Universidade Federal de Mato Grosso
Instituto de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática

Modelagem Matemática na Educação Básica

Adilson Antonio Sella
Mestrado Profissional em Matemática: PROFMAT/SBM

Orientador: **Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz**

Trabalho financiado pela Capes

Cuiabá - MT

Junho de 2016

Modelagem Matemática na Educação Básica

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação, devidamente corrigida e defendida por Adilson Antonio Sella e aprovada pela comissão julgadora.

Cuiabá, 03/06/2016.

Prof. Dr. Geraldo Lucio Diniz
Orientador

Banca examinadora:

Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz
Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi
Prof. Dr. Vinícius Machado Pereira dos Santos

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, da Universidade Federal de Mato Grosso, como requisito parcial para obtenção do título **de Mestre em Matemática**.

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

S467m Sella, Adilson Antonio.
Modelagem matemática na educação básica / Adilson Antonio Sella. -- 2016
xii, 50 f. : il. color. ; 30 cm.

Orientador: Geraldo Lúcio Diniz.
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Cuiabá, 2016.
Inclui bibliografia.

1. Modelagem matemática. 2. Etnomatemática. 3. Contextualização. I. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Dissertação de Mestrado defendida em 3 de junho de 2016 e aprovada pela banca examinadora composta pelos Professores Doutores

Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz

Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi

Prof. Dr. Vinicius Machado Pereira dos Santos

À minha doce amada Elisabete e aos meus filhos Maria Clara e João Pedro, pela compreensão e paciência nesta longa jornada.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pela força e sabedoria que me forneceu durante esta caminhada. Agradeço a minha esposa Elizabete, pela paciência e tolerância nesta jornada.

Aos meus filhos Maria Clara e João Pedro, que foram a inspiração para a realização deste trabalho.

À minha família por entenderem os motivos pelos quais não pude visitá-los.

Agradeço a todos os colegas da Escola 13 de Maio e da Unemat, Tangará da Serra-MT.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz, exemplo de incentivo e confiança dedicada nesta caminhada.

Aos professores do PROFMAT que contribuíram no ofício da minha formação.

Ao meu grande amigo Tião, pelo incentido que me deste.

A todos os amigos que, de alguma maneira, contribuíram para a realização, em especial à Turma do PROFMAT, Fábio, Jackson, João Batista (*in memoriam*), Joao Luis, Luciano, Marcionei, Paulo Sérgio, Ricardo, Sandro, Willian, Teblas e Ana. Finalmente, à CAPES, que subvencionou este trabalho.

Nenhum obstaculo será grande, se a sua vontade de vencer for maior

Presistência é o menor caminho para o êxito

Autor desconhecido

Resumo

Neste trabalho é apresentada uma ferramenta que vem sendo empregada para o processo de ensino aprendizagem de Matemática na Educação Básica. O trabalho apresenta um panorama histórico da modelagem matemática no Brasil e a sua ligação com a Etnomatemática, destacando a utilização da modelagem matemática no ensino de Matemática na sala de aula, apontando etapas para o uso da modelagem, seguindo as ideias de Hein e Biembengut (2003); Bassanezi (2002); Barbosa (2001a). Além da aplicação desta ferramenta nas aulas de Matemática com os alunos da Escola Estadual 13 de Maio, em Tangará da Serra-MT, cujos resultados foram relatados no final deste trabalho.

Palavras chave: Modelagem matemática, Etnomatemática, contextualização.

Abstract

This paper presents a tool that has been employed for the process of teaching mathematics learning in basic education. A historical overview is presented of mathematical modeling in Brazil and its connection with the Ethnomathematics, highlighting the use of mathematical modeling in mathematics teaching in the classroom, pointing steps for the use of modeling, following the ideas of Hein e Biembengut (2003); Bassanezi (2002); Barbosa (2001a). Besides the application of this tool in math classes with students of the State School 13 de Maio, at Tangará da Serra/MT, whose results were reported at the end of this work.

Keywords: Mathematical modelling, Ethnomathematics, contextualization.

Sumário

Agradecimentos **v**

Resumo **vii**

Abstract **viii**

Lista de figuras **xi**

Lista de tabelas **xii**

Introdução **1**

1 Modelagem matemática na história da Matemática **4**

1.1 Panorama histórico da modelagem matemática 4

1.2 Etnomatemática 7

1.3 Modelagem e Etnomatemática 9

2 Modelagem matemática como método de ensino **12**

2.1 Modelagem na educação 12

2.2 Modelagem em sala de aula 15

2.3 Etapas para o trabalho de modelagem matemática 19

3 Aplicações em sala de aula **23**

3.1 Modelo para a dosagem de agrotóxicos em pulverizador dorsal 25

3.2 Modelo padrão 28

3.3 Modelo para dosagem de agrotóxicos com pulverizador hidráulico 31

3.4 Modelo altura da barra do pulverizador hidráulico em função do espaçamento entre os bicos 36

4 Algumas reflexões sobre a modelagem matemática **41**

4.1 Modelagem matemática na formação de professores 43

Considerações finais **45**

Lista de Figuras

2.1 Esquema de modelagem matemática na resolução de problemas (Bassanezi, 2013, p.27). 20
2.2 Diagrama da modelagem (Hein e Biembengut, 2003, p.15) 21

3.1 Obtido em http://www.fatecpompeia.edu.br/ e modificada pelo autor. . . . 25
3.2 Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada, em função da dosagem por ha. 27
3.3 Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada(Qm), mantendo fixa a largura do jato (l). 28
3.4 Obtido em http://www.fatecpompeia.edu.br/ e modificado pelo autor. . . . 29
3.5 Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada (Qm). 30
3.6 Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada (Qm), mantendo a quantidade de agrotóxicos recomendada $Qha = 3$ litros fixa. 31
3.7 Pulverizador hidráulico. Obtida em http://www.cnpma.embrapa.br e modificada pelo autor. 32
3.8 Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada (Q_{A400}). 34
3.9 Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada (Q_{A600}). 35
3.10 Desenho da barra do pulverizador com seus bicos. 36
3.11 Bicos de pulverização obtida em http://www.cnpma.embrapa.br/ e modificada pelo autor. 37
3.12 Alcance da projeção vertical de cada bico. 37
3.13 Ilustração para o modelo ângulo da barra e leque formado pelo jato. 38
3.14 Gráfico da equação (3.7), fixando $Eb = 0,5$ metros e $\beta = 110^{o}$. 39
3.15 Gráfico da equação (3.7), fixando $Eb = 0,5$ metros e $\alpha = 5^{o}$. 39

Lista de Tabelas

3.1 Quantidade de agrotóxicos p/maquinada, em função da dosagem por (ha). 27

3.2 Quantidade de agrotóxicos p/maquinada (Qm), mantendo a largura (l) e quantidade de agrotóxicos recomendada (Qha) fixas. 28

3.3 Quantidade de agrotóxicos p/maquinada, em função da dosagem por Qha. 30

3.4 Quantidade de agrotóxicos p/maquinada, mantendo a quantidade de agrotóxicos recomendada $Qha = 3$ litros fixas. 31

3.5 Quantidade de agrotóxicos p/maquinada (Q_{A400}), em função da dosagem por (Qha). 34

3.6 Quantidade de agrotóxicos p/maquinada (Q_{A600}), em função da dosagem por (Qha). 35

Introdução

"La vem o pregador das verdades"

(Fernando Pessoa)

Este trabalho apresenta uma proposta de ensino de Matemática, baseado na modelagem matemática, pois é notável que o individuo sempre procurou entender e compreender o mundo que o cerca e suas constantes transformações.

Neste sentido, a modelagem matemática é uma uma perspectiva de ensino que possibilita conhecer e analisar essas mudanças.

Com o crescimento tecnológico, o acesso as informações tem se tornado cada vez mais rápido e fácil. Este crescimento tem influenciado na educação, sem que o sistema tradicional venha despertando o interesse do aluno, principalmente nas aulas de Matemática. Portanto, a modelagem matemática tem sido vista como uma ferramenta relevante no processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Bassanezi (2013), a atividade de ensino de Matemática deve ser questionada no ensino básico, e que os conhecimentos básicos de Cálculo, Geometria e Álgebra são meros "jogos" usados para desenvolver o raciocínio. Fica preocupante por que uma grande parte dos alunos não se lembrara ou não vai saber aplicar os conhecimentos matemáticos aprendidos nesta etapa de sua formação.

O autor ressalta ainda, que não está sugerindo que a Matemática seja abolida do currículo escolar, pelo contrário, acredita que os professores devam valorizar a Matemática que ensinam, da mesma forma que a Matemática é interessante por ser útil e estimulante, pode ser fonte de prazer.

A modelagem como perspctiva de ensino e aprendizagem, proporciona uma ligação entre as disciplinas Física, Química, Biologia, História e Geografia com a Matemática, possibilitando, assim, a realização de um trabalho multidisciplinar, em que essa aprendizagem pode ser facilitada com o seu uso, tornando-a mais aplicável e significativa para os alunos, além de ser mais dinâmica.

Com base nestas reflexões, apresentam-se os objetivos elencados a seguir.

Objetivo Geral

Apresentar uma proposta de contextualização para o ensino de Matemática.

Objetivo Especicifíco

- Buscar relações entre o cotidiano vivido pelos alunos e os conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula;
- orientar os alunos para que encontrem significado e aplicação dos conceitos matemáticos e dos modelos ou fórmulas usados por eles;
- verificar a viabilidade do uso da modelagem matemática no ensino de Matemática na Educação Básica;
- propor situações problemas do cotidiano dos alunos;
- examinar o envolvimento dos alunos no processo de aprendizagem;
- possibilitar a realização de trabalhos multidisciplinares.

A organização deste trabalho conta com quatro capítulos distribuídos da forma descrita a seguir.

No primeiro capítulo são evidenciados um panorama histórico da modelagem matemática no Brasil, sua origem e os principais precursores destes estudos, fazendo uma ligação com a Etnomatemática, evidenciando as formas de trabalho e as vantagens de usá-la nas aulas de Matemática.

No segundo capítulo é abordada a modelagem como uma perspectiva de ensino para a disciplina de Matemática em sala de aula, citando as etapas que darão o desenvolvimento deste método.

O terceiro capítulo trata da escolha de um problema que envolve os alunos do segundo ano do ensino médio da Escola 13 de Maio, situada na cidade de Tangará da

Serra/MT. O problema elaborado, tem relação com o cotidiano dos alunos e trata da dosagem de agrotóxicos nos pulverizadores dorsais e hidráulicos (movidos a tratores).

No quarto capítulo são feitas algumas reflexões sobre a aplicação da metodologia da modelagem matemática no processo de ensino e aprendizagem e na formação de professores.

Capítulo 1

Modelagem matemática na história da Matemática

1.1 Panorama histórico da modelagem matemática

A modelagem está presente, desde o principio, na história da humanidade, pois sempre buscou alternativas para compreender o meio em que se vive, buscando soluções para melhorar sua vida e de sua comunidade.

O homem vive na busca contínua para conhecer e compreender o seu ambiente. Para conhecê-lo, o homem procura compreendê-lo, explorando-o, valendo-se, em parte, da sua racionalidade. A capacidade do homem de raciocinar, refletir e pensar permitiu-lhe questionamentos sobre a natureza e os seus fenômenos como a chuva, o frio, o furacão, o vento, os terremotos, entre outros (Burak, 2004, p.61).

Para Beltrão (2012), a Matemática como uma ciência, há muito tempo está ligada à Física, Engenharia, Astronomia, até ser reconhecida, no inicio do século XIX, como uma ciência natural com muitas aplicações e atividades de modelagem. Contudo, a noção de modelagem que temos hoje, dificilmente teria sido expressa, até mesmo pela dificuldade de separar os vários campos que a Matemática estava envolvida.

Igliori e Beltrão (2010) salienta ainda que em relação ao ensino da Matemática, em meados de século XIX encontrava-se muita dificuldade, por se usar a Matemática pura. No final do século XIX, começaram a delinear-se novas tendências, consistindo em valorizar as aplicações da Matemática em todas as ciências naturais e tecnológicas, com significado na vida real.

> No IV Congresso Internacional de Matemática realizado em abril de 1908, em Roma, foi estabelecida a Comission Internacionale de L'enseignement dês Mathematiques, conhecida pela sigla CIEM, tendo Klein como presidente, atualmente é denominado International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) (Beltrão, 2012, p.3).

Para a autora esta comissão tinha como objetivo, fazer um levantamento das tendências no ensino de Matemática em diversos países e concluíram que havia muitas dificuldades com o mesmo, levando a comissão apresentar uma proposta de modificação. Klein viu nisto uma oportunidade de expandir suas propostas.

Os princípios que se destacavam nesta proposta, foram a eliminação da organização excessivamente sistemática e lógica dos conteúdos, valorização da intuição como elemento importante para a sistematização dos conteúdos, introdução no ensino secundário, dos conteúdos de funções e cálculo diferencial e integral, valorização da aplicação da Matemática na formação de qualquer estudante do nível secundário. A proposta ainda destacava a importância dos procedimentos que tratam da habilidade na resolução de problemas e atitudes que atribuem significado ao pensamento matemático no conhecimento da natureza e da cultura e, em relação ao professor, a proposta deixa claro que o mesmo deveria saber muito além do que pretendia ensinar.

