UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA – UEPG
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

EDUARDO DANIEL CARMAZIO

APRENDER E ENSINAR E APRENDER A ENSINAR MATEMÁTICA DISCUTINDO SUBTRAÇÃO PARA OS ANOS INICIAIS

PONTA GROSSA
2016

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA – UEPG
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

EDUARDO DANIEL CARMAZIO

APRENDER E ENSINAR E APRENDER A ENSINAR MATEMÁTICA DISCUTINDO SUBTRAÇÃO PARA OS ANOS INICIAIS

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática, no curso Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Setor de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientador: Prof. Dr. Giuliano Gadioli La Guardia

PONTA GROSSA
2016

Ficha Catalográfica
Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação BICEN/UEPG

Carmazio, Eduardo Daniel

C287 Aprender e ensinar e aprender a ensinar matemática discutindo subtração para os anos iniciais/ Eduardo Daniel Carmazio. Ponta Grossa, 2016.
174f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Área de Concentração: Matemática), Universidade Estadual de Ponta Grossa.
Orientador: Prof. Dr. Giuliano Gadioli La Guardia.

1.Subtração. 2.Decomposição. 3.Reta numérica. 4.Curso. 5.Formação continuada. I.La Guardia, Giuliano Gadioli. II. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. T.

CDD: 513

TERMO DE APROVAÇÃO

Eduardo Daniel Carmazio

"APRENDER E ENSINAR E APRENDER A ENSINAR MATEMÁTICA DISCUTINDO SUBTRAÇÃO PARA OS ANOS INICIAIS"

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora.

Orientador: Prof. Dr. Giuliano Gadioli La Guardia
Departamento de Matemática e Estatística, UEPG/PR

Profa. Dra. Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro
Departamento de Matemática, UTFPR/PR

Profa. Dra. Luciane Grossi
Departamento de Matemática e Estatística, UEPG/PR

Ponta Grossa, 03 de Junho de 2016.

DEDICATÓRIA

A meu filho, Carlos,

a quem pretendo inspirar.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que tornou possível tudo isso.

À minha esposa e filho, pelo constante apoio e compreensão.

Aos meus colegas de curso, grandes amigos que auxiliaram essa árdua caminhada.

Ao corpo Docente do PROFMAT da UEPG, pelo saber compartilhado e dedicação no ensinar, em especial, ao meu orientador prof. Giuliano.

À SBM e ao PROFMAT, por oferecerem essa oportunidade aos professores do país, ajudando a melhorar a educação do Brasil e possibilitando a continuação dos estudos e seu aperfeiçoamento a muitos.

À minha mãe, por depositar excessivamente sua fé em mim, que sempre me serviu de motivação.

Aos meus amigos e familiares, que acompanharam essa caminhada e ajudaram de alguma forma.

À professora Gabriela Brião, pelas dicas preciosas.

Às professoras Nilcéia Pinheiro e Luciane Grossi, pelas contribuições na avaliação deste trabalho.

Aos Gestores de Educação, Diretores e Professores dos municípios de Água Doce e Joaçaba, por abrirem as portas das escolas e me receberem com cortesia, aceitando e possibilitando a realização deste trabalho.

A todos, meu reconhecimento e minha gratidão.

"Se eu vi mais longe, foi por estar de pé sobre ombros de gigantes."

"O que sabemos é uma gota, o que ignoramos é um oceano."

(Isaac Newton)

RESUMO

O presente trabalho é resultado de uma pesquisa realizada com professoras dos municípios de Água Doce e Joaçaba, ambos do meio oeste catarinense, onde foram coletados dados relativos às dificuldades de aprendizagem dos alunos do primeiro segmento do ensino fundamental na disciplina de matemática. Tal pesquisa revelou a subtração como conteúdo de maior frequência dentre as dificuldades listadas e isso motivou a construção de um curso para professores dos anos iniciais discutindo subtração, aliada à adição. Daí, o problema: “Como um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais poderá contribuir no trabalho com o conceito de subtração?”. Assim, com base nas teorias de entendimento conceitual de Liping Ma, construiu-se o curso evidenciando a aprendizagem conceitual, tendo a decomposição e o uso da reta numérica como ferramentas principais para tal. Foi explorado o uso de fatores motivadores para que o tema abordado atingisse os alunos e sensibilizasse as professoras a utilizarem as práticas propostas durante suas aulas. Trata-se de um curso composto por 12 horas de discussão e 30 horas de prática com alunos, cuja aplicação dos temas abordados não será restrita a esse período. A ênfase do curso está em proporcionar aos alunos a oportunidade de construir, no campo de suas mentes, as condições necessárias para o aprendizado da subtração e conectar os conhecimentos que possui a outros que virão. Os resultados foram analisados de forma interpretativa, de natureza qualitativa com finalidade aplicada. Estão aqui relatadas e comentadas todas as etapas desse processo.

Palavras-chave: Subtração. Decomposição. Reta numérica. Curso. Formação continuada.

ABSTRACT

This work is the result of a survey of teachers of Freshwater municipalities and Joaçaba, both of Santa Catarina Midwest, where they collected data on the learning difficulties of students in the first segment of elementary school from mathematics discipline. This research revealed that the operation of subtraction is one of the most difficult content to be taught. Hence, the problem: "As a continuing education course for the early years teachers can help in working with the concept of subtraction?". Thus, based on the conceptual understanding of theories by Liping Ma, it was constructed the course of conceptual learning, and the decomposition and the use of numerical straight main tools for this. The use of motivating factors for the topic discussed reach students and sensitize teachers to use the practical proposals for their classes. The course consists of 12 hours of discussion and 30 hours of practice with students; the application of the topics covered will not be restricted to that period. The emphasis of the course is to provide to students the opportunity of building, in the field of their minds, the necessary conditions to learn subtraction and connect this topic with other important topics of knowledge. The results were analyzed interpretively, of qualitative nature, with applied purpose. In this work we report and comment all the stages of this process.

Keywords: Subtraction. Decomposition. number line. Course. continuing education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

UEPG – Universidade Estadual de Ponta Grossa.
SBM - Sociedade Brasileira de Matemática.
PR – Paraná.
PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional.
PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais.
M.M.C. Mínimo Múltiplo Comum.
CPMF – Conhecimento profundo da Matemática Fundamental.
PNAIC – Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade certa.
SC – Santa Catarina.
QVL – Quadro Valor lugar.
UFRJ – Universidade Federal do Rio de janeiro.
EUA – Estados Unidos da América.
RS – Rio Grande do Sul.
ANPMat - Associação Nacional dos Professores de Matemática.
FURG - Universidade Federal do Rio Grande.
GT – Grupo de Trabalho.
MEC – Ministério da Educação.
Pdf - Portable Document Format (Formato Portátil de Documento).
i.e. – isto é.
E.F. – Ensino Fundamental.
EMC - Educação Moral e Cívica
OSPB - Oganização Social e Política Brasileira
EPB - Estudo de Programas Brasileiros

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Matemática, no âmbito escolar, é uma das disciplinas em que os alunos apresentam maior dificuldade de aprendizado. São inúmeras as dificuldades encontradas por eles ao se depararem com os conceitos estudados nos diversos níveis escolares.

Além dos problemas relativos aos alunos, os sistemas de avaliação externos têm apresentado indicadores dos problemas de formação e da falta de professores. São muitas as variáveis que devem ser avaliadas para mudanças que visem uma melhoria substancial da educação a nível nacional, mas várias destas estão fora do alcance dos professores. Dentre as que estão acessíveis, algumas serão objeto de estudo do presente trabalho como: uso de linguagem adequada, uso de argumentos válidos nas explicações, uso de recursos que favoreçam a compreensão do conceito de número por parte dos alunos, etc.

Para tal, foi realizada uma pesquisa junto a professores das escolas públicas municipais, do município de Água Doce e do município de Joaçaba, trabalho que envolveu cerca de 40 professores e aproximadamente 1150 alunos, com o intuito de identificar e diagnosticar problemas e propor ações para a melhoria da aprendizagem da matemática dos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

A partir daí, traçou-se o plano de ações e estratégias que serão descritas ao longo desta dissertação. Trata-se de um trabalho específico, que relata o processo de investigação, diagnóstico de dificuldades, definição de estratégias e culmina com a construção de um curso de formação continuada, visando auxiliar professores com relação ao ensino da subtração.

Ao abordar um conteúdo em sala de aula, o professor deve reconhecer como fator mais importante, a preocupação com o aprendizado dos alunos, com a subtração não pode ser diferente, e isso, por sua vez, não ocorre de forma única e moldada para todos.

Diante disso, deve-se ter uma preocupação em oferecer aos educandos todas as possíveis oportunidades de aprendizado e, para tal, explorar seu conhecimento prévio, sua vivência fora de sala, situações do meio social e da ficção oferecendo condições para o debate e para o uso da criatividade, possibilitando um posicionamento crítico do aluno diante do conteúdo em questão.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais relatam sobre os resultados obtidos em relação ao aprendizado de matemática dos alunos da educação Básica:

> “A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. Há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama.” (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 12).

Nesse sentido, aponta a necessidade da busca coletiva de melhora, colocando o professor como responsável principal, todavia, oferecendo poucas ferramentas para tal.

Durante o estudo, pode-se perceber a importância de reconhecer a dificuldade de todos os conceitos matemáticos, pois ao enviar o questionário às professoras, era esperado obter respostas relatando dificuldades dos alunos em temas como resolução de problemas envolvendo várias operações, interpretação e aplicações de frações, operações com frações, cálculos de porcentagem, M.M.C., etc. Surpresa tamanha foi perceber que a dificuldade geral dos alunos estava numa operação extremamente básica como a subtração e, a partir daí, o estudo tomou a direção que veremos no decorrer da dissertação.

O primeiro aprendizado que essa pesquisa ofereceu foi o de não subestimar um conceito matemático, seguido da necessidade de motivar os professores a explorar a capacidade de aprender dos alunos, tendo por desfecho a necessidade de reconhecer a importância e as possibilidades de modos diferentes de se ensinar e aprender matemática e, por conseguinte, subtração.

A partir daí, diagnosticou-se o problema central: Como um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais poderá contribuir no trabalho com o conceito de subtração?

1.1 Objetivo Geral

- Analisar as contribuições que um curso de formação continuada para professores dos Anos Iniciais poderá trazer para o trabalho com o conceito de subtração.

1.2 Objetivos Específicos

- Oferecer às professoras a oportunidade de desenvolver novas habilidades para ensinar subtração.
- Sensibilizar as professoras sobre a importância de modificar suas estratégias e utilizar linguagem adequada ao ensinar matemática.
- Buscar demonstrar de que formas os conceitos se conectam aos procedimentos.
- Buscar demonstrar como os conceitos podem percorrer e ser desenvolvidos no decorrer do E.F.

1.3 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está distribuído em cinco capítulos, onde busca-se explorar a história da educação e da matemática no Brasil com teorias internacionais e pesquisas realizadas em relação ao ensino dessa disciplina nos anos iniciais do ensino fundamental.

O primeiro capítulo trata da introdução, com os objetivos.

O segundo capítulo fala sobre o percurso histórico da educação e da matemática em nosso país, ressaltando a influência dos fatos históricos e políticos para a construção do atual modelo educacional e da criação das leis que regem a atuação e organização das escolas no Brasil.

O terceiro capítulo fala sobre os materiais produzidos que fornecem a base teórica para a construção desse trabalho.

O quarto capítulo descreve as etapas de realização da pesquisa e da aplicação do curso produzido, com base nas teorias do material estudado e hipóteses do autor.

O quinto capítulo é o relato dos resultados obtidos a partir da aplicação do curso, a interpretação dos dados obtidos e a projeção para futuras pesquisas neste segmento de atuação.

2 UM POUCO DE HISTÓRIA

É importante entender como se construiu a estrutura organizacional da educação em nosso país e quais influências foram determinantes para que a estrutura esteja no formato que está atualmente.

A primeira organização da educação no Brasil aconteceu por meio da chegada dos portugueses, que impuseram os valores, costumes, religiosidade e métodos pedagógicos Europeus. Esse formato foi aceito durante 210 anos, no período de 1549 a 1759, quando uma nova ruptura marca a História da Educação no Brasil: a expulsão dos jesuítas por Marquês de Pombal que também não conseguiu organizar a contento a Educação e muitos historiadores críticos citam como um período de retrocesso para a educação de nosso país.

Ainda durante o período colonial, embora houvesse interesse e a tentativa de alfabetizar os índios, a educação era privilégio da nobreza, pequenos grupos tinham acesso à educação formal e, dentre esses, os que desejavam continuar seus estudos precisavam ir a Portugal.

Dentre as medidas que Marquês de Pombal tomou estavam: a implantação do ensino público oficial, a nomeação de professores pela coroa, as aulas régias e o subsídio literário, como era chamado o pagamento dos professores.

Durante o império, ocorreu o chamado “capitalismo industrial” nos países europeus, a chegada da família real no Brasil provocando a ruptura do pacto colonial, o ensino continua sendo elitista, ou seja, apenas os nobres e seus filhos tinham acesso à escola, além disso a característica marcante era o modelo propedêutico, cujo objetivo era basicamente preparar os estudantes para o ensino superior.

A partir da Constituição de 1824, o ensino foi dividido em três partes: elementar, secundário e superior. Surgiu o princípio da liberdade de ensino sem restrições e onde surgiu a ideia de que o Estado forneceria a educação para o nível Elementar, ou seja, a educação primária para todos os cidadãos.

Em 1827, surgem as Escolas de Primeiras Letras, ou seja, escolas em todo o império objetivando alfabetizar todas as pessoas, além disso, surgem as escolas para meninas em cidades mais populosas.

Em 1834, ocorre uma reforma na educação, e uma das medidas é a de atribuir às províncias a responsabilidade pela formação dos professores e pelo ensino elementar e secundário, ficando a coroa com a responsabilidade apenas pelo ensino superior, que continuou sob manutenção da coroa, porém, esse ensino se dava apenas em Portugal.

Em 1860, começa-se a discutir sobre educação no país com objetivos mais liberais, respeitando liberdades de pensamento, baseado em princípios internacionais.

Em 1879, a Reforma Leôncio de Carvalho procura a liberdade de ensino, inclusive sem fiscalização do Estado, liberdade de frequência, liberdade credo religioso e a criação das escolas normais, matricula de escravos e a criação da tendência positivista para substituir os princípios da igreja.

Na República, sob influência das transformações provocadas pela constituição de 1891, é pregada a descentralização, porém, nesse período a União fica responsável pelo ensino superior e pelo ensino secundário enquanto os estados ficam responsáveis pelo ensino fundamental e profissionalizante.

Continua, ainda, sendo elitizado o acesso ao ensino superior, ou seja, apenas os nobres cursam universidades, enquanto as classes menos abastadas se submetem a maneiras mais imediatas de preparação para o mercado de trabalho e, por conseguinte, recebendo os menores salários e cargos menos relevantes do mercado, esse era o chamado dualismo escolar.

Outro detalhe que ocorre nesse período são as experiências anarquistas, ou seja, objetivando distanciar o pensamento da escola dos interesses da burguesia, com a intenção de unir as classes trabalhadoras em prol de interesses sociais. Ocorre principalmente com associações de proletariados que criam escolas para difundir esse pensamento.

Por volta de 1920, surge o movimento chamado de “escola nova”, caracterizado por um embate de ideias entre liberais e conservadores, os segundos, basicamente os católicos que defendem o humanismo e as ideias da igreja católica. Os liberais, por sua vez, contestam os modelos tradicionais e defendem as ideias que se assemelham à democratização do ensino. Acontece nesse período o manifesto dos Pioneiros da Educação Nova que defende alguns princípios:

-Educação obrigatória.

-Educação pública.

-Educação gratuita.

-Educação leiga.

-Educação como dever do estado.

-Eliminação do dualismo escolar,

A constituição de 1934 não acolheu essas reivindicações.

Em 1924, surge a Associação Brasileira de Educação, que vive duas fases distintas: a primeira, sob forte influência dos conservadores e a segunda, a partir de 1932, onde a maioria dos seus membros eram “escolanovistas”, essa associação promoveu muitos debates que influenciaram as transformações na educação de nosso país.

2.1 Algumas leis e reformas relevantes à educação

A Reforma Capanema, ocorreu durante o período do chamado “Estado Novo” (1937-1945), sob o governo de Getúlio Vargas, havia então um ministro no país, Gustavo Capanema, que promoveu reformas na educação do país, criando leis que foram chamadas de leis orgânicas do ensino, que regulamentavam o ensino primário, criou o ensino supletivo de dois anos, institui o planejamento escolar, direciona recursos para a estruturação da educação, dá início à estruturação da carreira docente, regulamenta o curso de formação de professores e a reestruturação do curso secundário (4 anos de ginásio e 3 anos de colegial).

O próximo ponto relevante da história da educação é a Lei de Diretrizes e Bases de 1961 (lei 4.024/61), que já nasce ultrapassada, pois quando suas ideias foram discutidas e concebidas o Brasil era um país unicamente de exportação agrária e quando entrou em vigor, o país já estava sob o processo de industrialização e urbanização, ou seja, uma estrutura de país bem diferente daquele para o qual ela foi pensada.

A primeira LDB (1961), manteve algumas características da reforma Capanema, como o dualismo. Ela vai permitir a chamada equivalência dos cursos, facilitando a transição e mobilidade entre eles. Vai aceitar, em partes, as ideias do movimento “escola nova”, pensando numa educação que comtemple ideias do dia-a-dia, ou seja, da realidade das pessoas.

Ocorria, porém, a previsão de apoio financeiro às escolas privadas e participavam dos conselhos federais de educação, representantes dessas instituições, o que produzia pressão para certas decisões que beneficiavam as instituições privadas, deixando de produzir melhorias nas escolas públicas, por interesses econômicos e políticos.

Durante a Ditadura Militar, o Estado combatia todo grupo que se mostrava adepto às ideias do comunismo e socialismo, então, nessa mesma ideia, foram consideradas ilegais todas as instituições que tinham ideias diferentes das do Estado. Então, a União Nacional dos Estudantes (UNE), é também considerada subversiva e deixa de existir oficialmente e passa a agir clandestinamente.

Para suprir essa lacuna, surgem os Diretórios Acadêmicos (DA) o Diretório Central dos Estudantes (DCE), ou seja, o Estado mantém os grupos organizados, porém com espaço reduzido, com menor expressividade e com o objetivo de evitar uma articulação nacional. Porém, em cada diretório desses, há um membro conselheiro, escolhido pela universidade, que sempre é um defensor dos interesses do Estado e que orienta os trabalhos dos diretórios. Além disso, os DA são restritos a cada curso, enquanto há apenas um DCE por universidade. Dessa forma é feita a reestruturação da representação estudantil.

Outro detalhe importante, é o fato de os estudantes não poderem se envolver com questões políticas, sob o argumento de que “estudante tem que estudar” e “trabalhador tem que trabalhar”, lhes eram proibidas manifestações de caráter político.

Em 1968, o Ato Institucional 5 (AI-5), com o General Costa e Silva, retira as garantias individuais dos cidadãos, permitindo ao presidente atuar como executivo e legislar ao mesmo tempo, ou seja, concentrando todo o poder em suas mãos. No ano seguinte, por meio de um decreto, ocorre a proibição de qualquer manifestação de caráter político, por parte de qualquer indivíduo ligado às escolas.

Em 1969, por meio de um decreto, é institucionalizado o ensino de Educação Moral e Cívica (EMC), que no ensino secundário passa a se chamar de Oganização Social e Política Brasileira (OSPB) e no ensino superior passa a se chamar de Estudo de Programas Brasileiros (EPB), claramente com caráter ideológico.

Ainda durante a ditadura, ocorrem as reformas tecnicistas, e os Acordos MEC/Usaid. A primeira delas é a recepção do modelo empresarial pelas escolas, com a adoção de um método racionalizado, direcionando a educação para a produção de mão de obra com a finalidade de aumentar a capacidade produtiva do país, adequando-se às exigências da sociedade industrial capitalista em expansão da época.

Os acordos MEC/USAid ocorreram entre Brasil e Estados Unidos (EUA), onde o Brasil receberia apoio financeiro e assistência técnica para a implantação das reformas tecnicistas haja vista que os EUA já era um país desenvolvido e tinha interesse em um cliente consumidor de tecnologia na América do Sul.

A reforma tecnicista possui 3 pilares:

-Educação e desenvolvimento: visando formar mão de obra que atender ao mercado crescente de tecnologias.

-Educação e segurança: objetivando produzir o cidadão o cidadão comprometido com os interesses do país, que acredite no Estado, que não seja subversivo e para isso o ensino de EMC e OSPB, etc.

- Educação e comunidade: sugere a criação de conselhos, de empresários e mestres, grupos que produzam a criação de um vínculo entre a preparação dos trabalhadores, da mão de obra e a comunidade, ou seja, integrar os sistemas de estudo com a sociedade.

Ocorre ainda neste período a reforma do 1º e 2º graus de 1971, sob a lei nº 5692/71 que produz uma junção entre primário e ginásio, eliminando os processos de seleção que haviam entre esses níveis, ocorreu a integração entre o primário e o ginasial e do secundário com o técnico.

Foi o chamado “princípio da terminalidade”, ou seja, isso previa que a cada nível que o cidadão conclua, ele estaria se tornando apto para o mercado de trabalho, de modo que ao concluir o ensino secundário técnico ele estaria totalmente preparado para o mercado.

Nesse período, o currículo possuía dois moldes, a educação geral e a formação especial, esta segunda, atendendo aso 3 setores: a agropecuária, a indústria e os serviços.

Em 1967, surge o Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL), visando sanar o problema de quase metade da população analfabeta. Como não possuía caráter ideológico, não surtiu resultados relevantes.

Com a Constituição Federal (CF) de 1988, algumas mudanças foram estabelecidas:

- Gratuidade do ensino público em estabelecimentos oficiais do Estado. Prevendo a universalização do ensino.

- Ensino fundamental gratuito e obrigatório.

- Expansão do ensino obrigatório gratuito, progressivamente, ao ensino médio.

- Atendimento em creches e pré-escolas às crianças de 0 a 6 anos.

