UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ- UESC

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

A FIXAÇÃO DA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA.

por

Antonio Oliveira Simão
Mestrado Profissional em Matemática: PROFMAT/SBM/UESC

Orientador: **Prof. Dr. Sérgio Mota Alves**

Este trabalho contou com apoio financeiro da Capes
obtido através da SBM.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ- UESC

ANTONIO OLIVEIRA SIMÃO

A FIXAÇÃO DA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA.

Ilhéus
2016

S588 Simão, Antonio Oliveira.
A fixação da aprendizagem dos números inteiros e suas operações na educação básica / Antonio Oliveira Simão. – Ilhéus, BA: UESC, 2016.
31f. : Il.

Orientador: Sérgio Mota Alves.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Inclui referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Números negativos. 3. Estratégias de aprendizagem. 4. Ensi-. no. I. Título.

CDD 510.7

ANTONIO OLIVEIRA SIMÃO

A FIXAÇÃO DA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA.

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz UESC, como requisito parcial para a obtenção de Titulo de Mestre em Matemática, através do Programa de Pós-Graduação (PROFMAT) Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Trabalho aprovado. Ilhéus, 29 de Janeiro de 2016:

Prof. Dr. Sérgio Mota Alves
Orientador

Prof. Dr. Vinicius Augusto Takahashi Arakawa

Prof. Dr. Fabíolo Moraes Amaral

Ilhéus
2016

DEDICATÓRIA

"Ainda que eu falasse as línguas dos homens e dos anjos, e não tivesse amor, nada seria." 1 Coríntios 13:1. Aos meus pais, meus filhos, esposa e a todos que me transmitiram tanto amor durante a caminhada desta vida e que essa dissertação sirva de exemplo e inspiração a todos.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos:

A Deus, que todos os dias protegeu minha família, que me guiou durante esta caminhada, que colocou amigos no meu caminho para que eles me ajudassem a levantar quando tropecei.

A todos que contribuíram, mesmo sem perceber, com os mínimos detalhes, adaptando os horários de meu trabalho, deixando tempo para que eu estudasse, fazendo ás vezes minhas funções no trabalho para que eu estudasse e sempre companheiros e felizes pela minha realização.

Aos meus pais, Juvino e Maria do Carmo, pelo exemplo, pela luta para minha educação formal e pelas sábias palavras que me falavam “A educação é a única herança que deixaremos para você, que não irá perder e ninguém irá te roubar”.

A minha esposa Eliana, companheira dos momentos bons e difíceis, que me dar segurança de continuar a caminhada sem perder a esperança do êxito, com seu apoio incondicional.

A meus filhos Antonio Junior, Jéssika, Luís Antonio e meu enteado Lucas, que são a inspiração, a razão, a força e a orientação para minhas batalhas.

Aos meus irmãos Jane, Genivaldo, Cilene e Silvia, pelo amor, carinho e amizade que compartilhamos em todos os momentos de nossas vidas.

A todos que com suas orações transmitiram força nos momentos mais difícil dessa caminhada.

Aos professores do PROFMAT, pelos ensinamentos, pelo apoio, pela dedicação nas aulas, pela amizade e carinho.

Ao “irmão” que ganhei durante o curso, que acreditou na minha idéia, no meu potencial, que orientou os passos desse trabalho, que lutou por todos os colegas do PROFMAT-UESC, enquanto coordenador, com dedicação de um profissional brilhante e de grande coração, meu orientador, Professor Doutor Sérgio Mota Alves.

RESUM0

O ensino-aprendizagem dos números inteiros é um dos grandes desafios enfrentados pelos professores do ensino fundamental II, a forma como internalizar o conceito de números negativos de formar que o aluno leve este conceito para vida cotidiana ou acadêmica de forma tranquila e sem transtorno nas aplicações envolvendo números inteiros, me levou a várias maneiras de apresentar estes conceitos aos alunos. Neste trabalho, vimos uma dessas formas que trabalhei com turmas do 7º ano do ensino fundamental II, este exemplo utilizei conhecimentos apresentados por outra disciplina, exemplo aqui de conhecimentos retirados dos livros de História, acontecimentos da história apresentados como sendo apenas informativo ou de revisão para que o aluno tenha os primeiros contatos com os conceitos de: números negativos, módulo de um número, adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros. Realizamos também um exemplo de atividade elaborada tomando como partida a vivência do aluno para a fixação e verificação dos conhecimentos adquiridos durante o processo de ensino-aprendizagem dos conceitos expostos. Vale salientar que não fornecemos uma fórmula, apenas um exemplo de trabalho realizado que esperamos inspirar outros professores a levar as “nossas salas de aula” formas que mostre a linguagem matemática de uma maneira mais próxima do cotidiano de nossos alunos (quando possível), qualquer que seja o conteúdo a ser apresentado.

Palavras-chave: Ensino-aprendizagem. Números negativos. Conhecimentos de história. Vivência do aluno.

ABSTRACT

The teaching and learning of integers is a major challenge faced by the elementary school II teacher, as internalize the concept of negative numbers to form the light student this concept to daily or academic lives monthly and without disorder in application involving integers led me to various presentation of these concepts to students, we will see this work of these forms I worked with groups from the 7th grade level II, in this example from knowledge presented by other discipline, example here of knowledge drawn from history books, history of knowledge presented as information and review for the student to have the first contacts with the concepts of negative numbers, a number module, addition, subtraction, multiplication and division of whole numbers. We will also see an example of activity designed taking as starting the experiences of the student other establishment and verification of the knowledge acquired during the learning process of the exposed concepts. It is a note worthy that we will not see a formula, only an accomplished working example that we hope will inspire other teacher story to get "our classrooms" forms that show the mathematical language of a more closely the daily live so four students (where possible) whatever the content being displayed.

Keywords: Teaching. Knowledge. Integers numbers. Negatives number. Students

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Objeto de estudo, motivação e definição do tema

A globalização da economia mundial leva as comunidades mundiais a grandes competições pelo domínio de novas tecnologias em busca de melhor competir nos mercados econômicos, essa competição exige uma melhor qualificação profissional dos trabalhadores principalmente dos que entram sem experiência profissional no mercado de trabalho, e isso vem levando a cada ano um aumento na exigência da qualidade da aprendizagem para o ingresso nas universidades.

Se olharmos cada continente, cada país, cada cidade observaremos em cada escola das diversas partes do mundo, uma grande preocupação em como melhor apresentamos os conteúdos matemáticos e quão insuficiente esses vêm sendo assimilados por cada educando de nossas escolas, cabe então proporcionarmos situações facilitadoras sempre que somos solicitados para melhorar o desempenho dos nossos alunos em vista às exigências do mundo atual.

O conjunto dos números inteiros é uma parte da matemática que mais desafia os professores de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental II, período em que os materiais concretos utilizados para fixação dos conceitos são retirados aos poucos do cotidiano das salas de aula. Diante da necessidade de apresentar os conceitos com novas formas de abordagem os números inteiros são apresentados com exemplos que tentam levar o educando a abstração em situações pouco ou quase sempre não vivenciadas por ele.

A ideia de números negativos é algo a ser visto com muito cuidado tendo em vista a complexidade da abstração desse conceito, pois se passaram séculos da aparição até a aceitação da ideia de números negativos, foi na obra do matemático hindu Brahmagupta de

628 d. C. que apareceram os primeiros registros de uma sistematização da aritmética dos números negativos, e durante séculos matemáticos não aceitaram a ideia chegando a chamar o número negativo de “número absurdo”. Aceitação que veio no século XVIII com a interpretação geométrica dos números positivos e negativos.

Portanto é fácil perceber que mesmo pessoas envolvidas diretamente com o estudo da matemática podem ter dificuldades para compreensão da sistematização das operações com números inteiros, buscar em cada um, experiências que auxiliem a melhor fixação destes conceitos é um desafio a ser vencido.

