



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO  
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA



**PROFMAT**

**Renata Vilela**

ENSINO DE MATEMÁTICA SOB A INFLUÊNCIA DE PROFESSORES E  
ALUNOS LÍDERES EM UMA PERSPECTIVA COLABORATIVA

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

Catalão – GO

2016

## TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

**1. Identificação do material bibliográfico:**  **Dissertação**  **Tese**

### 2. Identificação da Tese ou Dissertação

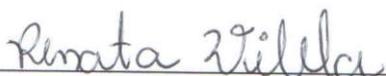
Nome completo do autor: RENATA VILELA

Título do trabalho: ENSINO DE MATEMÁTICA SOB A INFLUÊNCIA DE PROFESSORES E ALUNOS LÍDERES EM UMA PERSPECTIVA COLABORATIVA

### 3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento  SIM  NÃO<sup>1</sup>

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.



Assinatura do (a) autor (a) <sup>2</sup>

Data: 26 / 09 / 2016

<sup>1</sup> Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

<sup>2</sup> A assinatura deve ser escaneada.

RENATA VILELA

ENSINO DE MATEMÁTICA SOB A INFLUÊNCIA DE PROFESSORES E  
ALUNOS LÍDERES EM UMA PERSPECTIVA COLABORATIVA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador:  
Fernando Kennedy da Silva

Catalão – GO

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Vilela, Renata

ENSINO DE MATEMÁTICA SOB A INFLUÊNCIA DE PROFESSORES E ALUNOS LÍDERES EM UMA PERSPECTIVA COLABORATIVA [manuscrito] / Renata Vilela. - 2016.

105 f.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Kennedy da Silva.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Catalão, Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT - profissional), Catalão, 2016.

Bibliografia. Anexos. Apêndice.

Inclui lista de figuras, lista de tabelas.

1. Educação Colaborativa. 2. Formação de Professores. 3. Professor líder. 4. Metodologia 300. I. Silva, Fernando Kennedy da, orient. II. Título.

CDU 51



Universidade Federal de Goiás-UFG  
Regional Catalão  
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia  
Mestrado Profissional em Matemática



PROFMAT

Ata da reunião da Banca Examinadora da Defesa de Trabalho de Conclusão de Curso da aluna Renata Vilela. Aos trinta dias do mês de agosto do ano de dois mil e dezesseis, (30/08/2016), às 14h00min, reuniram-se os componentes da Banca Examinadora, **Prof. Dr. Fernando Kennedy da Silva – Orientador, Profa. Dra. Fabiana Tristão de Santana e Profa. Dra. Marta Borges** para, sob a presidência do primeiro, e em sessão pública realizada no Laboratório de Controle Operacional, Bloco J, do Câmpus I da Regional Catalão, procederem a avaliação da defesa do trabalho intitulado: “**Ensino de Matemática sob a Influência de Professores e Alunos Líderes em uma Perspectiva Colaborativa**”, em nível de Mestrado, área de concentração Matemática do Ensino Básico, de autoria de Renata Vilela, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal de Goiás. A sessão foi aberta pelo Presidente da banca, Prof. Dr. Fernando Kennedy da Silva, que fez a apresentação formal dos membros da banca. A seguir, a palavra foi concedida a autora do TCC que, em 39 minutos, procedeu a apresentação de seu trabalho. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o examinando, tendo-se adotado o sistema de diálogo sequencial. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da defesa. Tendo-se em vista o que consta na Resolução nº. 1075/2012 do Conselho de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura (CEPEC), que regulamenta os Programas de Pós-Graduação da UFG e procedidas as correções recomendadas, o trabalho de conclusão foi APROVADO por unanimidade, considerando-se integralmente cumprido este requisito para fins de obtenção do título de MESTRE EM MATEMÁTICA, na área de concentração Matemática do Ensino Básico pela Universidade Federal de Goiás. A conclusão do curso dar-se-á quando da entrega na secretaria da Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Regional Catalão da versão definitiva do trabalho, com as devidas correções supervisionadas e aprovadas pelo orientador. Cumpridas as formalidades de pauta, às 16h56min a presidência da mesa encerrou a sessão e, para constar, eu Elizângela Maria Marques Nahas, lavrei a presente Ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da Banca Examinadora em quatro vias de igual teor.

*Fernando Kennedy da Silva*

---

**Prof. Dr. Fernando Kennedy da Silva**  
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG  
Presidente da Banca

*Fabiana Tristão de Santana*

---

**Profa. Dra. Fabiana Tristão de Santana**  
Escola de Ciências e Tecnologia da UFRN/Natal/RN

*Marta Borges*

---

**Profa. Dra. Marta Borges**  
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

**RENATA VILELA**, licenciada em Ciências pela Faculdade de Filosofia de Ciências e Letras Ilmosa Saad Fayad, Formosa – GO e também em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás, Formosa – GO. Especialista em Tecnologias Educacionais pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Professora de Matemática da Secretaria Estadual de Educação de Goiás desde 1998.

*Aos meus alunos, motivos maiores pelos quais me aventuro na missão da docência, na tentativa de proporcioná-los o prazer da descoberta e o amor pela Matemática.*

---

# Agradecimentos

---

À Deus pela Sua Infinita bondade e fidelidade me sustentando e cobrindo de sabedoria para chegar ao fim dessa jornada;

À Sara e Samuel, meu amor maior, que mesmo com olhinhos rasos d'água aceitaram a completa ausência da mãe por dois anos e meio;

À Gildésio, meu amor, amigo e companheiro, por compreender e apoiar meus voos longínquos, mas me mostrar que é preciso ter os pés no chão ainda que a cabeça ande por entre as nuvens;

À Marúcia e José Renato, pais zelosos, que me ensinaram que o valor da vida está no bem que se faz ao outro e que não há limites para minhas conquistas, desde que eu esteja disposta a enfrentar muitas lutas;

À André Luiz e Carlos Eduardo, irmãos com os quais conto e confio para todo e qualquer momento, pela disposição em atender prontamente às minhas, sempre urgentes, solicitações;

À Bruno César Silva, por idealizar e se dispor a liderar um grupo de estudos, PROFMAT-BRASIL, e me possibilitou trocas de experiências valiosas durante todo o mestrado;

Aos Colegas do CEPI – Sérgio Fayad Generoso, pelas partilhas valiosas nos momentos de formação e de descontração;

Aos meus líderes ministeriais e irmãos por compreender minha ausência na Obra maior e ainda me cobrir com suas orações e súplicas;

Ao prof. Fernando Kennedy da Silva pela paciência, dedicação e orientação, ainda que em uma linha de pesquisa alheia à sua.

À Equipe docente e gestora do PROFMAT da Regional de Catalão–GO, pela contribuição formativa dos profissionais da Educação Básica;

À CAPES pelo suporte financeiro.

*“Precisa-se de pessoas que tenham os pés na terra e a cabeça nas estrelas. Capazes de sonhar, sem medo dos sonhos. Tão idealistas que transformem seus sonhos em metas. Pessoas tão práticas que sejam capazes de transformar suas metas em realidade. Pessoas determinadas que nunca abram mão de construir seus destinos e arquitetar suas vidas. Que não temam mudanças e saibam tirar proveito delas. Que tornem seu trabalho objeto de prazer e uma porção substancial de realização pessoal. Que percebam, na visão e na missão de suas vidas profissionais, de suas dedicações humanistas em prol da humanidade, um forte impulso para sua própria motivação.*

...

*Precisa-se de pessoas ávidas por aprender e que se orgulhem de absorver o novo. Pessoas de coragem para abrir caminhos, enfrentar desafios, criar soluções, correr riscos calculados. Sem medo de errar. Precisa-se de pessoas que construam suas equipes e se integrem nelas.*

...

*Precisa-se de gente que saiba administrar COISAS e liderar PESSOAS. Precisa-se urgentemente de um novo ser.”*

*Isaac Libermann*

# RESUMO

VILELA, R. *Ensino de matemática sob a influência de professores e alunos líderes em uma perspectiva colaborativa*. 2016. 106 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado em Matemática) – Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão – GO.

Esta pesquisa busca investigar as contribuições da abordagem colaborativa na educação, de modo especial na sala de aula de matemática. Busca-se ver a Matemática enquanto disciplina crítica da Educação Básica. Nessa perspectiva tem-se como meta principal responder os seguintes questionamentos: "Como motivar o aluno da Educação Básica a se tornar coautor na construção de seu conhecimento?" E "Quais aspectos relevantes para a formação de um professor de Matemática influenciador que norteia seu ensino para a formação integral do aluno da Educação Básica?" Com o propósito de investigar estas questões apresenta-se os aspectos históricos do ensino colaborativo, a liderança, a formação do professor e a metodologia 300 de Ricardo Fragelli. A intenção é influenciar o meio educacional na apropriação de metodologias colaborativas e participativas e dar significado para a aprendizagem matemática no Ensino Médio. A abordagem se pauta na postura do professor enquanto líder influenciador que motiva o aluno a construir seu conhecimento matemático compartilhando o que foi significado, possibilitando a formação do pensamento crítico por meio da Matemática. Foram utilizados, como instrumentos mediadores do processo, questionários, os quais foram analisados a partir de uma abordagem qualitativa com análise crítica dos dados coletados. Observa-se a defasagem em conteúdos referentes ao currículo de Matemática do Ensino Fundamental. Para saná-los, foram projetadas atividades concernentes às dificuldades apresentadas, usando metodologias colaborativas, tomando como base a Metodologia 300 de Ricardo Fragelli. Como resultado, os alunos se envolveram no processo de aprendizagem com autonomia, compartilhando conhecimento. Professores se apropriaram das metodologias colaborativas enquanto forma de trabalho colhendo resultados positivos com essa abordagem.

**Palavras-chaves:** Educação Colaborativa, Formação de Professores, Professor líder, Metodologia 300.

# ABSTRACT

VILELA, R. *Ensino de matemática sob a influência de professores e alunos líderes em uma perspectiva colaborativa*. 2016. 106 f. Master Thesis in Mathematics – Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão – GO.

This research aims to investigate the contributions of collaborative approach in education, especially in the mathematics classroom. Search to see mathematics as a discipline critical of Basic Education. In this perspective we have as main goal to answer the following questions: "How to motivate students of Basic Education to become a co-author on building your knowledge?" and "What aspects relevant to the formation of a mathematics teacher influencer that guides his teaching for a comprehensive training Student of Basic Education? " In order to investigate these issues worked the historical aspects of collaborative learning, leadership, teacher training and the methodology 300 Ricardo Fragelli. We try to influence the educational environment in the appropriation of collaborative and participatory methodologies in an attempt to give meaning to mathematics learning in high school. The approach is guided on the teacher's posture while influencer leader who motivates students to build their mathematical knowledge sharing what was meant, allowing the formation of critical thinking through mathematics. They were used as instruments mediators of the process questionnaires which were analyzed from a qualitative approach.

**Keywords:** Collaborative Education, Teacher Training, Teacher leader, Methodology 300.

---

# LISTA DE FIGURAS

---

Figura 3.1 – Ensino Tradicional .....	44
Figura 3.2 – Características do ensino tradicional .....	45
Figura 3.3 – Características do ensino colaborativo .....	46
Figura 3.4 – Atividades que contribuem na construção do conhecimento .....	48
Figura 5.1 – Currículo Referência de Física - 1 série EM – GO .....	74
Gráfico 5.2 – Quantitativo de alunos por erro e acerto .....	81
Gráfico 5.3 – Quantitativo de alunos por quantidade de acertos .....	82
Gráfico 5.4 – Comparativo entre as diagnósticas .....	91
Figura 5.5 – Currículo referência da Física - Segunda série EM - SEE – GO .....	93
Figura 5.6 – Esquema explicativo Estratégia V de Gowin .....	94
Figura A.1 – Gráfico ADA 1ª A .....	110
Figura A.2 – Gráfico ADA 1ª B .....	111
Figura A.3 – Gráfico ADA 1ª C .....	112
Figura A.4 – Gráfico ADA 1ª D .....	113
Figura A.5 – Gráfico ADA 1ª E .....	114
Figura D.1 – Atividades via aplicativo .....	115
Figura D.2 – Atividades em grupo de colaboração .....	116

---

# LISTA DE TABELAS E QUADROS

---

Quadro 3.1 – Sugestões de metodologias colaborativas - Sala de aula invertida ....	49
Quadro 3.2 – Sugestões de metodologias colaborativas - Construção coletiva de itens.....	50
Quadro 3.3 – Sugestões de metodologias colaborativas - Brainstorming .....	51
Quadro 3.4 – Sugestões de metodologias colaborativas - Construção de Mapas Mentais .....	52
Quadro 3.5 – Sugestões de metodologias colaborativas - Significação de exercícios repetitivos .....	53
Tabela 3.6 – Divisão de grupos dos 300 .....	55
Quadro 4.1 – Roteiro de aula tradicional e colaborativa .....	68
Quadro 5.1 – Algumas soluções apresentadas sobre zeros de função .....	79
Quadro 5.2 – Algumas soluções apresentadas sobre equações do primeiro grau ...	80
Quadro 5.3 – Atividades do projeto .....	86
Quadro 5.4 – Atividades do projeto .....	87

---

# SUMÁRIO

---

1	INTRODUÇÃO .....	16
2	ENSINO DE MATEMÁTICA .....	22
2.1	Introdução .....	24
2.2	Historicidade do Ensino de Matemática no Brasil .....	33
2.3	Bases Legais do Ensino da Matemática no Brasil .....	38
3	ENSINO COLABORATIVO .....	43
3.1	Metodologias Tradicionais Versus Metodologias Colaborativas .....	46
3.2	Tendências Pedagógicas Colaborativas .....	48
3.3	Metodologias Colaborativas Aplicáveis à Matemática .....	53
3.4	Ricardo Fragelli e a Metodologia 300 .....	57
4	ASPECTOS RELEVANTES PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NA ATUAÇÃO DE METODOLOGIAS COLABORATIVAS .....	60
4.1	A Formação do Professor ao longo dos tempos .....	60
4.1.1	Período Jesuíta .....	60
4.1.2	Período Pré-Pombalina .....	61
4.1.3	Período das Reformas Pombalinas .....	61
4.1.4	Período da República Velha .....	62
4.1.5	Primeiras Universidades .....	63
4.1.6	Período dos Movimentos Matemáticos após 1960 .....	64
4.2	Formação continuada .....	66
4.3	Professor Tradicional versus Professor Mediador .....	72
5	APLICAÇÕES .....	72
5.1	Sequência Didática .....	72
5.1.1	Análise das atividades de Física .....	73
5.1.2	Verificação das dificuldades dos alunos .....	74
5.1.3	Sequência Didática do Projeto de Intervenção Matemática .....	76
5.2	Aplicação da Metodologia trezentos.....	93

5.3	Conclusão das aplicações.....	98
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	99
	REFERÊNCIAS.....	106
	ANEXO A – GRÁFICOS DA AVALIAÇÃO DIRIGIDA AMOSTRAL.....	110
	ANEXO B – ATIVIDADES.....	115
	APÊNDICE A – PROVA DIAGNÓSTICA PROJETO DE INTERVENÇÃO MATEMÁTICA .....	117
	APÊNDICE B – PRIMEIRA PROVA SUBJETIVA – SEGUNDA SÉRIE .....	119

## Capítulo 1

---

# INTRODUÇÃO

---

A visão do conhecimento matemático como uma obra sublime que transcende as necessidades de calcular e subsistir de um ser humano que conta, reconta e recria usando números e lógicas, na intenção de resolver situações adversas de seu dia a dia, há muito deixou de ser objeto de estudo, de ensino e de entusiasmo nas escolas de Educação Básica. A disciplina, no Brasil, é considerada crítica desde sua colonização. Assim, algumas reformas educacionais foram propostas ao longo dos tempos.

Essas reformulações no Ensino da Matemática provocam reflexões sobre o fazer pedagógico do professor de exatas, que historicamente é tradicional. Tais professores baseiam-se em replicar conteúdos e fórmulas sem oferecer, ao aluno, a possibilidade de conhecer e se encantar pelas origens do que está escrito nos livros didáticos. (D'AMBRÓSIO, 1993)

A formação integral do aluno, que é objetivo da Educação básica segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei Número 9394/96, torna-se distante da prática das salas de aula. “A educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores.” (BRASIL, art. 22, 1996)

Esse ensino da Matemática de forma a contemplar, integralmente, a formação do aluno, é a motivação maior da presente professora pesquisadora. Com dezoito anos de experiência no ensinar Matemática para a Educação Básica,

busca formas para envolver o aluno nesse processo de maneira a tornar menos temerosa a aprendizagem dessa disciplina. Trabalhou com a formação de professores em programas oferecidos pelo Núcleo Regional de Educação à Distância, hoje Núcleo de Tecnologias Educacionais, do Estado de Goiás, no período de 2002 a 2007, e como Tutor de Área da Subsecretaria Regional de Educação do Estado de Goiás, Regional de Formosa, e nesse período observa o pouco entusiasmo dos professores ao tratar da disciplina que ministra junto aos alunos, e a dificuldade de projetar aulas que não sigam exatamente às propostas ofertadas pelos livros didáticos. Os anseios dos professores atendidos pela pesquisadora, se pautam em projetos prontos de aplicações concretas dos conteúdos, ou em jogos que possam abordar tais assuntos. Fora o concreto nada se percebeu, nesse período de formação, preocupações em desenvolver o senso crítico junto aos discentes usando uma abordagem com conteúdos matemáticos.

Dessa forma, por meio de um enfoque qualitativo, propõe-se uma reflexão acerca das propostas metodológicas do ensino de Matemática no Brasil. Visa-se resgatar a arte de se estudar a disciplina, não só enquanto um meio para aprovação em vestibulares ou como parte necessária para a conclusão de uma etapa da vida estudantil, mas pelo simples prazer e encanto de conhecer tal arte, propiciando um convívio social e provocando o pensamento crítico partilhado e discutido, de maneira a subsidiar a vivência em grupo de forma ética.

Na busca de aprimoramento do ensinar conteúdos matemáticos para a Educação Básica, levantam-se algumas indagações, a fim de conduzir a presente pesquisa: Como motivar o aluno da Educação Básica a se tornar coautor na construção de seu conhecimento matemático, de maneira que favoreça a sua socialização e a criticidade? Quais aspectos relevantes para a formação de um professor de matemática influenciador, que norteia seu ensino na formação integral do aluno da Educação Básica?

Longe de ser uma proposta meramente reflexiva, o texto intenciona a mudança dos aspectos práticos do fazer matemático em sala de aula, seja no reconhecimento enquanto professor que usa métodos tradicionais, porém focado em conteúdo, ou nos que se pautam na fala, muitas vezes teóricas, das tendências e

modismos pedagógicos que surgem como soluções exageradas para melhoria do ensino.

Busca-se, no equilíbrio entre a Educação Matemática e a Matemática, discutir meios que sejam eficazes para que se alcance resultados de proficiência dos alunos da Educação Básica, subsidiando a formação do aluno indagador. Para tal, a pesquisa traz como objetivo geral, influenciar o meio educacional na apropriação de metodologias colaborativas e participativas na intenção de dar significado para a aprendizagem matemática da Educação Básica.

Nesta intenção o objetivo geral se desdobra nos seguintes objetivos específicos:

- Conhecer e divulgar experiências metodológicas colaborativas e participativas de aprendizagem;
- Provocar reflexão sobre os interesses educacionais dos alunos do século XXI;
- Apropriar de técnicas diferenciadas concernentes ao ensino matemático nos tempos atuais;
- Propiciar uma análise da evolução do ensino da Matemática junto aos profissionais da área, provocando assim uma reflexão quanto à postura ao ensinar a disciplina na Educação Básica;
- Incentivar a pesquisa entre professores e alunos da Educação Básica;
- Influenciar quanto à necessidade de se trabalhar a capacidade de liderança entre adolescentes, a fim de que se tornem responsáveis pela construção do conhecimento matemático de maneira solidária e dinâmica.

Ao levantar possíveis soluções para a mudança de postura, tanto do professor quanto do aluno, objetiva-se entender o processo de construção do conhecimento matemático por meio do ensino colaborativo, já que o aluno do século XXI se insere entre os jovens conhecidos como geração *y*, uma geração informada e informatizada, totalmente interativos. O foco é dar significado pedagógico para tais

interações, mostrando o caráter racional e produtivo que se extrai do simples entretenimento, considerando o caráter formativo advindo de tais interações.

Ricardo Fragelli<sup>2</sup> desenvolveu uma metodologia colaborativa e participativa, que teve como resultado o aumento dos índices de aprovação dos alunos de Cálculo da Universidade de Brasília, bem como o envolvimento dos mesmos nas atividades propostas. Norteador pela Metodologia dos Trezentos de Fragelli, foram aplicados dois projetos colaborativos em duas turmas de Ensino Médio do Centro de Ensino de Período Integral – Sérgio Fayad Generoso – Formosa/GO. Uma turma de primeira série, que apresentou pontos de atenção em alguns descritores matemáticos após aplicação de uma avaliação sistêmica em uma turma de segunda série, na disciplina de Física, onde foi observado o baixo desempenho devido a defasagem nos pré-requisitos matemáticos, entre eles, a resolução de equações.

Na prática destinada à primeira série a metodologia foi adaptada conforme a realidade, foram usados grupos de colaboração onde as mediações da professora eram feitas via aplicativo de interação. Como nos Trezentos, foram aplicadas duas provas, uma no início do processo e outra no final. Já na segunda série, a metodologia foi aplicada em seu formato original.

Com relação à influência junto à equipe de professores e coordenadores, foram usados os momentos de estudo e formação disponibilizados para tal. As conversas em sala de professores provocaram reflexões e conquistou adeptos para a prática de atividades colaborativas, já com resultados positivos.

Fundamentando essa proposta, o trabalho inicia fazendo um estudo da historicidade do ensino da Matemática no Brasil, bem como das bases legais norteadoras da educação. A colaboração é definida no terceiro capítulo, trazendo a relação das tendências pedagógicas que usam dos métodos para justificar seus objetivos, hora focado nas interações, hora nos conteúdos. Propõe a reflexão quanto ao que é ser tradicional, mostrando uma alternativa de aplicação de atividades tradicionais de maneira a dar significado ao ensinado. O quarto capítulo versa sobre a formação do professor que se propõe a influenciar o aluno desse século de

---

<sup>2</sup> Engenheiro Mecânico, Mestre em Engenharia Mecânica e Doutor em Ciências Mecânicas. Professor dos cursos de Engenharia da Faculdade UnB – Gama da Universidade de Brasília (UnB) e do Mestrado em Design (PPGDesing/UnB), atuando na linha de Design de Informação e Interação com ênfase em design de sistemas educacionais.

maneira a considerar a colaboração como ferramenta. No quinto capítulo descreve-se a aplicação dos projetos a partir de uma sequência didática, bem como os relatos de experiência, resultados e considerações a respeito das práticas colaborativas.

## Capítulo 2

---

# ENSINO DE MATEMÁTICA

---

### 2.1 Introdução

“Sociedade é um agregado de indivíduos diferentes, vivendo em um espaço e tempo, compartilhando valores, normas de comportamento e estilo de conhecimento, cultura, e empenhados em ações comuns” (D’AMBRÓSIO, 1999b).

A sociedade surge quando o homem percebe a necessidade de viver em conjunto, de formar grupos e distribuir papéis para uma melhor convivência. Cada um servindo conforme suas habilidades em prol do bem comum. Esse ambiente, viver em sociedade, é um ambiente de colaboração. Logo viver em sociedade é viver em grupos colaborativos. A partilha do conhecimento para subsidiar as necessidades vitais, como se alimentar e se orientar no tempo e espaço, são as primeiras formas de uma aprendizagem colaborativa.

Segundo D’Ambrósio (1999b) e Miorim (1995), o pensamento matemático existe desde os primórdios, as pinturas rupestres dotadas de congruências e simetrias, as relações entre quantidades e suas representações, contar, relacionar, separar e representar coisas eram atividades cotidianas entre os primitivos. Há os que dizem não existir processo educativo nesse período, mas Miorim (1995) afirma que, as crianças aprendiam conhecimentos, crenças e práticas em suas atividades, ou seja, na troca de experiência de seus grupos sociais.

O surgimento do pensamento matemático em função da sobrevivência, da arte de contar e relacionar, descobrir, pensar e praticar sob uma ótica de colaboração, assim como a aprendizagem de subsistência que mais tarde se torna

disciplina ensinável, vem perdendo seu encanto pela sistematização exacerbada de técnicas, distanciando o aprendiz da magia e do prazer de aprender.

O Programa de Etnomatemática defendido por D'Ambrósio (2007) traz como alternativa para o resgate do aprender significativo, portanto, prazeroso, dessa disciplina considerada crítica, o estudo das origens, da cultura e da história que o aluno carrega enquanto ser ensinável.

Como Freire (1996b), D'Ambrósio não vê o aluno como um papel em branco, ele já conhece algo, conta, cria e recria. Sua assimilação de mundo é considerada quando submetido aos processos de escolarização formal.

Esse processo de valorização do ser enquanto finalidade em detrimento do conteúdo por si, possibilita a formação da criticidade, do indivíduo argumentativo que relaciona, aprende e não decora simplesmente.

Segundo Ausubel (2000), a estrutura cognitiva é formada por ideias organizadas e armazenadas no cérebro ao longo da vida. Assim, aprender é expandir e complementar tais ideias com o novo. Ao relacionar um conteúdo ao que já se tem, amplia-se o conhecimento de maneira significativa. A consolidação de tais significados se dá quando é possível formular novos conceitos, opinar, questionar e se expressar de maneira clara toda essa abordagem conteudista. Ao contrário, quando o cérebro não consegue estabelecer relações lógicas entre o que se aprendeu com que já existia enquanto conhecimento, passa a ser uma mecanização do saber, método do decorar, aplicar e esquecer.

