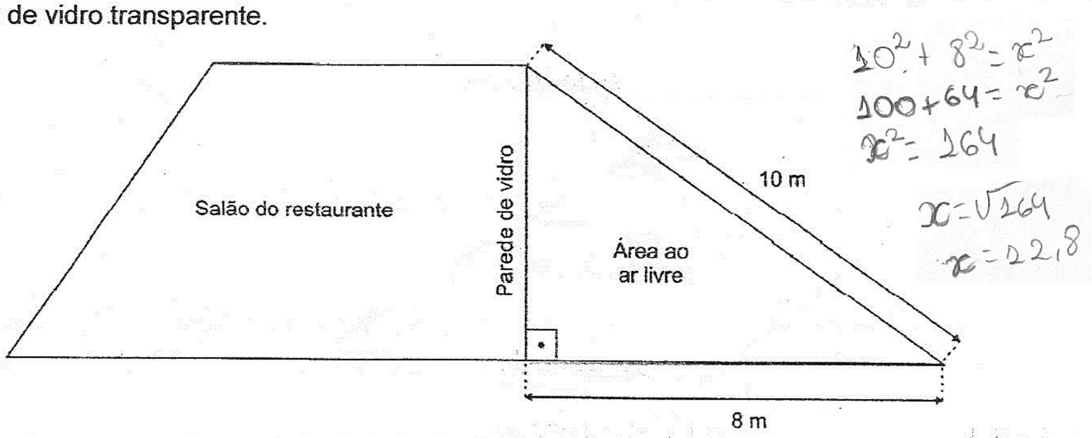
Turma	Acertos	Erros	Aproveitamento
901	13	14	48%
902	16	5	76%

Fonte: Dados da pesquisa

Três alunos não identificaram o Teorema de Pitágoras como caminho para a resolução da questão, 8 erraram nos cálculos, 5 na manipulação dos termos pelos membros da equação e 3 incluíram a hipotenusa na posição errada na relação (Figura 30).

Figura 30 – Resposta do sujeito A18 para a questão 6

06. (Saerjinho, 2013) Um restaurante está sendo reformado e receberá uma área ao ar livre. Para aproveitar a luminosidade natural, a parede, que divide o salão do restaurante e a área ao ar livre, será toda de vidro transparente.



Qual é a medida do comprimento dessa parede que será de vidro?

Fonte:RJ (2013)

Questão 7:

Para esta questão, três alunos erraram nos cálculos, oito não souberam aplicar corretamente a relação entre os lados do triângulo para resolver o problema e um aluno não soube manipular corretamente os termos (Tabela 8).

Tabela 8 – Resultado da questão 7 do pré-teste

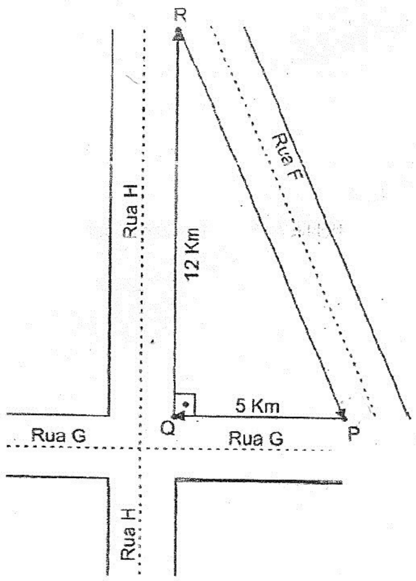
Turma	Acertos	Erros	Aproveitamento
901	18	9	67%
902	18	3	86%

Fonte: Dados da pesquisa

Um fato que vale ressaltar, foi que dos oito alunos que não aplicaram corretamente a relação, quatro parecem não ter entendido corretamente o enunciado, efetuando apenas a soma dos dois lados já existentes (Figura 31).

Figura 31 – Resposta do sujeito A24 para a questão 7

07. (Saerjinho, 2014) O desenho abaixo mostra o percurso realizado por um corredor nas ruas do seu bairro. Ele parte do ponto P e desloca-se em linha reta até as esquinas das ruas G, H e F, que formam o triângulo PQR.



Quantos quilômetros ele desloca-se em linha reta do ponto R até retornar ao ponto P?

$$\begin{array}{r} 12 \\ +\ 5 \\ \hline 17 \end{array}$$

R: Ele percorre 17 Km

Fonte:RJ (2014)

Questão 8:

Praticamente todos os alunos que acertaram a questão anterior, também acertaram esta questão, visto que as medidas envolvidas no cálculo são as mesmas (Tabela 9).

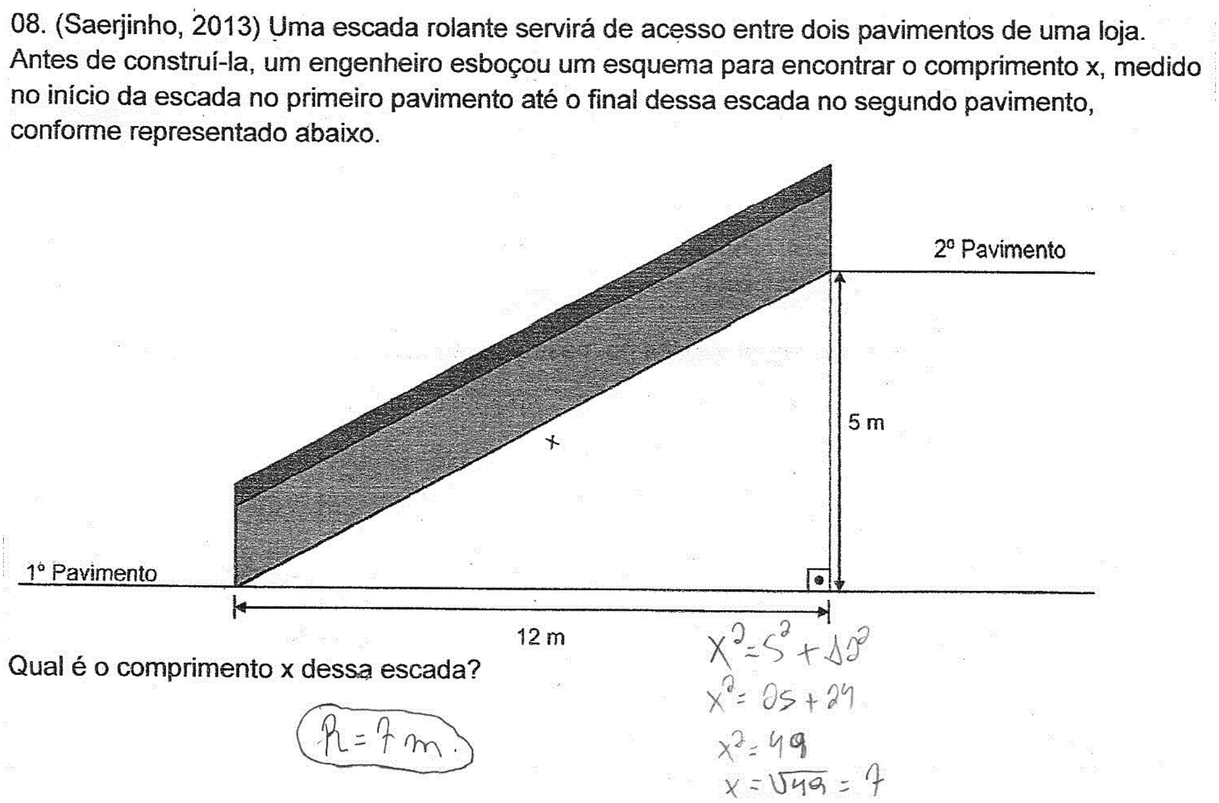
Tabela 9 – Resultado da questão 8 do pré-teste

Turma	Acertos	Erros	Aproveitamento
901	20	7	74%
902	18	3	86%

Fonte: Dados da pesquisa

Entre aqueles que não acertaram, seis erraram nas contas, dois não souberam aplicar a relação e 2 erraram na manipulação dos termos. Essa redução entre aqueles que não aplicaram a relação, pode estar possivelmente relacionada ao não entendimento do enunciado, quando comparamos com a questão anterior. Um outro fato que chamou bastante a atenção nos erros de cálculo: o aluno consegue resolver cinco ao quadrado com perfeição, mas não aplica o mesmo conhecimento para doze ao quadrado (Figura 32). Isso sinaliza uma falta de atenção ou dificuldades no domínio das potências.

Figura 32 – Resposta do sujeito B08 para a questão 8



Fonte:RJ (2013)

Questão 9:

Apesar desta questão ser muito parecida com a número seis, mesmo assim dois alunos acertaram uma e erraram a outra, o que demonstra falta de atenção. Numericamente os resultados foram idênticos aos da questão seis (Tabela 10).

Tabela 10 – Resultado da questão 9 do pré-teste

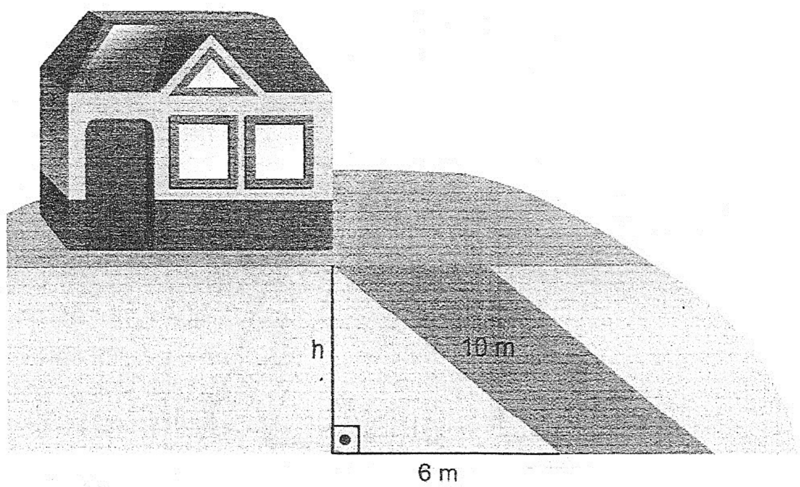
Turma	Acertos	Erros	Aproveitamento
901	13	14	48%
902	6	5	76%

Fonte: Dados da pesquisa

Mais uma vez alguns alunos inseriram a hipotenusa na posição errada na relação. Quatro alunos cometeram esse erro; oito erraram nos cálculos, principalmente na manipulação dos valores (Figura 33) e sete não souberam aplicar a relação, deixando em branco ou aplicando cálculos equivocados.

Figura 33 – Resposta do sujeito A09 para a questão 9

09. (Saerjinho, 2011) Para determinar a altura de uma rampa de acesso a sua casa, Marcela fez o desenho abaixo



Qual é, em metros, a altura há dessa rampa?

$$a^2+b^2=c^2$$
$$h^2+6^2=10^2$$
$$h^2+36=100$$
$$h^2=36+100$$
$$h^2=136$$
$$h=\sqrt{136}$$

Fonte:RJ (2011c)

Questão 10:

Juntamente com a questão quatro, esta foi a que teve o pior rendimento (Tabela 11).

Dezessete alunos deixaram esta questão em branco, oito resolveram com cálculos equivocados e dois erraram na manipulação dos termos. Os outros nove alunos chegaram bem perto da resposta (Figura 34), encontrando corretamente o lado vertical de cada

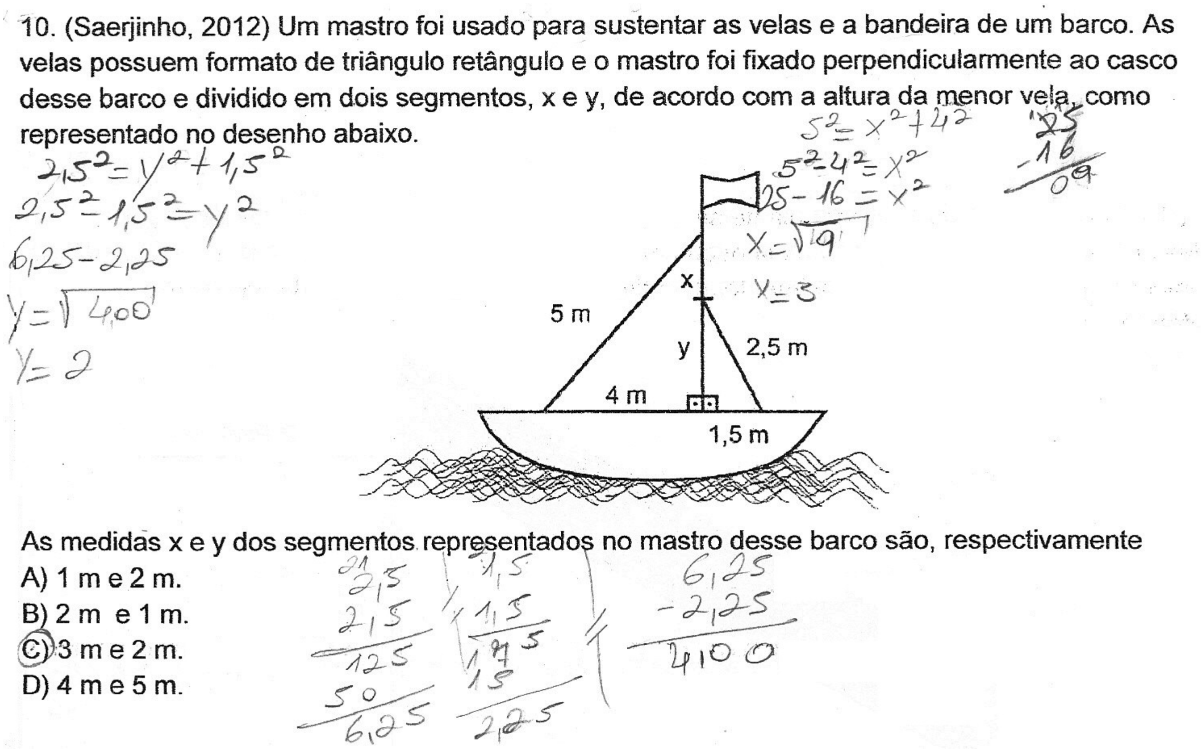
Tabela 11 – Resultado da questão 10 do pré-teste

Turma	Acertos	Erros	Aproveitamento
901	3	24	11%
902	2	19	10%

Fonte: Dados da pesquisa

triângulo, faltando apenas subtrair essas respostas para encontrar o valor de x. Por fim, outros sete encontraram apenas um dos valores.

Figura 34 – Resposta do sujeito B19 para a questão 10


10. (Saerjinho, 2012) Um mastro foi usado para sustentar as velas e a bandeira de um barco. As velas possuem formato de triângulo retângulo e o mastro foi fixado perpendicularmente ao casco desse barco e dividido em dois segmentos, x e y, de acordo com a altura da menor vela, como representado no desenho abaixo.

As medidas x e y dos segmentos representados no mastro desse barco são, respectivamente

A) 1 m e 2 m.
B) 2 m e 1 m.
C) 3 m e 2 m.
D) 4 m e 5 m.