1.2 Justificativa do tema

As dificuldades que encontramos durante os anos de experiências na educação básica (ensino fundamental II e ensino médio) levaram-nos a reflexão dos motivos que impedem uma melhor fixação pelos alunos de vários conteúdos. Dentre as dificuldades, durante o ensino fundamental II se destaca a introdução dos números inteiros negativos na vida dos alunos, que geralmente estão em uma faixa etária dos 11 aos 13 anos. Os livros trazem geralmente ideias financeiras, ideias de altitudes e depressão, temperaturas negativas ou de locomoção em prédios com subsolo, ideias que na maioria das vezes os alunos não vivenciam, levando em pouco tempo ao esquecimento de conceitos que serão usados durante a vida, seja acadêmica ou não. Fatos que conduzem os próprios professores de matemática a dedicarem suas aulas para mostrar os conceitos de forma superficial e fora do contexto do aluno. O que de maneira geral leva o aluno a ter dificuldades em compreender novos conceitos que serão ministrados para ele durante sua vida na educação básica e que necessitam da compreensão e conhecimento dos conceitos sobre números inteiros.

Facilmente encontramos em outras áreas de conhecimento aplicações dos conceitos estudados sobre números inteiros, como por exemplo, o estudo dos fatos relevantes na história de um país, de um estado, de uma cidade, de um bairro, de uma escola ou de uma pessoa (um escritor, um professor, um estudante, o aluno...). A integração dessas áreas pode auxiliar a superar os desafios e dificuldades em mostrar e fixar melhor os conceitos envolvendo números inteiros para alunos no ensino fundamental. Vale salientar que as dificuldades acima mencionadas na maioria das vezes estendem-se para os estudantes de graduação e até mesmo a professores do ensino fundamental.

O ensinar é uma especificidade humana, não é simplesmente transferir conhecimento. O ser humano sempre está propício a aprender e, ao ter conhecimento dessa condição, torna sua presença no mundo construtiva e desperta a curiosidade epistemológica do sujeito. Dessa forma, aprender não é apenas se adaptar ao ambiente, mas se inserir no mundo social construindo e reconstruindo o conhecimento.

> "{...} ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção." (FREIRE [5],1996 pg12)

O ser humano que ensina é aquele capaz de compreender as particularidades do ser que aprende suas experiências, liberdades, sentimentos e indagações e dessa maneira o educador tem que apresentar coerência entre o seu discurso e suas ações para proporcionar uma boa relação entre o educando e o que se ensina.

Baseado no livro "Pedagogia da autonomia" de Paulo Freire, na prática pedagógica o educador deve ter consciência de que o educando completa a sua prática, deve tornar os conhecimentos prévios dos alunos emancipatórios e autônomos. Segundo Paulo Freire, o professor deve ensinar o discente a "pensar certo" usando sua metodologia para o mesmo passar da curiosidade simples a crítica.

A união entre a matemática e o cotidiano do aluno é um tema sempre levantado como um desafio, e, com o tempo, tem sido colocado em discussão no meio educacional, fundamentando-se na procura do desenvolvimento de práticas pedagógicas voltadas ao dia-a-dia e a interdisciplinaridade.

> "Acreditamos que a união de áreas do saber pode tornar mais atrativo e interessante o estudo, bem como mais eficiente o processo de ensino-aprendizagem. "
> (LUZ [9], 2005, pg17)

1.3 O Legado do PROFMAT

O PROFMAT nos proporciona a oportunidade de mostrar e compartilhar as experiências na busca de tornar o ensinar matemática um desafio prazeroso para o educador e o educando. Dentre tantos belos trabalhos apresentados como conclusão de curso do PROFMAT encontramos vários com temas ligados ao conjunto dos números inteiros, cada um com suas indagações e estratégias para viabilizar melhor o entendimento dos conceitos dos números negativo. Carlos Eurico Galvão Rosa [13] apresentou em seu trabalho estratégias para o ensino do produto de números negativos, tratando o tema de forma contextualizada em vários campos do conhecimento, incluindo a própria matemática através de gráficos no plano cartesiano. Levi Brasilino da Silva[14] propõe o ensinar conceitos de números inteiros através de material concreto e recursos tecnológicos. Carlos Gustavo da Mota Figueiredo[4] também em seu trabalho de conclusão do PROFMAT mostra a preocupação em buscar estratégias que facilitem o ensino das operações com números negativos. Carlos Eustáquio Pinto [12] propôs usa materiais concretos para facilitar o entendimento de adição, subtração e multiplicação de números inteiros. Trabalhos que trazem não só a ideia de propostas metodológicas, mostram também que com criatividade o professor de matemática pode fazer a apresentação dos conceitos matemáticos para os alunos, sem esquecer a formalidade matemática, de forma prazerosa e motivadora.

1.4 Os parâmetros Curriculares Nacional

Os parâmetros curriculares [3] propõem no tópico *aprender e ensinar matemática no ensino fundamental*, que é de grande importância ao professor conhecer o contexto histórico, conhecimento prévios, características sociais, culturais e psicológicas dos educandos. O professor em seu papel de mediar o que ensina e o educando, necessita ter conhecimento dos conceitos do que ensina, mas deve ter em mente a matemática como uma ciência com conceitos que podem ser revistos, reconstruídos e aprimorados, ciência receptiva a novos conhecimentos, pois a matemática é uma ciência dinâmica. Contudo o conhecimento só é completo se mostrado e aplicado em contextos distintos. Os conhecimentos devem ser construídos e desconstruídos, contextualizados e descontextualizados para serem desvinculados do contexto concreto e serem formalizados de forma generalizada, mesmo no ensino fundamental, para serem aplicados em outros contextos.

1.5 Objetivo

Relatar a construção e aplicação de roteiro de aula, atividades e avaliação, utilizando o cotidiano do aluno e conhecimentos que são ministrados em outras disciplinas, para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem dos números inteiros.

CAPÍTULO 2

PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA INTRODUÇÃO DO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

2.1 O conjunto dos números inteiros

A necessidade da utilização de uma linguagem que forneça uma sistematização para auxiliar na resolução de problemas envolvendo situações com números negativos, números positivo e o zero levou o homem a criar alguns conjuntos, dentre eles o conjunto dos números inteiros. Não podemos esquecer em nossas aulas, que além de procurar uma forma contextual (quando possível) de apresentar os temas abordados, devemos sempre formalizar os conceitos.

> "No sistema decimal, todo número inteiro é representado por uma sequência formada pelos algarismos 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; acrescidos do símbolo 0 (zero), que representa a ausência de algarismo. Por serem dez os algarismos, o sistema é chamado decimal." (LIMA [7], 2006)

Os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... ou +1, +2, +3,+ 4, +5, +6, +7, +8, +9, +10, +11, +12, ... receberam o nome de números positivos

Os números -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, -11, -12, ... receberam o nome de números negativos.

A união dos números positivos e dos números negativos, acrescida do zero forma o conjunto dos números inteiros que é representado pela letra Z.

$\mathbb{Z}$ = { ...., -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}

Podemos representar o conjunto acima em uma reta numérica (figura 4).

Colocando o zero como o ponto de referência, à direita os números positivos e à esquerda os números negativos.

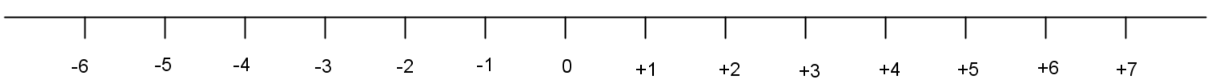


Figura 4

2.2 Representando os números inteiros por acontecimentos históricos

Exemplo 1

Constantemente encontramos em livros de história abreviaturas com a. C. e d. C., o que significam? Há uma grande possibilidade de serem abreviaturas de a. C. (ano anterior ao do nascimento de Cristo) e d. C. (ano depois do nascimento de Cristo) em outras culturas encontramos outros anos diferentes ao do nascimento de cristo como ano de referência do início da contagem dos anos.

