2016: DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT, Universidade Federal de São João Del-Rei - UFSJ
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM

Aplicações da Matemática Elementar no Xadrez

Rone Paiva [1]
Jorge Andrés Julca Avila[2]

Resumo: O xadrez é considerado por muitos uma combinação de arte, esporte e ciência. Ele apresenta um universo amplo de possibilidades, ou tomada de decisões, proporcionando situações que exigem concentração, memória, raciocínio lógico, tática, estratégia, cálculo, entre outros. Possibilita uma aprendizagem efetiva através da análise dos erros, situações presentes em problemas matemáticos, fato que relaciona, também, o xadrez ao ensino de matemática. A introdução do xadrez no âmbito escolar, através de suas diversas formas, se adequa com a finalidade de sua utilização, pois apresentam diversas formas no intuito de promover o desenvolvimento de conceitos, procedimentos e atitudes que auxiliam o ensino e a aprendizagem da matemática. Este trabalho estuda algumas aplicações da matemática elementar no xadrez, principalmente, durante o ensino médio. São abordados conceitos pedagógicos, tendo por referência a relevância no desenvolvimento cognitivo dos educandos no ambiente escolar, pertencentes à matemática, a saber, a tomada de decisões, raciocínio lógico e a análise do erro.

Palavras-chave: Xadrez. Aplicações. Ensino. Matemática Elementar. Raciocínio Lógico. Tomada de decisões. Análise de Erro.

1 Introdução

Os jogos sempre estiveram presentes na história da humanidade e estão cada vez mais frequentes no ensino, especialmente no ensino de Matemática e se revelam um instrumento importante no processo de aprendizagem, sendo relevantes no desenvolvimento cognitivo, social e afetivo. Segundo Huizinga (1990, p.4) os jogos possuem finalidades além do puro lazer e diversão:

> O jogo é mais do que um fenômeno fisiológico ou um reflexo psicológico. Ultrapassa os limites da atividade puramente física ou biológica. É uma função significante, isto é, encerra um determinado sentido. No jogo existe alguma coisa “em jogo” que transcende as necessidades imediatas da vida e confere um sentido à ação. Todo o jogo significa alguma coisa (Huizinga 1990, p.4).

[1]Aluno de Mestrado do PROFMAT, Turma 2014, Universidade Federal de São João Del-Rei - UFSJ, ronepaivafisica@yahoo.com.br

[2]Professor orientador, Departamento de Matemática e Estatística - DEMAT, UFSJ, avila_jaj@ufsj.edu.br

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) preveem o uso de jogos no ensino ao sugerir que "nos jogos de estratégia parte-se da realização de exemplos práticos que levam ao desenvolvimento de habilidades específicas para a resolução de problemas e os modos típicos do pensamento matemático"(BRASIL, 1998, p. 47). Conforme os PCN, as atividades com jogos podem possibilitar ao aluno a busca e elaboração de estratégicas na resolução de problemas, além de apresentar atrativo e proporcionar simulações de situações problemas, que requer organização de procedimento de soluções:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações (BRASIL, 1998, p. 47).

Sá (2003, p.3) destaca um fator relevante que é a capacidade de o aluno desenvolver o seu próprio ritmo de aprendizagem do jogo:

> Mas, o principal mérito da aprendizagem enxadrística, desde que adotada ludicamente, repousa no fato de permitir que cada aluno possa progredir seguindo seu próprio ritmo e, assim, atender a um dos objetivos primordial da Educação.

O objetivo deste trabalho é estudar as aplicações matemáticas no xadrez, direcionado principalmente, para o ensino médio. Também, as abordagens pedagógicas (apoia-se cientificamente nas pesquisas de Martinez-Artero e Checa (2015) e Pólya et al (1964) especialistas que se aprofundaram em suas obras sobre esse tema), tendo por referência a importância do uso de jogos para a resolução de problemas e sua relevância no desenvolvimento cognitivo dos educandos no ambiente escolar.

O trabalho está divido em três capítulos: Capítulo 1 que é a Introdução ao trabalho. No capítulo 2 abordamos os aspectos mais importantes do Xadrez, nossa intenção é elucidar de forma breve o que é o xadrez, como se joga e qual é sua finalidade. No capítulo 3 estudamos alguns problemas e/ou fatos que acontecem durante o jogo de xadrez e/ou com os elementos que conformam o xadrez e aplicamos a matemática básica para resolver-los.

2 O Xadrez

O Xadrez é um esporte onde dois jogadores se enfrentam num tabuleiro de 64 casas, com 32 peças colocadas numa ordem pré-determinada. Sendo que 16 peças brancas são para um jogador e 16 peças pretas para o outro. O jogo inicia-se com o primeiro lance das peças brancas, em um movimento que consiste em deslocar uma peça e coloca-la numa nova casa respeitando as regras de movimento. A partida termina quando um dos dois jogadores faz Xeque-mate primeiro, nesse caso, ele é o ganhador, ou, a partida termina quando não existe mais um movimento válido para um dos dois jogadores, nesse caso, há empate.

A história milenar e as lendas que envolvem a origem do xadrez com suas características, benefícios e implicações serão os temas abordados em sequência.

2.1 História do Xadrez

A história do Jogo de Xadrez é cercada de muitas lendas, de origem milenar, por conta de sua grande aceitação em diversos países, as quais são muitas que relatam sua origem em busca de prestígio. Há relatos de que sua origem veio dos árabes, chineses, indianos, entre outros, embora há também registros históricos que trazem a participação dos egípcios e dos persas. Como exemplo, o Instituto Superior Latino americano de Ajedrez - ISLA (2016), de Cuba, apresenta a seguinte lenda:

> A invenção do jogo de Xadrez se relaciona diretamente com a Matemática, a partir de um antigo pergaminho que relata o seguinte: Estava enfermo certo Rei na Índia e lhe indicaram que deveria se distrair com algo agradável. Para ele Dahir al-Hindi elaborou o jogo de Xadrez. Depois de ter expressado sua alegria pela invenção, o Rei disse: "Peça uma recompensa". Dahir al-Hindi pediu um dirhem (moeda de prata utilizada pelos árabes na Idade Média) para a primeira casa e que fosse dobrando progressivamente este número a cada umas das casinhas restantes, a que o Rei comentou: "Me assombra que um homem como você, capaz de criar um jogo tão maravilhoso, aceite recompensa tão pequena. Que receba o que pede". Mas quando o assunto chegou aos ouvidos de seu Vizir, este se apresentou diante o Rei e desse: "Precisas saber, oh Rei, que mesmo vivendo mil anos e recolhendo para ti todos os tesouros da Terra, não poderá pagar o que lhe foi pedido". A quantidade que resulta de dobrar o primeiro número para cada uma das casas do tabuleiro resulta em: 18.446.744.073.709.551.615.

Lendas à parte, a hipótese de que o jogo de Xadrez adveio do jogo de tabuleiro, a mais aceita por diversos livros, site especializados e manuais, é o jogo Chaturanga, de origem indiana, surgido entre os séculos VI e VII, sendo praticado tanto por duas ou quatro pessoas, como descreve o Centro de Excelência de Xadrez (2016, p. 9):

> Geralmente aceita-se como ancestral mais antigo do jogo de Xadrez conhecido, Chaturanga (jogo dos quatro elementos), surgido na Índia, entre os séculos VI e VII da era cristã. Era praticado tanto por duas como por quatro pessoas. A forma para quatro pessoas constituía em que cada jogador possuía oito peças: um ministro (dama), um cavalo, um elefante (bispo), um navio (mais tarde uma carruagem e atualmente a torre) e quatro soldados (peões).

Esta lenda já foi contada de muitas maneiras, trocando-se os nomes dos protagonistas e até o motivo da recompensa, como exemplo, no livro "O Homem que Calculava"de Malban Tahan, que consta a lenda da origem do jogo de Xadrez. Porém, os ancestrais do jogo de Xadrez provavelmente surgiram há 40 séculos antes de nossa era Cristã, segundo dados de escrita pictórica e escultura, apesar de que informações dos últimos três séculos sustentam que o jogo de Xadrez foi inventado na Ásia Central, no noroeste da Índia, entre os séculos V ou VI d. C.

No seculo XIX, por volta de 1840, o "epicentro"do xadrez, ainda era na França. Com grandes jogadores tais como: Bourdonnais e Saint-Amant. Mas a partir da derrota de Saint-Amant pelo inglês Howard Staunton, a Inglaterra ascendeu como centro mundial do xadrez, iniciando a escola de pensamento inglesa. Veja na Figura a Howard Staunton disputando um "match"com Pierre de Saint Amant em Paris em 1843. Staunton vence por 13 a 8 e passou a ser considerado o melhor jogador do mundo.

Figura 1: Howard Staunton disputando um "match"com Pierre de Saint Amant em Paris em 1843. Fonte: [10].

Analisamos a seguir as características e implicações do xadrez nos aspectos educacionais fundamentadas nas pesquisas de Christofoletti (2007).

2.2 Características e benefícios do Xadrez

Para entendermos a relevância do Xadrez em suas aplicações matemáticas, lembremos através da Tabela 1 as pesquisas de CHRISTOFOLETTI (2007) que apresenta um resumo da relação entre características do Xadrez e suas implicações educacionais.