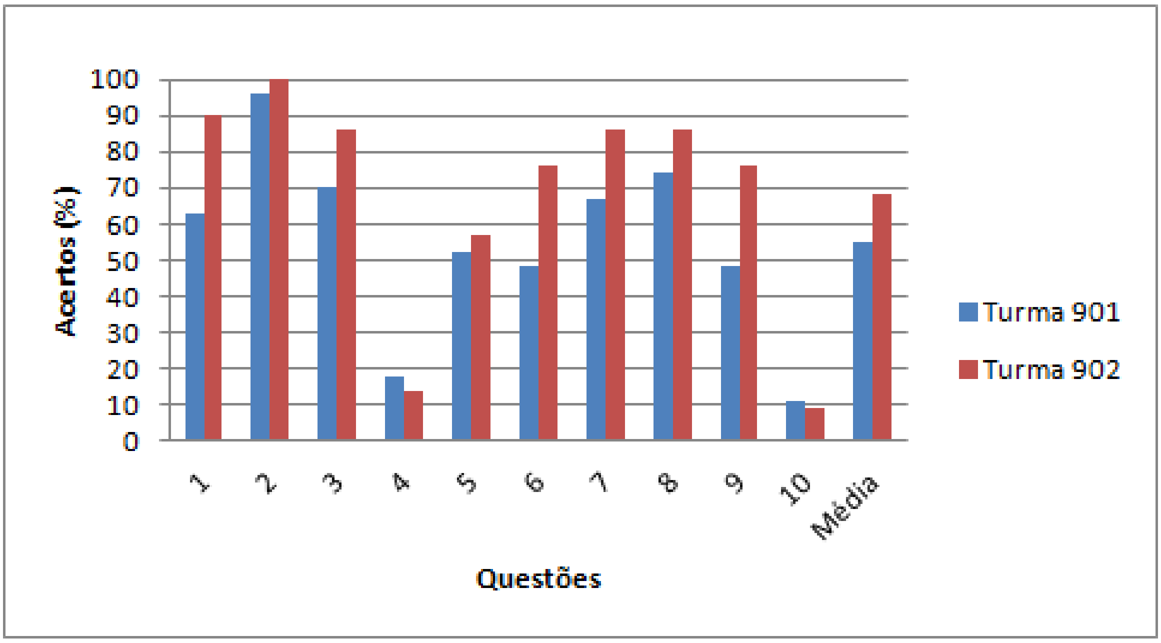
Fonte:RJ (2012)

Conclusão Final do Primeiro Encontro

Mesmo observando que a maioria dos alunos acertaram as questões, ainda assim não sabem aplicar o real significado desta relação na hora de utilizá-la nos problemas, conforme verificado na Figura 34, onde o aluno utiliza a "fórmula" (como que por intuição), mas não relaciona os dois cálculos feitos com a relação para se chegar à resposta adequada. Verifica-se também que aproximadamente 40% dos alunos nem isso conseguiram realizar (Figura 35).

O que se espera agora com a aplicação da intervenção pedagógica, é uma melhora considerável no rendimento da turma 902. Já a turma 901, que não sofrerá nenhuma intervenção, espera-se pelo menos uma manutenção nos níveis de rendimento.

Figura 35 – Rendimento do Pré-Teste das Turmas 901 e 902



Fonte: Dados da Pesquisa

5.2 Intervenção Pedagógica

Logo após a aplicação do pré-teste (Apêncice A), deu-se início a intervenção pedagógica por meio da aplicação de atividades que favorecessem o desenvolvimento de habilidades e competências que permitissem uma melhora ao aprendizado do assunto em questão.

Durante esta fase foram realizados 4 encontros que duraram em média 100 minutos cada. Durante esses encontros foram priorizadas atividades lúdicas com o intuito de tornar a aprendizagem mais prazerosa (GRANDO, 2000) com um rendimento mais satisfatório.

Antes de cada encontro, todo material foi preparado antecipadamente e dividido em pequenos sacos de acordo com o número de grupos para que os alunos pudessem aproveitar cada instante da aula manuseando o material. Outro fator que vale ressaltar, foi a divisão, também antecipada, dos grupos de estudo (para facilitar as trocas de experiências (GRANDO, 2000)), que eram compostos por 4 alunos, sendo um aluno escolhido estrategicamente para que fosse o monitor daquele grupo. Esses monitores foram escolhidos de acordo com o seu melhor rendimento em matemática para que pudessem auxiliar os colegas de seu grupo.

5.2.1 Atividade 1: Demonstrando com Quebra-cabeças

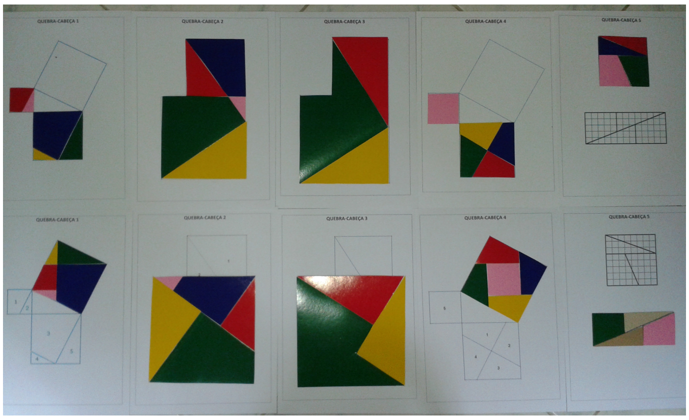
5.2.1.1 Objetivo

O objetivo desta atividade é apresentar algumas "demonstrações" práticas do Teorema de Pitágoras que podem ser obtidas por meio da comparação entre áreas e também mostrar para o aluno que uma demonstração matemática não pode ser dada exclusivamente por meio da interpretação de uma ilustração, ou seja, é necessário uma demonstração mais rigorosa. Todas essas tarefas desta primeira atividade com quebra-cabeças se encontram de uma forma mais detalhada no trabalho de Oliveira (2008).

5.2.1.2 Confecção do Material

Os tabuleiros (Anexo F) para os quebra-cabeças foram confeccionados em papel A4 opaline branco $180g/m^2$ que é um papel mais firme para não atrapalhar na montagem das peças e adequado para a impressão. Já as peças foram recortadas em papel cartão utilizando-se um total de cinco cores, que é o maior número possível de peças de um quebra-cabeça.

Figura 36 – Quebra-cabeças

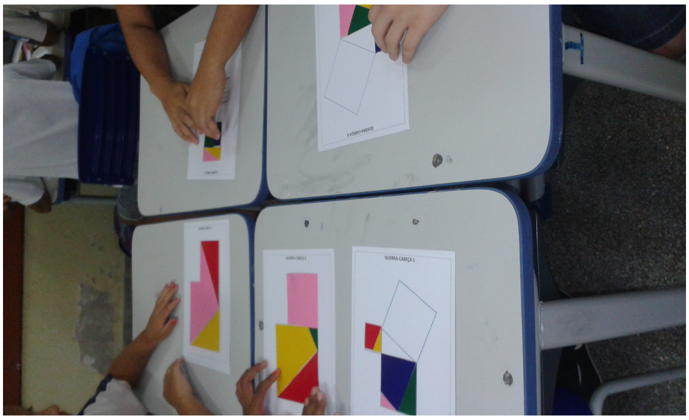


Fonte: Autoria Própria

5.2.1.3 Desenvolvimento da Atividade

Após a divisão dos grupos, cada um recebeu cinco sacos contendo as peças de cada quebra-cabeça e seus tabuleiros (Anexo F). A seguir, foi pedido para que montassem os dois quadrados menores no tabuleiro e que assim fossem preenchendo o questionário (Apêndice B) para os quebra-cabeças de 1 a 4. Essa primeira etapa foi tranquila e resolvida rapidamente. Em seguida, com as mesmas peças de cada quebra-cabeça, foi pedido para que montassem um quadrado utilizando todas elas. A partir de então as dificuldades começaram a aparecer e aquilo que parecia ser rápido, não foi. Alguns grupos só conseguiram montar seus quebra-cabeças com a ajuda de outros grupos.

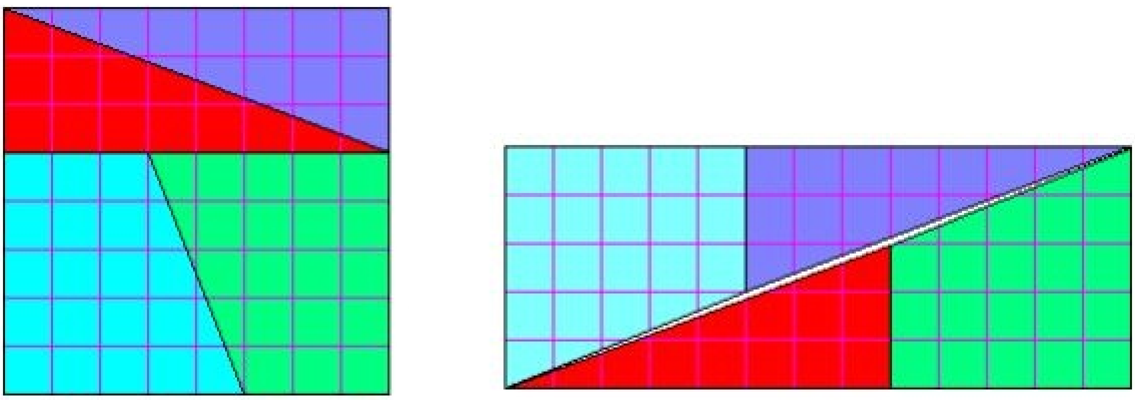
Figura 37 – Alunos em atividades com quebra-cabeças



Fonte: Autoria Própria

A seguir, foi proposto que por meio do quebra-cabeça de número 5 resolvessem o desafio proposto no final do Apêndice B. O desafio consistia em explicar por que mesmo utilizando as mesmas peças, as figuras (I) e (II) tinham áreas diferentes? Poucos alunos conseguiram decifrar que o mistério do problema estava em uma pequena faixa formada sobre a diagonal do retângulo (Figura 38) e a maioria necessitou do auxílio do professor para compreender o problema. Porém, essa enorme dificuldade já ajudou na introdução da atividade seguinte, que trata da necessidade de demonstrações mais rigorosas em matemática.

Figura 38 – Mistério do quebra-cabeça 5



(I) (II)

Fonte: http://www.mat.ufmg.br/ elaine/Aperfeicoamento/Pitagoras.pdf

5.2.1.4 Concluindo a Atividade 1

Nesta atividade os alunos conseguiram "provar", por meio de experiências, que o Teorema de Pitágoras era válido para algumas figuras, contudo verificaram na prática que a interpretação de uma ilustração pode enganar, levando a conclusões precipitadas (Figura 38). Dessa forma, as demonstrações acabam necessitando de certo formalismo que no caso do Teorema de Pitágoras é feita com um raciocínio que vale para qualquer triângulo (LELLIS, 1996).

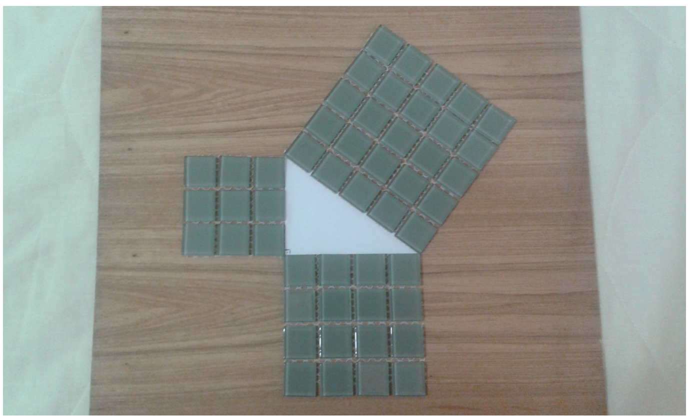
5.2.2 Atividade 2: Aprimorando as Bases do Conteúdo

Este encontro foi dividido em duas etapas de 50 minutos cada, e teve além do objetivo de avançar mais com os alunos no universo das demonstrações formais do Teorema de Pitágoras, também aprofundar conhecimentos necessários para a aplicação desse teorema.

5.2.2.1 Avançando nas Demonstrações

Esta aula foi iniciada tomando ainda como base as discussões do encontro anterior quando foi comentado da importância de uma demonstração formal em matemática. Em seguida, utilizando-se equivalência de áreas, apresentamos a Figura 39 que foi confeccionada utilizando-se uma folha de pastilhas para banheiro fixadas com cola quente sobre um pedaço de madeirite (tábua fina). Nesse momento, foi frisado que "o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos".

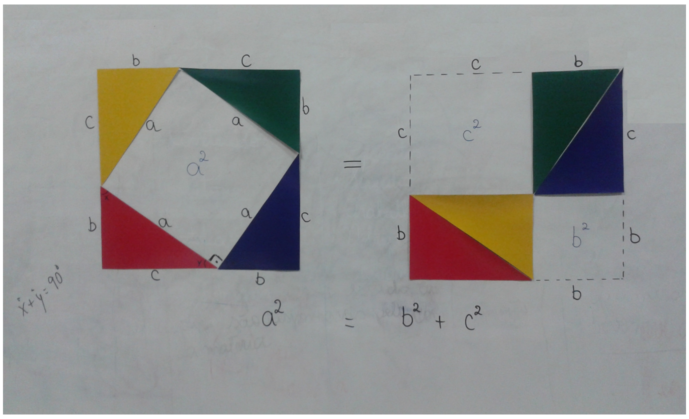
Figura 39 – Equivalência de áreas sobre os lados do triângulo



Fonte: Autoria Própria

A partir de então, deu-se início à demonstração 1 que se encontra presente no capítulo 2 deste trabalho (Figura 40), pedindo sempre o auxílio dos alunos para o desenvolvimento do raciocínio, possibilitando assim, uma melhor participação e entendimento do que estava sendo desenvolvido.

Figura 40 – Desmonstração do teorema



Fonte: Autoria Própria

Após o término desta demonstração, foi proposto que os próprios alunos desenvolvessem uma outra, utilizando-se, para isso, o Anexo A. As dúvidas foram surgindo uma a uma. Contudo, os próprios monitores foram auxiliando seus grupos e a atividade foi concluída sem maiores problemas.

5.2.2.2 Aprimorando com música

O objetivo desta atividade (Anexo B), foi favorecer a assimilação, ou simplesmente memorização do Teorema de Pitágoras por meio de uma variedade de estratégias que pudessem atingir ao máximo de alunos possíveis. Para isso usou-se a música.

Inicialmente, foi distribuída uma cópia da letra para cada aluno. O equipamento de multimídia foi indispensável para esta atividade, pois a mesma se encontra em vídeo disponível no youtube (https://www.youtube.com/watch?v=qjvy2jcbv8w) e sua música, em forma de reggae, contagiou toda a turma. Além de sua letra favorecer a aprendizagem, o vídeo completa de forma incrível a atividade. Após poucos ensaios, todos já haviam decorado a letra.

O resultado final desta atividade chamou tanto a atenção, que os alunos foram convidados para apresentar esta música num evento interno da escola denominado “matemática 360^o” (Figura 41). Neste evento, foram desenvolvidas várias atividades envolvendo a matemática, tais como brincadeiras, jogos, músicas, entre outras.

5.2.3 Atividade 3: Resolvendo Problemas

"A resolução de problemas é uma estratégia didática/metodológica importante e fundamental para o desenvolvimento intelectual do aluno e para o ensino da matemática"

Figura 41 – Apresentação dos alunos

Fonte: Autoria Própria

(SOUZA, 2005, p. 1). Esta atividade foi proposta com o objetivo de aprimorar a aplicação do assunto na resolução de problemas. Vinte e um alunos participaram desta atividade resolvendo os problemas propostos (Anexo C).