Segundo Biembengut (2009), o debate sobre modelagem e aplicações na Matemática no cenário internacional, ocorre na década de 1960, através de um movimento chamado "utilitarista" definindo a aplicação prática da Matemática, na ciência e na sociedade, que impulsionou a formação de grupos de pesquisa sobre o tema, em países como Suiça, Holanda e Dinamarca.

Beltrão (2012), cita alguns defensores da aplicação de modelagem como Hans Freudenthal e Henry Pollak, com parte de suas ideias coincidindo com as de Felix Klein, no final do século XIX, que são retomadas e adaptadas na segunda metade do século XX por Freudenthal e Pollak. Freudenthal é reconhecido internacionalmente como sendo o fundador da Matemática realista, colocando a resolução de problemas reais, com significado, a partir de problemas práticos do cotidiano dos alunos, posição que também era defendida por Klein. Freudenthal também foi determinante para que a educação holandesa não aderisse ao movimento da Matemática Moderna, acolhido em muitos pais.

Segundo a autora, Pollak é considerado um dos pioneiros na aplicação de modelagem matemática na educação. Pollak, em 1970, defendeu a interação de Aplicação e Modelagem Matemática no ensino, suas opiniões eram respeitadas, pois era membro de destaque dos Laboratórios Bell. O empenho de Pollak para aplicações e modelagem, ficou visível quando ele foi palestrante no ICME-3 em 1976 e no ICTMA-3 em 1987. Vale destacar que Pollak contribuiu para assegurar a aplicação de modelagem nos currículos de muitos países.

Segundo Biembengut (2009) no Brasil os primeiros trabalhos de modelagem no ensino, foram os do professor Aristides Camargo Barreto, da PUC/RJ na década de 1970 e Rodney Carlos Bassanezi, da UNICAMP e seus orientados.

Biembengut (2009), cita alguns precursores brasileiros no uso da modelagem e aplicações de modelos em suas práticas de sala de aula. Elegemos apresentar uma brevíssima síntese sobre dois deles como referência: Aristides C. Barreto, pois, pelo que temos em registro, foi o primeiro a realizar experiências de modelagem na educação brasileira e, ainda, a representar o Brasil em congressos internacionais apresentando trabalhos sobre o tema, além de divulgar seus trabalhos em cursos de pós-graduação, artigos em revistas e anais de congressos; e Rodney C. Bassanezi, um dos maiores disseminadores, em especial por meio dos cursos de formação continuada que ministrou e de pós-graduação de modelagem que coordenou em diversas instituições de quase todos estados brasileiros. Foram identificados 23 cursos de pós-graduação *lato sensu* e mais de 50 de formação continuada.

Não podemos deixar de lado pesquisadores como, Ubiratan D'Ambrósio, João Frederico C. A. Meyer, Marcelo de Carvalho Borba, Jonei Cerqueira Barbosa, Maria Salett Biembengut e Ademir Donizete Caldeira, que muito têm contribuído com seus trabalhos para a disseminação da modelagem em nosso país.

Os dois principais precursores da modelagem matemática, atuavam apenas em graduação e pós-graduação, com seu otimismo, incentivaram um grande de número de pesquisadores, desenvolvendo muitos trabalhos referentes a modelagem matemática no ensino básico.

> Foram consideradas as produções acadêmicas: trabalhos de conclusão de cursos de graduação e pós-graduação *lato* e *stricto sensu*; artigos publicados em revistas especializadas e em anais de congressos; livros e capítulos de livro. Pelos sítios virtuais, foram identificados até abril de 2009: (i) trabalhos de conclusão de Curso: 15 teses de doutorado, 88 dissertações de mestrado, 105 monografias de pós-graduação *lato sensu*, 31 de conclusão de Curso (TCC), 49 trabalhos de Iniciação Científica; 82 artigos em revistas e 754 em anais nos Eventos (ENEMs, II CIBEM, XI CIAEM, CNMEM). Ainda não foram identificados os artigos publicados nos mais diversos eventos de Educação Matemática que ocorrem no Brasil (Biembengut, 2009, p.13).

1.2 Etnomatemática

A ideia de trabalhar, levando em consideração a situação sociocultural dos alunos não é recente, na década de 1920, o pesquisador e educador norte-americano John Dewey, defendia que o aluno deveria trazer para escola situações da sua vida real, agindo na escola como age em sua casa ou em sua comunidade, daí a escola utiliza dos conhecimentos não formais do aluno, para produzir conhecimento acadêmico.

No Brasil, as propostas de John Dewey tiveram grande repercussão entre os educadores, principalmente, devido a ação de Anísio Teixeira, que estudou com Dewey nos Estados Unidos e procurou, tanto na sua produção intelectual quanto na sua atuação política, propagar as ideias de Dewey e implementar alguns de seus conceitos no sistema escolar brasileiro (Bandeira e Morey, 2010, p.1066).

Segundo Bandeira e Morey (2010), no Brasil, as ideias de Dewey foram retomadas na década de 1960, por Paulo Freire, com a proposta da pedagogia libertadora, disseminando suas ideias pelo Brasil, Chile e no continente africano. As ideias de Freire e Dewey, tinham algumas divergências. Dewey, direcionava suas concepções de cultura em uma abordagem sociológica, enquanto Freire ia em direção a uma abordagem antropológica da cultura. Analisando a problemática social e étnica do ser humano, na verdade tanto Freire como Dewey insistiam no conhecimento de vida da comunidade local, ou seja da sua bagagem cultural.

De acordo com MEC (2002), nas décadas de 1960 e 1970, o ensino de Matemática foi influenciado pelo movimento da Matemática Moderna, isto no Brasil e em outros países. Tal movimento nasceu dentro de uma política de modernização econômica, juntamente com as ciências naturais, privilegiando o pensamento científico e tecnológico.

A Matemática Moderna tinha um excesso de preocupação com a abstração, ou seja, mais voltada para a teoria que para a prática. Dava enfoque, por exemplo, a teoria dos conjuntos, símbolos e sua terminologia interminável, comprometendo o ensino de cálculo, geometria e medidas. No Brasil, a Matemática Moderna, teve sua divulgação por meio de livros didáticos, e teve o seu refluxo a partir de constatações de sua inadequação e de distorções na prática pedagógica.

Com o fracasso da Matemática Moderna por volta da década de 1970, surgiram várias correntes de estudo, com uma visão de incorporar o cotidiano do aluno nas aulas de Matemática, ou seja, usar a bagagem de conhecimento e o pensamento matemático que os alunos traziam consigo. Muitos termos foram usados para designar essa Matemática. Um dos pioneiros no uso desta prática em sala de aula foi Sebastiani Ferreira (1997), que também incorporou o conhecimento indígena no ensino da Matemática e possui vasta obra nesta área. Em 1973, Cláudia Zalavski usou o termo sociomatemática, em 1983 D'Ambrósio definiu como Matemática espontânea, Posner também em 1982 chamou-a de matemática informal e Paulus Gerdes chamou de Matemática oprimida, apenas em 1985 D'Ambrósio usa o termo Etnomatemática.

> A abordagem a distintas formas de conhecer é a essência do Programa Etnomatemática. Na verdade, diferentemente do que sugere o nome, Etnomatemática não é apenas o estudo de "matemáticas das diversas etnias". Criei essa palavra para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (ticas) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (matema) distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (etnos) (D'Ambrósio, 2011, p.60).

Para Bandeira (2009) as concepções pedagógicas da Etnomatemática são de respeitar as diferenças, dar voz a minoria, tratar a todos com mesmo respeito, além de levar o aluno a ter consciência de que ele pensa matematicamente. Além diso, que ele pode construir novos pensamentos matemáticos, no campo da ciência, levando em consideração aspectos sociais e culturais do seu cotidiano.

Conforme D'Ambrósio (2011), dentre as distintas maneiras do fazer matemático no cotidiano, algumas privilegiam comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar. Estas situações estão presentes no cotidiano, logo, esses saberes são da própria cultura, estes saberes matemáticos são contextualizados, respondendo a fatores naturais e sociais.

O trabalho com a Etnomatemática em sala de aula é dependente de situações problemas que são do interesse dos alunos, pois a motivação dos mesmos é imprescindível para o seu sucesso. É necessário que o professor selecione problemas baseados no conhecimento sociocultural adquirido pelos alunos em sua comunidade, relacionando-a com a Matemática acadêmica. Quebrando, assim, a linearidade dos currículos matemáticos.

Segundo D'Ambrósio (2011), a Etnomatemática tem por objetivo reconhecer as formas de pensar, sob o ponto de vista cognitivo, histórico, social e pedagógico. Qualquer indivíduo possui e desenvolve conhecimento, pois em sua comunidade, compartilham sua linguagem, sistemas de explicações, mitos, cultos, culinária e costumes, formando assim uma cultura. Esta cultura presente é passada para gerações futuras. Portanto, o conceito de Etnomatemática tem muita semelhança com a Etnociência, pois ambas usam as diversas maneiras de entender a realidade e resolver os problemas do dia a dia.

Neste aspecto, é importante compreender que uma saída para fundamentar esta vertente, consiste nas ações pedagógicas levantadas, que levam em consideração o contexto sociocultural dos alunos, pois os objetivos almejados variam de acordo com a cultura e o cotidiano do educando e, na Matemática, que está presente na realidade de cada um.

1.3 Modelagem e Etnomatemática

No Brasil em 1970, surgiram a Etnomatemática e a Modelagem Matemática, contrapondo com a Matemática tradicional e o fracasso da Matemática Moderna. Tanto a modelagem como a Etnomatemática, analisam a Matemática em todo o seu contexto social e cultural, levando em consideração o conhecimento matemático que o aluno possui e usando desta fonte para produzir novos conhecimentos. Assim, deixando de lado um ensino de Matemática elitista, que não leva em consideração a cultura dos seus alunos, ou seja, buscando a Matemática útil.

Há uma relação de mutualismo entre a modelagem e a Etnomatemática, assim como se refere o trabalho de Biembengut (2012) em que a autora fala sobre a relação de modelagem com a Etnomatematica, citando um exemplo de modelagem em uma cultura de macieiras em Friburgo, Santa Catarina. A autora aplica modelagem sobre o problema de espaçamento ideal para maior produção das macieiras. Ao fazer investigações, sobre as formas de plantio, observa-se que os produtores não possuem um padrão sobre o espaçamento em propriedades diferentes.

Neste exemplo, os estudantes foram encorajados a conhecer os produtores, suas técnicas de plantio, se foram adquiridas pela experiência do dia a dia, ou dos seus antepassados, ou seja, da cultura local que é de produzir maçãs em que as experiências boas são socializadas entre os produtores. Estes são fatos relevantes da Etnomatemática que são levantados no momento que ocorre a investigação necessária para o desenvolvimento da modelagem matemática.

Desta forma, quando modelamos ou descrevemos ações praticadas por indivíduos de uma certa comunidade, usamos símbolos e códigos que podem ser da própria Matemática desenvolvida no grupo e oriundos da Matemática acadêmica. Nesta direção, idealizamos que a Etnomatemática é utilizada para comunicar, descrever, traduzir e modelar a ação.

D'Ambrósio (2011) define, assim, a relação entre a modelagem e a Etnomatemática

> É importante examinarmos o ciclo do conhecimento, em especial como se dá sua geração e sua organização. O conhecimento resulta de informação recebida da realidade, através dos sentidos, da memória e do código genético. A informação é processada, gerando conhecimento. A informação, captada graças aos instrumentos intelectuais e materiais de que dispomos, é organizada como representações da realidade, modelos, sobre os quais o processamento se dá. Esse processamento é modelagem. Para o processamento utilizamos todos os instrumentos disponíveis. Os instrumentos de que dispomos é a nossa Etnomatemática (D'Ambrósio, 2011, p.28).

Para Burak e Klüber (2007) os saberes do cotidiano das pessoas não devem ser ignorados, quando se trabalha com modelagem matemática e nem na Etnomatemática, pois tanto contexto, como a cotidianidade, são imprescindíveis na atribuição de significado dos saberes e fazeres dos indivíduos de uma certa comunidade.

Biembengut (2012) destaca, que entre as opções para melhorar o processo de ensino e aprendizagem, podemos destacar modelagem matemática e a Etnomatemática, que têm proporcionado muitos trabalhos acadêmicos. A modelagem é voltada para a criação de modelos e a Etnomatemática a conhecer, entender, explicar um grupo de pessoas, que fazem os usos de modelos ou as formas de pensar matematicamente em suas atividades práticas diárias.

Neste contexto, a modelagem e a Etnomatemática são consideradas como métodos de ensino e pesquisa, pois têm mostrado aos estudantes mais que regras ou modelos matemáticos, tem alcançado níveis satisfatórios de conhecimento sociais e culturais e alguns princípios relativos à realidade que nos cerca.

A modelagem em caráter espiral de Bassanezi, que em sua primeira fase é caracterizada pela Etnomatemática, visa modelar conceitos, ideias, artefatos, etc, iniciando pelo saber fazer dos alunos, que nada mais é que Etnomatemática, acompanhando o processo de modelar a realidade dos alunos e da comunidade.