> *"O sistema de numeração dos anos d. C. (depois de Cristo) foi instituído no ano 527 d. C. pelo abade romano Dionysius Exiguus (c.470-544), que estimou que o nascimento de Cristo (se este é uma figura histórica) ocorrera em 25 de dezembro de 754 (anos do ano do calendário romano), que ele designou como 1 d.C. Em 1613 Johannes Kepler (1571-1630) publicou o primeiro trabalho sobre a cronologia e o ano do nascimento de Jesus. Neste trabalho Kepler demonstrou que o calendário Cristão estava em erro por cinco anos, e que Jesus tinha nascido em 4 a. C., uma conclusão atualmente aceita."*(OLIVEIRA [10], 2012)

Como então unificar, nestes casos, a forma de escrever essas abreviaturas sem perda do entendimento? A matemática usa em sua forma de expressão o símbolo (-) para representar o que vem antes da referência e (+) ou a ausência dos dois para representar o que vem após a referência.

Observe: No ano 1650 d. C., um pensador religioso inglês, baseado nas crenças judaico-cristãs, chegou à conclusão, sem nenhum critério científico, de que o homem foi criado em 4004 a. C..

O texto poderia ser reescrito assim: No ano +1650, um pensador religioso inglês, baseado nas crenças judaico-cristãs, chegou à conclusão, sem nenhum critério científico, de que o homem foi criado em -4004.

Ou assim: No ano 1650, um pensador religioso inglês, baseado nas crenças judaico-cristãs, chegou à conclusão, sem nenhum critério cientifico, de que o homem havia sido criado em -4004.

A representação em uma reta

Exemplo 2

Observando alguns acontecimentos antes da historia do Brasil

- 753 a. C. ; Segundo lenda, Roma foi criada.
- 431 a. C. ; os Espartanos invadiram a Ática.
- 1 nascimento de Cristo.
- 1096 d. C. ; a primeira cruzada para o Oriente.
- 1337 d. C. ; inicio da guerra dos cem anos.
- 1453 d. C.; fim da guerra dos cem anos.

Observando alguns acontecimentos da historia do Brasil

- No ano 1500, a expedição de Pedro Álvares Cabral chega ao Brasil.
- No ano 1530, é instituído o regime de capitanias hereditárias no Brasil.
- No ano 1549, primeiro governo geral do Brasil.
- No ano 1570, a liberdade dos índios é garantida pela carta régia.
- No ano 1763, transferida de Salvador para o Rio de Janeiro a capital do Estado Brasileiro
- No ano 1822, proclamação da independência do Brasil.
- No ano 1884, o Ceará é a primeira província a extinguir a escravidão.
- No ano 1940, governo institui o salário mínimo.
- No ano 1985, fim dos governos militares.
- No ano 2000, Brasil 500 anos de história.
- No ano 2011, nasce o PROFMAT.

Vamos representar alguns dos acontecimentos históricos acima, utilizaremos uma reta colocando apenas os anos, tomando como ordem crescente dos acontecimentos o primeiro como sendo o menor e o ultimo o maior (figura 1).

Figura 1

Observem que os anos a esquerda ou os anos a direita do zero, descritos sem o contexto acima, pela figura anterior não seria possível saber qual evento ocorreu primeiro, para isso então poderíamos colocar o a. C. e o d. C. ou ainda de forma geral reescrevendo a reta utilizando os símbolos (-) para representar a esquerda e (+) para representar a direita (figura 2).

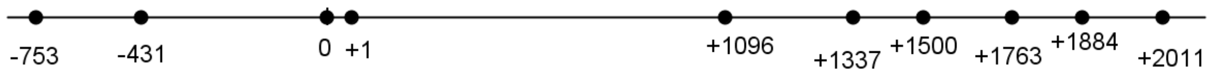


Figura 2

*"Um **ano** corresponde ao intervalo aproximado de tempo que a Terra demora para completar uma volta em torno do Sol."* (*https://pt.wikipedia.org/wiki/Ano* [8])

Como o ano é um período então o número zero representa o início do ano 1 ou (+1) e o fim do ano -1 motivo pelo qual não é necessário colocar os símbolos "-" ou "+" antes dele.

Vale salientar que um século é uma unidade de medida de tempo com um período de cem anos logo o século I começou no ano 1 e terminou no ano 100, o século anterior ao nascimento de Cristo começou no ano 100 a. C. (-100) e terminou no ano 1 a. C. (-1). E o ano zero existe? Boa hora para o debate em sala sobre a idéia do conceito de número. E clara a resposta da pergunta acima: não.

Atividade proposta para os alunos: (primeira parte)

Desenhe uma reta em seu caderno e complete a reta da figura 2 com os anos dos acontecimentos históricos descritos. (antes do descobrimento do Brasil e depois do descobrimento do Brasil).

Mudando o ano de referência

Exemplo 3

É possível mudarmos o ano +1 do calendário? Certamente que sim, basta termos um objetivo claro para isso. Se por algum motivo fosse necessário utilizar o ano do descobrimento do Brasil como o ano 1 da contagem dos tempos, a nossa retas da figura 2 ficaria assim (figura 3):

Figura 3

Na figura:

O número -404 mostra que a primeira cruzada para o Oriente ocorreu 404 anos antes do descobrimento do Brasil. Fato que no calendário usado na figura 2 corresponde ao ano +1096.

O número +511 nos mostra que nasce o PROFMAT 511 anos após o descobrimento do Brasil. Acontecimento que no calendário usado na figura 2 corresponde ao ano +2011.

O número -1499 significa que o Brasil foi descoberto 1500 anos após o nascimento de Cristo. Acontecimento que no calendário usado na figura 2 corresponde ao ano +1.

Atividade proposta para os alunos: (segunda parte)

Em seu caderno construa uma tabela com os fatos descritos (antes do descobrimento do Brasil e depois do descobrimento do Brasil) utilizando como ano +1, o ano do descobrimento do Brasil. Utilize números negativos e positivos.

Atividade proposta para os alunos: (terceira parte) (trabalho a ser apresentado para o professor em papel separado do caderno de atividades do aluno)

I – Com a ajuda de sua família relacione dez fatos que ocorrem e são lembrados por você e sua família. Cinco deles que ocorreram antes de você nascer e cinco que correram depois de seu nascimento.

II – utilize os anos do calendário da era cristã para representá-los em ordem cronológica que ocorreram.

III – utilize uma reta para representá-los colocando os anos em ordem crescente.

IV – Tome como referência o ano de seu nascimento e reescreva os fatos do item I substituindo o número que representa o ano do calendário da era cristã por um número que represente a distância até o ano de seu nascimento. (use números negativos para representar fatos que ocorreram antes de seu nascimento e números positivos para os que ocorreram depois). Localize e indique também o número zero na reta.

2.3 Comparação de números inteiros

Observando a figura 2, onde acontecimentos são colocados na ordem crescente. Da mesma forma encontrada que eles ocorram a ordem dos números inteiros é colocada de maneira análoga. Portanto vejam os exemplos abaixo:

Exemplo 1

Na figura2, o ano do nascimento de Cristo é representado pelo número +1 e o ano da primeira cruzada para o Oriente +1096. Sabemos que nos números naturais 1 < 1096 e como os números 1 e 1096 são positivos, podemos dizer que:

$+1 < +1096$ (o número 1 é menor que o número 1096)

Logo o número um positivo é menor do que o número um mil e noventa e seis positivo.

Exemplo 2

Observe que na figura 3, o ano do nascimento de Cristo é representado pelo número -1499 e o ano da primeira cruzada para o Oriente pelo número -404, (são os mesmo acontecimentos do exemplo 1, como o nascimento de Cristo ocorreu antes da primeira cruzada para o oriente, temor que:

-1499 < -404 (0 ano -1499 foi anterior ao ano -404.)

Logo o número um mil e quinhentos negativo é menor do que o número quatrocentos e quatro negativo.