Hoje a Matemática é pautada na competição, forçada a todo custo enquanto disciplina primordial para o desenvolvimento pleno do ser humano, trazida como ciência pronta e acabada (MONTEIRO; POMPEU, 2001). D'Ambrósio (1993) afirma que os docentes são responsáveis por tal confusão. As grandes descobertas, o fascínio de contemplar o novo foi reservado aos deuses matemáticos como bem lembra Paulo Freire em uma entrevista a D'Ambrósio no oitavo congresso internacional de matemática (FREIRE, 1996a), quando afirma "...na minha geração de brasileiros do Nordeste, quando se falava em Matemática, nós estávamos falando

de algo sobre deuses ou gênios”. O pensamento matemático crítico é reservado aos deuses criadores da obra. Quando replicam livros e fórmulas sem fundamentações, os professores estão roubando dos alunos o encanto da significação e das descobertas matemáticas. Isentam os educandos da tarefa de pensar, relacionar, viver e compartilhar (D’AMBRÓSIO, 1993).

Freire (1996a) matematiza a existência humana de uma maneira muito simples, diz ele “...há uma forma matemática de estar no mundo... quando a gente desperta, já caminhando para o banheiro, já começamos a fazer cálculos matemáticos...” O propósito maior dessa pesquisa se pauta nessa matematização sugerida por Paulo Freire, na formação do aluno indagador, o aluno que, antes de aceitar prontamente as teorias e formulações, saibam questionar as origens de tudo isso e, criticamente, argumentar e propor, ainda que de maneira ingênua, um jeito diferente para se resolver problemas, que questione a aplicabilidade das coisas, que se responsabilizem pelo seu processo de aprendizagem e que resignifiquem o aprender matemático de maneira a contribuir para sua vivência em sociedade.

As raízes desse ensino mecânico com finalidade na disciplina dissociado da vida que se leva, sem ao menos propiciar a magia da descoberta, de fazer da ciência uma arte, vem da colonização do País e a instituição das primeiras escolas com pouca valorização da Matemática enquanto ciência. Longe da intenção de propor receitas prontas para sanar uma dificuldade que já se destaca desde a instituição do ensino no país. Mas com a concepção que é aos pares que se formam seres sociáveis, e é na capacidade de influenciar que se constroem caminhos para que o outro sonhe andar, conhecendo, vivendo e se apaixonando pelo que se traz enquanto significado. A paixão pelo aprender, viver e partilhar Matemática é a motivação maior para se ensinar a apaixonar-se por ela.

## **2.2 Historicidade do Ensino de Matemática no Brasil**

A Psicogenética de Piaget baseia-se nas relações do indivíduo com o meio que possibilita a reorganização de estruturas já existentes enquanto conhecimento (PALANGANA, 2001). Assim o indivíduo parte do que sabe e assimila o novo, reorganizando e construindo conhecimentos mais avançados.

O construir conhecimento matemático interfere na construção do conhecimento de outras áreas. Observando os rendimentos de alunos na Avaliação Dirigida Amostral<sup>3</sup> da primeira série do Ensino Médio do Centro de Ensino de Período Integral Professor Sérgio Fayad Generoso, percebe-se a dificuldade dos mesmos em significar o conteúdo necessário para prosseguir em outras etapas do processo de ensino/aprendizagem.

Uma hipótese para tal baseia-se no ensino bancário e tradicional da Matemática em toda a Educação Básica. Postura ainda defendida como a melhor forma de se ensinar Matemática dentre os professores questionados durante a pesquisa. Ao rever pela história do ensino da disciplina no país, é possível refletir sobre a relação entre as propostas da Lei de Diretrizes e Bases (BRASIL, 1996) e os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 1999), quando objetivam o ensino para a formação integral do aluno, visando a formação de cidadãos críticos e ativos na sociedade, e a prática docente de Matemática como parte integrante do currículo que norteia tal formação.

A história do ensino no Brasil inicia-se com o tradicionalismo dos Jesuítas e a formação pautada nas humanidades clássicas. A Matemática era coadjuvante, servindo basicamente como forma de se contar e operar. O ensino é conteudista, focado no professor e na transferência de conhecimento. Tópicos mais avançados da disciplina eram ensinados na faculdade de Artes até criar-se a primeira Faculdade de Matemática no Brasil, em 1572, no Colégio de Salvador sob uma forte influência dos Inicianos<sup>4</sup>. Portugal não reconhece a formação superior de tal escola, já que era proibida a criação de qualquer escola de estudos superiores, bem como a circulação de livros e publicações até 1808 (SILVA, 1998)<sup>5</sup>. Visando melhorar o ensino decadente em Portugal e, por conseguinte, de sua maior colônia, o Brasil, Marquês de Pombal expulsa os Inicianos e promove uma série de reformas no

---

<sup>3</sup> Avaliação aplicada pela Secretaria de Educação do Estado de Goiás que objetiva detectar o grau de dificuldade de aprendizagem, possibilitando a elaboração de um plano de ação para sanar tais dificuldades.

<sup>4</sup> Denominação dada aos Jesuítas que iniciaram o movimento educacional no País. Professores com alto conhecimento e rigor matemático.

<sup>5</sup> Disponível em: <http://www.accefyn.org.co/PubliAcad/Clovis/Clovispdf/2.pdf>

sistema. O Alvará que cria as Aulas Régias, em 1772, foi uma delas, o foco ainda são as humanidades, porém a Matemática ganha espaço para o ensino da Aritmética, Álgebra e Geometria. As aulas eram avulsas e existia a dificuldade de se nomear professores habilitados e com conhecimento necessário para promover o ensino, considerado desde então, difícil como descreve (GOMES, 2012).

Com D. João IV, chega ao Brasil as Academias Militares em 1808. A formação é voltada para os engenheiros e militares. O ensino secundário se volta para o preparo dos alunos a fim de subsidiar a prova de seleção para o ingresso nas Academias. A Matemática ganha ênfase e é ensinada com rigor, ainda particionada em conteúdos desvinculados entre si, como álgebra, trigonometria, geometria, analítica, cálculo diferencial e integral, aritmética e desenho (BRITO, 2008).

O ensino é desprovido de significado, com repetições e memorização objetivando exclusivamente a progressão da vida estudantil, contrariando o que defende Ausubel (2000) quando considera o aluno enquanto ser que chega a escola com história e conhecimentos significativos.

Em 1824 é aprovada a primeira lei que institucionaliza a educação pública, torna-se escasso professores habilitados para assumir as turmas de ensino secundário. O povo passa a ter direito de estudar, porém o ensino da Matemática, já considerado difícil, é piorado pela necessidade dessa mão de obra qualificada a fim de atender ao grande número de alunos que se viram no direito de aprender. Então adota-se o Método Lancasteriano<sup>6</sup> de Ensino, denominado Ensino Mútuo.

Joseph Lancaster foi um inglês que formulou seu método no fim do século VIII inspirado na pedagogia de Andrew Bell. Castanha (2012) afirma que o método é aplicado por meio de memorização e repetições, um professor qualificado formava poucos alunos escolhidos, tendo como critério seu desempenho quanto a aprendizagem, e então dividia-se a turma por grupos onde os monitores, já com a lição planejada e organizada pelo professor regente, lançava para seus monitorados

---

<sup>6</sup> Chamado método mútuo, regularizado pela Lei Geral da Educação Pública brasileira em 15 de outubro de 1827, motivo pelo qual se comemora o dia do professor nessa data.

da mesma maneira em que fora ensinado. Bastos (1997) cita a mudança do foco do ensino na visão do método mútuo, antes centrado no professor, então passa a ser democratizada repartindo responsabilidades entre professor e monitor podendo alcançar um número muito maior de discentes. Como cita (BASTOS, pag. 117, 1997) “Lancaster percebe que, por este método, um só professor é suficiente para dirigir, com ordem e facilidade, uma escola de 500 e até mil alunos. ” O fascínio da facilidade de ensino por tal método também foi a justificativa de sua ineficácia tempos depois. A falta de experiência dos monitores, ainda que preparados por um professor, não contribuía para uma aprendizagem eficaz como assevera

A crítica centra-se na incompetência dos monitores, incapazes de fornecer explicações complementares, ou de adaptar-se ao nível de compreensão de seus colegas. Sistema "empírico e prático", baseado em "procedimentos mecânicos", sendo desprovido de valor educativo. A inculcação de fórmulas e receitas, a transmissão de conhecimentos "superficiais e sem valor", não incita os alunos à reflexão e não desenvolve a inteligência (BASTOS, p. 120, 1997).

Distante da Pedagogia da Autonomia disseminada por Paulo Freire, onde o pensamento crítico é enfatizado enquanto objetivo principal para a escolarização, tal método, ainda tradicional, faz do aluno monitor o mestre que repassa conhecimento e não propicia reflexão, mesmo que seja aluno e não professor regente.

A ênfase na ciência exata faz do acesso às Academias Militares o principal objetivo do ensino secundário. Surgem os colégios de iniciativa privada, e a atuação dos Liceus, ginásios e ateneus, todos focados na aprovação para a principal escola superior da época. Em 1837, o Colégio Pedro II<sup>7</sup> torna-se a referência educacional na Colônia, com forte enfoque às Matemáticas. Nesse período mulheres e homens recebiam instruções diferentes, mulheres da classe popular eram preparadas para se tornar professoras em cursos Normais ou profissionalizantes (GOMES, 2012).

Brito (2008) e Silva (1996) levantam a forte influência do ensino das Matemáticas nas Academias, porém a que se considerar que os docentes não

---

<sup>7</sup> Fundado com a finalidade de formar os homens da elite. Posteriormente permite a adesão das filhas da elite, porém com formação voltada para vivência em sociedade e práticas domésticas.

recebiam formação coesa a fim de que se valorizasse a pesquisa matemática, ensino focado no repasse de conteúdo, portanto tradicional.

Com a Proclamação da República o ensino secundário é fortemente influenciado pelo positivismo<sup>8</sup> de Auguste Comte (1798 – 1857), considerado um grande líder influenciador que escolheu a docência como forma de incitar a liberdade (SOARES, 1998). Comte foi professor de Matemática e defendia a ciência exata enquanto necessidade prioritária para o desenvolvimento da sociedade. Benjamim Constant lidera tal reforma em 1890, que levou a elaboração do currículo multidisciplinar que se segue ainda hoje. Sem dúvida foi a primeira reforma de impacto para o ensino da disciplina no país, influenciando desde o livro didático adotado até aos métodos pedagógicos aplicados em sala, já que o positivismo não aceita o empirismo (ISKANDAR; LEAL, 2002), (MOTTA; BROLEZZI, 2008).

No ensino primário surgem os Grupos Escolares em 1893, turmas seriadas com progressão, separadas por classes sob a responsabilidade de um professor. Mesmo com tantas reformas a educação era seletista, os alunos dos grupos que atendiam a população não elitizada não tinham acesso às escolas secundárias, o ensino de qualidade e a garantia da progressão dos estudos eram dados aos homens da elite (MORAES *et al.*, 2013). Os autores ainda destacam três principais aspectos da escola secundarista da época, a saber:

- Ensino preparatório para o ensino superior destinados à formação elitizada;
- Introdução do exame de madureza<sup>9</sup> da seriação obrigatória;
- Garantir a qualidade dos cursos superiores.

---

<sup>8</sup> Corrente filosófica que surgiu na França no início do séc. XIX, considera somente o inquestionável, fundamentado na experiência.

<sup>9</sup> Exame de obrigatoriedade para a conclusão do ensino secundário. Disponível em: <http://www.cristianismo.org.br/his-br03.htm>.

No ano de 1911 surgem os vestibulares com a intenção de nivelar o ensino superior, passam a exigir o certificado de aprovação ginasial das escolas equiparadas ao Pedro II, modelo escolar seguido na época.

O ensino ainda era tradicional com total enfoque nas seleções, despreocupado com a formação da criticidade, já que os selecionados para prosseguir na vida estudantil, eram engenheiros e pessoas com pretensões políticas e administrativas.

A abordagem matemática sofre mudanças a partir de 1931 com a Reforma de Francisco Campos e a introdução da Escola Nova no ensino brasileiro. Com o objetivo de significar o ensino da Matemática e desvincular o ensino secundário da mera função de preparatórios pré-vestibulares, Francisco Campos lidera tal reforma que teve, dentre outras mudanças, a fusão dos conteúdos matemáticos em uma única disciplina, a Matemática. A proposta de pautar o ensino da disciplina na formação integral do aluno causa discussões severas sobre o nível do ensino, já considerada decadente na época. Euclides Roxo<sup>10</sup> propôs mudanças no currículo matemático como ressalta (SOARES; DASSIE; ROCHA, pag. 8, 2004) “... reestruturação de todo o currículo em torno do conceito de função e à introdução de noções de cálculo diferencial e integral para todos os alunos do secundário”. É a primeira reforma que propõe uma mudança efetivamente metodológica do ensino da Matemática, haja vista seus propósitos voltados para a significação do ensino, levantava a necessidade de trazer para a sala de aula, situações cotidianas que pudessem oferecer esse significado almejado (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004). A principal crítica é o ensino simultâneo dos conteúdos e não mais seriado.

Com a junção dos conteúdos torna-se ainda mais dificultoso o ensino da disciplina, já que o professor passa a ter a incumbência de entender e ensinar todos os conteúdos que eram fragmentados. Outra grande dificuldade foi a disponibilização de livros que contemplassem todos os conteúdos unificados. O ensino baseado em repasse de livros didáticos é reforçado, nesse mesmo período foram elaboradas coleções de livros em cinco volumes contendo a nova proposta de

---

<sup>10</sup> Professor de Matemática do Colégio Pedro II que já havia iniciado um movimento de mudança do ensino no sentido de moderniza-lo.

ensino. O professor, com formação específica, passa a usar do recurso didático enquanto forma de facilitar o repasse de todos os conteúdos matemáticos.

Em 1936, com a criação do primeiro curso de licenciatura em Matemática, na Universidade de São Paulo, chega ao Brasil um matemático italiano, Luigi Fantapiè, professor que propôs uma série de modificações em termos de metodologia. Fato inerte em todas as propostas de reforma matemática até então, exceto a de Francisco Campos. Fantapiè era contra o ensino enciclopédico e criou a prática de seminários. Ainda incentivou à pesquisa quando cria uma biblioteca matemática. Em termos de conteúdo, trouxe aos estudantes brasileiros a possibilidade de estudar assuntos matemáticos que estavam fora dos currículos dos mesmos: "... Funcionais Analíticos, Teoria dos números, Cálculo diferencial absoluto e álgebra. " (SILVA, 1996).

O movimento matemático mais conhecido foi o Movimento da Matemática Moderna. Surge no fim da década de 1950 e início de 1960, em um período de discussões<sup>11</sup> calorosas sobre as metodologias aplicadas no ensino secundário. O Movimento traz uma reflexão, a priori, quanto a formação metodológica do docente, porém em decorrência do enfoque na linguagem dos conjuntos e suas simbologias, o movimento é mais uma reforma conteudista na tentativa de sanar a defasagem do ensino da disciplina no país. Ainda assim, a Matemática axiomática proposta levanta reflexões sobre a motivação do aluno quanto a apropriação de saberes matemáticos pelo prazer da descoberta, livre de suas aplicabilidades físicas ou químicas. Para os defensores do Movimento, tal feito ameniza a defasagem de conteúdo no ensino secundário (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004), (GOMES, 2012) e (NOVAES, 2005).

A Matemática Moderna surge em um período de disputa tecnocientífico, pós lançamento do Sputnik, os Estados Unidos propõem mudança dos currículos a fim de subsidiar as pesquisas para essa corrida tecnológica, que coincidiu com a movimentação de docentes europeus na tentativa de introduzir conteúdos matemáticos mais modernos no ensino secundário (GOMES, 2012).

---

<sup>11</sup> Disponível em: <http://www.ime.usp.br/sphem/documentos/sphem-tematicos-5.pdf>

Pinto e Novaes (2013) destacam dois objetivos na implantação do Movimento da Matemática Moderna no Brasil:

- A renovação pedagógica através de um ensino mais livre, mais construtivo e capaz de estimular o interesse pessoal do aluno;
- A modernização dos programas de matemática em consonância com o desenvolvimento psicológico da criança.

Outro enfoque a ser considerado no movimento é o despreparo, tanto do aluno quanto do professor, para se trabalhar tamanha abstração. Vindo de uma formação executada por engenheiros, a matemática da educação básica era aplicação de fórmulas e exercícios repetitivos, aprendizagem mecânica de Ausubel. Gomes (2012) destaca ainda, a dificuldade de contratação de profissionais qualificados para docência nesse período, a classe trabalhadora conquista o direito do acesso aos ensinos secundários. Aumenta o número de estudantes, porém diminui a qualidade do ensino. São escassos os recursos pedagógicos e metodológicos para a formação dos jovens brasileiros. Nesse sentido foram criados grupos de estudos para subsidiar a formação dos professores.

Os grupos de estudos traziam enquanto programa de formação continuada, subsidiar com conteúdos não visto pelos professores.

Embora seja 'moderno' o conteúdo ensinado, a maneira de o apresentar permanece às vezes arcaica do ponto de vista psicológico, enquanto fundamentada na simples transmissão de conhecimentos, mesmo que se tente adotar ( e bastante precocemente, do ponto de vista da maneira de raciocinar dos alunos) uma forma axiomática (...) Uma coisa porém é inventar na ação e assim aplicar praticamente certas operações ; outra é tomar consciência das mesmas para delas extrair um conhecimento reflexivo e sobretudo teórico, de tal forma que nem os alunos nem os professores cheguem a suspeitar de que o conteúdo do ensino ministrado se pudesse apoiar em qualquer tipo de estruturas naturais. Piaget (apud PINTO, p. 4067, 2001)

Mesmo que o Movimento traga como foco a valorização da Matemática enquanto ciência, na intenção de modernizar o ensino, a reforma ainda é conteudista, e ainda hoje reparte opiniões entre os educadores matemáticos quanto a sua eficácia. Em questões metodológicas, a relação da construção do conhecimento e a formação integral do aluno não são consideradas enquanto fator relevante para a melhoria do ensino da disciplina.

É relevante ressaltar ainda a pormenorização do ensino da geometria euclidiana no período do Movimento da Matemática Moderna, desde então se percebe a dificuldade no ensino/aprendizagem do conteúdo perdurando ainda hoje, sendo muitas vezes excluídas das aplicações dos planos de aulas dos professores de educação básica, ou trabalhada de maneira superficial, geralmente ao fim de cada ciclo de ensino, caso haja tempo de aula ainda disponível para a prática da mesma.

A partir da década de 1970, com os insucessos das mudanças feitas pelo Movimento da Matemática Moderna, surge outro movimento que desperta discussões, ainda no enfoque metodológico do ensino da Matemática, o Movimento da Educação Matemática. Surge a partir da reflexão acerca do papel social do ensino da disciplina. Valoriza o aluno enquanto objetivo principal, considerando seu mundo, seus significados, enfim sua história e cultura na apropriação dos saberes matemático. Ubiratan D'Ambrósio é o precursor da Educação Matemática no país com destaque para suas pesquisas que contemplam o Programa de Etnomatemática<sup>12</sup>.

A SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática surge na década de 80 com a finalidade de fortalecer o movimento e fomentar discussões acerca do ensino matemático tanto da esfera básica quanto superior da educação. Propostas voltadas para o construtivismo de Piaget, e o sociointeracionismo de Vygotsky são largamente discutidas enquanto práticas educativas que propiciem a construção do

---

<sup>12</sup> Disponível em: <http://www.histedbr.fe.unicamp.br/acer/hister/jornada/jornada6/trabalhos/617/617.pdf>

conhecimento matemático significativo. A Pedagogia de Paulo Freire também influencia tais discussões, já que a formação integral do aluno se relaciona à capacidade de participar ativamente da sociedade em que vive. A Matemática, enquanto disciplina formalmente ensinável, faz parte desse processo social colaborativo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) são criados na década de 90 assim como a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei 9394/96 (BRASIL, 1996). O enfoque dos documentos legais da educação é a formação integral do aluno já proposto por Francisco Campos como o próprio cita:

A finalidade exclusiva do ensino secundário não há de ser a matrícula nos cursos superiores; o seu fim, pelo contrário, deve ser a formação do homem para todos os grandes setores da atividade nacional, construindo no seu espírito, todo um sistema de hábitos, atitudes e comportamentos que o habilitem a viver por si mesmo e a tomar em qualquer situação as decisões mais convenientes e mais seguras. (MORAES *et al.*, 2013, p.12)

As discussões propostas por Fantapiè, passando pela Reforma de Francisco Campos até as reflexões dos defensores da Educação Matemática, vêm influenciando o fazer pedagógico do professor de Matemática.

A presente pesquisa baseia-se nas discussões e reflexões advindas da Educação Matemática e todo cenário pedagógico, no sentido de considerar o papel do professor enquanto líder capaz de influenciar o aluno na busca dessa formação que lhe é garantida por Lei, promovendo assim sua inserção no meio social estabelecendo relações solidárias e de partilha de conhecimento, além de garantir a real progressão de estudos baseados nos conhecimentos adquiridos, conforme descrito nos documentos que norteiam a Educação Básica no Brasil.

## **2.3 Bases Legais do Ensino da Matemática no Brasil**

A Constituição Brasileira, no artigo 205, versa sobre o pleno desenvolvimento da pessoa, da necessidade de vivência em cidadania e preparação para o trabalho enquanto objetivos da educação. Esse caráter social do ensino também é presente

nos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 1999) e na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (9394/96) (BRASIL, 1996).

Os parâmetros que norteiam a Educação do Ensino médio, bem como a legislação trazem como princípio a aprendizagem significativa preocupando-se com a formação integral do aluno. Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio discorrem sobre a necessidade de pautar a educação escolar pela interdisciplinaridade, considerando o mundo que envolve o aluno, trabalho, vivência em grupo, solidariedade, capacidade de tomar decisões e argumentar. Segundo Brasil (1996), no artigo 22 fala sobre essa formação e a necessidade de progressão quanto a educação. Ainda possibilita, por meio da parte diversificada, uma adequação curricular a fim de que atenda as peculiaridades culturais de cada região em concordância com os estudos de D'Ambrósio quando coloca a Etnomatemática enquanto forma de se considerar a cultura do aluno para que se pautem seu ensino.

Como base para essa finalidade, os pilares da educação segundo a LDB de 1996: o aprender a ser, a conviver, a conhecer e a fazer, provoca uma reflexão quanto às formas de aprendizagem e de metodologias que trabalhem em prol do cidadão ético e moral capaz de transformar o meio em que vive, construindo laços, influenciando e tomando decisões.

Quanto ao ensino da matemática no Ensino Médio, os PCN e os PCN+ (BRASIL, 1999) e (BRASIL, 2002) se baseiam em um trabalho não focado na formação de especialistas na área, atendendo a necessidades individuais de alunos com inclinação para exatas. O ensino é voltado para uma construção cultural coletiva. Essa visão ameniza o caráter, muitas vezes tomado como único, profissionalizante em que as escolas de ensino médio trabalham, transformando o ensino regular em cursinhos preparatórios para vestibulares. O texto destaca a importância da matemática nas atividades humanas desde o princípio dos tempos, disso surge a necessidade de que os profissionais da educação com formação em outras áreas em se apropriar do saber matemático, influenciando os alunos quanto a aprendizagem da disciplina. Essa atitude valoriza a disciplina em questão, não só para que se aprenda a resolver avaliações, mas também para entender o processo

evolutivo da humanidade, bem como para propiciar o desenvolvimento do raciocínio com a finalidade de trabalhar as tomadas de decisões e análise de situações, argumentando e compartilhando conhecimentos promovendo assim, uma dinamização da cultura. Ubiratan D'Ambrósio afirma essa construção cultural por meio das interações e as maneiras em que se utilizam os saberes compartilhados.

Os parâmetros trazem ainda uma reflexão sobre as relações humanas na atualidade, não se aprende sozinho. O desenvolvimento tecnológico obriga a interagir, construir e rever conceitos, isso é construção do conhecimento. Como desvincular então a aprendizagem escolar desse mundo interativo? Os PCN remetem a uma mudança de postura levando em consideração essa tecnologia interativa e portátil, os alunos se vêem líderes de seus grupos e de si mesmos, mas que ainda não relacionaram tal fato à sua responsabilidade no seu processo de ensino aprendizagem.

Quanto às finalidades do ensino da matemática no Ensino Médio, o (BRASIL, 1999) destaca a obrigação de subsidiar a progressão dos estudos acadêmicos, mas relata também a capacidade de raciocinar criticamente, resolver problemas, comunicar-se, argumentar, conhecer e desenvolver uma linguagem matemática enfatizando o desenvolvimento da cooperação. Finalidades que realçam a vivência em grupo.

O censo escolar são dados estatísticos relacionados à Educação Básica brasileira e é coordenado pelo Inep – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Entre os objetivos estão a formulação e implementação de políticas públicas para o bom desenvolvimento da educação. O Inep, em consonância a LDB, que cita em seu artigo 9 incisos V e VI, a obrigação de coletar dados e analisá-los bem como avaliar o desenvolvimento da educação no país, coleta tais dados junto às instituições de ensino e aplica avaliações externas como o SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica, onde os dados são utilizados para a construção do IDEB – Índice de desenvolvimento da Educação Básica, indicador para referenciar metas do PNE – Plano Nacional de Educação. O

PNE, por meio da análise dos dados, desenvolve metas a serem alcançadas no que diz respeito a questões relacionadas ao ensino, metas quantitativas e qualitativas.

Após a Emenda Constitucional 59/2009, o PNE passa a ser decenal e desenvolve metas que conduzam a melhoria da qualidade do ensino, a formação para o trabalho, o bom desenvolvimento tecnológico e científico do país e à “superação das desigualdades educacionais, com ênfase na promoção da cidadania e na erradicação de todas as formas de discriminação”. Assim, o PNE desenvolveu 20 metas para o decênio a que se refere, e estão estabelecidas na Lei 13.005 de 25 de junho de 2014. A meta 3 do plano almeja o aumento em 85% nas matrículas no Ensino Médio, para isso destaca uma estratégia visando a melhoria na qualidade do ensino incentivando a diversificação das práticas pedagógicas de maneira interdisciplinar, relacionando teorias e práticas para o desenvolvimento do aluno em todos os aspectos e o incentivo adolescente a participar de cursos tecnológicos e científicos. A meta 7 traz a necessidade de fomentar a qualidade do ensino na Educação Básica com intenção de aumentar os rendimentos quantitativos do IDEB chegando a média de 5,2 em 2021. Uma das estratégias para o alcance dessa meta é assegurar que, pelo menos 70% dos alunos de Ensino Fundamental e Médio, até o quinto ano de vigência dessa lei, esteja no nível suficiente de aprendizagem conforme os objetivos de aprendizagem de seu ano de estudo e melhorar o desempenho no Pisa - Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes, alcançando média 473 em 2021.