Capítulo 2

Modelagem matemática como método de ensino

2.1 Modelagem na educação

Modelagem matemática como método de ensino, tem recebido uma crescente atenção em nosso país. O crescente corpo de literatura sobre o tema revela uma variedade de abordagens sobre modelagem e conceitos relacionados a Matemática, juntamente com diferentes perspectivas sobre o uso da modelagem matemática no processo de ensino e aprendizagem, definições de modelos e modelagem e a natureza de questões utilizadas no ensino da modelagem.

Meyer et al. (2013) salienta que, muitas vezes, colocamos os alunos como objetos indiretos, a Matemática como objeto e o professor como o sujeito que ensina a Matemática, destaca ainda, que na modelagem não é assim. Neste caso, o sujeito é o aprendedor, que é o aluno, que constrói seu conhecimento com interação do sujeito (aluno) com o objeto que é a Matemática.

Para Bassanezi (2013) modelagem matemática é uma nova forma de encarar a Matemática, seja como método cientifico ou como estratégia de ensino e aprendizagem, que tem se mostrado muito eficiente, pois o autor considera a modelagem, como a arte de transformar problemas do cotidiano dos alunos em problemas matemáticos, resolvendo-os e interpretando-os no mundo real. Ressalta, ainda, que a modelagem é um método de investigação, que contribui com a integração da Matemática com outras áreas do conhecimento.

Já Gazzeta (1988) define que a modelagem matemática cria uma afinidade entre a realidade e a ação e, a partir da realidade, o indivíduo codifica dados, gerando, assim, ação para ela (a realidade), que é constituída de elementos concretos e abstratos. A autora salienta que a modelagem começa a partir de um problema, em que as respostas são procuradas e que este processo é uma alternativa para a busca do conhecimento.

A modelagem atribui uma responsabilidade maior para o aluno sobre a sua aprendizagem, ou seja, ele é o principal ator deste processo, em que sua aprendizagem acontece quando o mesmo é submetido a problemas oriundos do seu contexto social, no qual os alunos investigam e confrontam suas ideias, opiniões e posições, construindo, assim, seu conhecimento. Para o professor resta o papel de mediador, o qual vai criar situações que permitam o confronto de ideias entre os alunos.

A modelagem matemática configura-se como uma possibilidade de atividades para as aulas, visando à aprendizagem dos alunos, lhes proporcione conhecer aplicações da Matemática e contribuir para a consolidação de uma imagem desta disciplina como ciência, que faz parte da história e da cultura humana, possibilitando a construção ou produção de conhecimento, refletindo no desenvolvimento de outros aspectos como apontam Klüber e Burak (2009), quando afirmam que "a relação estabelecida com o objeto matemático visa à aplicação ou à produção de conhecimento matemático. Nessa perspectiva, ocorrem aprendizagens, interações e criatividade".

Barbosa (2001b), entende a modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem, em que os alunos são indagados a investigar e questionar problemas da realidade por meio da Matemática, pois por meio de investigação aumentam-se as informações. Logo, o questionamento fica mais amplo, contribuindo para tornar o aluno um cidadão crítico, reflexivo e consciente dos problemas do seu cotidiano. Isto é reforçado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, que almeja a formação de um aluno criativo, crítico e reflexivo, capaz de resolver problemas, contribuindo para o exercício da cidadania.

D'Ambrósio (1986) defende que aprendizagem é uma relação que envolve reflexão e ação, fazendo com que a realidade escolar seja modificada. Assim, quando os alunos criam modelos, que lhes permitirão elaborar estratégias, para que o problema seja entendido e resolvido, os mesmos estão usando conceitos matemáticos. Neste sentido, utiliza a Matemática em um contexto no qual a modelagem é usada como estratégia pedagógica.

Para Hein e Biembengut (2003) modelagem matemática é uma arte de formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que sirvam posteriormente como suporte para outras aplicações e teorias. Desta forma, a modelagem no ensino pode despertar no aluno o interesse pela Matemática, ao mesmo tempo em que ele aprende a arte de modelar matematicamente. Isto porque proporciona ao aluno condições de estudar situações problemas por meio de pesquisas, desenvolvendo seu interesse e aguçando o seu senso critico.

> A modelagem matemática fomenta essa possibilidade num processo de ensino-aprendizagem em que a Matemática pode ser encarada com um jogo maior em que os perdedores são aqueles que não conseguem se divertir jogando, o que ocorre muitas vezes por falha dos treinadores que estão mais preocupados com as regras do jogo que com o próprio jogo (Bassanezi, 2013, p.16).

Em termos gerais, a dinâmica das aulas com modelagem matemática pode fortalecer o desenvolvimento de múltiplos aspectos favoráveis à aprendizagem, incluindo-se a autonomia na resolução de problemas matemáticos, características da realidade, a apreciação crítica do uso da Matemática nestas situações, o que se reflete na atuação do sujeito na sociedade. Além disso, a modelagem contribui para o desenvolvimento de competências matemáticas, desencadeando a retenção de tópicos matemáticos e, como consequência, a construção do conhecimento.

O aspecto mais desafiador dos problemas encontrados em muitas profissões envolve o desenvolvimento de formas úteis de pensar matematicamente sobre relacionamentos relevantes, padrões e regularidades. Em outras palavras, solucionadores de problemas precisam desenvolver formas mais produtivas de interpretar e pensar sobre uma situação problema. Interpretando-a matematicamente, envolve a modelagem, onde as características estruturais da situação são o foco, em vez das características da superfície Lesh e Lehrer (2003).

Em contraste com problemas escolares típicos, tarefas de modelagem não apresentam as ideias matemáticas fundamentais "antecipadamente". Em vez disso, as construções matemáticas importantes inserem-se no contexto do problema e são extraídas pelos alunos. Os problemas permitem múltiplas abordagens para a solução e pode ser resolvido em diferentes níveis de sofisticação, permitindo, assim, que todos tenham acesso ao conteúdo matemático importante e de forma significativa.

Conforme MEC (2002), mais importante que transmitir informações, ou seja, conteúdos para serem reproduzidos quando solicitados, é desenvolver nos alunos habilidades que gerem novos conhecimentos a partir de outros previamente adquiridos. Por esta razão, se faz necessário repensar as práticas pedagógicas, o que é um desafio na perspectiva de resignificar o processo de ensino e aprendizagem, através de modelos matemáticos, a fim de aproximar a Matemática trabalhada em sala de aula com o cotidiano do aluno.

Nos documentos curriculares da Educação, tais como as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino e as Orientações Curriculares Estaduais, a modelagem é apresentada como estratégia de ensino e como metodologia interdisciplinar que pode ser compreendida como abordagem de situações do cotidiano ou de outras ciências por meio da Matemática (MEC, 2002, p.85).

2.2 Modelagem em sala de aula

O professor de Matemática tem encontrado alunos desmotivados em sala de aula, alunos que perderam a curiosidade, ou seja, o desejo de aprender. Desta forma, é essencial tornar as aulas de Matemática mais atrativas, visando facilitar a assimilação de conceitos, procedimentos ou técnicas mais palatáveis para os alunos. A modelagem apresenta-se como uma ferramenta de ensino por um viés instigante, sedutor e divertido, abordando situações problemas não necessariamente matemáticas, mas problemas do cotidiano dos alunos, tornando a Matemática mais atrativa e dinâmica.

Para Bassanezi (2013) uma das justificativas interessante para o uso da modelagem em sala de aula, é que a mesma torna a aprendizagem agradável e atraente, pois usando a modelagem matemática como uma perspectiva de ensino, podemos influenciar os alunos a desenvolver um caráter investigativo, conduzindo o mesmo a relacionar os conhecimentos previamente adquiridos, tanto escolar ou não, e a construção de novos conceitos, sendo eles matemáticos ou de outras áreas do conhecimento.

Elencando mais algumas justificativas do autor, o mesmo as chama de argumento, temos um primeiro ponto, o caráter formativo, uma vez que a ocorrência da aprendizagem com modelagem torna a mente o aluno mais criativa e hábil, deixando-o apto para solucionar problemas. Outro ponto é a competência crítica, aguçando o censo critico dos alunos, proporcionando que os mesmos consigam selecionar os conceitos aprendidos para melhorar a vida na sociedade. E, por último, o fato que possibilita aos alunos perceberem a utilidade dos conhecimentos matemáticos, ajudando-os a resolver problemas de outras áreas do conhecimento e da sociedade.

Segundo Burak (2004), no ensino tradicional o professor é o detentor do saber, e que o mesmo despeja nos alunos uma infinidade de conceitos e poucas aplicações, sem muito a ver com a realidade dos alunos, enquanto na modelagem o processo de construção do conhecimento é descentralizado, pois parte dos alunos o interesse pelos conceitos e conhecimentos que serão discutidos e problematizados.

Na consepção de Meyer et al. (2013) a modelagem matemática, desperta o interesse e a autonomia dos alunos, desde a escolha do tema, passando pela formulação, pela consciência do "precisar aprender" e mesmo na crítica dos resultados obtidos, o sujeito do processo é o aluno. Os autores relatam ainda que em suas experiências vivenciadas, as escolhas dos temas se apoiavam nos diálogos com os interlocutores das áreas em que a situação problema foi definida, esses interlocutores de um certo modo passavam a ser "professores".

Segundo Barbosa (2001b), a modelagem estimula a participação dos alunos em debates, condicionando-os a aumentar seus conhecimentos, contribuindo, assim, na tomada de decisão que envolva aplicações matemáticas, podendo ampliar a participação em sociedade democrática, a partir da crítica e reflexão dos modelos, haja visto que é da sociedade que são extraídos os problemas estudados.

A modelagem matemática é uma ferramenta capaz de auxiliar o professor para que ele tenha a possibilidade de fazer a conexão da Matemática, com o meio em que o aluno está inserido, tornando-o um individuo atuante e capacitado-o a melhorar seu ambiente, ou seja, formando cidadãos críticos e conscientes do seu papel na sociedade.

Para D'Ambrósio (1986), quando nos deparamos com perguntas do tipo por que ensinar matemática? Uma série de considerações, entre elas filosóficas, decisão de valores, tendem a dominar o questionamento, quase sempre causando discussões acirradas. Deixando de lado outro questionamento que é imprescindível para o primeiro, que é de como ensinar matemática? Sendo que as respostas a tais questionamentos, devem ser encontradas num contexto sociocultural, situando o aluno no ambiente em que ele vive, instrumentando-o para que possa ser um indivíduo atuante no ambiente que ele está vivenciando.

Barbosa (1999) destaca que a modelagem desenvolve nos alunos habilidades como analisar, compreender, avaliar e reconhecer a Matemática no cotidiano. Assim, capacita o aluno a perceber o estilo cultural que a Matemática possui. O autor destaca ainda alguns fatores para o uso da modelagem em sala de aula, que são: motivação, facilidade na aprendizagem, capacitação para a utilização da Matemática em diferentes áreas do conhecimento, desenvolvimento de habilidades de exploração e entendimento do papel social e cultural da Matemática.

O autor aponta, ainda, que estes fatores despertam a autonomia nos alunos, pois eles se sentem mais capacitados, já que visualizam as aplicabilidades da Matemática escolar. Facilitando, assim, a compreensão de teorias matemáticas. Além disso, modelagem matemática propicia a aplicação da Matemática em problemas sociais e culturais do seu cotidiano.

Para trabalhar com modelagem, é preciso sair da zona de conforto, fazendo adaptações nos currículos, ou seja, não trabalhar de forma linear, mas não deixar descoberto alguns conceitos que são importantes para os alunos, mas que os modelos desenvolvidos pela modelagem matemática não alcançam. Para isto, é necessário a construção de um curriculo flexivel que leve em consideração as competências e as habilidades a serem desenvolvidas nos alunos com o contexto sociocultural que o mesmo está inserido.

Burak et al. (2010) alerta que, muitas vezes, a escolha do tema não tem nada a ver com Matemática, e os alunos não tem noção do que querem com o tema, deixando professores ansiosos, por não ter Matemática no tema, pois em muitas instituições os mesmos são cobrados a cumprirem programa extensos e com determinados conteúdos. Esta postura das instituições de cobrarem programas extensos sempre em nome de que os alunos vão precisar no ano seguinte, nada contribui para a formação de um cidadão do século XXI e, menos ainda, com o ensino da Matemática, tirando a possibilidade dos alunos desenvolverem autonomia, iniciativa, liberdade de conjectura, inibindo o desenvolvimento de muitas competências necessárias na formação de um cidadão. O autor ressalta ainda que essa visão de linearidade do currículo predomina na maiorias das escolas.

Para Hein e Biembengut (2003), trabalhar com modelagem pode gerar alguns inconvenientes, pois não podemos prever inicialmente por onde o modelo vai orbitar e, muitas vezes, os conceitos matemáticos exigidos no modelo não estão ao alcance dos alunos e até mesmo de alguns professores. Existe também uma grande dificuldade de adequação com os currículos legalmente estabelecidos (ensino tradicional).

É por isso que não se deve considerar a modelagem como um método de ensino, que serve para legitimar algum currículo rígido. A modelagem é uma perspectiva de educar matematicamente, que vai problematizar também o currículo e usar as ferramentas matemáticas para aquele tipo de problema especifico, que está sendo investigado naquele momento (Meyer et al., 2013, p.40).