- Ensino obrigatório e gratuito como direito subjetivo. Ou seja, o Estado deve oferecer a todos o ensino gratuito, independente de classe social, região, comunidade, etc.

- Valorização dos profissionais de ensino, incluindo a formação continuada.

- Autonomia universitária

- Aplicação pela União, de nunca menos de 18% e pelos Estados, Distrito Federal e municípios de 25%, no mínimo, da receita resultante de impostos, na manutenção e desenvolvimento do ensino.

- Plano Nacional de Educação, visando a articulação e ao desenvolvimento do ensino em seus diversos níveis.

Este último, ocorre a cada 10 anos, e é valido por um decênio, atualmente, vigente entre 2011 a 2020.

Na Em seu artigo 205, a Constituição de 88 cita:

> A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (Brasil, 1988, p. 121).

Assim, a legislação objetiva ter uma educação mais abrangente com seus três objetivos principais. As leis que a sucedem devem respeitar as ideias desse documento.

Os princípios Básicos que regem o Ensino em nosso país, segundo a CF são:

- Igualdade de condições para o acesso e permanência na escola;

- Liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber;

- Pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas, e coexistência de instituições públicas e privadas de ensino.

- Gratuidade do ensino público em estabelecimentos oficiais.

- Valorização dos profissionais da educação escolar, garantidos, na forma da lei, planos de carreira, com ingresso exclusivamente por concurso público de provas e títulos, aos das redes públicas.

- Gestão democrática no ensino público, na forma da lei.

- Garantia de padrão de qualidade.

- Piso salarial profissional nacional para os profissionais da educação escolar pública, nos termos de lei federal.

- A lei disporá sobre as categorias de trabalhadores considerados profissionais da educação básica e sobre a fixação de prazo para a elaboração ou adequação de seus planos de carreira, no âmbito da União, dos estados ou do Distrito Federal e dos Municípios.

Além disso, depois de uma emenda constitucional de 2009, a CF prevê a obrigatoriedade da educação básica e gratuita dos 4 aos 17 anos de idade, assegurando também a oferta gratuita a todos que não tiveram acesso na idade adequada para o ano escolar do qual precisa.

Há também a previsão do atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência física, preferencialmente na rede regular de ensino.

Dispõe ainda sobre a oferta da educação infantil às crianças até 5 anos de idade, com obrigatoriedade a partir dos 4 anos de idade.

Define ainda, sobre as competências das unidades da federação e municípios para a manutenção da educação no país, definindo como prioridade a educação infantil para os municípios e o médio e fundamental para os estados.

No que se refere à educação, o documento mais importante que sucede a constituição é a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB), Lei número 9394 de 1996, que em seu Artigo 21 define a composição da Educação Básica pelos níveis: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio.

A LDB, deve estar em acordo com as ideias da CF, portando, cita a educação como dever do Estado, garantindo o acesso à educação básica obrigatória como direito público subjetivo. Em seu primeiro artigo, descreve o que entende por educação:

> A educação abrange os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais. (BRASIL, 1996, p. 01).

Todavia, a LDB disciplina a educação escolar, especialmente nas instituições de ensino. Ela prevê que a educação deve se vincular ao mundo do trabalho e às práticas sociais. Cita também a educação como direito de todos e dever da família e do Estado. Inspirada nos princípios de liberdade e solidariedade. A finalidade segue exatamente os três pilares citados na CF (1988) bem como os princípios citados na carta magna.

A LDB cita como relevante a experiência extraescolar, prevê vincular a educação escolar, o trabalho e as práticas sociais e leva em consideração a diversidade etno-racial.

O país hoje tenta construir uma Base nacional curricular comum. Isso já estava previsto na LDB, em seu artigo 26:

> Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela. (BRASIL, 1996, p. 09).

Por se tratar de um documento amplo, que trata genericamente da educação, não há muita especificidade com relação às disciplinas e currículo, mas, o parágrafo primeiro do artigo 26 cita a matemática da seguinte forma:

> Os currículos a que se refere o caput devem abranger, obrigatoriamente, o estudo da língua portuguesa e da matemática, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente do Brasil. (BRASIL, 1996, p. 10).

Ainda se tratando de currículo, foram criados Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que servem de referência para as construções das propostas curriculares em todo o país, foram elaborados para difundir os princípios da reforma curricular e orientar os professores a buscar novas propostas de ensino.

A produção dos PCNs se deram por disciplina e por níveis, no ensino fundamental, foi distribuído por ciclos e na disciplina matemática, escrito em1998, se apresentam como:

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática têm como finalidade fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisas, levando-as ao conjunto dos professores brasileiros. Visam à construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. (BRASIL, 1998, p. 15).

Esses parâmetros levam em consideração as transformações históricas, as transformações legais e políticas de nosso país, cargas conceituais e resultados de pesquisas, com isso, cumprem a função de servir de parâmetro para que os professores pensem sobre os conteúdos que serão ensinados a seus alunos. São mecanismos que visam favorecer a questão qualitativa da educação, buscando também reduzir as diferenças entre cargas de conteúdos ensinadas entre as diferentes regiões do país.

2.2 A Matemática no Brasil

Todas as mudanças na educação de nosso país ocorreram e ocorrem como consequências das mudanças históricas, não fica evidente sua relevância no contexto social e por isso não recebem elevada atenção política e social.

A história da matemática no Brasil, por sua vez, tem algumas peculiaridades: não recebeu a devida atenção durante muito tempo.

Inicialmente, era apenas uma disciplina obrigatória para outros cursos, assim, não era reconhecida como profissão e muito menos como ciência. Logo, não existiam instituições de Ensino Superior que oferecessem um curso especifico para o estudo da Matemática, e isso atrasou o seu desenvolvimento.

Além disso, quando os Jesuítas iniciaram a educação no país, não ensinavam matemática, pois o objetivo era ensinar para a religião.

O primeiro registro de ensino de Matemática no Brasil, datado de 1572, refere-se ao curso de Artes no Colégio de Salvador. Esse curso tinha três anos de duração, e se estudavam algumas matérias tais como: matemáticas, lógicas, físicas, metafísica e ética. Os formados obtinham o grau de bacharelado ou licenciatura, ou seja, foi o início das licenciaturas e bacharelados no Brasil. Haviam 16 colégios mantidos pelos jesuítas e, em apenas oito deles, ofereciam o curso de Filosofia ou de Artes.

Pode-se perceber que a influência dos inicianos (nome dado aos Jesuítas) foi muito forte para o ensino da matemática no Brasil e, dessa influência, nasce, no Colégio de Salvador, a Faculdade de Matemática em 1757.

> Com a expulsão dos jesuítas do Brasil, ficou um vazio no estudo primário. Outras ordens religiosas abriram algumas instituições de ensino, como os franciscanos, que elaboraram um projeto de uma faculdade, na qual se estudaria retórica, hebraico, grego, filosofia e etc. O

> estudo das matemáticas ficou de fora. (BRITO, 2007, p. 03).

O Marquês de Pombal pretendia, com sua reforma da educação, preparar pessoas para a revolução industrial que ocorria na Europa, donde influenciou toda a educação de Portugal e, por consequência, do Brasil, colônia na época.

Durante todo o período Imperial, a educação figurou com sérios problemas, sos muita reclamação especialmente sobre sua baixa qualidade.

Com a Proclamação da República, a Matemática mudou de figura novamente, mas, em geral, trouxe pouca inovação ao país com relação ao Ensino Superior. Foram extintos os denominados cursos científicos, tais como o curso de Ciências Físicas e Matemáticas e o curso de Ciências Físicas Naturais. Então, o ensino da matemática Superior no Brasil, no período de 1896 até 1933, foi feito exclusivamente como cadeira dos cursos de engenharia, onde eram formados engenheiros–matemáticos. Somente a partir de 1934, com a Fundação da primeira universidade brasileira, a Universidade de São Paulo (USP) e sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras é que o ensino e o desenvolvimento da Matemática retornaram de modo relevante ao país, por meio de um curso específico.

O ensino da Matemática para os anos iniciais ainda não possui uma identidade bem definida e a pluralidade cultural de nosso país impede a construção de uma regularidade para tal. Por conseguinte, o modo de estudo e ensino da Matemática no Brasil é muito recente e continua em constante amadurecimento.

3 PRODUÇÕES MATEMÁTICAS PERTINENTES

Neste capítulo, serão citadas produções que embasaram a construção deste trabalho, oferecendo o devido suporte teórico, conceitual e parcialmente procedimental. Trata-se do livro Saber e Ensinar Matemática Fundamental, da chinesa Liping Ma, dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN´s) e dos cadernos do Plano Nacional de Alfabetização na idade Certa (PNAIC).

3.1 Saber e Ensinar Matemática Fundamental

O pilar principal dessa dissertação é o Livro “Saber e Ensinar Matemática Fundamental” (2009), da Professora Chinesa Liping Ma, nele, ela aborda de forma profunda, diversos detalhes do ensino da matemática fundamental nos anos iniciais, tendo por base quatro pilares, onde um deles é a subtração com reagrupamento.

Trata-se de um magnífico trabalho, que à primeira vista pode parecer um simples comparativo entre professores chineses e norte-americanos, mas, suas contribuições mais importantes são teóricas, não comparativas.

Embora fale muito mais de matemática do que sobre pedagogia, o livro tem concepções de conteúdo profundamente pedagógicas.

Com relação ao conteúdo do livro:

> Este livro parece falar sobre a prática do ensino da matemática, mas merece ser consultado por aqueles que estabelecem políticas para o ensino e a formação de professores. (MA, 2009, p. 07).

E com relação ao público alvo:

> Este livro foca o trabalho dos professores do ensino básico, mas o seu público-alvo mais importante pode ser constituído por aqueles que, nas universidades, ensinam matemática a futuros professores, assim como por futuros pais. (MA, 2009, p. 08).

A autora se tornou professora por cortesia da chamada Revolução Cultural* que ocorreu na China, quando, após concluir o oitavo ano de uma escola de Xangai, foi enviada para uma aldeia pobre nas montanhas do sul do país, para ser reeducada pelos camponeses, trabalhando nos campos. Após alguns meses, o chefe da aldeia pediu a ela que ocupasse o cargo de professora na escola local.

Ainda adolescente, ensinava todas as disciplinas a alunos de duas séries diferentes em uma mesma sala de aula. Continuou nessa escola durante os sete anos seguintes onde lecionou em todos os níveis e tornou-se diretora da escola.

Mais tarde, ao voltar para Xangai, estudou na Universidade Normal da China Oriental, onde obteve o grau de mestre e em 1988 foi para os Estados Unidos para estudar na Universidade do Estado de Michigan.

Anos mais tarde, morando na Califórnia, Ma foi aceita no programa de doutoramento da Universidade de Stanford. Com bolsas de estudos oferecidas pelas fundações McDonnell e Spencer e com a contínua ajuda do Estado de Michigan, Ma pode retornar à China e recolher os dados para a pesquisa que tornou possível completar o trabalho que deu origem ao livro, produzido em seu doutorado e pós-doutorado.

3.1.1 Comparando a aprendizagem matemática dos alunos norte americanos e chineses

Em sua obra, Ma (2009) descreve uma pesquisa feita em dois países, China e Estados Unidos, onde faz um comparativo das compreensões de matemática por parte dos alunos e os conhecimentos matemáticos dos professores dos dois países, debate uma série de fatores, avalia vários aspectos e descreve detalhes sobre “saber matemática” e “ensinar matemática”, além de citar sua opinião sobre fatores observados com foco na objetividade do tema “saber e ensinar matemática”.

---

* A Revolução Cultural, ou Grande Revolução Cultural proletária, foi uma profunda campanha político-ideológica levada a cabo a partir de 1966 na República Popular da China, pelo então líder do Partido Comunista Chinês, Mao Tsé-tung, cujo objetivo era neutralizar a crescente oposição que lhe faziam alguns setores menos radicais do partido, em decorrência do fracasso do plano econômico Grande Salto Adiante (1958-1960), cujos efeitos acarretaram a morte de milhões de pessoas devido à fome generalizada.

Em se tratando da formação de professores norte-americanos e chineses ela descreve

> Em comparações internacionais de competência matemática, os estudantes chineses geralmente ultrapassam o desempenho dos estudantes americanos. Paradoxalmente, os professores chineses aparentam ter muito menos educação matemática que os professores americanos. A maior parte dos professores chineses teve entre 11 a 12 anos de escolaridade — completam o nono ano e frequentam mais dois ou três anos na escola normal. Em contrapartida, a maioria dos professores americanos recebeu entre 16 a 18 anos de formação, correspondentes a uma licenciatura e, frequentemente, a mais um ou dois anos de estudos. (MA, 2009, p.19).

Assim, curiosamente percebe-se que professores chineses com menos educação matemática tem conseguido um melhor resultado no aprendizado dos alunos do que os colegas americanos e a autora busca entender o porquê desses resultados.

Dentre os fatores que favorecem o aprendizado dos Chineses, está as palavras que dão nomes aos números, enquanto na China, a palavra que dá nome ao número 20 é chamado “dois dez”; 30, “três dez”, etc. O inglês atribui a cada número um nome específico e se assemelha ao português, ou seja, o nome do número não tem relação direta ao seu agrupamento das classes numéricas.

Ela cita que, aparentemente, os professores chineses começam suas carreiras com uma melhor compreensão da matemática elementar do que a maioria dos seus pares americanos. Além disso ela cita alguns fatores que sustentam o crescimento do conhecimento matemático dos professores chineses e sugere algumas possíveis razões das dificuldades enfrentadas pelos professores americanos em aprofundar seu conhecimento da matemática que ensinam.

Em suas conversas com os professores, Ma (2009) descreve que “cerca de 10% dos professores chineses, apesar da falta de educação formal, apresentam um grau de compreensão matemática extraordinariamente raro nos Estados Unidos”, isso despertou a suspeita de que haviam diferentes concepções matemáticas entre os professores ou diferentes conhecimentos matemáticos.

Em dois anos de investigação ela concluiu que “embora os professores americanos tivessem sido expostos a matemática mais avançada durante o ensino secundário e universitário, os professores chineses apresentavam um conhecimento mais extenso da matemática do ensino básico”.

Em algumas observações em salas de aula norte-americanas, ela relata exemplos de momentos em que os erros surgem e não são discutidos entre os alunos e professor, ou pior, nem são percebidos por quem ministra a aula ou pelos coordenadores. Afirma que esse tipo de problema não é fato isolado mas, um problema espalhado e registrado.

3.1.2 Abordagem dos professores norte-americanos: EmpréstimoXReagrupamento

A obra de Ma (2009) refere-se, entre outras coisas, às diferentes formas de compor e decompor um número. Isso se deve ao fato de que o algoritmo usual da subtração nem sempre é o modo mais simples de resolver determinados cálculos.

Quando aborda o tópico subtração, a autora ressalta:

> Será então necessária uma compreensão profunda da matemática? Será que a um tópico tão simples, está mesmo associada uma compreensão profunda da matemática? Será que o grau de conhecimento do professor sobre esta matéria vai fazer alguma diferença na sua forma de ensinar e contribuir de fato para a aprendizagem dos alunos? Só há uma resposta para estas perguntas: sim. (MA, 2009, p. 32).

Ela enfatiza durante toda sua obra que o conhecimento do professor tem elevada importância no processo da aprendizagem dos alunos, assim, a profundidade do conhecimento que ele possui sobre o conteúdo que ensina é altamente relevante, mesmo quando se trata de um conceito tão simples como subtração.

Em uma operação de subtração, quando o algarismo do subtraendo é maior que o algarismo da posição correspondente do minuendo, é muito comum o uso da expressão “emprestar do vizinho”.

O foco no procedimento do cálculo foi constatado em 83 % dos professores norte-americanos. O uso da expressão “emprestar do vizinho” foi muito comum, ela torna a linguagem mais infantil e de certa forma, agradável às crianças, todavia, é uma expressão que dá a ideia de que a unidade e a dezena por exemplo, são dois números diferentes e não parte de um mesmo número, além disso, a ideia de emprestar, tem implícita a condição de devolver, como pode um número emprestar algo a outro? E de que forma esse número irá devolver ao primeiro? Logo, o uso desse termo apresenta falhas graves com relação à aprendizagem.

Quando nas operações de subtração, a exemplo de 31-19, os professores americanos esperavam que os alunos efetuassem dois procedimentos, o de emprestar uma dezena da posição das dezenas e transformá-la em 10 unidades.

Dando ênfase a esse procedimento, os professores acreditavam que quando os alunos fossem capazes de realizar corretamente esses dois "passos-chave", poderiam então realizar corretamente e completamente os cálculos de subtração.

Assim, Ma (2009) concluiu que o que os professores esperavam que os alunos soubessem tinha a ver com seu próprio conhecimento. Justificavam o fato de emprestar com o argumento "não se pode subtrair um número maior de um menor", isso sem justificar se tratar de partes do mesmo número, e completa:

> "Não podemos subtrair um número maior de um menor" é um falso argumento matemático. Embora os alunos de segundo ano não aprendam como se subtrai um número maior de um menor, isso não significa que nas operações matemáticas não se possa subtrair um número maior de um menor. De fato, os jovens estudantes irão aprender a fazê-lo no futuro e essa aprendizagem não deverá ser perturbada pela ênfase outrora dada a uma ideia errada. (MA, 2009, p. 34).

Ela cita que tratar dois algarismos do aditivo (minuendo) como dois amigos, ou dois vizinhos que vivem lado a lado, é matematicamente enganador noutro sentido, pois dá a ideia de que se trata de dois números independentes em vez de duas partes de um só número.

Outra ideia errada que a expressão "empréstimo" sugere é a de que o valor de um número pode ser alterado durante o cálculo, pois, ao emprestar, estamos aumentando o tamanho de um número que antes, por ser muito pequeno, não possibilitava a realização da subtração. Assim, por qualquer razão, pode-se aumentar o tamanho do número e assim realizar a subtração.

Alguns professores, por sua vez, demonstravam a intenção de que os alunos compreendessem a fundamentação lógica do processo, e abordavam os conceitos de modo a evitar os problemas supracitados. E transcreve um discurso de uma professora norte-americana:

> Será que do número 64 podemos tirar 46? Pensem nisto. Faz sentido? Se tivermos um número na casa dos sessenta, podemos tirar lhe um número na casa dos quarenta? Ok, se isso agora faz sentido, então somos capazes de fazer 4 menos 6? Aqui está o 4 e mostrar-lhes-ei visualmente o 4. Tirem 6: 1, 2, 3,4. Não é suficiente. Então o que podemos fazer? Podemos ir para a outra parte do número e tirar o que pudermos usar, retirá-lo do outro lado, trazê-lo para o nosso lado para ajudar, para ajudar o 4 a tornar-se 14. (MA, 2009, p. 35).

Nesse discurso, pode perceber que a professora não enfatiza o fato de emprestar, tampouco o de decompor, ela enfatiza que se trata de subtrair um valor da casa dos quarenta de um valor da casa dos sessenta, portanto, possível e factível.

O uso de materiais manipuláveis também foi relatado como muito frequentemente utilizados pelos professores, dentre eles, os conjuntos de palitos, grãos de feijão, blocos ou peças de jogos.

Em algumas situações problema, para realizar um cálculo do tipo 23-17, os professores afirmaram que dariam a eles uma imagem com 23 coisas, solicitando a eles que riscassem 27 e contassem os restantes. Também relataram que poderiam dar aos alunos 23 grãos de feijão para retirar 17. Assim, a utilização desses recursos elimina a necessidade de reagrupar, então, dessa maneira, a atividade não está favorecendo a aprendizagem do reagrupamento.

Os professores relataram que utilizar o recurso sensorial, favorece a aprendizagem dos alunos mais do que somente falar a respeito. Porém Ma (2009, p.36) afirma que “Um bom veículo, contudo, não garante a aprendizagem correta. A compreensão que os alunos atingem com os materiais manipuláveis depende grandemente da orientação do professor” reiterando a importância do conhecimento do professor mesmo com o uso desses recursos.

Em alguns registros de depoimentos de professores, Ma (2009) relata algumas ideias confusas por parte dos professores quando criam situações para explorar a operação de subtração com seus alunos.

Ao utilizar moedas, um professor relatou que uma boa prática seria solicitar aos alunos que trocassem moedas de 25 centavos por duas moedas de 10 e uma de 5 centavos, afirmando que seria uma forma de ilustrar o empréstimo utilizado no procedimento da subtração. Essa situação retrata uma mistura nas ideias de emprestar algo de alguém e o procedimento de empréstimo adotado no algoritmo da subtração.

Como a maioria dos professores norte-americanos enfatizava os dois procedimentos de emprestar e transformar, e classificavam o segundo como mais difícil, julgavam importante o uso dos materiais manipuláveis para ilustrar esse procedimento e facilitar que os alunos compreendessem como isso ocorre.

Quando os professores americanos descrevem como procedem ao utilizar os palitos, os métodos relatados ficam centrados no procedimento e geralmente não há a explicação ou exploração do conceito matemático subjacente. Assim

3.1.3 A abordagem dos professores Chineses: Decompor uma unidade de ordem superior

Havia entre os professores chineses uma parcela que tinha compreensão do tópico subtração com muitos pontos comuns. Inclusive defendendo o uso do conceito de “empréstimo”. Uma professora, que ela identificou por “Y” relatou a maneira como ensina subtração:

> Diria aos alunos que, quando calculamos problemas como 53-25, alinhamos primeiro os números e começamos a subtração pela coluna das unidades. Uma vez que o 3 não é suficientemente grande para dele tirar 5, devemos pedir emprestada uma dezena da coluna das dezenas e transformá-la em 10 unidades. Ao adicionarmos as 10 unidades a 3 obtemos 13. Se subtrairmos 5 de 13 obtemos 8. Coloca-se o 8 na coluna das unidades em baixo. Depois movemo-nos para a coluna das dezenas. Uma vez que o 5 da coluna das dezenas emprestou um 10 à coluna das unidades, restam apenas 4 dezenas. Tiramos 20 de 40 e obtemos 20. Coloca-se o 2 na coluna das dezenas em baixo. (MA, 2009, p.40).