Observe que, por se tratar dos mesmos eventos, r*epresentar que* ***+1<+1096*** *é equivalente a* ***-1499 < -404***, pois +1 e -1499.

Exemplo 3

Na figura 2, o ano em que cristo nasceu é representado pelo número +1 e o ano da transferida de Salvador para o Rio de Janeiro a capital do Estado Brasileiro pelo número +1763. Sabemos que nos números naturais 1 < 1763 e como os números 1 e 1763 são positivos, podemos dizer que:

+1 < +1763 (o número 1 é anterior ao número 1096)

Logo o número um positivo é menor do que o número um mil setecentos e sessenta e três positivo.

Exemplo 4

Observe que na figura 3, o ano do nascimento de Cristo é representado pelo número -1500 e o ano da transferida de Salvador para o Rio de janeiro a capital do Estado Brasileiro por +263, são os mesmo acontecimentos representados no exemplo 3, representados na figura por números distintos, assim:

-1499 < +263 (0 ano -1500 foi anterior ao ano +263.

Logo o número um mil e quinhentos negativo é menor do que o número duzentos e sessenta e três positivo.

Novamente observe que Por se tratar dos mesmos eventos, r*epresentar que* ***+1<+1763*** *é equivalente a* ***−1499 < +263.***

E o zero pode ser maior que outro número?

Exemplo 5

Observando a figura 2, o zero representa apenas um ponto que separa o ano de referência do começo da contagem e os anos anteriores ao início da contagem. Logo os acontecimentos representados após o zero são representados por números positivo ou naturais e como nos números naturais:

$0 < 1884$ então se pode concluir que **$0 < +1884$**

Logo o número zero é menor do que o número um mil oitocentos e oitenta e quatro positivo.

Exemplo 6

Todavia observando a figura 2 o ano 431 a. C., ano que os Espartanos invadiram a Ática, é representado por -431 e está localizado na reta à esquerda no zero, como os acontecimentos que estão localizados a esquerda da reta são representados por números menores do que estão a sua esquerda logo podemos afirmar que:

$-431 < 0$ (o ano -431 foi anterior a necessidade de representar o zero.)

Logo o número quatrocentos e trinta e um negativo é menor do que o número zero.

2.4 Módulo de um número inteiro

Observando a figura 2, veremos que após o ano +1096, onde ocorreu a primeira cruzada para o Oriente e o ano +1500, ano do descobrimento do Brasil, se passou 404 anos, que equivale a distância entre os dois números.

A distância entre um número e o zero chama-se módulo de um número ou valor absoluto.

Na figura 3, o ano que ocorreu a primeira cruzada é representado pelo número -404, o módulo desse número é igual a contagem de anos do ano que ocorreu a primeira cruzada para o Oriente e o início do ano do descobrimento do Brasil. Portanto o módulo do número -404 é igual a 404, que é representado por:

$|-404| = 404$

O módulo de um número é representado por | |, e será igual ao próprio número se o número for positivo e igual ao número com sinal trocado (ou oposto) se o número for negativo. O módulo de zero é igual a zero.

$$|n| = n \, , \, n \geq 0 \text{ e } |n| = -n \, , \, n \leq 0$$

Exemplo 1: Representar a distância entre o ano que nasce o PROFMAT na figura 2, e a origem da contagem, usando a notação de módulo.

$$|+2011| = 2011$$

Portanto do inicio do ano nascimento de cristo até a criação do PROFMAT passaram-se dois mil e onze anos.

Exemplo 2: Representar a distância entre o ano que nasce o PROFMAT na figura 3, e o descobrimento do Brasil, usando a notação de módulo.

$$|+511| = 511$$

Portanto do inicio do ano do descobrimento do Brasil até a criação do PROFMAT passaram-se quinhentos e onze anos.

Exemplo 3: Representar a distância entre o ano que Roma foi criada na figura 2, e o Nascimento de Cristo, usando a notação de módulo.

$$|-753| = 753$$

Portanto da criação de Roma até o inicio do ano do nascimento de cristo passaram-se setecentos e cinqüenta e três anos.

Exemplo 4: Representar a distância entre o ano que criação de Roma na figura 3, e o descobrimento do Brasil, usando a notação de módulo.

$$|-2253| = 2253$$

Portanto da criação de Roma até o inicio do ano do descobrimento do Brasil passaram-se dois mil duzentos e cinqüenta e três anos.

Definição: Se dois acontecimentos históricos ocorreram em anos diferentes com mesmo módulo dizemos que são anos opostos ou simétricos a origem, o mesmo ocorre para qualquer par de números inteiros diferentes em que os módulos forem iguais:

Exemplos:

- +6 é oposto a -6, portanto +6 e -6 são números simétricos a origem (possuem o mesmo módulo, porém são números diferentes).
- -15 é oposto de +15.
- -1 é o oposto de 1.

Propriedades:

- Entre dois números inteiros positivos, o maior é o que está mais distante da origem, ou seja, o que possui maior módulo.
- Entre dois números inteiros negativos, o maior é o que está mais próximo da origem, ou seja, o que possui menor módulo.
- Entre um número inteiro positivo e um número inteiro negativo o maior é sempre o positivo independente de seus módulos.
- O zero é maior que qualquer número negativo.
- O zero é menor que qualquer número positivo.
- O módulo de um número positivo x é igual a x; o módulo de um número inteiro negativo x é igual a –x e o módulo de zero é igual a zero.
- O oposto ou simétrico de um número x é –x.

Uma Observação sobre Antecessor Sucessor de um número inteiro

No geral, temos que o antecessor de qualquer número inteiro é igual ao número menos uma unidade e o sucessor é igual ao número mais uma unidade. Na contagem de tempo utilizando o ano do nascimento de Cristo como ano do início da contagem dos anos, o ano anterior (antecessor) ao do descobrimento do Brasil é 1499. Qual é o ano anterior ao descobrimento do Brasil quando utilizando como ano de início da contagem dos anos o ano do descobrimento do Brasil? No conjunto dos números inteiros qual o antecessor de +1?

Resposta: Como o ano do descobrimento do Brasil é o ano +1 que corresponde a 1500 d. C., então o ano anterior ao do descobrimento do Brasil é -1 que corresponde a 1499 d. C. (pois não existe ano zero). Observem que neste contexto o antecessor de +1 é -1, porém por definição o antecessor de +1 no conjunto dos números inteiros é 0.

Portanto em alguns contextos temos a necessidade de definir subconjuntos dos números inteiros sem o zero.

2.5 Adição de números inteiros

Exemplo 1

No início da guerra do Paraguai havia 40 mil soldados paraguaios, 38 mil soldados brasileiros e 14 mil soldados argentinos. Qual o número total de soldados envolvidos inicialmente na guerra? Como podemos utilizar números inteiros positivos para representar a operação matemática e chegar a este número?

No conjunto dos números naturais, basta efetuar a soma de 40.000, 38.000 e 14.000 que é igual a 92.000.

$$40.000 + 38.000 + 14.000 = 92.000$$

No conjunto dos números inteiros essa operação não é diferente, visto que podemos representar 40.000 por +40.000; 38.000 por +38.000; 14.000 por +14.000 e 92.000 por +92.000. Ficando a operação assim representada:

$$(+40.000) + (+38.000) + (+14.000) = +92.000$$

Exemplo 2

Um pouco de história, "A Guerra do Paraguai"

> "[...] Para o Paraguai, o resultado da guerra foi brutal. Transformou-se numa das regiões mais pobres do mundo. As conseqüências ainda hoje são sentidas. Impossível saber, com precisão, o número de habitantes do Paraguai antes da guerra. Estudos recentes apontam algo em torno de 500 mil pessoas. Fontes divergentes indicam que talvez tenham morrido cerca de 200 mil pessoas." (Pedro [11], p 350)

Usando os dados do texto, qual a estimativa do número total de habitantes do Paraguai pós-guerra? Como podemos utilizar números inteiros positivos e negativos para representar a operação matemática e chegar a este número?