Bassanezi (2013) destaca três obstáculos: para os estudantes, pois os mesmos estão acostumados com o ensino tradicional, no qual recebiam passivamente conceitos e definições, ou seja, eram meros espectadores enquanto o professor era o ator principal; o segundo obstáculo é que os currículos extensos e rígidos e a modelagem podem tornar cumprimento do mesmo um pouco mais lento e, o terceiro obstáculo, é que o professor precisa sair de sua zona de conforto, ou seja, correr mais riscos, já que não terá o suporte do livro didático. Portanto, as aulas necessitam de mais tempo para serem planejadas, uma vez que os problemas abordados são multidisciplinares.

Um grande barreira que pode ser encontrada em sala de aula, é o pensamento de muitos professores e alunos de que a Matemática está pronta e acabada, que tem que ser assim, porque é assim, um exemplo que acontece na maioria das aulas de Matemática, o professor conceitua, demonstra e aplica (tanto conceitos como teoremas). O aluno, por sua vez, vê essa Matemática como inútil ou inacessível, pois não viu uma aplicação momentânea no seu cotidiano. No entanto, isto poderia ser trabalhado de forma ou ordem diferente, usando a modelagem em uma aplicação como situação problema visível, ou que esteja no cotidiano dos alunos, para que os mesmos investiguem, tracem estratégias para a solução do problema, testem e validem a solução e sistematizem uma generalização.

Borges e Nehring (2008) destacam que a modelagem também é uma ótima saída para contextualizar os conteúdos de Matemática, contribuindo para que ocorra uma aprendizagem com mais significado, oportunizando a associação dos conteúdos, os significados externos a Matemática. Os autores alertam que se a modelagem matemática for trabalhada sem os momentos de sistematização bem definidos, produz um ensino parcial dos conteúdos escolares, pois se só for observado o fato de modelar ou conhecer a realidade, não está cumprindo o papel de ensinar Matemática.

Para Hein e Biembengut (2003), na modelagem matemática, o professor pode escolher vários modelos para fazer sua recriação juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão. Assim, poderá seguir o currículo proposto. É importante que se tenha vários modelos, para escolher os que mais se adaptem ao tempo disponível e à classe que se pretende trabalhar.

No processo de se chegar à conclusão e interpretação de um problema real, os alunos usam formular algoritmos, estratégias, ideias matemáticas, investigam, experimentam, isso tanto em grupo quanto individual, no decorrer do processo de modelagem. Assim, eles constroem uma aprendizagem significativa de Matemática e de outras áreas do conhecimento, pois estão contextualizando esses conhecimentos com problemas vivenciados no seu cotidiano.

2.3 Etapas para o trabalho de modelagem matemática

Agora, será explicitada a visão de três autores sobre os procedimentos adotados para utilização da modelagem matemática como ferramenta metodológica de ensino e aprendizagem de Matemática. Bassanezi (2002); Hein e Biembengut (2003); Barbosa (2001a) são os autores que serão utilizados.

Bassanezi (2013) classifica a modelagem nas seguintes etapas: experimentação, abstração, resolução, validação, modificação e aplicação.

1. Experimentação: é a obtenção dos dados, sendo eles experimentais ou empíricos, que possam ajudar na compreensão do problema, na modificação do modelo e na decisão de sua validade. É um processo puramente laboratorial ou estatístico.

2. Abstração: este procedimento deve levar à formulação do modelo, procura-se fazer a seleção das variáveis, as quais sejam claras e definidas, problematização ou formulação do problema em que os enunciados sejam explicitados de forma clara, a formulação da hipótese que direciona a investigação e permite ao pesquisador deduzir manifestações empíricas especificas.

3. Resolução: o modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses, por uma linguagem matemática. A resolução de um modelo está sempre vinculada ao grau de complexidade empregado em sua formulação e, muitas vezes, só pode ser visualizada através de métodos computacionais.

4. Validação: é o processo de aceitação ou não do modelo proposto, juntamente com

as hipóteses que lhe são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos e com os dados reais, para o qual o grau de aproximação que será preponderante para sua validação.

5. Modificação: caso o grau de aproximação seja rejeitado, devem-se modificar as variáveis, logo, o próprio modelo original é modificado e o processo se inicia novamente.

Para Bassanezi (2013), o trabalho com modelagem matemática na resulução de um problema deve seguir o esquema apresentado na figura 2.1.

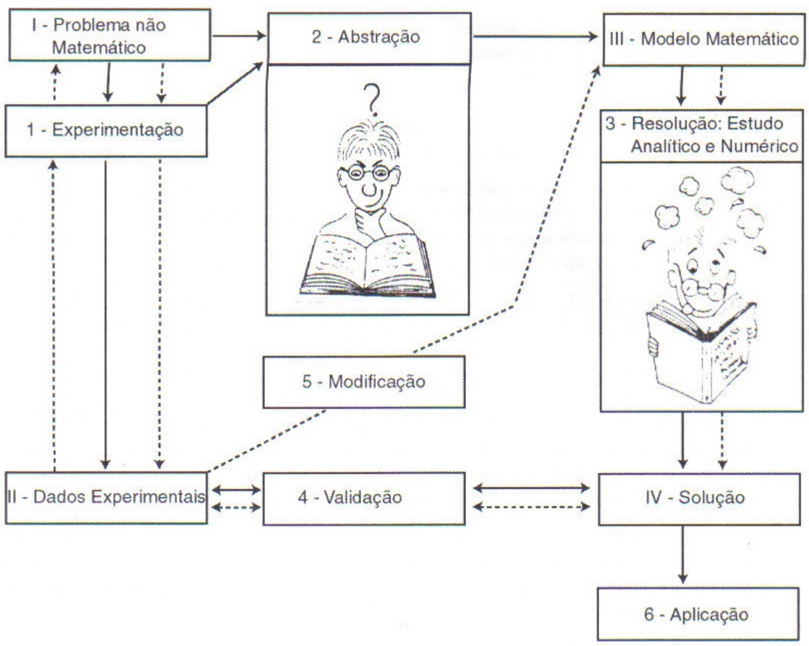

Figura 2.1: Esquema de modelagem matemática na resolução de problemas (Bassanezi, 2013, p.27).

Na concepção de Biembengut (2012) a modelagem matemática é um processo que busca a obtenção de um modelo, que pode ser considerado um processo artístico, pois o modelador detém um bom conhecimento de Matemática e do problema a ser modelado, deve ter ainda uma certa dose de intuição e criatividade, para avaliar qual é o conteúdo matemático apropriado e que melhor representa o problema modelado. Além de um senso lúdico para saber jogar com as variáveis envolvidas.

Biembengut (2012) ressalta que a modelagem é uma forma de relacionar a Matemática com o cotidiano dos alunos, contribuindo assim para seu aprendizado, tornando-o mais atrativo e dinâmico para a aluno. Para a autora, a modelagem segue as etapas de interação, matematização e o modelo.

Interação: é a etapa de apresentação do tema, formulação da situação problema. O desenvolvimento da pesquisa é uma etapa importante, pois é nesta etapa que se motiva o modelador pelo tema.

Matematização: essa é a etapa mais complexa e desafiadora, pois é nela que se faz a tradução da situação problema para a linguagem matemática. É aqui que se traduz o problema em modelo, que leva a solução do mesmo a partir das hipóteses.

Modelo: nesse momento acontece a avaliação do modelo, podendo ser validado ou não, dependendo do grau de aproximação com a situação real, caso o grau de aproximação não seja o desejado, deve-se voltar a matematização e rever as hipóteses. O diagrama da figura 2.2, proposto por Hein e Biembengut (2003), representa o processo de modelagem matemática.

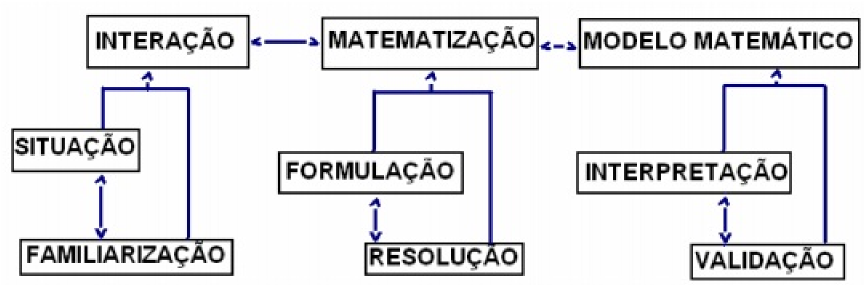

Figura 2.2: Diagrama da modelagem (Hein e Biembengut, 2003, p.15)

Barbosa (2001b) entende a modelagem matemática como uma oportunidade em que os alunos são convidados a indagar, investigar inúmeras situações do seu cotidiano por meio da Matemática, destaca ainda que estas situações não devem ter soluções prontas, e que as ideias matemáticas a serem estudadas serão exploradas com o desenvolvimento da atividade. O autor considera três casos de apresentação da modelagem em sala de aula.

1° caso: o professor apresenta um problema com informações necessárias para a sua solução e o papel do aluno é de encontrar estratégias para a solução do problema proposto pelo professor. Neste caso, a modelagem envolvida é a estratégia encontrada pelos alunos que ajuda na tomada de decisão. Aqui não é necessário, fazer levantamento de dados fora da sala de aula, pois a investigação é realizada na própria situação problema;

2° caso: o professor traz para sala de aula, problemas que estejam fora da Matemática, cabendo aos alunos fazer coleta de dados e informações necessárias para solução do problema. Já neste caso, estão fora da sala de aula, cabendo ao professor ser um mediador do processo de modelagem;

3º caso: o professor define apenas um tema gerador, cabendo aos alunos formularem e resolverem o problema, sendo eles responsáveis pela investigação, coleta de dados e informações necessárias para a resolução do problema.

Nos casos apresentados o professor atua como um mediador, em alguns casos com maior intensidade e em outros com menor, o principal papel é dialogar e motivar os alunos na busca de estratégias e soluções.

Das propostas apresentadas, a que mais se adapta para alunos que estão iniciando na modelagem é a proposta de Barbosa (2001b), mas, neste caso, é preciso tomar cuidado para não confundir a modelagem com a tradicional resolução de problemas, ou seja, os problemas não podem ser de ficção, têm que estar vinculados com a realidade dos alunos.

Para alunos já iniciados na modelagem, a escolha de qual concepção deve ser adotada para se trabalhar com modelagem vai depender do conhecimento que o professor tem de seus alunos e ter a sensibilidade de qual a melhor estratégia se adapta as necessidades da turma.

Capítulo 3

Aplicações em sala de aula

É contraditório falar sobre modelagem e não fazer o uso da mesma em sala de aula. Neste capitulo, será apresentada uma aplicação de modelagem matemática em uma turma de 2º ano F do turno vespertino com 22 alunos do Ensino Médio Integrado EMI, da Escola 13 de Maio, em Tangará da Serra/MT. No período vespertino, a escola oferece dois cursos técnicos integrados ao ensino médio, sendo um técnico em comércio e outro técnico em informática, além de turmas do regime regular. Muitos alunos do vespertino, são filhos de pequenos produtores rurais, sendo que Tangará da Serra, possui uma gama de pequenos produtores, inclusive um dos maiores assentamentos de reforma agrária, que é o assentamento Antonio Conselheiro, que se localiza no município.

A escola tem uma proposta de trabalhar com projetos extra classe, com as turmas do ensino médio inovador. No ano de 2015, o tema gerador foi meio ambiente. Estes projetos foram desenvolvidos com os professores de maneira interdisciplinar e apresentados na feira do conhecimento que é realizada na escola.

Com este cenário foi observada uma situação conveniente para trabalhar com modelagem. No primeiro encontro com a turma, comentando sobre o projeto da escola e o tema gerador. Em um primeiro momento, solicitei a turma sugestões para temas que poderiam ser trabalhados. Com muita timidez, foram surgindo temas como água, lixo, reciclagem, agrotóxicos, produção agrícola, etc. Com os temas elencados, procurei promover discussões sobre qual tema seria abordado. Neste momento os alunos deram suas opiniões, defenderam seus pontos de vista, chegando a um consenso que os temas: água, lixo e reciclagem já tinha sido trabalhado em anos anteriores, assim o tema escolhido foi agrotóxicos.

De acordo com Meyer et al. (2013), é importante encontrar estratégias pedagógicas para lidar com os diversos temas que podem surgir em uma mesma sala da aula, muitas vezes, podem aparecer dois, três, quatro, cinco temas, criado um impasse em relação ao tema que vai ser escolhido. No caso de surgir mais de um tema, não é aconselhável que se faça votação, pois isto pode desmotivar o grupo que não teve o seu tema escolhido. Para isto, é necessário agir como mediadores, fomentando o dialogo, de qual tema é mais interessante e que tenha em comum o ambiente sociocultural e educacional dos alunos.

Tendo escolhido o tema, os alunos fizeram uma pesquisa, junto aos pequenos produtores, de quais tipos de agrotóxicos, a forma de aplicação e os tipos de equipamentos que eram usados. Nesta pesquisa, surgiram algumas indicações das técnicas e equipamentos usados na aplicação de agrotóxicos, dentre os quais os pequenos produtores usam o pulverizador dorsal e o pulverizador de propulsão a trator (pulverizador hidráulico).