Diferentemente do pré-teste, na segunda metade da aula, esta atividade foi desenvolvida com o auxílio do professor visando corrigir os desvios apresentados no pré-teste e tirar as dúvidas das questões que os alunos estavam tendo mais dificuldades nesta bateria de problemas. As principais dúvidas foram as relacionadas à conhecimentos como potenciação de radicais e produtos notáveis. Os mais comuns foram:

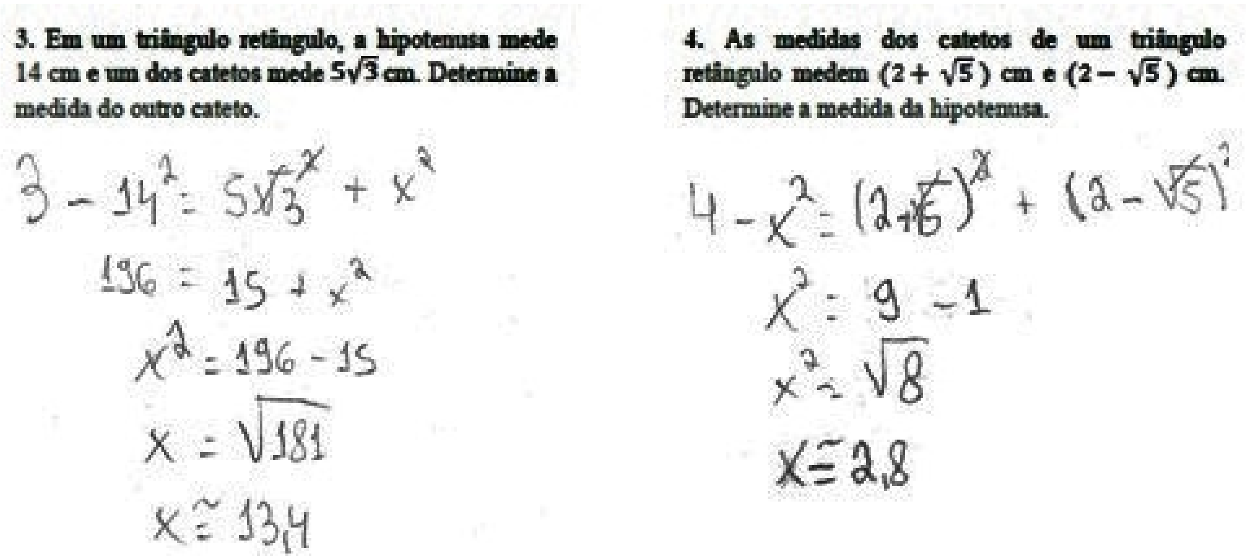
- potenciação de radicais (questões 1d, 1e, 3 e 4);
- produto notável (questão 4);
- dificuldade em justificar (questão 2).

O erro do aluno B06 resume o que praticamente toda a turma fez com relação às questões 3 e 4, já que os mesmos estavam inicialmente resolvendo suas questões com o auxílio de monitores (Figura 42). Outra questão que não satisfez as expectativas, foi a número 2, pois os alunos não utilizaram a relação para justificar suas respostas.

Neste momento as resoluções estavam baseadas apenas nas trocas de experiências entre os próprios alunos. Para efeito de cálculo, cada um dos 6 itens da questão 1 foram contados como um acerto, totalizando 126 acertos (21 alunos x 6 itens) (Tabela 12).

Uma saída encontrada por muitos alunos para vencer a dificuldade com os radicais foi a utilização de valores aproximados. Com isso, souberam aplicar o Teorema de Pitágoras,

Figura 42 – Principais erros dos alunos



Fonte: Autoria Própria

Tabela 12 – Rendimento dos alunos para as questões dos problemas

Questões	Acertos	Erros	Aproveitamento
1	109	17	87%
2	0	0	0%
3	9	12	43%
4	2	19	10%
5	19	2	90%
6	21	0	100%
7	16	5	76%
8	20	1	95%
9	21	0	100%
10	18	3	86%

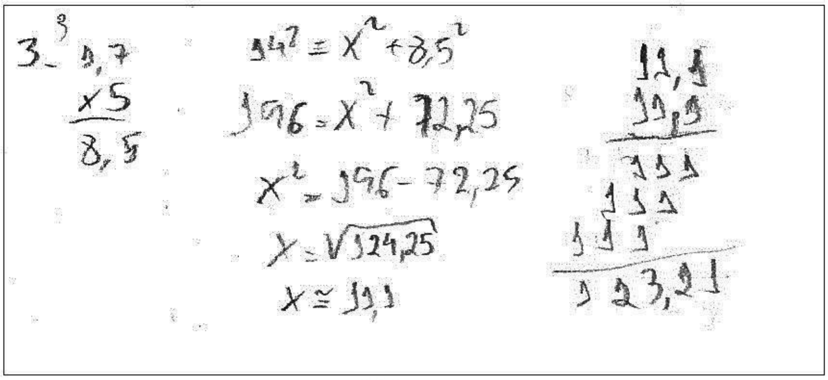
Fonte: Dados da pesquisa

mesmo que, para isso, fosse necessário a utilização de cálculos envolvendo decimais, o que deixou a questão mais trabalhosa (Figura 43). O enunciado era o seguinte:

Questão 3. Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede $14cm$ e um dos catetos mede $5\sqrt{3}cm$. Determine a medida do outro cateto.

As experiências trocadas neste atividade foram de fundamental importância para o desenvolvimento do trabalho, tanto no que se refere ao apoio do professor, quanto à troca entre os próprios alunos, pois apenas 3 destes ficaram abaixo das expectativas.

Figura 43 – Resposta do sujeito B03 para a questão 3



Fonte: Elaboração própria

5.2.4 Atividade 4: Trilha Pitagórica

Dando continuidade à atividade anterior, agora de forma lúdica, pretende-se consolidar o assunto com a aplicação de jogo denominado “Trilha Pitagórica”.

Esse jogo consiste em uma trilha que o jogador terá que percorrer e vence aquele que completá-la primeiro. A distância a ser percorrida na trilha a cada rodada é o resultado da hipotenusa de um triângulo retângulo, cujos catetos dependem do lançamento de um dado lançado duas vezes, ou seja, cálculos envolvendo o Teorema de Pitágoras deverão ser feitos por todos os jogadores a cada rodada. Todas as demais regras, assim como a própria trilha estão no Anexo D.

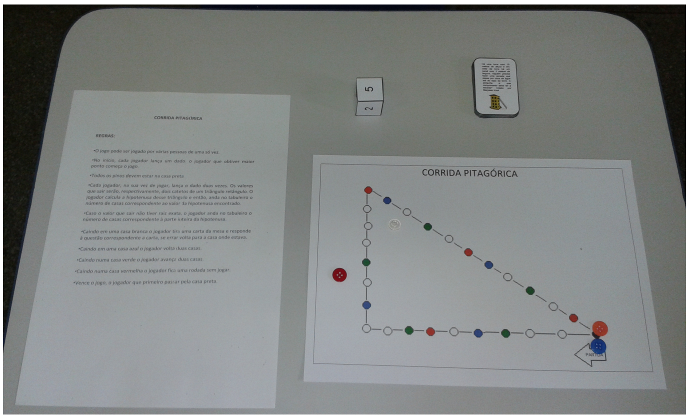
5.2.4.1 Confecção do Material

Tanto a trilha (Anexo D) quanto o baralho (Anexo E), ambos foram confeccionados em papel A4 opaline branco $180g/m^2$, o mesmo que foi utilizado para os tabuleiros do quebra-cabeças. Já o dado (Apêndice C) e as instruções de jogo (Anexo D), foram confeccionados em papel A4 $75g/m^2$. Para representar os jogadores foram utilizados botões utilizados em roupas, um de cada cor, de acordo com o número de jogadores de cada grupo. Na Figura 44, é possível ver todo o material necessário para realização do jogo: a trilha, as regras, o dado, as cartas e os botões.

5.2.4.2 Desenvolvimento da Atividade

Após a divisão dos grupos, cada um recebeu o material que consta na Figura 44 e foi orientado que cada aluno estivesse com seu caderno, lápis e borracha à disposição para

Figura 44 – Material para a trilha pitagórica

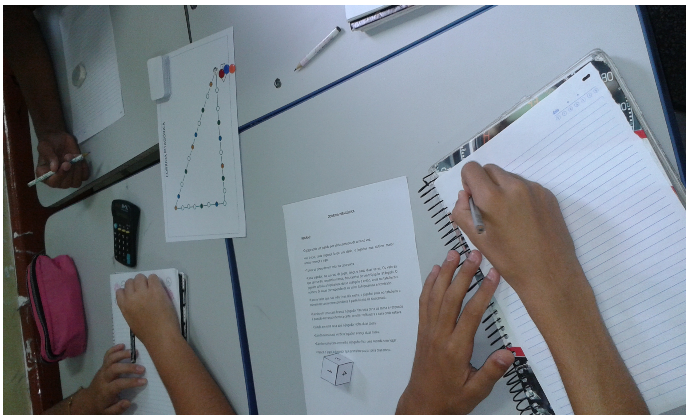


Fonte: Autoria Própria

que pudessem efetuar os possíveis cálculos. Todas as orientações foram dadas e algumas simulações foram feitas para que a maioria das dúvidas fossem sanadas.

Para estimular a disputa, foi oferecido um tablete do chocolate "Talento" para o vencedor e "Serenata de Amor" para os demais. Dessa forma, para fiscalizar os cálculos dos colegas e evitar possíveis erros ou “falcatruas”, todos tinham que calcular as respostas dos desafios. Poucos grupos conseguiram realizar mais de uma rodada e aqueles que conseguiram, como eram 24 cartas, continuavam o jogo utilizando para a segunda rodada, as cartas que não foram utilizadas durante a primeira rodada (Figura 45).

Figura 45 – Alunos jogando a trilha pitagórica



Fonte: Autoria Própria

5.2.4.3 Concluindo a Atividade

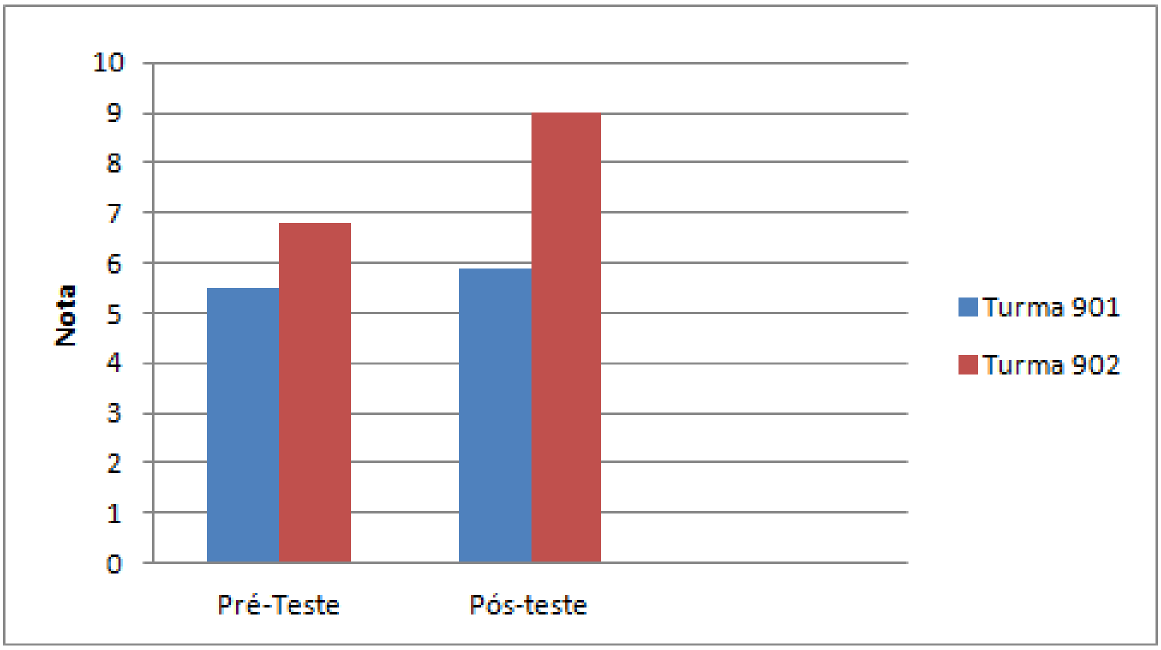
Durante a resolução dos problemas surgiram muitas dúvidas. Entretanto, em muitas delas não foi necessário a atuação do professor, pois os próprios componentes do grupo ajudavam aqueles que tinham mais dificuldades. Quando o monitor não conseguia ajudar, o professor atuou no auxílio. O importante foi que todos participaram, ora na sua questão, ora fiscalizando o colega, e com isso, muitos problemas foram resolvidos por cada integrante do grupo, o que contribuiu, significativamente, para a melhora do desempenho.

5.3 Pós-teste

Trata-se de uma lista de 10 questões relacionadas ao Teorema de Pitágoras que foram aplicadas preliminarmente com a denominação de pré-teste e que agora recebem o nome de pós-teste. A abrangência de cada questão se encontra no capítulo 4, na subseção 4.4.1 e a habilidade/competência que se pretende verificar é o Descritor 10 da matriz da Prova Brasil “utilizar relações métricas no triângulo retângulo para resolver problemas significativos”. Este teste foi aplicado para as duas turmas que participaram da pesquisa, tanto a turma que sofreu a intervenção pedagógica, quanto a turma que não sofreu. Por meio desse instrumento pretende-se verificar o nível de crescimento do desempenho dos dois grupos em um certo tempo, analisando a evolução destes após as atividades. A ideia central é mostrar que no início do trabalho as duas turmas detinham um domínio semelhante e que a evolução da turma 902 deu-se devido a aplicação do projeto.

5.3.1 O Desempenho da Turma 901

Figura 46 – Aproveitamento Médio por Teste



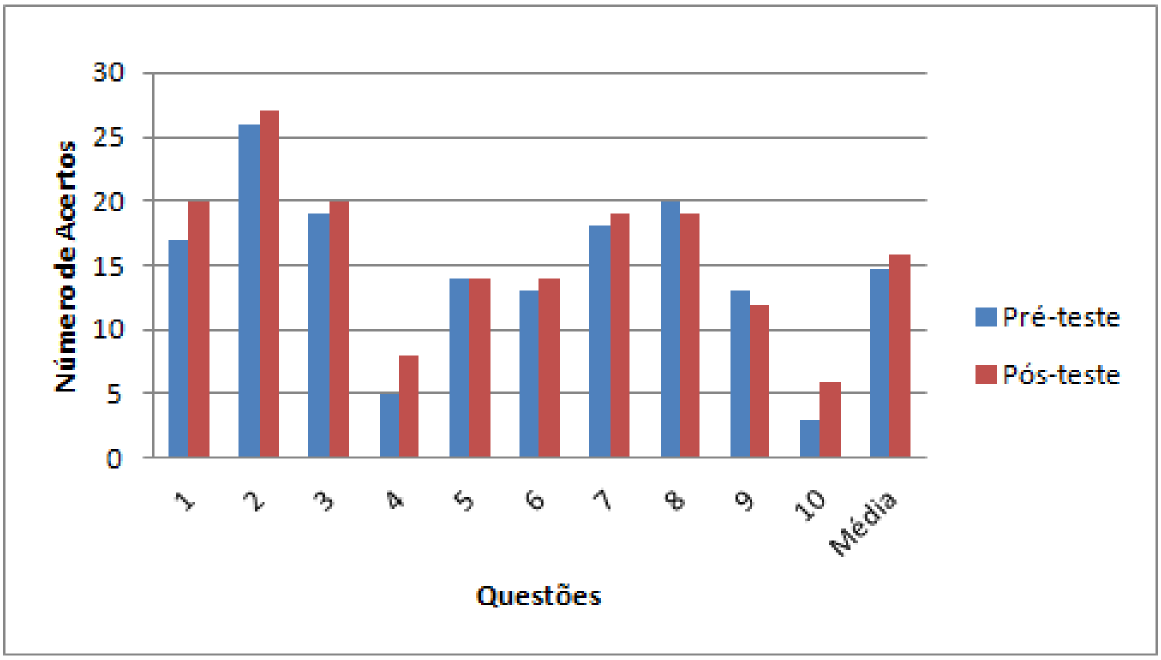
Fonte: Autoria Própria

O esperado para essa turma era a manutenção dos resultados do pré-teste ou até mesmo um crescimento, pois os alunos passam por processos de revisão de conteúdos, bimestralmente, nos períodos que antecedem as avaliações externas. O que ocorreu foi um pequeno crescimento na nota média dos alunos de 5,5 para 5,9.