No conjunto dos números naturais, basta efetuar a subtração de 500.000 e 200.000 que é igual a 300.000.

$$500.000 - 200.000 = 300.000$$

No conjunto dos números inteiros essa operação pode ser representada da mesma forma ou podemos adicionar os dois números +500.000 com-200.000. Ficando a operação assim representada:

$$(+500.000) + (-200.000) = +300.000$$

Exemplo 3

No decorrer dos anos a dívida externa brasileira só aumentou, porém ao contrário do que a maioria das pessoas acredita o estado brasileiro não é o único detentor da dívida. Cerca de R$ 130 bilhões de dólares da dívida pertencem a empresas privadas e cerca de R$ 100 bilhões de dólares ao governo. Tomando como base as informações acima qual era o total da dívida externa brasileira no momento em que os dados foram coletados? Como representar a operação para encontrar o total da dívida utilizando número inteiro sem a perda do entendimento que se trata de uma íivida?

No conjunto dos números naturais, basta efetuar a adição de 130 com 100 que é igual a 230, e para responder acrescentamos a palavra divida, ou seja, íivida de 230 bilhões de dólares.

$$(\text{dívida de})\ 130 + (\text{dívida de})\ 100 = (\text{dívida de})\ 230$$

No conjunto dos números inteiros, essa operação pode ser representada da mesma forma trocando (dívida de) por um sinal de negativo (-), ficando assim representada:

$$(-130) + (-100) = -230$$

Significando que se somamos uma divida de 130 bilhões com uma dívida de 100 bilhões a divida aumenta e é igual a uma divida de 230 bilhões.

Exemplo 4

Considerada a maior guerra armada da Américo do Sul, A Guerra do Paraguai ocorreu entre o final do ano de 1864 d. C., e o início do ano de 1870 d. C.. Utilizando o ano do descobrimento do Brasil como ano do inicio da contagem dos anos, então a guerra ocorreu entre os anos de +364 e +370. Outra guerra descrita nos livro de história é a guerra dos cem anos que teve seu fim em 1453 d. C.. Quantos anos se passaram do fim da guerra dos sem anos desde o descobrimento do Brasil? Como representar (utilizando os números 1500 para descobrimento do Brasil e 1435 para o fim da guerra do sem anos) a operação para encontrar o total dos anos encontrados, usando número inteiro, sem a perda do entendimento que se trata de um ano anterior ao do descobrimento do Brasil?

No conjunto dos números naturais, basta efetuar a subtração entre 1500 e 1453, que é igual a 47 para determinar a resposta, porém para um melhor entendimento temos que destacar que o fim da guerra dos cem anos ocorreu 47 anos antes do descobrimento do Brasil.

Observe que, $1500 - 1453 = 47$ Se tomarmos como resposta apenas o número 47, poderia nos levar ao entendimento que o fim da guerra dos cem anos ocorreu 47 anos após o descobrimento do Brasil.

No conjunto dos números inteiros, podemos efetuar a operação acima efetuando a subtração entre 1453 e 1500, que ira representar a distância entre o ano que do fim da guerra e o ano do início da contagem dos anos (que neste caso é o ano do descobrimento do Brasil ou a soma entre os números +1453 e -1500

$1453 - 1500 = -47$ ou $(+1453) + (-1500) = -47$ Se tomarmos como resposta apenas o número -47, o sinal negativo nos indica que o fim da guerra ocorreu antes do ano do descobrimento do Brasil.

No geral temos que:

A soma de dois números inteiros de mesmo sinal é igual a soma dos valores absolutos (módulo) dos dois números e o resultado tem mesmo sinal dos números.

A soma de dois números inteiros de sinais diferentes é igual à diferença entre os valores absolutos (módulo) dos dois números e o resulta tem sinal do número que possui maior valor absoluto.

Propriedades da adição em $\mathbb{Z}$

1ª propriedade: A soma de dois números inteiros é sempre igual a um número inteiro, isto é, n + m = x, $\forall$ n, m e x $\in \mathbb{Z}$.

Exemplos:

(+50) + (-20) = +30

(+15) + (-20) = -5

(+12) + (+30) = +42

(-75) + (-17) = -92

2ª propriedade: (propriedade comutativa) A ordem da soma de dois números inteiros não altera o resultado, isto é, n + m = m + n, $\forall$ n e m $\in \mathbb{Z}$.

Exemplo:

(+8) + (-11) = (-11) + (+8) = -3

3ª propriedade: (propriedade associativa) Associando-se os números de maneiras diferentes, obtém-se a mesma soma, isto é (m + n) + p = m + (n + p), $\forall$ m, n e p $\in \mathbb{Z}$.

Exemplos:

(-40) + (+38) + (+14) = (-2) + (+14) = +12

(-40) + (+38) + (+14) = (-40) + (+52) = +12

4ª propriedade: O número zero é o elemento neutro da adição em Z, isto é, n+0 =n, $\forall$ n $\in \mathbb{Z}$.

Exemplos:

(-15) + 0 = -15

0 + (+31) = +31

5ª propriedade: A soma de dois números inteiros oposto é igual a zero, isto é n + (-n) = 0, $\forall$ n $\in \mathbb{Z}$.

Exemplos:

(-16) + (16) = 0

(+4) + (-4) = 0

Usando a 3ª propriedade podemos adicionar três ou mais números inteiros.

Exemplo:

$$(-7)+(+8)+(+14)+(-19) = (+1)+(+14)+(-19) = (+15)+(-19) = -4$$

2.6 Subtração de números inteiros

Observando ainda a figura 3:

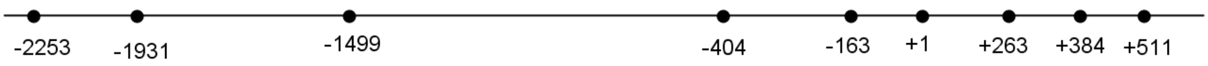


Figura 3

Exemplo 1

O número -2253 representa o ano da criação de Roma e o número +1 representa o ano da descoberta do Brasil. Quantos anos se passaram da criação de Roma até o ano do descobrimento do Brasil?

Para responder bastar efetuamos a subtração entre o ano do descobrimento do Brasil e o ano da criação de Roma.

$(+1) - (-\ 2253)$, como efetuar essa operação? Vimos anteriormente que o aposto ou simétrico de um número x é –x, utilizando então, temos que – (– 2253) = + 2253, logo para subtrair dois números inteiros, basta somar o primeiro com o oposto do segundo.

$(+1) - (-2253) = (+1) + (+2253) = +2254$, *portanto do ano da criação de Roma até o ano do descobrimento do Brasil passaram-se dois mil, duzentos e cinquenta e quatro anos.*

Exemplo 2

E quantos anos antes ao ano do descobrimento do Brasil, Roma foi criada?

Para responder bastar efetuarmos a subtração entre o ano da criação de Roma e o ano do descobrimento do Brasil.

$(-2253) - (+1) = (-2253) + (-1) = -2254$, *portanto Roma foi criada dois mil, duzentos e cinquenta e quatro anos antes do descobrimento do Brasil.*

Exemplo 3

Quantos anos antes da primeira cruzada para o Oriente, Cristo nasceu?

Para responder bastar efetuamos a subtração entre o ano que Cristo nasceu e a primeira cruzada.

$(-1500) - (-404) = (-1500) + (+404) = -1096$, *portanto a primeira cruzada para o Oriente ocorreu um mil e noventa e seis anos antes do nascimento de Cristo.*

No geral temos que:

Toda subtração de números inteiros pode ser transformada em uma adição, então podemos escrever adição e subtração de números inteiros de forma única e simplificada, isto é: (-a) + (+b) - (+c) - (-d) = - a + b – c + d

Exemplo

$(-6)+(+10)-(+12)-(-18) = (-6)+(+10)+(-12)+(+18) = -6+10-12+18 = -18+28 = 10$

2.7 Multiplicação de números inteiros

Para multiplicamos dois números inteiros positivo, basta usarmos o conhecimento com multiplicação de números naturais.