Um outro tópico abordado pelos alunos, foi a quantidade de cada tipo de agrotóxico e a área de cultivo. Questionados sobre a dosagem de agrotóxicos que era utilizada em seus respectivos equipamentos. Os produtores, relataram que as dosagens utilizadas foram se estabelecendo conforme a prática diária. Por exemplo, certa quantidade de agrotóxico foi suficiente para resolver o problema de certas pragas ou ervas daninhas, logo, essa dosagem era tomada como parâmetro para as próximas aplicações, sem levar em consideração se a mesma poderia ser uma super dosagem.

De posse destas informações foi feito uma visita com os alunos a Universidade Estadual do Estado do Mato Grosso (UNEMAT) campus de Tangará da Serra, em que foram apresentadas as infomações da pesquisa realizada pelos alunos para um professor do curso de Agronomia. Este professor, através de uma análise superficial dos dados, pode afirmar que os pequenos produtores poderiam estar fazendo o uso de uma super dosagem de agrotóxicos. Isto com base na análise da área cultivada e da quantidade de agrotóxico utilizada pelos produtores. Neste momento, o professor explicou que uso da super dosagem, causa danos ambientais e financeiros, podendo levar a intoxicação dos futuros consumidores de seus produtos e mesmo as micro dosagem são prejudiciais, pois tornam as pragas e ervas daninhas resistentes aos agrotóxicos, e isto implica a utilização de outros tipos de agrotóxicos mais potentes.

Diante destas informações, a formulação do problema teve o foco direcionado para o desenvolvimento de um modelo que ajustasse a dosagem adequada a cada tipo de equipamento usado pelos produtores, levando em consideração a área atingida por cada carga dos pulverizadores.

3.1 Modelo para a dosagem de agrotóxicos em pulverizador dorsal

O modelo formulado pelos alunos levou em consideração a área de abrangência de cada carga do pulverizador, para que fosse possível fazer o ajuste da dosagem adequada, lembrando que a quantidade de agrotóxico indicada em suas bulas é por hectare (ha). Para a coleta dos dados do teste de vazão, nos dirigimos secretaria de infraestrutura do município de Tangará da Serra-MT, que disponibilizou os equipamentos necessários para fazer os testes.

Para o primeiro modelo, foram coletados os dados da quantidade de vazão (k) de água de um pulverizador dorsal, mantendo a pressão constante, em uma distancia de 10m e uma largura (l) do jato projetado pelo pulverizador, como mostra a figura 3.1.

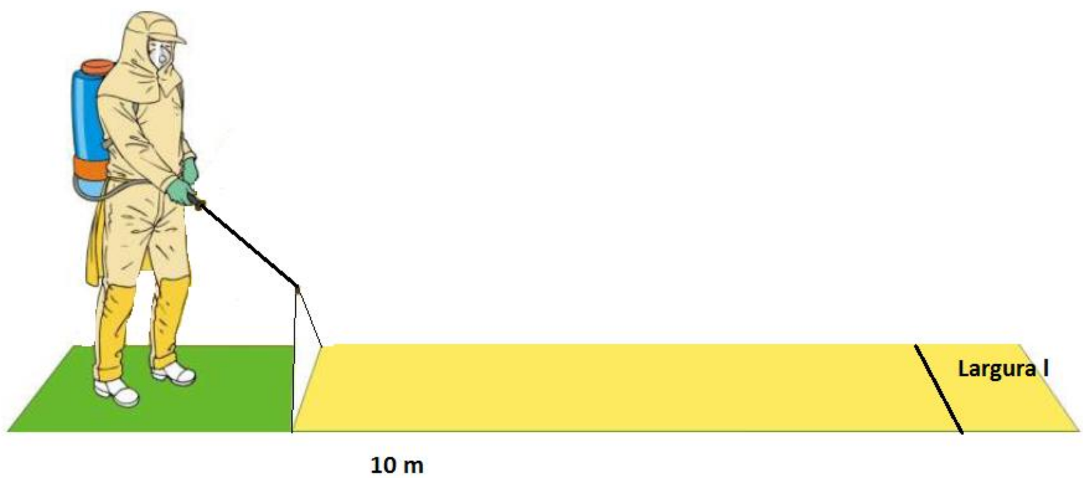

Figura 3.1: Obtido em http://www.fatecpompeia.edu.br/ e modificada pelo autor.

Para o desenvolvimento dos modelos seguintes, foram usadas as notações abaixo:

- (k) Quantidade de água no teste de vazão;
- (l) Largura do jato projetado pelo pulverizador;
- (Qha) Quantidade de agrotóxico recomendada por (ha);

- (Qm) Quantidade de agrotóxico por maquinada;
- (N) Número de maquinadas por hectare(ha);
- (ha) Hectare = 10000m^2;
- (V/ha) Vazão de água por hectare.

Com a informação da quantidade de água no teste de vazão, foi possivel determinar a quantidade de vazão de água por hectare (V/ha), que é dada pelo modelo:

$$V/ha = \frac{10000}{l \cdot 10} \cdot k = \frac{1000 \cdot k}{l}, \text{ em litros por } ha$$

.

De posse dos dados da quantidade de vazão de água por hectare (V/ha), foi possivel determinar o número de maquinadas (N) por hectare (ha), sendo que os pulverizadores dorsais usados pelos pequenos produtores, na maioria das vezes, é de 20 litros. Portanto, o número de aplicações é:

$$N = \frac{V/ha}{20} = \frac{\frac{1000 \cdot k}{l}}{20} = \frac{50 \cdot k}{l}$$

A quantidade de agrotóxico por aplicação (Qm) depende da dosagem recomendada por hectare (ha) pelo número de aplicações (N), pois as dosagens dos agrotóxicos em suas bulas são dadas por hectare (ha). Logo, o modelo que descreve a quantidade de agrotóxicos por aplicação (Qm) é:

$$Qm = \frac{Qha}{N} = \frac{Qha}{\frac{50 \cdot k}{l}} = \frac{Qha \cdot l}{50 \cdot k} \qquad (3.1)$$

Para a construção desse modelo, foi usado o conteúdo de proporção, que podemos representar graficamente por uma função linear. A função linear dada pela fórmula $f(x) = ax$ (Lima et al., 2006, p.104), é o modelo matemático para os problemas de proporcionalidade[1].

A tabela 3.1 foi obtida, mantendo fixo a lagura do jato $l = 0,8$ *metros* e a quantidade de água no teste de vazão $k = 0,2$ *litros* na equação (3.1).

[1]Para um estudo mais aprofundado sobre funções afim, ver Lima et al. (2006)

Tabela 3.1: Quantidade de agrotóxicos p/maquinada, em função da dosagem por (ha).

Qha em litros	(Qm) em litros
0	0
0,5	0,04
1	0,08
1,5	0,12
2	0,16
2,5	0,2
3	0,24
3,5	0,28
4	0,32
4,5	0,36
5	0,4

O gráfico da figura 3.2 descreve a função linear determinada pela quantidade de agrotóxicos por maquinada (Qm), em função da dosagem por hectare (Qha).

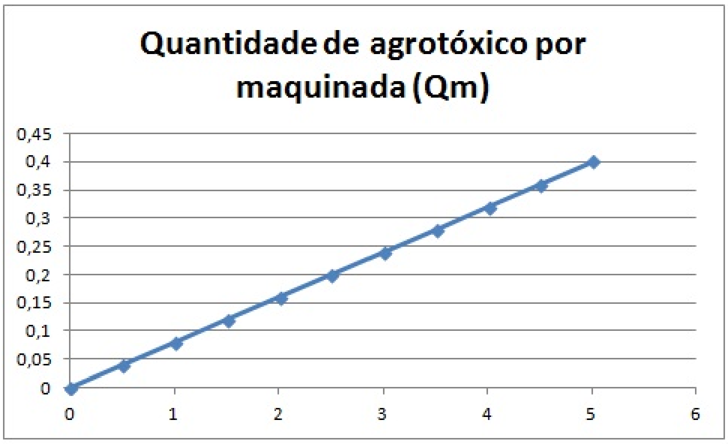

Figura 3.2: Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada, em função da dosagem por ha.

Fixando os valores da quantidade de agrotóxicos por hectare (Qha) e a lagura do jato (l) na equação (3.1), teremos uma função racional. Segundo (Guidorizzi, 2008, p.34), uma função racional f é uma função dada por $f(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$ onde $p(x)$ e $q(x)$ são duas funções polinomiais; o domínio de f é o conjunto $\{x \in |q(x) \neq 0\}$[2].

Os dados estão na tabela 3.2. Neste momento, foi feita a sistematização de conceitos matemáticos como: domínio e assintota de uma função racional.

[2]Para uma pesquisa mais aprofundada sobre o assunto, ver Guidorizzi (2008).

Tabela 3.2: Quantidade de agrotóxicos p/maquinada (Qm), mantendo a largura (l) e quantidade de agrotóxicos recomendada (Qha) fixas.

k em litros	(Qm) em litros
0,1	0,0048
0,2	0,0024
0,3	0,0016
0,4	0,0012
0,5	0,00096
0,6	0,0008
0,7	0,00068
0,8	0,0006
0,9	0,00053
1	0,000481

A figura 3.3 apresenta o gráfico que foi contruido com os dados da tabela 3.2.

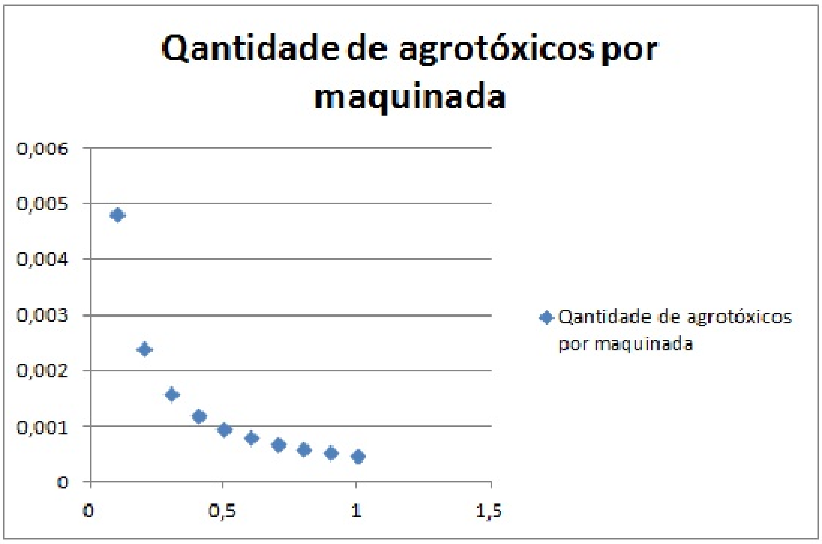

Figura 3.3: Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada(Qm), mantendo fixa a largura do jato (l).

3.2 Modelo padrão

No segundo modelo, o diferencial utilizado foi a área de teste de vazão, que neste caso, é um quadrado de $10m$ de lado, como mostra a figura 3.4.

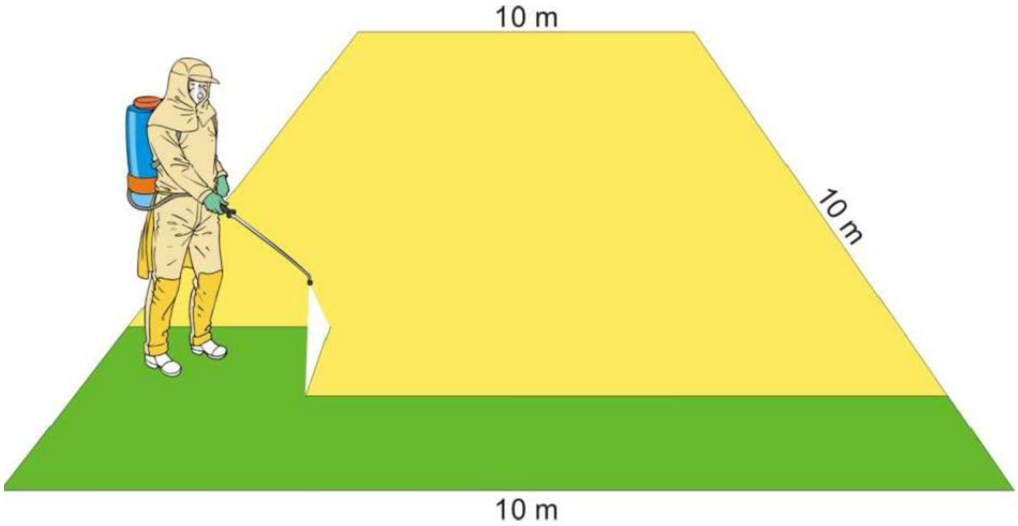

Figura 3.4: Obtido em http://www.fatecpompeia.edu.br/ e modificado pelo autor.