No intervalo de tempo da pesquisa, aconteceram duas avaliações externas na escola, as quais são aplicadas pela SEEDUC-RJ. Portanto, pelo menos duas baterias de exercícios foram resolvidas pelos alunos englobando entre outros conteúdos, o Teorema de Pitágoras. O crescimento desta turma pode ser verificado através do gráfico representado pela Figura 46, onde participaram 27 alunos.

Mesmo havendo o crescimento mencionado, questões como as de números 4 e 10, ainda continuaram com um número de acertos inferior a 30%. Já as questões 5, 6 e 9 apresentaram um número de acertos próximos a 50%. As questões 8 e 9 apresentaram uma queda no número de alunos que a acertaram, (Figura 47).

Figura 47 – Evolução do Desempenho da Turma 901



Fonte: Autoria Própria

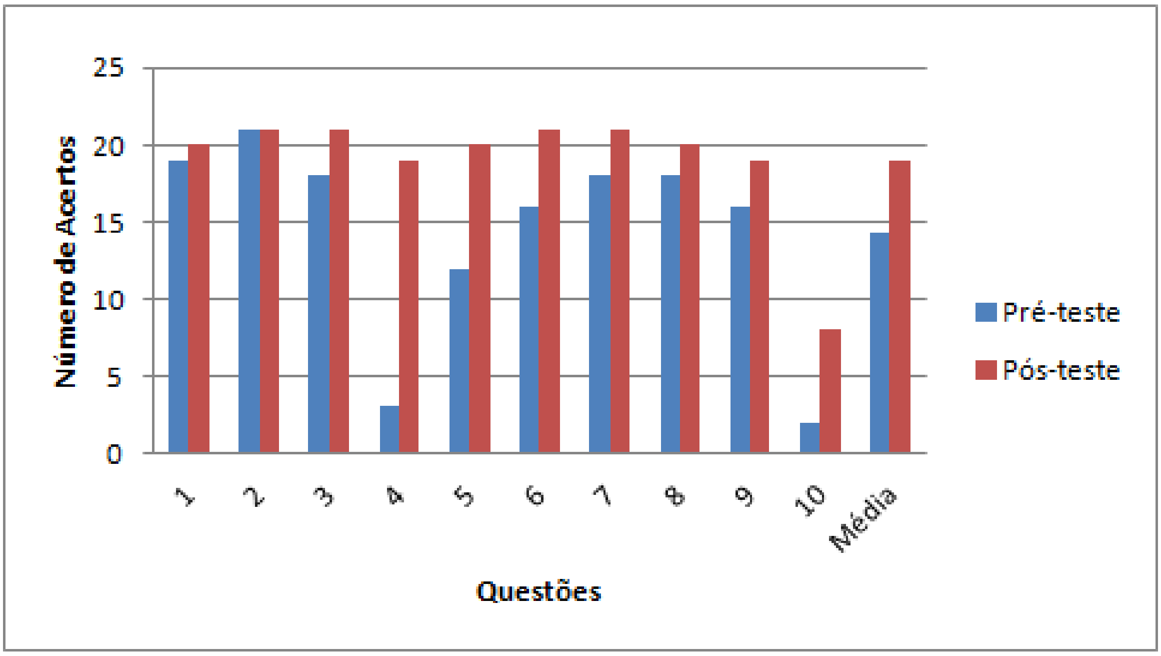
5.3.2 O Desempenho da Turma 902

O esperado para essa turma era que houvesse algum crescimento nos resultados do pré-teste, o que de fato, aconteceu. A nota média dos alunos passou de 6,8 para 9,0. Um crescimento de cerca de 33%.

Observe, que mesmo tendo os alunos da turma 901 passado por processos de revisão dos conteúdos e também exercícios, sua nota média cresceu cerca de 7,4%, valor menor que o crescimento da turma 902 (Figura 46).

O número de acertos de cada questão cresceu bastante de um teste para o outro, ficando praticamente todas as questões acima de 19 acertos. Apenas a questão 10 ficou com um número de acertos inferior a 50%, mesmo assim, o seu crescimento de acertos foi elevado, cerca de 300% (Figura 48), e alguns alunos continuaram chegando bem perto da resposta. Assim como no pré-teste, erros como o da Figura 34 continuaram acontecendo com bastante frequência.

Figura 48 – Evolução do Desempenho da Turma 902



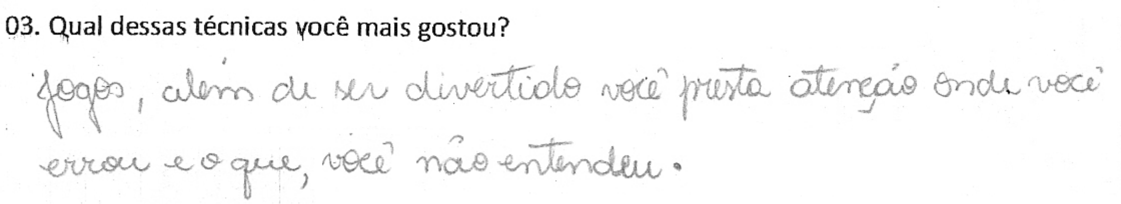
Fonte: Autoria Própria

Com os resultados do gráfico da Figura 46, pode-se concluir que deficiências foram superadas. Embora as atividades não tenham feito com que os alunos alcançassem a excelência nas notas, entretanto, não é para se desprezar que o desempenho da turma 902 foi superior ao da turma 901, o que reforça a importância de atividades como as que aqui foram apresentadas, pois estas possibilitaram aos alunos várias possibilidades de aprendizagem (FILHO, 2013).

Para encerrar esta seção, vale salientar, que os números favoráveis ao trabalho que aqui foram comentados não demonstram tudo o que os alunos puderam captar. Além dos fatores quantitativos, é necessário ressaltar, os qualitativos que não podem ser mensurados, como por exemplo, a motivação, o interesse (SELVA; CAMARGO, 2009), a participação e a alegria (GRANDO, 2000) em poder participar de atividades matemáticas brincando de aprender.

Na avaliação feita pelos alunos para avaliar a eficácia do trabalho na visão dos alunos (Apêndice D) surgiram respostas empolgantes. Algumas respostas permitem concluir que a aceitação do trabalho foi bastante satisfatória. Quando perguntados sobre qual das atividades eles mais gostaram, a resposta, quase unânime, foi jogos. Alguns ainda justificaram da seguinte forma:

Figura 49 – Resposta de um aluno para uma questão da avaliação do projeto


03. Qual dessas técnicas você mais gostou?

Jogos, além de ser divertido você presta atenção onde você errou e o que, você não entendeu.

Fonte: Autoria Própria

Além desta resposta (Figura 49), surgiram muitas outras que encheriam de orgulho qualquer professor, por realizar uma atividade que atraísse tanto o interesse dos alunos (SELVA; CAMARGO, 2009). Esta avaliação final do projeto, foi realizada já bem no final do ano letivo, após o término do projeto e a resposta que mais chamou a atenção foi a relacionada à questão de número 1:

Qual foi o conteúdo que você melhor aprendeu este ano? Por quê?

95% das respostas foram: o Teorema de Pitágoras. "Porque foi a que mais consegui entender".

Em virtude dos números, de tudo o que foi exposto e dessa resposta final, pode-se afirmar: o objetivo foi atingido.

Capítulo 6

Considerações Finais

É comum encontrar em qualquer sala de aula alunos que consideram a Matemática como uma inimiga mortal. Estes, quando adultos, continuarão a tratar a Matemática da mesma forma. São alunos que antes de se iniciar qualquer assunto já estão murmurando entre os dentes que "isso não vai entrar na minha cabeça de jeito nenhum". Já estão derrotados mesmo antes da partida iniciar. São alunos que não experimentaram atividades que despertassem o interesse e a motivação. O que muitos não sabem é que tais estigmas são oriundos de problemas básicos que não foram solucionados ou não foram perfeitamente compreendidos pelos alunos anteriormente. Mudar esse tipo de mentalidade de um aluno, como o citado anteriormente, não é tarefa fácil. Porém, não é impossível.

Sendo a matemática tão “importante em nosso dia a dia, pois ela favorece um raciocínio mais apurado, um maior senso de assimilação das coisas ao nosso redor, e torna as pessoas mais organizadas e práticas” (PRIETO, 2012, p. 1), deve-se então buscar evitar que tais estigmas surjam e tratar os que já existem. Encarar a matemática como algo divertido pode ser uma saída para isso.

Tratando o Teorema de Pitágoras como uma importante ferramenta básica para a resolução de problemas, não se pode deixar que esse assunto tão importante para a geometria se transforme em um estigma mal curado na aprendizagem dos alunos. Foi esse fato que o presente trabalho se propôs a fazer.

A variedade de atividades apresentadas nesta obra, teve um só foco: o aluno e suas especifidades. Sabe-se que cada aluno possui o seu ritmo de aprendizagem e essa variedade de atividades teve esse papel: atingir a todos. Dessa forma, o foco foi dado ao aluno e não ao conteúdo.

O objetivo principal deste trabalho foi atingido, pois de fato aconteceu um crescimento de cerca de 33% no rendimento dos alunos que participaram das atividades enquanto que no grupo sem as atividades o crescimento foi de cerca de 7,4%, conforme relatado no capítulo 5.

Um ponto muito relevante que esse tipo de trabalho apontou, foi a amizade que a turma desenvolveu com esse pesquisador em função desta pesquisa. Isso mostra que atividades lúdicas, mesmo que sendo mais trabalhosas para o professor, acabam influenciando no relacionamento entre professor x aluno e, de certa forma, também, no relacionamento matemática x aluno. Assim, pode-se corroborar que o uso de atividades lúdicas, mencionado no Capítulo 3, favorece a aprendizagem pelo fato de haver um relacionamento mais profundo entre professor-aluno-conteúdo, ou pelo menos possibilita uma aproximação do sujeito ao conteúdo científico.

Um dos principais problemas para a realização das atividades foi o tempo. Não o tempo de cada aula e sim o tempo geral da atividade. Fazer com que a aprendizagem alcance a todos dentro de uma sala de aula é algo que demanda muito tempo. Tempo que às vezes o calendário não permite.

Esta pesquisa mostrou que há ainda muito a se fazer. Extrair o máximo de aprendizado de um aluno é uma meta que todo professor deve buscar. Este trabalho retrata apenas uma experiência que apresentou resultados significativos para uma turma, porém é apenas uma experiência. Outros trabalhos poderão ser realizados com propostas ou sugestões que inspirem os professores a ampliar no futuro as ideias aqui sugeridas.

Atividades como as presentes nesta obra acabam sendo evitadas pelos professores de Matemática pelo motivo de que, além de serem demoradas, acabam sendo trabalhosas. Contudo, quando se observa, tanto o rendimento, quanto a empolgação dos alunos, verifica-se que, como professor, este autor não pode cair no comodismo. Assim, essa pesquisa nos leva à busca constante de estratégias, que como estas, possam ir de encontro aos anseios dos alunos em busca da qualidade no processo de ensino e aprendizagem.

Referências

ABREU, M. A. V. Dificuldades da aprendizagem de matemática: Onde está a deficiência? *Pedagogia ao Pé da Letra*, 2013. Disponível em: <http://pedagogiaaopedaletra.com/dificuldades-da-aprendizagem-de-matematica-onde-esta-a-deficencia/>. Acesso em: 29 dez. 2015. Citado na página 17.

BELFORT, E. et al. *Proposta Curricular: um novo formato*. Rio de Janeiro, 2010. Matemática. Citado na página 18.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (5ª a 8ª séries)*. Brasília, DF, 1998. Citado na página 18.

BRASIL. *PDE | PROVA BRASIL*. Brasília, 2011. Ensino fundamental: matrizes e referência, tópicos e descritores. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.

BURLET, A. J. A história e a filofia de pitágoras. *USP - São Carlos*, 2005. Disponível em: <http://www.ghtc.usp.br/server/Sites-HF/Alain-Jacques-Burlet/>. Acesso em: 27 nov. 2015. Citado na página 21.

CASTRO, W. M. F. de. *Sobre o Teorema de Pitágoras*. Dissertação (Mestrado em Matemática) — UFF, Niterói, Março 2013. Profmat. Citado 3 vezes nas páginas 22, 27 e 34.

CERQUEIRA, D. S. Estratégias didáticas para o ensino da matemática. *Revista Nova Escola*, 2013. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/fundamental-2/palavra-especialista-demerval-santos-cerqueira-conexao-atividades-didaticas-matematica-/752650.shtml>. Acesso em: 29 dez. 2015. Citado na página 17.

FERNANDES, A. R. B. et al. Principais motivos que dificultam a aprendizagem da matemática. In: *XI Encontro de Iniciação à Docência*. [s.n.], 2009. Disponível em: <http://www.prac.ufpb.br/anais/xenex_xienid/xi_enid/prolicen/ANAIS/Area4/4CFTDCBSPLIC05.pdf>. Acesso em: 29 dez. 2015. Citado na página 17.

FILHO, E. M. da S. *Uma Abordagem Didática Diferenciada Para o Teorema de Pitágoras*. Dissertação (Mestrado em Matemática) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ, Fortaleza, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 68.

FONSECA, J. ao José Saraiva da. *Metodologia da pesquisa científica*. Fortaleza, 2002. Disponível em: <http://www.ia.ufrrj.br/ppgea/conteudo/conteudo-2012-1/1SF/Sandra/apostilaMetodologia.pdf>. Acesso em: 26 jan. 2016. Citado na página 40.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre, 2009. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso em: 26 jan. 2016. Citado na página 40.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. 7^a tiragem. Citado na página 41.

GIL, A. C. *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Citado na página 44.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de Administração de Empresas*, v. 35, n. 2, p. 57–63, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.

GONÇALVES, C. H. B.; POSSANI, C. Revisitando a descoberta dos incomensuráveis na grécia antiga. *Matemática Universitária*, n. 47, p. 16–24, 2010. Disponível em: <http://www.each.usp.br/bgcarlos/publications/Gon%C3%A7alves_C_H_B_Possani_C_2010_Revisitando_a_Descoberta_dos_Incomensur%C3%A1veis.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2016. Citado na página 26.

GRANDO, R. C. *O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula*. Dissertação (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2000. Citado 4 vezes nas páginas 19, 39, 57 e 68.

KISHIMOTO, T. M. *O jogo e a Educação Infantil*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 1994. Citado na página 39.

LELLIS, L. M. I. e M. *Descobrindo o teorema de Pitágoras*. 12. ed. São Paulo: Scipione, 1996. Citado 3 vezes nas páginas 22, 27 e 60.

LIMA, E. L. *Meu professor de matemática e outras histórias*. Rio de Janeiro: SBM: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991. Citado 3 vezes nas páginas 24, 25 e 27.