Exemplo

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \,.\, 8 = 48$$

Acrescentando o sinal positivo a cada número acima temos:

$$(+6)+(+6)+(+6)+(+6)+(+6)+(+6)+(+6)+(+6)=(+6).(+8)=+48$$

Portanto o produto de dois números inteiros positivos é igual a um número positivo.

Exemplo 1

No ano 1884, o Ceará é a primeira província a extinguir a escravidão no Brasil, porém apenas em 13 de maio de 1888, após vários processos político-sociais a Princesa Isabel assinou a Lei Áurea. Dentre eles o parlamento inglês aprovou o Bill Aberdeen, que deu poder a esquadra inglesa a apreender navios com escravos. Cada navio português pequeno transportava em média 200 escravos. Supondo que uma esquadra inglesa apreendeu um navio com 180 escravos e supostamente que cada escravo tinha um custo de 15 unidades monetária, quanto foi o prejuízo que teve o contrabandista com os escravos? Como representar a operação para encontrar o total do prejuízo utilizando número inteiro sem a perda do entendimento que se trata de um prejuízo?

No conjunto dos números naturais, basta efetuar a multiplicação entre 15 e 180, que é igual à soma de 15, cento e oitenta vezes e tem como resultado 2700, porém para um melhor entendimento temos que destacar que houve um prejuízo de 2700 unidades monetárias.

$15 \,.\, 180 = 2700$ Se tomarmos como resposta apenas o número 2700, poderia levar ao entendimento que houve lucro com a apreensão do navio.

No conjunto dos números inteiros, podemos efetuar a operação acima realizando a multiplicação entre o número –15 (que irá representar o prejuízo de 15 unidade monetárias) e 180, que é igual a soma de –15 cento e oitenta vezes. Como a soma de números negativos resulta em um número negativo, então podemos representar a operação acima do seguinte modo:

$-15 \,.\, 180 = -2700$ ou $(-15) \,.\, (+180) = -2700$

Se tomarmos como resposta apenas o número –2700, o sinal negativo nos indica que houve prejuízo com a apreensão do navio.

Exemplo 2

Temendo na possibilidade de uma possível apreensão de um dos navios, quatro fazendeiros resolveram que se um dos navios que traziam escravos para eles fosse capturado o prejuízo seria dividido igualmente a todos. Para garantir o pagamento de pelo menos 700 unidades monetárias cada um, cada fazendeiro envolvido no acordo depositou o valor em uma conta de um banco. Qual foi o saldo que a conta ficou após os quatro efetuarem o depósito? Como representar a operação para encontrar o saldo total que ficou na conta utilizando números inteiros, sem a perda do entendimento que se trata de um possível prejuízo para o depositante e que o saldo da conta não ficou devedora (negativa)?

No conjunto dos números naturais, basta efetuar a multiplicação entre 4 e 700, que é igual a soma de 700 quatro vezes e tem como resultado 2800 unidades monetárias, porém para um melhor entendimento temos que destacar que o saldo da conta ficou credor(positivo) de 2800 unidades monetárias.

$4 \,.\, 700 = 2800$, (na operação não podemos identificar que se trata de um possível prejuízo).

No conjunto dos números inteiros, podemos efetuar a operação acima realizando a multiplicação entre o número –700 (que irá representar o possível prejuízo de 700 unidades monetárias) e –4 (que irá representar os quatro que devem efetuar o depósito, ou seja, ficaram com menos 700 unidades monetárias) que é igual a subtração de –700 de cada um dos 4 participantes, então podemos representar a operação acima do seguinte modo:

$(-700) \,.\, (-4) = -(-700) -(-700) -(-700) -(-700) =+ 700 + 700 + 700 + 700 = 2800$

Ou seja:

$(-4) \,.\, (-700) = +2800$

No geral temos que:

O produto de dois números inteiros de mesmo sinal é sempre igual a um número positivo.

O produto de dois números inteiros de sinais diferentes é sempre igual a um número negativo.

Se a, b > 0 temos:

$$a \cdot (-b) = -(ab)$$

$$(-a) \cdot b = -(ab)$$

$$(-a) \cdot (-b) = ab$$

$$a \cdot b = ab$$

2.8 Divisão de números inteiros

A divisão euclidiana

- Dados dois números inteiros a e b com a≠0. Existem unicamente dois números inteiros q e r tais que

$b = a \cdot q + r$, com $0 < r < |a|$. O número q é o quociente da divisão de b por a e r é o resto.

Geralmente os livros didáticos do 7º ano apresentam a divisão de dois números inteiros apenas para divisões onde o resto é igual a zero. Relatam que divisão do tipo (+420) por (+360) não tem significado no conjunto dos números inteiros. Fato é que depois o professor trabalha, por exemplo, com redução de arcos e ângulos a primeira volta positiva de arcos e ângulos maiores ou menores que uma volta, encontrando resistência por parte de alguns alunos em entender essa divisão. Contextualizar exemplos que levem também a divisão com resto diferente de zero poderá facilitar o entendimento de outros conceitos matemáticos.

Exemplo 1

No dia 1º de maio de 1940, Getúlio assinou o Decreto-Lei 2.162 e oficializou o Salário mínimo no Brasil, a assinatura ocorreu dentro do estádio Vasco da Gama na presença de quarenta mil trabalhadores. Para cálculo do valor estabeleceu que a quantia deveria atender as necessidades básicas de uma família com habitação, alimentação, transporte, higiene, saúde, vestuário, previdência social e lazer. No dia 1º de janeiro de 2016 o valor do salário mínimo foi fixado em 880 reais. Supondo que um trabalhador receba no final do mês exatamente 880 reais e queira dividir em partes iguais para as necessidades listadas acima, qual o valor que ele vai separar para cada uma? Represente a operação matemática que leva ao valor usando números inteiros.

$$(+880) : (+8) = +110, \text{ pois } (+8) \cdot (+110) = +880$$

Exemplo 2

Antes do final do mês um trabalhador já estava sem dinheiro e necessitava comprar os livros didáticos para o filho, ao fazer o orçamento chegou a uma despesa de 1200 reais. Como não tinha mais dinheiro pediu emprestado a seu compadre, que não lhe cobrou juros e ainda dividiu em seis pagamentos de igual valor. Qual o valor de cada pagamento da dívida? Como representar a operação para encontrar o total utilizando número inteiro?

Representado a dívida por -1200 *e as parcelas por (+6) temos:*

$(-1200) : (+6) = -200$, pois $(+6).\ (-200) = -1200$, *o número* -200 *indica uma divida de duzentos reais cada pagamento.*

Exemplo 3

O senhor Roberto é aposentado e como o dinheiro que ele recebe não cobre todas as despesas mensais, ele compra a crédito em uma mercearia, em uma farmácia e em uma padaria. Este mês, seu Roberto ganhou um dinheiro extra, 96 reais, fazendo consertos em sapatos e pretende dividir o que ganhou a mais em partes iguais para diminuir as dívidas que tem com a mercearia, a farmácia e a padaria. Em quanto ficará menor cada dívida? Como representar a operação para encontrar o total utilizando número inteiro? E o que representa o quociente da divisão?

Temos que dividi os 96 reais para as três dividas. Representado o que ele ganhou por +96 e as três dividas por –3 então:

$(+96) : (-3) = -32$, pois $(-3)\ .\ (-32) = +96$, *o número* –32 *representa que cada dívida ficará 32 reais menor, por exemplo, se na padaria a dívida for de 50 reais teremos então:*

(–50) – (–32) = –50 + 32 = –18, ou seja, ele ficará com uma dívida de 18 reais na padaria.