Assim, o jogo de Xadrez apresenta a possibilidade em auxiliar o professor a difícil tarefa de ensinar Matemática e outras disciplinas, de forma mais prática e divertida.

2.3 O Jogo de Xadrez

O Jogo de Xadrez é uma atividade de reflexão intensiva e exige tomada de decisão a cada lance da partida, pois a cada lance se gera um problema para o adversário que inicia o processo de tomada de decisão que, de acordo com CHIAVENATO (1997) é de examinar a situação, criar situações, avaliar as alternativas e selecioná-las e por fim, implementar e monitorar a decisão.

O Jogo de Xadrez é definido com um jogo de regras, que impõe ao aprendiz normas de planejamento e estratégia, além de uma série de julgamentos que o jogador deve fazer,

Tabela 1: Características do Xadrez e suas implicações educacionais, CHRISTOFOLETTI, 2007, p. 172.

Características do Xadrez	**Implicações nos aspectos educacionais**
Concentração	Desenvolvimento do autocontrole psicofísico
Fornecer um número de movimentos num determinado tempo	Avaliação da hierarquia do problema e a locação do tempo disponível
Movimentar peças após exaustiva análise de lances seguintes	Desenvolvimento da capacidade para pensamento abrangente e profundo
Encontrado um lance, a procura de outro melhor	Empenho no progresso contínuo
Direcionar a uma conclusão brilhante uma posição aparentemente sem possibilidades (combinação)	Criatividade e imaginação
O resultado indica quem tinha o melhor plano	Respeito à opinião do interlocutor
Entre várias possibilidades, escolher uma única, sem ajuda externa	Capacidade para o processo de tomar decisões com autonomia
Um movimento deve ser consequência lógica do anterior antevendo o seguinte	Capacidade para o pensamento e execução lógicos, auto consistência e fluidez de raciocínio

pois existe um limitador que relaciona a interdependência entre as jogadas, anteriores e do adversário.

VYGOTSKY (1998 p. 155) afirmou que "embora no jogo de Xadrez não haja uma substituição direta das relações da vida real, ele é, sem dúvida, um tipo de situação imaginária". Sendo assim, a aprendizagem através do jogo de Xadrez pode possibilitar ao aluno o desenvolvimento de habilidades e conhecimentos socialmente disponíveis, passando a internalizá-los, propiciando ao aluno um comportamento além do habitual de sua idade.

A seguir apresentamos o tabuleiro de xadrez com suas particularidades e o relógio utilizado em competições.

2.3.1 O Tabuleiro e o Relógio

Atualmente o Xadrez é composto principalmente por 32 (trinta e duas) peças e um tabuleiro, tendo como complemento, em algumas partidas, o relógio de Xadrez. O tabuleiro é o campo de batalha que contém oito linhas e oito colunas, formado por 64 (sessenta e quatro) quadrados, sendo 32 (trinta e dois) claros e 32 (trinta e dois) escuros, dispostos de modo alternados, cujo cada quadrado é denominado de casa. A primeira casa no extremo esquerdo do tabuleiro deve ser uma casa preta e a última casa no extremo direito, uma casa branca. Cada fileira é designada por uma letra (a ate h), enquanto as colunas são designadas por um número (1 a 8). Um modelo de Tabuleiro de Xadrez é mostrado na Figura 2.

Cada jogador possui 16 peças, sendo elas oito Peões, dois Cavalos, dois Bispos, duas Torres, um Rei e uma Dama (ou Rainha), que inicialmente são sobrepostas no tabuleiro.

O tabuleiro de xadrez conta com 64 casas distribuídas em 8 colunas verticais e 8 fileiras horizontais, cada uma com 8 casas. As casas são alternadamente escuras e claras.

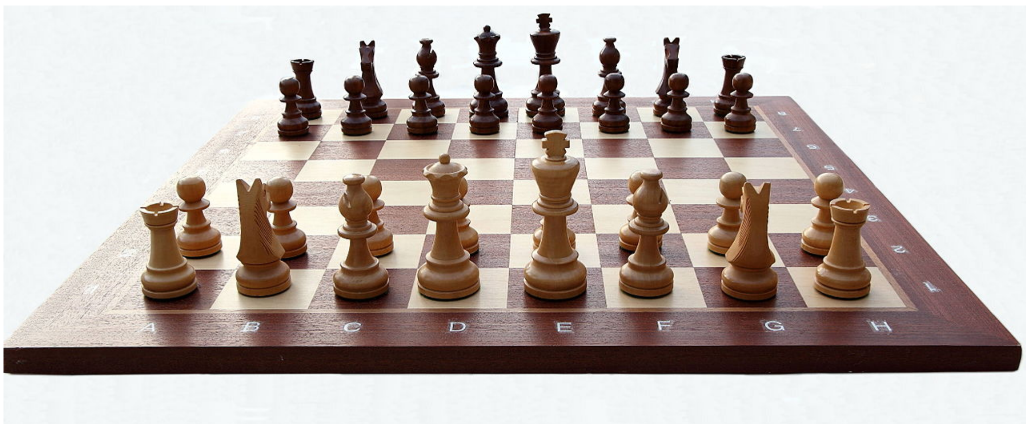


Figura 2: Tabuleiro de xadrez. Fonte: Site da Commons.Wikimedia (2016).

Um relógio de xadrez é um conjunto de dois relógios montados juntos em uma única peça com botões que permitem acionar um dos dois ao mesmo tempo que se interrompe a contagem de tempo do outro, de forma que nunca aconteça dos dois andarem simultaneamente.

São usados em jogos de dois jogadores nos quais os jogadores tenham turnos alternados de movimentação. Sua finalidade é controlar o tempo total gasto por cada jogador em seus movimentos e evitar atrasos indevidos no jogo.

Seu uso se difundiu inicialmente nos torneios de xadrez, mas posteriormente passaram a ser usados também para outros jogos como Scrabble, Shogi, Go e praticamente qualquer outro jogo de tabuleiro competitivo de dois jogadores. Na Figura 2 apresentamos um relógio digital usado em campeonatos oficiais.

2.3.2 As Peças e Pontuações

As peças do Xadrez são: Rei, Dama, Bispo, Cavalo, Torre e Peão. Inicialmente, há 32 peças. A um jogador é designado 16 peças brancas, e ao outro, 16 peças pretas. Na Figura

Figura 3: Relógio (digital) de Xadrez. Fonte: Site da PT. ALIEXPRESS (2016).

4 vemos uma foto das peças brancas (de esquerda a direita): Rei, Dama, Bispo, Cavalo, Torre e Peão. Na Tabela 2 apresentamos as peças de Xadrez, por ordem de pontuação.

Figura 4: Pecas de xadrez Staunton, em-madeira, oficiais.

Tabela 2: Peças e Pontuações.

Quantidade	Nome	Símbolo	Pontuação
1	Rei	♔	0
1	Dama	♕	9
2	Torres	♖	5
2	Bispos	♗	3
2	Cavalos	♘	3
8	Peões	♙	1

2.3.3 Movimento das Peças

- **O Peão:** Move-se, sempre na frente em linha vertical (nunca para trás) uma casa por vez, porém, o primeiro movimento pode ser de duas casas. Eles capturam, sempre na diagonal, qualquer peça que se encontrem na esquerda ou direita dele. O Peão nunca captura para trás.

- **A Torre:** Move-se ou captura nas casas que estão na mesma linha ou coluna (horizontal e vertical), seguindo em um único sentido em cada lance.
- **O Cavalo:** É a única peça que pode saltar sobre as outras (pretas ou brancas). O movimento do Cavalo assemelha-se à letra "L", formada por quatro casas, nas quais ele alterna as cores da casa que vai ocupando, ou seja, se o Cavalo estiver ocupando uma casa de cor clara, ao se movimentar ele ocupa uma casa de cor escura, e assim sucessivamente.
- **O Bispo:** Move-se ou captura sobre as casas diagonais, também seguindo em um único sentido em cada lance. Cada jogador tem dois Bispos um anda pelas casas claras e outro pelas casas escuras.
- **A Dama:** Ou Rainha move-se ou captura tanto como o Bispo ou como a Torre, possibilitando se movimentar, ou capturar em qualquer sentido.
- **O Rei:** Move-se ou captura peças em qualquer direção e sentido, uma casa de cada vez. Os dois reis nunca podem estar juntos em casas vizinhas.

  Existem duas situações onde o Rei está ameaçado, a saber:

  ⋆ ***Xeque:*** É a ameaça imediata de captura do rei. Nesse caso, não existe outro movimento, a não ser a de proteger o rei.

  ⋆ ***Xeque-mate:*** É a finalização do jogo de xadrez, isto é, não existe nenhum movimento válido que possa efetuar o Rei ameaçado.

2.3.4 En passant

O "en passant"(de passagem) foi criado quando permitiu o Peão avançar duas casas em sua posição inicial. Antigamente, ele só se movimentava uma casa por vez. Esse movimento é realizado quando um Peão em sua casa inicial anda duas casas e fica ao lado de um Peão adversário. Este então pode capturá-lo como se houvesse simplesmente movimentado uma casa. Podemos observar na Figura 5 esses passos: (a) Posição inicial. (b) Movimento das brancas (duas casas) (c) Movimento das pretas (o peão preto captura o peão adversário como se ele estive na posição normal).

A seguir analisamos o movimento denominado Roque.