LIMA, E. L. et al. *Temas e Problemas Elementares*. 12. ed. Rio de Janeiro: SBM: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. Coleção do Professor de Matemática. Citado 6 vezes nas páginas 21, 23, 24, 25, 31 e 32.

LIMA, V. F.; ARRUDA, R. A. de. Jogos e brincadeiras na educação infantil de 4 a 5 anos. *Revista Eventos Pedagógicos*, v. 4, n. 2, p. 221–229, ago. 2013. Citado na página 39.

MIRANDA, T. R. et al. Resolver problemas não é problema: aprender matemática com estratégias diversificadas. In: PUC-PR. *XI Congresso Nacional de Educação*. Curitiba, 2013. Citado na página 18.

MONK, R. *BERTRAND RUSSEL - Matemática: sonhos e pesadelos*. São Paulo: UNESP, 2000. Coleção Grandes Filósofos. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

MORAES, J. G. R. de; ANDRADE, L. de. *A aprendizagem matemática baseada nas atividades lúdicas a partir de um atendimento individualizado*. Dissertação (Monografia apresentada para curso de Pedagogia) — Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Alegre, Alegre, Dez. 2014. Citado na página 45.

MOURA, M. O. de. A séria busca do jogo: do lúdico na matemática. *A Educação Matemática em Revista, séries iniciais*, n. 3, 1994, p. 17–24. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

NEVES, E. B.; DOMINGUES, C. A. *Manual de Metodologia da Pesquisa Científica.* Rio de Janeiro, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 42.

OLIVEIRA, J. A. de. *Teorema de Pitágoras*. Dissertação (Especialização em Matemática) — UFMG, Belo Horizonte - MG, 2008. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~espec/monografiasPdf/Monografia_Juliane.pdf>. Acesso em: 12 fev. 2016. Citado na página 58.

OLIVERO, M. *História da Matemática através de Problemas*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. v. 1. Curso de Instrumentação para o Ensino da Matemática. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

PRIETO, N. A matemática pode ser divertida. *Mundo Mulher*, Julho 2012. Disponível em: <http://www.mundomulher.com.br/?pg=17&sec=&sub=120&idtexto=14956&keys=A+matematica+pode+ser+divertida+>. Acesso em: 01 abr. 2016. Citado na página 70.

RJ, S. *Avaliação Diagnóstica - 2^o Bimestre - SAERJINHO*. Rio de Janeiro, 2011. Língua Portuguesa e Matemática - 3^a série do ensino médio. Citado na página 50.

RJ, S. *Avaliação Diagnóstica - 2^o Bimestre - SAERJINHO*. Rio de Janeiro, 2011. Língua Portuguesa e Matemática - 2^a série do ensino médio. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.

RJ, S. *Avaliação Diagnóstica - 3^o Bimestre - SAERJINHO*. Rio de Janeiro, 2011. Língua Portuguesa e Matemática - 1^a série do ensino médio. Citado na página 55.

RJ, S. *Avaliação Diagnóstica - 2^o Bimestre*. Rio de Janeiro, 2012. Língua Portuguesa e Matemática - 9^o ano do ensino fundamental. Citado na página 56.

RJ, S. *Avaliação Diagnóstica - 2^o Bimestre*. Rio de Janeiro, 2013. Língua Portuguesa e Matemática - 9^o ano do ensino fundamental. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 54.

RJ, S. *Avaliação Diagnóstica - 2^o Bimestre -*. Rio de Janeiro, 2014. Língua Portuguesa e Matemática - 9^o ano do ensino fundamental. Citado na página 53.

RJ, S. *Avaliação Diagnóstica - 1^o Bimestre - Saerjinho*. Rio de Janeiro, 2015. Língua Portuguesa, Redação e Matemática. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 37.

SELVA, K. R.; CAMARGO, M. O jogo matemático como recurso para a construção do conhecimento. In: UNIJUí. *X Encontro Gaúcho de Educação Matemática*. Ijuí/RS, 2009. Disponível em: <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:8rgsp8GXhHgJ:www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_4.pdf+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>. Acesso em: 23 jan. 2016. Citado 3 vezes nas páginas 38, 68 e 69.

SILVA, João Valdeci da; LOPES, V. P. A importância do lúdico na aprendizagem da matemática. *Instituto Matogrossense de Pós Graduação e Serviços Educacionais*, 2009. Citado na página 39.

SOUZA, A. B. de. *A Resolução de Problemas como Estratégia Didática para o Ensino da Matemática*. Dissertação (TCC em Matemática) — Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005. Disponível em: <https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/ArianaBezerradeSousa.pdf>. Acesso em: 12 fev. 2016. Citado na página 62.

STRAPASON, L. P. R. *O Uso de Jogos Como Estratégia de Ensino e Aprendizagem da Matemática no 1^o Ano do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Matemática) — UNIFRA - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, RS, 2011. Citado na página 19.

WILEY, J.; INC., S. *A history of mathematics*. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 1974. Pagina 37. Citado na página 22.

Apêndices

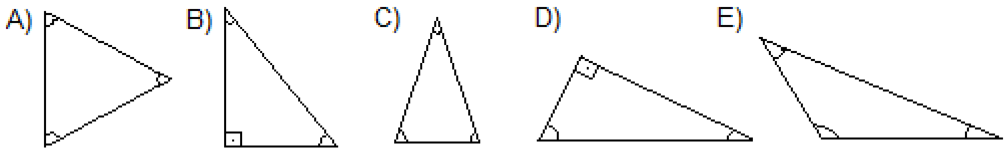
APÊNDICE A

Pré-teste e pós-teste

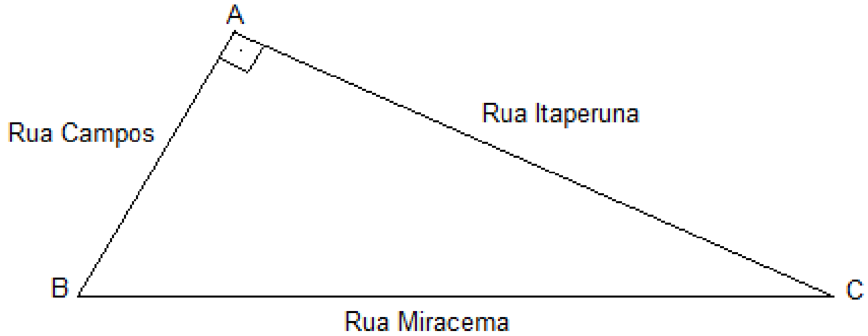
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Mestrando Pesquisador: Lenilson Oliveira da Silva
Orientadora: Liliana Angelina Leon Mescua
Aluno:________________________________
Grupo:_____ Turma:_______ Data:____/____/___

PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS

01. Qual(is) dos triângulos abaixo é (são) um triângulo(s) retângulo?

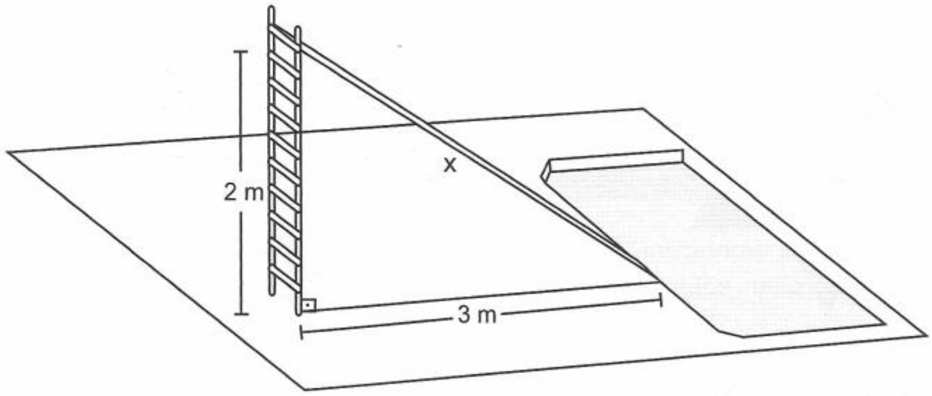


02. O triângulo ABC, com ângulo reto em A, conforme figura abaixo, representa um terreno onde será construída uma praça. Esta praça fica entre as ruas Campos, Miracema e Itaperuna.



Qual destas ruas representa a hipotenusa do triângulo ABC?

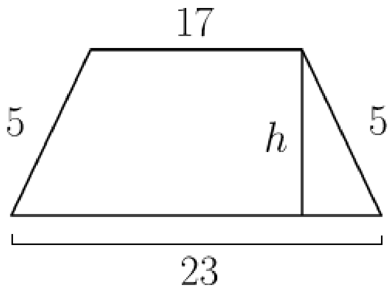
03. (Saerjinho, 2011) Veja abaixo o desenho de um escorregador.



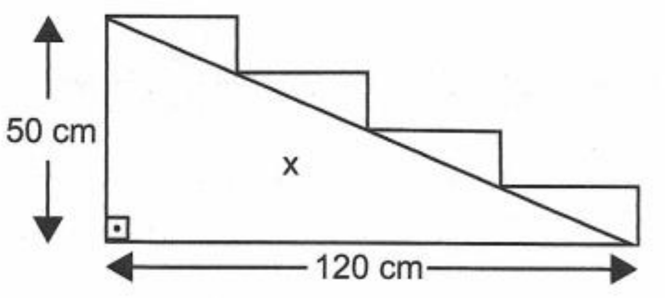
Qual o comprimento x desse escorregador?

04. Determine a medida da altura de um trapézio isósceles com as medidas indicadas abaixo:

(http://www.matika.com.br/teorema-de-pitagoras/exercicios)

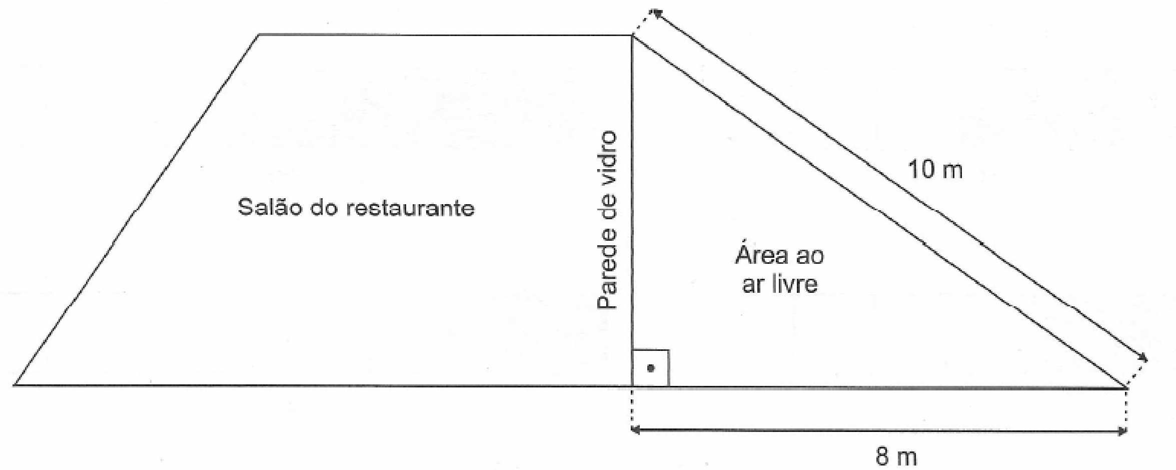


05. (Saerjinho, 2011) No lugar dessa escada será construída uma rampa, conforme mostra a figura abaixo.



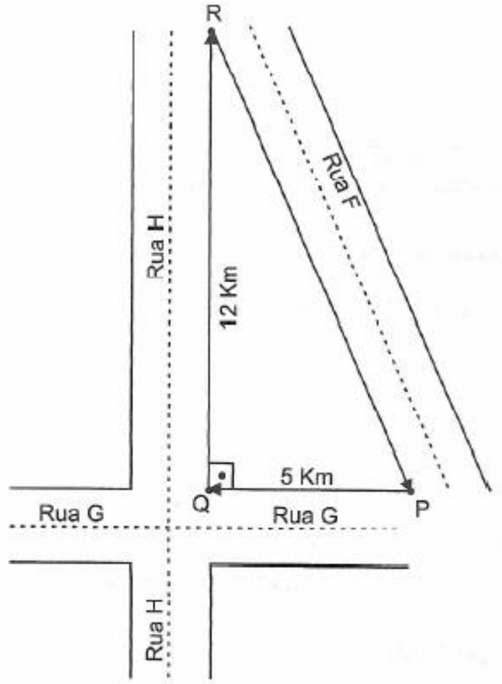
Qual é o comprimento x, em centímetros, dessa rampa?

06. (Saerjinho, 2013) Um restaurante está sendo reformado e receberá uma área ao ar livre. Para aproveitar a luminosidade natural, a parede, que divide o salão do restaurante e a área ao ar livre, será toda de vidro transparente.



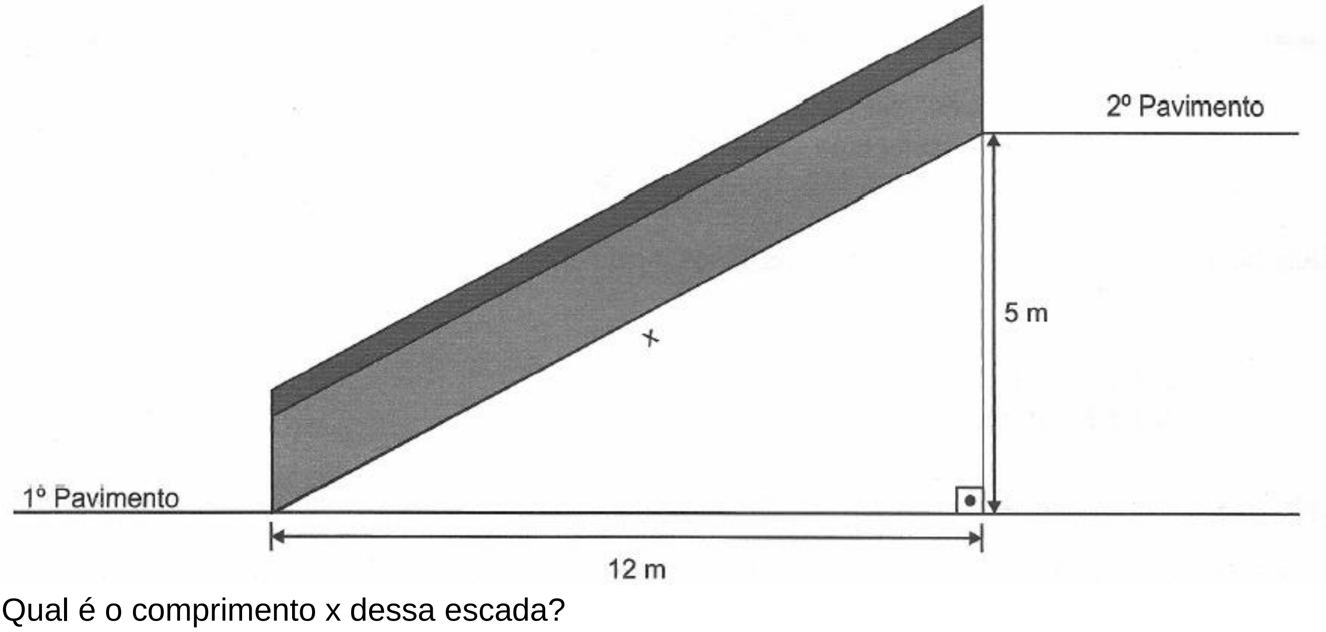
Qual é a medida do comprimento dessa parede que será de vidro?