Assim, percebe-se o foco no algoritmo, com grande ênfase em regras preestabelecidas sem, contudo, se preocupar com a fundamentação lógica para o processo. A parcela de professores chineses que defendiam essa ideia era muito menor que a dos professores americanos, 14% contra 83%, conforme ilustra o gráfico 01.

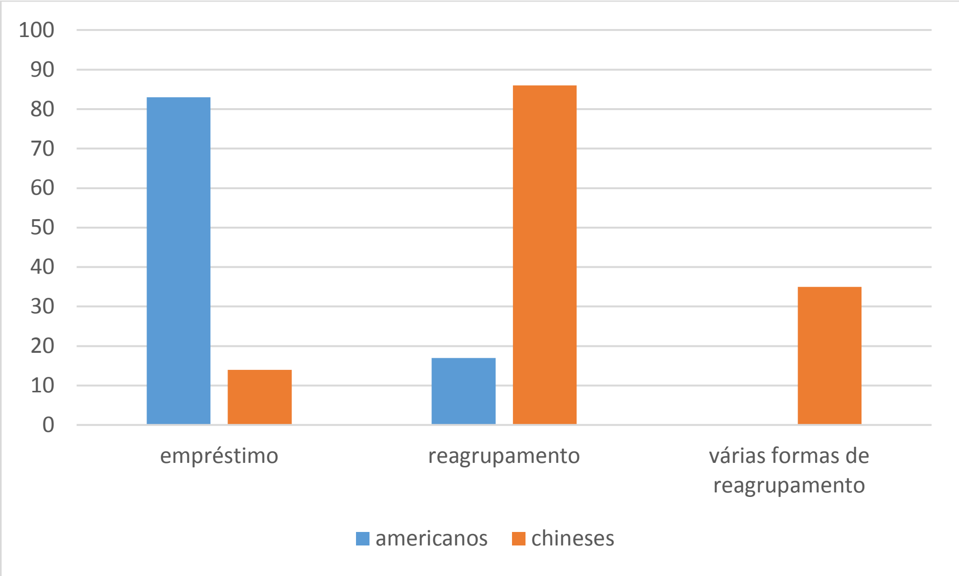


GRÁFICO 01 – Entendimento dos professores sobre subtração
Fonte: Saber e Ensinar Matemática Elementar (adaptado).

A maioria dos professores chineses, centram suas ideias no reagrupamento. Além disso, 35% dos professores chineses descreveram mais de um modo de reagrupar. Referindo-se assim, não só à fundamentação lógica do algoritmo, mas também, sobre outras formas de resolver os problemas oferecidos aos alunos.

Pensando na frase: “decompor uma unidade de ordem superior” é um termo da aritmética chinesa tradicional baseada no ábaco. Cada fio do ábaco representa o valor posicional diferente do outro, portando o valor de cada conta (peça sobre o fio) depende do fio em que está colocada, quanto mais à esquerda maior seu valor em relação às da direita.

Ao utilizar o ábaco para efetuar operações com reagrupamento, precisa-se retirar uma conta de um frio à esquerda e transformá-la em 10 ou em potências de 10 contas nos fios à direita. A esse procedimento dá-se o nome de “decompor uma unidade de ordem superior”

Os professores chineses, em sua maioria (86%) descreveram o processo de “tirar” no algoritmo como um processo de “decompor uma unidade de ordem superior” utilizando em vez de “emprestamos uma dezena” citaram “decompomos uma dezena”.

Em geral, quando discutia com os professores, estes tendiam a relacionar a "decomposição de uma unidade de ordem superior" com a adição com transporte que trata de "compor uma unidade de ordem superior". Ao descrever como ensinaria subtração, uma professora, que Ma (2009) identifica por "L" relata:

> Eu começaria com um problema de subtração fácil, como 43-22=? Depois de eles o resolverem, mudaria o problema para 43-27=? Como é que o problema novo difere do primeiro? O que acontecerá quando estivermos a resolver o segundo problema? Descobrirão que 7 é maior que 3 e que não temos unidades suficientes. Então direi: ok, hoje não temos unidades suficientes. Mas às vezes temos unidades a mais. Devem lembrar-se que na semana passada, quando fizemos a adição com transporte, tínhamos muitas unidades. O que fizemos nessa altura? Eles dirão que as compusemos em dezenas. Então, quando temos muitas unidades, compomo-las em dezenas; o que podemos fazer quando não temos unidades que cheguem? Podemos decompor uma dezena de novo em unidades. Se decompusermos um 10 de 40, o que acontece? Teremos unidades suficientes. Deste modo, introduziria o conceito de "decompor uma unidade de ordem superior em 10 unidades de ordem inferior". (MA, 2009, p. 42).

Fica evidente no discurso a conexão entre os conhecimentos que o aluno já havia construído a partir da adição e da subtração sem reagrupamento para o conhecimento seguinte, e o foco do trabalho está na aprendizagem do conceito matemático envolvido, ao invés de focar num procedimento.

Quando ressalta a importância do uso da decomposição de uma unidade de ordem superior, a autora afirma que:

> Explicar o passo de "tirar" como um processo de decompor uma unidade de ordem superior reflete um entendimento ainda maior do que a explicação que assenta no "reagrupar". Embora a fundamentação lógica do algoritmo seja reagrupar o aditivo, o reagrupar é uma abordagem matemática que não está confinada à subtração: é fundamental para uma variedade de cálculos matemáticos. (MA, 2009, p. 44).

Nesse parágrafo, Ma (2009) refere-se ao fato de que o reagrupamento é uma ferramenta útil também na adição e na multiplicação. Assim, o uso da decomposição se torna mais relevante à subtração que o próprio reagrupamento, por ser ação necessária apenas a essa operação.

Ainda no que se refere à ideia de decomposição ela afirma:

> Além disso, ao usar o conceito de decompor uma unidade de ordem superior, o procedimento da subtração é explicado de um modo que mostra a sua ligação com a operação da adição. Fornece um apoio conceitual maior para a aprendizagem da subtração e reforça a aprendizagem anterior dos alunos. (MA, 2009, p. 44).

Com relação à composição de unidades de ordem superior, alguns professores chineses foram mais profundos no aspecto de “transformar” do procedimento. Cerca de metade deles, enfatizou que 1 dezena é composta por 10 unidades. A outra metade, referiu-se a uma ideia matemática mais básica - a base para compor uma unidade de ordem superior – como um conceito que os alunos deveriam aprender antes de utilizar o reagrupamento.

Os professores afirmaram que os alunos devem ter uma ideia bem definida sobra essa base para que melhor possam compreender porque uma unidade de ordem superior é decomposta em 10 ou potências de 10, unidades de ordem inferior. Afirmam que alunos com esse conhecimento tem melhores condições de aprendizados de outros conceitos no futuro. Um dos professores participantes do estudo relata:

> Discutir a base para compor uma unidade de ordem superior ajuda-os a lidar não só com a subtração de números com muitos algarismos, mas também com versões mais complicadas de problemas. Decompor uma dezena em 10 unidades ou decompor uma centena em 10 dezenas é decompor 1 unidade em 10 unidades da ordem imediatamente inferior. Mas às vezes precisamos de decompor 1 unidade em 100,1000 ou até mais unidades de ordem inferior. Por exemplo, para calcular 302-17, precisamos de decompor uma centena em 100 unidades. Mais uma vez, para efetuar a subtração 10005-206, precisamos de decompor 1 unidade em 10000 unidades de ordem inferior. Se os nossos alunos estiverem limitados ao facto de que uma dezena é igual a 10 unidades, podem sentir-se confusos perante problemas deste tipo. Mas se no início da aprendizagem lhes for explicada a base para compor uma unidade de ordem superior, talvez possam deduzir as soluções para estes problemas novos. Ou, pelo menos, têm uma chave para os resolver. (MA, 2009, p. 46).

Esse tipo de concepção por parte do professor revela que ele possui uma clara ideia sobre a aprendizagem dos alunos. Pois sua abordagem para ensinar a subtração de números com dois algarismos, contempla competências para que os alunos resolvam operações com maior quantidade de algarismos onde a decomposição não se restringe à unidade imediatamente inferior. Ma (2009) atribui esta visão à compreensão profunda que o professor possui sobre o tópico.

Comparando a ideia de trocar uma dezena por 10 unidades, a ideia de compor uma unidade de ordem superior toca uma camada mais profunda da compreensão matemática. De fato, a ideia de compor uma unidade de ordem superior é uma ideia básica do sistema de numeração decimal. E conclui:

> O fato de alguns professores conseguirem relacionar o passo de transformar à ideia de compor unidades no sistema decimal, revela não somente a visão deles sobre as ideias básicas subjacentes aos fatos, mas também a sua capacidade de incluir uma ideia fundamental da disciplina em um simples fato. (MA, 2009, p. 47).

Além da composição e do reagrupamento usual, alguns professores chineses foram além, relataram o uso de diversas maneiras de reagrupar. De fato, o modo usual funciona melhor na maioria dos casos, mas não em todos.

Eles relataram que, para resolver, por exemplo, 53-26, o modo usual sugere o reagrupamento do aditivo (minuendo) em 40+13, porém, ofereceram uma segunda opção: -reagrupar também o subtraendo em 10 + 10 + 3, aí então subtrair 6 de 10 e obter 4, adicionar 4 e 3 obtendo 7, subtrair 20 de 40 e obter 20, para então finalizar somando 20 e 7 obtendo 27. A vantagem desse segundo método está no fato que é mais fácil subtrair 6 de 10 do que de 13. Nesse processo não há a presença do transporte durante a adição, por isso é tão simples.

Alguns professores chineses ofereceram uma terceira opção: -reagrupar apenas o subtraendo em 20+3+3. Assim, primeiro poderia subtrair 3 de 53 obtendo 50, depois subtrair o outro 3 de 50 obtendo 47 para então subtrair 20 de 47 e obter a diferença.

Em seus comentários, a autora explica que, embora a separação dos valores em mais partes pareça gerar alguma complexidade, os cálculos utilizando essa maneira são mais fáceis do que do modo usual. Pois, há simplesmente a necessidade de subtrair as unidades do subtraendo de 10, ao invés de um número maior que este.

Além disso, esses modos de decomposição são muito utilizados no cotidiano das pessoas, e, segundo a autora, essas abordagens são mais compreensíveis pelas crianças, atendendo às suas limitações de conhecimento matemático.

Alguns professores chineses citaram algumas dicas de quando usar o segundo ou o terceiro método:

> O segundo modo de reagrupar é usado mais frequentemente quando o algarismo do subtrativo situado na posição de ordem inferior é substancialmente maior que o do aditivo, como, por exemplo, em 52-7, ou 63-9. Estes problemas são fáceis de resolver se primeiro subtrairmos 7 de 50 e adicionarmos 2 a primeira diferença 43, ou primeiro subtrairmos 9 de 60 e adicionarmos 3 a primeira diferença 51, já que neste tipo de problema os números a subtrair estão normalmente perto de 10. O terceiro modo e particularmente fácil quando os valores dos algarismos do aditivo e do subtrativo na posição de ordem inferior estão perto um do outro. Por exemplo, 47-8, ou 95-7. E fácil subtrair 7 de 47 e depois subtrair 1 a primeira diferença a 40, ou subtrair 5 de 95 e depois subtrair 2 a primeira diferença 90. (MA, 2009, p. 49).

Em suas conversas com professores chineses, está presente relatos de diversas concepções de abordagens das operações, em vários momentos os professores deixam os alunos à vontade para escolher de que maneira vão decompor ou reagrupar os valores envolvidos nas operações. Assim, é possível que os alunos encontrem vários modos de reagrupar se tentarem resolver os problemas por si próprios.

É ressaltada a importância de o professor, nesse momento, liderar um debate produtivo, após os alunos expressarem suas ideias acerca de como resolveram os problemas, o professore deve conhecer várias maneiras de resolver os problemas, perceber como e porque os alunos chegam a elas, conhecer os modos de resolução menos comuns e o modo usual e conhecer o conceito único subjacente a todos eles.

Entre os chineses, foi muito frequente a procura em estabelecer relações entre tópicos matemáticos, por exemplo, a maioria mencionou a “subtração até 20” como fundamento conceitual e procedimental para a subtração com reagrupamento.

Relataram ainda que a ideia de reagrupar na subtração, ou seja, a ideia de decompor uma unidade de ordem superior, se desenvolve através da aprendizagem de três níveis de problemas:

> O primeiro nível inclui problemas com aditivos entre 10 e 20, como 15-7,16-8, etc. Neste nível os alunos aprendem o conceito de decompor um 10, e a aptidão que daí deriva. Aprendem que, ao decompor um 10, serão capazes de subtrair números com um algarismo de números na casa

> dos 10 com o algarismo das unidades menor que o subtrativo. Este passo e crítico porque antes disso a subtração era direta — subtraiam-se números com um algarismo de números maiores também com um algarismo ou de números na casa dos 10 com o algarismo das unidades maior que o subtrativo. O aspecto conceitual e a aptidão adquiridos neste nível irão servir de base para os procedimentos de reagrupar nos outros níveis. O segundo nível inclui problemas com aditivos entre 19 e 100, como 52-25, 72-48, etc. No segundo nível, a dezena a ser decomposta está combinada com várias outras dezenas. A nova ideia e separá-la das outras dezenas. O terceiro nível inclui problemas com aditivos maiores, isto é, aditivos com três ou mais algarismos. A nova ideia no terceiro nível é a decomposição sucessiva. Quando no aditivo a próxima posição de ordem superior contém um zero, temos de decompor uma unidade de uma posição mais distante do que essa próxima. Os problemas incluem decompor duas ou mais vezes. Por exemplo, no problema 203-15, ao trabalhar na posição das unidades, devemos decompor uma centena em 10 dezenas e, para além disso, decompor uma dezena em 10 unidades. (MA, 2009, p. 53).

De acordo com os professores chineses, a ideia básica da subtração com reagrupamento deve ser consolidada durante esses três níveis, porém, a semente conceitual é dada já no primeiro, onde os valores ficam limitados até 20.

Uma sensível diferença entre o entendimento nos dois países, é que operações do tipo 5+7=12 ou 17-7=5 são considerados pelos americanos como fatos matemáticos básicos, que os alunos devem simplesmente memorizar. Enquanto na China, essas situações são tratadas como problemas de composição e de decomposição até 20. Sendo a primeira ocasião onde os alunos devem recorrer à aprendizagem anterior e em que a capacidade de compor e decompor uma dezena é significativamente consolidada.

Em se tratando de consolidar os conhecimentos e habilidades, um comentário típico dos professores chineses é:

> Visto que os meus alunos não têm um sólido conhecimento dos problemas até 20, como podem resolver problemas como 37-18=? e 52-37=? Sempre que seguirem o algoritmo, encontrarão problemas como 17-8=? e 12-7=? Vamos continuar a confiar na contagem dos pauzinhos para sempre? Todos os procedimentos da subtração em problemas com números maiores são transformados em subtrações até 10 ou até 20. Por isso é que o primeiro nível é tão importante. (MA, 2009, p. 55).

Embora citem a elevada importância da aprendizagem da subtração até 20, os professores chineses reconheciam que esse não é o único ponto importante no processo. Eles citaram vários outros itens e atribuíram chamaram esse conjunto de “base de conhecimentos” e que esses não compõem uma sequência, mas sim, um conjunto de conhecimentos que o professor deve ter como objetivo a ser alcançado quando ensina determinado conteúdo ou procedimento.

Além disso, ressaltaram a importância de não se abordar de forma isolada cada conhecimento, os diferentes conhecimentos que se conectam e suportam um ao outro devem ser ensinados e trabalhados de forma integrada e essa integração varia de acordo com o contexto, com a situação ou a turma que o professor está a trabalhar.

Esse conjunto de elementos, as principais ideias que os professores chineses usam ao agrupar os elementos do conhecimento e que compõem a base de conhecimento integrada conforme mostra a figura 01.

Pode-se verificar o sentido das setas no desenho que ilustra a ordem em que cada conhecimento deve ser trabalhado com os alunos, sugerindo que um sustenta o outro. O retângulo representa a questão levantada pela autora nas entrevistas com os professores e as elipses os elementos de conhecimento relacionados pelos professores quando descreviam os processos de aprendizagem.

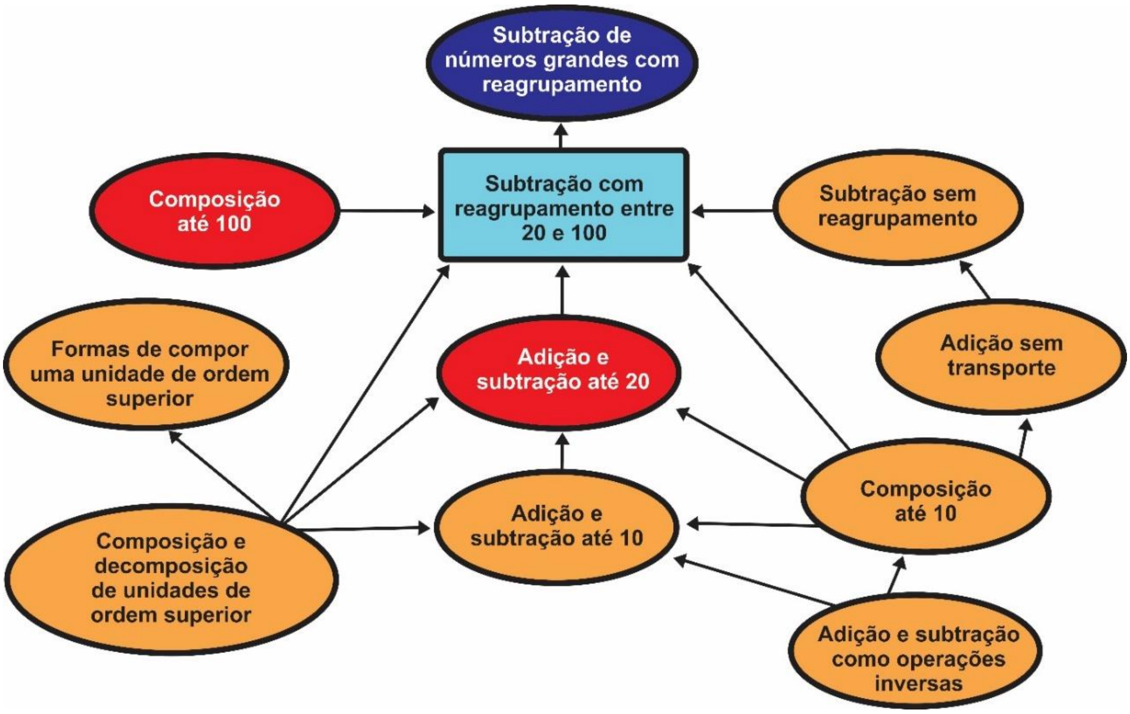


Figura 1 - Uma base de conhecimento para a subtração com reagrupamento
Fonte: Livro – Saber e Ensinar Matemática Elementar (adapatado)

Em seus comentários sobre os possíveis uso desse esquema para ensinar subtração, ela descreve possíveis subsequências, que dependem da intenção do professor como:

> Podemos imaginar que, se mudarmos de perspectiva, por exemplo, se o nosso tópico for como ensinar a subtração sem reagrupamento, esta subsequência pode tornar-se a sequência central da base de conhecimento dos professores. Um tópico do círculo "compor e decompor uma unidade de ordem superior", pode ser considerado outro elemento-chave da base, porque é o conceito nuclear subjacente ao algoritmo da subtração. (MA, 2009, p. 58).

Assim, quando o professor escolher determinado tópico a ser ensinado, ele pode definir uma subsequência para promover uma aprendizagem sólida. Fica óbvio que alguns desses itens são essenciais, e apoiam-se ou apoiam outros itens, como por exemplo, a subtração sem reagrupamento, estes, por sua vez, servem principalmente de apoio procedimental. Outros, como a decomposição de uma unidade de ordem superior, servem principalmente como apoio conceitual. Outros, como a concepção de subtração e adição como operações inversas, servem de apoio tanto conceitual como procedimental.

O uso de materiais manipuláveis também foi citado pelos professores chineses, embora com menor frequência do que pelos professores americanos, eles participam como suporte de uma estratégia frequentemente relatada pelos professores chineses. A diferença, no entanto, era que a maioria dos professores chineses afirmaram que fariam um debate entre os alunos durante a aula seguinte ao uso desses materiais.

Durante o debate, os alunos deveriam relatar, mostrar, explicar e argumentar suas próprias soluções. Com isso, poderiam estabelecer a construção explícita de ligações entre ações perceptíveis sobre os objetos e procedimentos simbólicos relacionados.

É no momento de liderar um debate que a profundidade do conhecimento do tópico relacionado se mostra como diferencial para a aprendizagem dos alunos pois através dos materiais os alunos podem levantar vários questionamentos, mostrar diferentes caminhos encontrados para resolver determinada situação. Diante disso questiona-se: “se o professor não conhece várias maneiras de resolver os problemas, como pode ele liderar o debate sobre os diferentes caminhos que os alunos apresentam à classe?”