Neste modelo, a vazão de água por hectare (V/ha) é determinada pala razão entre a área de um hectare (ha), pela vazão de água usada para pulverizar a área de teste (k). Neste caso, o modelo é dado por:

$$V/ha = \frac{10000}{100 \cdot k} = 100 \cdot k$$

O número de maquinadas por hectare (N), é determinado pala razão entre a vazão de água por hectare (V/ha) pela capacidade de cada carga do pulverizador dorsal, que na maioria das vezes, é de 20 litros. Portanto, o número de maquinadas por hectare (N) é:

$$N = \frac{V/ha}{20} = \frac{100k}{20} = 5 \cdot k$$

A quantidade de agrotóxicos por maquinada (Qha), á calculada pela razão entre a dosagem recomendada por hectare (Qha) pelo número de maquinada (N), pois as dosagens dos agrotóxicos em suas bulas é dada por hectare (ha). Daí, o modelo que descreve a quantidade de agrotóxicos por maquinada (Qm) é:

$$Qm = \frac{Qha}{N} \Rightarrow Qm = \frac{Qha}{5 \cdot k} \tag{3.2}$$

A tabela 3.3 foi obtida, mantendo fixa quantidade de água no tese de vazão $k = 2$ litros na equação (3.2).

Tabela 3.3: Quantidade de agrotóxicos p/maquinada, em função da dosagem por Qha.

(Qha) em litros	(Qm) em litros
0	0
0,5	0,05
1	0,1
1,5	0,15
2	0,2
2,5	0,25
3	0,3
3,5	0,35
4	0,4
4,5	0,45
5	0,5

O gráfico da figura 3.5 descreve a função linear determinada pela quantidade de agrotóxicos por maquinada (Qm) em função da dosagem (Qha), mantendo fixa quantidade de água no tese de vazão $k = 2$ litros na equação (3.2).

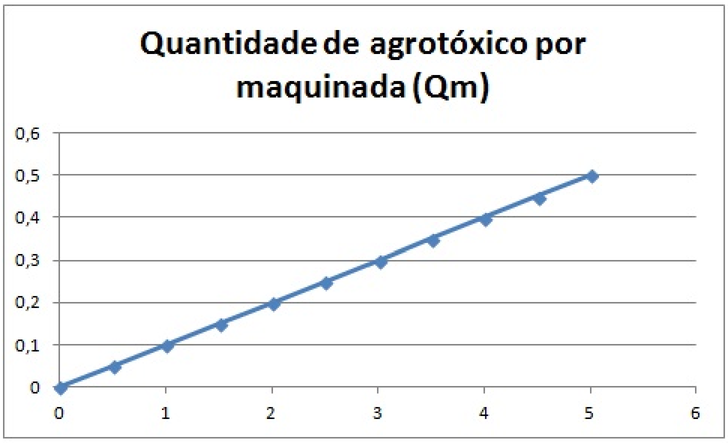

Figura 3.5: Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada (Qm).

Fixando o valor da quantidade de agrotóxicos por hectare $Qha = 3$ litros, na equação (3.2), foi possivel construir a tabela 3.4.

Tabela 3.4: Quantidade de agrotóxicos p/maquinada, mantendo a quantidade de agrotóxicos recomendada $Qha = 3$ litros fixas.

k em litros	(Qm) em litros
0,2	3
0,5	1,2
0,8	0,75
1,1	0,545
1,4	0,429
1,7	0,353
2	0,3
2,3	0,231
2,6	0,231
2,9	0,207

Fixando o valor da quantidade de agrotóxicos por hectare $Qha = 3$ litros, na equação (3.2), se obtém uma função racional, que está esboçada pelo gráfico da figura 3.6.

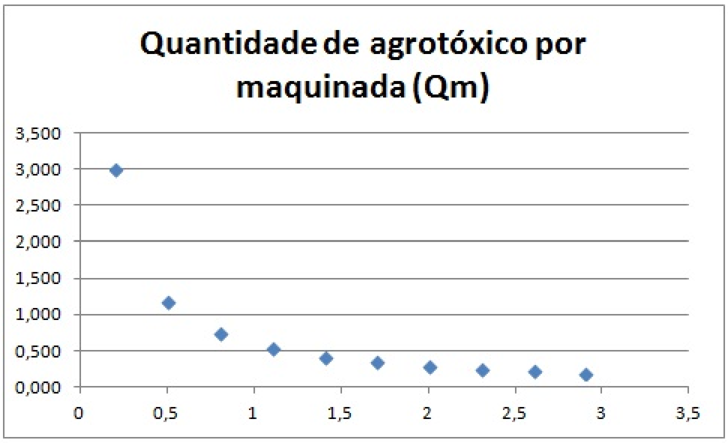

Figura 3.6: Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada (Qm), mantendo a quantidade de agrotóxicos recomendada $Qha = 3$ litros fixa.

3.3 Modelo para dosagem de agrotóxicos com pulverizador hidráulico

O pulverizador hidráulico é acionado com a tomada de força do trator, esta tomada de força, aciona a bomba de pressão do pulverizador, gerando a vazão nos bicos. Para determinar a área de cada carga do pulverizador, é necessário saber a sua capacidade, comprimento das barras, o número de bicos e a marcha constante que o trator se desloca. A imagem da figura 3.7 mostra um pulverizador hidráulico.

Figura 3.7: Pulverizador hidráulico. Obtida em http://www.cnpma.embrapa.br e modificada pelo autor.

Para a elaboração do modelo é necessário determinar o tempo gasto pelo trator para percorrer um trecho de 100 m. Se o terreno for acidentado é necessário fazer este percurso algumas vezes para encontrar o tempo médio do percurso.

Determinado o tempo médio, verifica-se a vazão de cada bico neste período (tempo médio do percurso), para isto se pode fazer a coleta de dados para alguns bicos, daí obter uma média de vazão de cada bico. Outra informação relevante é a largura das barras do pulverizador e o número de bicos.

Os pulverizadores usados pelos pequenos produtores tem capacidade de 400 litros e 600 litros, e serão desenvolvidos os modelos para ambos, com o uso das seguintes notações:

- (NB) número de bicos do pulverizador;
- (l) largura das barras do pulverizador;
- (V) vazão média dos bicos;
- (L/ha) quantidade de litros por hectare;
- $(A400)$ área atingida pelo pulverizador de 400 l;

- $(A600)$ área atingida pelo pulverizador de 600 l;
- (Q_{A400}) quantidade de agrotóxicos para o pulverizador de 400 l;
- (Q_{A600}) quantidade de agrotóxicos para o pulverizador de 600 l;
- (Qha) quantidade de agrotóxico recomendada por (ha).

Assim, a quantidade de litros de calda por hectare é dada pelo modelo:

$$L/ha = \frac{10000}{100 \cdot l} \cdot NB \cdot V = \frac{100 \cdot NB \cdot V}{l}$$

O modelo que determina a área em hectare (ha) para o pulverizador de 400 litros é:

$$A400 = \frac{400}{L/ha} = \frac{400}{\frac{100 \cdot NB \cdot V}{l}} = \frac{4 \cdot l}{NB \cdot V} \text{ em } ha.$$

Daí, a quantidade de agrotóxicos por carga (Q_{A400}) é dada através do modelo descrito pela equação (3.3):

$$Q_{A400} = A400 \cdot Qha = \frac{4 \cdot l}{NB \cdot V} \cdot Qha \tag{3.3}$$

Na equação (3.3), fixando os valores do número de bicos do pulverizador $NB = 16$, largura das barras do pulverizador $l = 0,5$ metros e vazão média dos bicos $V = 0,005$ litros, foi construida a tabela 3.5.

Tabela 3.5: Quantidade de agrotóxicos p/maquinada (Q_{A400}), em função da dosagem por (Qha).

(Qha) em litros	(Q_{A400}) em litros
0	0
0,5	1,25
1	2,5
1,5	3,75
2	5
2,5	6,25
3	7,5
3,5	8,75
4	10
4,5	11,25
5	12,5

O gráfico da figura 3.8, descreve a função linear dada pela equação (3.3) fixando os valores do número de bicos do pulverizador $NB = 16$, a largura das barras do pulverizador ($l = 0,5$ metros) e a vazão média dos bicos $V = 0,005$ litros.

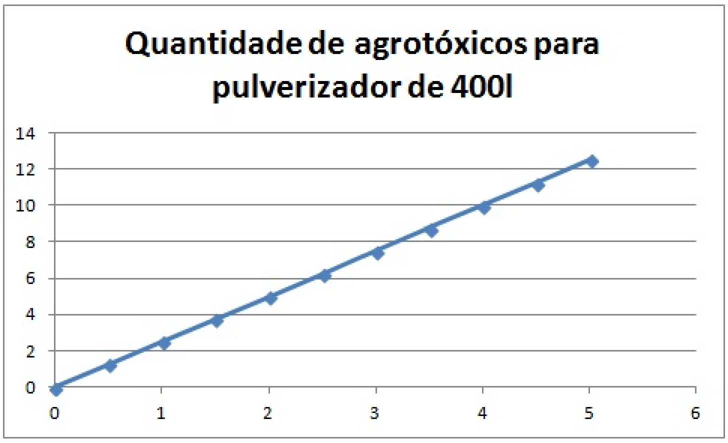

Figura 3.8: Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada (Q_{A400}).

Para o pulverizador com capacidade de 600 litros, o modelo é análogo ao de 400 litros, dado por:

$$A600 = \frac{600}{L/ha} = \frac{600}{\frac{100 \cdot NB \cdot V}{l}} = \frac{6 \cdot l}{NB \cdot V} \text{ em } ha.$$

Assim, a quantidade de agrotóxicos por carga (Q_{A600}) é dada pelo modelo descrito pela equação (3.4):

$$Q_{A600} = A600 \cdot Qha = \frac{6 \cdot l}{NB \cdot V} \cdot Qha \qquad (3.4)$$

Na equação (3.4), fixando os valores do número de bicos do pulverizador $NB = 16$, largura das barras do pulverizador $l = 0,5$ metros e vazão média dos bicos $V = 0,005$ litros, foi construida a tebela 3.6.

Tabela 3.6: Quantidade de agrotóxicos p/maquinada (Q_{A600}), em função da dosagem por (Qha).

(Qha) em litros	(Q_{A600}) em litros
0	0
0,5	1,875
1	3,75
1,5	5,625
2	7,5
2,5	9,375
3	11,25
3,5	13,125
4	15
4,5	16,875
5	18,75

O gráfico da figura 3.9, descreve a função linear dada pela equação (3.4) fixando os valores do número de bicos do pulverizador ($NB = 16$), a largura das barras do pulverizador $l = 0,5$ metros e a vazão média dos bicos $V = 0,005$ litros.

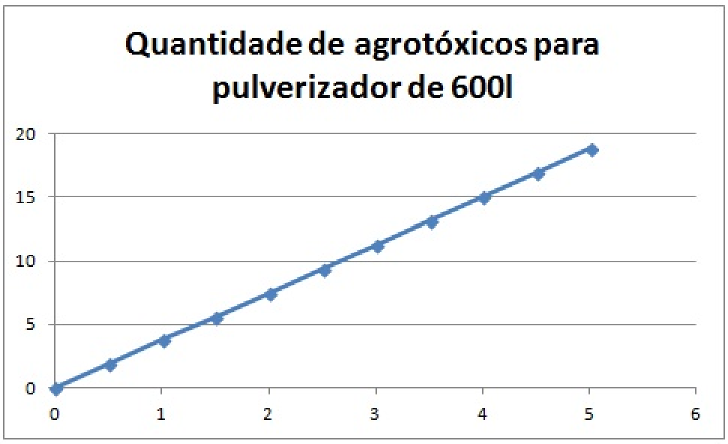

Figura 3.9: Gráfico da quantidade de agrotóxicos por maquinada (Q_{A600}).

3.4 Modelo altura da barra do pulverizador hidráulico em função do espaçamento entre os bicos

Na utilização do pulverizador hidráulico, se observou que os bicos têm um ângulo em relação a barra do pulverizador, como mostra a figura 3.10 abaixo:

Figura 3.10: Desenho da barra do pulverizador com seus bicos.

O ângulo entre o leque e a barra deve ser de 4º a 6º graus, pois se os leques formados pelos jatos fossem alinhados, os mesmos se chocariam e formariam a chamada contragota, ou seja, as gotas ao se interceptarem anulariam as suas forças e formariam gotas maiores caíndo verticalmente, isto ocasionaria uma aplicação não uniforme.

Os bicos de pulverização em formato de leque, são projetados para produzir os jatos de pulverização, com um determinado ângulo e certa pressão. Os mais comuns no mercado são os de 80º e 110º graus, sendo que o bico com ângulo de 110º graus, apresenta alguma vantagem, tais como: possibilita trabalhar com a barra mais próxima do alvo, diminuindo a deriva, também tendo menos influência na uniformidade de distribuição pela oscilação da barra (ver figura 3.11).

Figura 3.11: Bicos de pulverização obtida em http://www.cnpma.embrapa.br/ e modificada pelo autor.

Cada leque deve alcançar a projeção vertical de cada bico, para que a aplicação seja uniforme, logo, a altura da barra vai depender do espaçamento entre os bicos, como mostra a figura 3.12 a seguir.

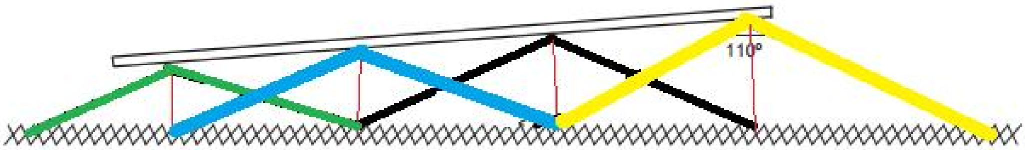

Figura 3.12: Alcance da projeção vertical de cada bico.