Toda a legislação atualizada assegura a formação integral do aluno visando a vida em sociedade, estabelece metas, levanta estratégias e estima tempo. As avaliações garantem uma reflexão acerca das ações pedagógicas que essa pesquisa propõe na intenção de oferecer ensino de qualidade. Quando se volta o olhar para a Matemática, é importante que se leve em consideração o descrito no PCN+ e no PCN, quando ressalta que o objetivo do ensino matemático vai além da formação de peritos em exatas e do preparo do aluno visando aprovação em vestibulares, tampouco elevar os rendimentos no ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio ou para Rankings nacionais e internacionais. A formação Matemática,

assim como a oferecida pelas humanidades clássicas, visa o aluno enquanto ser sociável e argumentativo, além da progressão educacional.

Pensando na garantia da formação integral ao aluno, a pesquisa em questão propõe uma experiência metodológica pautada na influência do professor junto aos alunos, na intenção de oportunizar a construção do conhecimento matemático, usando grupos de colaboração para tal.

## Capítulo 3

---

# ENSINO COLABORATIVO

---

Etimologicamente a palavra colaboração tem origem em colaborar, do Latim, *laborare* que quer dizer trabalhar e *co*, junto. Trabalhar em conjunto, fazer, projetar e executar em comum (BOAVIDA; PONTE, 2002).

Ensino colaborativo baseia-se em grupos de pessoas que se ajudam mutuamente com objetivos comuns. Schrange apud (NITZKE; CARNEIRO; GELLER, 1999), "...a colaboração é um processo de criação compartilhada: dois ou mais indivíduos, com habilidades complementares, interagem para criar um conhecimento compartilhado que nenhum deles tinha previamente ou poderia obter por conta própria." Esse é um processo de construção coletiva de conhecimento, onde prevalece a ajuda mútua, o diálogo e a reflexão sobre pontos de vistas pessoais que se completam, na intenção de gerar conceitos novos para cada ser que participa dessa partilha, podendo ser mediada ou não por um líder. Quando se fala em processo de ensino/aprendizagem colaborativo, se refere a educação formal, nesse caso o grupo passa a ter um mediador a fim de monitorar a discussão acerca de assuntos específicos, já que existe uma proposta pré-definida do conteúdo a ser trabalhado. Assim, o professor, líder influenciador de um grupo, é o agente motivador e avaliador do processo.

A colaboração é utilizada desde o início do século XVIII por professores que se preocupavam com a formação social de seus alunos. Torres e Irala (2014) cita experiências de construções de textos colaborativos trabalhados pelo professor George Jardine da Universidade de Glasgow, na Inglaterra, também pelo Coronel Francis Parker, que desenvolve atividades de aprendizagem em grupo em algumas escolas públicas dos Estados Unidos e o Movimento di Cooperazione Educativa na

Itália. Esse movimento é pautado nos grupos de Freinet, fundador da “pedagogia popular”. Freinet defende as interações enquanto meio de subsidiar a vida social. É uma revolução para a educação francesa na época, e dá um novo sentido à relação professor/aluno. Nessa concepção, a sala de aula e seus integrantes, passam a ser um grande grupo colaborativo onde o elo é o diálogo e a construção conjunta do saber, sendo liderado pelo professor. Assim, como Paulo Freire, prima pela formação do pensamento crítico.

John Dewey, em 1916, com o movimento da Escola Nova, propõe o ensino baseado na formação de grupos de alunos que buscavam soluções em conjunto. No Brasil, a Escola Nova destaca-se inicialmente em Minas Gerais. Gomes (2012) cita um texto de Alda Lodi (1898-2002), docente de Metodologia da Aritmética na Escola de Aperfeiçoamento, justificando a inserção da nova pedagogia no ensino mineiro:

Como Arith. não deve ser ensinada com o fim de arith. exclusivamente, á parte das necessidades da vida, sem attender ás sit. reaes que a creança encontra, mas sim ajuda-la a estimar, a medir, a comparar, a calcular, a tornal-a socialmente efficiente no manejo das sit. numéricas, entendemos iniciar nosso curso discutindo a creança e o programa escolar. Assim, sempre firmamos as bases do nosso trabalho – gira-lo em torno da creança, aproveitando seus interesses imediatos como ponto de partida da educação. (LODI, 1929, p.1).

Contrariando o tradicional, focado no conhecimento, a Escola Nova busca o resgate do aluno enquanto agente ativo no processo de ensino aprendizagem considerando para tal, suas interações e sua motivação. Não existe hierarquia conteudista. As competências<sup>13</sup> citadas por Perrenoud seguem alguns desses princípios, como a formação do aluno pesquisador, metodologia de projetos e as soluções de problemas. O princípio do aprender a ser, fazer, conhecer e conviver remete a colaboração com foco na motivação defendida por Dewey. Nesse sentido, a educação é um processo ativo e interativo.

Grupos colaborativos podem ser formados por indivíduos que desempenham papéis diferentes, porém a colaboração se relaciona a partilha de assuntos comuns, ainda que existam hierarquias, as intenções devem ser comuns. Nesse sentido, três fatores são relevantes para a constituição dos grupos, confiança, diálogo e

---

<sup>13</sup> Para Perrenoud, Competência é a capacidade de movimentar ferramentas cognitivas a fim de subsidiar, eficazmente, a resolução de situações adversas.

negociação. Destacam-se as seguintes características de um grupo colaborativo: (BOAVIDA; PONTE, 2002)

- Objetivos comuns;
- Partilha de conhecimentos e experiências diversificadas;
- Possibilidades de aprendizagem potencializadas pelas reflexões comuns;
- Colaboração enquanto meio de aprendizagem e não como finalidade;
- Ajuda mútua;
- Responsabilidade com o próprio conhecimento.

Esses grupos, hierarquizados ou não, surgem de duas maneiras.

- Grupos de colaboração espontânea;
- Colaboração forçada.

Dois casos exemplificam tais grupos de colaboração. O Mestrado PROFMAT usa como meio de interação a plataforma Moodle. Por meio dessa, é possibilitado uma comunidade colaborativa onde são disponibilizadas algumas ferramentas de discussão para a construção do conhecimento. Um tutor media as discussões e avalia os alunos nessa interação. A percepção por parte dos mestrandos desse programa é de que a interação, utilizando a plataforma para discussões efetivamente dos conteúdos propostos, é pouca. Os acessos eram frequentes com a finalidade de usar o material disponibilizado e postar atividades avaliativas, porém discussões colaborativas e interação, aluno/aluno e tutor/aluno foram escassos. O fato é que a ferramenta colaborativa existe, porém a formação humana para mediar situações de aprendizagem com tal recurso ainda é falho. Esse é um exemplo de grupo colaborativo hierarquizado forçado.

Concomitante a tal ambiente de discussão, foi criado, por iniciativa de um aluno da turma de 2014, um grupo colaborativo espontâneo, via mídias de interação, com a finalidade de subsidiar discussões sobre as disciplinas estudadas. O grupo funcionou de maneira intensa durante todo o curso com discussões orientadas e organizadas com participantes de vários Estados. Houve construção de conhecimento matemático e trocas de experiências profissionais que auxiliaram a muitos durante todo o curso. Os líderes selecionados naturalmente, alguns por se destacarem em conhecimento outros pela sua capacidade de liderança, abriram caminho para as turmas posteriores que seguem nas discussões. Os grupos continuam ativos, agora liderados por outros que se viram influenciados pelos colegas de curso.

Outra experiência colaborativa de grupo forçado é o premiado método Trezentos de Ricardo Fragelli, um professor de Cálculo da Universidade de Brasília que associou o alto índice de evasão e reprovação das disciplinas de cálculos à ansiedade dos alunos no momento da realização das provas. O método consiste na formação de grupos colaborativos forçados com hierarquias previamente determinadas, com a finalidade de subsidiar avaliações de recuperação. Potencializa líderes e coloca o grupo de alunos na posição de agentes ativos na aquisição do saber, tendo a liberdade de criar, discutir, ajudar e ser ajudado em seu meio. Assim toma uma posição mais cômoda e menos pressionada quanto à aprendizagem do conteúdo, se desenvolvendo melhor na realização da prova final.

O ensino colaborativo por si só não provoca o efeito ao que se espera quanto à significação da aprendizagem matemática, essa é uma negociação de sala de aula, a estratégia é uma forma para tal e não a finalidade do ensino. Tem como principal objetivo sanar dificuldades de aprendizagens individuais decorrentes da rigidez dos currículos matemáticos seguidos. São nesses grupos colaborativos que o aluno se sente à vontade para discutir, questionar e expor suas dúvidas de maneira democrática, promovendo a reflexão e permitindo a aprendizagem. (BOAVIDA; PONTE, 2002), (PONTE; SOUSA, 2010) e (MARTINHO; PONTE, 2005).

Assim como toda significação de conhecimento, o matemático é formado pelo elo entre novas ideias e outras já existentes, discuti-las leva a um aprimoramento dos conteúdos estudados, as opiniões se completam e as relações são estabelecidas provocando a aprendizagem. Essa significação não está ligada a processos de construções práticas ou de aplicabilidades especificamente, se refere a uma sequência de conceitos pré-existentes. Os conceitos intrínsecos a cada aluno se relacionam entre si, trazendo esse significado que tem como vantagens os pontos seguintes:

- Retenção do conhecimento;
- Aumento da capacidade de aprender outros assuntos;
- Facilita a reaprendizagem.

Isso explica o fato de alunos que não se lembram de conceitos já estudados, em discussão com outros alunos, conseguem estabelecer conexões com os pré-requisitos e dão significado aos novos conteúdos matemáticos que lhe são propostos (PELIZZARI *et al.*, 2001/2002).

Esse não é um processo simples, não é suficiente organizar grupos e impor tarefas para que aconteça a colaboração (BOAVIDA; PONTE, 2002). Esse método é difícil, assim como a aprendizagem matemática, que também é processual. Ao propor o estudo dessa estratégia de ensino como forma de facilitar a abordagem matemática trazendo significado de maneira a despertar o senso crítico do aluno, não se espera que o tenha como solução única para o ensino/aprendizagem matemático em situação crítica, como descrito anteriormente. Existe uma divisão justa nas responsabilidades para a defasagem na aprendizagem e também, para a solução da mesma, conteúdo e as metodologias usadas para abordagem (PAIVA; Sá, 2011).

Como visto, historicamente o ensino da matemática é tradicional, alguns movimentos foram levantados na tentativa de amenizar esse caráter rígido trazido

pelo ensino enciclopédico como definia Fantapié ao chegar ao Brasil, porém todos os esforços se orientaram em reformas conteudista e não metodológicas, salvo as propostas da Escola Nova, que propõe mudanças consideráveis na forma de se propiciar a educação. Dessa maneira, propõe-se a análise das tendências pedagógicas associadas ao ensino colaborativo como sugestão metodológica e estratégica para o ensino do conteúdo matemático enquanto objeto do processo de ensino/aprendizagem.

### **3.1 Metodologias Tradicionais Versus Metodologias Colaborativas**

“... o modo como os professores realizam seu trabalho, selecionam e organizam o conteúdo das matérias, ou escolhem técnicas de ensino e avaliação tem a ver com pressupostos teórico-metodológicos, explícita ou implicitamente.” (LIBÂNEO, 1985, p.19).

A influência dos métodos usados na formação do professor é notada na organização e escolha dos mesmos, quando assumem suas salas de aula. Os métodos adotados em geral, seguem o positivismo de Comte. Tradicionalmente, a aprendizagem matemática é relacionada à capacidade de memorização, onde o aluno é o agente passivo do processo (HELIO-DORO, 2001).

A questão que se levanta na presente pesquisa não é a classificação da total ineficácia dos métodos tradicionais, mas na visão do que é tradicional enquanto prática do professor de Matemática. O tradicional dos Inicianos era avaliado com resoluções públicas dos alunos, de problemas famosos com a obrigatoriedade de repeti-las após um ou dois meses para verificar se realmente houve aprendizagem. Esse é uma prática de memorização.

A reflexão proposta é o posicionamento dos professores que dividem opiniões quanto a real eficácia de metodologias diferenciadas, no ensino da Matemática. O tradicionalismo está relacionado mais a postura do professor como mediador que às técnicas de resolução de atividades, haja vista que ao falar em ensino/aprendizagem Matemático remete a ideia de listas de atividades ou resoluções de problemas.

Baseado na definição do método tradicional descrito por Libâneo, o ensino tradicional segue as relações abaixo:

Figura 3.1 – Ensino Tradicional



Fonte: autor.

Observa-se a confusa visão de ensino tradicional quando se relaciona como únicos recursos, quadro/giz, ou ao considerar o uso de exercícios sem vínculos a aplicabilidades como forma de se praticar o conteúdo explanado. Os métodos descritos por Libâneo (1985) consideram uma sequência lógica para o processo de ensino/aprendizagem, como segue:

- Feedback;
- Explicação do novo conteúdo;
- Associação entre os conteúdos já vistos e os aprendidos;
- Aplicação de atividades repetitivas.

Para o desenvolvimento do raciocínio matemático, os passos metodológicos descritos por Libâneo (1985) são consideráveis como forma de criar hábito, como o próprio descrevera. A resolução de situação-problemas que envolvam esse processo de resolução não é contemplado nessa tendência, essa é a crítica dessa tendência.

A ênfase pretendida com o presente trabalho está nas interações, nas possibilidades de aprendizagem propiciadas por meio de questionamentos e discussões de maneira democrática, considerando o que é significado para o aluno, que é proposta da Etnomatemática de D'Ambrósio, e objetivo educacional para Freire. O tradicional exclui as possibilidades de interação entre alunos segundo Libâneo. Relação professor-aluno, fator base da defesa quanto à influência dos pares no processo ensino/aprendizagem, tem como elo, somente o conteúdo.

Maxwell (2007b) e Maxwell (2007a) levanta como característica principal do líder, portanto influenciador, a relação próxima com o liderado, valorizando-o enquanto finalidade. Essa é uma visão colaborativa do ensino de Matemática. A aplicação de atividades repetitivas, usadas como possibilidade de aprendizagem dos passos matemáticos aplicáveis ao conteúdo, é reconhecida pelo presente autor enquanto parte da significação do ensino matemático, a forma de interação e a análise das atividades, desconsiderando os pontos de atenção na resolução das mesmas, é o que classifica como Tendência Tradicional, de ensino inadequada para fins da integralidade da formação do aluno por meio da Matemática.

Figura 3.2 – Características do ensino tradicional



Fonte: autor.

Figura 3.3 – Características do ensino colaborativo



Fonte: autor.

### 3.2 Tendências Pedagógicas Colaborativas

- A Escola Nova – Tendência liberal renovadora progressivista, como visto na Reforma Francisco Campos, se opõe integralmente à tendência Tradicional por supervalorizar as metodologias e a motivação do aluno, os processos de aprendizagem se superpõe ao conteúdo. O fato de desconsiderar as hierarquias dos assuntos estudados denota uma desvalorização da disciplina e de seus procedimentos, tornando o ensino fraco em termo de aprendizagem, porém considerável em termos de relacionamentos (LIBÂNEO, 1985).
- A Tendência Liberal renovada não-diretiva coloca o professor na posição de líder conselheiro, o foco é para a preocupação em manter a motivação do aluno a todo custo. A intervenção do professor no processo é vista como forma de desmotivar o aluno, que é o centro, porém lhe é proporcionado a facilidade do aprender, mas sem fins de conteúdo e mais nas relações sociais e motivacionais para seu desenvolvimento (LIBÂNEO, 1985).
- A Tendência Progressista Libertária propõe conteúdos, porém deixa o aluno livre para aprender, já que o objetivo são as questões sociais que envolvem os grupos, o ensino é objetivado nas transformações sociais. O professor é apenas um orientador, mais um participante do grupo (LIBÂNEO, 1985).
- A Tendência Crítico-social dos conteúdos é apontada como a primeira, dentre as listadas, como colaborativa que considera a real importância dos conteúdos

para a formação do aluno. Considera o ensino como forma de organizar a sociedade, porém relevando a aprendizagem sistemática de maneira crítica, dos conteúdos culturalmente construídos e disponibilizados. O aluno enquanto agente transformador por meio dos saberes da educação formal, assim é visto para os críticos-sociais. Nesse processo o professor é o mediador que oportuniza a construção do conhecimento, formalmente falando, por meio de metodologias e técnicas que permitam a inserção social do aluno como pauta principal para a seleção dos métodos e conteúdos a serem ensinados. (LIBÂNEO, 1985).

- Tendências Interacionistas surgem após a LDB de 1996, sob a influência de Vygotsky e Piaget. O equilíbrio entre interação e conteúdo é o fator característico dessa tendência.

Piaget e Vygotsky contribuíram para os estudos acerca das interações enquanto forma eficaz e eficiente para construção do conhecimento. Para Vygotsky, o conhecimento se dá na interação do indivíduo com o meio social e cultural, baseando-se em seu trabalho e nas mediações feitas por um líder influenciador. Já para Piaget, esse processo provém do desenvolvimento biológico e da interação com o meio e objetos onde, por fases, o indivíduo resolve problemas de níveis cada vez mais complexos, conforme sua maturidade. O pensamento crítico é formado a partir de situações concretas, desencadeadas de uma série de situações já vividas.

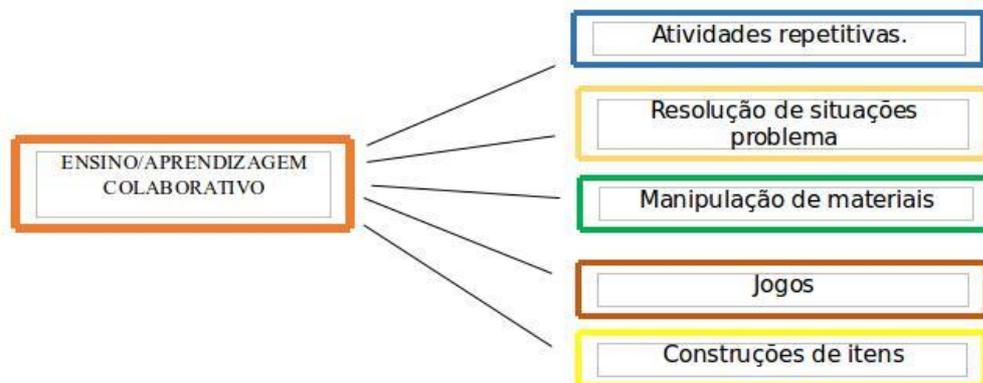
Essa visão sociointeracionista, associada às ideias construtivistas de Piaget, desperta o interesse do aluno quando lhe é apresentada uma proposta de aprendizagem, onde o professor se porta como mediador e o saber passa a ser construído de maneira colaborativa. Assim, tornam-se corresponsáveis pelos projetos que lhe garantirão a apropriação do conhecimento. Limoeiro (1978, p.27) apud (ALMEIDA; ALVES, 2009) acrescenta:

O conhecimento se faz a custo de muitas tentativas e da incidência de muitos feixes de luz, multiplicando os pontos de vista diferentes. A incidência de um único feixe de luz não é suficiente para iluminar um objeto. O resultado dessa experiência só pode ser incompleto e imperfeito, dependendo da perspectiva em que a luz é irradiada e de sua intensidade. A incidência a partir de outros pontos de vista e de outras

intensidades luminosas vai dando formas mais definidas ao objeto, vai construindo um objeto que lhe é próprio. A utilização de outras fontes luminosas poderá formar um objeto inteiramente diverso ou indicar dimensão inteiramente nova ao objeto. (ALMEIDA; ALVES, 2009, p.69)

A significação do ensino matemático como fator motivador para a construção do conhecimento é propiciada nas interações que o aluno faz, considerando o conteúdo como objeto e as atividades como meio para tal. Nesse sentido é apresentado um esquema observando tais fatores no processo ensino/aprendizagem<sup>14</sup> colaborativo.

Figura 3.4 – Atividades que contribuem na construção do conhecimento



Fonte – autor.

### 3.3 Metodologias Colaborativas Aplicáveis à Matemática

Segundo Ausubel (2000), a consolidação dos significados formulados durante a aprendizagem é completa quando o aluno consegue expor suas ideias acerca do conteúdo trabalhado de maneira clara. Quando o cérebro não estabelece relações lógicas entre o novo e o antigo, as argumentações ficam confusas, existem questões ainda a serem respondidas sobre o assunto, já que a estrutura cognitiva não assimila. Esse é um fator importante para as metodologias colaborativas tomando como proposta, a construção do conhecimento aos pares. Nesse sentido, o aluno influenciado pelo professor, influencia seus colegas, indagando-os e estimulando discussões, provocando reflexões até que se chegue a uma conclusão aceitável para as situações de aprendizagem propostas.

<sup>14</sup> Consideram-se os dois aspectos por ressaltar a perspectiva colaborativa tanto no ensinar quanto no aprender.

Embora o conhecimento seja gerado individualmente, a partir de informações recebidas da realidade no encontro com o outro se dá o fenômeno da comunicação, talvez a característica que mais distingue a espécie humana das demais espécies. Via comunicação, as informações captadas por um indivíduo são enriquecidas pelas informações captadas pelo outro (D'AMBRÓSIO, 1999a)<sup>15</sup>.

Essa capacidade de explanar o já significado é explorada pela Metodologia dos Trezentos de Ricardo Fragelli.

Quadro 3.1 – Sugestões de metodologias colaborativas - Sala de aula invertida.

Metodologia	Características	Descrição	Recursos
Sala de aula invertida <sup>16</sup>	<p>Baseada em pesquisas;</p> <p>Torna as aulas dinâmicas;</p> <p>Considera a heterogeneidade da turma;</p> <p>Uso das TIC's.</p>	<p>Composto por 4 estágios:</p> <p>1. O professor envolve a turma com uma apresentação do conteúdo, um vídeo, um texto, uma música, algo motivador;</p> <p>2. Expõe o conteúdo via mídia, blog, WhatsApp, etc., onde o aluno pode acessar quando e onde quiser;</p> <p>3. Grupos de alunos formulam perguntas e Pesquisam o assunto descrito no passo anterior. Organizam-se para uma apresentação;</p> <p>4. Conclusão do trabalho dos alunos por meio da apresentação para a turma.</p>	<p>Computadores;</p> <p>Internet;</p> <p>Celular;</p> <p>Tablet.</p>

Fonte: o autor.

<sup>15</sup> Disponível em: <http://www2.fe.usp.br/etnomatemat/site-antigo/UbiPalesEncerramento.html> - Acessado 04/06/2016.

<sup>16</sup> Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Xc866QmV4ts>

Quadro 3.2 – Sugestões de metodologias colaborativas - Construção coletiva de itens.

Metodologia	Características	Descrição	Recursos
Construção coletiva de itens <sup>17</sup>	<p>Propicia a pesquisa;</p> <p>Propicia a interação.</p>	<p>1. Em grupos, os alunos recebem listas de 3 atividades com diferentes resoluções para cada uma para cada uma, para analisar;</p> <p>Cada grupo elabora uma</p> <p>2. atividade sobre o assunto,</p> <p>3. Os grupos trocam suas questões para que se resolva em colaboração, até que todos os grupos tenham Resolvido todas as questões;</p> <p>Cada grupo corrige a sua</p> <p>4. questão no quadro;</p>	<p>Cópias de questões a serem analisadas;</p> <p>Papel;</p> <p>Caneta;</p> <p>Quadro;</p> <p>Pincel.</p>

Fonte: o autor.

<sup>17</sup> Comentada por Beatriz D'Ambrósio ao tratar da formação do professor de Matemática do sec. XXI.

Quadro 3.3 – Sugestões de metodologias colaborativas - Brainstorming.

Metodologia	Características	Descrição	Recursos
Brainstorming <sup>18</sup>	<p>Potencializa líderes;</p> <p>Criatividade;</p> <p>Permite a inclusão.</p>	<p>Um líder é escolhido pelo grupo, depois é lançada a atividade que pode ser: resolução de uma ou de várias questões, estudo de volumes e áreas de sólidos por meio da elaboração de embalagens. Solucionar o preço de produtos com valores não inteiros.</p> <p>Então os passos seguem:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.O líder anota em um cartaz todas as sugestões oferecidas na discussão;</li> <li>2.O grupo separa em duas folhas as soluções, as mais pertinentes para o momento, e as menos relevantes ficam guardadas para análise final;</li> <li>3. O grupo resolve o problema selecionando as sugestões mais relevantes;</li> <li>4. Analisam as sugestões descartadas e discutem em que momento essas seriam úteis;</li> <li>5. O grupo apresenta a solução para a turma mostrando as sugestões descartadas.</li> </ol>	<p>Papel;</p> <p>Pincel;</p> <p>Folhas;</p> <p>Canetas.</p>

Fonte: o autor.

<sup>18</sup> Técnica criada em 1938 por um diretor de um Banco comercial. Conhecida por potencializar a criatividade. Disponível em: <http://www.aguiaccountabilidade.cnt.br/pdf/brainstorming.pdf>

Quadro 3.4 – Sugestões de metodologias colaborativas - Construção de Mapas Mentais.

Metodologia	Características	Descrição	Recursos
Construção de Mapas Mentais <sup>19</sup> em colaboração	Permite a pesquisa;  Retomada de conteúdos  Interdisciplinar.	O professor propõe algum assunto interdisciplinar que envolva o conteúdo matemático abordado; Os alunos devem relacionar o assunto lançado com o conteúdo. Criar e resolver uma quantidade de itens referente ao assunto por meio da construção de um Mapa Mental;  Para finalizar os Mapas são apresentados na turma.	Cópias  Computador, celular ou livros didáticos para a pesquisa;  Cartaz, Canetas hidrocolor; Pincel atômico e figuras.

Fonte: o autor.

<sup>19</sup> Tem origem da significação de Ausubel. Relaciona assuntos pertinentes de forma criativa e não linear.

Quadro 3.5 – Sugestões de metodologias colaborativas - Significação de exercícios repetitivos.