07. (Saerjinho, 2014) O desenho abaixo mostra o percurso realizado por um corredor nas ruas do seu bairro. Ele parte do ponto P e desloca-se em linha reta até as esquinas das ruas G, H e F, que formam o triângulo PQR.



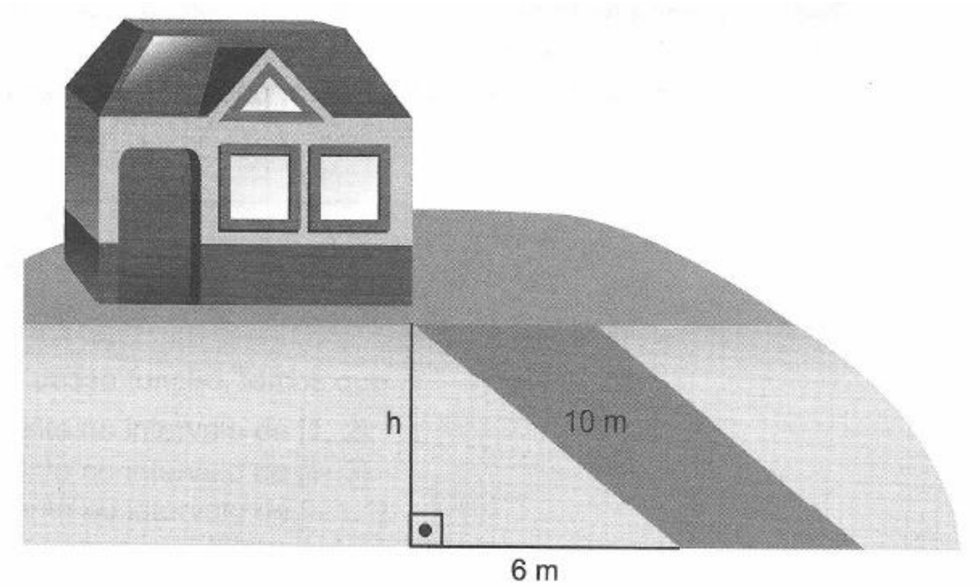
Quantos quilômetros ele desloca-se em linha reta do ponto R até retornar ao ponto P?

08. (Saerjinho, 2013) Uma escada rolante servirá de acesso entre dois pavimentos de uma loja. Antes de construí-la, um engenheiro esboçou um esquema para encontrar o comprimento x, medido no início da escada no primeiro pavimento até o final dessa escada no segundo pavimento, conforme representado abaixo.



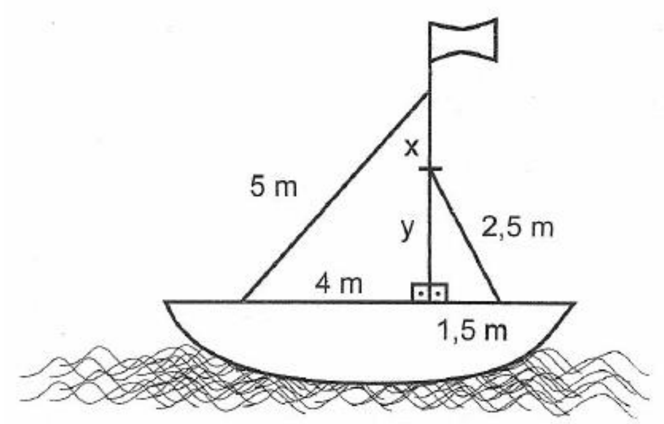
Qual é o comprimento x dessa escada?

09. (Saerjinho, 2011) Para determinar a altura de uma rampa de acesso a sua casa, Marcela fez o desenho abaixo



Qual é, em metros, a altura há dessa rampa?

10. (Saerjinho, 2012) Um mastro foi usado para sustentar as velas e a bandeira de um barco. As velas possuem formato de triângulo retângulo e o mastro foi fixado perpendicularmente ao casco desse barco e dividido em dois segmentos, x e y, de acordo com a altura da menor vela, como representado no desenho abaixo.



As medidas x e y dos segmentos representados no mastro desse barco são, respectivamente

A) 1 m e 2 m.
B) 2 m e 1 m.
C) 3 m e 2 m.
D) 4 m e 5 m.

APÊNDICE B

Atividades para os quebra-cabeças

Atividade adaptada de:
http://www.mat.ufmg.br/~elaine/Aperfeicoamento/Pitagoras.pdf

Profissional em Matemática em Rede Nacional
Mestrando Pesquisador: Lenilson Oliveira da Silva
Orientadora: Liliana Angelina Leon Mescua
Aluno:____
Grupo:_____ Turma:_______ Data:____/____/___

Nesta sequência de atividade, vamos construir juntos, a demonstração do Teorema de Pitágoras, utilizando o quebra-cabeça disponibilizado pelo seu professor.

1. Utilize as peças que você recebeu para preencher o interior dos dois quadrados menores, como num quebra-cabeça.

2. Agora, usando todas as peças você consegue montar o quadrado maior? Faça o mesmo com os quebra-cabeças 1, 2, 3 e 4.

3. Diante disso, você consegue perceber que relação existe entre as áreas dos três quadrados montados? Converse sobre isso com seus colegas. O que perceberam?

4. Com o auxílio da régua, meça os lados dos quadrados construídos, calcule suas áreas e preencha a tabela a seguir. Você encontrou a mesma relação que pensou anteriormente?

Figura 1	Quadrado maior	Quadrado médio	Quadrado menor
Lado			
Área			

Figura 2	Quadrado maior	Quadrado médio	Quadrado menor
Lado			
Área			

Figura 3	Quadrado maior	Quadrado médio	Quadrado menor
Lado			
Área			

Figura 4	Quadrado maior	Quadrado médio	Quadrado menor
Lado			
Área			

5. O que você pode observar em relação aos lados dos três quadrados construídos e os lados do triângulo retângulo? Caso precise, utilize uma régua para auxiliá-lo.

6. O que há de semelhante e o que há de diferente entre as figuras 2 e 3?

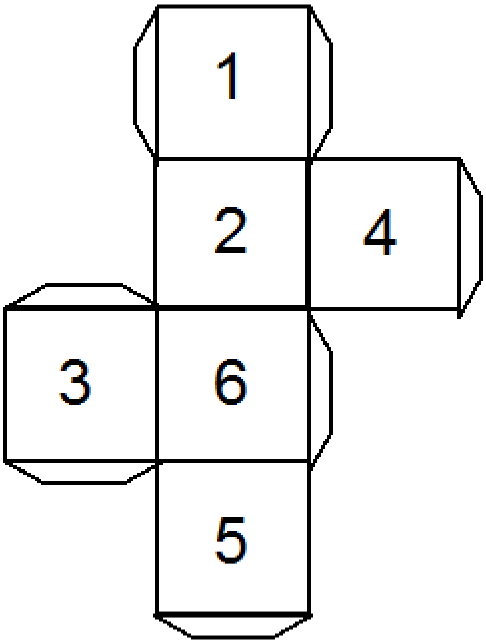
7. Agora, vamos supor que o triângulo retângulo da folha de atividades tenha hipotenusa, medindo *a* unidades, cateto maior, medindo *b* unidades e cateto menor, medindo *c* unidades. Você consegue escrever a relação entre as áreas dos quadrados, encontrada nos itens anteriores, utilizando essas informações? Pense junto com seus colegas!

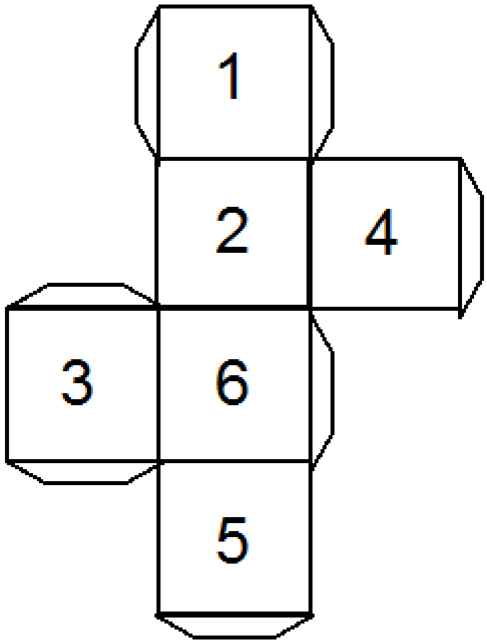
Um desafio: (Quebra-cabeça 5)
Monte você mesmo este quebra-cabeça, primeiro na figura 1 e depois na figura 2.

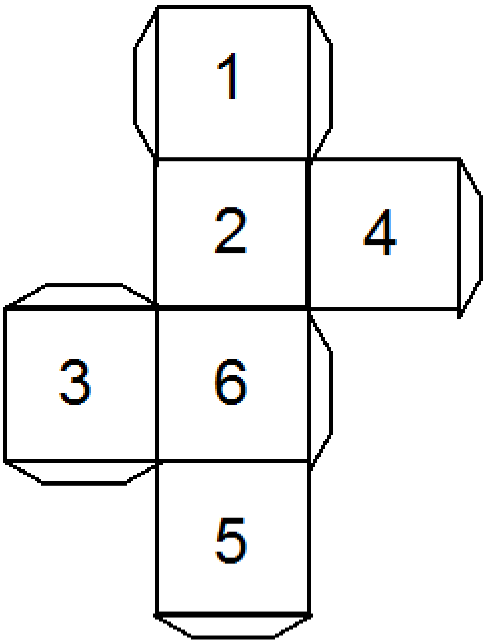
A figura 1 é um quadrado de lado 8, e área igual a 64. Ela foi dividida em quatro partes, que reorganizadas formaram o retângulo da figura 2. Agora observe que a figura 2 é um retângulo de lados 13 e 5, e área igual a 65. Então, apesar das figuras 1 e 2 serem formadas a partir de peças iguais, elas têm áreas diferentes. Curioso, não é? De onde apareceu esta unidade extra de área?

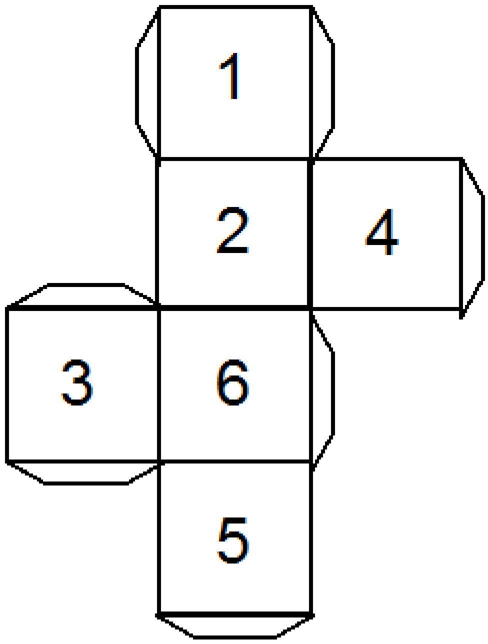
APÊNDICE C

Molde para dados


1
2
4
3
6
5


1
2
4
3
6
5


1
2
4
3
6
5


1
2
4
3
6
5

APÊNDICE D

Avaliação Final do Trabalho

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Mestrando Pesquisador: Lenilson Oliveira da Silva
Orientadora: Liliana Angelina Leon Mescua
Aluno:____
Grupo:_____ Turma:_______ Data:____/____/___

01. Qual foi o conteúdo que você melhor aprendeu este ano? Por quê?

02. Várias técnicas podem ser utilizadas para que o aluno aprenda certo conteúdo. Você mesmo utilizou algumas neste ano. Comente a respeito da importância de cada uma delas para a sua aprendizagem.

a) Música:

b) Jogos:

c) Exercícios contextualizados de fixação:

03. Qual dessas técnicas você mais gostou?

04. Com relação ao teorema de Pitágoras, de 0 a 10, como ficou o seu aprendizado? ____

05. Com relação ao trabalho desenvolvido pelo professor, de 0 a 10, qual nota você daria? ___

Anexos

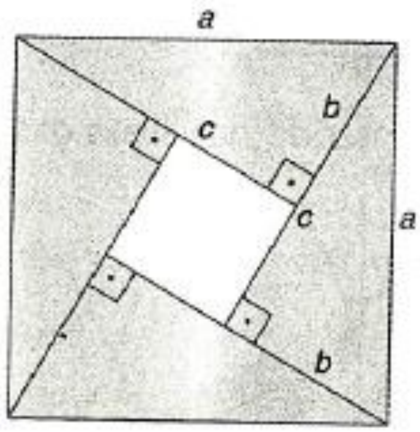
ANEXO A

Atividades Aplicadas

ATIVIDADE 2

IMENES, L. M.; LELLIS, M. Descobrindo o teorema de Pitágoras - Atividades. 12 ed. São Paulo: Scipione, p. 11-12, 1996.

Agora você terá uma nova oportunidade para entender o que é uma demonstração. Com as orientações, você provará novamente o teorema de Pitágoras, só que de uma maneira diferente da anterior. Considere, de novo, aqueles quatro triângulos retângulos iguais, com lados medindo a, b e c. Imagine-os arrumados assim:

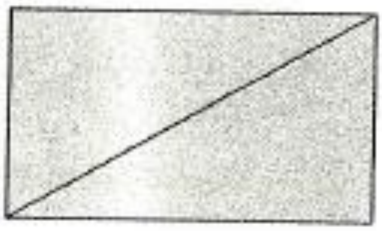


Repare que você formou um quadrado de lado a, cuja área é a^2. Mas a área desse quadrado também pode ser obtida somando a área do quadrado "vazio", de lado c – b, à área dos quatro triângulos.

Agora, respondendo algumas questões, você irá deduzir a relação de Pitágoras.

a) Qual é a área total dos quatro triângulos?

Para responder, observe a figura que podemos formar juntando dois deles:



....
....
....

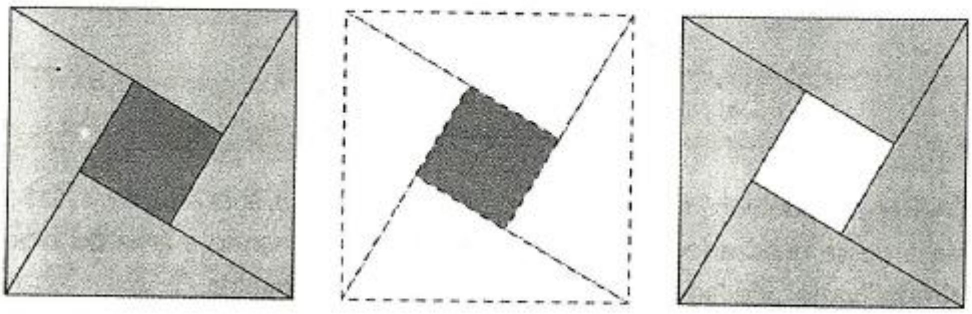
b) Qual é a medida de cada um dos lados do quadrado "vazio"?

....
....

c) Qual é a área do quadrado "vazio"?

....
....

d) Complete a igualdade, pensando nas áreas das figuras em destaque:



$a^2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

e) Faça os cálculos para simplificar a igualdade. A conclusão final você já conhece.

....

....

....