Para o desenvolvimento do modelo, é preciso determinar (α) que é o ângulo entre a barra e o leque formado pelo jato, sendo $\alpha \in [4^o, 6^o]$ e (β) o ângulo do leque formado pelo jato, sendo $\beta \in [80^o, 110^o]$, as notações usadas serão:

- (Aj) alcance do jato;
- (Eb) espaçamento entre bicos;
- (α) ângulo entre a barra e o leque formado pelo jato;
- (β) ângulo do leque formado pelo jato;

- (h) altura da barra em relação ao solo.

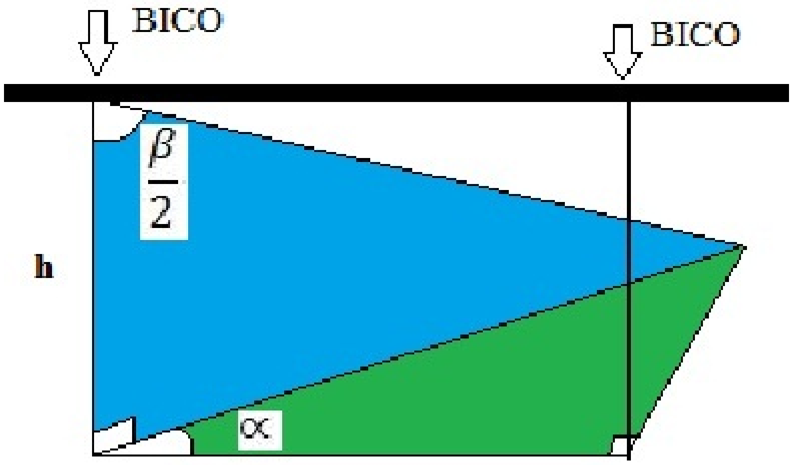

Figura 3.13: Ilustração para o modelo ângulo da barra e leque formado pelo jato.

$$\cos(\alpha) = \frac{Eb}{Aj}$$

$$Aj = \frac{Eb}{\cos(\alpha)} \tag{3.5}$$

$$\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{Aj}{h}$$

$$h = \frac{Aj}{\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)} \tag{3.6}$$

Substituindo a equação (3.5) na equação (3.6), se obtém a equação (3.7) a seguir.

$$h = \frac{\frac{Eb}{\cos(\alpha)}}{\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)}, \tag{3.7}$$

O gráfico da figura 3.14, representa a equação(3.7), fixando $Eb = 0,5$ metros e $\beta = 110^o$.

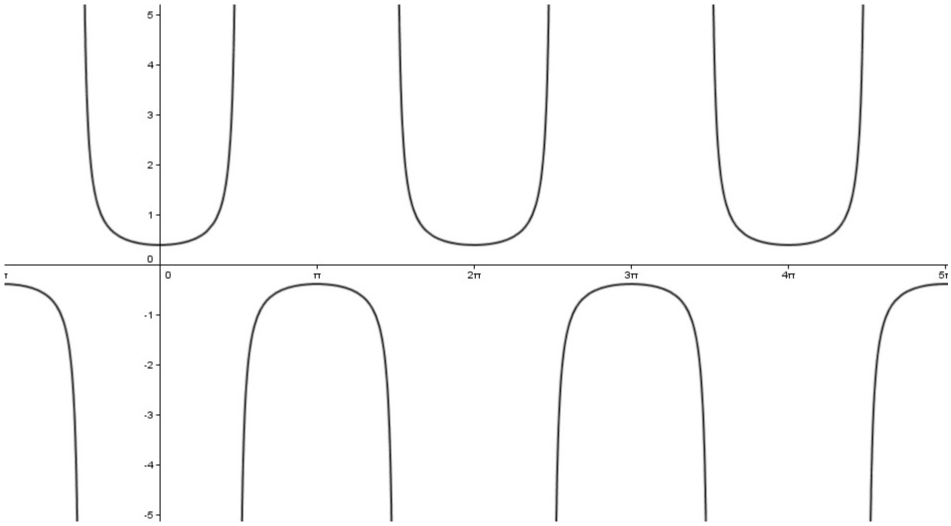

Figura 3.14: Gráfico da equação (3.7), fixando $Eb = 0,5$ metros e $\beta = 110^{o}$.

O gráfico da figura 3.15, representa a equação (3.7), fixando $Eb = 0,5$ metros e $\alpha = 5^{o}$.

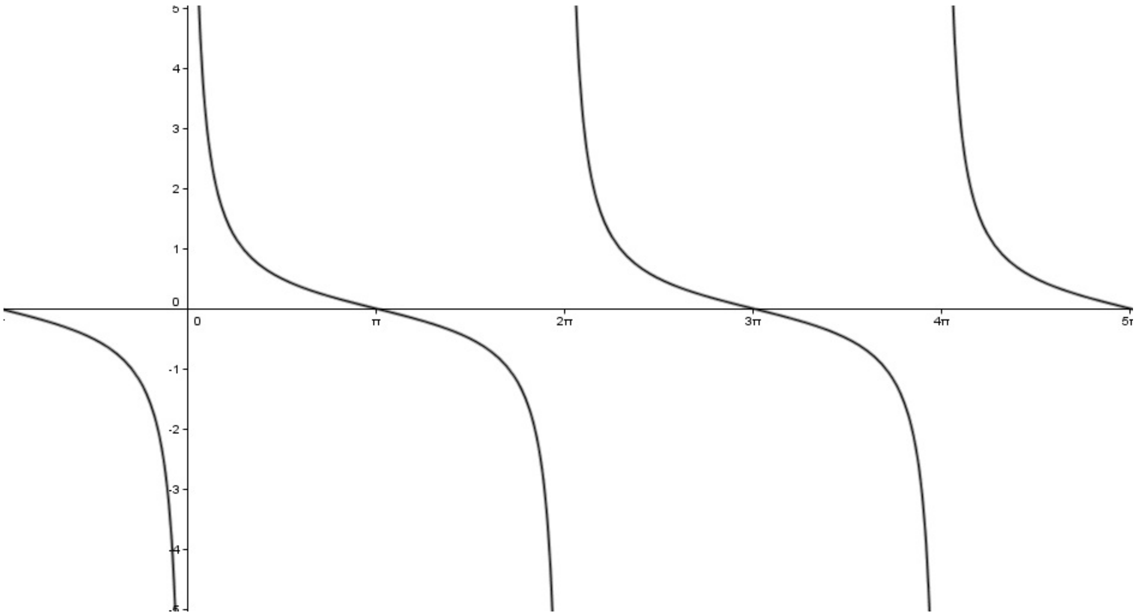

Figura 3.15: Gráfico da equação (3.7), fixando $Eb = 0,5$ metros e $\alpha = 5^{o}$.

Os modelos acima, proporcionam muitas informações tanto de calibragem de pulverizadores dorsais e hidráulicos, como da altura da barra do pulverizador hidráulico, para que se tenha uma maior uniformidade na aplicação dos agrotóxicos, evitando maior contaminação do solo, da água, do ar, dos operadores e dos produtos agrícolas.

Os conteúdos trabalhados na construção dos modelos, nas equações (3.5) e (3.6), foram as razões métricas no triângulo retângulo. Nos gráficos das figuras 3.14 e 3.15, foi trabalhado o conteúdo de funções trigonométricas.

Segundo Lima et al. (2006), [...] com a criação do Cálculo Infinitesimal, e do seu prolonamento que é Análise Matemática, surgiu a necessidade de abrir às noções de seno, cosseno e suas associadas tangente, cotangente, secante e cossecante, o status de função real de uma variável real[3].

[3] Para uma pesquisa mais aprofundada, ver (Lima et al., 2006, p.239) e Carmo et al. (2005).

Capítulo 4

Algumas reflexões sobre a modelagem matemática

Neste capítulo, serão feitas algumas reflexões sobre o uso da modelagem no ensino da Matemática e suas contribuições no processo de ensino e aprendizagem. Primeiramente, serão feitas algumas reflexões sobre o uso da modelagem para alunos iniciantes e, em seguida, na formação continuada de professores.

A vivencia como professor de Matemática, tem exigido muitas reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem desta disciplina, devido ao objetivo de se adaptar as exigências de futuras profissões e na formação de cidadãos conscientes de seu papel no meio em que vivem. Nestas reflexões fica evidente que o método tradicional, que consiste em decorar formulas e teoremas sem contextualização, não está contribuindo para a formação destes cidadãos e tem causado um grande desinteresse pela Matemática.

A modelagem matemática apresenta-se como alternativa de atividades para se trabalhar a Matemática em sala de aula, contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem, pois proporciona a interação da Matemática e suas aplicações, ressaltando a importância da Matemática no cotidiano do aluno, na cultura e na historia da humanidade. Contribuindo de alguma forma na formação de indivíduos mais conscientes de seu papel, de seus direitos e deveres no meio em que vivem.

O uso da modelagem matemática com alunos iniciantes, ou seja, que estão habituados com o ensino de forma tradicional, a principio gera um choque de realidade, pois os alunos não estão acostumados a problematizar, coletar informações, expor suas ideias e opiniões, trabalhar em grupos. Em situações como estas, se o professor não estiver ciente que o seu papel é de mediador e incentivador do processo, o trabalho pode não corresponder às expectativas do professor e causar efeitos inversos nos alunos.

Segundo Meyer et al. (2013), a partir do momento que se escolhe o problema, o professor fica desestabilizado, pois não tem mais o livro didático para acompanhar e nem um cronograma de atividades a ser seguido e previamente estabelecido. Os autores ressaltam ainda, que a forma de organização escolar produziu e produz pessoas mudas, ou seja, quem não fala não erra, esquecendo de ensinar que quem não tenta, não progride, e a justificativa para este emudecimento se dá pela concepção epistemológica de que a Matemática está pronta e acabada e os professores apenas reproduzem o que os matemáticos escrevem.

É preciso acreditar que o trabalho com modelagem, seja capaz de motivar os alunos, despertar o interesse em aprender a Matemática, pois aí reside a oportunidade de mostrar uma Matemática prática e útil para os alunos. Talvez o trabalho com modelagem não seja capaz de corrigir todos os déficits de aprendizagem de Matemática na educação básica que vem se acumulando ao longo dos anos, mas pode contribuir, e muito, para sanar os mesmos, pois quando bem trabalhada, desperta o interesse dos alunos para a Matemática, e o interesse torna-se um aliado na produção de conhecimento.

O uso da modelagem matemática gera algumas inquietações nos professores, uma delas é saber como avaliar o aluno, quando se utiliza este método, sendo que muitas instituições, e até mesmo a sociedade, exigem que seja mensurado o conhecimento dos alunos através de uma nota.

De acordo com Canenv e Santos (2009), a avaliação da aprendizagem não deve ser confundida com controle, classificação ou punição dos alunos. Esta é uma ferramenta que o professor deve utilizar para promover a aprendizagem. Desta forma, aprimoramentos feitos na avaliação da aprendizagem refletirão em melhorias no desempenho dos alunos.

A ausência na literatura de métodos e formas de avaliar os alunos quando se trabalha com modelagem, é uma das angústias enfrentada pelos professores que trabalham com modelagem. É preciso saber o que avaliar e como avaliar, pois o trabalho com modelagem não está relacionado com algum conteúdo específico, mas sim com mais de um conteúdo. Perceber se o aluno aprendeu os conteúdos relacionados ao modelo, sem que se tenha a aplicação de atividades de fixação.

Segundo Borges e Nehring (2008), a modelagem pode contemplar a construção de conhecimento e conceitos, desde que a mesma seja trabalhada e sistematizada pelo professor, em cada processo. Esta sistematização deve acontecer sempre que ocorrer o trabalho com modelagem em sala de aula, pois é neste processo que se pode verificar se foram atendidas as expectativas de aprendizagem dos conteúdos relacionados ao modelo, sendo também um momento de esclarecer qualquer dúvida que possa ter surgido no seu desenvolvimento.

4.1 Modelagem matemática na formação de professores

Para a difusão da modelagem no ensino da Matemática na educação básica é fundamental a formação dos agentes principais, que são os professores. Esta formação deve ocorrer nos cursos de licenciatura e nos programas de formação continuada, possibilitando a preparação destes profissionais, para que possam atuar em suas escolas como disseminadores desta abordagem alternativa para a contextualização dos conteúdos de Matemática em sala de aula.

Segundo Bassanezi (2013), muitos professores que procuram cursos de aperfeiçoamento, fazem na expectativa de melhorar suas práticas de ensino de Matemática, assim como novas técnicas, maneiras e métodos de melhorar e aprimorar as consagradas formas de transmitir os conteúdos matemáticos.

Para Meyer et al. (2013), a capacitação de professores para trabalhar com modelagem matemática, faz-se necessária uma formação em que o foco central seja que estes futuros profissionais percebam que as regras e convenções estabelecidas, do que se denomina Matemática, ganhe significado em suas aplicações e no contexto em que são aplicadas, não somente na transmissão destes conteúdos de forma descontextualizada.