Em diversas situações, os debates em sala podem tratar de problemas mais complicados, uma das professoras participantes, relatou um debate que começou no início do ano com uma de suas turmas e só terminou no final daquele ano:

> No Outono passado, quando os meus alunos trabalhavam com este tipo de problemas usando materiais manipuláveis, deparámo-nos com uma dificuldade. Reparámos que o procedimento manipulativo era diferente do que seguimos com colunas no papel. Digamos que estamos a resolver o problema 35-18. Com os materiais manipuláveis começamos pela posição de ordem superior. Tiramos primeiro o 10 existente em 18 e só depois o 8. Com as colunas começamos pela posição das unidades, subtraindo o 8 primeiro. O modo de utilização dos materiais manipuláveis corresponde de facto ao modo como efetuamos habitualmente a subtração no dia-a-dia. Quando pensamos no troco que vamos receber ao pagar com 2 yuans* alguma coisa que custa 1 yuan e 63 cêntimos, subtraímos primeiro 1 yuan, depois 60 cêntimos e depois 3 cêntimos. Mas com o modo tradicional, em colunas, fazemos o cálculo no sentido oposto: subtraímos primeiro 3 cêntimos, depois 60

* Yuan é uma unidade monetária chinesa. Um yuan tem 100 cêntimos

> cêntimos e finalmente 1 yuan. Na perspectiva da experiência de vida dos alunos, o modo como aprendem na escola parece ser mais complexo e fazer menos sentido. Tentamos fazer no quadro para ver o que aconteceria se começássemos na posição de ordem superior. Descobrimos que começar pelas dezenas iria dar primeiro uma diferença de 2 na posição das dezenas: 35-18=2 Depois, quando trabalhamos na posição das unidades, aconteceu que tivemos de mudar a diferença que já tínhamos obtido na posição das dezenas: 35-18=17 Mas, se começássemos a partir da posição das unidades, esta confusão podia ser evitada. Obteríamos diretamente a diferença final. No entanto, esta explicação resolveu apenas metade do problema — porque é que com colunas precisamos de começar pela posição de ordem inferior. Os alunos não estavam ainda convencidos de que tinham de aprender o modo tradicional, uma vez que não viam nele qualquer vantagem. Sugeri que de momento esquecêssemos este imbróglio, já que provavelmente voltaríamos a ele mais tarde. No final do ano escolar, trabalhamos na subtração com decomposição de números grandes. Levantei novamente a questão para uma discussão. Os meus alunos rapidamente descobriram que, com números grandes, o modo tradicional é muito mais fácil na maioria dos problemas. Depois concordaram que vale a pena aprender o modo tradicional. (MA, 2009, p. 61).

Eis uma situação onde o conhecimento da professora fez toda a diferença na condução da discussão, caso seu conhecimento fosse limitado a um procedimento ou a outro, dificilmente seus alunos atingiriam tal grau de compreensão do tópico matemático em questão.

3.1.4 Fazer ligações conscientemente e inconscientemente

Quando se fala de conhecimento matemático, fica óbvio que o do professor difere daquele que possui uma pessoa não ligada ao ensino. Isso se deve à tarefa de promover a aprendizagem desse conhecimento pelos alunos. Ma (2009, p. 62) afirma que “para facilitar a aprendizagem, os professores tendem a tornar explícitas as ligações entre tópicos matemáticos que permanecem tácitas para os não-professores.”

Os professores afirmavam haver dois tipos dessas ligações: primeiramente, relacionavam o tópico a dois ou mais tópicos procedimentais relacionados, normalmente os de menor estatuto, a exemplo, a subtração sem reagrupamento e o fato de uma dezena possuir exatamente 10 unidades, que, são a base para a subtração com reagrupamento. Em seguida, procuravam conectar esse procedimento a uma explicação, o que também reforça a aprendizagem, por exemplo, quando o professor justifica o processo de transformar, está fornecendo informações para apoiar a aprendizagem do algoritmo.

Quando questionou aos professores sobre as competências que os alunos precisavam possuir antes de operar a subtração com reagrupamento, os professores descreveram suas bases de conhecimento, incluindo os dois tipos de ligação. Uma diferença que pode-se perceber é que alguns mostravam uma consciência bem definida destas ligações, enquanto outros não.

A autora atribuiu essa diferença à condição de conhecimento dos professores sobre a matéria.

Os professores que conseguiam agrupar conscientemente os conhecimentos, conseguiam descrever os elementos que incluíam na sua base e, além disso, estavam claramente cientes da estrutura da rede e do estatuto de cada elemento na mesma.

Por outro lado, os que agrupavam de forma inconsciente os conhecimentos, tinham um conhecimento vago e incerto dos elementos e da estrutura da rede, ou seja, as bases de conhecimento em suas mentes estavam subdesenvolvida.

Ma (2009, p. 62) explica que “embora ligar um tópico que se vai ensinar a tópicos relacionados possa ser uma intenção espontânea de qualquer formador, uma base de conhecimentos totalmente desenvolvida é resultado de um estudo deliberado.”

3.1.5 Conhecimento procedimental versus conhecimento conceitual

Embora as bases de conhecimento dos dois tipos contenham os mesmos tipos de elementos, os professores com entendimento conceitual e os professores apenas com entendimento procedimental tinhas as bases de conhecimentos organizadas de maneiras diferentes e com quantidades diferentes de elementos.

Um modelo de entendimento procedimental da subtração com reagrupamento, prevê uma base de conhecimento com poucos elementos, sendo a maioria tópicos procedimentais, diretamente ligados ao algoritmo da subtração, normalmente acompanhada de uma breve explicação, não necessariamente uma explicação matemática real.

Por exemplo, quando o professor explica o algoritmo e usa como fundamentação lógica a mãe ir ao vizinho pedir açúcar emprestado, trata-se de uma explicação com ausência de sentido matemático real.

Quando o professor explica que, pelo fato de o algarismo da coluna das unidades do minuendo ser menor que o do subtraendo, o primeiro deveria pedir emprestada uma dezena à casa das dezenas e transformá-la em dez unidades, isto também não é uma explicação matemática real.

Os últimos dois exemplos são demasiadamente imperfeitos e fragmentados, não oferecendo condições para promover uma aprendizagem conceitual aos alunos. Além disso, podem ser matematicamente problemáticos.

Quando o professor apoia seus argumentos e explicações em procedimentos, ele constrói o alicerce de seu conhecimento de moto a construir uma base de conhecimentos que resulta em um entendimento que Ma (2009) classifica como pseudoconceitual. Ou seja, conceitos que se justificam por procedimentos, geralmente ligados ao algoritmo.

Esse tipo de embasamento foi identificado em 83% dos professores americanos e em 14% dos professores chineses. Esses demonstravam um entendimento do tópico contendo alguns tópicos procedimentais, fazendo muito poucas ligações entre os tópicos matemáticos e não incluíram quaisquer argumentos matemáticos nas explicações.

Um modelo de entendimento conceitual da subtração, por sua vez, estava ligado principalmente à maneira de organizar seu conhecimento. A base desse conhecimento inclui três tópicos: tópicos procedimentais, tópicos conceituais e princípios básicos da disciplina.

Os tópicos procedimentais são incluídos para apoiar a aprendizagem procedimental e a conceitual do tópico. Por exemplo, a competência na composição e decomposição de uma dezena é um desses tópicos. Essa competência foi citada por muitos professores chineses como sendo de uma ajuda significativa na adição e subtração até 20, tanto do ponto de vista procedimental como conceitual.

Os tópicos conceituais aparecem para possibilitar um entendimento mais profundo da fundamentação lógica subjacente ao algoritmo. Porém, os professores acreditavam que os tópicos conceituais também tinham influência no desenvolvimento das competências procedimentais. Por exemplo, alguns professores achavam que um entendimento amplo da ideia de reagrupamento poderia favorecer a escolha de uma melhor forma de resolver uma subtração que exija procedimento de decomposição de uma unidade de ordem superior.

Algumas bases de conhecimento dos professores incluíam princípios básicos da matemática, como a base para compor uma unidade de ordem superior e operações inversas. O primeiro deles, é um princípio para a compreensão do sistema de numeração. Esse conceito não está relacionado apenas à subtração com reagrupamento, mas é base para a compreensão de outros sistemas de numeração, a exemplo do binário, em seus estudos posteriores. Para isso, o conceito irá aprofundar a compreensão de toda a disciplina.

O conceito de operações inversas é um princípio que é subjacente às relações entre operações matemáticas. Embora este conceito esteja relacionado com a aprendizagem da subtração conjuntamente com a sua operação inversa, a adição, está também na base para a aprendizagem das outras operações como multiplicação e divisão ou elevar um número à n-ésima potência e extrair sua n-ésima raiz, etc.

Esses dois princípios possibilitam relacionar as coisas que são estudadas de modo significativo. Entender a estrutura da disciplina para perceber de que forma os tópicos se relacionam.

Como consequência disso, os professores que ofereceram a seus alunos uma aprendizagem conceitual, estavam também preparando seus alunos para relacionar o que ora aprendiam com conceitos futuros.

Um entendimento conceitual da disciplina inclui também a compreensão de outra dimensão da estrutura da disciplina, atitudes perante a matemática. No tocante a isso, está o desenvolvimento de uma atitude diante da aprendizagem e a pesquisa, a construção de estimativas e os palpites, a produção da capacidade de resolver problemas por si próprios.

Ma (2009) relata que nenhum dos professores deram exemplo de atitudes perante a matemática nas bases de conhecimento que construíram, porém, vários deles mostraram conhecimento de atitudes gerais. Por exemplo, quando oferecem várias opções de reagrupamento, estão abordando uma questão matemática sob várias perspectivas. As discussões com os alunos quando solicitavam que eles explicassem suas maneiras de resolver problemas mostravam atitudes relativas à pesquisa matemática. E completa:

> Para além disso, a intenção dos professores de fornecer provas matemáticas após levantarem uma questão, a sua confiança e capacidade de debater o tópico de um modo matemático e a sua intenção de promover um tal debate entre os seus alunos são exemplos de atitudes generalistas. De facto, embora não tivessem sido explicitamente incluídas como itens específicos na base de conhecimento de qualquer professor, as atitudes básicas em relação à matemática têm uma forte influência sobre o entendimento conceitual da matemática. (MA, 2009, p. 66).

Assim, um entendimento conceitual de um tópico por parte de um professor, segue um modelo que tem seu primeiro alicerce na estrutura da disciplina que contém os princípios básicos, sucedido pelas ideias matemáticas básicas, auxiliado por alguns tópicos procedimentais e outros tópicos conceituais e completo com o entendimento procedimental.

A autenticidade de um entendimento conceitual está no fato de que ele é apoiado por argumentos matemáticos. Por exemplo, os professores americanos que possuíam um entendimento conceitual desenvolveram o aspecto de reagrupar da operação. Muitos professores chineses afirmaram que o núcleo da subtração com reagrupamento estava na ideia de decompor uma unidade de ordem superior. Ambas afirmações de sustentam em argumentos matemáticos e revelam um entendimento conceitual do tópico.

Em sua conclusão, ela afirma que não há um modelo único de se identificar o entendimento conceitual, dependendo do professor, ele pode abordar de diferentes maneiras e explorar diferentes ideias para iniciar o estudo dessa forma. O que vai diferenciar o trabalho é a profundidade do conhecimento que ele possui.

No tocante ao entendimento conceitual ela conclui:

> Sabemos muito pouco sobre a qualidade e as características do entendimento conceptual dos professores. Pode acontecer que o poder matemático de um conceito dependa da sua relação com outros conceitos. Quanto mais perto um conceito está da estrutura da disciplina, mais relações pode ter com outros tópicos. Se um professor usa um princípio básico da disciplina para explicar a fundamentação lógica do procedimento da subtração com reagrupamento, ele ou ela dota essa explicação de um forte poder matemático. (MA, 2009, p. 68).

2.1.6 Conhecimento Profundo da Matemática Fundamental - CPMF

Dentre os temas abordados em seu livro, Ma (2009) usa o conceito de CPMF para ilustrar o nível de compreensão matemática dos professores onde identifica até que nível de segurança tem um professor para defender os argumentos e métodos que usa para ensinar seus alunos, além de utilizar-se no decorrer do processo da linguagem adequada para tal. A compreensão matemática dos professores é classificada como:

> [...]um entrelaçar de ideias ***de*** e ***sobre*** a matéria. Por conhecimento ***de*** matemática quis dizer conhecimento substantivo da disciplina: compreensão de tópicos específicos, procedimentos e conceitos, e das suas inter-relações. Por conhecimento ***sobre*** matemática quis dizer conhecimento sintático, digamos, a compreensão da natureza e do discurso matemáticos(...) (BALL,1991 apud MA, 2009, p. 29).

Assim, quando um professor ensina uma operação aos alunos, descreve os procedimentos e justifica-os, ele ainda está demonstrando conhecimento *de* matemática, o mesmo que os alunos deverão aprender e dominar. Para desenvolver um conhecimento *sobre* matemática é necessária uma compreensão maior das conexões de determinado conceito com outros e, além disso, compreender a sintaxe das palavras que usa para poder ter condições de supor que consequência terá nas mentes das crianças a recepção dessa informação. Ma Cita:

> A aritmética, enquanto campo intelectual, foi criada e desenvolvida por seres humanos. Ensinar e aprender aritmética, criando condições nas quais os jovens possam reconstruir este campo nas suas mentes, é a preocupação dos professores de matemática elementar. (MA, 2009, p.208).

A compreensão profunda da matemática fundamental (CPMF), é mais do que um sólido entendimento conceitual da matemática elementar, e pode ser descrita, em síntese, como:

> [...] tomada de consciência da estrutura conceptual e das atitudes básicas em relação à matemática elementar e a capacidade de providenciar uma base para essa estrutura conceitual e incentivar as atitudes básicas nos alunos. (MA, 2009, p. 223).

Nesse sentido, é importante que o professor se preocupe em avaliar constantemente os métodos e procedimentos utilizados no ensino e, além disso, pense no significado e na repercussão das palavras que está falando aos alunos. Se determinada expressão ajudará na aprendizagem do conceito em questão e se auxiliará na sua conexão com os demais.

3.2 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

O primeiro detalhe que se percebe ao consultar Os materiais dos parâmetros nacionais, é que utilizam uma nomenclatura ultrapassada, o termo séries ainda está presente nos títulos do material. Esse material teve sua conclusão no ano de 1997, ano seguinte à publicação da LDB que definiu a utilização do termo “anos” em substituição a “séries” para o ensino fundamental.

Como objetivo geral do Ensino fundamental, constam algumas competências que visam a contemplar as intenções da educação previstas na Constituição Federal, como “pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”. (Brasil, 1988, p. 121), por exemplo:

> Compreender a cidadania como participação social e política, assim como exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito; posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 06).

E dentre os objetivos gerais dos PCN´s a matemática tem papel de destaque nos seguintes tópicos:

> Utilizar as diferentes linguagens — verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação; questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 06).

Mais especificamente, a matemática possui um caderno exclusivo dentre os PCN´s, o qual tem por objetivo produzir diretrizes nacionais que permitam aos estados produzir suas próprias propostas de ensino contemplando as peculiaridades regionais e, ao mesmo tempo, atingindo os padrões de qualidade que o país deseja.

Desde as primeiras linhas, esse documento orienta os professores no sentido de que “A Matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente.” (BRASIL, 1997, p. 15), com premissas como essa, o documento oferece um norte genérico aos que aceitam o desafio de ensinar matemática às crianças do nosso país.

No tocante ao ensino, o caderno descreve:

> No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 15).

O primeiro deles é aparentemente mais difundido entre os professores dos anos iniciais e mais aceito pelo senso comum. O segundo, talvez por ser mais complexo, sua compreensão de sua importância e relevância se restringe aos que deliberadamente optam por se aprofundar no estudo da matemática. Tarefa ainda mais desafiadora é promover um ensino que contemple os dois aspectos.

A proposta descreve-se como uma construção produzida ao longo da história da matemática, como uma forma de reconstruir o ensino da matemática depois do movimento chamado Matemática Moderna[*] e buscou seguir os princípios que vários outros países já adotavam, são eles:

> - direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;
> - importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
> - ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;
> - importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;
> - necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 21).

Dentre os fatores citados como problemas para a obtenção de evoluções no ensino de matemática, figura a formação inicial e continuada de professores, com relação à licenciatura e aos materiais didáticos afirma:

> Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 22).

Além disso, outros problemas são relatados no tocante à organização dos conteúdos, sua hierarquização, e a “importância de se levar em conta o ‘conhecimento

[*] Matemática Moderna nasceu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente por se considerar que, juntamente com a área de Ciências Naturais, ela se constituía via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico. Os formuladores dos currículos dessa época insistiam na necessidade de uma reforma pedagógica, incluindo a pesquisa de materiais novos e métodos de ensino renovados — fato que desencadeou a preocupação com a Didática da Matemática, intensificando a pesquisa nessa área. Ao aproximar a Matemática escolar da Matemática pura, centrando o ensino nas estruturas e fazendo uso de uma linguagem unificadora, a reforma deixou de considerar um ponto básico que viria se tornar seu maior problema: o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles dos anos iniciais do ensino fundamental. O ensino passou a ter preocupações excessivas com abstrações internas à própria Matemática, mais voltadas à teoria do que à prática.

prévio' dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada" (BRASIL, PCN, 1997, p. 22).

O documento cita a relevância da disciplina por se conectar a vários outros campos do conhecimento, bem como a possibilidade de conectar vários conhecimentos da própria matemática entre si, e ressalta a importância dessa característica ser explorada no ensino fundamental, e vai além:

> É importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 25).

Como ferramenta para contribuir na formação plena do cidadão, a matemática desempenha papel relevante. Para contribuir com isso, o currículo deve contribuir para a valorização da pluralidade cultural e permitir ao educando se tornar agente transformador da própria realidade.

A tomada de decisões figura entre as competências importantes a serem desenvolvidas e, para tal, a necessidade de o aluno saber se posicionar criticamente diante de informações e dados estatísticos.

Os professores devem buscar sensibilizar os alunos para que vejam na matemática uma ferramenta que "pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação" (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 26).

Têm parte ainda na proposta, comentários a respeito de temas transversais, ética, orientação sexual, meio ambiente, saúde, pluralidade cultural e dá a liberdade para outros temas que sejam julgados relevantes pela comunidade escolar.

Com relação ao ensino e a aprendizagem propriamente da matemática, é classificado como importante ao professor:

> - identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;
> - conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos

> informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;
> • ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 26).

O saber comum dos alunos, os conhecimentos do cotidiano devem ser levados em consideração para se ensinar matemática. Esses conhecimentos devem ser desenvolvidos na escola para melhorar o aprendizado.

Os PCNs também ressaltam a importância de respeitar o conhecimento prévio e a capacidade dos alunos, no tocante a isso consta:

> É fundamental não subestimar a capacidade dos alunos, reconhecendo que resolvem problemas, mesmo que razoavelmente complexos, lançando mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscando estabelecer relações entre o já conhecido e o novo. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 29).

Sobre a resolução de problemas, os parâmetros criticam os métodos geralmente utilizados, porque em muitos casos, os problemas apresentados não exigem uma elaboração por parte dos alunos, são muito superficiais e acrescenta:

> Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam pôr à prova os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos, para obter a solução. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 33).

O recurso à história é citado como ferramenta para transformar conceitos matemáticos em informação cultural, além de explicar alguns “porquês” em diversas situações.

O uso das tecnologias da informação tem lugar no documento sendo a calculadora citada como ferramenta importante em determinadas atividades e cita a presença crescente do computador nas salas de aula. Percebe-se que algumas mudanças têm ocorrido nesse sentido de 1997 até aqui.

O uso de jogos tem diversas importâncias relatadas, como a interação sociocultural, a articulação entre objeto conhecido e imaginado, fontes de significados, respeito às regras, pensar por analogias, produzir linguagens, criar convenções, dar explicações e produzir conhecimento, resultando no fazer e compreender de forma integrada e conclui como gerador de interesse e prazer.

Dentre os objetivos gerais da matemática para o ensino fundamental, figuram alguns que são pilares desta obra:

> Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente; (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 37).

As conexões de que trata esse parágrafo são, por muitas vezes, difíceis de ser percebidas num mesmo ano escolar e, para anos seguintes e com relação à interdisciplinaridade essa dificuldade se acentua.

Com relação à escolha dos conteúdos a serem trabalhados em matemática, a construção do currículo “tem como diretriz a consecução dos objetivos arrolados no item precedente e seu caráter de essencialidade ao desempenho das funções básicas do cidadão brasileiro” (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 38).

Nesse sentido, existe o consenso de que os currículos devem contemplar:

> O estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria). (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 38).

O maior desafio, ao se construir o currículo, é identificar dentro desses campos, a melhor forma para eles se adequarem à realidade da comunidade na qual q escola está inserida.

Com o objetivo de oferecer um conhecimento mais elaborado, surge a importância de acrescentar ao currículo competências para “lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória” (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 38), além disso, alguns conhecimentos como proporcionalidade, composição e estimativa, também tem relevância em várias situações.

Os conteúdos matemáticos são classificados em quatro blocos, “números e operações”, “espaço e forma”, “grandezas e medidas” e “tratamento da informação”.

Essa produção tem ênfase no primeiro deles, permeando os demais com pouca ênfase.

Esse bloco, descreve a construção do conhecimento de forma dialética, dando a entender que o aluno deve ser ativo nesse papel para realizar tal tarefa de maneira significativa.

O objetivo do estudo das operações figura como:

> Com relação às operações, o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos — exato e aproximado, mental e escrito. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 39).

Quando o PCN trata da organização do currículo, cita as conexões dos conteúdos como fator de extrema relevância, relata sobre a ênfase a ser dada a cada conteúdo de acordo com o objetivo de cada prática e, além disso, relata sobre a profundidade:

> Os níveis de aprofundamento dos conteúdos em função das possibilidades de compreensão dos alunos, isto é, levando em conta que um mesmo tema será explorado em diferentes momentos da aprendizagem e sua consolidação se dará pelo número cada vez maior de relações estabelecidas, é preciso identificar o nível de aprofundamento adequado a cada ciclo[*]. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p.39).

Nesse segmento do texto, pode-se perceber que é importante que, a cada nível de evolução do estudo dos alunos, conteúdos que se repetem devem receber atenção no sentido de aperfeiçoar o conhecimento do aluno a seu respeito de forma mais elaborada.

---

[*] Ciclo é o nome dado a cada etapa do ensino fundamental. O primeiro, que corresponde aos primeiros cinco anos (chamados anos iniciais do ensino fundamental) é desenvolvido, usualmente, em classes com um único professor regente. O segundo ciclo corresponde aos quatro anos finais, nos quais o trabalho pedagógico é desenvolvido por uma equipe de professores especialistas em diferentes disciplinas.

Os parâmetros dividem os conteúdos matemáticos em dois ciclos, este trabalho, por sua vez, se concentra no primeiro deles.

Dentre os fatores relevantes para a construção de um currículo para o primeiro ciclo, está a carga de conhecimento informal que o aluno possui ao entrar no primeiro ciclo, tendo ele passado ou não pela pré-escola. Esses conhecimentos devem servir de parâmetro para o professor organizar suas aulas.