Metodologia	Características	Descrição	Recursos
Significação de exercícios repetitivos	<p>Permite a observação dos procedimentos matemáticos;</p> <p>Desenvolve a escrita;</p> <p>Permite a pesquisa;</p> <p>Interdisciplinar.</p>	<p>1. Em grupos, os alunos recebem uma lista com 5 exercícios repetitivos;</p> <p>2. Os grupos trocam as resoluções para corrigir a atividade;</p> <p>3. Trocam novamente e então devem criar uma situação problema que signifiquem as questões.</p>	<p>Cópias das atividades;</p> <p>Livros didáticos para pesquisa.</p>

Fonte: o autor.

### 3.4 Ricardo Fragelli e a Metodologia 300

Fragelli se baseou nos índices de reprovação e evasão em sua disciplina de Cálculo dos cursos de engenharia. Um dos fatores levantado foi a falta de significação da aprendizagem. O ensino mecânico aplicado nas graduações e também na Educação Básica não subsidia o necessário para a real aprendizagem no Ensino superior. O que mostra a ineficiência da formação básica ser voltada, unicamente, para as seleções, processo iniciado com a chegada das Academias Militares como já mencionado.

Outro fator se relaciona à pressão das avaliações, historicamente tradicionais, novamente o termo tradicional remete à postura do professor quanto às suas finalidades ao avaliar. A cobrança é a aprovação ou reprovação ao fim do ano letivo. O nível de ansiedade ao participar do processo avaliativo é um fator destacado por Fragelli como problema para a aprendizagem da disciplina que ministra conforme descreve em um artigo publicado na revista Eletrônica Gestão & Saúde.

Avaliar é um ato que envolve todo processo educacional, o professor é avaliado por meio dos resultados de seus alunos, a fim de que repense o fazer

pedagógico, fazendo as adequações necessárias para que sane suas dificuldades, de maneira a não isentar a responsabilidade do mesmo na situação, mas também as culpas e partilhando as sugestões (SAKAMOTO, 2008).

Fragelli desenvolve uma metodologia colaborativa que ameniza a pressão das avaliações formais, ainda possibilita maior interação aluno/aluno e professor/aluno. O ato de avaliar complementa o caráter de metodologia que objetiva a aprovação, passando a ser um momento de reflexão por meio da análise dos resultados.

O questionável no processo para os tempos de hoje, é a isenção da oportunidade para que o aluno reveja seus erros e repense sua Matemática, se envolvendo em todo o processo de ensino/aprendizagem de maneira motivada. Para Fragelli (2015), muito dos resultados insatisfatórios provém da ansiedade e da exigência do acerto. O construtivismo se vale do erro enquanto parte do processo de construção significativa (HELIODORO, 2001), porém a prática docente exclui essa possibilidade como fator relevante para tal processo.

Em sua pesquisa, Fragelli aplica métodos para avaliar o índice de estresse e ansiedade dos alunos ao realizar as provas formais. Foi realizado com as turmas de primeiro ano do curso de Engenharia da Faculdade do Gama (Unb). Mais de 50% sofrem influência de seu estado emocional no rendimento alcançado. Assim, Fragelli desenvolve o Método 300.

Consiste em um processo de recuperação em grupos de colaboração forçada, com um ou mais líderes escolhidos pelo professor, usando como critério o desempenho dos alunos na prova, por ordem crescente de notas. Cada grupo deve ter, pelo menos, um encontro de duas horas, onde os líderes auxiliam a resolução de uma lista de atividades preparada pelo professor, referente aos assuntos da prova, e também para resolver uma prova elaborada pelos líderes do grupo.

Essa formação oportuniza a análise dos erros da prova e os alunos passam a ter a liberdade de expressar, perguntar e explanar em seus grupos. A linguagem entre eles, muitas vezes facilita a assimilação do conteúdo, nesse caso, além de se

trabalhar conteúdo, ainda são possibilitados a formação quanto a capacidade de síntese, de argumentação e o potencializa líderes, haja vista a forte influência devidamente exercida pelos colegas em grupo. O método ainda premia aos líderes, conforme avaliação em formulário próprio, por meio de notas mencionadas pelos liderados de cada grupo.

Após o período de discussões em grupo, é reaplicada uma prova aos alunos com rendimentos inferiores à média estabelecida, para constar como nota final, é selecionada a maior nota entre as duas avaliações aplicadas.

Abaixo uma simulação da formação de grupos de uma turma de 35 alunos.

Tabela 3.6 – Divisão de grupos dos 300.

ALUNO	NOTA	GRUPO
A	7	1
B	6	2
C	6	3
D	5	1
E	4,5	2
F	4,5	3
G	3	1
H	2	2
I	2	3
J	1	1
K	0	2
L	0	3

Fonte: autor.

Pela tabela foram formados 3 grupos com a seguinte composição:

Grupo 1: aluno A, aluno D, aluno G e aluno J;

Grupo 2: aluno B, aluno E, aluno H e aluno k;

Grupo 3: aluno C, aluno F, aluno I e aluno L.

Para esse caso, considera-se como média a nota 4,5, assim cada grupo possui 2 líderes que não terão a oportunidade de fazer a segunda prova, porém

terão a oportunidade de aumentar a nota por meio da ajuda que vão oferecer aos colegas, onde essa ajuda será avaliada por eles mesmos por meio de formulário próprio e posteriormente feito uma média de pontuação atribuída aos líderes variando de 0 a 1,5 pontos. Existem dois formulários<sup>20</sup> de avaliação de onde são feitas as médias conforme a ajuda oferecida e recebida. Essa nota é atribuída aos líderes, assim todos os participantes crescem.

Como resultado, Fragelli destaca o aumento considerável dos rendimentos e do índice de aprovação na disciplina de Cálculo, que era de 50% de aprovação e após a aplicação dos Trezentos, esse índice subiu para 85% de aprovação. Os alunos reconhecem a eficácia da metodologia relatando a redução do nível de ansiedade no momento da segunda prova e o conforto em saber que possuem uma segunda chance. O que não ameniza o caráter de objetivar a aprovação das avaliações, mas oportuniza aprendizagem significativa por meio da interação e os motiva na busca do conhecimento, já que sabem que haverá um momento em grupo onde poderão exercer o papel de líder. Isso se dá pelo fato dos grupos serem formados por hierarquia de notas, assim existe a possibilidade de troca de lideranças, é um motivo a mais para buscar a aprendizagem antes mesmo da aplicação da metodologia.

Além dos resultados quantitativos, a metodologia traz como objetivo o despertar para a solidariedade, e a oportunidade de ver o outro enquanto semelhante amenizando o caráter competitivo em que está inserido o ensino, sobretudo o de Matemática, pelas suas particularidades axiomáticas de difícil compreensão.

---

<sup>20</sup> Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=QLJtwsX8NqU>

## Capítulo 4

---

# ASPECTOS RELEVANTES PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NA ATUAÇÃO DE METODOLOGIAS COLABORATIVAS

---

“O bom ensino é uma arte.” (LEMOV, 2011, p.19).

O professor é um artesão com potencialidades para virar um artista. Pensado no papel do professor, destaca-se a necessidade de se fazer do ensino da Matemática uma arte, nesse sentido um fator importante a ser considerado é a expectativa que os professores têm em relação aos alunos (LEMOV, 2011). O aluno da geração y está conectado o tempo todo, porém muitas vezes tem dificuldades em formular perguntas ou em responder questionamentos, reconhecer suas dificuldades matemáticas já é uma dificuldade, nesse sentido, ao desenvolver altas expectativas sobre esse aluno, o professor tem a possibilidade de direcioná-lo durante a aula, de maneira a considerar suas respostas, ainda que não concernentes ao assunto. A técnica Bredstorming, exemplificada no quadro 3.1, possibilita essa valorização do erro ou do que seria descartado. O erro é o caminho para a aprendizagem, por meio dele chega-se ao acerto (HELIODORO, 2001). A Metodologia dos Trezentos também é uma forma de permitir a expressão desse aluno, muitas vezes tímido diante a uma turma inteira, nos grupos de colaboração eles questionam e mostram suas dificuldades sem medo de represárias, até mesmo no sentido de tentar formular suas perguntas e direcionar suas dúvidas<sup>21</sup>.

---

<sup>21</sup> Atitude percebida durante às aplicações das metodologias em sala de aula.

Todo aluno é capaz de aprender se seus professores forem capazes de considerá-los enquanto objetivo principal, a proposta motivacional é fazê-lo acreditar nisso (LEMOV, 2011). Nesse caso entra o papel de influenciador do professor. Líder que se aproxima e o conhece, não no sentido de tomar parte na tarefa educacional de responsabilidade da família, mas na aproximação do ser humano que é, levando em consideração a formação integral que envolve a solidariedade e a formação do cidadão ético proposto nos PCN e na LDB.

O Conteúdo matemático é parte essencial nesse processo, mas as metodologias usadas para ensiná-la também o são (PAIVA; SÁ, 2011). Encantar alunos com a arte de fazer Matemática é uma tarefa que exige, além de criatividade, muito conhecimento. O bom líder é um pesquisador, para influenciar é preciso estudar (MAXWELL, 2007a). A formação do professor enquanto responsável por essa motivação é pautada na pesquisa, no professor que busca continuamente aprimorar seus conhecimentos, apropriando-se não só dos teoremas e axiomas, mas da filosofia e da história de sua disciplina, tal fato potencializa a criatividade e permite uma abordagem lógica e significativa do que se ensina (D'AMBRÓSIO, 2005), (FREIRE, 1996b) e (PERRENOUD, 2000).

Levantam-se duas vertentes para o papel do professor do século XXI. Professor líder encantador ou professor “ensinador”. Refletindo nessas opções, há que se atentar para as exigências da clientela a ser atendida. O professor, em sua grande maioria, toma como critério para a relação professor/aluno, os aspectos cognitivos, enquanto os alunos priorizam os aspectos relacionais e afetivos. Outrora a hierarquia e o conhecimento matemático dirigiam essa relação, já essa geração, escolhe líderes, querem ser influenciados (JESUS, 2008). Embora o papel do professor perante a sociedade seja o de ensinar, já que educar cabe à família, a conotação de educador atribuído a muitos, se vale dessa capacidade de se relacionar e dialogar com o aluno, considerando outros aspectos de seu desenvolvimento para que o ato de ensinar, ou motivar a construção do conhecimento, seja eficaz e eficiente (LEMOV, 2011) e (JESUS, 2008). Os bons professores ensinam, os melhores influenciam.

De nenhuma maneira fica pormenorizado o ato de ensinar, influenciar para a construção do conhecimento envolve tal ato (WEISZ; SANCHES, 2003). Contrariando a Tendência Liberal não-diretiva que desconsiderava a interferência do professor, relevando somente as questões psicológicas do aluno e sua motivação, também a escola novista que partia da motivação do aluno para estabelecer o que se devia ser trabalhado enquanto conteúdo. A busca é o ajustamento entre essas questões conteudista, o ato de ensino e as metodologias para tal.

O fato é que um líder é formado por outros líderes. O recém-licenciado copia a postura de seus professores. Licenciaturas matemáticas ensinam conteúdos matemáticos de maneira intensa e bem relevantes, porém o professor precisa aplicar esses conteúdos na Educação Básica, e os modelos que seguem são os que aprenderam na licenciatura. (D'AMBRÓSIO, 1993), (D'AMBRÓSIO, 1996).

O senso comum estabelece a pesquisa como parâmetro para diferenciar licenciatura de bacharelado. Tal fato é reconhecido por unidades acadêmicas<sup>22</sup>. Isso isenta os futuros professores de qualquer preocupação com a pesquisa, em se tratando do professor, essa isenção é ainda mais pertinente, já que o foco das licenciaturas em Matemática é o aprimoramento em conteúdos dessa disciplina. A fala de D'Ambrósio (1993) é pertinente também aos cursos de licenciatura em Matemática, se refere ao fato de que os professores retiram do aluno a magia escondida por trás das teorias matemáticas, o prazer da construção do item ao disponibilizar questões prontas com a única intenção de avaliar a aprendizagem dos conceitos repassados. As metodologias implicam em o quão motivados os alunos estão para agir no ato de pesquisar e aprender, porém o professor pesquisador influencia por meio da pedagogia da presença, e ainda estão mais preparados para os questionamentos dos alunos que se vêm aguçados pelo ato de conhecer mais os porquês da Matemática.

Da Universidade, onde se recebe conteúdo, direto para a Educação Básica, onde se repassa o conteúdo recebido. Objetivando a reflexão sobre esse processo propõe-se a análise da formação inicial do professor atuante na Educação Básica.

---

<sup>22</sup> Disponível em [www.mat.ufpr.br](http://www.mat.ufpr.br) acessado em 18/05/2016.

## 4.1 A Formação do professor ao longo dos tempos

As seções seguintes foram baseadas em (SILVA, 1998) e (SILVA, 1996) no qual mostram fatos marcantes na formação do professor de Matemática em alguns períodos. Conforme os fatos citados, as primeiras formações para o professor de Matemática foram efetuadas por engenheiros e não por matemático, longe do desmerecimento do conhecimento matemático dos engenheiros, mas esses recebem formação para aplicar a Matemática na manipulação de materiais, professores trabalham com vidas, é um agente que trabalha na conscientização de homens e mulheres que vivem em sociedade.

Durante toda história há o esforço para se formar o saber matemático enquanto objeto principal, o que de fato influencia no patamar em que o país se encontra em termos de ensino da Matemática, porém a discussão sobre o ensino efetivo divide opiniões entre os professores e pesquisadores da área. O equilíbrio entre o fazer pedagógico e o saber conteúdo como forma de amenizar tal situação ainda é tímido.

### 4.1.1 Período Jesuíta

- Por intermédios dos Inicianos, surge a primeira formação Matemática no Colégio de Salvador, porém sem reconhecimento legal;
- Primeiros bacharéis e licenciados para a atuação no ensino secundário a partir do curso de Artes;
- Avaliações pautadas na repetição.

### 4.1.2 Período Pré-Pombalina

- Criação da Faculdade de Matemática em Coimbra. A Faculdade da Bahia se pautava no ensino enciclopédico de Coimbra;
- Não incentivo a pesquisa, ensino livresco na Universidade;

- Alunos da Faculdade do Brasil eram obrigados a repetir a formação em Coimbra;
- Atraso da Ciência exata em Portugal decorrente da proibição de circulação de material instrutivo advindo da Europa, crise doutrinária;

#### 4.1.3 Período das Reformas Pombalinas

- Criação das aulas régias, o professor escolhe a hierarquia de conteúdos, professores nomeados;
- Contratação de engenheiros italianos para atuar na formação matemática nas faculdades desse curso;
- Estudantes brasileiros e portugueses interrompem seus estudos matemáticos, advindos de engenheiros, em Coimbra para regressar ao Brasil com a família Real;
- Esses estudantes foram para as Academias Militares e escolas secundárias ministrar a matemática e suas aplicações tal qual oferecida pelos engenheiros;
- Valorização da Matemática enquanto Ciência.

#### 4.1.4 Período da República Velha

- Ensino matemático com rigor oferecido pela Academia Real Militar;
- Primeiro grau de doutor em Matemática incentivando a outros alunos a estudar, por conta, outros tópicos matemáticos não oferecidos no ensino superior;
- Criação da Escola Politécnica destinada à formação de engenheiros;

- Formação de engenheiros-matemáticos, já que era o único curso superior que se estudava a Matemática na época.

#### 4.1.5 Primeiras Universidades

- Desenvolvimento da Matemática no ensino superior a partir da criação da Faculdade de Filosofia de Ciências e Letras da Universidade de São Paulo em na década de 1930;
- Formação dos primeiros professores de Matemática licenciados e Matemáticos bacharelados;
- Criação do primeiro Seminário de Matemática e Física por influência de Fantapiè;
- Criação da Universidade do Distrito Federal objetivando a pesquisa científica básica;
- Interesse em publicações inéditas em Matemática;
- Preocupação dos mestres em formar discípulos para suas linhas de pesquisas;
- Criação das revistas específicas da área de Matemática;
- Fixação de renomados Matemáticos portugueses na Universidade do Recife em decorrência da crise política de Portugal, onde iniciaram um estudo avançado da Matemática;
- Contratação de Engenheiros para atuar como professor de Matemática na graduação.

#### 4.1.6 Período dos Movimentos Matemáticos após 1960

- Primeiro curso extracurricular de Matemática em Curitiba “ Seminário da Matemática Moderna;
- Formação dos primeiros grupos de Estudos matemáticos para professores;
- Criação do Instituto de Matemática Pura e Aplicada incentivando a pesquisa matemática;
- Criação dos Colóquios de Matemática enquanto espaço de discussão sobre o desenvolvimento da disciplina no Brasil;
- Criação da Universidade de Brasília com equipe docente de peso na área da matemática, que coordenou um dos primeiros cursos de Mestrado da área no país;
- Melhoria considerável da graduação Matemática decorrente do regresso de professores que se doutoraram em Universidades estrangeiras;
- Forte influência do IMPA na formação dos primeiros Doutores em Matemática no País;
- Doutorandos da Matemática pura migram para a Matemática Aplicada;
- Fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática composta por profissionais da Educação Básica e Superior do país;
- Surgem programas de formação continuada para professores em exercício.

## 4.2 Formação continuada

Em 2011 foi criado o programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional objetivando oferecer ao professor de Educação Básica, aprofundamento em termos de conteúdos necessários para atuação para esse nível de ensino. A maior parte das vagas é destinada para professores da Rede Pública de Educação. Uma análise quanti-qualitativa<sup>23</sup> destaca o impacto do programa na sociedade, por meio de relatos de professores que já concluíram. Destaca-se não só o aprofundamento conteudista, mas também a interação entre alunos de todo o país na troca de experiências, alunos com boa formação com dificuldades em obter resultados positivos durante suas aulas, outros com defasagem de conteúdo, porém apresentando alto nível de motivação de seus alunos. O programa ainda oferece a iniciação à pesquisa para professores que não tiveram a oportunidade de desenvolver qualquer tipo de pesquisa ou trabalho desse cunho, a formação do professor pesquisador citado por vezes nesse trabalho. O Profmat toma como base na Meta 14 do Plano Nacional de Educação para esse decênio, que é a de atingir a titulação anual de sessenta mil mestres, mas não se vê movimentação direcionada pela estratégia 14.8 da meta:

“... estimular a participação das mulheres nos cursos de pós-graduação stricto sensu, em particular aqueles ligados às áreas de engenharia, matemática, física, química, informática e outros no campo das ciências;” (BRASIL, 2014)

Apesar do objetivo do Profmat<sup>24</sup> ser o aprofundamento de conteúdo, disponibiliza disciplinas opcionais como eletivas que contemplam a reflexão sobre a prática, à escolha do polo. Essas disciplinas são o equilíbrio entre a prática e a teoria, não ofertada como forma de amenizar o ritmo acelerado dos conteúdos das disciplinas obrigatórias, haja vista a graduação deficiente de muitos mestrados em termos matemáticos e também a carga horária de trabalho intensa, alguns mantêm uma carga de 60 horas semanais de regência durante todo o mestrado, mas com metodismo e a mesma cobrança que é feito com as disciplinas base do curso.

---

<sup>23</sup> Disponível em <http://www.profmat-sbm.org.br/files/Arquivos20do20Site/Relatorio/SBM-PROFMAT-Quem-e-o-professor-DIGITAL-completo-com-anexos.pdf>.

<sup>24</sup> Regimento disponível em <http://www.profmat-sbm.org.br/funcionamento/regimento>.

Tomando como base os resultados das avaliações sistêmicas, as Secretarias Estaduais de Educação implantam projetos de formação continuada para o professor regente de Matemática. No ano de 2014 a Secretaria Estadual de Educação de Goiás trouxe como proposta de formação, o curso chamado “Somando ideias”. Em Formosa o curso foi ministrado em quatro encontros, um por bimestre, e atendeu uma média de 40 professores de Matemática da Regional da Subsecretaria de Educação. Coordenado e aplicado pela equipe de Tutores de área de Matemática, outro programa destinado a orientar professores da área em exercício. A maior preocupação dos professores era em termos de metodologias, foram realizadas algumas oficinas durante o encontro, porém um desses encontros foi direcionado como tema, o uso do recurso quadro/giz como forma de se realizar um trabalho diferenciado, na intenção de desvincular a valoração de aula eficaz das muitas técnicas e oficinas com o concreto a que se vem trabalhando desde o início desse século. Nesse sentido, a formação contemplou tanto os aspectos observados pelos tutores durante os atendimentos semanais junto às escolas, na prática do professor, quanto aos anseios dos discentes ao atenderem prontamente às solicitações para o curso. Suporte às dificuldades em conteúdos e sugestões de práticas, bem como a reflexão sobre a prática da docência.

Bons projetos de formação continuada são implantados pela Secretaria de Educação Estadual, o de Tutoria de área é um deles. O professor de matemática recebia um suporte semanal, tanto quanto a conteúdo quanto a sua prática e a avaliação, na própria escola. Formação continuada semanalmente e monitorada. O problema é que a maioria desses bons projetos são políticas de governo, ou acordos entre subsecretários e Secretários, e não de Estado, o que dificulta a análise do impacto efetivo no meio educacional. Os resultados em educação são em longo prazo. Projetos implantados e interrompidos no auge de sua execução têm mais impacto quanto aos gastos públicos que em melhorias. O Plano Nacional da Educação estabelece metas desafiadoras para esse decênio, define Diretrizes para assegurar e manter o desenvolvimento da Educação em regime de colaboração entre Estados, Municípios e Distrito Federal (BRASIL, 2014). Refletir quanto à prática educacional é também discutir as implementações advindas do presente PNE que contempla a formação do professor de Matemática.

### 4.3 Professor Tradicional e Professor mediador

Não reinventar a roda, essa é a fala de Marcelo Viana em janeiro de 2016 ao falar das formações decadentes dos professores de Matemática, uma entrevista dada a Gabriel Alves da Folha de São Paulo. Existe um contraste entre o país que conquistou a medalha Fields e também está entre as piores notas do PISA. Muitas vezes gasta-se tempo em grandes discussões sobre o que realmente funciona enquanto melhorias, o menor indício de mudança na postura ou no planejamento do professor, ainda que de maneira simples, pode significar a eficácia no processo ensino/aprendizagem de Matemática a que se espera (LEMOV, 2011).

Conhecer tendências e estudar técnicas aumentam as opções para as tentativas de melhoria do ensino, pautados na segurança dos 50% do processo, o conhecimento de Matemática, o que resta é alinhar a metodologia à fala motivada e entusiasmada que todo líder dispõe, a fim de conquistar e direcionar seus liderados com a consciência de que bom é o que funciona (MAXWELL, 2007b), (MAXWELL, 2007a) e (LEMOV, 2011).

Muitas vezes a comunicação falha dos 50 minutos de monólogo executado pelo professor tradicional, onde o conteúdo é profundo e didaticamente exposto, não tem significado para o aluno. Quando Jesus (2008) fala que o jovem do século XXI quer ser influenciado, remete às conexões entre professor e aluno. Conectar é mais que comunicação, “conectar-se é a habilidade de se identificar com pessoas e se relacionar com elas de forma que aumente sua influência sobre elas” (MAXWELL, p. 16, 2010). Nesse sentido o professor que se conecta, tem na docência uma missão, para esses, o processo ensino/aprendizagem é pautado em um projeto de vida pessoal, é de agrado e é divertido (FREIRE, 1996b), (MAXWELL, 2007b) e (MAXWELL, 2007a).

Usar técnicas e atividades tradicionais nem sempre significa ser um professor tradicional. Como já afirmado, essa visão do que é ser tradicional está ligada a relação que o professor tem com o saber e a forma com a que se permite se relacionar com seus alunos como descreve Libâneo:

“Predomina a autoridade do professor que exige atitude receptiva dos alunos e impede qualquer comunicação entre eles no decorrer da aula. O professor transmite o conteúdo na forma de verdade a ser absorvida; em consequência, a disciplina imposta é o meio mais eficaz para assegurar a atenção e o silêncio.” (LIBÂNEO, p. 24, 1985)

Usar enquanto recursos apenas quadro/giz e material humano pode ser tão ou mais eficiente que aplicações de grandes técnicas quando não há coerência com o conteúdo trabalhado. A sala de aula é um grande grupo colaborativo, ao provocar o aluno a perguntar, expor, sugerir, refletir, ao aceitar as indagações dos mesmos, essa aula é colaborativa e não tradicional, ainda que as discussões sejam sobre uma simples resolução de equação de primeiro grau desconectada a uma aplicabilidade prática. Algumas técnicas de memorização também são defendidas enquanto atividade que pode vir a ser usado nas atividades em colaboração. Os asiáticos acreditam que habilidades básicas de memorização, como a tabuada, deixam o pensamento do aluno livre para refletir e construir conceitos bem mais elevados, não é preciso desgastar energia com coisas básicas como contas de multiplicar, pode-se memorizar (LEMOV, 2011).

Para o professor tradicional, o objetivo é o conteúdo, para o não-diretivo é a motivação, para o colaborativo, é a reflexão do saber e a significação do aluno. O diálogo sobre o conteúdo estabelecido entre professor e aluno, mostra que o professor compreende que a vida desse aluno transcende as questões levantadas em uma aula de Matemática, atribui valor a formação que está entendendo a integralidade de seu aluno, como objetivo maior de seu ensino (SADOVSKY, 2010).

A seguir, dois exemplos de roteiros de aulas, um tradicional e o outro colaborativo, sobre Equação de segundo grau, aplicável ao nono ano do Ensino Fundamental:

Quadro 4.1 – Roteiros de aula tradicional e colaborativa.

ROTEIRO TRADICIONAL	ROTEIRO COLABORATIVO
<p>Série: 9º ano.            Conteúdo: equação do segundo grau.            Ações:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definir a equação: <math>ax^2 + bx + c = 0</math>.</li> <li>2. Apresentar o discriminante:  <math>\Delta = b^2 - 4ac</math>.</li> <li>3. Apresentar a fórmula de Bhaskara.</li> <li>4. Resolver os exemplos:  <math>x^2 - 5x + 6 = 0</math> e <math>5x^2 + 4x - 1 = 0</math></li> <li>5. Aplicar lista de exercícios.</li> </ol>	<p>Série: 9º ano.            Conteúdo: equação do segundo grau.            Ações:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Propor uma pesquisa individual para a próxima aula, sobre as ações militares envolvendo os treinamentos de lançamento de foguetes do exército em Formosa e o cálculo dos alcances desses foguetes bem como altura máxima atingida. Aproveite a oportunidade para tomar nota também sobre o efeito social das ações militares na sociedade ao longo dos tempos.</li> <li>2. Dividir a turma em grupos e propor a discussões sobre os temas e elaboração de um texto coletivo sobre a pesquisa, mostrando possíveis formas de se calcular o alcance dos foguetes.</li> <li>3. Partindo da socialização dos textos esquematizar no quadro a equação do segundo grau, sua definição, o cálculo do discriminante e do cálculo do alcance dos foguetes como <math>x_1</math> e <math>x_2</math> como exemplos.</li> <li>4. Propor desafio para a turma para que na próxima aula, quem se dispuser, trazer a demonstração de Bhaskara.</li> <li>5. Fechar com a resolução de problemas em grupos.</li> </ol>

Fonte: o autor.