2.3.5 O Roque

No roque são dois movimentos em único lance. Este movimento é realizado com uma das Torres e o Rei. O Rei anda duas casas em direção a Torre e a Torre pula o Rei e ocupa a casa ao lado do rei. Existem dois tipos de roque, o grande e o pequeno. A Figura 6(a)

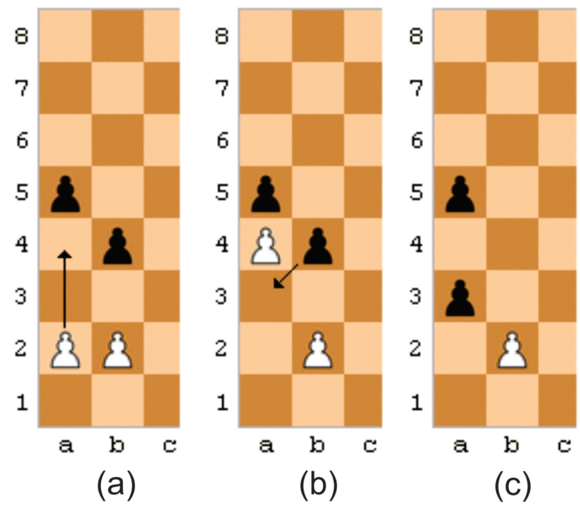


Figura 5: En Passant: (a) Posição inicial. (b) Movimento das brancas. (c) Movimento das pretas. Fonte: WIKIPEDIA, 2016.

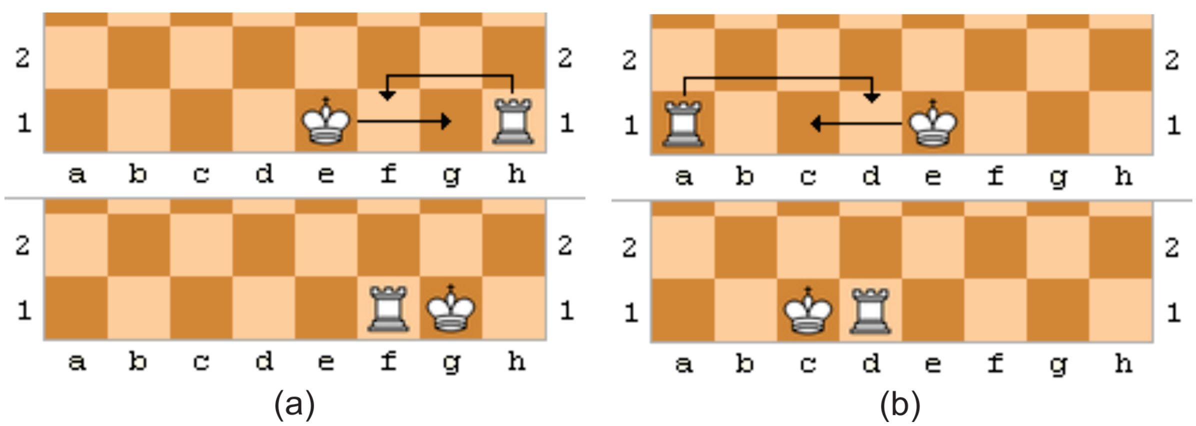


Figura 6: Roque: (a) Pequeno (ou curto) (b) Grande (ou longo). WIKIPEDIA, 2016.

mostra as peças brancas realizando o roque pequeno, e a Figura 6(b), o roque grande. Para a realização do roque é importante observar que só é possível executá-lo quanto o Rei e a Torre, do lado escolhido para realizar o roque, ainda não foram movimentados, não haver peças entre o Rei e a Torre a qual será realizado o roque. O Rei não pode estar em xeque e por fim, as casas em que o Rei passar não estarem ameaçadas.

Analisaremos a seguir a notação algébrica do xadrez definida pela Federação Internacional de Xadrez-FIDE.

2.4 Notação Algébrica do Jogo de Xadrez

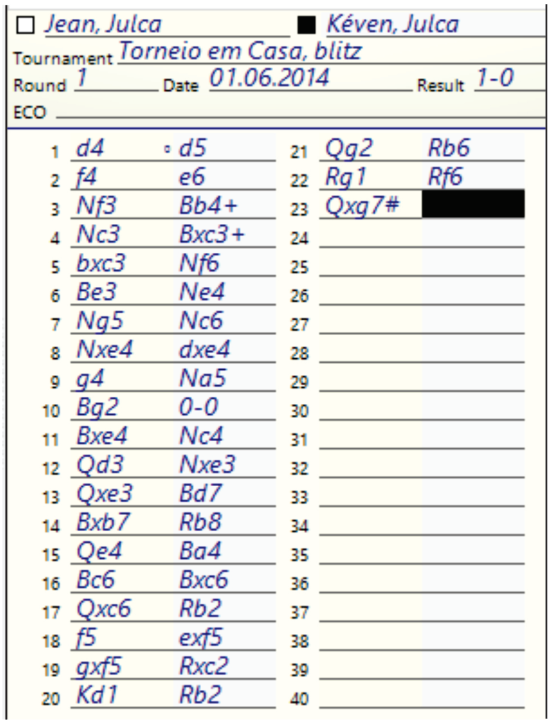
Atualmente existe a Federação Mundial de Xadrez, a FIDE - “World Chess Federation”, cujo site é “www.fide.com”que estimula o xadrez competitivo entre jogadores representantes das diferentes confederações dos países do mundo. No Brasil, temos a CBX - Confederação Brasileira de Xadrez.

O jogo de Xadrez também permite um ambiente de estudo profundo, através das anotações das partidas. A mais usual é o sistema de notação algébrico definido pela Federação Internacional de Xadrez-FIDE, responsável pela organização do Xadrez e dos campeonatos internacionais em níveis continentais, que consiste em denominar as casas do tabuleiro pelo encontro de uma fila com uma coluna. As colunas recebem letras de "a" até "h" e as filas são numeradas de 1 a 8, como podemos perceber na Figura 7.

8	a8	b8	c8	d8	e8	f8	g8	h8
7	a7	b7	c7	d7	e7	f7	g7	h7
6	a6	b6	c6	d6	e6	f6	g6	h6
5	a5	b5	c5	d5	e5	f5	g5	h5
4	a4	b4	c4	d4	e4	f4	g4	h4
3	a3	b3	c3	d3	e3	f3	g3	h3
2	a2	b2	c2	d2	e2	f2	g2	h2
1	a1	b1	c1	d1	e1	f1	g1	h1
	a	b	c	d	e	f	g	h

Figura 7: Tabuleiro de Xadrez com a denominação de suas casas.

Para anotar um lance, que descreve o movimento da peça sobre o tabuleiro, utiliza-se uma ficha. Esta ficha tem duas colunas, sendo a da esquerda o lance das peças brancas e da direita o lance das peças pretas; ou linear, em que a primeira anotação é o lance das peças brancas e logo em seguida das pretas. Tal procedimento é devidamente numerado. Na Figura 8 temos uma ficha de notação algébrica, em inglês, de uma partida de xadrez. Percebe-se que as peças são representadas pela letra inicial em maiúsculo, como no terceiro lance das peças brancas onde o Cavalo (N) se move para casa $f3$, que foi representado por $Nf3$. Nos Peões não colocamos a letra maiúscula inicial. Neste caso só utilizamos a casa para onde ele se moveu, como exemplo, o primeiro lance das peças brancas $d4$, isto é, o Peão em frente do Dama move-se para a casa $d4$. Também são utilizados na anotação alguns símbolos, como podemos perceber no lance 4 as pretas capturam com o Bispo a peça que se encontra na casa $c3$ deixando às brancas em Xeque (+), ou seja, $B \times C3+$. Também, o movimento no último lance, $Q \times g7\#$ significa que as brancas capturaram a peça $g7$ com a Dama (Q), desse modo, as pretas tomam Xeque-mate (#) das brancas. Brancas ganham.



☐ Jean, Julca ■ Kéven, Julca

Tournament Torneio em Casa, blitz

Round 1 Date 01.06.2014 Result 1-0

ECO

1	d4	d5	21	Qg2	Rb6
2	f4	e6	22	Rg1	Rf6
3	Nf3	Bb4+	23	Qxg7#	
4	Nc3	Bxc3+	24		
5	bxc3	Nf6	25		
6	Be3	Ne4	26		
7	Ng5	Nc6	27		
8	Nxe4	dxe4	28		
9	g4	Na5	29		
10	Bg2	0-0	30		
11	Bxe4	Nc4	31		
12	Qd3	Nxe3	32		
13	Qxe3	Bd7	33		
14	Bxb7	Rb8	34		
15	Qe4	Ba4	35		
16	Bc6	Bxc6	36		
17	Qxc6	Rb2	37		
18	f5	exf5	38		
19	gxf5	Rxc2	39		
20	Kd1	Rb2	40		

Figura 8: Ficha de notação algébrica de um jogo de Xadrez. Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=tINdN8qkSYY

2.5 Fases de uma Partida de Xadrez

Uma partida de Xadrez é caracterizada por três fases: a abertura, o meio-jogo e finais, que acontecem uma após a outra, sem saber exatamente, quando o meio-jogo e as finais iniciam-se. Descreveremos de forma rápida essas três fases. Maiores informações podem ser encontradas em (www.tabuleirodexadrez.com.br/fases-da-partida-de-xadrez.html):

- **Abertura:** Consiste, principalmente, no desenvolvimento das peças. Existem sequências de movimentos pré-determinados. Nas brancas chamam-se: "Aberturas"e nas pretas chamam-se:"Defesas". Como isso, muitos enxadristas têm a possibilidade de estudos sobre partidas ou defesas já realizadas e que seguem um padrão, como por exemplo podemos citar a *Defesa Siciliana* que é muita utilizada por grandes mestres, como por exemplo, o Grande Mestre (GM) Garry Kasparov, que possui o padrão: 1. $e5$ $c5$. Tais aberturas e defesas possuem livros dedicados exclusivamente para cada tipo, os quais trazem as possíveis variantes que possuem as melhores jogadas, como também vantagem posicional ou tática.