Assim, é fundamental que o professor identifique quais conhecimentos os seus alunos já possuem para que esses auxiliem na aprendizagem dos demais, possibilitando assim a ampliação das possibilidades de aprendizagem da classe.

O uso de vários tipos de símbolos para representação de linguagens deve ser explorado de modo a aproximar essas representações dos conhecimentos matemáticos, evidenciando vantagens e desvantagens de cada um deles, tudo para contribuir com o aprendizado.

É indicado o uso de materiais concretos e materiais do cotidiano que explorem a distribuição numérica, mas prevê a evolução do pensamento matemático:

> Contudo, de forma progressiva, vão realizando ações, mentalmente, e, após algum tempo, essas ações são absorvidas. Assim, por exemplo, se mostram a certa altura capazes de encontrar todas as possíveis combinações aditivas que resultam 10, sem ter necessidade de apoiar-se em materiais e é importante que isso seja incentivado pelo professor. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 45).

O uso da linguagem adequada também tem lugar no texto quando relata:

> Um aspecto muito peculiar a este ciclo é a forte relação entre a língua materna e a linguagem matemática. Se para a aprendizagem da escrita o suporte natural é a fala, que funciona como um elemento de mediação na passagem do pensamento para a escrita, na aprendizagem da Matemática a expressão oral também desempenha um papel fundamental. Falar sobre Matemática, escrever textos sobre conclusões, comunicar resultados, usando ao mesmo tempo elementos da língua materna e alguns símbolos matemáticos, são atividades importantes para que a linguagem matemática não funcione como um código indecifrável para os alunos. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 46).

Embora não descreva com precisão de que forma essa linguagem deve ser explorada, ressalta a importância de sua utilização como ferramenta para a compreensão da matemática para os primeiros anos do ensino fundamental.

Dentre os objetivos da matemática para o primeiro ciclo do ensino fundamental, alguns são comuns aos deste trabalho.

Em se tratando da representação de escritas numéricas, consta:

> Interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 47).

Logo, não basta escrever e ler diversas representações, é necessário que o aluno consiga intervir de forma ativa e crítica nas situações em que elas aparecem.

Com relação à resolução de operações, cita:

> Desenvolver procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 47).

O uso de pontos de referência, aliado à linguagem adequada, também figura entre os objetivos do ensino da matemática no primeiro ciclo:

> Estabelecer pontos de referência para situar-se, posicionar-se e deslocar-se no espaço, bem como para identificar relações de posição entre objetos no espaço; interpretar e fornecer instruções, usando terminologia adequada. (BRASIL, PCM/Matemática, 1997, p. 47).

É relatada, ainda, uma prática comum na prática docente, com relação à organização dos conhecimentos:

> No entanto, muitas vezes se observa que o trabalho é iniciado pela obtenção de resultados básicos, seguido imediatamente pelo ensino de técnicas operatórias convencionais e finalizado pela utilização das técnicas em “problemas-modelo”, muitas vezes ligados a uma única ideia das várias que podem ser associadas a uma dada operação. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 49).

A adição e subtração aparecem como temas centrais, adequados aos contextos em que estiverem inseridos, e deverão servir de base para a construção dos demais conceitos e operações matemáticas.

A calculadora aparece como recurso a ser utilizado, não para substituir o cálculo escrito, mas para favorecer sua compreensão.

Aos alunos, além de desenvolver a competência de ler e interpretar os símbolos matemáticos é ressaltada a importância de "que se tornem capazes de descrever e interpretar sua realidade, usando conhecimentos matemáticos" (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 49).

Nos parâmetros, há grupos onde os conteúdos procedimentais e conceituais são classificados, entre esses, há um intitulado de "Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal"

Nesse grupo, alguns serão objeto desse trabalho, são eles:

> - Utilização de diferentes estratégias para quantificar elementos de uma coleção: contagem, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos.
> - Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica.
> - Observação de critérios que definem uma classificação de números (maior que, menor que, estar entre) e de regras usadas em seriações (mais 1, mais 2, dobro, metade).
> - Organização em agrupamentos para facilitar a contagem e a comparação entre grandes coleções.
> - Leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (base, valor posicional). (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 50).

Um outro grupo, chamado "Operações com Números Naturais", prevê algumas competências que ora são pertinentes:

> - Análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial da adição e da subtração.
> - Utilização de sinais convencionais (+, -, x, :, =) na escrita das operações.
> - Organização dos fatos básicos das operações pela identificação de regularidades e propriedades.
> - Utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado.

> - Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais.
> - Utilização de estimativas para avaliar a adequação de um resultado e uso de calculadora para desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de cálculos. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 51).

Estão previstos ainda como subitens dos conteúdos conceituais e procedimentais no PCN os conteúdos relativos a "Espaço e Forma", "Grandezas e Medidas" e "Tratamento da Informação", além de um outro bloco chamado de "Conteúdos Atitudinais" relativo às posturas dos alunos diante dos conhecimentos, acompanhados de orientações sobre os critérios de avaliação de matemática para o primeiro ciclo.

Para o segundo ciclo, são previstas as evoluções dos conhecimentos obtidos no primeiro e acrescentados outros conteúdos específicos daquela etapa.

3.3 Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC.

Alguns participantes da pesquisa relataram terem participado do PNAIC, onde tiveram a oportunidade de estudar um pouco sobre matemática.

Esse curso foi oferecido aos professores dos anos iniciais das escolas públicas e teve duração de um ano.

O material utilizado para os cursos do PNAIC, está disponível on line, no sítio do Ministério da Educação e foram objeto de leitura para discussão nesse trabalho.

No caderno 02 do PNAIC-matemática constam duas perspectivas do conceito de número

> [...] a primeira apresenta os números como resultantes de uma operação de contagem que segue alguns princípios lógicos e possui variadas formas de registro. A partir daí, estabelece-se a relação entre a contagem, a quantificação, os sistemas de registro e os sistemas de numeração. A segunda apresenta os números no âmbito das situações de uso em contextos sociais. Ambas são abordadas simultaneamente, de modo que os problemas que surgem num lado encontram respostas no outro e geram novas questões tanto para a matemática quanto para as práticas sociais. (PNAIC, MEC 2014, caderno 2, pg. 05).

Além disso, podemos perceber que o PNAIC propõe análises críticas do processo de ensino-aprendizagem, avaliação das diferentes interpretações dos conceitos matemáticos nas abordagens dentro e fora da sala de aula, diagnosticar os conceitos através das respostas dos alunos e interpretar os dados colhidos através das atividades. São materiais amplos e muito ricos em exemplos que comtemplam uma série de fatores que favorecem o processo educacional e contém muita informação importante para a atividade docente.

Outro detalhe importante dos materiais do PNAIC é o posicionamento crítico exigido dos alunos nas atividades propostas, o "por quê" é muito frequente nos exemplos citados e é constantemente estimulado o posicionamento do aluno como agente ativo nos problemas, jogos e atividades lúdicas apresentadas.

O PNAIC também aborda a evolução histórica dos processos de contagem e como os processos humanos de organização têm mostrado o aumento da importância dos números na vida profissional e no cotidiano das pessoas.

O uso de pontos de referência em processos de contagem e realização de cálculos também é explorado nos cadernos de formação e este vem acompanhado das justificativas de seu uso.

> Utilizar pontos de referência é importante para avaliar a pertinência ou não de uma resposta, para fazer aproximações numéricas (arredondamentos) de modo a facilitar a realização de cálculos mentais e para fazer medições de grandezas diversas. É importante ressaltar que muitas composições e decomposições empregadas nos cálculos mentais se baseiam em pontos de referência. Por exemplo, em problemas de adição e de subtração, as crianças podem utilizar pontos de referência com a base 10, como quando ao somar 7 + 9, fazem 7 + 10 – 1. Outro ponto de referência muito utilizado é o dobro, como ao somar 7 + 9, fazendo 7 + 7 + 2. (PNAIC, MEC 2014, caderno 2, pg. 23).

Ao ler essa seção do caderno, percebe-se que contempla a ideia de estimativas e suas aplicações e importâncias.

Outro detalhe abordado é o de julgar valores, onde propõe-se que o professor estimule o aluno a julgar valores relacionando as quantidades com as aplicações, julgar quais objetos e ferramentas são mais ou menos adequados a determinadas situações e o estímulo a percepção dessas características.

Um dos conceitos importantíssimos contidos no texto desse caderno é o de “sentido de número”, no tocante a isso consta:

> [...] o sentido de número é uma forma de pensar matematicamente e não somente um conceito ou assunto do currículo a ser ensinado. Na realidade, ele não é passível de ser distribuído em etapas ou unidades que podem ser hierarquizados. É preciso ter em mente que o sentido numérico deve permear o ensino de todos os conteúdos de matemática abordados no ensino fundamental, de forma que as atividades de ensino propostas em sala de aula tenham por objetivo tornar o aluno familiarizado com o mundo dos números e capaz de raciocinar de forma flexível em diversas situações, mesmo sem realizar cálculos precisos e aplicar procedimentos algorítmicos. (PNAIC, MEC 2014, caderno 2, pg. 53).

Esse trecho nos remete ao cálculo de estimativas, que também é tema do caderno, dando relevância a esse processo na construção do conhecimento matemático por parte dos alunos.

A necessidade da contextualização também é abordada e enfatizada nos textos e revela-se como um dos principais focos do pacto que critica em alguns momentos os métodos comumente usados:

> Além dos papéis assumidos e das relações estabelecidas entre professor e aluno nos processos de ensino e aprendizagem, um problema nos enfoques tradicional e empirista é o tratamento didático do conteúdo, ou seja, a forma como os números são ensinados. Em ambas as perspectivas, quase não há preocupação com o contexto social em que os alunos e os próprios números estão inseridos. (PNAIC, MEC, 2014, caderno 2, p. 57).

O tamanho dos números, a magnitude de um número, o valor absoluto e relativo de um número, propriedades das operações e a ideia de decomposição em parcelas também são temas comtemplados através de exemplos nos cadernos de atividades do PNAIC, porém, não há nos textos a ênfase da importância de cada processo, o que leva a crer que isso dependeu da pessoa que conduziu os trabalhos entre os professores.

O caderno 2 “quantificação, registros e agrupamentos” do PNAIC tem como sucessores os títulos “sistema de numeração decimal”, “operações na resolução de problemas”, “Geometria” e “Grandezas e medidas”. Neles há uma grande quantidade de conceitos e teorias envolvidas que não serão pauta deste trabalho, mas sua leitura pode oferecer uma ideia da quantidade de assuntos matemáticos que as professoras participantes do curso tiveram contato durante aquele ano.

Assim, percebe-se que durante o ano em que o curso foi oferecido, as professoras participantes tiveram a oportunidade de estudar uma grande quantidade de conceitos e teorias matemáticas, porém, resta saber se isso refletiu em sua prática em sala, ou seja, se o conhecimento atingiu efetivamente os alunos, favorecendo seu aprendizado.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção, serão descritas a pesquisa, a identificação do problema, as escolhas das possibilidades e o modo de intervenção produzido para essa finalidade.

4.1 Delimitação do público-alvo

O primeiro passo para a pesquisa foi solicitar autorização às secretarias de Educação de cada um dos municípios onde se pretendia executar o trabalho, a saber, nos municípios de Água Doce e Joaçaba, ambos em Santa Catarina. Tal autorização foi conseguida de imediato.

O segundo passo foi conversar com as diretoras de cada uma das unidades escolares para conseguir a autorização, o que também ocorreu rapidamente.

O terceiro passo foi reunir as professoras em cada escola e apresentar a ideia.

Foi então solicitado que elas relatassem as principais dificuldades encontradas para o ensino da matemática, para que isso servisse de norte para a escolha dos conteúdos a serem trabalhados com os alunos, com o objetivo de aprimorar o aprendizado das crianças, por meio de um questionário dado a cada uma delas (Apêndice 1).

4.2 Sondagem sobre dificuldades

Quando solicitado às professoras que relatassem as dificuldades dos alunos com relação à matemática, vários problemas foram listados, dentre os quais, multiplicação com números grandes, divisão com números grandes e interpretação de problemas (estes últimos com menor frequência). Na grande maioria dos casos, foi relatado que a subtração é um problema crucial para os alunos.

Essa foi a maior surpresa da pesquisa, pois era esperado encontrar dificuldades em conceitos mais complexos, como os citados anteriormente. Todavia, ao se relatar dificuldades de aprendizado numa operação tão básica como essa, pôde-se perceber uma das razões para a defasagem do aprendizado da matemática em todo o ensino básico, afinal, se os alunos não possuem o conhecimento e domínio da adição e da subtração em tempo adequado, certamente terão dificuldades em aprender os outros conteúdos da matemática básica.

Durante a sondagem, houve a possibilidade de conversar com algumas professoras, foi nesse período que uma professora do quinto ano relatou que estava trabalhando porcentagem com sua turma e que estava encontrando dificuldade.

Ao questionar o modo como ensinava a porcentagem ela relatou: “por exemplo, se pretendemos calcular 23% de 200, ensino que os alunos devem dividir 23 por 100, encontrando o valor decimal correspondente ao 23%, ou seja, 0,23. Em seguida, multiplica-se o valor 200 pelo número 0,23, resultando o valor procurado”.

Ao questioná-la se isso era tudo, ela confirmou. Percebeu-se em seu discurso muita semelhança com o estilo de pensar que Ma (2009) classifica como entendimento procedimental. Esse relato motivou a procura de situações similares com outras professoras de quinto ano.

Percebeu-se que as demais professoras deste nível nem trabalham o conteúdo de porcentagem com suas turmas, o que ocorria por várias razões, dentre estas, as dificuldades dos alunos nas quatro operações básicas

Começa a figurar aí um forte candidato a tema do trabalho: subtração.

4.2.1 Conversas com as professoras.

O passo seguinte, foi abordar individualmente as professoras[*], conversar com elas a fim de identificar as estratégias (métodos, linguagem, recursos) utilizadas em sala de aula para o ensino da subtração.

Trechos de algumas das conversas e comentários relativos a eles julgados pertinentes serão descritos a seguir.

As conversas individuais com as professoras foram conduzidas no sentido de entender como elas procediam no tocante ao ensino da subtração na sala de aula.

[*] Não foi possível conversar inicialmente com todas as professoras participantes do trabalho. 12 professoras foram abordadas de forma individual.

Em todas as conversas, seguiu-se um padrão de perguntas para tentar compreender de que modo elas estavam ajudando a construir esse conhecimento nas mentes dos alunos. A primeira pergunta foi: “ao ensinar subtração aos seus alunos, como você procede?”

Com relação a essa pergunta, as professoras dos primeiros anos relatavam o uso de conjuntos e principalmente a ideia de “retirar” certa quantidade de elementos de um conjunto dado, geralmente contextualizado de alguma maneira.

Todas relataram o uso de desenhos de objetos, geralmente tracinhos verticais a fim de realizar a contagem e depois riscar esses tracinhos representando os que foram subtraídos do conjunto.

A professora A* relatou que sempre trabalha aliando a subtração à adição, e justificou afirmando que são operações inversas, foi a única que afirmou esse detalhe.

Essa mesma professora, quando questionada a respeito da ilustração das operações, informou que variava o método de acordo com o tamanho do número e relatou que, quando os valores são maiores, ela recomenda que os alunos utilizem a ideia de comparação, desenhando dois conjuntos, um para o minuendo e outro para o subtraendo, estabelecendo a relação um a um dos elementos e, em seguida, procedendo com a contagem dos excedentes no conjunto de maior cardinalidade.

Tal relato é preocupante, pois, embora a professora explore a ideia de comparação além da ideia de retirar, o faz em situações onde esse processo torna a resolução da operação muito mais extensa, afinal, desenhar dois conjuntos numa situação onde a quantidade é maior produz mais dificuldade do que quando os números são menores. Além disso, não apresentou uma justificativa para o critério de escolha de método.

O uso de jogos para ensinar matemática foi citado por todas as professoras como um método que surte efeitos positivos. Porém, no caso das crianças menores, foram relatados alguns problemas como o seguinte:

A professora B, que leciona para turmas do primeiro ano, relatou que havia percebido em seus alunos uma aversão a situações-problema ou jogos em que a

---

* Para diferenciar uma professora de outra, serão usadas letras maiúsculas do alfabeto com o intuito de favorecer a impessoalidade.

subtração estivesse relacionada à situação de “perder”. Que as crianças apresentavam problemas em lidar com essas situações, além do fato de que alguns alunos ficavam irritados e reagiam de forma agressiva.

Esse relato motivou a criação de um questionário direcionado apenas às professoras do primeiro ano, procurando situações similares (Apêndice 2), pois imaginava-se tratar de algo relacionado ao grau de maturidade das crianças.

Tal questionário não coletou dados significativos para o presente trabalho e, por isso, não foram utilizados.

O uso de histórias como recurso pedagógico foi pouco citado, ficando mais restrito às contextualizações definidas pelos livros didáticos. Já o uso dos próprios alunos como elementos de conjuntos foi citado como um dos métodos mais eficientes para que as crianças entendam as ideias de quantificar e organizar.

A professora C, que leciona para turmas do terceiro ano, relatou o uso do Quadro-Valor-Lugar (QVL) como recurso para auxiliar o aprendizado do algoritmo. Afirmou que esse recurso produzia efeitos positivos. Porém, ao solicitar que ela explicasse como utilizava essa ferramenta, não conseguiu deixar claro o método.

A professora D, que é regente de uma turma de quinto ano, relatou que, ao resolver uma operação de subtração, usava também o método de fixar o valor do menor número e proceder a contagem dos sucessores até o maior; essa contagem seria a diferença entre eles.

Para tal relato, ela precisou parar algumas vezes para relembrar como realmente é o processo e encontrou muita dificuldade em explicar esse método.

Em seguida, ao perguntar se havia algum conceito que justificasse tal processo, a professora D não conseguiu explicar. Assim, mais uma vez, ficou aparente mais um exemplo do que Ma(2009) classifica como uma base de entendimento procedimental da professora.

Nas conversas com os professores, foi unânime o relato de que usam a expressão “emprestar do vizinho”, além disso, todos os professores afirmaram que usam materiais concretos para explicar os processos de subtração, o uso de um conjunto de 10 palitos presos por uma borracha para representar a dezena, palitos soltos para representar unidade e desfazer o conjunto de 10 palitos para resolver uma operação é uma da maneiras mais lúdicas de se exemplificar as operações de subtração que exige decomposição ou reagrupamento por meio de materiais concretos.

Todas as professoras foram questionadas sobre como procederiam ao ensinar uma operação do tipo 85-23, em que cada algarismo da posição do minuendo é maior que seu respectivo algarismo do subtraendo.

Foi unânime o relato de que procederiam do seguinte modo: "subtrai 3 do 5, depois, subtrai 2 do 8 e, em seguida, lê-se o resultado 62". Nenhuma professora percebeu que estava perdendo a oportunidade de explorar a decomposição, um conceito necessário às operações que exigem o "empréstimo" de uma classe de ordem superior.

A pergunta seguinte foi sobre o procedimento usado para ensinar a resolver uma operação do tipo 83-25, ou seja, quando o algarismo das unidades é maior no subtraendo que no minuendo. O procedimento foi tratado como se fosse outro tipo de operação, diferente do primeiro, ou seja, dava a entender que métodos válidos em uma situação, não eram válidos em outras, o que pode gerar confusão durante o aprendizado.

Todas as professoras relataram a seguinte regra para a operação: "sempre começa da direita para a esquerda, pelo número[*] das unidades".

Então, as professoras foram convidadas a repetir o discurso usado em sala de aula para explicar o procedimento; em todas as situações, com pequenas variações, operação ilustrada na figura 2 foi a seguinte: "começamos sempre pela direita, vamos retirar 8 de 5, é possível? – Não! Então emprestamos um do vizinho..."

A partir daí é que haviam algumas pequenas variações: algumas professoras relatavam que explicavam se tratar de retirar uma dezena da casa das dezenas e somar às unidades, outras apenas retiravam do vizinho, riscavam o número das dezenas (8) e o substituíam por outro, uma unidade menor (7) e escreviam o número um, pequeno, ao lado do outro, que formava 13 quando então era possível calcular,

[*] O termo "número" foi sempre usado para nominar algarismos e números sem nenhuma distinção

ou seja retirar 5 de 13, resultando 8 e em seguida procediam com o próximo valor, retirando 2 do 7, resultado 5, por fim, lê-se o número abaixo que é o resultado: 58.

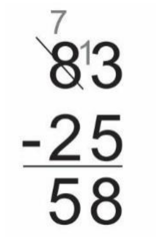


Figura 2 - Operação: subtração com empréstimo.
Fonte: O autor.

Durante a conversa com a professora E, uma professora do quinto ano, quando questionada sobre o porquê de emprestar, ela também afirmou se tratar da impossibilidade de retirar um valor maior de um valor menor, e acrescentou que esperava que naquela série o aluno já dominasse essa operação.

Entretanto, E afirmou que em alguns casos, os alunos ainda precisavam utilizar os riscos ou palitos para efetuar contagens, demonstrando que ainda havia alunos daquele ano que ainda não dominavam a ideia de subtrair e que, com números maiores, o problema se agravava.

Usou como exemplo a operação 2000-164. Foi solicitado que explicasse como era resolvido um cálculo como esse, e, conforme ilustrado na figura 3, relatou: “...sempre começamos pelas unidades, ao verificar que não é possível, vamos para as dezenas, onde o problema se repete, exigindo o uso das centenas, que também é zero; então vamos para a milhar, retira-se uma milhar, risca o 2 da milhar e escreve o 1 que ficou, então empresta 1 para a centena, escreve o 1 pequeno do lado do zero, formando 10, retira uma centena e empresta para a dezena, risca o dez das centenas e coloca 9, escreve o 1 pequeno do lado do zero, em seguida, empresta uma unidade da dezena para as unidades, risca o dez e coloca 9 e escreve o 1 ao lado do zero, formando 10 na casa das unidades. Após isso, podemos subtrair, retirando 4 de 10 e escrevendo o resultado 6, retirando 6 de 9 e escrevendo o 3 na casa das dezenas, retirando 1 de 9 e escrevendo o resultado 8 e retirando nada de 1, escrevendo o próprio 1 abaixo, em seguida, lê-se o número formado que é o resultado da operação. Novamente, demonstra-se um método totalmente procedimental, cujo conceito é muito superficial ou ausente.