Três mitos sobre o abandono da postura tradicional:

- O currículo não é vencido se não for tradicional;
- O não tradicional gera indisciplina;
- O ensino será superficial.

Ao falar em metodologias não tradicionais não remete só ao uso de materiais manipuláveis, falsa ideia de que o construtivismo de Piaget é sempre manipular objetos, quando na verdade é construir conceitos como já visto, ou a ludicidade e jogos, essas também são boas metodologias, mas já são bem disseminadas no meio educacional. Ao abrir possibilidade de discussão e pesquisas em grupos de colaboração, é possível abarcar várias etapas de um processo que levariam duas ou três aulas para se concluir. Em uma atividade de pesquisa, como a proposta no roteiro acima, alguns assuntos já são mediados; altura máxima, resolução de equação de segundo grau, que já leva um bom tempo para assimilar os coeficientes à aplicação da fórmula, função e a iniciação dos estudos do gráfico. A famosa lista de atividades pode ter exercícios repetitivos, mas em grupo vira construção de conhecimento com a troca de experiência entre eles. E ainda pode-se pedir que elaborem situações onde vão usar o estudo das equações de segundo grau seguindo o proposto por D'Ambrósio (1993).

A proposta não garante uma sala estática de alunos todos enfileirados e silenciosos, mas a capacidade de influenciar do mediador que está trabalhando com todos os grupos, garante o envolvimento de 100 % dos alunos nas atividades, é uma desordem organizada e gerenciada pelo professor. Aluno crítico se expressa e isso faz barulho, é uma evidência que os objetivos estão sendo alcançados.

O ensino superficial é gerado pela falta de domínio de conteúdo, assim não é a metodologia que influencia o terceiro mito, é o mito que influencia a metodologia.

Três verdades sobre metodologias não tradicionais:

- Requer trabalho;
- Gera tumulto;
- Demanda tempo de estudo, planejamento e avaliação do processo.

Freire (1996b) diz que ensinar exige rigor metódico, pesquisa e comprometimento. Assim pode-se concluir que para ensinar não é suficiente o trabalho de conhecer. O engenheiro conhece a proposta, calcula, analisa situações, projeta, constrói e depois avalia a obra. O professor tem o mesmo trabalho, o de conhecer, analisar, projetar, aplicar e avaliar, passos que contrapõe o ensino enciclopédico criticado por Fantapiè e presente nas licenciaturas e bacharelados, de onde se formam os professores de Educação Básica. A docência é trabalhosa.

A segunda verdade explica a origem do segundo mito, os alunos não estarão como de costume nas boas aulas de Matemática tradicional. Conversam entre si. Professor que tem dificuldade em aceitar mudanças, tem problema com essa verdade, conversas mediadas é um fator bom, porém sem a mediação e o gerenciamento do professor, o mito pode virar verdade.

O fator tempo é relevante para o professor de Educação Básica. A jornada de trabalho, em geral, é de 40 ou 60 horas semanais de regência. Alguns dividem seu tempo entre o ensino público e o privado. As condições salariais não permitem que o docente escolha uma carga reduzida de trabalho a fim de dar qualidade à sua prática docente. Esse fator interfere diretamente nas metas do PNE que se referem ao aumento da qualidade do ensino. Há que se considerar que o professor é um ser sociável, tem família, muitos ainda estudam. Em algumas localidades não lhe são autorizados o afastamento para o aperfeiçoamento profissional, como previsto em Lei. Essa verdade é o maior desafio para o professor criativo, líder e inovador, o tempo indisponível em decorrência da necessidade de proventos.

Abaixo estão listadas algumas características extraídas da visão de Freire, D'Ambrósio, Beatriz D'Ambrósio e Perrenoud, do professor Inovador e líder:

- Possibilita transformação de vidas;
- Gosta do que faz;
- É líder;

- Criativo;
- Preocupa-se com o aluno;
- Sabe o conteúdo;
- Motiva o aluno;
- Planeja e avalia;
- Assume riscos;
- Aceita novas características;
- É um pesquisador.

Um professor líder que trabalha com a colaboração, aprende conteúdo, mas motiva pessoas a aprender também. Divulga seu trabalho e incentiva aos colegas na busca da melhoria do processo ensino/aprendizagem da Matemática. A partilha é o princípio básico da colaboração, na troca de experiências, as possíveis dificuldades se diluem, e assim como na metodologia dos trezentos de Fragelli, todos se incluem e os alunos aprendem mais e melhor, ainda que não seja a solução do problema do ensino da matemática no Brasil.

## Capítulo 5

---

# APLICAÇÕES

---

### 5.1 Sequência Didática

A presente pesquisa apropria-se da metodologia de Sequência Didática estudada por Zabala (1998). O autor propõe tal metodologia como organização do planejamento usado pelos discentes, porém de uma forma a refletir sobre suas práticas.

Em consonâncias às indagações e objetivos desse trabalho, a sequência didática propõe uma visão detalhada da situação educacional que se pretende desenvolver, partindo de um diagnóstico que permite analisar, não só a aprendizagem do aluno, mas a situação motivacional do mesmo. Trabalhar com planejamento, aplicações de atividades e avaliações, todos envolvidos enquanto unidades de um processo complexo, que é a intervenção pedagógica, é um caminho que provoca a reflexão do docente quanto às suas intenções na condição de formador de opinião e líder influenciador (ZABALA, 1998) e (JESUS, 2008). Tal metodologia ainda valoriza as interações professor/aluno e aluno/aluno como fatores importantes para o processo. Ao propor a colaboração como meio de propiciar a construção do conhecimento, levando em consideração a atuação do professor no papel de líder que forma líder, a sequência didática contempla todas as propostas e objetivos da presente pesquisa.

Pensando na dificuldade de pré-requisitos matemáticos dos alunos de primeira série do Ensino Médio do Centro de Ensino de Período Integral - Professor Sérgio Fayad Generoso, situado no Município de Formosa-Go, foi proposto um trabalho que despertasse o espírito pesquisador aos discentes e oferecendo subsídio ao ensino, trabalhando a motivação dos mesmos. Oportunamente, também foram abertas

discussões durante as formações de professores sobre metodologias colaborativas e a necessidade de se pautar o ensino, em situações de aprendizagem em que os alunos tenham a oportunidade de argumentar, discutir e construir seu conhecimento e ainda despertar o espírito solidário enquanto vivencia ética e moral. Nesse sentido foi elaborada uma sequência didática envolvendo a formação do professor da referida Unidade Escolar, na condição de liderar a retomada de conteúdos de Ensino Fundamental de Matemática, voltada para a colaboração e aplicação do método colaborativo, formulada a partir da Metodologia dos Trezentos, em uma turma de primeira série, previamente selecionada. É um relato de experiência da pesquisadora, contemplando a aplicação da Metodologia dos Trezentos, no seu formato original, em uma turma de segunda série, que é ponto de atenção em termos de motivação e aprendizagem.

A sequência baseou-se na análise dos gráficos da ADA (Avaliação Dirigida Amostral)<sup>25</sup>, aplicada em fevereiro desse ano nas turmas de primeira série do Ensino Médio e no desempenho dos alunos nas resoluções de situações-problema da disciplina de Física, que necessita da noção de resolução de equações de primeiro e segundo grau, potenciação, funções proporcionais, leituras de gráficos, expressões numéricas e operações com frações.

### 5.1.1 Análise das atividades de Física

O currículo referência do Estado de Goiás traz para o primeiro e segundo bimestre na disciplina de Física da primeira série, as seguintes expectativas de aprendizagem e conteúdos:

---

<sup>25</sup> Em anexo.

Figura 5.1 – Currículo Referência de Física - 1 série EM - GO.

1ª SÉRIE/ ENSINO MÉDIO			
	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	EIXOS TEMÁTICOS	CONTEÚDOS
1º BIMESTRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender as ciências como construção da humanidade, relacionando a história da física com o desenvolvimento Científico e a transformação da sociedade.</li> <li>Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas.</li> <li>Identificar variáveis relevantes e selecionar os procedimentos necessários para a produção, análise e interpretação de resultados de processos ou experimentos científicos e tecnológicos.</li> <li>Definir velocidade média, deslocamento e trajetória, levando em consideração as linguagens gráficas e expressões matemáticas que as envolvem.</li> </ul>	<p><b>História e Evolução da Física</b> <b>Medidas e seus Instrumentos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>História da Física</li> <li>Ramos da Física</li> <li>Grandezas Físicas</li> <li>Sistema Internacional de Unidades</li> <li>Conceito de velocidade</li> <li>Conceito de aceleração</li> </ul>

1ª SÉRIE/ ENSINO MÉDIO			
	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	EIXOS TEMÁTICOS	CONTEÚDOS
2º BIMESTRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>Definir aceleração média levando em consideração as linguagens gráficas e expressões matemáticas que a envolve.</li> <li>Diferenciar movimentos uniforme e uniformemente variado.</li> <li>Identificar diferentes modalidades de movimento.</li> <li>Caracterizar grandezas vetoriais levando em conta seus conceitos básicos aplicações e medidas.</li> <li>Aplicar conceitos da cinemática vetorial para a compreensão de lançamento de projéteis.</li> </ul>	<p><b>Movimentos</b> <b>Grandezas</b> <b>vetoriais</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Movimento Uniforme</li> <li>Movimentos variados</li> <li>Vetores</li> <li>Característica vetorial dos movimentos</li> </ul>

Fonte: <http://seduc.go.gov.br>

Ramalho, Nicolau e Toledo (2007) afirmam que o objeto de estudo da Física são os fenômenos e para tal, o método usado passa por algumas etapas, a observação, a medição e a indução de leis e essas leis são expressas por fórmulas matemáticas. Assim, a efetivação do estudo dessa disciplina, exige do aluno o conhecimento matemático enquanto pré-requisito. Nesse sentido, o professor de Física se preocupa com a aplicabilidade da Matemática trabalhada com rigor pelo professor de Matemática. Disciplinas interdisciplinares aplicadas sob uma ótica multidisciplinar<sup>26</sup> (D'AMBRÓSIO, 2005).

### 5.1.2 Verificação das dificuldades dos alunos

Após a teorização dos conceitos iniciais da Física, é preciso introduzir a noção de Grandezas físicas e suas unidades, bem como a representação por meio da notação científica. Manipulando tal conteúdo, foi evidenciada a dificuldade dos alunos em trabalhar com potência, frações e suas operações.

As grandezas físicas são representadas por unidades de medidas padronizados e comparáveis, assim trabalhando uma das grandezas fundamentais como Tempo, massa e comprimento, é preciso manusear seus múltiplos e

<sup>26</sup> A multidisciplinaridade permite o estudo de um conteúdo usando conceitos comuns várias disciplinas, mas não existe elo entre elas no processo. A interdisciplinaridade relaciona assuntos comuns de mais de uma disciplina ao aborda-los durante o estudo.

submúltiplos e compará-los a fim de obter precisão ao que se deseja medir ou comparar. Tais grandezas também se relacionam entre si estabelecendo uma dependência, como é o caso da grandeza Velocidade que é uma relação entre uma distância e um tempo (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2008).

O aluno precisa, enquanto pré-requisito, conhecer e aplicar bem, operações com potências decimais, tanto para converter unidades quanto para representar valores muito altos ou muito pequenos. Para facilitar as resoluções, usa-se a notação científica como forma de simplificar as representações de tais valores, método que utiliza representação por potências decimais.

Exemplo (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2008):

$$356000000 = 3,56 \times 10^8 m$$

$$0,000000492s = 4,92 \times 10^{-7} s$$

Para conversão de unidades foi utilizado o método de conversão em cadeia, por ser uma forma de generalizar a conversão de qualquer grandeza física. Halliday e Resnick definem tal conversão por ser uma multiplicação do valor por uma razão de unidade equivalente à usada inicialmente. Para converter unidade de tempo, por exemplo, usa-se o fato de um minuto equivaler a 60 segundos, assim para converter 2 min para segundos calcula-se:

$$2min = 2min \times 1 = 2min \times \frac{60s}{1} = 120s.$$

Durante as aulas, foi aplicada, em grupos de quatro alunos, uma atividade para verificar o desenvolvimento dos mesmos quanto ao uso de tais conceitos, servindo também como diagnóstico, a fim de possibilitar a observação do conhecimento matemático de tais alunos. No estudo dos movimentos e nos lançamentos de projétil, o aluno deve conhecer e manusear bem os processos de resoluções de equações e funções. Para que se analise Movimentos Uniformes e Uniformemente variados, o

aluno trabalha com uma série de funções horárias e a Equação de Torricelli como descrito abaixo:

- UM - Movimento Uniforme -

$$s = s_0 + vt$$

- MUV - Movimento Uniformemente Variado –

$$s = s_0 + v_0t + \frac{a}{2}t^2,$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s,$$

$$v = v_0 + at.$$

Diante as indagações e dificuldades dos alunos, houve a preocupação em levar para o grupo de docentes e para a coordenação de área, a constatação da defasagem de conteúdos básicos matemáticos das cinco turmas de primeira série que compõem a Unidade Escolar. Em concordância com os professores de Exatas e de Ciências da Natureza, foi elaborado um projeto piloto de intervenção matemática para aplicação junto à essas turmas que obedeceu à seguinte Sequência Didática.

### 5.1.3 Sequência Didática do Projeto de Intervenção Matemática

- OBJETIVO GERAL:

Propiciar meios para construção do conhecimento matemático, de forma a subsidiar a aprendizagem de conteúdos do Ensino Médio que necessitem da matemática básica como pré-requisito.

- OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

1. Promover interação aluno/aluno e aluno/professor;
2. Propiciar a formação do pensamento crítico por meio do conhecimento matemático;

3. Retomar conteúdos de matemática básica;
4. Incentivar a pesquisa em matemática;
5. Motivar quanto ao estudo da disciplina;
6. Mostrar o significado matemático para as teorias estudadas em sala de aula;
7. Influenciar professores na prática da colaboração como método.

- PÚBLICO ALVO

35 alunos de primeiro ano do ensino médio, previamente escolhidos conforme constatação pós avaliação Diagnóstica, do CEPI - Sérgio Fayad Generoso.

- DURAÇÃO

Segundo Bimestre do ano letivo corrente.

- ATIVIDADES

1. Aplicação da prova Diagnóstica

Foi elaborada uma prova<sup>2</sup> baseada nos descritores de baixo rendimento observado na ADA, aplicada nas escolas públicas, e também no desenvolvimento dos alunos nas disciplinas de Física e Matemática no primeiro bimestre.

Nota-se deficiência dos alunos de primeira série de Ensino médio nos itens seguintes:

- Resolução de equações;

- Expressões numéricas;
- Potenciação;
- Leitura de gráficos;
- Localização numérica na reta real;
- Soma e subtração de números inteiros;
- Frações.

A prova foi aplicada dia 11/04/2016, no oitavo e nono horário de aula, para as cinco turmas de primeira série. Compareceram 137 alunos com abstenção de 38. Como parte da motivação, não foi imposto pela escola à obrigatoriedade de participar desse processo. Houve um trabalho de conscientização nas turmas quanto a importância desse projeto para o desenvolvimento dos alunos, observando nesse sentido a capacidade de influenciar do professor entre os alunos.

## 2. Análises das provas Diagnósticas

Analisando o número de acertos e erros dos alunos na prova diagnóstica, observa-se que dos 137 alunos que participaram da avaliação, 34,31% não acertaram nenhuma questão, considerando que não houve caso de provas em branco. 59,89% dos alunos acertaram entre uma e quatro das questões propostas. 4,35% conseguiram realizar com sucesso metade da avaliação e, somente, 1,45% dos alunos obtiveram rendimento acima de 50% da prova. São alunos oriundos de escolas Estaduais, municipais e também particulares do município de Formosa. Apenas três desses são repetentes.

Potenciação e Equação do segundo grau são conteúdos da matriz curricular no nono ano no Ensino Fundamental, em geral são bastante enfatizados nessa etapa do ensino, bem como a resolução de equações de primeiro grau, que é largamente trabalhado tanto mecanicamente quanto em situações-problema. O

observado foi que, na resolução da equação de segundo grau, 89,05% ou deixaram em branco ou resolveram como uma equação do primeiro grau, ou seja, nem reconhece o conteúdo aplicado. 65,70% ou deixaram em branco ou resolveram erroneamente uma equação do primeiro grau. Nos dois casos as equações não estavam vinculadas a situações-problema, o objetivo foi o de verificar o desenvolvimento das equações enquanto processo metodológico que requer pré-requisitos para que seja significativo as suas soluções.

A questão 7 pedia que se determinassem os zeros da função  $x^2 - 5x + 6 = 0$  e esboçasse o gráfico da mesma. Algumas soluções foram apresentadas da seguinte forma:

Quadro 5.1 – Algumas soluções apresentadas sobre zeros de função.

SOLUÇÃO DO ALUNO A	SOLUÇÃO DO ALUNO B	SOLUÇÃO DO ALUNO C
$x^2 - 5x = -6 + 0$ $7x = 6$ $x = \frac{6}{7}$	$x^2 - 5x = -6$ $6x = -6$ $x = \{ \}$	$x^2 - 5x + 6 = 0$ $2x - 5x + 6 = 0$ $-3x + 6 = 0$ $x = \frac{-3}{6}$

Fonte – autor.

Com relação aos gráficos, 100% dos alunos não conseguiram esboçá-lo. A questão 6, que se refere ao desenvolvimento da equação do primeiro grau, o aluno deveria resolver para  $x$  pertencente ao conjunto dos números reais, a seguinte equação:  $2x + 3 = 4x - 2$ . Algumas resoluções dadas pelos alunos:

Quadro 5.2 – Algumas soluções apresentadas sobre equações do primeiro grau.

SOLUÇÃO DO ALUNO D	SOLUÇÃO DO ALUNO E	SOLUÇÃO DO ALUNO F
$2x + 4x = 3 - 2$ $6x = 1$ $x = 6$	$2x + 3 = 4x - 2$ $5x = 4x - 2$ $x = 3$	$2x + 4 = 3 - 2$ $6x = 1$ $x = \frac{1}{6}$ $x = -6$

Fonte: o autor.

A análise proposta para esse momento não é a resolução de situações-problema, mas na ferramenta necessária para que se chegue a alguma resposta lógica. É alto o percentual de alunos que não conhecem os procedimentos matemáticos para tal solução. Existem caminhos diferenciados para que se pense na solução final, e nesses casos, presos a formalidade matemática e despreparados em termos de conteúdo quanto ao seu rigor, nota-se a dificuldade de abstração ao defrontar com situações como essas.

Abaixo estão descritas as expectativas para cada questão da prova diagnóstica.

Questão 1 – Reconhecer a subtração de números inteiros enquanto soma de números negativos;

Questão 2 – Reconhecer frações enquanto partes de um inteiro e somar frações;

Questão 3 – Localizar números reais na reta numérica;

Questão 4 – Reconhecer potência enquanto multiplicação seriada de um mesmo número e operar com as mesmas;

Questão 5 – Reconhecer a proporcionalidade em funções afins;

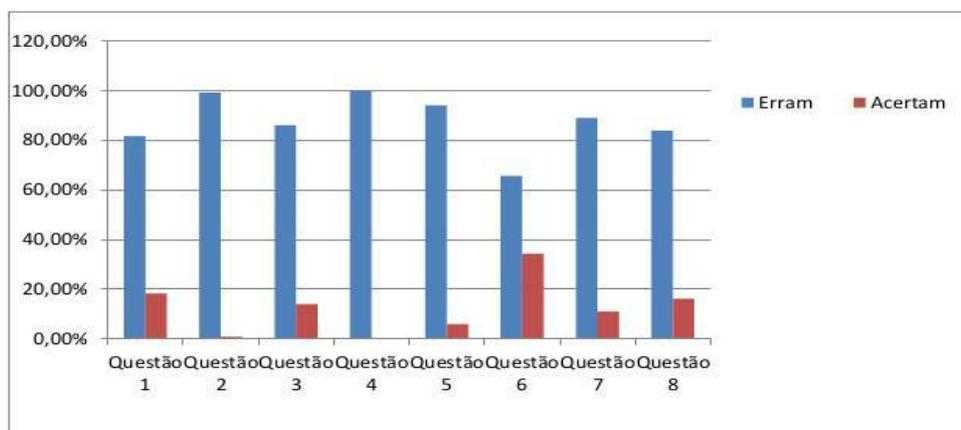
Questão 6 – Reconhecer equações de primeiro grau e resolvê-las;

Questão 7 – Reconhecer e resolver uma equação do segundo grau;

Questão 8 – Realizar leitura de gráficos operando com seus dados.

Diante o estudo dos resultados das cinco turmas, foi escolhida a turma considerada ponto de atenção quanto aos pré-requisitos matemáticos que subsidiam a aprendizagem para o Ensino Médio. A seguir o detalhamento do desempenho desses alunos.

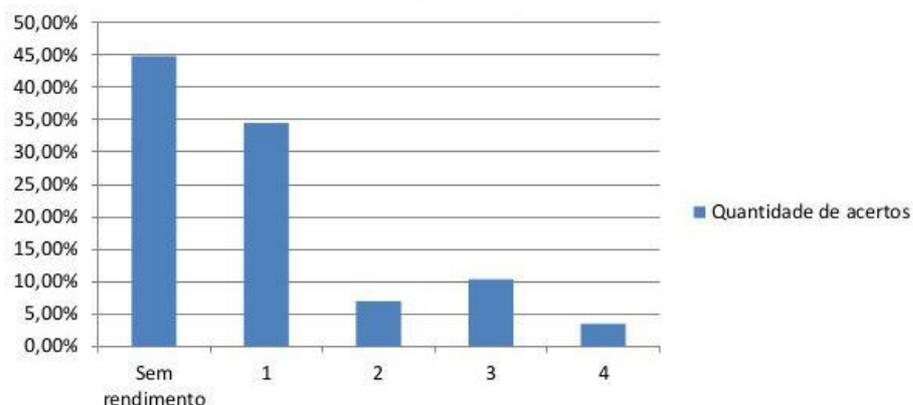
Gráfico 5.2 – Quantitativo de alunos por erro e acerto.



Fonte – autor.

Em uma turma com 35 alunos matriculados, 29 realizaram a diagnóstica. Os resultados descritos conforme o gráfico.

Gráfico 5.3 – Quantitativo de alunos pela quantidade de acertos.



Fonte: autor.

A turma apresenta resultado crítico, além dos aspectos motivacionais que os envolve, por esse motivo o projeto descrito foi aplicado nessa turma.

### 3. Formação dos grupos

Após análise das provas e levando em consideração o mapa de atividades da Unidade Escolar, que é de período integral, foi selecionada a turma de rendimento mais baixo no resultado da prova diagnóstica. A turma é composta por 35 alunos e apresenta problemas com baixa autoestima, apatia e defasagem em conteúdo<sup>27</sup>. Inicialmente essa foi uma experiência piloto que já se transformou em uma eletiva, será disponibilizada para 40 alunos da Unidade Escolar, preferencialmente aos alunos com defasagem de conteúdo matemático das primeiras e segundas séries, será aplicado nesse novo formato durante o segundo semestre do corrente ano.

Tomando como base a Metodologia dos Trezentos de Ricardo Fragelli, usando a colaboração forçada, a turma foi dividida em sete grupos de cinco alunos considerando a ordem decrescente de notas da prova diagnóstica. A colaboração foi hierarquizada tendo como líderes os dois alunos de maiores rendimentos no grupo.

<sup>27</sup> Durante reuniões para avaliar o desenvolvimento das turmas, foi bastante discutido o comportamento apático e desinteressado da turma em questão em todas as disciplinas do núcleo comum. O rendimento do primeiro bimestre foi ponto de atenção também em todas as disciplinas.

O projeto contou com o auxílio das Aulas de Estudo Orientado<sup>28</sup> para possibilitar o encontro dos grupos, uma vez por semana, na intenção de que pudessem discutir as atividades propostas e resolver questões. Assim como na aplicação da metodologia no ensino superior por Fragelli, o trabalho é uma retomada de conteúdos, administrada pelos próprios alunos, responsabilizando-se pelo cumprimento das atividades e gerenciando seu tempo e as discussões, onde o professor é coadjuvante nesse processo, se posiciona enquanto mediador e influenciador, motivando-os e interferindo, quando necessário. Para auxiliar as discussões, e ainda incentivar o uso dos grupos sociais enquanto forma de construir conhecimento, foi montado um grupo pelo aplicativo WhatsApp onde o professor, a cada 15 dias, postava uma atividade para ser resolvida pelo grupo, referente ao conteúdo aplicado na atividade da quinzena dos grupos de colaboração específicos.

#### 4. Formação para a equipe de professores

Na intenção de influenciar a equipe docente da Unidade, foi realizada uma Palestra por um Master Coach<sup>29</sup> permitindo uma experiência motivacional enquanto seres que agem na transformação de vidas e que se relacionam entre si. O objetivo foi promover reflexão sobre o papel do professor enquanto líder de si mesmo, que tem o ofício de motivar seus alunos por meio da Pedagogia da Presença<sup>30</sup>, baseado nos Pilares da Educação. Esse trabalho terá continuidade no segundo semestre, por solicitação da equipe.

Ainda contemplando objetivos da pesquisa inerente à influência entre os professores, durante os momentos de estudos e discussões, foram partilhadas as ideias de Fragelli quanto à metodologia dos Trezentos e a necessidade de utilizar metodologias colaborativas nas aulas de exatas. A troca de experiência ainda é constante entre o grupo. Como resultado dessa ação, vale ressaltar duas experiências de sucesso, oportunizadas a partir desse trabalho colaborativo que

---

<sup>28</sup> Disciplina do núcleo diversificado que trabalha com técnicas de estudo. As primeiras séries são contempladas com três horas/aula semanais nessa disciplina.