- **Meio-jogo:** Nessa fase a peças já foram desenvolvidas, e ainda, existem grande quantidade de peças no tabuleiro. É nesta fase onde se aplicam a criatividade, a inteligência, as táticas e as estratégias de cada jogador.

- **Finais:** Nesta fase observa-se pouco material no tabuleiro, já aconteceram muitas trocas e só restam alguns peões, um bispo e/ou um cavalo e/ou uma torre. Nesta fase um peão passado é fundamental para a vitória.

Agora descreveremos os títulos do xadrez e suas classificações.

2.6 Títulos do Xadrez

Segundo a Federação Internacional de Xadrez - FIDE, responsável pela organização do Xadrez e dos campeonatos internacionais em níveis continentais, os títulos do xadrez são dados para jogadores masculinos e femininos.

Masculino

- Candidato a Mestre - CM. É o enxadrista que tem maior ou igual a 2200 pontos.
- Mestre FIDE - MF. É o enxadrista que tem maior ou igual a 2300 pontos.
- Mestre Internacional - MI. É o enxadrista que tem maior ou igual a 2400 pontos.
- Grande Mestre - GM. É o enxadrista que tem maior ou igual a 2500 pontos.

Feminino

- Candidata a Mestra - WCM. É a enxadrista que tem maior ou igual a 2200 pontos.
- Mestra FIDE - WMF. É a enxadrista que tem maior ou igual a 2300 pontos.
- Mestra Internacional - WMI. É a enxadrista que tem maior ou igual a 2400 pontos.
- Grande Mestra - WGM. É a enxadrista que tem maior ou igual a 2500 pontos.

2.7 O Xadrez Competitivo

A competição possui dois lados distintos, o vencedor e o perdedor, e no Xadrez não é diferente. O xadrez competitivo é direcionado para jogadores que sabem jogar xadrez e desejam participar nos diferentes torneios de xadrez nacionais e internacionais promovidos pela CBX e a FIDE. No xadrez competitivo estuda-se detalhadamente os temas: aberturas, defesas, estratégias e posições. Todos estes fazem parte do desenvolvimento do jogador.

Existe os "ratings"dos jogadores absolutos afiliados à FIDE, essa relação, é mostrada na Tabela 3, e corresponde ao mês de junho de 2016.

Existe os "ratings"das jogadoras femininos afiliados à FIDE, essa relação, é mostrada na Tabela 4, e corresponde ao mês de junho de 2016.

Na Tabela 5 apresentamos uma relação dos grandes mestres brasileiros.

A seguir explicaremos acerca do Xadrez Pedagógico.

Tabela 3: Rating Absoluto: Posição e Pontuação dos 05 primeiros Grandes Mestres, a nível internacional.

Posição	**Nomes**	**Título**	**Pais**	**Pontuação**	**Ano/Nasc.**
1	Carlsen, Magnus	gm	NOR	2855	1990
2	Kramnik, Vladimir	gm	RUS	2812	1975
3	Caruana, Fabiano	gm	USA	2804	1992
4	Aronian, Levon	gm	ARM	2792	1982
5	Vachier-Lagrave, Maxime	gm	FRA	2789	1990

Tabela 4: Rating Feminino: Posição e Pontuação dos 05 primeiros Grandes Mestres, a nível internacional.

Posição	**Nomes**	**Título**	**Pais**	**Pontuação**	**Ano/Nasc.**
1	Hou, Yifan	wgm	CHN	2663	1994
2	Koneru, Humpy	wgm	IND	2575	1987
3	Ju, Wenjun	wgm	CHN	2559	1991
4	Kosteniuk, Alexandra	wgm	RUS	2556	1984
5	Muzychuk, Anna	wgm	UKR	2551	1990

Tabela 5: Os Grandes Mestres Brasileiros do Xadrez.

nº	**Nomes**	**Estado**	**Obtenção GM**
1	Rafael Leitao	MA	1998
2	Giovanni Vescovi	RS	1998
3	Henrique Mecking	RS	1977
4	Gilberto Milos	RJ	1988
5	Alexandr Fier	SC	2006
6	Krikor Sevag Mekhitarian	SP	2010
7	Darcy Lima	RJ	1997
8	Felipe de Cresce El Debs	SP	2010
9	André Diamant	CE	2009
10	Jaime Sunye	PR	1986
11	Everaldo Matsuura	PR	2010
12	Evandro Barbosa	MG	2016

2.8 O Xadrez Pedagógico

O Xadrez pode ser introduzido na escola como uma disciplina, uma atividade para preencher as aulas vagas ou na forma de um clube, possibilitando aos alunos associar alguns conteúdos matemáticos com o jogo, por exemplo, Duarte e Freitas (2007) apontam a localização de pontos cartesianos que se assemelha com a anotação de uma partida de Xadrez ($1.\,e4\ e5\ 2.\,Cf3\ Cc6$...). Dessa forma pode se traçar uma possibilidade em aproximar o ensino da Matemática através dos jogos, que de acordo com Moura (2001), o jogo na Educação Matemática passa a ter caráter de ensino quando considerado promotor de aprendizagem. Para Kishimoto (2002), a denominação geral de jogo educativo é qualquer jogo empregado na escola, desde que respeite a natureza do ato lúdico e apresente caráter educativo. Ferrarezi (2005) relata que a natureza do jogo é representada como uma atividade lúdica que desenvolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, envolvendo competição e desafio, que motivam o jogador a conhecer seus limites, adquirindo confiança e coragem para arriscar a busca de vitória. A utilização do jogo educativo requer um planejamento, exigindo que seja programada sua atividade para que se permita a aprendizagem de conceitos matemáticos e culturais. Emerique (1999, p. 195) ressalta alguns pontos importantes da utilização dos jogos:

> O jogo é uma situação privilegiada afetiva, social e cognitiva; não pode ser imposto nem dele se exigir resultados; no entanto, é ordem e cria ordem, pois rompe com a rigidez, com o autoritarismo, o controle e o mando, democratizando as relações; não se confunde com fetiches metodológicos, fórmulas mágicas ou modismos; exige uma postura consistente e uma abertura para o risco, a ambivalência e o incerto; ao mesmo tempo, pode tornar reais o prazer da descoberta, o encantamento que seduz, a entrega ao novo.

A introdução de jogos no ensino é também motivada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) que sugere "Nos jogos de estratégia parte-se da realização de exemplos práticos que levam ao desenvolvimento de habilidades específicas para a resolução de problemas e os modos típicos do pensamento matemático"(BRASIL, 1998 p.47). Sendo assim, um canal de referência para diversos professores no país para a utilização dos jogos no desenvolvimento do pensamento matemático. Tais atividades com jogos devem oferecer ao aluno, segundo os PCN, a possibilidade de busca e elaboração de estratégias na resolução de problemas, além de apresentar atrativo e proporcionar simulações de situações problemas, que requer organização de procedimento de soluções:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações (BRASIL, 1998, p. 47).

A utilização dos jogos requer cuidados para que eles não percam sua natureza de ludicidade e nem de interferirem no processo de ensino e aprendizagem desenvolvido na sala de aula, algo de clareza para o professor que deseja usá-los. Pois, deve-se considerar que o jogo, a primórdio, tem a função de proporcionar lazer e foi constituído anterior à própria cultura. Tirar essa capacidade de ludicidade pode retirar sua essência.

3 Aplicações da Matemática

Sabemos que a matemática se aplica em problemas que resultam das ciências e das engenharias. Da mesma forma a matemática se aplica, também, no xadrez, considerado como

jogo ou como uma ciência.
A seguir, veremos algumas aplicações da matemática no xadrez.

3.1 Aplicação: Progressão Geométrica

Problema 3.1 (O desenho do tabuleiro de xadrez)

A experiência de desenhar o tabuleiro, no caderno, aponta para a possibilidade de explorar essa construção em duas formas: a mão livre ou com uma régua. Sendo que nos dois casos, nas duas experiências, os alunos possuem a informação de que o tabuleiro é quadrado com 64 casas.
O desenho a mão implica na escolha de uma medida qualquer e o desafio de descobrir o melhor procedimento para a construção do tabuleiro. Essa escolha caracteriza-se como tomada de decisão.
A solução em relação à construção do tabuleiro pelos alunos está em descobrir e dividir os lados do quadrado pela metade, por meio de duas retas perpendiculares e o quadruplicar o número de quadrados. Esta regra repetida várias vezes, em cada quadrado já desenhado, apresenta uma progressão geométrica $a_n = a_1 r^{n-1}$, onde $a_1 = 2^0, a_2 = 2^2, a_3 = 2^4, a_4 = 2^6$,... com razão $r = 4$, e o jogo estético ajuda a construir o tabuleiro, como mostra a Figura 9. Note que para $n = 4$ obtemos o tabuleiro de xadrez de $a_4 = 2^6 = 8 \times 8$ casas.