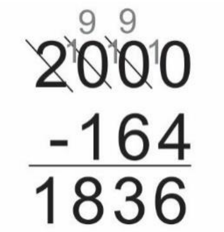


Figura 3 - Operação: subtração com empréstimo.
Fonte: O autor.

A ausência de justificativas por meio de argumentos matemáticos, onde os professores justificam apenas alguns procedimentos, revela semelhanças com o que Ma (2009) descreve a respeito do entendimento matemático dos professores norte-americanos:

> [...]seu entendimento do tópico contém alguns tópicos procedimentais e um entendimento pseudoconceitual: fizeram muito poucas ligações entre tópicos matemáticos e não incluíram quaisquer argumentos matemáticos nas suas explicações. (MA, 2009, p. 64).

Durante as conversas, foi citado o uso do material dourado como recurso manipulável mais frequente, porém, percebeu-se que seu uso ocorria de forma superficial, talvez pelo desconhecimento das possibilidades que o material oferece. Da mesma forma, foi possível identificar dificuldade em justificar os procedimentos adotados e responder aos “por quês” de cada um deles.

O material dourado pode ser classificado como material manipulável, dentre os citados na obra de Ma (2009), onde, segundo ela, a eficiência da produção de aprendizado a partir deles depende da intenção que o professor tem ao utilizá-los pois “o modo como estes materiais seriam usados dependia da compreensão matemática do professor que se servia deles.” (MA, 2009, p. 69).

Assim, com relação ao uso de materiais manipuláveis, conclui-se que o maior problema está na conexão dos conhecimentos obtidos através da manipulação dos materiais concretos com os conceitos envolvidos nessas atividades e a representação destes através dos algarismos.

Durante a grande maioria das conversas, não ficou evidente a preocupação com a linguagem ao ensinar matemática, nem ao fazer conexões entre diversos conteúdos, assim, o que Ma (2009) classifica como conhecimento profundo da matemática fundamental ficou prejudicado por esse detalhe, pois:

> Um professor com CPMF tem uma intenção geral de estabelecer conexões entre conceitos e procedimentos matemáticos, desde conexões simples e superficiais entre elementos de conhecimento individuais até conexões complicadas e profundas entre diferentes operações e subdomínios matemáticos. (MA, 2009, p. 219)

Usar o mesmo termo para dar nome a coisas diferentes é um problema que passa despercebido por muitos, senão todos; por exemplo: chamar os algarismos que formam um número de números, torna a frase repetitiva e confusa ao explicar que ‘‘...no número 358, o número 5 na posição das dezenas vale 50, o número 3 na posição das centenas vale 300 e o número 8 na posição das unidades vale 8 mesmo...’’, a palavra número repetida várias vezes e com diferentes significados pode causar confusão nas mentes dos alunos, principalmente aos que possuem dificuldades de aprendizagem.

Nas conversas com as professoras, pode-se perceber que não havia preocupação com esses detalhes, talvez por julgarem pouco ou nada importante essa atenção aos termos utilizados no ensino, daí a necessidade de utilizar nessa produção, algum recurso que motive-as a dar relevância a isso.

No tocante às ideias relacionadas à subtração, a grande maioria das professoras afirmou utilizar apenas “Retirar” ou “tirar” como fundamento para a operação deixando de lado ou pouco recorrentes as ideias de comparar, completar e deslocar valores.

Ao se explorar poucas ideias, a “base conceitual” defendida por Ma (2009) fica empobrecida, as conexões produzidas nas mentes dos alunos se tornam pouco significativas e superficiais, impossibilitando que aprofundem seu conhecimento da matéria.

Com relação ao algoritmo usual, quando se tratava de uma operação que não exigia reagrupamento, as professoras relataram que o procedimento era básico, por exemplo, na operação 25-12, começa sempre pela unidade, onde relaciona um conjunto com 5 elementos dos quais retiram-se 2, em seguida, segue para as dezenas, retirando 1 de um conjunto com 2 elementos. Nenhuma das professoras relatou utilizar a decomposição para dar ênfase ao valor das dezenas e das unidades em operações como essa, ou seja, perde-se muitas oportunidades de aprofundar a compreensão da composição do número em atividades mais simples e concentra-se atenção aos casos mais complexos.

Operações do tipo 32-17, foram relatadas sendo as que provocam os maiores problemas de aprendizagem; com poucas variações, a grande maioria das professoras afirmou que inicia pela casa das unidades, comparando os números que ocupam essa posição, ao questionar os alunos sobre a possibilidade de subtrair 7 de 2, enfatizam que é uma operação impossível, em seguida, “emprestam um do vizinho”.

Sobre o uso desse argumento para justificar o procedimento, Ma (2009) cita:

> ‘Não podemos subtrair um número maior de um menor’ é um falso argumento matemático. Embora os alunos de segundo ano não aprendam como se subtrai um número maior de um menor, isso não significa que nas operações matemáticas não se possa subtrair um número maior de um menor. De facto, os jovens estudantes irão aprender a fazê-lo no futuro e essa aprendizagem não deverá ser perturbada pela ênfase outrora dada a uma ideia errada. (MA, 2009, p. 33).

Algumas professoras, para explicar o procedimento ilustrado na figura 4, afirmaram tratar-se de uma dezena que está sendo retirada e somada às unidades, outras apenas “retiram um do vizinho” e colocam o número 1 ao lado do 2 formando 12, tornando possível a subtração. Em seguida olham para a dezena, onde havia 3 e foi riscado ficando 2, retira-se 1 de 2 resultando 1 e para concluir lê-se o número resultante como quinze.

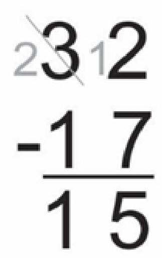


Figura 4 - Operação: subtração.
Fonte: O autor.

No tocante à contextualização, foram relatadas muitas formas utilizadas no ensino da subtração, todos aparentemente adequados ao ano escolar, ao meio social, geográfico e à idade dos alunos, com os quais eles geralmente conseguem desenvolver intimidade em relação aos métodos e materiais.

Destaque positivo da pesquisa foi o uso frequente da contextualização relatado pelas professoras, porém, a ineficiência desse recurso para a aprendizagem pode ter relação com o que o PCN descreve:

> Nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 29)

A contextualização pouco significativa, será chamada nesse trabalho de pré-textualização, e será discutida durante o curso a eficiência dos métodos utilizados e como melhorar os resultados desse recurso já muito explorado.

Nenhuma professora informou usar o cálculo de estimativas para auxiliar a compreensão dos conceitos pelos alunos.

Nenhuma professora relatou utilizar a decomposição dos números para realizar os cálculos ou a reta numérica como recurso para auxiliar na aprendizagem dos conteúdos de subtração e adição.

Todas as professoras usavam o termo “emprestar” quando da decomposição de dezenas para unidades, de Centena para dezenas, etc.

Todas as professoras usaram a justificativa de que não é possível subtrair um número maior de um número menor.

Notou-se, portanto, a necessidade de encontrar uma maneira de auxiliar as professoras em sua prática do ensino de matemática, pesquisando-se novas tecnologias, materiais de apoio, novas metodologias, entre outras.

Utilizando as ideias de Ma, do PNAIC e respeitando os PCN´s, sob a interpretação do autor, as propostas de intervenção deste trabalho têm como objetivo ampliar a percepção dos professores dos anos iniciais, estendendo seu conhecimento acerca do tópico, correlacionando com demais conceitos em um grupo onde todos são pedagogos ou estão cursando pedagogia.

Assim, fez-se necessária uma adequação da linguagem a ser usada durante o curso bem como o uso de fortes argumentos e exemplos para convencer e sensibilizar sobre a relevância das teorias e métodos que serão apresentados.

4.2.2 Análise de diagnóstico

Alguns meses antes desta pesquisa, as professoras da escola de Água Doce, juntamente com a equipe de apoio pedagógico, fizeram um diagnóstico sobre as dificuldades dos alunos no aprendizado da matemática e produziram um arquivo com estes dados.

A Assistente-técnica-pedagógica da escola permitiu acesso a este material e sua análise possibilitou verificar vários detalhes importantes para decidir as estratégias e escolher quais partes do conceito deveriam compor o curso.

As figuras a seguir, são slides dessa apresentação, que estarão acompanhados de comentários sintéticos que relacionam o conteúdo do slide com as conversas individuais feitas com as professoras, e que têm por finalidade descrever a interpretação feita a partir dos mesmos.

Na figura 5, pode-se verificar que alguns símbolos matemáticos ainda não tem um significado bem definido para algumas crianças. Em outras palavras, o símbolo relativo à operação ainda não faz sentido para elas.

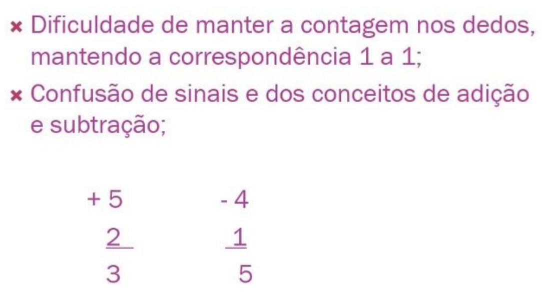


Figura 5 - Slide: dificuldades nos processos de contagem.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

A figura 6 relata um problema que pode estar relacionado à compreensão do sentido de número e da ideia de número, em que as crianças têm dificuldade em relacionar o nome do número à quantidade que este representa e à ideia de adição consecutiva aliada à noção de sucessor.

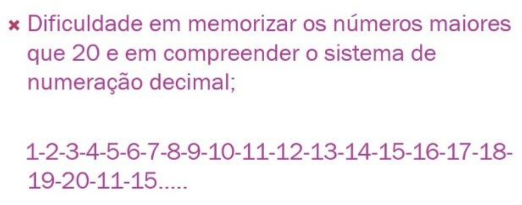


Figura 6 – Slide: dificuldades em memorizar a sequência de números grandes.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

A figura 7 exibe erros dos alunos em relação às classes dos números, sugerindo que tal ideia não está bem clara para a criança. Devido a isso, não conseguem reconhecer a diferença de tamanho de um número com 3 dígitos de um número com 2 dígitos por exemplo.

Além disso, tal engano sugere também que a ideia relativa à operação de subtração que está sendo realizada não está bem clara. Como se trabalha com a ideia de “tirar”, não é possível retirar uma quantidade maior de uma menor.

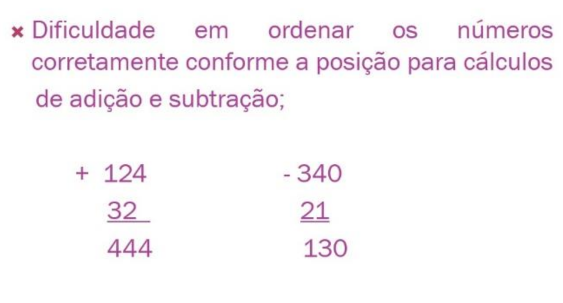


Figura 7 - Slide: dificuldade na compreensão da ideia de número.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

O relato da FIGURA 8 remete a vários detalhes do ensino de matemática nos primeiros anos escolares. Primeiramente, quando se apresentam os números naturais aos alunos, na pré-escola, geralmente não há a presença do zero. Nos anos iniciais, quando se apresenta o uso do zero, este ocorre de maneira não muito clara, dificultando a compreensão do aluno.

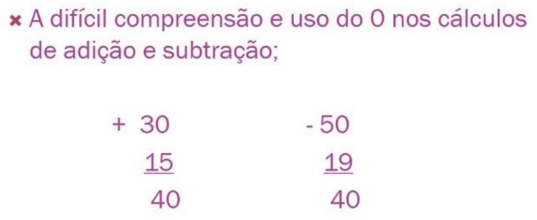


Figura 8 - Slide: dificuldade na compreensão do 0.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

A figura 9 ilustra situações mais sofisticadas de cálculo de adição, que remete a algumas possíveis situações:

*O aluno não possui plena compreensão da quantidade que cada valor representa.

*O aluno não pratica cálculos de estimativas.

*O ensino dessa operação está muito dependente de procedimento e seu conceito está muito superficial ou ausente.

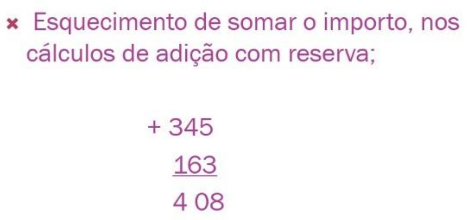


Figura 9 - Slide: erro na adição.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

A figura 10 ilustra uma situação que é um dos pilares deste trabalho: um erro comum ocorrido ao se utilizar para justificar cálculos, linguagem inadequada. Por exemplo, no momento em que a criança subtrai a casa das dezenas, onde há duas dezenas no minuendo e seis dezenas no subtraendo, as professoras costumam afirmar que “não é possível” ou “não dá para” subtrair um número maior de um número menor.

Essa afirmação pode causar confusão ao aluno; este fato será tema de discussão durante o curso. Ora, se não é possível subtrair o maior do menor, torna-se conveniente para a criança subtrair o menor do maior, ocasionando o erro ora relatado.

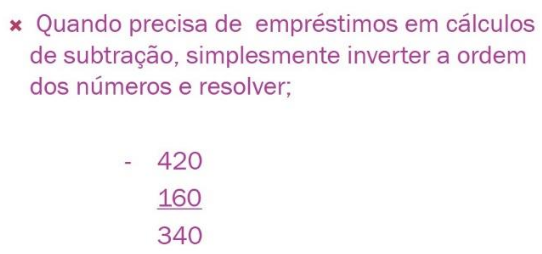


Figura 10 - Slide: dificuldades na operação de subtração.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

O texto da figura 11 remete novamente ao entendimento procedimental do conceito de subtração; como na maioria dos conteúdos matemáticos trabalhados nos anos iniciais, a operação de subtração (e adição) fica limitada a repetir procedimentos sem uma compreensão mais profunda do que se faz ao efetuar um cálculo ou resolver um problema.

Afirmar que é errado começar o cálculo pelas centenas mostra que não há liberdade para o aluno lidar com os números de forma alternativa. São ensinados procedimentos “engessados” a uma única metodologia, à execução dos procedimentos relativos ao algoritmo usual e isso reduz as possibilidades de desenvolvimento na construção do conhecimento matemático na mente das crianças.

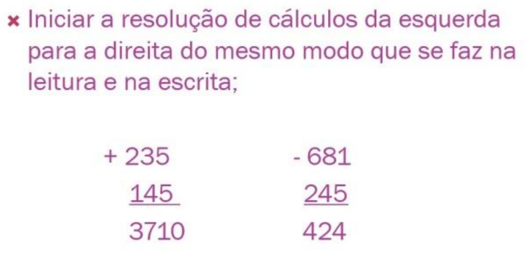


Figura 11 - Slide: dificuldades com regras nas operações.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

Embora a tabuada não faça parte direta do conteúdo dessa pesquisa, espera-se que, em algum momento do curso, as professoras percebam que o método que será proposto possibilita também a compreensão do conceito da multiplicação, muito mais importante que a simples memorização da tabuada, favorecendo a evolução dos alunos com relação ao problema citado na figura 12. Já era esperado que alunos com dificuldades nas operações de subtração e adição tivessem graves problemas de compreensão com quaisquer outros conceitos matemáticos, pois esses são essenciais aos demais. Sob essa ótica, pretende-se ampliar a percepção das professoras com relação aos conceitos que surgem a partir das operações de adição e subtração.

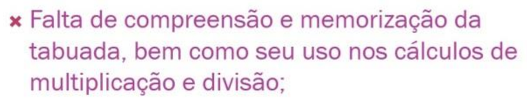


Figura 12 - Slide: dificuldades com relação a tabuada.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

O algoritmo da multiplicação também não está entre os temas desse trabalho, mas o relato apresentado na figura 13 remete diretamente à principal falha no modo de ensinar matemática nos anos iniciais.

A exigência por seguir procedimentos onde pouco ou nada se explora o conceito, enfatizando os procedimentos e exigindo dos alunos uma repetição praticamente inconsciente destes não é uma boa solução.

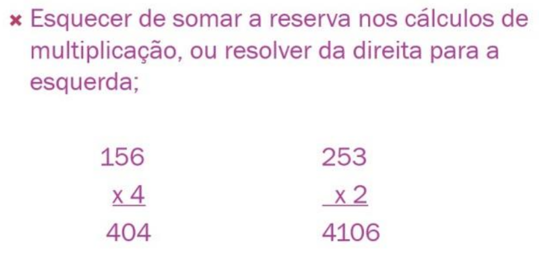


Figura 13 - Slide: dificuldades da soma da reserva na adição.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

Além disso, ao se realizar um cálculo como o acima, ocorre um problema também identificado na subtração: tratar, no discurso, cada algarismo do valor como um número diferente; por exemplo, no primeiro cálculo da imagem, ao se multiplicar o algarismo 5, nas dezenas, não é explorado o fato de que 4x5, na verdade é 4x50 e o 20 que resulta daí, na verdade é 200. Portanto, perde-se o sentido do número e a ideia da multiplicação fica vaga, assim como acontece nas operações de subtração e adição.

A divisão também não é foco principal, assim, a dificuldade citada na figura 14, não será combatida diretamente, porém espera-se que durante o curso as professoras percebam que a metodologia proposta permite que esse conceito seja explorado em várias situações.

A interpretação e a resolução de problemas, por sua vez, é um assunto mais amplo e optou-se por não se explorar tal conceito devido ao pouco tempo disponível para aplicação do curso junto às professoras.

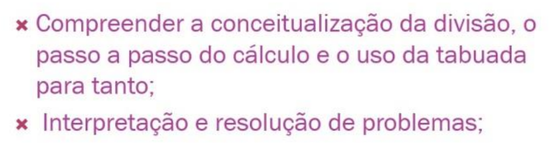


Figura 14 - Slide: dificuldades com divisão e interpretação de problemas.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

4.2.3 Dicas para favorecer o aprendizado

O material que as professoras produziram, divide-se em dois tipos: os primeiros e já apresentados na seção anterior, diagnosticando dificuldades dos alunos, e a segunda parte, com dicas e/ou propostas de novas metodologias para melhorar o ensino, alguns dos quais apresentados a seguir.

O uso de jogos, citado na figura 15, para ensinar matemática foi citado por todas as professoras como um método que surte efeitos positivos.

O conto de histórias como recurso de ensino, por sua vez, ficou mais restrito às contextualizações definidas pelos livros didáticos. Já o uso dos próprios alunos como elementos de conjuntos foi citado como um dos métodos mais eficientes para que as crianças entendam as ideias de quantificar e organizar.

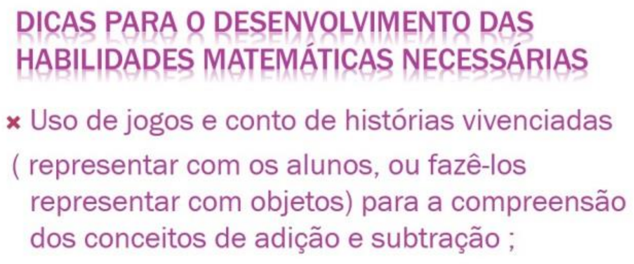


Figura 15 - Slide: dicas: Uso de jogos.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

O uso do material dourado, indicado na figura 16, também foi citado como muito frequente, o que mostra que grande parte dos procedimentos necessários são executados.

Falta, porém, a compreensão mais profunda do processo, a preocupação com o uso de termos que favoreçam um aprendizado mais elaborado por parte dos alunos, uma maior liberdade de escolha de métodos e por fim, o debate entre os alunos com a exposição dos métodos utilizados para resolver determinada situação.

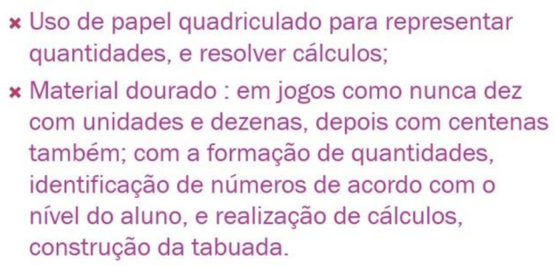


Figura 16 - Slide: uso de recursos didáticos.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

O quadro valor lugar, slide da figura 17, foi citado por duas professoras como recurso eventualmente utilizado. Serve para ilustrar por meio de objetos (geralmente palitos), a quantidade representada pelo número.

Na posição das dezenas, os palitos devem estar agrupados 10 a 10, presos por um elástico, enquanto na posição das unidades eles ficam soltos. Assim, a criança pode ver o valor do algarismo daquela posição como dezena de fato, ou seja, grupos de dez elementos.

O uso desse recurso com essa construção é mais indicado para números formados por dois algarismos, pois seriam necessários muitos palitos para compor as centenas, dificultando o manuseio das crianças e a própria construção dos valores. Mostrou-se uma ferramenta interessante para auxiliar o ensino e, embora limitada, oferece condições de auxiliar a compreensão dos procedimentos e dos conceitos das operações e dos números.