<sup>29</sup> Profissional que age como treinador auxiliando pessoas a potencializarem – se enquanto profissionais na busca de alcançar suas metas e objetivos. Disponível em: <http://www.ibccoaching.com.br/portal/coaching/o-que-faz-um-coach-2/>

<sup>30</sup> Ato de educar pelo exemplo e pela proximidade do aluno considerando-o como elemento principal no processo educativo.

existe entre os discentes dessa Unidade Escolar, em especial nas Áreas de Ciências Exatas e Naturais.

A professora de Matemática das segundas séries formatou o modelo dos trezentos conforme sua realidade e aplicou a metodologia após a realização das provas subjetivas<sup>31</sup>. Conforme sua descrição, elaborou uma segunda atividade e separou grupos de alunos por nível de desempenho nas avaliações e atividades feitas durante o bimestre. A professora destaca com surpresa, as diversas formas de resolução que os grupos apresentaram para um único problema, todos com soluções corretas, porém cada grupo com raciocínio diferente, fala ainda da concentração dos alunos e a seriedade das discussões durante a realização das atividades. O resultado dessa ação refletiu nas avaliações de bloco e nos simulados<sup>32</sup> onde essa disciplina, juntamente com a ação do professor de Física, apresentou bom rendimento nas duas avaliações e ainda, as únicas a apresentarem aumento no rendimento dessas avaliações em comparação ao primeiro bimestre na maioria das turmas.

O Professor de Física das terceiras e segundas séries sempre seguiu a linha do tradicional, resoluções de listas de atividades no quadro e atividades individuais. Após várias conversas e sugestões, pautando-se em uma prática colaborativa do professor de Química e no calor das discussões constantes na sala dos professores sobre ensino colaborativo, também na necessidade de responsabilizar o aluno quanto a sua aprendizagem, modificou sua forma de trabalhar no período pré-prova. Separou grupos de quatro alunos, destacou um líder baseado na facilidade de desenvolvimento do conteúdo estudado, e oportunizou a troca de experiências entre os mesmos nas resoluções das atividades, se portando como mediador do conhecimento. O resultado de seu trabalho foi ainda mais surpreendente, baixo índice de recuperações e dentre as seis turmas em que trabalha, só uma apresentou rendimentos insatisfatórios em um simulado. Todas as suas turmas tiveram crescimento nos rendimentos.

---

<sup>31</sup> Avaliações que ficam sob responsabilidade de cada professor quanto formato e metodologia a ser aplicada, correspondem 50% da nota final do aluno.

<sup>32</sup> Provas aplicadas todas as segundas-feiras denominadas provas de bloco com itens a serem julgados. São três blocos de disciplinas, com aplicações por segunda e um simulado, com questões de múltipla escolha e uma produção de texto.

São duas disciplinas consideradas críticas na Educação Básica, porém os resultados do segundo bimestre desses professores foram melhores que as disciplinas consideradas de fácil entendimento. Os alunos se apresentaram motivados, participativos e mais seguros na realização das atividades.

Com a apresentação dos resultados durante o conselho de classe, outros professores, como a professora de Português das segundas séries e o professor de Biologia das segundas e terceiras séries, despertaram o interesse em conhecer a metodologia de Ricardo Fragelli, na intenção de aplicá-la ou de moldá-la para aplicação em suas turmas no terceiro bimestre.

## **5. Aula inicial do projeto**

Foi realizado um bate papo com os alunos antes de iniciar o projeto. O objetivo foi o de explicar toda lógica do projeto, motivando-os e conscientizando quanto a necessidade da aplicação do mesmo. Nessa aula também foram divulgados os resultados da prova diagnóstica e a formação dos grupos de colaboração com seus respectivos líderes. O grupo de estudo via aplicativo também foi montado nessa mesma aula e apresentado o cronograma de atividades a ser cumprido. Também ficaram acordadas as datas de realização das atividades propostas e de suas postagens.

## **6. Atividades do projeto**

Inicialmente foram planejadas oito atividades, uma para cada semana com oito listas de exercícios a serem discutidas e resolvidas via aplicativo. Em decorrência das atividades previstas no calendário escolar e da realização de uma fase dos jogos estudantis do Estado de Goiás no município de Formosa, o planejamento das atividades teve que ser refeito com novos prazos. Assim, apenas três das atividades foram contempladas e o tempo para realização estendido para 15 dias. Na tabela abaixo estão descritas todas as atividades planejadas inicialmente.

Quadro 5.3 – Atividades do projeto.

Data de início	Atividade	Data para postagem final
23/04/2016	Cada grupo deve pesquisar sobre a variação dos preços da cesta básica de 2014, 2015 e 2016. Construir um gráfico para comparar as variações dos itens e construir quatro exercícios, contextualizados, que envolvam tal assunto e expressões numéricas;	29/04/2016
30/04/2016	Relacione o estudo de vulcanismos e temperaturas à resolução de equações de primeiro grau. Apresente um Mapa mental contendo: conceitos, relações e resoluções de 4 exemplos contextualizados.	06/05/2016
07/05/2016	Elabore um texto baseado nas ações militares envolvendo os treinamentos de lançamento de foguetes do exército em Formosa e o cálculo dos alcances desses foguetes bem como altura máxima atingida. Aproveite a oportunidade para discutir o efeito social das ações militares na sociedade ao longo dos tempos. Apresente 3 cálculos de equações de segundo grau envolvendo tais assuntos.	13/05/2016
14/05/2016	Montem um vídeo aula sobre potenciação e radiciação, dê exemplos contextualizados com a resolução de, no mínimo, 4 exercícios.	20/05/2016
21/05/2016	Proponha tópicos de análise de um gráfico sobre a atual situação econômica e política do país, abra uma discussão sobre a leitura dos gráficos onde todos terão que emitir opinião e fazer a leitura dos gráficos. Subsidie a discussão com leituras de reportagens sobre o assunto a que se refere o postado gráfico.	27/05/2016

Fonte – autor.

Quadro 5.4 – Atividades do projeto

Data de início	Atividade	Data para postagem final
28/05/2016	Monte um jogo inédito, de tabuleiro onde se possa trabalhar localização de números na reta real e a soma e subtração de números inteiros, todos no mesmo jogo. Discuta as regras e o formato do jogo no grupo. Essa atividade será colocada em prática para a comunidade escolar no horário do intervalo da semana seguinte.	03/05/2016
04/06/2016	Discutam as relações existentes entre os estudos de Pitágoras, notas musicais e frações. Proponha 2 atividades que envolva operações com frações e notas musicais.	10/06/2016
11/06/2016	Construa uma linha do tempo para a História da Matemática, para o grupo todo, uma única linha. Após as discussões confeccione tal linha para que seja exposta para comunidade escolar.	17/06/2016

Fonte – autor.

Conforme já descrito, as datas das aplicações foram mudadas e foram aplicadas somente três dessas atividades, de maneira presencial, com as respectivas listas de exercícios para discussões no aplicativo, como segue:

**Atividade 1** - Cada grupo deve pesquisar sobre a variação dos preços da cesta básica de 2014, 2015 e 2016. Construir um gráfico para comparar as variações dos itens e construir quatro exercícios, contextualizados, que envolvam tal assunto e expressões numéricas.

### Lista de exercícios 1

1. Um camelô fez 4 vendas. Na primeira teve prejuízo de R\$4, 00, na segunda teve prejuízo de R\$11, 00, na terceira teve lucro de R\$13, 00 e na última venda teve

lucro de R\$5, 00. Pode-se calcular o saldo resultante desses quatro negócios, efetuando:

2. Para cada expressão com palavras, escreva uma expressão com números na tabela abaixo:

	EXPRESSÕES COM PALAVRAS	EXPRESSÃO COM NÚMEROS
a)	Dezoito mais o triplo de quatro	
b)	Dobro de nove menos três	
c)	Seis vezes a soma de dois com nove	
d)	Quíntuplo de dezoito menos cinco	
e)	Nove vezes sete mais dois	
f)	Três vezes a diferença entre doze e sete	

3. Complete o extrato bancário de um cliente do Banco Poup+.

DATA	HISTÓRICO	VALOR
15/05	Saldo anterior	-130,00
16/05	Cheque	-25,00
16/05	Saldo	
20/05	Depósito	+180,00
20/05	Saldo	
25/05	Cheque	-113,00
25/05	Saldo	
03/06	Depósito	+625,00
03/06	Saldo atual	

4. Resolva as seguintes expressões numéricas:

- a)  $10 + 20 - (7 \cdot 9) + 35 / 7 - 13$ ;
- b)  $8 + (6 \cdot 5 - 49 / 7) + 41 - 37$ ;
- c)  $- 90 + [(45 - 23 \cdot 2 + 5) \cdot 4]$ ;
- d)  $[25 - 81 / (21 + 36 / 6)] - 33$ ;
- e)  $29 - 23 - [4 \cdot 5 \cdot (13 - 10) \cdot 2] / 4 / 5$ ;
- f)  $7 + 5 - 8 + 10 \cdot (- 24) / 3 + 9 - 3$ ;
- g)  $25 + 12 - [(12 \cdot 9) - 2] \cdot 3 + 9$ ;

$$h) 84 - [56 + (3 \cdot 8) / (2 + 4 + 5 + 1)] \cdot 2;$$

$$i) 81 / 9 \cdot [15 / 3 - 10 + (49 / 7 + 5 \cdot 3)] + 5;$$

$$j) 14 + 5 + 9 - [12 \cdot 3 + (21 \cdot 5 + 17 \cdot 3 - 108 / 9) / 6] + 4 \cdot 9.$$

A atividade foi postada no dia 26/04/2016 e devolvida dia 10/05/2016.

**Atividade 2** - Relacione o estudo de vulcanismos e temperaturas à resolução de equações de primeiro grau. Apresente um Mapa mental contendo: conceitos, relações e resoluções de 4 exemplos contextualizados.

### Lista de exercícios 2

1. (UFSM-RS) sabe-se que o preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, que é denominada bandeirada, e uma parcela variável, que é função da distância percorrida. Se o preço da bandeirada é R\$4,60 e o quilômetro rodado é R\$0,96, calcule a distância percorrida por um passageiro que pagou R\$19,00 para ir de sua casa ao shopping.

2. (Unicamp-SP) Para transformar graus Fahrenheit em graus Celsius usa-se a fórmula em que  $F$  é o número de graus em Fahrenheit e  $C$  é o número de graus Celsius.

$$C = \frac{5(F - 32)}{9},$$

a) Transforme 35 graus Celsius em graus Fahrenheit.

b) Qual a temperatura (em graus Celsius) em que o número de graus Fahrenheit é o dobro do número de graus Celsius?

4 Resolva as equações de primeiro grau:

$$a) -3(3x - 42) = 2(8x - 52);$$

$$b) \frac{x}{2} + \frac{1-x}{5} = \frac{1}{2};$$

$$c) \frac{x+3}{2} + \frac{x+2}{3} = \frac{-1}{2};$$

$$d) \frac{3+x}{2} - (1-x) = \frac{x-1}{4};$$

$$e) \frac{3x-1}{2} - \frac{4x+2}{4} - \frac{2x-4}{3} = \frac{x-5}{6}.$$

3. Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: *A* e *B*.

O plano *A* cobra R\$100, 00 de inscrição e R\$50, 00 por consulta em certo período.

O plano *B* cobra R\$180, 00 de inscrição e R\$40, 00 por consulta no mesmo período. Determine sob que condições o plano *A* é mais econômico; o plano *B* é mais econômico; os dois planos são equivalentes.

A atividade foi postada no dia 10/05/2016 e devolvida dia 24/05/2016.

**Atividade 3** - Elabore um texto baseado nas ações militares envolvendo os treinamentos de lançamento de foguetes do exército em Formosa e o cálculo dos alcances desses foguetes bem como altura máxima atingida. Aproveite a oportunidade para discutir o efeito social das ações militares na sociedade ao longo dos tempos. Apresente 3 cálculos de equações de segundo grau envolvendo tais assuntos.

### Lista de exercícios 3

1. Resolva:

a)  $x^2 - 3x - 4 = 0$ ;

b)  $x^2 + 8x + 16 = 0$ ;

c)  $3x^2 - 2x - 1 = 0$ ;

d)  $4x^2 - 2x + 1 = 0$ .

2. Um corpo lançado do solo verticalmente para cima tem posição em função do tempo dada pela função onde a altura  $f(t)$  é dada em metros e o tempo  $t$  é dado em segundos. De acordo com essas informações responda:

$$f(t) = 40t - 5t^2,$$

- a) Quanto tempo que o corpo levou para atingir a altura máxima?

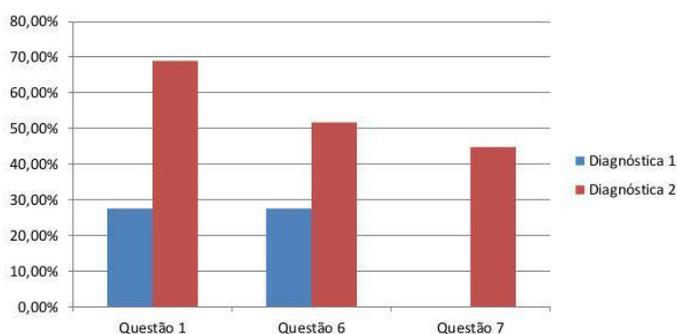
b) A altura máxima atingida pelo corpo?

A atividade foi postada no dia 24/05/2016 e devolvida dia 07/06/2016.

## 7. Reaplicação da prova diagnóstica

Na intenção de verificar o impacto das atividades aplicadas, foi reaplicada a mesma prova no dia 10/06/2016. 29 Alunos participaram do processo. Para a avaliação do projeto, foram analisadas somente as questões com expectativas contempladas nas três atividades trabalhadas, questões 1; 6 e 7, conforme já descritas.

Figura 5.4 – Gráfico - Comparativo entre as diagnósticas.



Fonte: autor.

Observa-se o aumento nos rendimentos dos alunos conforme o gráfico apresentado. Constam nos anexos alguns momentos de colaboração, via aplicativo, e relatos dos alunos quanto ao desenvolvimento do projeto.

O crescimento dos alunos refletiu nas avaliações, não só em termos da aprendizagem conteudista, mas também na autoestima e segurança quanto ao seu papel de aluno e sua capacidade em aprender. O trabalho ainda possibilitou uma interação entre a equipe de professores, sobretudo o professor de Estudo Orientado, que ocupa a cadeira de Língua Inglesa no núcleo comum. Por relato do mesmo, se valeu de sua colaboração para seu crescimento na condição de pesquisador, entendendo a multidisciplinaridade como forma de significação do seu aprender e consequentemente, do seu ensinar.

Alguns pontos de atenção necessitam ser levantado quando se fala em grupos colaborativos, a liderança é uma dessas questões. Uma liderança imposta nem sempre é eficaz, isso ficou explícito durante as atividades com os grupos, onde o líder foi escolhido pela professora e tomado como critério o desempenho matemático. John Maxwell (2007b) relata que liderança pode ser aprendida, porém é um processo que requer tempo. Como proposta inicial, seriam ofertadas formações na área, para o grupo de aluno, porém tal item foi retirado da sequência devido ao tempo disponível. O observado foi que alunos com domínio de conteúdos nem sempre conseguem liderar grupos em situações de aprendizagem. Um grupo não se desenvolveu conforme o esperado nas atividades presenciais, observou-se o despreparo em termos de dividir tarefas, influenciar aos colegas a fim de motivá-los para que assumissem a responsabilidade na construção de seus saberes. Outra questão a ser considerada é a participação, muitas vezes mecânicas de alguns alunos, adolescentes não são maduros o suficiente para lidar com certos conflitos em situações de defesa de pontos de vista, para esse momento o professor mediador tem que se fazer presente a todo o momento na intenção de observar e interferir quando necessário, não para repressão mas para mostrar-lhes o melhor caminho para argumentar, defender ou até concordar.

Os alunos consideraram como ponto forte a pesquisa, possibilitou a aprendizagem de maneira mais fácil segundo relatos dos mesmos. A colaboração também foi citada como fator importante no processo de aprendizagem.

Por meio da análise dos resultados quantificados e também das experiências relatadas pelos professores, a colaboração enquanto forma de motivação na construção do saber, influencia e motiva para a eficácia do processo de aprendizagem. A postura de professor líder que motiva e influencia, também é destacada durante todo o projeto. O aluno se sente seguro e se propõe aos direcionamentos do líder, confia, porém questiona. Esse também foi um momento de incentivar o questionamento entre os discentes, em grupo se sentem desinibidos para questionar, assim aprendem a formular perguntas e direcionar suas dúvidas em sala de aula. Princípio básico para o aluno argumentativo.

Quanto à parte do processo de ensino, o projeto tem contemplado o objetivo de provocar reflexão entre os docentes no que diz respeito às metodologias usadas, visto que esse é um processo contínuo, as discussões são levantadas a todo momento tanto nas formações quanto nas conversas informais. Conforme relatado, a mudança de atitude do professor, diversificando suas práticas e avaliações, provocou avanços no processo aprendizagem, o que mostra a importância de, constantemente, levantar questões, propor ideias e influenciar o meio em que se trabalha.

## 5.2 Aplicação da Metodologia Trezentos

O presente relato se refere a um trabalho realizado em uma turma de segunda série, com 35 alunos matriculados dos quais, 15 são novatos, na disciplina de Física. Também como nas primeiras séries, o observado é que a dificuldade dos alunos em Física está ligada a deficiência de conteúdos do Ensino Fundamental. O currículo de referência de Goiás levanta os seguintes conteúdos para o primeiro e segundo bimestre dessa série.

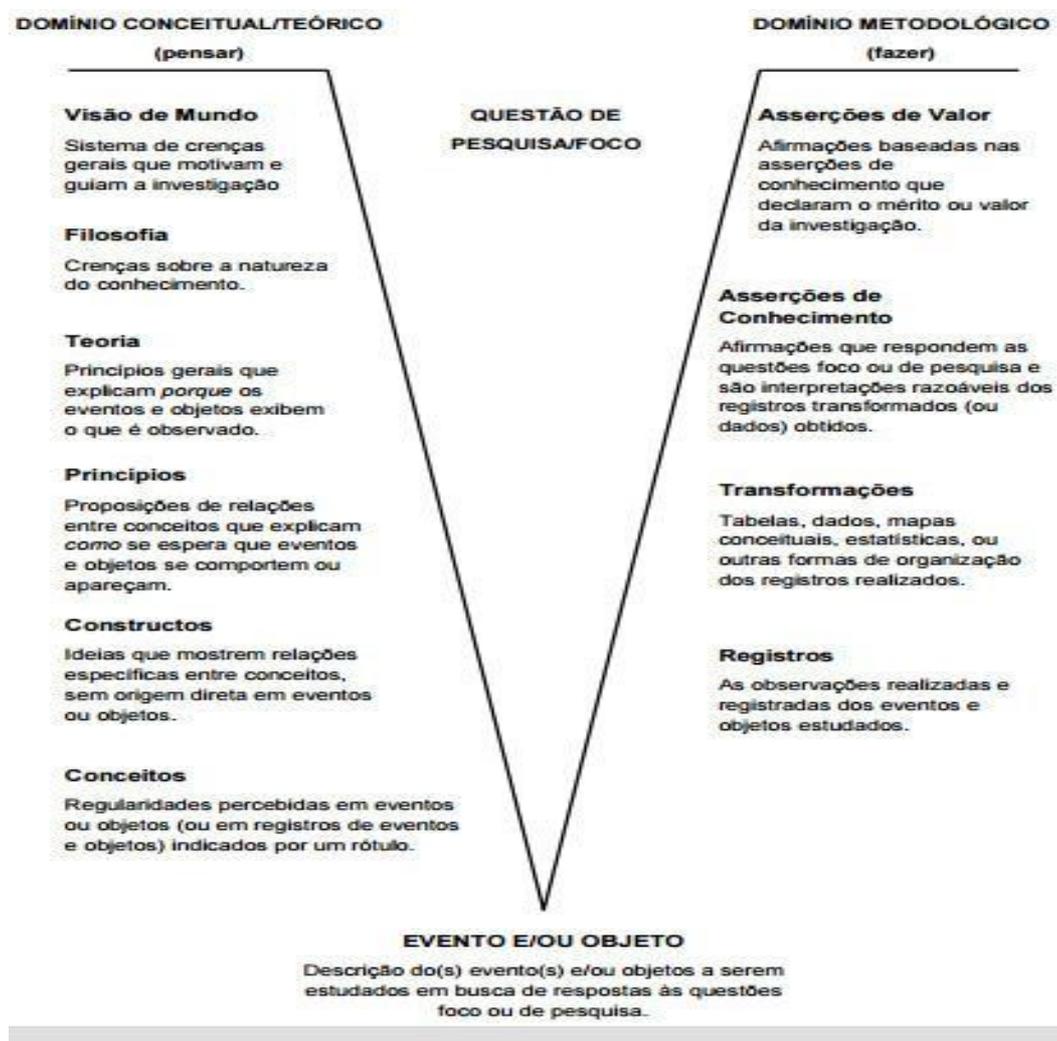
Figura 5.5 – Currículo referência da Física – 2ª série EM - SEE - GO.

2ª SÉRIE/ ENSINO MÉDIO			
	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	EIXOS TEMÁTICOS	CONTEÚDOS
1º BIMESTRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconhecer os diferentes processos térmicos.</li> <li>Identificar qualitativamente condutores térmicos e relacionar este conhecimento a diferentes aplicações cotidianas.</li> <li>Interpretar temperatura como medida de agitação de átomos e moléculas.</li> <li>Identificar a relação entre diferentes a escala Kelvin (Sistema Internacional) e outras escalas usualmente utilizadas.</li> <li>Explicar o funcionamento e utilizar os termômetros como medidores de temperatura.</li> <li>Caracterizar os processos de dilatação térmica da matéria, reconhecendo o comportamento anômalo da água.</li> <li>Compreender calor como energia transferida entre sistemas em que os corpos se encontram com diferentes temperaturas.</li> <li>Diferenciar calor específico de calor latente e utilizar esses conhecimentos em situações reais.</li> </ul>	Calor	<ul style="list-style-type: none"> <li>Temperatura e Termômetro</li> <li>Calor, equilíbrio térmico.</li> <li>O efeito estufa e o clima na Terra</li> </ul>
2º BIMESTRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender que a variação de energia interna de um sistema pode ocorrer por trocas de calor.</li> <li>Interpretar textos em que conceitos de termodinâmica sejam relevantes.</li> <li>Identificar pressão, temperatura e volume como grandezas de estado de um gás.</li> <li>Reconhecer em sistemas físicos os princípios das leis da termodinâmica.</li> <li>Identificar e utiliza ciclos termodinâmicos.</li> <li>Compreender a entropia de um sistema como a variável de estado de um sistema que mede a desordem relacionando-a a 2ª Lei da termodinâmica.</li> </ul>	Termodinâmica	<ul style="list-style-type: none"> <li>Teoria cinética</li> <li>Leis da Termodinâmica, entropia</li> <li>Máquinas Térmicas</li> </ul>

Fonte: Seduce.

Para se trabalhar com Escalas termométricas e Calorimetria é preciso ter conhecimento do estudo das funções de primeiro grau e resolução de equações de primeiro grau. O observado, é que feito as interpretações, e assimilação das teorias da Física dos problemas propostos, os alunos não conseguiam desenvolver o raciocínio matemático da questão. Tal observância se consolidou durante a aplicação da estratégia de ensino V de Gowin<sup>33</sup>, conforme a figura abaixo.

Figura 5.6 - Esquema explicativo Estratégia V de Gowin.



Fonte - Fonte: (LEBOEUF; BATISTA, 2013, p.703)

A estratégia foi aplicada durante uma aula de resolução de lista de atividades referentes às escalas termométricas. Os alunos se desenvolveram bem na

<sup>33</sup> Estratégia que tem como princípio a premissa de que o conhecimento é construído e estruturado.

abordagem teórica do conteúdo, conseguiram fazer a interpretação dos problemas, porém não conseguiram resolver, metodologicamente, o raciocínio matemático das questões abordadas.

- Equações do primeiro grau

Procedimentos metodológicos usado na resolução de problemas como os quebra cabeças propostos como forma de competição entre os Hindus. Para essa época as resoluções eram trabalhosas, se usava a Geometria e outros artifícios para chegar à solução procurada. A palavra equação vem do Latim “equation”, igualar, oriundo do árabe, “idala”, ser igual. A palavra árabe Xay, coisa, é que origina o X procurado enquanto solução nas equações.

A equação estudada por meio de símbolos hoje, foi introduzida por Viéte , desde então a Matemática deixou de ser usada somente como forma de se resolver problemas práticos, se valendo das propriedades algébricas enquanto linguagem em seu estudo<sup>34</sup> . Suas aplicações como linguagem e propriedades matemáticas são amplamente usadas no estudo da Física.

Na resolução de uma equação de primeiro grau deve-se isolar o x utilizando das quatro operações básicas, somar, subtrair, multiplicar e dividir, nos dois lados da igualdade obtendo como resultado, o elemento neutro para cada operação realizada, a fim de que se chegue a uma solução para o x procurado. Esse processo deve ser utilizado com a finalidade de resolver problemas que envolvam o conceito físico de Dilatação, conteúdo aplicado nas segundas séries durante a aplicação do desse projeto.

Equações para se calcular dilatação:

**a)** Linear:  $\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$ , onde  $\alpha$  é o coeficiente linear de dilatação referente ao material da barra.

---

<sup>34</sup> [www.matematiques.com.br](http://www.matematiques.com.br), acesso em: 11/07/2016.

**b)** Superficial:  $\Delta S = S_0 \beta \Delta T$ , onde  $\beta = 2 \alpha$ .

**c)** Volumétrica:  $\Delta V = V_0 \gamma \Delta T$ , onde  $\gamma = 3\alpha$ .

No sentido de oportunizar uma retomada matemática, atenuando a defasagem na disciplina de Física, intencionando a oferta da troca de experiências e a liberdade de questionamento e exposição de suas dificuldades, essa turma foi escolhida para aplicar a Metodologia dos Trezentos de Ricardo Fragelli.