Exemplo 4

A televisão do senhor Roberto danificou, os cinco filhos dele resolveram presenteá-lo com uma televisão e escolheram uma no valor de 1800 reais. Gerando uma dívida de 1800 reais para ser dividida igualmente para cada filho. Todos decidiram efetuar o pagamento com cartão de crédito. Qual foi o aumento em cada fatura dos cartões dos filhos do senhor Roberto após o pagamento da televisão? Como representar a operação para encontrar o total utilizando número inteiro? E o que representa o quociente da divisão?

Temos que dividir a dívida para 5 cartões. Representado a dívida total por –1800 e os débitos dos cartões por –5 teremos então:

$(-1800) : (-5) = (+360)$, pois $(-5) . (+360) = -1800$*, o número +360 representa que cada conta dos cartões aumentou 360 reais.*

Exemplo 5

O Senhor Roberto todo dia sai no final da tarde para caminhar em companhia de quatro amigos. Certo dia, eles entraram em uma lanchonete e quando foram pagar a conta de 27 reais percebem que todos portavam apenas moedas no valor de um real, resolveram então que todos pagariam com a mesma quantidade de moedas e se a quantia arrecadada fosse maior que o valor da conta, o troco seria entregue ao funcionário que atendeu os amigos, como gratificação pelo seu atencioso atendimento. Com quantas moedas cada um dos amigos contribuiu para efetuar o pagamento? E quanto foi a gratificação deixada para o funcionário da lanchonete? Como representar a operação utilizando números inteiros?

Neste caso temos que dividir a dívida de 27 reais para os cinco amigos. Representando a divida por –27 e a quantidade de amigos por +5 teremos então:

$(-27) : (+5)$ *o resto desta conta não será igual a zero como nos casos anteriores, o quociente da divisão será igual a contribuição de cada um dos amigos e o resto a gratificação do funcionário. Cada um dos amigos contribuirá com seis moedas (cada um ficara com –6 moedas) totalizando +30 e o funcionário ficará com +30–27=+3 moedas de gratificação (o funcionário ficará com +3 moedas), pela divisão euclidiana temos:*

$$(-27) = (+5) . (-6) + (+3)$$

No geral temos que:

O quociente de dois números inteiros de mesmo sinal é sempre igual a um número positivo.

O quociente de dois números inteiros de sinais diferentes é sempre igual a um número negativo.

Se a, b > 0 temos:

$$a / (-b) = -(a/b)$$

$$(-a) / b = -(a/b)$$

$$(-a) / (-b) = a/b$$

$$a / b = a/b$$

CAPÍTULO 3

ATIVIDADE DE FIXAÇÃO OU AVALIAÇÃO

Neste capitulo retornaremos a Atividade proposta para os alunos: (terceira parte), proposta no capitulo anterior.

Vamos relembrar.

Atividade proposta para os alunos: (terceira parte) (trabalho a ser apresentado para o professor em papel separado do caderno de atividades do aluno)

I – Com a ajuda de sua família relacione dez fatos que ocorrem e são lembrados por você e sua família. Cinco deles que ocorreram antes de você nascer e cinco que correram depois de seu nascimento.

II – utilize os anos do calendário da era cristã para representá-los em ordem cronológica que ocorreram.

III – utilize uma reta para representá-los colocando os anos em ordem crescente.

IV – Tome como referência o ano de seu nascimento e reescreva os fatos do item I substituindo o número que representa o ano do calendário da era cristã por um número que represente a distância até o ano de seu nascimento. (use números negativos para representar fatos que ocorreram antes de seu nascimento e números positivos para os que ocorreram depois). Localize e indique também o número zero na reta.

Quando apliquei esta atividade em sala de aula percebi que alguns alunos não conseguiram registrar fatos passados antes do nascimento, então exemplifique algo com: O Brasil foi tri-campeão mundial de futebol em 1970 ou o ano do nascimento de um parente querido. Depois os alunos reescreviam o trabalho.

A ordem crescente dos números negativos e a localização do número zero, que muitos colocaram como sendo o ano do nascimento foram outras dificuldades apresentadas e sempre após nova explanação os alunos levavam para casa e reescreviam o trabalho.

Usei o fato de colocar a atividade como pontuação de parte de uma avaliação como motivação para a apresentação do trabalho e depois utilizei dados de vários trabalhos e construir uma história fictícia e utilizei na avaliação escrita dos conhecimentos apresentados.

Veremos agora um exemplo de uma dessas avaliações:

3.1 Exemplo de um exercício de fixação ou avaliação

Imagine que um aluno tenha respondido uma atividade de matemática e apresentado os dados abaixo (os dados são fictícios). Abaixo usaremos (a. C.) para indicar ano antes do nascimento de Cristo, (d. C.) para indicar ano depois do nascimento de cristo, (a. A.) para indicar ano antes do nascimento do aluno e (d. A.) para indicar ano depois do nascimento do aluno.

O aluno nasceu no ano 2004 d. C.

Acontecimentos listados pelo aluno que ocorreram antes do nascimento dele.

- 1994 d. C. Morreu um dos maiores ídolos do esporte brasileiro Ayrton Senna da Silva
- 1986 d. C. Nasceu a irmã do aluno.
- 2002 d. C. Nasceu o melhor amigo do aluno, um primo dele.
- 1998 d. C. O time que o aluno gosta foi campeão brasileiro de futebol.
- 1999 d. C. Os pais do aluno se conheceram.

Acontecimentos listados pelo aluno que ocorreram depois que ele nasceu.

- 2014 d. C. Copa do Mundo de futebol no Brasil.
- 2006 d. C. Nasceu o irmão do aluno.
- 2007 d. C. O papa Bento XVI visitou o Brasil
- 2011 d. C. Festa de aniversário de 7 anos do aluno na escola com os amigos.
- 2010 d. C. Viagem a cidade onde o papai do aluno nasceu.

1) Observando os acontecimentos acima reescreva as datas utilizando como ano 1 o nascimento do aluno, usando (a. A.) para indicar ano antes do nascimento do aluno e (d. A.) para indicar ano depois do nascimento do aluno.

- _________ Morreu um dos maiores ídolos do esporte brasileiro Ayrton Senna da Silva
- _________ Nasceu a irmã do aluno.
- _________ Nasceu o melhor amigo do aluno, um primo dele.
- _________ O time que o aluno gosta foi campeão brasileiro de futebol.
- _________ Os pais do aluno se conheceram.
- _________ Copa do Mundo de futebol no Brasil.
- _________ Nasceu o irmão do aluno.
- _________ O papa Bento XVI visitou o Brasil
- _________ Festa de aniversário de 7 anos do aluno na escola com os amigos.
- _________ Viagem a cidade onde o papai do aluno nasceu

2) Reescreva novamente as datas utilizando números negativos para representa os anos anteriores ao do nascimento do aluno e números positivos para representar os anos após o nascimento do aluno.
   - ________ Morreu um dos maiores ídolos do esporte brasileiro Ayrton Senna da Silva
   - ________ Nasceu a irmã do aluno.
   - ________ Nasceu o melhor amigo do aluno, um primo dele.
   - ________ O time que o aluno gosta foi campeão brasileiro de futebol.
   - ________ Os pais do aluno se conheceram.
   - ________ Copa do Mundo de futebol no Brasil.
   - ________ Nasceu o irmão do aluno.
   - ________ O papa Bento XVI visitou o Brasil
   - ________ Festa de aniversário de 7 anos do aluno na escola com os amigos.
   - ________ Viagem a cidade onde o papai do aluno nasceu

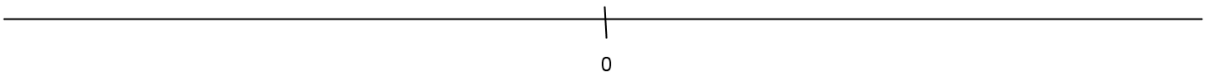
3) Reescreva os números inteiros que você preencheu os espaços da questão anterior em ordem decrescente.

____

____

____

4) Utilize a reta abaixo e coloque os números da questão anterior em ordem crescente.