Nesta perspectiva, de acordo com Bassanezi (2013), a modelagem pode ser um grande aliado destes profissionais, pois a utilização da mesma tende a valorizar o 'saber fazer', desenvolvendo a capacidade de avaliar a construção dos modelos em diferentes contextos de aplicação, a partir da realidade de seu ambiente.

Assim, estes profissionais deverão ser capacitados para se tornarem pesquisadores e, juntos com seus alunos, levantando problemas reais e da realidade dos mesmos, buscando soluções para melhorar o meio em que estão inseridos. Tal processo tende a despertar a curiosidade de professores e educandos, com isto, oportunizando exercer um fascínio pela Matemática e a matematização dos problemas de seu cotidiano.

Para Meyer et al. (2013), é necessário mudar a dinâmica dos cursos de licenciatura, além dos trabalhos individuais e em grupos, para que o futuro professor, passe da passividade das aulas expositivas e explicativas, em que é um mero expectador e depositário de informações. Para uma dinâmica integrativa e criativa, esta formação deve deixar claro para o futuro professor que o seu papel na escola será de orientador e articulador, em que venha propor trabalhos e caminhos a partir dos quais os alunos possam elaborar problemas do seu cotidiano e, posteriormente, resolvê-los. Possibilitando ao aluno fazer o uso da Matemática para compreender estas situações.

Como professor de Matemática, em conversas com colegas, foi possível perceber uma vontade deles em busca de novas alternativas para o ensino desta disciplina, mas ao mesmo tempo, fica evidente uma insegurança por parte destes profissionais na utilização da modelagem matemática em suas aulas, pois há uma forte influência da escola tradicional na formação dos mesmos.

Outro ponto agravante para o uso da modelagem em suas aulas é a insegurança de não ter o aporte da lista de conteúdos pré-estabelecidos nos currículos escolares e nem o auxilio do livro didático, que muitos tomam como norteadores de suas aulas, sem falar da cobrança por parte das instituições e dos pais que presam pela quantidade e não pela qualidade dos conteúdos trabalhados.

Caldeira (2001) relata que teve a oportunidade de trabalhar na formação professores de Matemática do ensino fundamental e médio de uma grande metrópole, que num primeiro momento quando estes professores atuaram como "alunos", eles se mostraram contentes e interessados em fazer o uso da modelagem. Entretanto, quando foram aplicar com seus alunos o que aprenderam no curso de formação, nem sempre obtiveram sucesso. E mais, dos dezoitos profissionais que participaram do curso de formação, apenas quatro resolveram levar a modelagem para a sala de aula.

Considerações finais

Este estudo, teve como principal objetivo, apresentar a modelagem matemática como uma perspectiva de ensino que auxilia professores de Matemática em suas aulas, tendo como ênfase esta ferramenta, ultrapassando os limites do ensino tradicional, possibilitando que o educando torne-se um agente do seu próprio conhecimento, tornando a Matemática mais atraente, prazerosa e dinâmica. O trabalho com modelagem, possibilita uma melhor compreensão dos problemas do cotidiano em que o educando está inserido, mostrando a Matemática útil para os mesmos.

O uso da modelagem em sala de aula, necessita de uma preparação continua do professor, pois na realização deste trabalho, o mesmo sai da zona de conforto, e fica desguarnecido de ferramentas de apoio, como: programa de aula, livro didático, lista de exercícios. Além disso, o uso da modelagem, extrapola o controle que o professor tem sobre os conteúdos a serem trabalhados, sendo que a escolha do problema pode exceder os conteúdos das séries ou necessitar de conteúdos já trabalhados em anos anteriores.

Com isso, se vai contra os currículos rígidos, que a maiorias das instituições de ensino adotam, pois é evidente que em muitas escolas os conteúdos matemáticos são trabalhados de forma inflexível, sem contexto com o cotidiano em que o educando está inserido, sem possibilitar os questionamentos dos alunos.

O trabalho contou com um referencial teórico, com obras de autores que há muito tempo pesquisam sobre este tema, em concordância com o contexto das aulas de Matemática na educação básica, pesquisadores estes que há muito tempo trabalham para a difusão e melhoria do ensino de Matemática em todos os níveis de ensino.

Após o estudo e pesquisa sobre a modelagem matemática, ficou claro que esta ferramenta altera a estrutura das aulas "tradicionais", que o professor passa os conceitos, demonstra os modelos e depois faz as aplicações. Com a modelagem a aula começa com uma situação problema, que pode ser selecionada pelos professor, ou pelos alunos, este último é sugerido pela maior parte dos autores pesquisados. Os mesmos frisam que esta situação deve ter relevância na vida dos alunos e no cotidiano da comunidade em que escola está inserida.

O trabalho com modelagem auxilia a desmistificar a ideia que a Matemática está pronta e acabada. Segundo Meyer et al. (2013), a modelagem deve fazer compreender melhor os fenômenos e problemas reais que se está estudando. Deve ser capaz de criar condições para um novo ciclo de modelagem, deixando uma modelagem concluída, mas que pode ser recomeçada.

Os conteúdos usados para a construção dos modelos, foram os conteúdos de proporção e relações trigonomátricas no triângulo retângulo. Já para a sistematização dos conteúdos, possibilitou a abordagem de conteúdos que estão relacionados com aqueles usados para a construção dos modelos.

Nos modelos (3.1) e (3.2), mantendo fixa a lagura do jato (l) e a quantidade de água no teste de vazão (k) na equação, possibilitou a abordagem dos conceitos de funções lineares e funções afim. Já fixando os valores da quantidade de agrotóxicos por hectare (Qha) e a lagura do jato (l), foi possivel fazer a abordagem das funções racionais, seu domínio e assíntota[1].

Para os modelos (3.5) e (3.6), os conceitos abordados foram: as relações seno e cosseno e suas associadas tangente, cotangente, secante e cossecante. Já no modelo (3.7), fixando (Eb) e os ângulos (β) ou (α), foi possível abordar a propriedade fundamental das funções trigonométricas, que elas são periódicas, sendo usadas para descrever os fenômenos cíclicos, oscilatórios ou vibratórios como movimentos de planetas, som, circulação do sangue, etc.

Vale salientar, ainda, que os conteúdos abordados de trigonometria e funções trigonométricas, estão de acordo com os conteúdos elencados no planos de ensino para o primeiro bimestre da disciplina de Matemática para o 2º ano de Ensino Médio, na Escola Estadual 13 de Maio de Tangará da Serra-MT.

No trabalho realizado com os alunos, a modelagem matemática mostrou-se muito eficaz, apresentando bons resultados, que puderam ser observados através da motivação, envolvimento, questionamentos e autonomia dos alunos. Também foi notório o empenho dos alunos em buscar os conteúdos matemáticos vistos em anos anteriores e conteúdos que

[1] Abordagem semelhante destes conceitos pôde ser feito também nos modelos (3.3) e (3.4).

ainda não tinham sido vistos, possibilitando uma compreensão aprimorada dos conceitos matemáticos, e desenvolvendo o seu senso crítico em relação a tomanda de decisões sobre os problemas de seu cotidiano.

Espero que este trabalho, sirva de material de pesquisa e apoio para os profissionais do Ensino Básico ou a quem se interessar pelo assunto, motivando-os pela busca de novas estratégias para o ensino da Matemática ou que sirva para proporcionar melhorias em suas aulas, de forma que o aluno possa adquirir autonomia e melhorar o seu senso crítico, tornando-o um cidadão mais conciente e atuante na sociedade. E para quem deseja aprofundar as pesquisas sobre o assunto, sugiro que podem sem analisadas situaçoes como: variação de velocidade do trator, força da gravidade agindo sobre as gotas, deriva dos agrotóxicos, dispersão dos agrotóxicos no ambiente e velocidade do vento no momento da aplicação.

O curso de mestrado PROFMAT, possibilita que professores de Matemática de pequenas cidades do interior, tenham a oportunidade de fazer um curso de mestrado, pois as atividades presenciais acontecem em um ou dois dias da semana. O fato do Mestrado PROFMAT, ser semipresencial possibilita que o professor combine o seu curso de pós-graduação com sua prática de ensino. Com isto, posso relatar que muitos conteúdos ou a forma de abordá-los, foram modificados na minha prática pedagógica cotidiana. Sobre curso, afirmo que exigiu muita dedicação e estudo, mas ao mesmo tempo foi muito gratificante, pois foi uma contribuição grandiosa na minha formação como professor de Matemática.

Referências Bibliográficas

Bandeira, F. A. (2009). Ação e reflexões em Matemática do ensino fundamental em um grupo sócio-cultural específico. Dissertação de Mestrado, UFRN, Natal/RN.

Bandeira, F. A. e Morey, B. (2010). Pedagogia Etnomatemática: do "par de cinco" às concepções do sistema de numeração decimal. *Bolema*, 23(37):1063–1080.

Barbosa, J. C. (1999). O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática? *Zetetiké*, 7:67–85.

Barbosa, J. C. (2001a). *Modelagem Matemática: concepções e experências de futuros professores*. Tese de Doutorado, UNESP, Rio Claro/SP.

Barbosa, J. C. (2001b). Modelagem na Educação e os Professores: a Questão da Formação. *Boletim da Educação Matemática*, 14:5–23.

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino–aprendizagem com modelagem matemática*. Ed. Contexto, S.Paulo.

Bassanezi, R. C. (2013). *Modelagem matemática teoria e prática*. Ed. Contexto, S.Paulo.

Beltrão, M. P. (2012). Aplicações e Modelagem Matemática: Aspectos Históricos. In *Anais do V SIPEM – Simpósio Internacional de Educação Matemática, Out 28-31*, volume 1, página 18p, Petrópolis/RJ. SBEM.

Biembengut, M. S. (2009). 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria*, 2(2):7–32.

Biembengut, M. S. (2012). Concepções e tendências de modelagem matemática na educação básica. *Tópicos Educacionais*, 1(2):118–138.

Borges, P. A. P. e Nehring, C. M. (2008). Modelagem matemática e sequências didáticas: uma relação de complementaridade. *Bolema*, 21(30):131–147.

Burak, D. (2004). Modelagem matemática e a sala de aula. In *Anais do I EPEM – Encontro Paranaense da Modelagem na Educação Matemática, Nov 3-5*, Londrina/PR.

Burak, D. e Klüber, T. E. (2007). Algumas Aproximações Epistemológicas Presentes no âmbito Escolar, Evidenciadas a partir de um Trabalho com Modelagem Matemática. *Analecta*, 8:99–110.

Burak, D., Pacheco, E. R., e Klüber, T. E. (2010). *Educação Matemática Reflexões e Ações*. Ed. CRV, Curitiba/PR.

Caldeira, A. D. (2001). Etnomatemática: a matemática do saber-fazer. In *Anais do I Encontro de Pesquisa em Educação: a profissão docente em questão, Mar 5-9*, volume 1, Uberaba/MG. UNIUBE.

Canenv, A. e Santos, A. R. (2009). *Educação multicultural: teoria e prática para professores e gestores em educação*. Ed. Moderna, R. Janeiro.

Carmo, M. P., Wagner, E., e Morgado, A. C. (2005). *Trigonometria e Números Complexos*, volume 1. SBM, R. Janeiro, 3ª edição.

D'Ambrósio, U. (1986). *Da realidade à ação*. Ed. Sammus Editorial, S. Paulo.

D'Ambrósio, U. (2011). *Etnomatemática Elo entre as tradições e a modernidade*. Ed. Autêntica, B. Horizonte.

Gazzeta, M. (1988). A modelagem como Estrátegia de Aprendizagem em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores. Dissertação de Mestrado, UNESP, Campinas/SP.

Guidorizzi, H. L. (2008). *Um Curso de Cálculo*, volume 1. LTC, Rio de Janeiro, 5ª edição.

Hein, N. e Biembengut, M. S. (2003). *Modelagem Matemática no Ensino*. Ed. Contexto, S.Paulo.

Igliori, S. B. C. e Beltrão, M. P. (2010). Modelagem Matemática e Aplicações: Abordagens para o Ensino de Funções. *EMP-Educação Matemática e Pesquisa*, 12:17–46.

Klüber, T. E. e Burak, D. (2009). Bases epistemológicas e implicações para práticas de modelagem matemática em sala de aula. In *Anais do IV SIPEM – Simpósio Internacional de Educação Matemática, Out 25-28*, volume 1, páginas 408–409, Taguatinga/DF. SBEM.

Lesh, R. e Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking and Learning*, 1:109–129.

Lima, E. L., Carvalho, P. C. P., Wagner, E., e Morgado, A. C. (2006). *A Matemática do Ensino Médio*, volume 2. SBM, R. Janeiro, 3ª edição.

MEC (2002). *PCNs. Parâmetros Curriculares Nacionais: do Ensino Médio. Parte III - Matemática Ciências da Natureza e Suas Tecnologias.* Ministério da Educação, Brasília/DF.

Meyer, J. F. C. A., Caldeira, A. D., e Malheiros, A. P. S. (2013). *Modelagem em Educação Matemática*. Ed. Autêntica, B. Horizonte.

Sebastiani Ferreira, E. (1997). *Etnomatemática – uma proposta metodológica*. MEM-USU, R.Janeiro.