Após a aplicação da prova subjetiva<sup>35</sup> sobre Termometria, de um total de 35 alunos, 28,57% obtiveram rendimento satisfatório, levando em consideração que as médias satisfatórias descritas no Regimento Escolar são as maiores ou iguais a 6,0 pontos de um total de 10,0. As notas foram tabuladas em ordem decrescente e sete grupos foram destacados contendo um ou dois líderes, escolhidos por hierarquia de notas. Três atividades foram lançadas aos grupos, como formas de recuperação, refizeram a prova analisando seus erros e acertos, resolveram uma lista de atividades proposta pela professora e, por fim, os líderes de cada grupo elaboraram uma atividade para seus liderados. Após todo esse processo, que foram realizados em duas horas/aulas, foi aplicada uma prova com o mesmo conteúdo e nível de dificuldade que a anterior. O resultado para as avaliações subjetivas foi a recuperação de 72% dos alunos com rendimento insatisfatório, ressaltando que os 28% restante melhoraram seus rendimentos. Os líderes também foram beneficiados, conforme avaliação segundo formulário próprio, com pontuação na nota final da referida avaliação.

A metodologia também foi aplicada no segundo bimestre nos mesmos formatos. A novidade para esse segundo ciclo foi o relato de alunos que experimentaram a liderança após terem sido liderados no primeiro bimestre, uma motivação relevante para adolescentes de 14 a 17 anos. Vale ressaltar o desempenho de dois alunos com graves defasagem em conteúdos matemáticos de pré-requisitos, jogo de sinais, resolução de equações, multiplicação e divisão, entre outros, apresentaram avanços significativos nesses mesmos assuntos após a

---

<sup>35</sup> Prova em anexo.

aplicação da segunda prova. Os referidos alunos acertaram mais de 50% da avaliação com raciocínio matemático totalmente correto.

Abaixo seguem alguns relatos dos alunos.

“Na primeira aplicação dos 300, eu não fui líder, achei muito importante porque entendia o que meus colegas estavam passando. Já no segundo bimestre me surpreendi em estar no meio dos líderes, achei que a professora estava ficando “doida”, mas quando fui ajudar meus colegas eu realmente estava sabendo ajudá-los e eles estavam entendendo. Gostei muito.”

ALUNO A

“Acho muito bom, porque ajudo meus colegas com o que sei, como no primeiro que fui líder, no segundo fui ajudada, mas também colaborei. Deveria continuar, pois colegas que não queriam nada, ou não entendiam o conteúdo, a gente aplicando está surgindo efeito. Um dos pontos negativos é que as vezes a gente se depara com quem a gente não se dá bem.”

ALUNO B

“... a metodologia pode ser melhor se tiver um aluno que explica melhor nos grupos.” ALUNO C

“Eu achei bem interessante, pois pode nos ajudar sem deixar ninguém para traz, trabalhando em conjunto todo mundo unido tem mais chances de aprender, compartilhando ideias.” ALUNO D

“Para mim foi ótimo, pois tenho mais facilidade para compreender o conteúdo e discutir abertamente com meus colegas ajudando-os...”

ALUNO E

“Esse tipo de ajuda não é muito válido, eu acho perda de aula que poderia ser mais útil se fosse usada pelo professor... O aluno escolhido nem sempre sabe tudo, os alunos não têm prática de ensinar... Eu já fui líder de grupo e sabia o conteúdo, mas meus colegas não entendiam o que eu explicava por eu não saber exatamente tudo sobre a matéria.” ALUNO F

Os pontos fortes destacados na aplicação da metodologia foram: troca de experiência entre alunos, motivação para ser líder de grupo no próximo bimestre, alunos desinibidos para expor suas dificuldades, facilidade de atendimento quanto à dificuldades pontuais a um maior número de alunos, valorização do aluno que se esforça, maior compreensão dos conteúdos já explanados.

Pontos de atenção da metodologia: liderança escolhida por hierarquia de notas, nem todos os alunos conseguem influenciar seus colegas; exige do professor, postura de líder a fim de gerenciar as situações para que todos se envolvam com as atividades; requer um tempo maior para aplicação em sala, para uma disciplina que conta com três aulas semanais deve-se dispor de uma semana de aula para aplicação da metodologia na íntegra; A experiência de construção de itens e de pesquisa é entendida como responsabilidade só do líder.

O índice de alunos que se viram ajudados pelo uso da metodologia é considerável, de 35 alunos, apenas um não gostou e não concorda com a experiência por entender que a responsabilidade do processo ensino/aprendizagem, é toda do professor. Dois alunos levantaram a problemática da liderança ineficaz no caso de seu grupo, levando em consideração a capacidade de explanação, um grupo em que toda a responsabilidade do processo foi atribuída ao líder. Esse é o mesmo grupo do aluno que questiona a eficácia da metodologia.

### **5.3 Conclusão das aplicações**

Nas duas aplicações descritas observa-se o dinamismo e o caráter democrático no processo ensino/aprendizagem. O aluno se torna autor de sua formação matemática escolar, utilizando pouco da postura de receptor. Para possibilitar toda dinâmica o professor se vale de seu papel de líder, despertando no aluno o desejo de colaborar com a formação do outro, repartindo assim as responsabilidades da construção do saber. Destaque para a possibilidade de incentivo a pesquisa na primeira prática, considerando ainda o uso de um aplicativo para fins educativos, amplamente utilizados pelos adolescentes como forma de interação.

Os resultados quantitativos comprovam a eficácia, no que tange a conteúdo, das metodologias colaborativas aplicadas. Como efeito positivo na motivação quanto à aprendizagem matemática, fica a liberdade em aprender quando em situações de colaboração, contando com a Pedagogia da Presença do professor em sala, mostrando envolvimento com a missão da docência, considerando a importância que

tem os saberes matemáticos, trazendo de forma prazerosa o estudo dessa disciplina.

## Capítulo 6

---

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

“As pessoas não gostam, têm medo e não entendem a importância social que a matemática tem para cada cidadão...” (VIANA, 2016a), (VIANA, 2016b). A afirmação de Marcelo Viana, diretor do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, retrata o terror dos adolescentes frente a essa disciplina que, ainda que difícil e metódica, é presente em todo desenvolvimento da humanidade. O Brasil focou seu ensino na preparação para vestibulares como mostra a história descrita, o encanto das descobertas tão citadas nesse trabalho, é confundida com a necessidade de competir com milhares de alunos na busca de uma vaga a fim de garantir uma profissão. São poucas as ações motivadoras para o ensino da disciplina objetivando o prazer e a necessidade do estudo, além da progressão estudantil e profissional. Esse é um dos objetivos de Viana ao propor o Biênio da Matemática, visto que o país sediará os dois principais eventos mundiais da área, em 2017 serão as Olimpíadas Internacionais de Matemática e em 2018 será o Congresso Internacional de Matemática.

A defesa do professor e aluno pesquisadores vão ao encontro à essa motivação. Muitas propostas foram levantadas na intenção de provocar uma mudança significativa na aprendizagem dessa disciplina, por muito tempo o enfoque foi dado a modernização do currículo e a formação do professor voltada para a aquisição de conteúdo. As licenciaturas ainda formam só professores, as pesquisas ficam a cargo dos bacharéis. E nesse caminho, o gosto pela disciplina fica intrínseco ao professor que escolheu ser matemático.

O desenvolvimento do ensino matemático na educação básica está ligada ao ensino nas licenciaturas e demais cursos que formam professores, muito se tem oportunizado no sentido de aprofundamento conteudista, porém as discussões metodológicas ainda são encaradas como enfadonhas e desnecessárias entre os discentes, isso é percebido em conversas com professores que reclamam da motivação dos alunos frente a necessidade de assumir suas responsabilidades de “aluno estudante”. O texto mostra a necessidade do aluno do século XXI de ser guiado e motivado, buscam líderes que o faça entusiasmar durante as aulas tanto quanto os conteúdos disponíveis pelo celular ou nas interações de seus aplicativos. As informações via mídia de interação muitas vezes roubam a atenção desse aluno durante o monólogo conteudista do professor que escolhe se manter distante do aluno.

O observado é que o carro chefe para o século é o poder de se conectar com o aluno, não na intenção de assumir as responsabilidades da família ou de tomar todo peso do processo ensino/aprendizagem, mas o professor que influencia consegue motiva-lo, mostrando a importância da disciplina, não só enquanto processo seletivo mas como parte da história e do desenvolvimento do que a humanidade se tornou, isso não se relaciona somente às aplicabilidades do ensinado em sala, se relaciona ao desenvolvimento da Matemática enquanto Ciência.

Esse poder de conexão é próprio entre os alunos, ao contrário da postura tradicional do ensino, ao propor metodologias colaborativas, passam a ter a oportunidade de construir o conhecimento por meio dessas interações que fazem, o professor reparte a responsabilidade do ensinar com os mesmos, que se vêm impulsionados ao aprender por estar envolvidos com o processo. Na colaboração o aluno aprende a ouvir, analisar e argumentar, isso é formação de pensamento crítico, permite não só a aprendizagem de conteúdos de Matemática, mas a formação moral e ético do cidadão de maneira integral como previsto em lei.

Durante o Projeto de Intervenção matemática, aplicado em uma primeira série do Ensino Médio, observou-se esse caráter motivacional dos alunos, por relato dos

próprios, nota-se a importância que deram nas descobertas que fizeram ao vincular o ensino da Matemática a outras situações por meio de suas pesquisas. A possibilidade de discutir e partilhar foi um ponto destacado pelos mesmos quando afirmam que se sentem mais à vontade para perguntar e responder, foi a oportunidade de sanar dificuldades em conteúdos falhos na Educação Fundamental. Usar o aplicativo WhatsApp enquanto ferramenta de colaboração, foi uma experiência importante no sentido de mostrar ao aluno, o uso educacional do aplicativo que, até então, era usado como entretenimento. Ao estímulo do professor mediador, todos participaram das discussões e usufruíram, de maneira inteligente e ética, os momentos oportunizados durante o projeto. Foi tão significativo que o grupo não foi desfeito e as colaborações seguem ainda para o estudo, não mais exclusivo da Matemática.

Um ponto de atenção está na formação de liderança, nem todo aluno tem perfil de líder, grupos com alunos destinados a liderar, escolhido por hierarquia de notas, transformaram os encontros presenciais em aulas expositivas ou tiveram dificuldade em manter seu grupo focado nos trabalhos. Os encontros presenciais aconteceram durante as aulas de Estudo Orientado sob a coordenação de outro professor, a mediação do professor é importante a fim de manter o trabalho produtivo. O professor teve dificuldade nas mediações por não ter formação na área, o que mostra a importância da formação conteudista do professor que aplica a metodologia. Prova a necessidade de não se desvincular metodologias do conhecimento matemático na formação do professor. Em geral, conhecimento ofertado na graduação e as metodologias na formação continuada.

Os resultados em termos de aprendizagem foram quantizados, observou-se o crescimento dos alunos quanto a resoluções de equações de primeiro e segundo grau e na soma de números inteiros, principais dificuldades notadas por meio da diagnóstica aplicada. O efeito foi a melhoria dos rendimentos nas disciplinas de Física e Matemática.

É importante ressaltar a elevação da autoestima dos alunos dessa turma. Há que se considerar as baixas expectativas de uma boa parte dos professores dessa

turma. A professora mediadora do projeto, com auxílio de outros professores e coordenadores, desenvolveu um trabalho de elevação de autoestima desses alunos, com atenção para o efeito causado também junto a equipe discente a fim de mudar a visão e a forma de agir com a turma. Essa mesma turma teve, após o primeiro bimestre e antes da aplicação do projeto, seis pedidos de transferências, tamanha desmotivação. Vale ressaltar que essas vagas foram preenchidas por alunos que aguardavam vaga em lista de espera.

O projeto foi aplicado em uma turma dentre cinco de primeiras séries. Em conversas com a coordenação, foi decidido transformar esse projeto em uma eletiva que será desenvolvida no segundo semestre desse ano, oportunizando 40 vagas para alunos que apresentem dificuldades extremas na Matemática básica. Os alunos foram pré-selecionados pelos professores e coordenadores e será feito um trabalho de conscientização quanto à necessidade dos mesmos se matricularem nessa eletiva. Entende-se que esse é um processo democrático, então não pode ser forçada a matrícula, visto que deve ser de livre interesse do aluno e as orientações dadas, é que escolham eletivas concernentes aos seus projetos de vida.

Outro ponto de atenção foi o tempo destinado ao projeto, o calendário do Colégio é fechado com atividades intensas durante todo o semestre, aliado a isso o fato de Formosa sediar uma etapa dos Jogos Estudantis do Estado, obrigou o corte de algumas atividades previstas inicialmente.

Esse projeto levantou questões quanto a formação matemática do aluno no Ensino Fundamental, nesse sentido os dados tabulados bem como um relatório, serão repassados à tutoria pedagógica regional com a intenção de subsidiar discussões sobre a necessidade de se formar o professor desse nível de ensino na Regional de Formosa, focada não só em metodologias, mas em conteúdo também.

Já na aplicação dos Trezentos na segunda série, levanta-se a questão quanto ao formato da metodologia, por subsidiar formação para aplicação de prova substitutiva na intenção de melhorar rendimentos, essa é uma metodologia de recuperação. Propicia o significado da aprendizagem por meio das interações, esse

significado pôde ser observado na correção da segunda prova de Física, onde alunos com dificuldades extremas na resolução de equações, conseguiram se desenvolver, sem interferência do professor, aplicando em diferentes problemas que envolviam tal conteúdo matemático. A colaboração nos grupos foi uma forma de permitir as retomadas matemáticas com mais ênfase, fato que seria superficial feito no grupo todo, ainda que as aulas sejam pautadas em um grande grupo de colaboração, com estímulo ao aluno para que pergunte e participe durante toda aula. O aluno, muitas vezes reprimido pelo fato de não ter o conhecimento base para subsidiar a aprendizagem na série em que se encontra, deixa de questionar ou não consegue identificar sua dificuldade quando está na turma de 35 alunos, nos pequenos grupos de colaboração esse aluno consegue se desenvolver, e é levado a identificar suas dúvidas a fim de saná-las.

Os pontos de atenção da metodologia para o Ensino Médio estão no fator tempo e no fator liderança. É uma metodologia que exige um mínimo de três aulas para sua completa execução no caso da obrigação da mediação direta do professor. Uma sugestão para sanar essa dificuldade pode ser a utilização de aplicativos de interação como Wahtsaap para possibilitar as discussões à distância. Para escolas de período parcial, pode-se orientar o encontro como atividade extra, que fica sob a responsabilidade dos líderes em mediar e organizar como trabalho extraclasse, seria uma forma de executar uma recuperação paralela, tão discutida como atividade de difícil execução pelo professor. Assim, seria preciso apenas uma aula para aplicação da prova substitutiva e os questionários de avaliação dos líderes. A observância quanto a liderança é a mesma feita na primeira aplicação, nem sempre alunos que possuem alto conhecimento de conteúdo tem perfil de líder. O programa dos Centros de Ensino de Período Integral possui atividades voltadas para o protagonismo juvenil possibilitado por meio do núcleo diversificado, nesse caso a liderança é trabalhada, porém nas outras escolas, esse é um fator a ser considerado para a aplicação da metodologia. Uma sugestão seria permanecer a formação por hierarquia de notas mas sugerir a escolha do líder organizador, entre os alunos do grupo esclarecendo para a turma, em uma primeira conversa sobre a aplicação da metodologia, os papéis do líder e dos alunos com rendimento maiores ou iguais a média selecionada.

Os alunos se envolveram e se responsabilizaram quanto a tarefa de buscar meios para sanar essas dificuldades matemáticas apontadas durante os grupos de colaboração. Alguns já buscam sugestões de vídeo-aulas e se organizam para destinar um tempo de suas agendas de estudo para trabalhar com esses pontos levantados. Esse é um dos resultados almejados enquanto proposta desse trabalho, a motivação do aluno na busca da significação de sua aprendizagem.

Certo de que não é uma solução única, mas uma opção, os grupos colaborativos, aliado à mediação pautada em conteúdo, se mostrou eficaz para a motivação do aluno na intenção de despertar o desejo e a responsabilidade na aprendizagem. A postura do professor enquanto líder é fundamental para o funcionamento dos grupos de colaboração tal qual é proposto. Não é um momento de descanso para o professor, requer mais atenção e capacidade de envolvimento, visto que os alunos em grupo, quando não motivados, pode gerar tumultos, que é um dos mitos levantados durante a pesquisa quanto a aplicação de metodologias colaborativas, e que pode vir a se tornar uma das verdades citadas. As atividades propostas podem ser um misto de atividades repetitivas, a fim de se trabalhar o desenvolvimento matemático, e atividades contextualizadas. Como expresso, o ensino tradicional é visto enquanto prática ineficaz quando abrange a relação professor/aluno tal qual a tendência tradicional descreve, e também quando o professor se limita a aplicar atividades de memorização, avaliando na intenção de aprovar ou reprovar, e não a fim de levantar os motivos e destacar os pontos de atenção do aluno na resolução errada de sua atividade.

A postura do professor é um fator importante a ser destacado na intensão de motivar o aluno do século XXI. A geração y procura referências e não mais só instrução. A relação professor/aluno é valorizada, assim o professor que se entende enquanto líder influenciador, busca formar o aluno e não só informá-lo, além de propor o aprofundamento do conteúdo matemático, ainda provoca o aluno para que repense a Matemática enquanto parte de seu desenvolvimento integral. A relação professor/aluno, para o aluno dessa geração, é pautada na motivação, o aluno é parte fundamental do processo ensino/aprendizagem. O meio educacional precisa de professores que assumam mais que a responsabilidade de preparar para a

progressão dos estudos, mas que influencie e consigam expressar por meio de suas aulas, a paixão que os levaram a escolher, não só a profissão, mas a disciplina como meio de sobrevivência.

Quanto à influência no meio educacional, as constantes conversas, tanto em momentos informais quanto nas formações específicas, surtiram efeitos positivos, como descrito, professores de postura tradicional repensaram suas práticas a fim de experimentar a colaboração como forma de facilitação da aprendizagem. Os resultados nas disciplinas de Física e Matemática dos professores influenciados foram bem relevantes, visto a prática permeada por conteúdos bem explicitados e organização na execução dos planejamentos. As disciplinas críticas foram destaques ao fim do segundo bimestre no aumento de rendimentos finais, com enfoque para os resultados de excelência nas provas de blocos e simulados superando os das humanidades.

Buscando fugir das aplicações que abrangem conteúdos matemáticos específicos, o presente tema foi escolhido na intenção de abarcar o ensino da matemática de maneira mais ampla, propondo uma aproximação da Educação Matemática e da Matemática que se faz nas salas de aula. As reflexões teóricas possibilitam abertura para o diálogo da prática, Educação Matemática aplicável em Matemática é possível para quem sabe conteúdos matemáticos. A discussão permeou esse distanciamento entre o que é teoria, o que é prática e o que pode ser teoria aplicável. A memorização, reprovada pelos educadores matemáticos, quando bem manuseada e alinhada ao que traz significado para o aluno, é uma prática considerável no sentido de apropriação do conteúdo.

Entendendo a necessidade de se formar o professor, esse trabalho possibilita uma abertura maior para as discussões quanto às características do líder em quem os alunos querem se espelhar. Esse é um assunto que cabe na formação oferecida nas licenciaturas, quanto à valorização das disciplinas pedagógicas. O trabalho ainda é o ponto de partida para o planejamento de um curso de extensão possibilitando essa formação para o professor de Matemática influenciador, visto que esse, além de ensinar Matemática, também pode ensinar a apaixonar-se por ela.

---

## REFERÊNCIAS

---

ALMEIDA, F.; ALVES, M. Possibilidades para a construção do conhecimento humano. *Encontros de Vista*, n. 3, 2009.

AUSUBEL, D. P. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. [S.l.]: Kluwer Academic Publisher, 2000.

BASTOS, M. H. C. A instrução pública e o ensino mútuo no brasil: uma história pouco conhecida, (1808-1827). In: *ASPHE/FAE/UFPEl*. Pelotas: [s.n.], 1997. p. 115–133.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. *A Educação e Matemática*, p. 43–55, 2002.

BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*: Senado federal. Brasília, 1996.

\_\_\_\_\_. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio*. Brasília: MEC, 1999.

\_\_\_\_\_. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciências da Natureza e suas Tecnologias*: Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 2002.

\_\_\_\_\_. *Ministério da Educação. Secretaria de Articulação com os sistemas de Ensino. Planejando a Próxima Década: Conhecendo as 20 Metas do Plano Nacional de Educação*. 1. ed. Brasília, DF, 2014.

BRITO, M. das D. C. *A História da Matemática no Brasil*. 2008. Disponível em: <<https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/MariadasDoresCostaBrito.pdf>>. Acesso em: 01/08/2015.

CASTANHA, A. P. de. A introdução do método lancaster no brasil: história e historiografia. In: SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA REGIÃO SUL, 2012. *IX ANPED SUL*. UNI-OESTE: UNIOESTE, 2012.

D'AMBRÓSIO, B. Formação de professores de matemática para o século xxi: o grande desafio. *Proposição*, v. 4, n. 1, 1993.

D'AMBRÓSIO, U. *Da teoria à prática*. Campinas, SP: Papyrus, 1996.

\_\_\_\_\_. *Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança*. 1999. Disponível em: <<http://www2.fe.usp.br/~etnomat/site-antigo/anais/UbiPalesEncerramento.html>>.

\_\_\_\_\_. A história da matemática: Questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. *Concepções e Perspectivas*, p. 97–115, 1999.

\_\_\_\_\_. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa*, v. 31, n. 1, p. 99–120, 2005.

\_\_\_\_\_. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. 2. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2007. ISBN 978-85-7526-019-7.

FRAGELLI, R. R. Aprendizagem ativa e colaborativa como uma alternativa ao problema da ansiedade em provas. *Revista Eletrônica Gestão e Saúde*, v. 6, n. 2, p. 860–872, 2015.

FREIRE, P. *Paulo Freire é entrevistado por Ubiratan D'Ambrósio*. 1996. Disponível em: <<https://youtu.be/245kJbsO4tE>>. Acesso em: 25/07/2016.

\_\_\_\_\_. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo, SP: Paz e Terra, 1996.

GOMES, M. L. M. *História do ensino da matemática: uma introdução*. [S.l.]: CAED - UFMG, 2012.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de Física*. 8. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2008.

HELIODORO, Y. M. L. Educação matemática e o contexto dos debates sobre educação no Brasil. *Educação: Teorias e práticas*, v. 1, n. 1, p. 105–120, 2001.

ISKANDAR, J. I.; LEAL, M. R. Sobre positivismo na educação. *Revista Diálogo Educacional*, v. 3, n. 7, p. 89–94, 2002.

JESUS, S. N. de. Estratégias para motivar os alunos. *Educação*, v. 31, n. 1, p. 21–29, 2008.

LEBOEUF, H. A.; BATISTA, I. de L. O uso do "v" de Gowin na formação docente em ciências para os anos iniciais do ensino fundamental. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 18, n. 3, 2013.

LEMOV, D. *Aula nota 10: 49 técnicas para ser um professor campeão de audiência*. São Paulo, SP: Da Boa Prosa, 2011.

LIBÂNEO, J. C. *Democratização da escola pública: pedagogia crítico-social dos conteúdos*. São Paulo, SP: Loyola, 1985.

LIMOEIRO, C. M. *Ideologia de desenvolvimento*. Rio de Janeiro, RJ: Paz e Terra, 1978.

LODI, A. Relato de atividades desenvolvidas nos três primeiros meses como docente da escola de aperfeiçoamento. *Não publicado*, 1929.

MARTINHO, M. H.; PONTE, J. P. da. *A comunicação na sala de aula de Matemática: Um campo de desenvolvimento profissional do professor*. 2005. Disponível em: <<http://biblioteca.versila.com/2732629>>.

MAXWELL, J. C. *As 21 irrefutáveis leis da liderança: uma receita comprovada para desenvolver o líder que existe em você*. Rio de Janeiro, RJ: Thomas Newson Brasil, 2007. ISBN 978-85-6030-321-2.

\_\_\_\_\_. *O líder 360: como desenvolver seu poder de influência a partir de qualquer ponto da estrutura corporativa*. Rio de Janeiro, RJ: Thomas Newson Brasil, 2007. ISBN 978-85-6030-312-0.

\_\_\_\_\_. *Todos se comunicam, poucos se conectam: desenvolva a comunicação eficaz e potencialize sua carreira na era da conectividade*. Rio de Janeiro, RJ: Thomas Newson Brasil, 2010. ISBN 978-85-7860-096-9.

MIORIM, M. Ângelo. *O ensino de matemática: evolução e modernização*. Campinas, SP, 1995.

MONTEIRO, A.; POMPEU, G. *A Matemática e os temas transversais*. São Paulo, SP: Moderna, 2001. ISBN 85-16-02913-1.

MORAES, C. S. V. et al. Ensino médio e a formação humana integral. In: \_\_\_\_\_. *Formação de Professores do Ensino Médio*. 1. ed. Curitiba: UFPR, 2013. cap. 1, p. 1–51

MOTTA, C. D. V. B.; BROLEZZI, A. C. *A influência do Positivismo na História da Educação Matemática no Brasil*. 2008. Disponível em: <[http://www2.faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/426CristinaDalva\\_AntônioCarlos.pdf](http://www2.faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/426CristinaDalva_AntônioCarlos.pdf)>.

NITZKE, J. A.; CARNEIRO, M. L. F.; GELLER, M. Criação de ambientes de aprendizagem colaborativa. In: X SBIE, 1999, Curitiba. Curitiba: UFRS, 1999.

NOVAES, B. W. D. *As contribuições de Jean Piaget para a educação matemática*. 2005. Disponível em: <<http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/painel/TCCI135.pdf>>. Acesso em: 01/08/2016.

PAIVA, A. M. S. de; Sá, I. P. de. Educação matemática crítica e a prática pedagógica. *Revista Ibero-americana de Educação*, n. 55/2, p. 43–55, 2011.

PALANGANA, I. C. *Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vygotsky: a relevância do social*. 3. ed. São Paulo, SP: Sammus, 2001. ISBN 85-323-762-0.