ANEXO B

Musica do teorema de Pitágoras

Música: Teorema de Pitágoras

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=qjvy2jcbv8w

Um teorema importante
Eu quero te ensinar
Teorema de Pitágoras
Poderemos decifrar

Pra usar este teorema
Não é pra qualquer triângulo
Eu só aplico o Pitágoras em triângulo retângulo
Um lado é sempre o maior
Vai hipotenusa chamar
Os dois que sobram
Catetos poderei assim tratar

Entre de cabeça nessa
Temos que perder o medo
O quadrado da hipotenusa é igual
A soma dos quadrados dos catetos

Vou utilizar um exemplo
Pra você não pagar mico
É o famoso triângulo
De lados 3,4 e 5
Se o lado maior é 5
Elevo ao quadrado 5
E o quadrado da hipotenusa
Será então 25

Um cateto vale 4
Seu quadrado é 16
Vale 9 o quadrado
Do cateto que é 3
E p/ você confirmar
Verificar que eu não minto
9 e 16 somados é igual a 25!!!

Um teorema importante
Eu quero te ensinar
Teorema de Pitágoras
Poderemos decifrar
Poderemos decifrar
Poderemos decifraaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaarrrrr
Ioioioio!!!

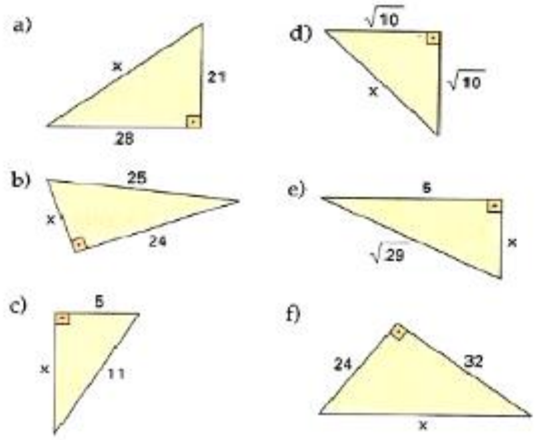
ANEXO C

Lista de exercícios

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Adaptado de: https://saberceec.files.wordpress.com/2011/09/exercc3adcios-teorema-de-pitc3a1goras.pdf

1. Aplicando o teorema de Pitágoras, determine a medida x indicada em cada um dos triângulos:



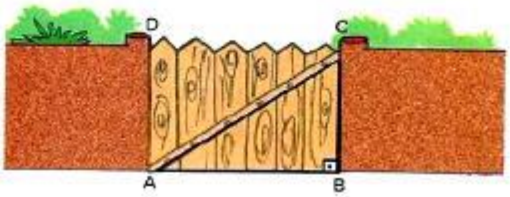
2. Os lados de um triângulo ABC medem 10cm, 24cm e 26cm. Você pode afirmar que esse triângulo é retângulo?

3. Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede 14 cm e um dos catetos mede $5\sqrt{3}$cm. Determine a medida do outro cateto.

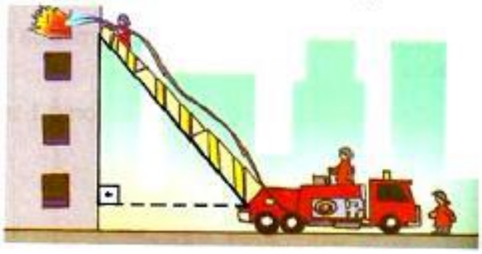
4. As medidas dos catetos de um triângulo retângulo medem $(2+\sqrt{5})$ cm e $(2-\sqrt{5})$ cm. Determine a medida da hipotenusa.

5. Um terreno triangular tem frentes de 12 m e 16 m em duas ruas que formam um ângulo de 90°. Quanto mede o terceiro lado desse terreno?

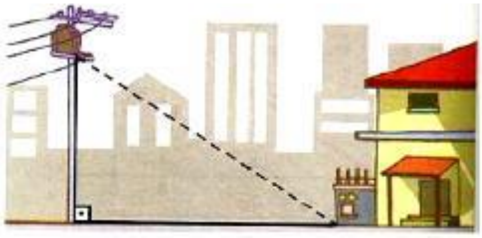
6. O portão de entrada de uma casa tem 4m de comprimento e 3m de altura. Que comprimento teria uma trave de madeira que se estendesse do ponto A até o ponto C?



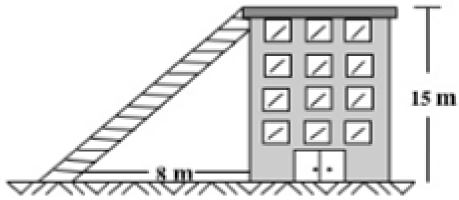
7. Durante um incêndio num edifício de apartamentos, os bombeiros utilizaram uma escada Magirus de 10 m para atingir a janela do apartamento em chamas. A escada estava colocada a 1 m do chão, sobre um caminhão que se encontrava afastado 6 m do edifício. Qual é a altura do apartamento em relação ao chão?



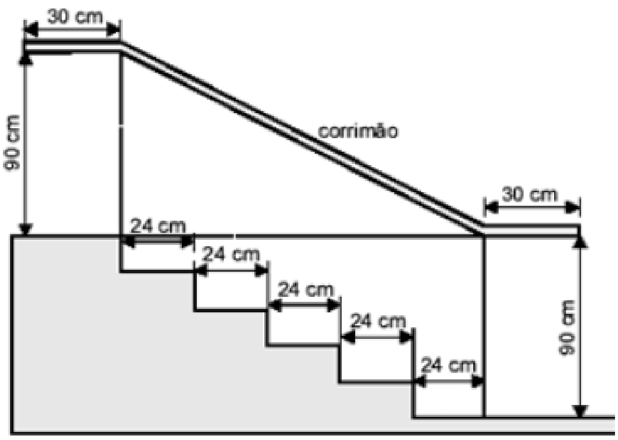
8. Quantos metros de fio são necessários para "puxar luz" de um poste de 6 m de altura até a caixa de luz que está ao lado da casa e a 8 m da base do poste?



9. A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. Qual é o comprimento da escada?



10. O esquema abaixo representa o projeto de uma escada de 5 degraus com mesma altura.

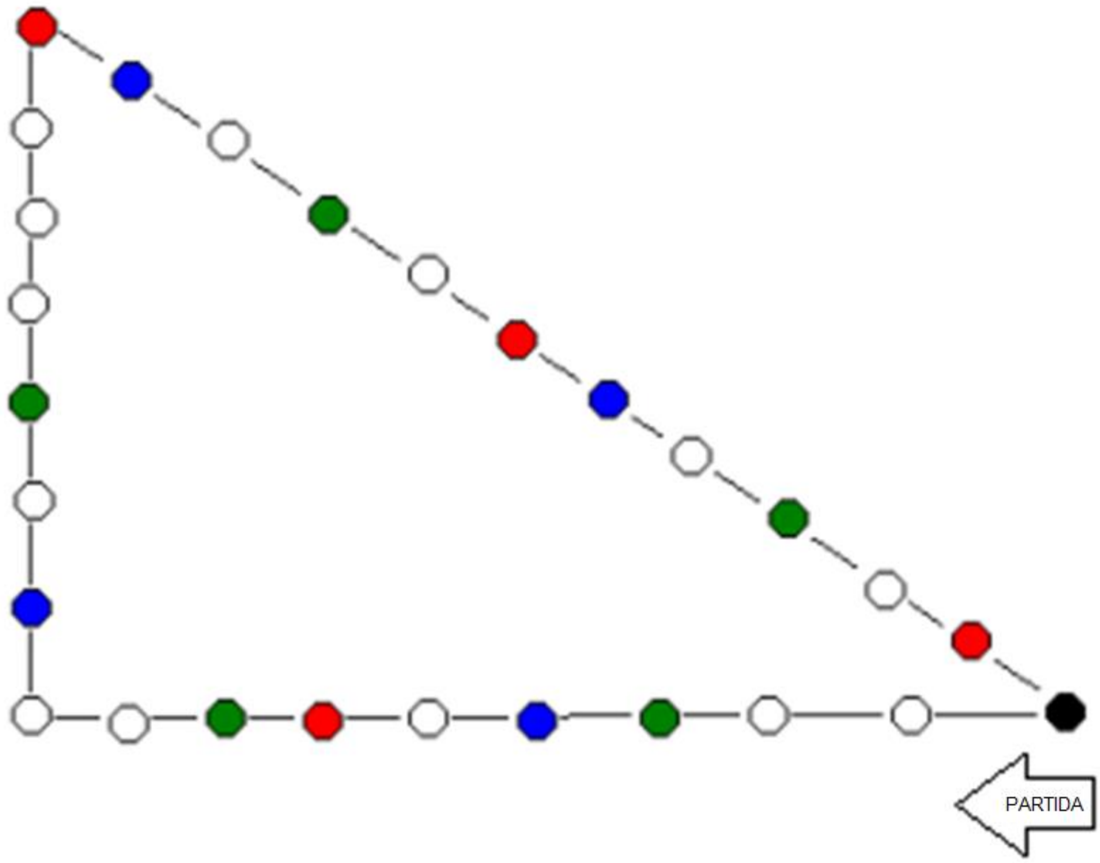


De acordo com os dados da figura, qual é o comprimento de todo o corrimão?

ANEXO D

Trilha Pitagórica

CORRIDA PITAGÓRICA



CORRIDA PITAGÓRICA

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DE MINAS GERAIS

REGRAS

•O jogo pode ser jogado por várias pessoas de uma só vez.

•No início, cada jogador lança um dado, o jogador que obtiver maior ponto começa o jogo.

•Todos os pinos devem estar na casa preta.

•Cada jogador, na sua vez de jogar, lança o dado duas vezes. Os valores que sair serão, respectivamente, dois catetos de um triângulo retângulo. O jogador calcula a hipotenusa desse triângulo e então, anda no tabuleiro o número de casas correspondente ao valor da hipotenusa encontrado.

•Caso o valor que sair não tiver raiz exata, o jogador anda no tabuleiro o número de casas correspondente à parte inteira da hipotenusa.

•Caindo em uma casa branca o jogador tira uma carta da mesa e responde à questão correspondente a carta, se errar volta para a casa onde estava.

•Caindo em uma casa azul o jogador volta duas casas.

•Caindo numa casa verde o jogador avança duas casas.

•Caindo numa casa vermelha o jogador fica uma rodada sem jogar.

•Vence o jogo, o jogador que primeiro passar pela casa preta.

ANEXO E

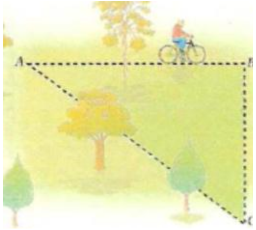
Baralho para a trilha

Disponível em: http://docslide.com.br/documents/baralho-teorema-de-pitagoras.html

Um edifício possui 15 metros de altura. Qual é o comprimento da escada se ela está encostada na parte superior do prédio e sua base está a uma distância de 8 metros do edifício.

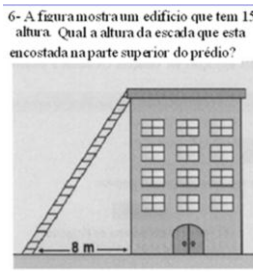
Uma praça possui o formato de um quadrado. Sabendo que sua diagonal mede 71 metros. Qual é a medida dos outros lados.

O Pedro andou 8 km de A para B e 6 km de B para C. Regressou diretamente de C para A. Quantos quilómetros, ao todo, percorreu o Pedro?



Do topo de uma torre, três cabos de aço estão ligados à superfície por meio de ganchos, dando sustentabilidade à torre. Sabendo que a medida de cada cabo é de 30 metros e que a distância dos ganchos até à base da torre é de 15 metros, determine a medida de sua altura.

Pretendemos construir em cartolina um chapéu de um palhaço com as medidas indicadas na figura seguinte. Qual será a altura do chapéu?



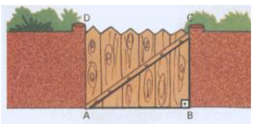
.

Nove caixotes de formato cúbico de 80 cm de aresta foram empilhados conforme representado no desenho.

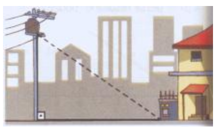
Se a distância entre as estacas A e B é igual a 720 cm, qual é a medida do comprimento da corda esticada entre as estacas para manter o arranjo fixo?

Um terreno triangular tem frentes de 12m e 16m em duas ruas que formam um ângulo de 90º. Quanto mede o terceiro lado desse terreno?

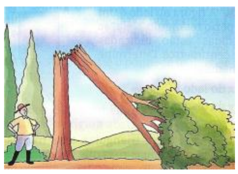
O portão de entrada de uma casa tem 4m de comprimento e 3m de altura. Que comprimento teria uma trave de madeira que se estendesse do ponto A até o ponto C?



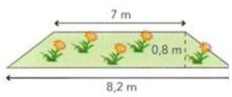
Quantos metros de fio são necessários para "puxar luz" de um poste de 6m de altura até a caixa de luz que está ao lado da casa e a 8m da base do poste?



Uma árvore foi quebrada pelo vento e a parte do tronco que restou em pé forma um ângulo reto com o solo. Se a altura da árvore antes de se quebrar era de 9m, e sabendo que a ponta da parte quebrada está a 3m da base da árvore, qual a altura do tronco que restou em pé?



Um canteiro florido do jardim de uma escola é um trapézio isósceles, como vês na figura abaixo. Pretende-se vedar o canteiro com rede. Que quantidade vai ser necessária?



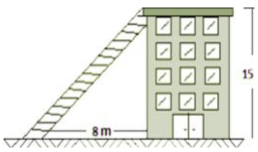
Um avião percorreu a distância de 5 000 metros na posição inclinada, e em relação ao solo, percorreu 3 000 metros. Determine a altura do avião.

Do topo de uma torre, três cabos de aço estão ligados à superfície por meio de ganchos, dando sustentabilidade à torre. Sabendo que a medida de cada cabo é de 30 metros e que a distância dos ganchos até à base da torre é de 15 metros, determine a medida de sua altura.

Num triângulo retângulo de hipotenusa 30 cm, a diferença entre os catetos é de 6 cm. Encontre a medidas dos lados.

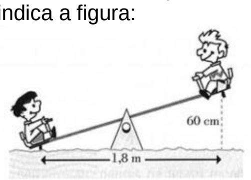
Há uma torre com 10 metros de altura e em volta da torre há um canal com 3 metros de largura. Alguém precisa fazer uma escada que passe por cima da água até ao topo da torre. A pergunta é: que comprimento deve ter a escada? Citado por Marjolein Kool

A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. O comprimento dessa escada é de:



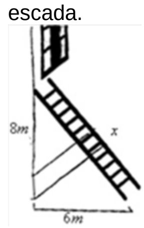
Qual era a altura do poste?

O Pedro e o João estão a «andar» de balanço, como indica a figura:

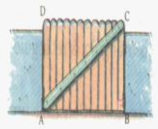


A altura máxima a que pode subir cada um dos amigos é de 60 cm. Qual o comprimento do balanço?

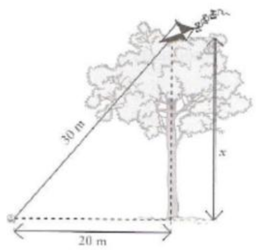
Uma escada apoiada em uma parede tem sua base distante cerca de 6 metros da parede. Sabendo que a parede mede cerca de 8 metros, determine o comprimento da escada.



O portão de entrada de uma casa tem 4 m de comprimento e 3 m de altura. Que comprimento teria uma trave de madeira que se estendesse do ponto A até o ponto C? 5 m



O papagaio está preso por um fio de 30m. De acordo com os dados da figura determina a altura da árvore.