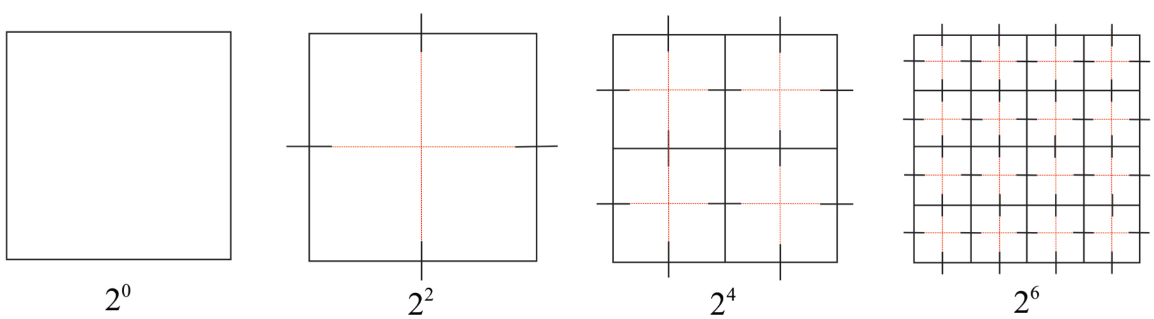


Figura 9: Desenho do tabuleiro xadrez em uma progressão geométrica de razão 4.

Além dessa solução, a construção do tabuleiro pode se dar de outras maneiras, como por exemplo, desenhar uma casa por vez, desenhar coluna por coluna ou linha por linha, ou desenhar uma coluna e uma linha como uma malha quadriculada até alcançar 64 casas.

3.2 Aplicação: Raciocínio Lógico

Problema 3.2 (Dois cavalos)

Como já foi dito o movimento do cavalo, no tabuleiro de xadrez, consiste em se deslocar duas casas na horizontal e uma na vertical, ou duas casas na vertical e uma na horizontal. Seguindo as informações em [18], este problema consiste em descobrir se os cavalos na posição inicial, conforme Figura 10(a), consegue ocupar a posição dada na Figura 10(b), respeitando de que em cada casa só há única peça. Para resolver este problema conside-

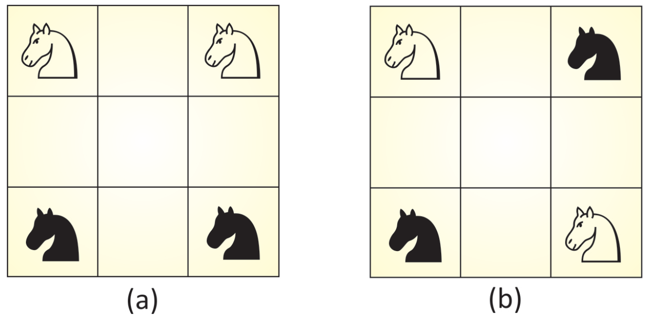


Figura 10: (a) Posição inicial dos cavalos. (b) Posição desejada dos cavalos

raremos um quadrado com 9 quadradinhos enumerados como mostra a Figura 11. Note que as únicas casas que o cavalo branco, estando na posição 1, pode ir é a 6 ou a 8. Então, podemo dizer que existe uma ligação do ponto 1 com os pontos 6 e 8. Assim, o cavalo estando na posição 8 existe uma ligação formada pelos pontos 1, 8 e 3, e assim sucessivamente. Veja na Figura 12 a ligação de cada um dos pontos. Desse modo, se colocarmos

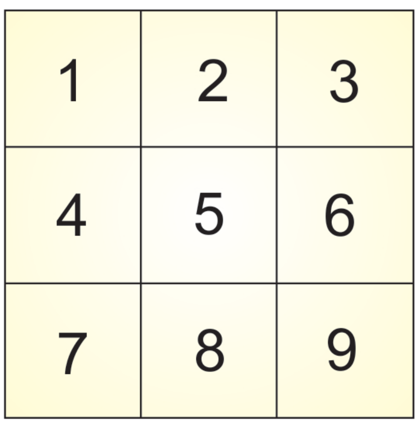


Figura 11: Quadrado com 9 quadradinhos enumerados.

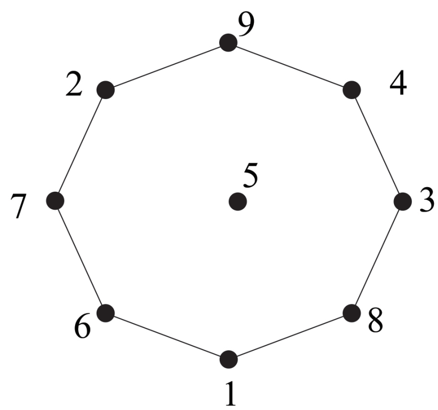


Figura 12: Ligações de cada ponto da posições do cavalo.

os cavalos na posição inicial, como mostra a Figura 10(a), teremos a "posição"como mostra a Figura 13, isto é, não é possível acontecer troca de posições entre cavalos de cores diferentes. Portanto, a posição final dos cavalos, Figura 10(b), não é possível.

Problema 3.3 (Movimento do cavalo)

Segundo MARTINEZ-ARTERO e CHECA (2015, p. 19) um problema que tem fascinado matemáticos e não-matemáticos, é a construção de quadrados mágicos de ordem n. E um problema que tem confundido as mentes do enxadristas é o problema do movimento do cavalo

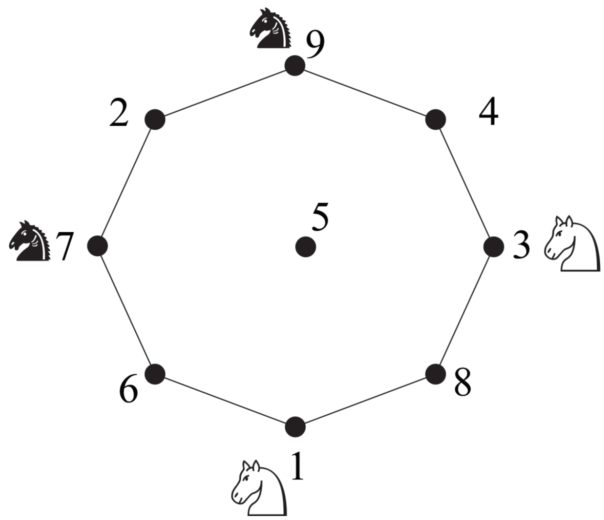


Figura 13: Movimentos dos cavalos.

O Problema do Cavalo: Consiste em andar com o cavalo todos os quadrados do tabuleiro de Xadrez sem passar duas vezes pela mesma casa.

Euler (1707-1783) conseguiu dar uma solução simultânea para ambos os problemas num tabuleiro de 8×8. No caso do quadrado mágico de ordem 8, encontrou que cada linha e cada coluna soma 260, porém a digonal soma 282. Também, esses mesmos números preenchidos (em ordem crescente de 1 até 64) na “prancha mágica”de ordem 8 descreve a trajetória do problema do cavalo, conforme se mostra na Figura 14.

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

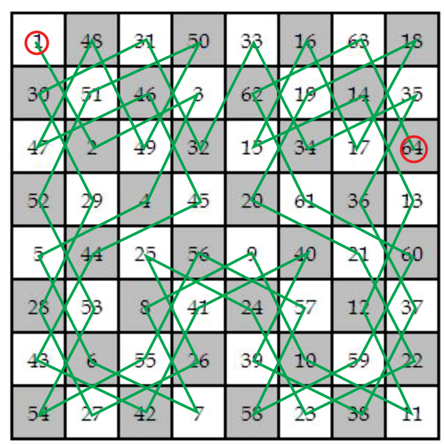


Figura 14: O problema do quadrado mágico e o problema do cavalo. Fonte: Blog de John D. Cook (www.johndcook.com/blog/2011/04/06/a-knights-magic-square).

Existem dois tipos de caminhos que o cavalo pode percorrer: O fechado e o aberto. No fechado, após o último movimento, o cavalo, poderia ocupar a casa inicial, já no aberto após o último movimento, o cavalo, não pode ocupar a casa inicial. Por exemplo, o caso anterior, é um caminho aberto. Em geral, existem diversos caminhos que o cavalo pode percorrer. Mas especificamente, 26.534.728.821.064 caminhos fechados.

Para garantir a existência de caminhos fechados que percorre o cavalo, enunciamos o seguinte teorema de existência.

Teorema 3.1 *Em um tabuleiro de xadrez $m \times n$ com $m \leq n$ existem caminhos fechados do problema do cavalo se, ao menos um, ou mais, das três condições são satisfeitas:*

(a) m e n são ambos ímpares;

(b) $m = 1$, 2 ou 4

(c) $m = 3$ e $n = 4$, 6, ou 8.

Prova. A prova deste teorema pode ser encontrada em [22].