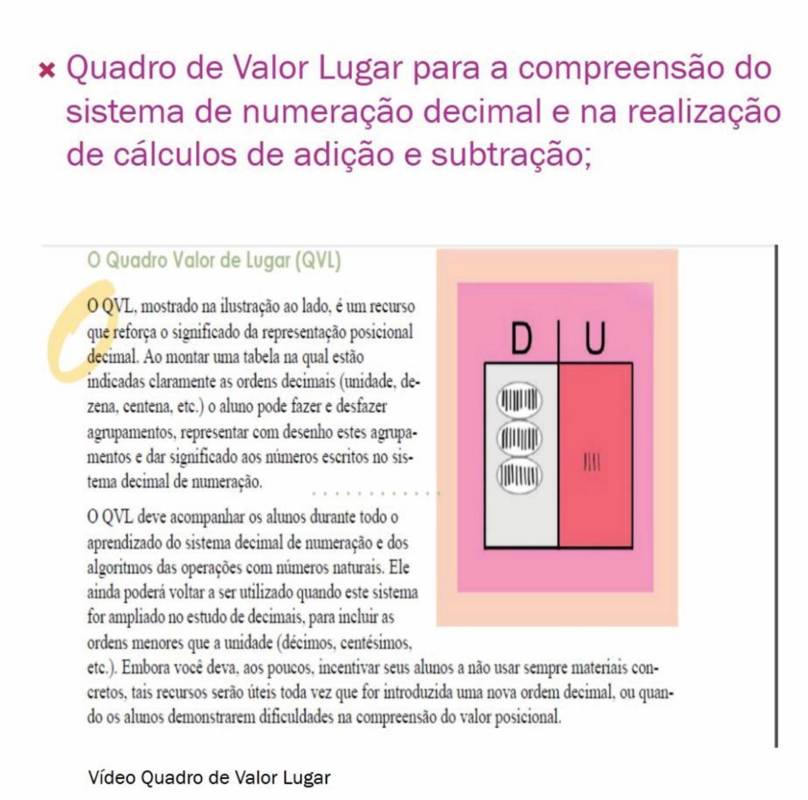


Figura 17 - Slide: QVL – Quadro Valor lugar.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

No tocante a essas práticas, os PCN relatam:

> [...] tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (BRASIL, PCN/Matemática, 1997, p. 29)

O slide da figura 18 trata da reta numérica, um item muito presente nos anos finais do ensino fundamental e cuja ideia intuitiva é também utilizada na pré-escola, quando da apresentação dos números às crianças. Foi surpreendente encontrar esse item entre os slides, pois nenhuma professora relatou utilizar esse recurso para o ensino da subtração e/ou adição com seus alunos, tampouco para ilustrar a relação de ordem dos naturais.

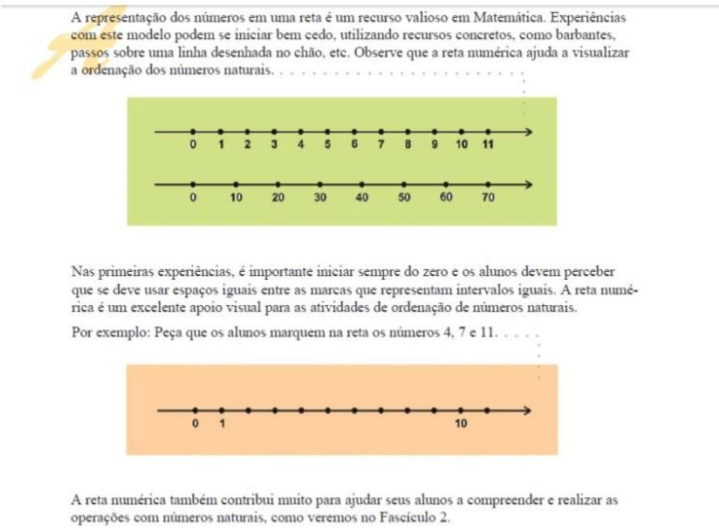


Figura 18 - Slide: reta numérica.
Fonte: C.E.M. Frei Silvano.

4.3 A construção do curso

A análise preliminar evidenciou a necessidade de auxiliar as professoras no ensino da subtração, porém, o que fazer e como fazer ainda eram fatores desconhecidos.

O passo seguinte foi buscar tecnologias, softwares, sites ou materiais concretos que pudessem auxiliar a prática pedagógica. Ao conversar com gestores de sites de TIC na matemática, foi unânime a afirmação: “a tecnologia não é o principal fator na aprendizagem, mas sim, a forma como é trabalhado o conceito por parte do professor”. Portanto, as tecnologias são apenas ferramentas que, se utilizadas de forma inadequada, não surtirão o efeito desejado.

Assim, a escolha de produzir um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais cujo foco é o ensino da subtração com base no entendimento conceitual da disciplina, baseado na pesquisa de Liping Ma e nos conceitos de Gerard Verganud.

Como as escolas participantes têm formatos diferentes*, seria necessário um curso com formato e atividades que servissem em qualquer situação; esse fato está entre os alicerces do trabalho.

Relembrando uma postagem de um colega do PROFMAT do Rio de Janeiro, nas redes sociais, a respeito de uma palestra sobre subtração ocorrida na UFRJ, cuja palestrante era a Profª Gabriela Brião, pareceu uma boa referência.

Ainda pela rede social, foi entrado em contato com a Professora Gabriela que se mostrou disposta a colaborar. Embora estivesse na ocasião nos EUA, fazendo seu doutorado, reservou tempo suficiente para discutir a respeito das ideias do curso e recomendou o livro que foi o pilar principal deste trabalho.

Como o livro não está disponível no Brasil, seu acesso inicial foi por meio de um arquivo no formato pdf, e sua compra foi possível por meio do sítio eletrônico da editora Gradiva de Portugal.

De posse desses dados, começou a ser construído o curso do ponto de vista de conteúdo e, principalmente, do ponto de vista motivador. Afinal, vários métodos e conceitos essenciais à compreensão dos alunos, presentes nas literaturas do PNAIC, e nos PCN´s, não estavam sendo utilizados nas aulas.

Com base nas leituras, supõe-se que em algum momento da vida, as professoras viram os conceitos de decomposição em parcelas, o cálculo de estimativas, o uso da reta e também aprenderam os termos corretos que nominam os termos matemáticos. Assim, surge a pergunta crucial:

- Por que não utilizar isso em sala de aula?

Expor os fatos e fazer tal pergunta diretamente às professoras pareceria grosseria; assim, algumas hipóteses foram criadas:

- As professoras desconhecem tais conceitos.

---

* Entenda-se por formatos diferentes: escolas da área rural e urbana. Com muitos e poucos recursos digitais e de materiais Escola da região central do município e da periferia. Escola com turmas divididas por ano e turmas com mais de um ano por sala (multisseriadas).

- As professoras conhecem, mas desprezam tais conceitos, julgando serem dispensáveis ao processo de ensino-aprendizagem.

- Ao estudar tais conceitos, as professoras não reconheceram a importância de cada um destes.

- As professoras conhecem os conceitos, mas os julgam complexos ou inadequados à aprendizagem de seus alunos.

- As professoras julgam seus alunos incapazes de compreender os conceitos e por isso escolhem ensinar apenas procedimentos.

- As professoras consideram os métodos ‘‘tradicionais’’ melhores e insubstituíveis.

O conteúdo e o formato escolhido para o curso buscou contemplar todas essas hipóteses, com o objetivo de dar exemplos de como os métodos continuam úteis e importantes através dos anos escolares, evidenciar a conexão entre conceito e procedimento, ressaltar a importância do uso dos conhecimentos prévios dos alunos para elaborar conhecimentos posteriores e, de forma menos enfática, como essas estratégias possibilitam a compreensão de outros tópicos da matemática.

Depois de definidos os objetivos a serem contemplados, os seguintes problemas foram encontrados:

- A pesquisa ocorreu em meados de novembro, época de término das aulas, donde não haveria tempo hábil para reunir as professoras e aplicar o curso. Além disso, as aulas do município de Joaçaba teriam seu ano encerrado antes do previsto devido aos jogos abertos do estado que ocorreriam na cidade, além do fato de que as escolas servem de alojamento aos atletas de outros municípios participantes do evento.

- As professoras não dispunham de muito tempo disponível e a agenda de aulas e os dias letivos eram escassos.

- A participação das professoras era opcional; portanto, se não fosse conveniente, provavelmente elas não participariam e o trabalho seria inócuo.

Para sanar tais problemas, foi escolhido agendar o curso para o início do ano de 2016, no período de preparação do ano letivo, momento em que os alunos ainda não estão nas escolas.

As datas para a realização dos cursos foram definidas com as diretoras das escolas participantes de Joaçaba e com a Secretaria municipal de educação de Água Doce.

O curso foi oferecido a todos os professores dos anos iniciais das duas escolas de Joaçaba, a saber, o Centro Educacional Municipal Roberto Trompowski e o Centro Educacional Municipal Rotary Fritsch Lucht.

Por solicitação da Secretaria de Educação de Água Doce, além dos professores do Centro Educacional Municipal Frei Silvano, o curso foi oferecido também às professoras das escolas do interior deste município, compondo assim, a formação continuada prevista no calendário anual.

Participaram do curso 42 professoras de 9 escolas diferentes, dessa forma, o curso atingiu indiretamente aproximadamente 1170 alunos, mas, espera-se que com a continuidade do trabalho, muitos mais sejam atingidos.

Os primeiros encontros do curso duraram 8 horas, distribuídos em dois dias, nos quais foram discutidos os principais tópicos. Os encontros foram agendados no município de Água Doce, nos dias 10 e 11 de fevereiro e no município de Joaçaba, nos dias 17 e 18 do mesmo mês. Logo após, definiu-se o prazo aproximado de seis semanas para que as professoras se preparassem e experimentassem as metodologias propostas e verificassem como os seus alunos responderiam a tais metodologias de aprendizado da operação de subtração.

A conclusão do curso se deu por meio de outro encontro, em que elas apresentaram o trabalho final (Apêndice 3); a data e o horário deste último encontro foram deixados à escolha de cada escola. As professoras das escolas do interior do município de Água Doce escolheram o dia 24/03, no período da tarde, enquanto que as professoras da parte urbana agendaram a data de 23/03, durante a noite. As professoras da cidade de Joaçaba agendaram para a tarde do dia 08/04.

Essas variações são devidas, entre outras causas, ao fato de que as escolas são muito diferentes entre si.

No município de Joaçaba, uma escola trabalha em período integral, i.e., os alunos, em sua maioria carentes, ficam o dia todo na escola, durante toda a semana, sendo dispensados na sexta-feira a tarde.

No município de Água Doce, as professoras da escola municipal da área urbana trabalham em salas com boa infraestrutura: em todas há a presença de lousa digital e os alunos frequentam turmas separadas por ano e idade. As professoras no interior do mesmo município, trabalham em escolas multisseriadas, ou seja, mais de uma série na mesma sala de aula e, em alguns casos, a professora é a única profissional presente na escola.

Para motivar a participação das professoras no curso, foi escolhido o tema baseado no que elas haviam relatado na pesquisa e foi buscado junto à secretaria de Educação do município de Água Doce, certificação para as participantes, o que ocorreu mediante a conclusão do curso com carga horária de 42 horas, conforme quadro 1:

Tema	**Carga horária**
Análises de práticas inadequadas ao ensino.	2h
Explorando linguagens adequadas para o ensino.	1h
A decomposição em parcelas como ferramenta de ensino.	3h
O uso da estimativa e da reta como ferramenta de ensino.	2h
Laboratório/Aplicação das metodologias em sala de aula	30h
Debate e socialização dos resultados	4h
Total	42h

Quadro 1 - Carga horária do Curso ministrado.
Fonte: O autor.

4.3.1 Elaboração das atividades para o curso

A sequência das atividades do curso foi cuidadosamente pensada para atender às necessidades percebidas durante a pesquisa, relatadas anteriormente. Para isso, foi criado um caderno de atividades (Apêndices 4 e 5) e uma apresentação em *power point* (conteúdo do Cap. 04) para cada dia de curso. Ambos os materiais foram utilizados de forma concomitante, buscando exemplificar, esclarecer e evidenciar os temas tratados.

Para o primeiro dia de curso, foi utilizado o caderno de atividades constante no Apêndice 4. Um dos fatores motivadores usados, foi fazer com que as professoras reconhecessem as limitações que possuem e que percebam que essas limitações conceituais estão muito próximas do conteúdo que elas trabalham em sala de aula.

Para isso, foram elaboradas três questões preliminares (Atividades 1, 2 e 3 do Apêndice 4), para que elas resolvessem, logo no início do curso, individualmente e sem consulta, dentro do tempo de 5 minutos. Uma questão sobre equações do primeiro grau, uma sobre subtração com inteiros e uma sobre geometria, explorando o conceito de perímetro de retângulo e triângulo.

As duas primeiras questões não são conceitos trabalhados nos anos iniciais, mas todas possuem objetivos específicos: a primeira foi parte da pauta de discussão das duas primeiras horas do curso, a segunda questão foi elemento motivador para o segundo dia de curso e a terceira questão foi um teste de compreensão e domínio de conceitos relativos à área e perímetro e interpretação de texto. Os dados colhidos por meio destas questões serão analisados no capítulo seguinte deste trabalho.

Em seguida, nas atividades 4 e 5, são considerados conteúdos sobre os conjuntos numéricos, discutindo sobre sua importância e mostrando um desenho no qual é solicitado que as professoras encontrem a falha que o mesmo possui, quando então é dado um problema para que elas ofereçam uma solução.

Sobre o problema: “Dona Maria comprou um pacote de biscoitos para dividir entre seus dois filhos, Julia e Mateus. Ao abrir o pacote, ela percebeu que ele continha 7 biscoitos. Como Dona Maria deve proceder?”. A apresentação de um problema aberto tem o objetivo de discutir a que conjunto numérico pertence a solução oferecida pela professora e, em seguida, uma proposta de discussão sobre as possibilidades do uso do problema para o ano e o conjunto numérico de interesse, explorando as características do mesmo. Ou seja, se as professoras ofereceram como resposta 3,5 biscoitos para cada filho, em que conjunto numérico estava localizado o problema? Então, se estivermos falando deste problema para um segundo ano, essa resposta é a solução mais indicada? E a partir daí a discussão foi conduzida de acordo com as propostas das professoras.

As Atividades 6, 7, 8, 9 e 10 procuram explorar os conceitos de paridade, em busca de um novo modo de olhar a subtração, buscando a produção de conexões entre conceitos e a criação de esquemas desde as atividades mais simples como essas, que são apresentadas desde o primeiro ano do ensino fundamental.

A Atividade 11 é uma prática coletiva onde as professoras criam uma equação e tentam resolvê-la para que seja possível discutir, em grupo, o que é conhecimento conceitual e procedimental, momento em que se faz referência à atividade 1.

Nas Atividades 12 e 13 aplica-se o conceito estudado e é feita uma revisão do que foi feito na Atividade 6, mostrando que é possível fazer de diferentes formas, mesmo os cálculos mais simples e tornando evidente o objetivo do professor diante de cada atividade proposta e de cada método utilizado.

Durante o primeiro encontro é exibido um vídeo* de um professor explicando a operação de subtração, em que ele utiliza um “macete” para resolver uma operação; as professoras são desafiadas a encontrar uma justificativa para esse procedimento. Além disso, é deixado como tarefa para a aula seguinte, testar o que foi discutido e selecionar detalhes relevantes.

Para o segundo dia de curso, foi usado o caderno de atividades constante no Apêndice 5, cujas Atividades 1 e 2 convidam as professoras a praticarem as decomposições dos números para realizar operações. A Atividade 3 solicita o uso de imagem para ilustrar as operações. A Atividade 4 aborda o tema “estimativas”; a Atividade 5 busca verificar se as professoras já compreenderam a importância e se já entenderam a conexão existente entre conceito e procedimento. A Atividade 6 convida a praticar o uso da reta numérica na resolução de operações de subtração; a Atividade 7 conecta a ideia de equações ao estudo das operações básicas; a Atividade 8 convida a praticar o que foi estudado; a Atividade 9 tem a função de intrigar as professoras no tocante à tão estimulada contextualização, e a Atividade 10 é uma avaliação dos dois encontros iniciais do curso.

* Vídeo: DIVISÃO - Aula 01. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=603kr8RHTuw

4.4 Aplicação do curso

Nesse capítulo, será feito um relato de como foram aplicadas as atividades durante o curso, acompanhado da interpretação dos resultados desse processo, bem como de características qualitativas percebidas no decorrer da execução dos encontros, na resolução das atividades, ou nas discussões propostas.

As subseções levam em consideração os encontros e as ferramentas utilizadas para a execução do trabalho.

4.4.1 Primeiro encontro

Esta subseção trata do primeiro encontro do curso, onde serão relatados os procedimentos realizados nas primeiras quatro horas do curso, tanto na cidade de Água Doce como em Joaçaba.

4.4.1.1 Resultados das questões preliminares

A aplicação das 3 questões no início do curso, como fator motivador, surtiu o efeito desejado imediatamente.

Antes de solicitar a resolução destas questões, foi informado se tratar de uma atividade que não exigia identificação, cujo objetivo principal era verificar os métodos utilizados para tal. Mesmo assim, a maioria das professoras participantes aparentou estar em uma situação de stress e, mesmo solicitando que fizessem individualmente, algumas consultaram a resolução das colegas ao lado, resultando em soluções iguais, tanto entre as corretamente resolvidas, quanto entre as incorretas.

Após a aplicação do curso, os dados obtidos com essas questões foram tabulados e seus valores interpretados, a fim de obter algumas hipóteses com relação ao conhecimento prévio das professoras.

Dentre as participantes do curso, 41 professoras responderam e entregaram as questões preliminares, portanto, os dados tabulados a seguir correspondem a essa amostra.

Os dados relativos à quantidade e forma de acertos de cada questão estão no quadro 02:

	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2	QUESTÃO 3
Errou	23	33	21
Acertou e apresentou resolução	13	5	10
Acertou sem demonstrar como procedeu	5	3	10

QUADRO 02 - Quantidade e forma de acertos das questões preliminares.
Fonte: O autor.

O gráfico 2 permite uma melhor visualização desses dados:

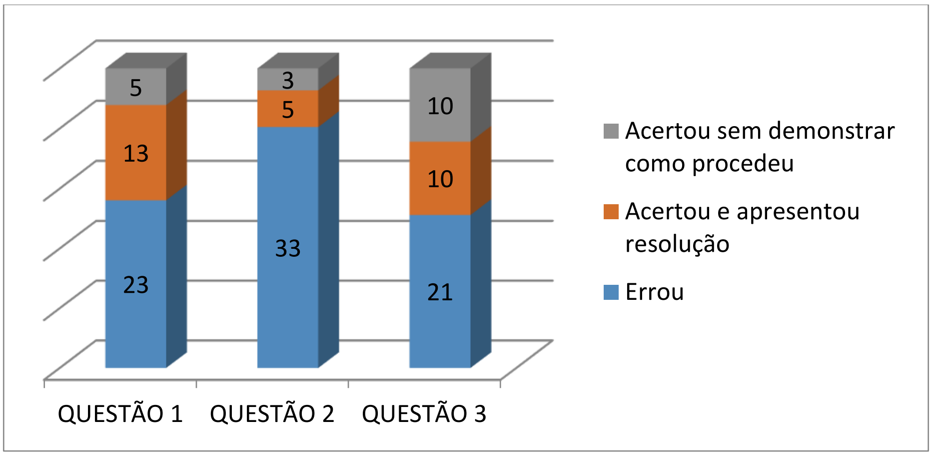


Gráfico 02 - Quantidade e forma de acertos das questões preliminares.
Fonte: O autor.

Com relação a este resultado, podemos perceber que não houve regularidade nos erros e acertos das 3 questões, ou seja, algumas professoras acertaram todas, outras acertaram uma e erraram duas, outras acertaram duas e erraram uma e teve quem errou as 3 questões.

Com relação à Questão 01, que trata de equações do primeiro grau, foi a que teve maior número de acertos (13 acertos) com resolução completa, a Questão 03, que tratava de geometria, vem em seguida com 10 acertos enquanto a Questão 02, que tratava de subtração com inteiros, teve apenas 5 acertos.

Com relação ao domínio de conceitos, analisando as cinco ocorrências dos acertos sem resolução da Questão 01, por se tratar de uma questão de equação, deixa a entender que a participante tenha copiado esse resultado de outra ou simplesmente acertou um palpite. Assim, a contagem desses resultados é mais recomendável ser agrupada aos das participantes que não possuem domínio daquele conceito. Sua análise permite uma interpretação conforme ilustrada no gráfico 03.

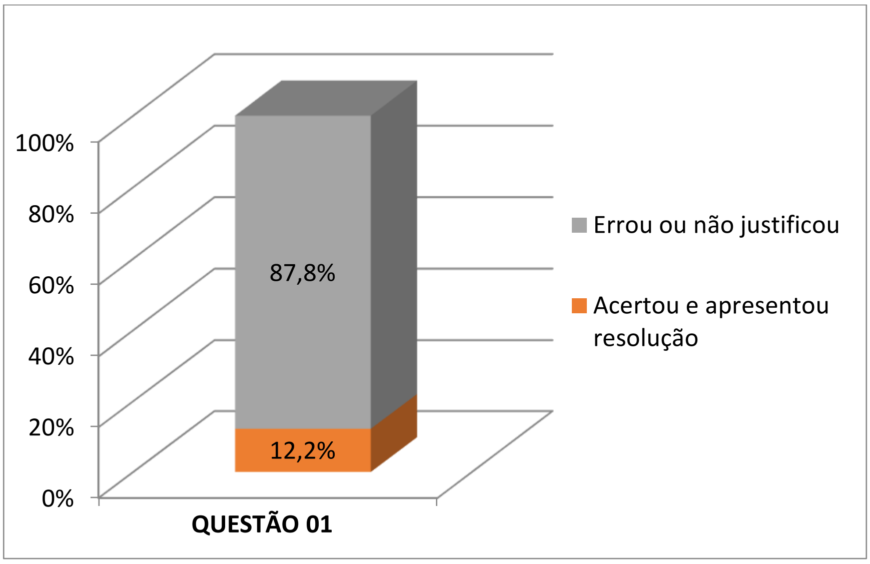


Gráfico 03 – Análise de acertos da questão preliminar 01.
Fonte: O autor.

Assim, embora seja a questão com maior índice de acertos, essa análise da Questão 01 sugere que apenas 12,2% das professoras possui conhecimento razoável sobre equações. Dentre as professoras que acertaram o cálculo, muitas delas comprovaram o resultado obtido por meio de uma “prova real”, substituindo o resultado na expressão e verificando a igualdade, demonstrando conhecimento completo do procedimento. Por outro lado, algumas escreveram várias igualdades de forma desorganizada e com procedimentos sem sentido.

Com relação à Questão 03, os acertos sem justificativa são mais difíceis de avaliar, por se tratar de uma questão envolvendo conceitos mais presentes no cotidiano.