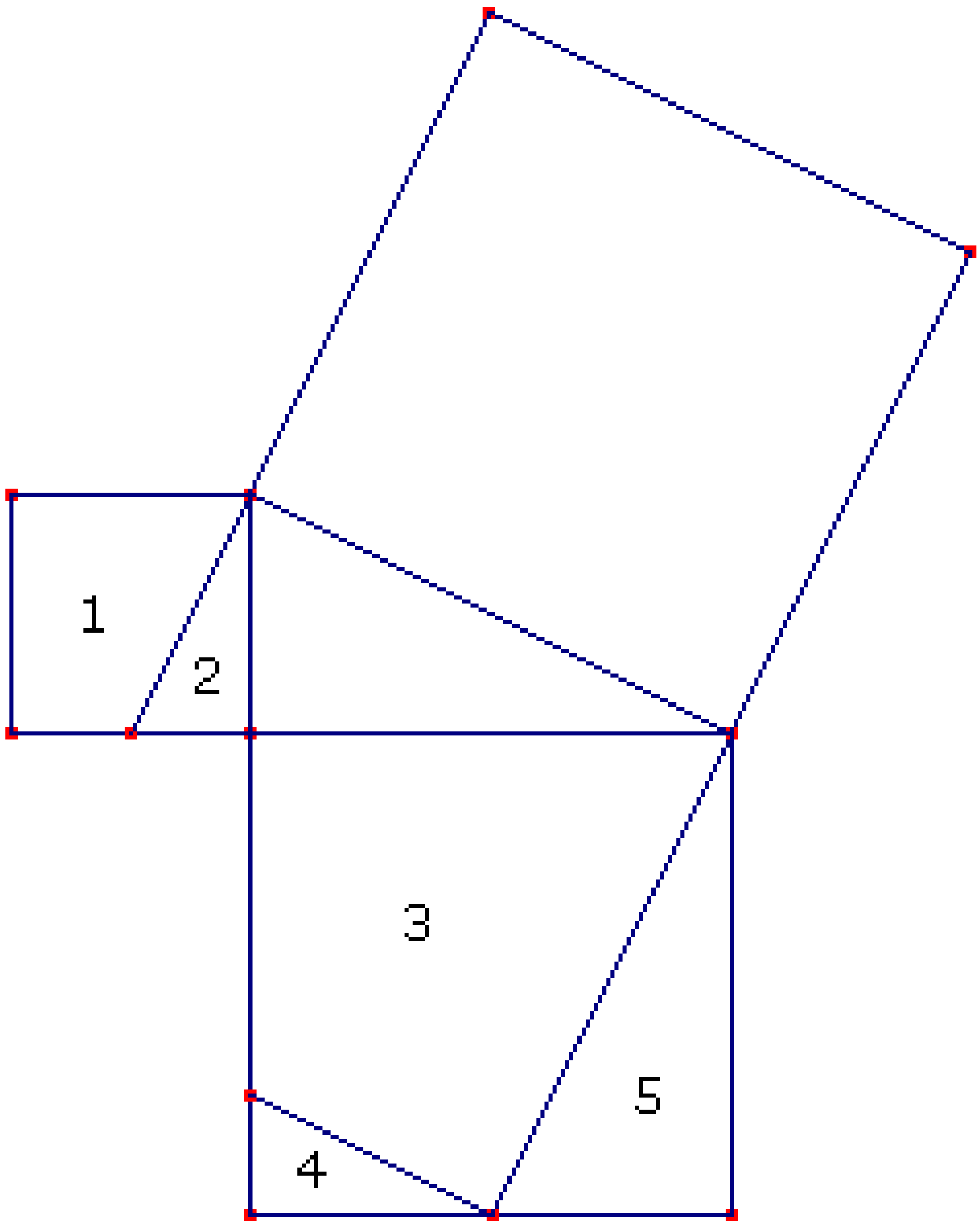
Uma antena transmissora de rádio tem 72 metros de altura. Ela é sustentada por cabos de aço que ligam o topo até o solo, em pontos que estão a 30 metros do pé da antena. Qual é o comprimento do cabo que sustenta a antena ?

Uma árvore possui 9 metros de altura. Qual é o comprimento da escada se ela está encostada na parte superior da árvore e sua base está a uma distância de 4 metros da base da árvore.

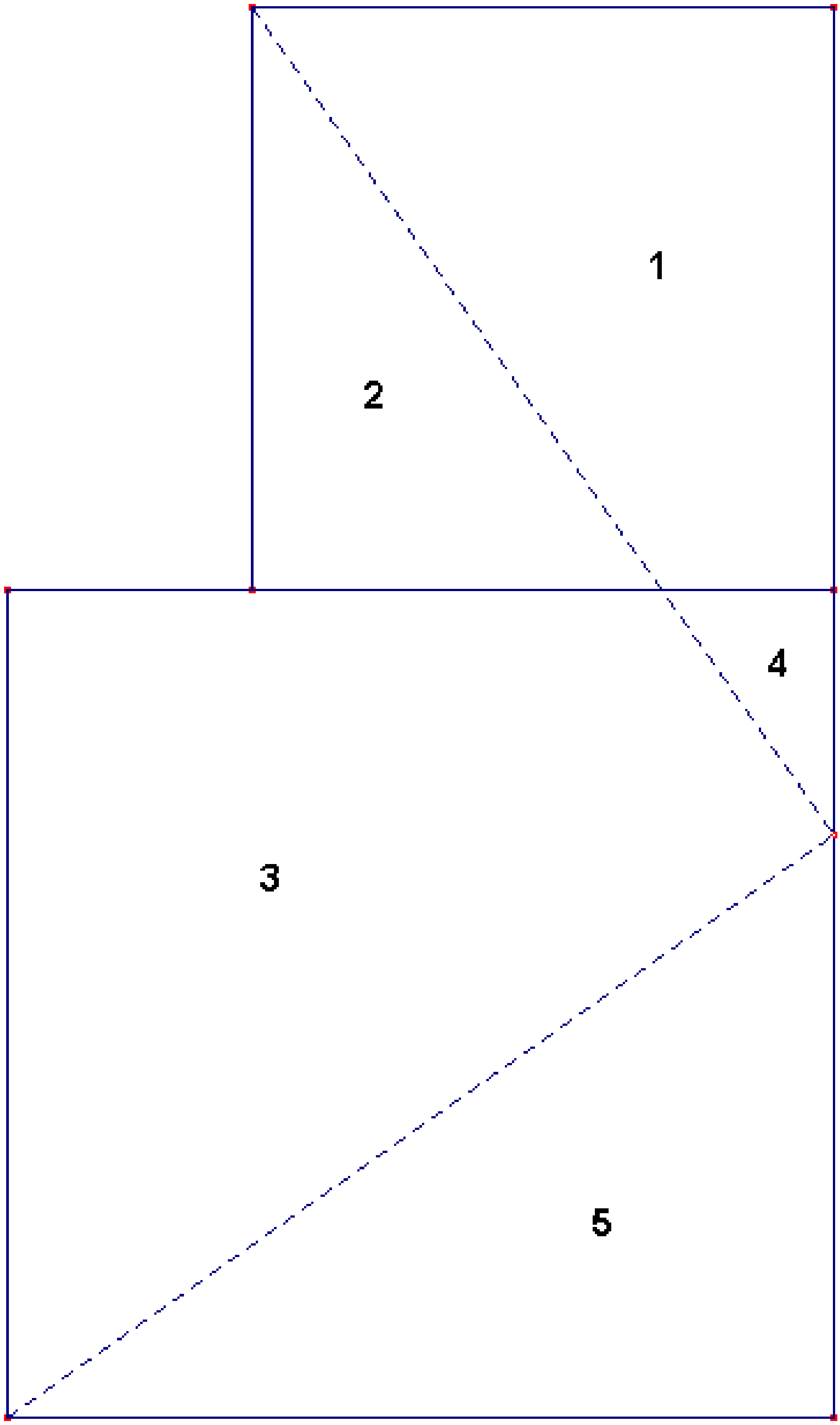
ANEXO F

Quebra-cabeças

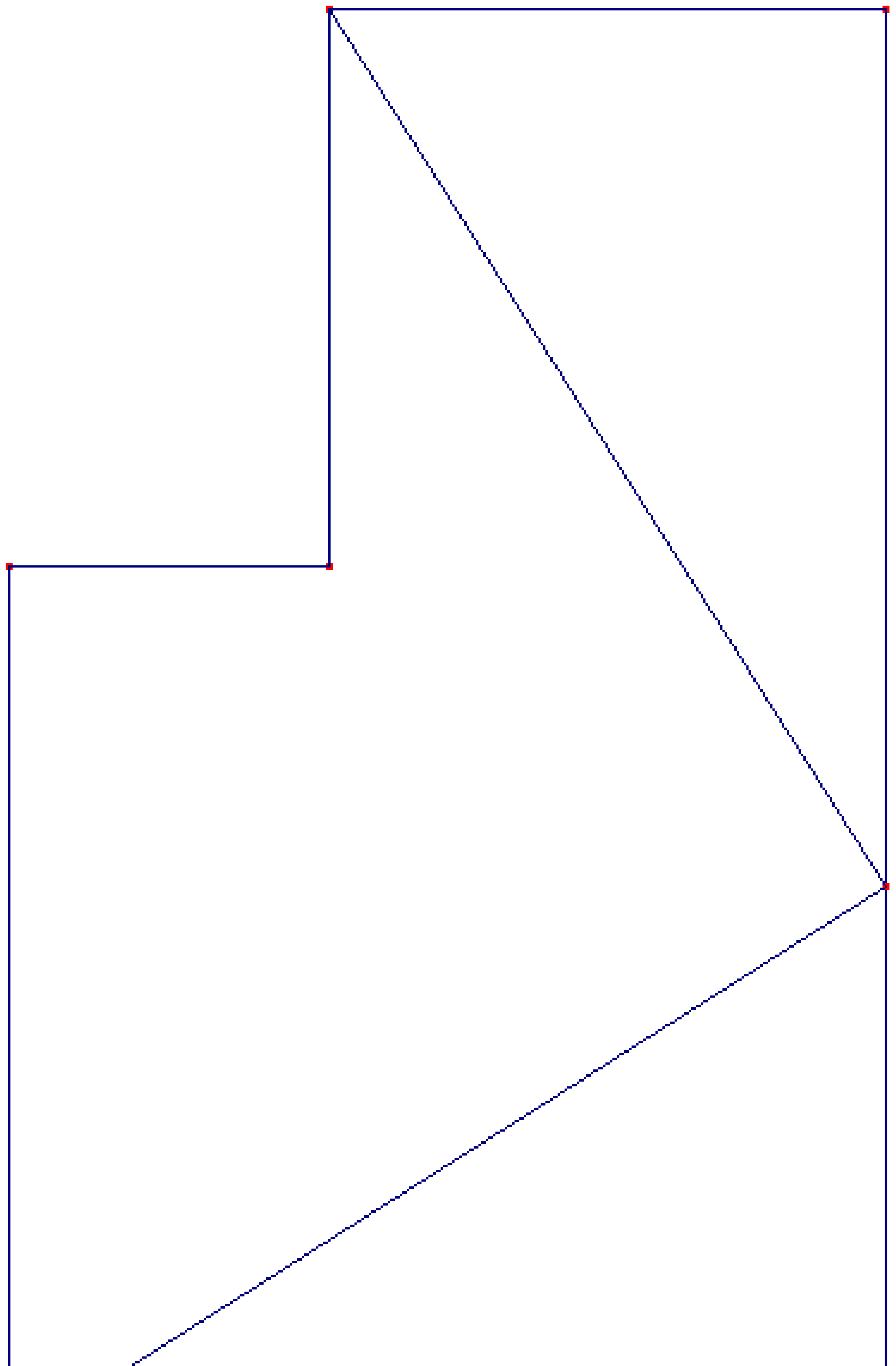
QUEBRA-CABEÇA 1



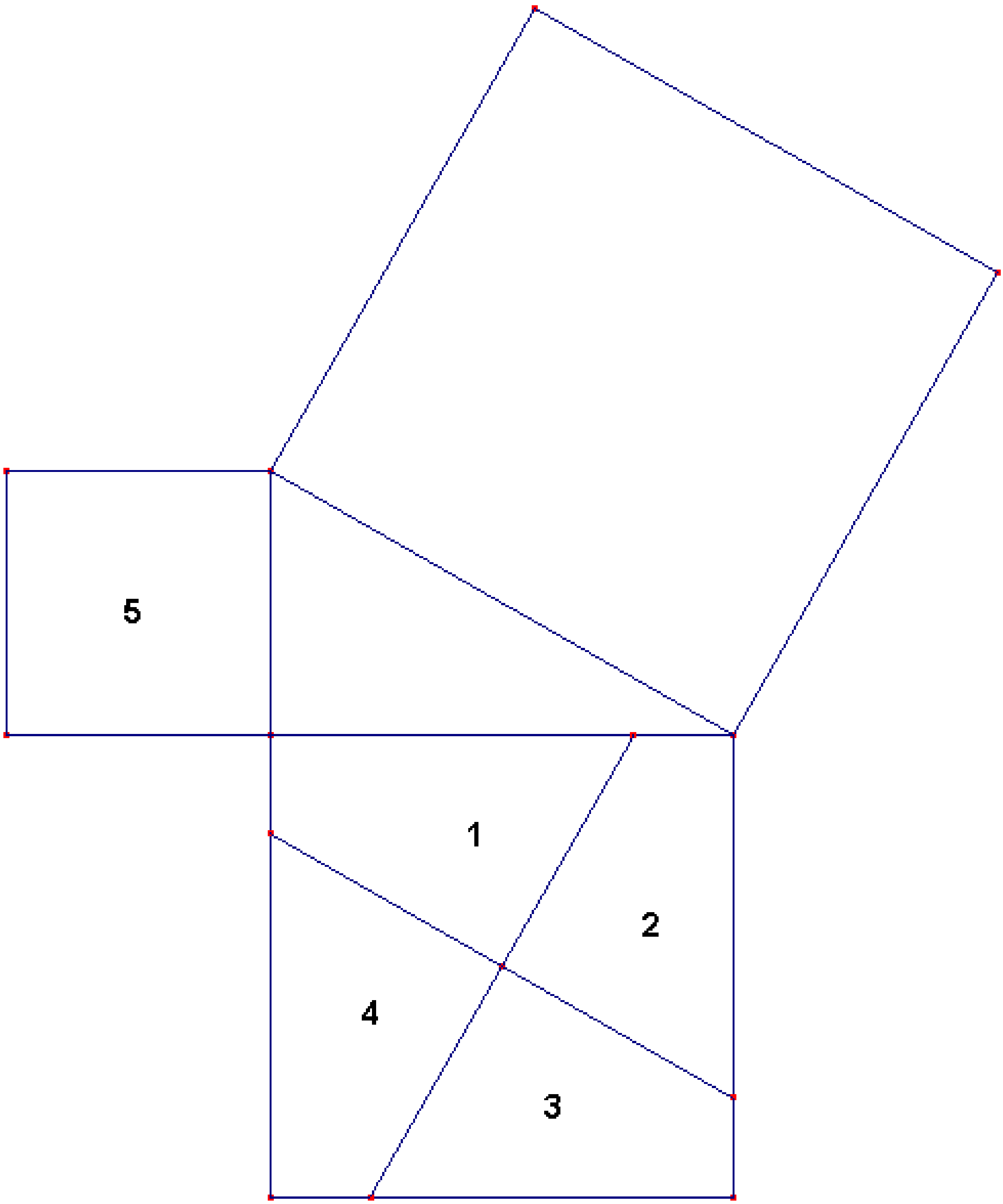
QUEBRA-CABEÇA 2



QUEBRA-CABEÇA 3



QUEBRA-CABEÇA 4



QUEBRA-CABEÇA 5