Em seu artigo [22], Schwenk, caracteriza os tabuleiros que admitem tais passeios e determina um método para encontrá-los. Vale dizer que, se certo tabuleiro admite passeio fechado, então o mesmo tabuleiro admite passeio aberto a partir de todas as possíveis casas iniciais, de forma que o resultado de Schwenk pode ser aplicado nesses casos. Entretanto, para a grande quantidade de tabuleiros que não o admitem, não se sabe determinar de forma exata se é possível ao cavalo descrever um passeio aberto a partir de uma casa inicial dada. Exemplo: De acordo com a condição (c) do Teorema 3.1 de Schwenk, num tabuleiro 3×6 o cavalo pode visitar cada casa exatamente uma vez, e concluir retornando à sua casa inicial de acordo com a Figura 15.

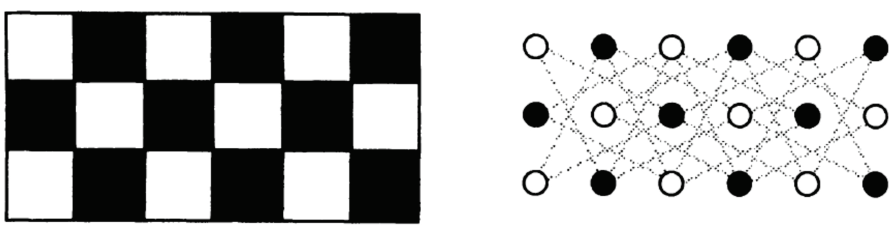


Figura 15: Passeio do cavalo em um tabuleiro 3×6. Fonte: [22].

Problema 3.4 (Movimento do Bispo e do Rei)

◇ *Movimento do Bispo*

Segundo MARTINEZ-ARTERO e CHECA (2015, p. 19) para conduzir o Bispo em um tabuleiro de xadrez 8×8, desde a casa $a1$, fazendo-o percorrer o máximo número de casas, da mesma cor e sem auto-interseções, precisa-se de 25 movimentos e 29 casas, faltando somente as casas da mesma cor: $c1$, $d8$ e $h8$, veja Figura 16(a).

Agora, para conduzir o Bispo fazendo-o percorrer todas as casas de mesma cor do tabuleiro, deve-se desconsiderar-se a palavra “sem auto-interseções”do exemplo anterior. Nesse caso, tem-se então 17 movimentos e as 32 casas percorridas, como mostra a Figura 16(b).

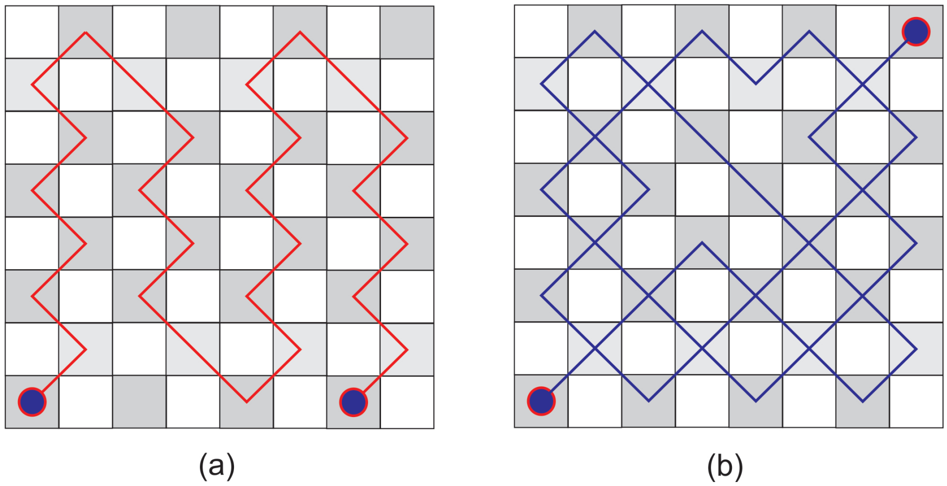


Figura 16: Movimento do Bispo: (a) Sem auto-interseções. (b) Com auto-interseções.

◇ *Movimento do Rei*

Fazendo o Rei negro sair da casa $d8$ seguindo a trajetória até $e8$, conforme mostra a Figura 17(a) observamos que as casas que percorre formam um quadrado mágico de constante 260, veja Figura 17(b).

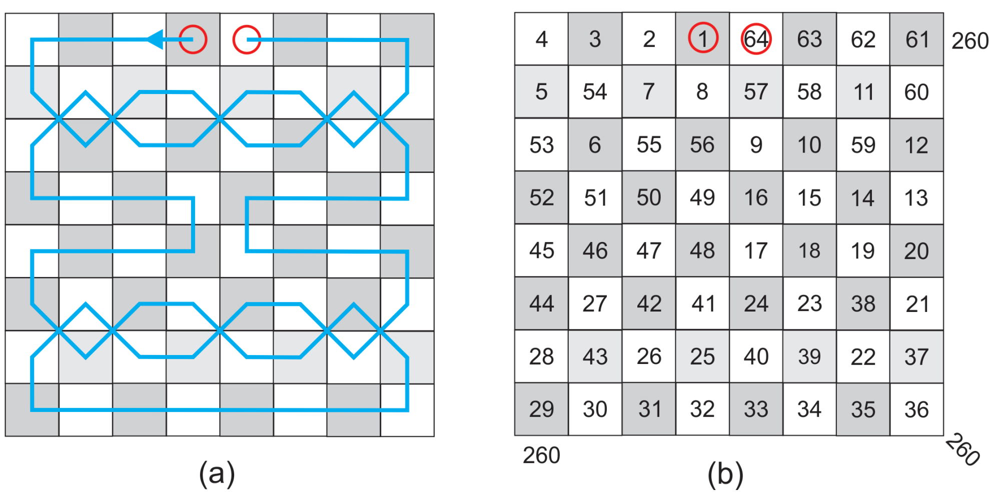


Figura 17: Movimento do Rei: (a) Trajetória. (b) Quadrado Mágico de constante 260.

3.3 Simetria e Rotação

Problema 3.5 (Movimento das oito damas)

O problema das oito damas consiste em dispormos 8 damas em um tabuleiro de xadrez em que nenhuma delas pode ser atacada pela outra, isto é, cada dama deve estar em uma diagonal, linha ou coluna onde a outra não esteja. Esse problema possui 92 soluções. Das quais 12 (veja Figura 18) são as soluções fundamentais, pois, a partir destas podem ser obtidas as soluções restantes, através de rotações (em sentido anti-horário) do tabuleiro, ou movimentos simétricos das peças, em relação ao centro do tabuleiro.

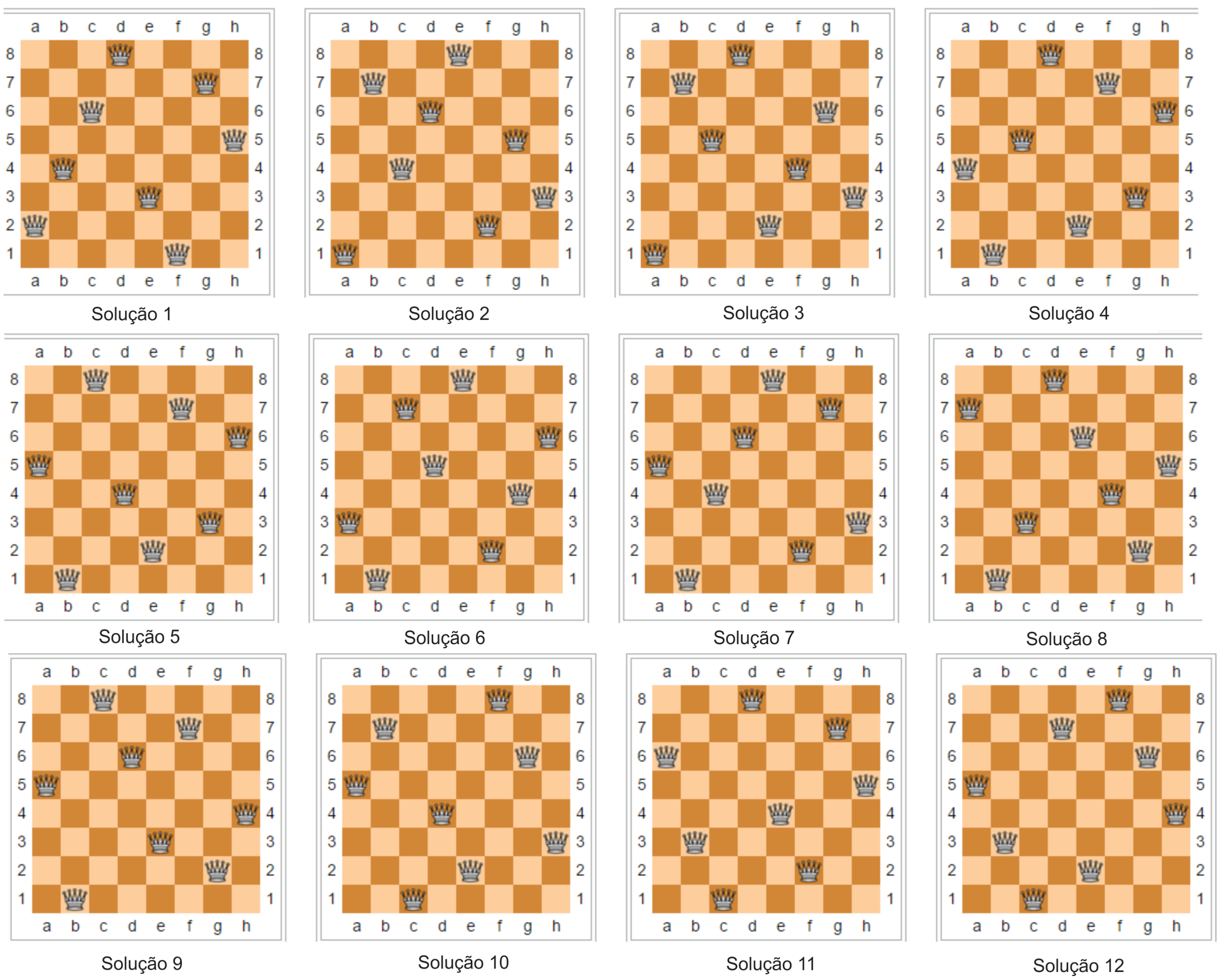


Figura 18: As 12 soluções fundamentais do problema das oito damas.