PELIZZARI, A. et al. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. *Revista PEC - Curitiba*, v. 2, n. 1, p. 37–42, 2001/2002.

PERRENOUD, P. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre, RS: ArtMed, 2000. (série, volume). ISBN 85-7307-637-2.

PIAGET, J. *Para onde vai a educação?* 8. ed. Rio de Janeiro: José Olympio Editora, 1984.

PINTO, N. *Práticas Escolares do movimento da Matemática Moderna*. 2001. Disponível em: <<http://www2.faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/364NeuzaPinto.pdf>>.

PINTO, N. B.; NOVAES, B. W. D. Impactos do movimento da matemática moderna na cultura escolar de escolas técnicas industriais do Brasil e de Portugal: articulações teórico-metodológicas da história comparada. *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 6, n. 1, p. 261–282, 2013.

PONTE, J. P.; SOUSA, H. Uma oportunidade de mudança na matemática do ensino básico. *A educação e a Matemática*, p. 11–41, 2010.

RAMALHO, F.; NICOLAU, G. F.; TOLEDO, P. A. *Os Fundamentos da Física*. 9. ed. São Paulo, SP: Moderna, 2007.

SADOVSKY, P. *O ensino de Matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios*. 1. ed. São Paulo, SP: Ática, 2010. ISBN 978-85-08-13545-5.

SAKAMOTO, B. A. M. A avaliação em questão: Perrenoud e Luckesi. In: 1º SIMPÓSIO NACIONAL DE EDUCAÇÃO - XX SEMANA DE PEDAGOGIA, 2008, Cascavel. Cascavel-PR: UNIOESTE, 2008.

SILVA, C. P. da. *Sobre a história da matemática no Brasil após período colonial*. [S.l.]: Revista da SBHC, 1996. (21-40, v. 16).

\_\_\_\_\_. *A Matemática no Brasil: Uma história de seu desenvolvimento*. 2. ed. [S.l.]: Academia Colombiana de Ciências, Exactas, Físicas y Naturales, 1998.

SOARES, F. dos S.; DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. da. Ensino de matemática no século XX - da reforma Francisco Campos à matemática moderna. *Horizonte*, v. 22, n. 1, p. 7–15, 2004.

SOARES, Mozart Pereira. *O positivismo no Brasil: 200 anos de Augusto Comte*. Porto Alegre: AGE / Editora da UFRGS, 1998.

TORRES, P. L.; IRALA, E. A. F. *Aprendizagem colaborativa: Teoria e prática*. 2014. Disponível em: <[http://researchgate.net/profile/Patricia\\_Torres7/publication/271136311\\_Aprendizagem\\_colaborativa\\_teorica\\_e\\_pratica/links/54be9ede0cf2f6bf4e03824b.pdf](http://researchgate.net/profile/Patricia_Torres7/publication/271136311_Aprendizagem_colaborativa_teorica_e_pratica/links/54be9ede0cf2f6bf4e03824b.pdf)>

VIANA, M. *Ensino de Matemática no Brasil é catastrófico*, 2016. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/ciencia/2016/01/1734373-ensino-de-matematica-no-brasil-e-catastrofico-diz-novo-diretor-do-imp>>

\_\_\_\_\_. *Matemático Brasileiro ganha principal prêmio científico da França*. 2016. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/matematico-brasileiro-ganha-premio-cientifico-da-franca.ghtml>>

WEISZ, T.; SANCHES, A. *O diálogo entre o ensino e a aprendizagem*. São Paulo, SP: Ática, 2003.

ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre, RS: ArtMed, 1998. ISBN 85-7307-426-4.

## ANEXO A

# Avaliação Dirigida Amostral

Avaliação Dirigida Amostral do 1º ano A, B, C e E do Ensino Médio do Centro de Ensino Professor Sérgio Fayad Generoso.

Figura A.1 – Gráfico ADA 1ª A.

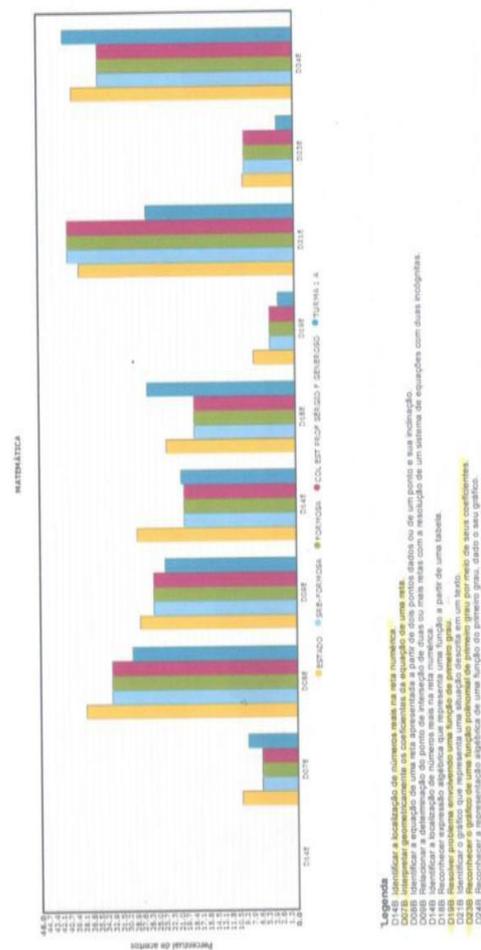
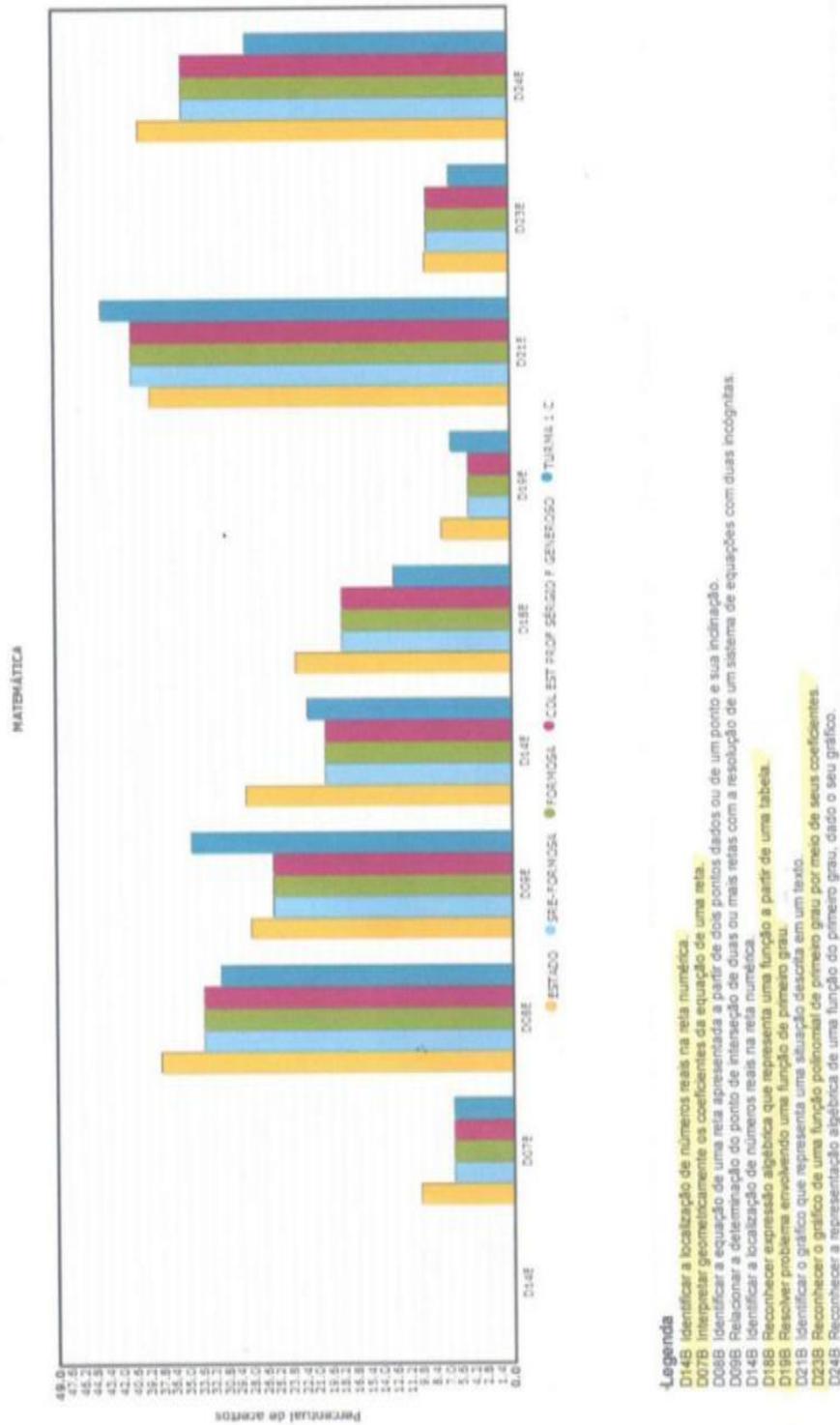


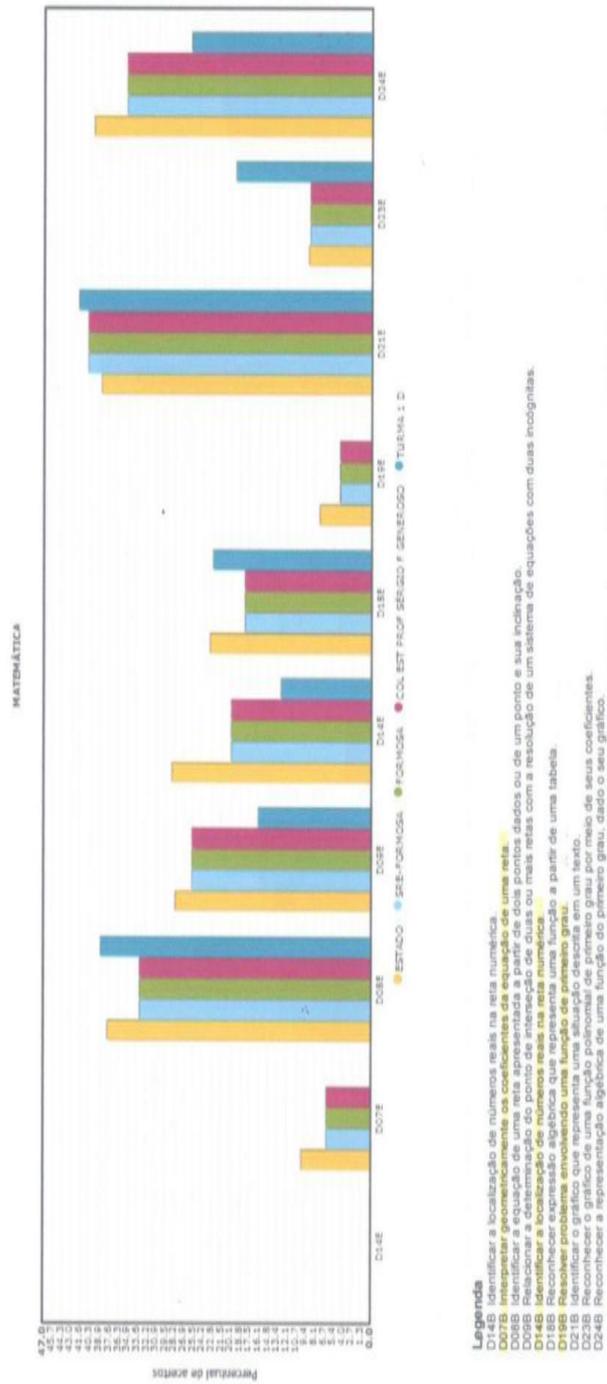


Figura A.3 – Gráfico ADA 1ª C.



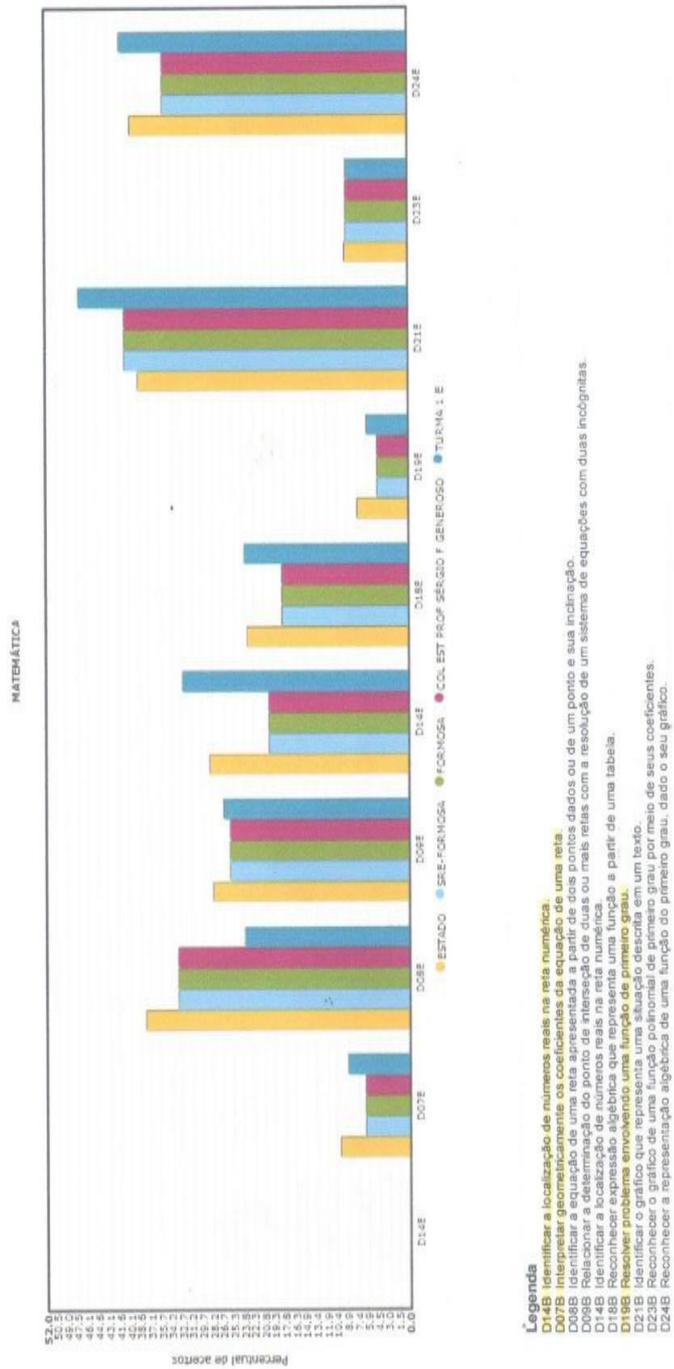
Fonte: Secretaria de Estado da Educação de Goiás.

Figura A.4 – Gráfico ADA 1ª D.



Fonte: Secretaria de Estado da Educação de Goiás.

Figura A.5 – Gráfico ADA 1ª E.

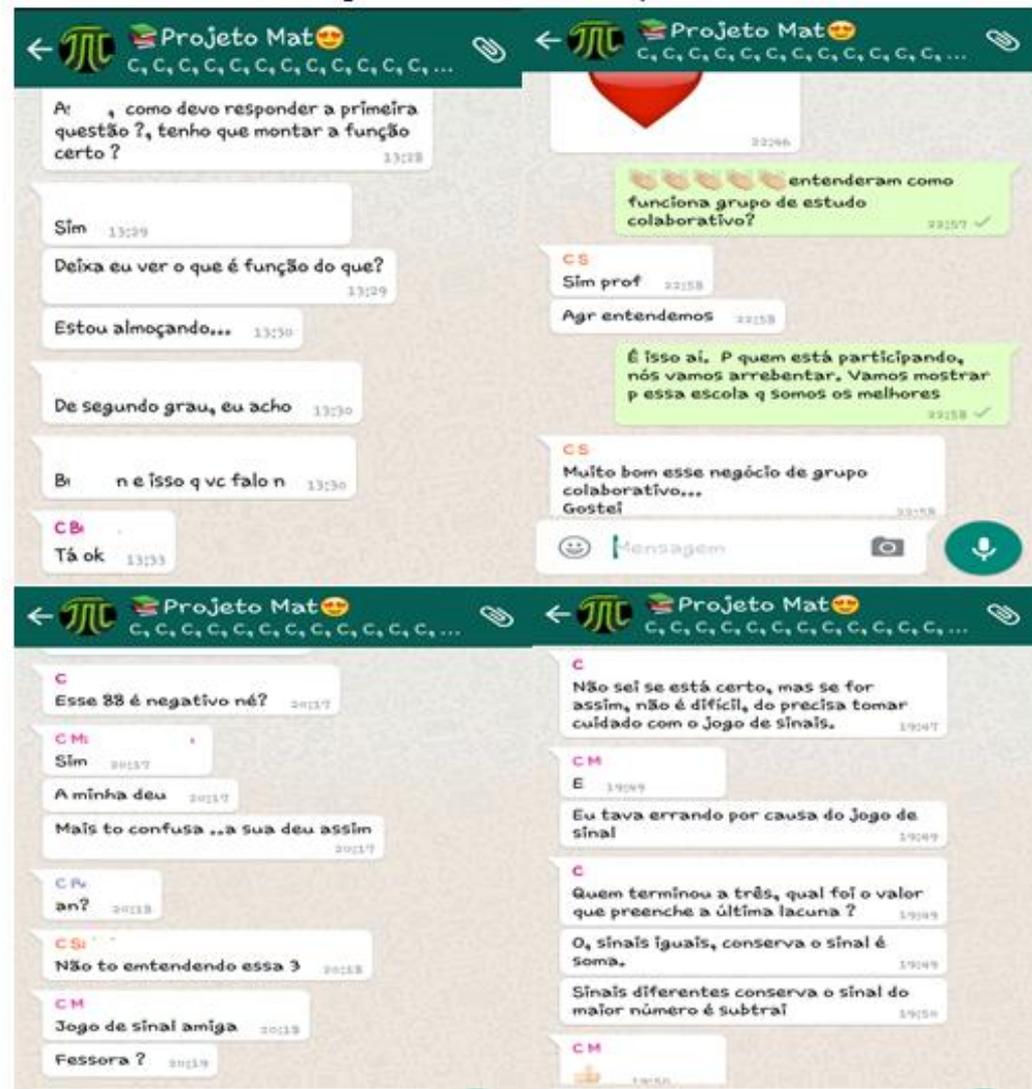


Fonte: Secretaria de Estado da Educação de Goiás.

## ANEXO B

# Atividades

Figura D.1 – Atividades via aplicativo.



Fonte - autor.



## APÊNDICE A

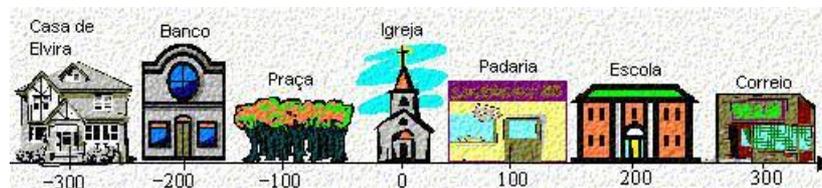
# Prova Diagnóstica - Projeto Intervenção Matemática

### AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Informações:

- Responda de caneta esferográfica preta;
- Não utilize calculadora.

1. O esquema a seguir representa a rua onde Elvira mora.



a) Certo dia Elvira saiu de casa e fez o seguinte trajeto: foi até o correio mandar uma carta para sua amiga e em seguida foi assistir à missa. Comeu um lanche na padaria após à missa. Foi ao banco pagar uma conta e foi buscar sua filha na escola. Pararam na praça para tomar sorvete e depois foram para casa. Quantos metros Elvira andou nesse percurso?

b) Saindo da casa de Elvira, faça o seguinte trajeto sobre a reta numérica: 400m para a direita, 300m para a esquerda, 500m para a direita, 300m para a esquerda e 100m para a esquerda. Em que local você parou da reta?

2. Dona Rosa é a responsável pela cantina de uma escola. Ela costuma fazer bolos de chocolate para vender para os alunos. Em um dia ela fez dois tabuleiros de bolo do mesmo tamanho, mas um deles ela dividiu em 12 partes iguais e vendeu 5 pedaços e o outro ela dividiu em 8 partes iguais e vendeu 1 pedaço. Qual a fração que representa o quanto foi vendido de bolo de chocolate naquele dia?

3. Localize em uma reta os seguintes números reais:

a) 0,1;

b) -1,2;

c) 3,444...;

d) -0,25648724...;

e)  $\frac{10}{4}$ ;

a)  $\frac{-2}{5}$ .

4. No primeiro dia de uma epidemia de gripe, foram registrados cinco casos de pessoas infectadas. No segundo dia, cada uma das cinco transmitiu a gripe para outras cinco pessoas saudáveis. E assim a doença se propagou nos dias seguintes. Ao final do sexto dia, quantas pessoas ao todo haviam sido infectadas?

5. Resolva:  $\frac{(-5)^2 - 4^2 + (\frac{1}{5})^0}{3^{(-2)} + 1}$ .

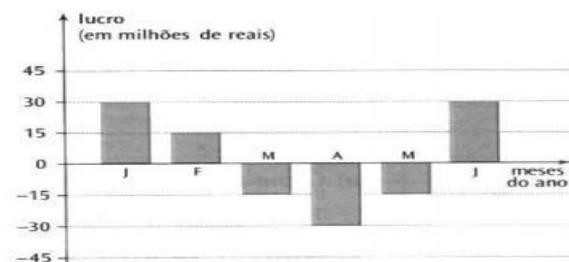
6. A e B são duas locadoras de automóvel. A locadora A cobra R\$1,00 por quilometro mais uma taxa fixa de R\$100,00. A locadora B cobra R\$0,80 mais uma taxa fixa de R\$200,00. Em que situação é mais vantajoso se alugar um carro em A ou em B.

7. Resolva em R:  $2x + 3 = 4x - 2$

8. A soma S dos n primeiros números inteiros positivos pode ser calculada pela fórmula  $S = \frac{n(n+1)}{2}$ . Nessas condições, determine a quantidade de números inteiros positivos que dá 120 como soma.

9. Determine os zeros da função  $x^2 - 5x + 6 \neq 0$ . Esboce o gráfico dessa função.

10. O gráfico mostra os lucros de uma rede de supermercados no primeiro semestre do ano passado. Você nota que, em alguns meses, ocorreram prejuízos. Podemos considerar que os prejuízos são lucros negativos. Considerando o total do semestre, a empresa teve lucro ou prejuízo? De quanto?



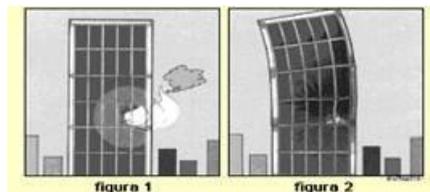
## APÊNDICE B

---

# Primeira Prova Subjetiva - Segunda Série

---

1. (VUNESP-SP) A dilatação térmica dos sólidos é um fenômeno importante em diversas aplicações de engenharia, como construções de pontes, prédios e estradas de ferro. Considere o caso dos trilhos de trem serem de aço, cujo coeficiente de dilatação é  $\alpha = 11 \times 10^{-6}$  graus Celsius. Se a 10 graus Celsius o comprimento de um trilho é de 30m, de quanto aumentaria o seu comprimento se a temperatura aumentasse para 40 graus Celsius?
2. (UFRJ-RJ) Um incêndio ocorreu no lado direito de um dos andares intermediários de um edifício construído com estrutura metálica, como ilustra a figura 1. Em consequência do incêndio, que ficou restrito ao lado direito, o edifício sofreu uma deformação, como ilustra a figura 2.



Com base em conhecimentos de termologia, explique por que o edifício entorta para a esquerda e não para a direita.

3. Placas quadradas de concreto, com largura igual a 1, 0m, são utilizadas na construção de uma calçada para pedestres. Sabendo-se que essas chapas ficarão sujeitas a variações de temperatura que podem chegar a 50 graus Celsius, calcule a dimensão mínima das juntas de dilatação que devem ser deixadas entre uma placa de concreto e outra.
4. (UFBA-BA-010) Houve apenas um jogo do basquetebol de alta tecnologia. A ideia, que parecia promissora e que exigiu enormes investimentos, foi logo abandonada. Superatletas foram criados utilizando técnicas de melhoramentos genéticos em células embrionárias dos melhores jogadores e jogadoras de todos os tempos. A bola, confeccionada com um material isolante térmico de altíssima qualidade, era uma esfera perfeita. Os aros das cestas, círculos

perfeitos, foram feitos de uma liga metálica, resultado de longa pesquisa de novos materiais. O ginásio de esportes foi reformulado para o evento, com um sistema de climatização ambiental para assegurar que a temperatura se mantivesse constante e a plateia, era majoritariamente composta por torcedores do time local, entre os quais foram reconhecidos cientistas premiados e representantes de empresas de alta tecnologia. O jogo estava nos cinco minutos finais e empatado. Aconteceu, então, um grande movimento na plateia. De um lado, os torcedores pedem alimentos e bebidas quentes e iluminam a cesta com lanternas infravermelhas. Do outro, da cesta do time local, todos querem sorvetes e bebidas geladas. Usou-se de todos os meios possíveis, inclusive alterando o sistema de climatização, para aquecer a região em torno da cesta do time visitante e esfriar a do time local. Dois torcedores, representantes da tecnociência, colocados atrás das cestas conversavam ao telefone:

—Aqui está 19 graus Celsius e aí?

—Aqui está 21 graus Celsius, vencemos!

Terminado o jogo, o técnico do time visitante desabafou:

—Sujaram um bom jogo e mataram uma boa ideia.

Explique, qualitativa e quantitativamente, por que os dois torcedores tinham certeza de ter vencido e comente as opiniões do técnico visitante, considerando que o diâmetro da bola e dos aros são iguais, respectivamente, a 230, 0mm e a 230, 1mm e que o coeficiente de dilatação linear dos aros é  $4,8 \times 10^{-4}$  graus Celsius.

5. Uma esfera de raio 3 cm está a uma temperatura de 20 graus Celsius. Aquecendo a esfera a 60 graus Celsius, determine o acréscimo de seu volume sendo a esfera de aço.