5) Use os números da questão 2 e a notação de módulo de um número inteiro para indicar:

a) Quantos anos completos tinha a irmã do Aluno quando ele nasceu. Supondo que a data de aniversário dela é em um mês anterior dele.

____

b) Quantos anos se passaram do início do ano da morte de Ayton Sena até o início do ano do nascimento do aluno.

____

c) Quantos anos se passaram do início do ano em que os pais se conheceram até o inicio do ano do nascimento do aluno.

____

d) Quantos anos completos tinha o melhor amigo do aluno quando ele nasceu. Supondo que a data de aniversário dele é em um mês anterior ao dele.

____

6) Quando o aluno viajou para cidade onde o papai dele nasceu, ganhou de seu pai 30 reais, durante a viagem gastou 15 reais com um lanche e 5 reais com um sorvete. Ao chegar a casa dos avós, ganhou mais 50 reais de presente do avô e falou para o pai que queria comprar uma camisa do seu time do coração com o dinheiro que tinha. Quando o aluno chegou a uma loja observou que a camisa pretendida custava 70 reais. Use números inteiros negativos, positivos e zero para efetuar as operações necessárias para responder o que se pede abaixo.

a) Calcule com quantos reais o aluno chegou à casa dos avós?

____

____

b) Determine qual a quantia que ele gastou durante a viagem.

____

____

c) Quanto ele ganhou no total do pai e do avô?

____

____

d) Comprando a camisa, quanto ele gastaria no total juntando ao que ele comprou durante a viagem? (Caso ele tenha dinheiro para comprar a camisa)

____

____

e) Calcule, se é possível, ele comprar a camisa com o dinheiro que tinha ao chegar à loja. Se positivo, qual seria o troco? Se negativo, quanto falta para ele comprar a camisa nesta loja?

____

____

7) Use os números da questão 2 e operações com números inteiros para calcular quantos anos completou a irmã do aluno no ano que ele completou 7 anos.

____

____

8) Em um belo dia ensolarado, Roberto passeava com amigos, parou em frente a uma sorveteira e observou que o termômetro da máquina de fabricar soverte marcava -2°C. Voltaram a caminhar e depois resolveram retornar para comprar sorvetes. Quando chegaram à sorveteria, Roberto percebeu que o termômetro da máquina de fabricar sorvete marcava uma temperatura 6 vezes a anterior. Que temperatura marcava a máquina de sorvete quando Pedro olho pela 2ª vez? Calcule a temperatura usando operações com números inteiros.

____

____

____

9) No final do ano escolar Adélia e mais cinco amigas sempre faziam uma festa para comemorar o início das férias. Para cobrir as despesas com a festa, Adélia propôs as amigas que cada uma contribuísse mensalmente com uma quantia de 20 reais durante 10 meses para ser depositada em uma conta corrente de um banco. Com isso, cada amiga ficaria com um débito mensal de 20 reais durante dez meses. Elas calcularam representando os valores com números negativos e positivos a quantia que teriam no final do ano se todos os depósitos fossem feitos. Qual foi a conta que as amigas fizeram pra chegarem à quantia que teriam no final do ano? E qual foi o resultado?

____
____

10) Geralda, Ana, Sérgio, Manoel e Carlos são estudantes do 7º ano, combinaram que após o último horário de aula iriam a uma pizzaria e comeriam uma pizza tamanho família que custa 50 reais. Como eles não tinham dinheiro para pagar a conta pediram aos pais autorização e deixaram a conta da pizzaria para ser paga pelos pais. Carlos é bom aluno de matemática e utilizou números inteiros para representa quanto cada um ficaria devendo. Qual foi a conta que Carlos fez? Expresse a conta e o resultado utilizando números inteiros.

____
____
____

CAPÍTULO 4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante minha vida como educador no ensino fundamental II e médio sempre que fui desafiado a participar de projetos da escola que pretendiam trabalhar o mesmo tema em todas as disciplinas ou trabalhar nas aulas interdisciplinares, observava a falta de conexão entre os professores da área de matemática e os professores das demais áreas, como se a matemática não pudesse ser inserida em contextos de outras áreas. Os desafios mostravam a necessidade de transformação de mero professor que transcreve e repete o que lê nos livros didáticos em um professor que respeita os conceitos matemáticos, o contexto que os alunos estão inseridos e mostra também a utilidade da matemática nas outras áreas do conhecimento, levando a informação pretendida de forma que seja realmente assimilada para serem usadas em momento oportuno da vida dos alunos, seja na vida acadêmica ou no seu dia-a-dia.

O contexto que foi escrito o Capítulo 2 deste trabalho pode ser, por exemplo, trocado de historia do Brasil pelo contexto da vida do escritor Jorge Amado, falando de momentos de sua vida, suas obras, seus amores... ou quem sabe pela história da cidade onde vive o aluno... ou da história da escola onde estuda... ou da geografia estudada na série aplicada... ou conceitos das ciências naturais da mesma série... ou até mesmo não ser usado em momento algum, e sim ser transformado em algo melhor do que foi apresentado aqui. O planejamento e a elaboração podem ser feito em horários de atividades complementares e as aulas ministradas por professores de duas ou mais disciplinas.

Um estudo mais profundo poderá mostrar a viabilidade ou inviabilidade da aplicação de formas contextualizadas na apresentação dos conceitos matemáticos em outros conteúdos matemáticos, mas tenho certeza que quando apliquei atividades diferenciadas, das que os alunos estavam acostumados, ocorreu grande crescimento por parte deles e principalmente de meus conceitos de como seria uma aula de matemática.

REFERÊNCIAS

[1] ARRUDA, José Jobson; PILETTI, Nelson, *Toda história,* História Geral e História do Brasil, ensino médio volume único. São Paulo, 2009.

[2] BONJORNO, José Roberto, *Projeto Athos: matemática*, 7º ano, FTD, São Paulo, 2014.

[3] BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, *Parâmetros curriculares Nacionais: matemática.* Brasília. MEC/SEF, 1998.

[4] FIGUEIREDO, Carlos Gustavo da Mota, *Produto de números negativos: aplicações de estratégias para tratar um obstáculo epistemológico*, Curitiba. PROFMAT. 2013.

[5] FREIRE, Paulo, *pedagogia da Autonomia,* Saberes necessários a prática educativa. São Paulo, Paz e Terra, Paz e Terra, 1996.

[6] GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto; *A conquista da matemática*, 7º ano, São Paulo: FTD, 2015

[7] LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto Carvalho; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. *A Matemática do Ensino Médio. 6*.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[8] LOPES, Antonio José, *Matemática (ensino fundamental)*, 7º ano, 1ª Ed. São Paulo, Scipione, 2013.

[9] LUZ, Elisa Flemming, *Tendências em Educação Matemática*, 2ª. Ed. Palhoça, UnisulVirtual, 2005.

[10] OLIVEIRA, Kepler de Souza Filho, SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira, *Medidas de Tempo*, Departamento de Astronomia do Instituto de Física da UFRGS, em astro.if.ufrgs.br/tempo/tempo.htm, acessado dia 05/ 12/ 2015.

[11] PEDRO, Antonio, *Historia da civilização ocidental*, ensino médio: volume único, 2ª Ed. São Paulo. FTD, 2005.

[12] PINTO, Carlos Eustáquio, *Pentes de ovos, ovos e as quatro operações básicas da Matemática com números inteiros*, São João Del-Rei. PROFMAT. 2013.

[13] ROSA, Carlos Eurico Galvão, *Produto de números negativos,* Curitiba. PROFMAT. 2013

[14] SILVA, Levi Brasilino da, *O ensino dos números inteiros relativos com materiais concretos e recursos tecnológicos*, Juazeiro – BA. PROFMAT. 2013.

[15] SOUZA, Joamir Roberto de, *Vontade de Saber Matemática*, 7º ano, 2º Ed. São Paulo, FTD, 2012.

[16] WIKIMEDIA, Fundação, *A enciclopédia Livre, em* https://pt.wikipedia.org/, acessado dia 10/ 12/ 2015.