A solução 12 pode denotar-se por $S_{12} = (53172864)$, onde os números representam as casas $a5$, $b3$, $c1$, $d7$, $e2$, $f8$, $g6$, $h4$ em que as damas estão colocadas. A partir da solução S_{12} é possível girar, no sentido anti-horário, 3 movimentos: rotação de 90º, 180º e 270º e, portanto ter três novas soluções: $S_{12,1} = (64718253)$, $S_{12,2} = (53172864)$ e $S_{12,3} = (64718253)$, respectivamente, veja Figura 19. Note que em total há 4 soluções. Poderia, obter-se mais soluções com relação à simetria das peças, porém S_{12} apresenta simetria com o centro do Tabuleiro.

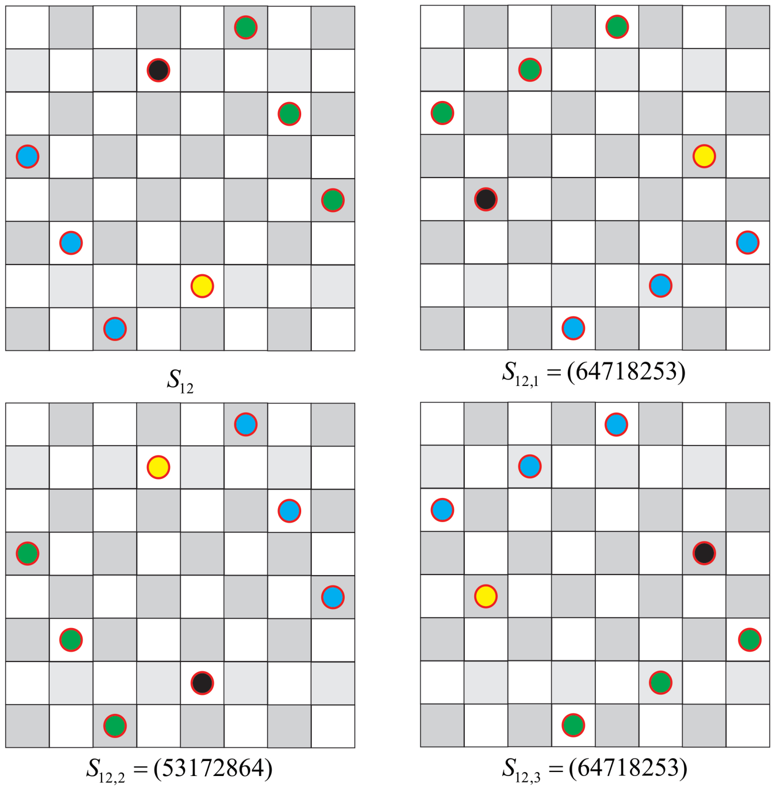


Figura 19: As 12 soluções fundamentais do problema das oito damas.

Cada uma das soluções $S_1, ..., S_{11}$ apresentam 3 rotações, então há $44 = (1 + 3) \times 11$ soluções, isto é, $\{S_i, S_{i,1}, S_{i,2}, S_{i,3}\}_{i=1}^{11}$. Como cada uma destas soluções apresentam simetria, então temos mais $44 = 4 \times 11$ soluções.

Portanto, o número de soluções do problema das 8 damas é $92 = 4 + 44 + 44$.

3.4 Sugestões de Conteúdos que podem ser Explorados no Jogo de Xadrez

Segue uma série de temas que podem ser abordados pelos alunos de Ensino Básico.

- **Frações**

  Exemplo: Podemos usar o tabuleiro para ensinar o conceito de fração; inicialmente os alunos devem analisar as casas do tabuleiro, considerando o tabuleiro como um todo, uma unidade, e as casas do tabuleiro ou certa quantidade de casas como uma parte (fração) do tabuleiro todo. O mesmo acontecerá com as peças, 32 peças será o total e uma peça ou uma parcela de peças representará uma parte (fração) em relação ao conjunto total de peças. Podem ser propostas diversos questionamentos como: Se é 64 casas, 32 são brancas, dividido tudo por 2 vai chegar em 2, quer dizer que de cada 2 casas do tabuleiro, 1 é branca? Ou qual é a fração que representa o número de peões brancos em relação a todas as peças brancas e pretas?

- **Noção de simetria.** (Posicionamento das peças para iniciar uma partida)

  Exemplo: Podemos escolher algumas aberturas do xadrez consideradas simétricas, aquelas em que o segundo jogador realiza lances simétricos aos realizados pelo primeiro jogador, de modo a formação das peças no tabuleiro representa uma figura simétrica; e pedir aos alunos que observem diversos objetos como livros, tabuleiros, mesas, desenhos, quadros, entre outros, para obedecendo ao mesmo processo das aberturas, classifica-los em relação à simetria. Esta atividade auxiliará na apresentação de noções de simetria, quando podemos ao final, questionar: O que é simetria?

- **Equivalência**

  Exemplo: Informados dos valores e movimentos de cada peça, e que os valores são relativos porque mudam de posição conforme a partida, podemos ao ensinar a relação lucro-prejuízo, montar diversas jogadas de xadrez e questionar os alunos a encontrar o melhor lance e a melhor sequência de jogadas para a posição dada. A atividade consiste em cada tabuleiro, determinar qual o lado que possui vantagem material conforme a tabela de valores relativos e encontrar o melhor lance para cada lado determinando uma sequência de jogadas a partir do lance indicado.

- **Razão, proporção, grandezas diretamente e inversamente proporcionais**

  Exemplo: Na exploração do tabuleiro, o que acontece com o perímetro do quadrado à medida que seu lado dobra, triplica e assim por diante; ou fixando a área de um retângulo o que ocorre com a sua base sabendo que sua altura está dobrando, triplicando e assim por diante.

- **Potenciação**

  Exemplo: No número de quadrados existentes no tabuleiro, podemos analisar da seguinte forma: $1^1 + 2^2 + 3^2 + ... + 8^2$. Para um nível mais avançado a seguinte fórmula dá o número de quadrados que é possível formar em um tabuleiro de n casas laterais $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

- **Produtos notáveis**

  Exemplo: Fazer o cálculo da área de quadrados ou retângulos explorados no tabuleiro.

- **Noção de horizontal, vertical e diagonal**

  Exemplo: Podemos ensinar noções de horizontal, vertical e diagonal, explorando o movimento das peças do xadrez, como a dama, a torre ou o bispo.

- **Polígonos:** Área e Perímetro (triângulos, quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos, trapézios)

  Exemplo: Confeccionar tabuleiros de xadrez em equipes utilizando cartolinas com medidas diferentes para cada equipe. Calcular a área e o perímetro através do tabuleiro construído. Assim, a partir de exemplos dos próprios tabuleiros, distinguir área e perímetro, entendendo que o perímetro é a soma dos lados da figura e que a área é a quantidade contida dentro na figura. Para aprender o conceito de medidas de superfície podemos utilizar as casas do tabuleiro como unidade fundamental de medida, o que levará o aluno a concluir que área é a quantidade de quadradinhos que cabem dentro da figura, assim é só contar os quadrinhos.

- **Plano Cartesiano**

  Exemplo: Após a compreensão e prática da anotação algébrica do xadrez, podemos realizar uma correspondência entre o tabuleiro de xadrez dotado do sistema algébrico com o plano cartesiano em coordenadas x e y. Comparando os eixos x e y com as colunas e as fileiras, cada casa do tabuleiro será correspondida com um ponto do plano cartesiano. Por exemplo, a casa $c3$ representa o ponto $(3,3)$ no plano cartesiano, a casa $f7$ o ponto $(6,7)$, etc.

- **Função Exponencial**

  Exemplo: Apresentar a lenda sobre a origem do Xadrez e desafiar a sala a realizar o cálculo até a sexagésima quarta casa do tabuleiro. Checar a velocidade dos alunos no cálculo (pelo menos até a vigésima casa) pode servir como estratégia para retomar o conceito de potenciação como instrumento para a representação de números gigantes. Podemos explorar a regra matemática contida na lenda do xadrez para introduzir o conceito de função exponencial a partir da potenciação, utilizando-a como ferramenta de cálculo para os outros problemas. O número 18 446 744 073 709 551 615, como resultado do problema contido na lenda, deve ser apresentado e sugerido para que os alunos leiam em voz alta. No livro de Perelman, é feito um cálculo considerando que um metro cúbico de trigo contém cerca de 15 milhões de grãos. Com isso, a recompensa do inventor do jogo ocuparia um espaço de 12 000 Km^3. Se o celeiro tivesse 4 metros de altura por 10 metros de largura, o comprimento deveria ser de 300.000.000 Km, o dobro da distância que separa a Terra do Sol. Pedir aos alunos para organizar os dados do problema criado pela lenda a partir de uma tabela com duas colunas, sendo uma para o número da casa do tabuleiro e uma outra para a quantidade respectiva de trigo que deverá ser escrita em forma de potenciação; depois identificar na leitura da tabela as variáveis do problema. Identificar também a variável dependente e a independente na relação construída pela regra matemática contida na lenda. Discutir a condição que conduz a regra matemática da lenda ao conceito de função. Representar cada variável por uma letra e generalizar a regra para tabuleiros com qualquer quantidade de casas, induzindo a construção da equação $N = 2x$ sendo N a quantidade de grão em cada casa e x o número que indica a posição da casa. Por fim, construir um gráfico de N em função de x.

- **Progressões**

  Exemplo: Na contextualização das lendas do Xadrez.

- **Análise Combinatória**

  Exemplo: Para ensinar análise combinatória, podemos propor diversos questionamentos durante as partidas como: Qual é o número possível de movimentos distintos que podem ser realizados no primeiro lance de uma partida de Xadrez? E para o segundo lance?

- **Inserir e localizar pontos sobre o plano cartesiano (par ordenado)**

  Exemplo: Na explicação de que cada casa do tabuleiro está codificada por uma letra e um número. Por exemplo, a casa $c5$, é o encontro da coluna (vertical) c e a fila (horizontal) 5.

Assim, estes temas designam alguns problemas que podem ser abordados no Ensino Básico.

Considerações Finais

O uso de jogos na Educação se apresenta em dois contextos, o lúdico e o pedagógico, formando dois ambientes distintos, dentro da sala de aula e fora dela. Esses ambientes possibilitam a contribuição da aprendizagem dos educandos referente aos aspectos que privilegiam situações na formação de uma personalidade saudável, criativa, reflexiva e participativa.

Ao jogar é proporcionado um momento de lazer (ludicidade), podendo contribuir no ensino e no desenvolvimento humano, pois possibilita um melhoramento cognitivo, social e afetivo. Assim, quando pretendemos utilizar o jogo no ambiente escolar, ele deve ter um caráter educativo, permitindo a livre exploração de conteúdos gerais em salas de aula com a interação entre professor e aluno, como apontado por Machado (1995), Grando (2000), Kishimoto (2002) e Moura (1992). Sendo assim, a utilização dos jogos requer cuidados para que eles não percam sua natureza de ludicidade e nem interfira no processo de ensino e aprendizagem desenvolvido na sala de aula. Deve-se considerar que o jogo, a primórdio, tem a função de proporcionar lazer, o descaso com relação a este aspecto, da capacidade de ludicidade, pode retirar sua essência.

O jogo de Xadrez apresenta várias aplicações, possibilitando o desenvolvimento cognitivo, entre outros, chamando atenção de diversos pesquisadores e educadores como aponta Sá (1998) e Silva (2000). Entre os estudos discutidos, a maioria visa à importância de que o jogo de Xadrez traz à vida escolar das crianças, na tentativa de tornar essa modalidade um auxílio na implementação da qualidade educacional, como apontam Christofoletti (2005), Sá (1998) e Neto (2003).

Agradecimentos

Um trabalho como esse sempre demanda uma dedicação maior que aquela que pretendemos ou acreditamos ser necessária. Tendo em vista que não só a mim, mas a muitos outros foi necessário abrir mão de algum conforto, venho agora registrar meu mais sincero agradecimento por sua colaboração.

Primeiramente ao meu orientador Prof. Dr. Jorge Andrés Julca Avila, que me encorajou a buscar o conhecimento e me trouxe de volta à realidade quando me desapeguei do objetivo.

Aos meus colegas de curso pelos dois anos de companheirismo e incentivo mútuo nos estudos, especialmente Jussara, Alessandra e Helvécio, companheiros de carona que se tornaram verdadeiros amigos.

Aos professores e funcionários da Universidade Federal de São João Del-Rei - UFSJ que se dedicaram nessa minha passagem pela instituição e, também, aos membros da SBM que propuseram e possibilitaram a realização do PROFMAT.

Ao Prof. Sidney Pinheiro Duarte pela ajuda na parte da digitação no Latex.

Ao final, agradeço àqueles que mais contribuíram, meus familiares que abdicaram de muitos momentos comigo e permitiram que eu pudesse devotar tantas horas que subtraí do convívio com eles.

Por último, a Deus, que iluminando e protegendo meu caminho, também me agraciou com a capacidade de trilhá-lo

Referências

[1] BRASIL. *Ministério Educação e Desporto. Parâmetros curriculares nacionais 5ª e 8ª séries - Matemática para o Ensino Fundamental*. Brasília, 1998.

[2] BURGESS, Graham. *The Mammoth Book of Chess*. Chess (2nd ed.), Carroll & Graf, ISBN 978-0-7867-0725-6, 2000.

[3] CENTRO DE EXELENCIA DE XADREZ. Disponível em http://www.cex.org.br. Acesso em: 05 de fev. 2016.

[4] CHIAVENATO, I. Introdução à Teoria da Administração. 5 ed. São Paulo: Makron Books, 1997. 664 p.

[5] CHRISTOFOLETTI, D. F. A. O xadrez nos contextos do lazer, da escola e profissional: aspectos psicológicos e didáticos. Motriz, Rio Claro, v.13, n.2, p.157- 178. 2007.

[6] CHRISTOFOLETTI, D. F. A. *O jogo de Xadrez na Educação Matemática*. Disponível em: http://www.efdeportes.com/efd80/xadrez.htm. Acesso em 25 jan. 2016.

[7] DUARTE, R. S.; FREITAS, M. T. M. *Matemática e Xadrez: possibilidades no ensino fundamental*. São Paulo, FAMAT em Revista, número 9. 2007.p. 415- 430. Disponível em http://www.famat.ufu.br/revista/revistaoutubro2007/salaaula/EnsinoRafaelMaria.pdf. Acesso em 10 de fev. 2016.

[8] EMERIQUE, P. S. Isto e Aquilo: Jogo e "ensinagem" Matemática. In: BICUDO, M.A.V. (org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. cap. 11, p. 185-198.

[9] FERRAREZI, L. A. Criando novos tabuleiros para o jogo Tri-Hex e sua validação didático-pedagógica na formação continuada de professores de Matemática: uma contribuição para a Geometria das séries finais do ensino fundamental. 2005. 154f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista - Unesp, Rio Claro, 2005.

[10] GIUSTI, Paulo. *História Ilustrada de Xadrez*. Ed. Annablume, 2002.

[11] GRANDO, R. C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. Tese (Doutorado) Universidade Estadual de Campinas-Faculdade de Educação, Campinas, 2000.

[12] HUIZINGA, J. *Homo ludens: o jogo como elemento da cultura*. S2. ed. Tradução João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 1990. 236p.

[13] ISLA Instituto superior Latino Americano de Ajedrez, Cuba.*Ajedrez para todos. Curso básico*. Disponível em: www.xadrezregional.com.br/histxadrez.html. Acesso em: 03 de fev. 2016.

[14] KISHIMOTO, T. M. (org.). O brincar e suas teorias. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002, 165p.

[15] MARTINEZ-ARTERO, Rosa N. e CHECA, Andrés N. *El ajedrez como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas*. NÚMEROS - Revista de Didática de las Matemática, Vol. 89, julio de 2015, pp. 9-31, 2015.

[16] M. O. A. A séria busca no jogo: o lúdico na Matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (Org). Jogo, Brinquedo, brincadeira e a educação. 5 ed. São Paulo: Cortez, 2001. p. 64-85.

[17] MOURA, M. O. A construção do signo numérico em situação de ensino. 1992. 151 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

[18] OLIVEIRA, Krerley I. M. e FERNÁNDEZ, Adán J. C. *Iniciação à Matemática: um curso com problemas e soluções*. Primiera Edição, Rio Janeiro: SBM, 2010.

[19] POBLACIÓN, A. J. *El salto del caballo*. Disponível em: www.uam.es/proyectosin/estalmat/ReunionMadrid2009/Salto.pdf. Acesso em 5 de fev. 2016.

[20] PÓLYA, George, et al. *Applied Combinatorial Mathematics*. John Wiley & Sons, Inc. United States of America, 1964.

[21] SÁ, A. V. M. et al. *Xadrez: cartilha*. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, 3 ed. 2003. 26p.

[22] SCHWENK, Allen J. *Retangular Chessboards Have a Knight's Tour?*. Mathematical Association of America, Vol. 64, No. 5, 1991, pp. 325-332.

[23] VYGOTSKY, L. S. A Formação Social da Mente: O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores/L.S. Vygotsky; organizadores Michael Cole... et. al.; Trad. José Cipolla Neto, Luis Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche - 6ª ed., São Paulo: Martins Fontes, 1998