A aplicação dessa questão possuía objetivo de verificar se a participante reconhece e diferencia as ideias relativas a área e perímetro e se reconhecem a diferença entre quadrado e retângulo. Assim o quadro 03 representa a análise dos dados coletados por essa questão:

Questão 3	
Ação	Frequência
respondeu que possuem a mesma medida	5
calculou corretamente e não respondeu	1
escreveu "quadrado"	4
escreveu "triângulo"	6
escreveu 14	1
fez cálculos demonstrando que são iguais e escolheu o "triângulo"	1
fez cálculos demonstrando que são iguais e escolheu o "retângulo"	1
fez cálculos demonstrando que são iguais e escreveu "quadrado"	1

Quadro 03 - Respostas relativas à questão preliminar 03
Fonte: O autor.

Com a análise dos dados desse quadro é possível listar possíveis fatores que os causam:

- Dificuldade na compreensão do texto e em selecionar os dados úteis e assim oferecer uma solução adequada a um problema ou a uma questão.

- Desconhecimento das definições de quadriláteros e paralelogramos, inclusive retângulos e quadrados.

- Desconhecimento das definições de área e perímetro.

- Dificuldade em comparar os valores resultantes nas operações e interpretar o que esses valores representam no contexto apresentado.

Todos esses detalhes reforçam a importância de explorar e reforçar a ideia central do curso; alguns deles foram apresentados de forma sintética no encontro de conclusão para que as professoras pudessem fazer uma auto crítica e assim continuar evoluindo nesse sentido.

Com relação à Questão 02, que tratava de subtração com inteiros, seu enunciado tinha por objetivo verificar a compreensão dos símbolos relativos ao sinal do número e a ideia dos inteiros. Além disso, ressaltar a necessidade do uso da reta numérica para que os alunos compreendessem a resolução de atividades no conjunto dos números inteiros e assim, que os mesmos pudessem explorar o uso desse recurso desde os primeiros contatos com os números naturais. Espera-se, após tal análise de erros, as professoras reconheçam a importância de desenvolver tais competências para si e estimular seu desenvolvimento nos respectivos alunos.

Com relação à tentativa de resolução, percebeu-se que algumas professoras ficaram em dúvida com relação ao número -2 (seria a operação 5-2?). A grande maioria procedeu resolvendo 5-2, escrevendo como resultado 3.

Dentre as professoras que tentaram utilizar a ideia de reta para responder as questões, algumas desenharam os números fora de ordem, colocando números negativos à direita dos positivos. Outras escreveram em ordem, porém, não conseguiram efetuar a mensuração da distância de forma correta, assinalando 8 ou 6 como resultado. Além disso, algumas esqueceram de colocar o zero na reta.

Dentre as que acertaram o cálculo, três resolveram utilizando o chamado "jogo de sinais", escrevendo a operação 5-(-2) = 5+2 = 7, demonstrando que recordam tal procedimento. Entretanto, se, de fato, aprenderam o conceito relativo a esse processo, só foi revelado quando questionadas do porquê "menos com menos é mais". As outras duas professoras utilizaram o recurso da reta ordenada para tal fim, o que confirma a suspeita de que, mesmo dentre as professoras que acertaram, sobressai a presença do recurso metodológico sobre o conceitual. Mas, como esses resultados podem ser explorados no decorrer do curso? Isso será relatado a seguir.

4.4.1.2 O desenvolvimento do curso

Quando o curso é apresentado, o primeiro slide mostra a frase de Liping Ma: "A aritmética, enquanto campo intelectual, foi criada e desenvolvida por seres humanos. Ensinar e aprender aritmética, criando condições nas quais os jovens possam reconstruir este campo nas suas mentes é a preocupação dos professores de matemática elementar".

Em seguida, foi discutido um pouco sobre a operação de subtração, bem como o motivo do curso, i.e., uma pesquisa realizada para a construção da dissertação de mestrado do autor e, ao mesmo tempo, um produto criado para a demanda mais solicitada do grupo de professores em questão.

Após isso tudo, foi feita uma breve explanação sobre o livro da autora Liping Ma. Então, foi acordado sobre a postura que as professoras deveriam adotar a fim de agilizar as etapas do curso, bem como favorecer o ambiente de aprendizagem. Posteriormente, foi explicado o procedimento para a resolução das 3 primeiras questões (Apêndice 4).

Após recolher as folhas das professoras, foi abordado o tema "conjuntos numéricos". Ocasião em que as professoras foram questionadas sobre a importância de conhecer os conjuntos numéricos.

Foi discutido a respeito de como identificar o conjunto o qual pertence um problema e de que forma é possível ajustar situações ao conjunto desejado de acordo com o interesse e a intenção do professor. Nesse momento, as professoras demonstraram dificuldade em identificar e/ou exemplificar números de determinados conjuntos.

Foi exibido o slide contendo a figura 19 e solicitado que identificassem uma falha. Dentre os palpites estavam: formato dos diagramas e ausência do conjunto dos “fracionários”. Explicou-se que se tratava dos números racionais. Nenhuma professora citou algo relacionado aos irracionais. Foi solicitado que pensassem um pouco a respeito e que isso voltaria a ser discutido no dia seguinte.

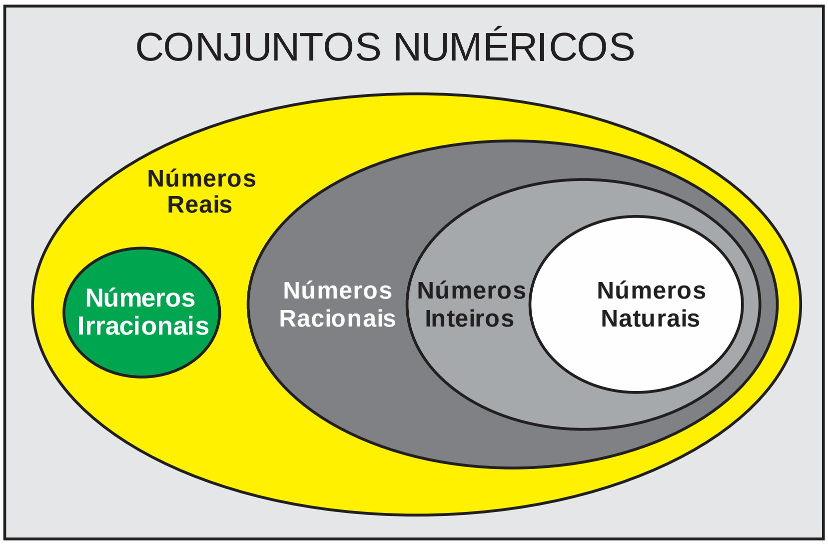


Figura 19 - imagem dos conjuntos numéricos.
Fonte: O autor.

Em seguida, foi solicitado que resolvessem o problema (Questão 5, Item a, Apêndice 4). A grande maioria das professoras respondeu que Dona Maria deveria dar 3,5 biscoitos a cada um dos filhos.

Após cada uma delas expor suas soluções, foi conduzida a discussão constante na figura 20 e ressaltadas as características de um problema aberto, elevando o grau de atenção às características que o problema poderia ter de acordo com a idade dos alunos.

Assim, verificou-se tratar de um problema com várias respostas corretas possíveis. Foi discutida a importância de se trabalhar problemas abertos, que permitam o posicionamento crítico dos alunos com relação às situações propostas para o desenvolvimento do significado que os números assumem em determinadas situações.

Logo, pode-se concluir que problemas como esse permitem que se façam abordagens diferentes de acordo com a intenção do professor. Tais atividades enriquecem a base conceitual do professor, defendida por Ma (2009).

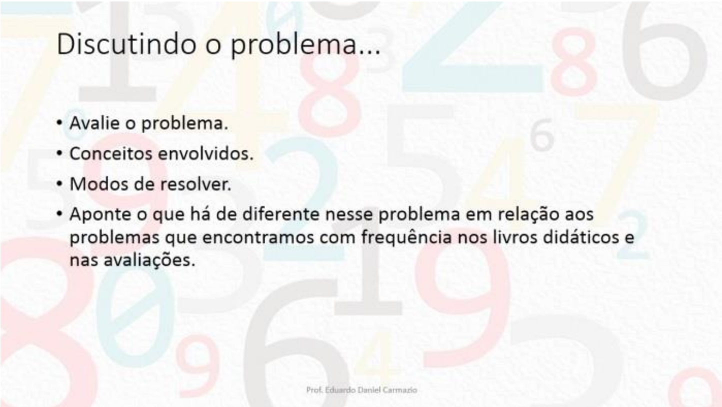


Figura 20 - Slide: discutindo o problema e comparando enunciados.
Fonte: O autor.

Em seguida, foi solicitado identificassem a solução do problema da Questão 5, item b, Apêndice 4. Conduzidos pela discussão constante na figura 21, ressaltou-se a importância de se escolher bem os valores colocados em determinados problemas, bem como o fato de que o professor sempre tenha consciência do que deseja explorar ao oferecer um problema para seus alunos.

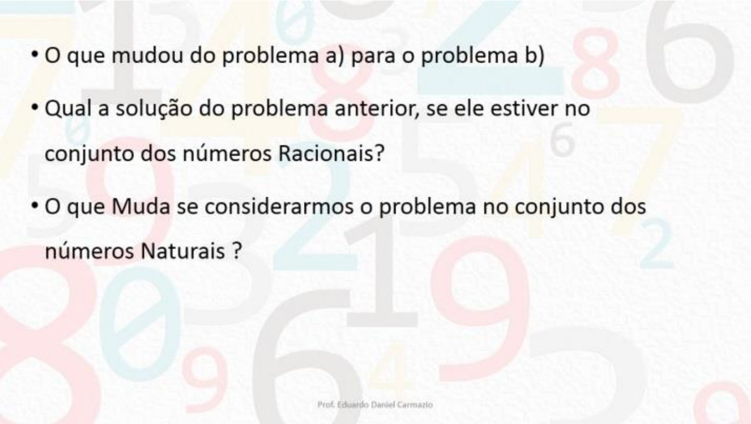


Figura 21 - Slide: possibilidades do ensino da subtração.
Fonte: O autor.

Nesse momento, foi falado sobre a operação de subtração, e as professoras foram convidadas a listar fatores que impedem ou dificultam a aprendizagem de tal operação.

Em uma das edições do curso, pode-se confirmar a dificuldade de interpretação de algumas participantes com relação à pergunta, pois citaram as ideias relacionadas à subtração (retirar e comparar) ao invés de listar o que, de fato, foi perguntado. Todavia, a maioria das professoras relatou fatores relativos à sala de aula, tais como: dificuldade de concentração, imaturidade, dificuldade de interpretação, dificuldade em conectar os conceitos, dificuldade na compreensão do abstrato e relacionar este ao concreto, insegurança com o sistema numérico decimal, dificuldade em proceder com o “empréstimo”, dificuldade na compreensão da ideia de número, dificuldade em identificar o "tamanho" dos números bem como da relação de ordem entre valores maiores e menores, etc. Nenhuma citou dificuldades ou fatores externos à sala de aula, bem como falta de preparo do professor.

Essa lista de fatores foi deixada em local reservado no quadro para ser utilizado com frequência durante todo o curso. O uso dessa estratégia tem o objetivo de possibilitar as conexões entre as sugestões propostas durante o curso com as dificuldades listadas, buscando evidenciar de que forma cada sugestão pode contribuir para sanar alguma dificuldade diagnosticada pelas professoras.

A seguir, foi solicitado que as professoras listassem os quesitos da figura 22.

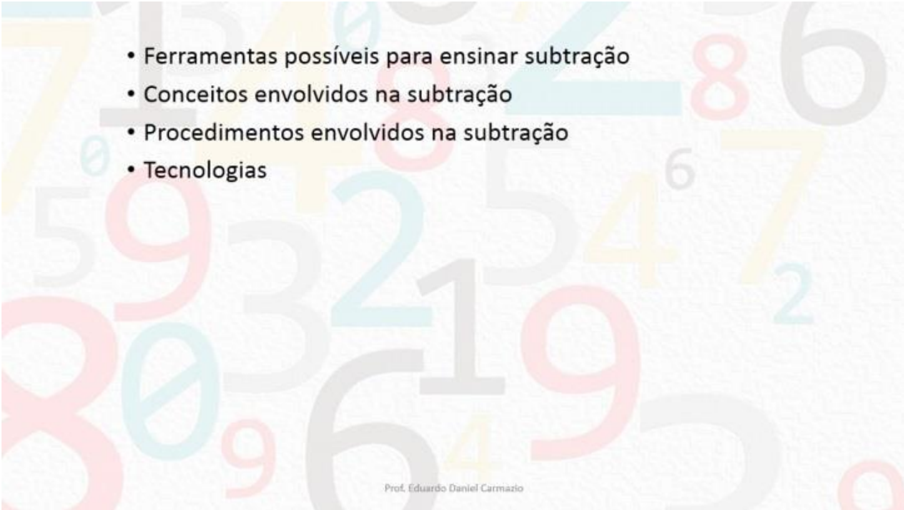


Figura 22 - Slide: importância do uso de materiais concretos.
Fonte: O autor.

Nesse momento, foram colhidas diversas informações. Com relação às ferramentas, foram citados os materiais concretos e os recursos lúdicos. Com relação aos conceitos, foram citadas as ideias de retirar, comparar e diferença. Com relação aos procedimentos, repetiram o que já haviam dito anteriormente e, com relação às tecnologias, citaram diversas opções.

Então, foi conversado e esclarecido que, para a aplicação das tecnologias e ferramentas, há infinitas possibilidades, portanto não faria parte da pauta do curso. Porém, com relação aos conceitos e procedimentos, há necessidade de se esclarecer como são envolvidos e abordados em determinadas situações e esses seriam os pilares do trabalho.

A seguir foi solicitado que as professoras efetuassem as operações constantes na Questão 6, operações muito simples de subtração, que elas resolveram com extrema rapidez. Porém, quando foi solicitado que respondessem às Questões 7, 8, 9 e 10, sentiram extrema dificuldade porque, ao resolver as operações da Questão 6, o fizeram de modo praticamente mecânico, por meio de valores colecionados em suas mentes, operações onde não é dada relevância a pequenos detalhes e limita-se a repetir procedimentos onde não se exploram ideias diferentes nem tampouco conceitos mais elaborados.

As professoras ficaram incomodadas com essas perguntas; em uma das edições do curso, uma professora ficou irritada e alegou que não há nada mais a ser feito, além do que ela fez, que se tratava de uma questão sem contexto, fechada, nos moldes do “arme e efetue”. Acredita-se que nesse momento, perdeu-se uma participante do curso, pois ela não voltou à sala depois do intervalo do lanche.

Em seguida, quando questionadas sobre as respostas das questões que avaliaram tais operações, as professoras citaram detalhes tais como: números de um a dez, questões possíveis de se resolver usando os dedos, questões adequadas para os primeiros anos, etc. Nenhuma professora atentou para a paridade dos valores, objetivo principal da atividade. Então, foi oportuno dar relevância a tal conceito.

Em seguida, seguindo a figura 23, o tema abordado foi a utilização de materiais concretos. Quando questionadas a respeito da importância de tal uso, todas confirmam o que havia sido citado durante as conversas individuais, i.e., é uma técnica profícua para o aprendizado dos alunos.

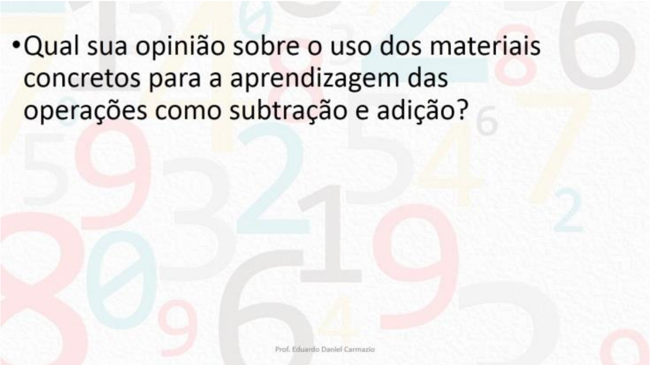


Figura 23 - Slide: importância de deixar de usar materiais concretos.
Fonte: O autor.

Depois da unanimidade dessa opinião, elas foram questionadas, conforme figura 24, a respeito da importância de o aluno deixar de ser dependente dos materiais concretos. Posteriormente, apresentou-se o filme “aprendendo a contar com Shin Chan”, personagem de desenho infantil disponível no site youtube, sob o endereço eletrônico https://www.youtube.com/watch?v=LBG3D2mpt0E, que retrata uma situação cômica, mas que reflete dificuldades de um aluno que não desenvolve habilidades de contagem sem a dependência de materiais concretos, no caso, os dedos.

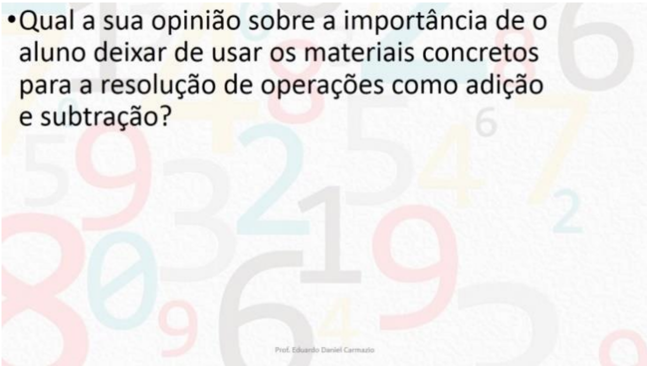


Figura 24 - Slide: importância de deixar de usar materiais concretos.
Fonte: O autor.

Após a discussão sobre a importância de "libertar" o aluno da dependência do uso do material concreto para a resolução de operações simples, as professoras foram questionadas se alguma vez já foram filmadas ensinando matemática.

A reação de insegurança foi geral no momento em que souberam da existência de imagens de professores ensinando matemática aos seus alunos ali, e que lhes seriam apresentadas. Então, foi exibido o vídeo do canal de humor "porta dos fundos", intitulado de "Romanos", que também mostra uma situação cômica, disponível no endereço https://www.youtube.com/watch?v=2vzwOeY9YUY, muito rico em detalhes que foram explorados nas discussões seguintes.

O vídeo mostra como o uso de símbolos e linguagens que parecem evidentes para alguns, podem não estar sendo claramente expostos para outros, especialmente para as crianças. Além disso, mostra posturas diferentes de alunos, indiretamente revela a falta de preparo do professor e explicita a importância do uso de linguagem clara em que todos os elementos devem ter identificação clara e específica.

As expressões faciais dos atores (alunos) revelam como alguns alunos se sentem durante as aulas de matemática, detalhe relevante para o curso. A exibição desse vídeo surtiu efeito acima do esperado nas duas edições do curso: as professoras divertiram-se e sensibilizaram-se em relação à importância do uso de linguagem adequada ao ensino matemática.

Como o conceito matemático envolvido no vídeo é equações, após verem o vídeo elas foram convidadas a criar uma equação, que é escrita no quadro (Atividade 11, Apêndice 4). A seguir, foi solicitado que uma voluntária fosse até a lousa para resolver e explicar como resolveu a equação.

Em ambas as edições do curso, as professoras que resolveram as equações o fizeram explicando os procedimentos mediante os termos “passa para o outro lado”, quando, então, foram questionadas sobre o que representa esse procedimento e sobre o porquê de “passar algo para o outro lado”. Forma convidadas à discussão ilustrada na figura 25.

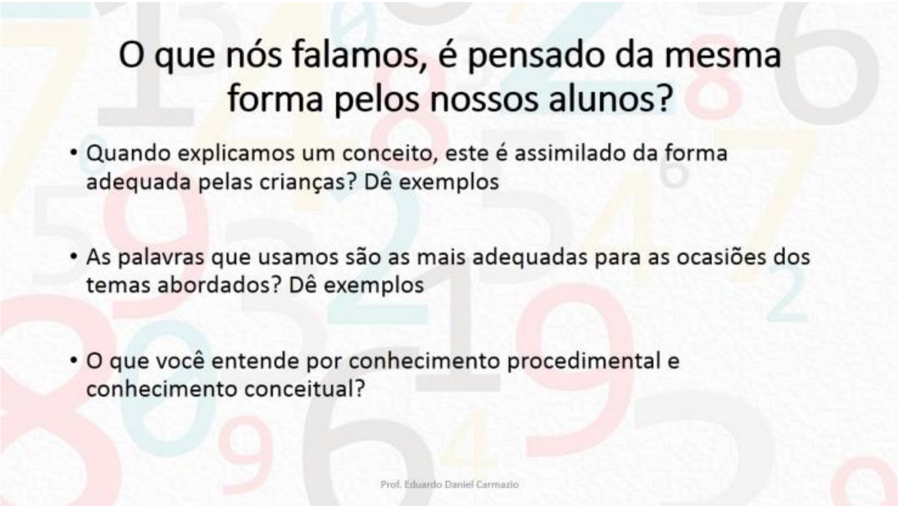


Figura 25 - Slide: avaliando o discurso docente.
Fonte: O autor.

Tal discussão teve como objetivo desafiar as professoras a repensar sua prática e, aliada às atividades anteriores, as convidava a se colocar no lugar do aluno com dificuldades que recebe a informação de maneira incompleta ou com uma linguagem inadequada.

Essa série de ações visa sensibilizar as professoras a adotar uma linguagem mais adequada ao ensinar matemática, linguagem essa, que fará parte de sua base conceitual e permitirá a construção de pensamentos mais elaborados e conexões mais significativas entre conceitos matemáticos.

Para começar a falar propriamente de subtração, lhes foi apresentado um vídeo intitulado “matemática para crianças”, inserido em um grupo de vídeos denominados “Descomplicando a Matemática” também disponível no youtube sob o link https://www.youtube.com/watch?v=l3Dy341ONbk, em que o autor usa alguns macetes para explicar subtração.

A expressão de espanto ou desagrado é geral nos rostos das professoras, que opinam que o vídeo mostra um método inadequado de apresentar a operação às crianças. Assim, começou-se a ter sentido a ideia de relacionar conceitos e procedimentos. Os exemplos foram contundentes, conseguindo ilustrar que muito do que é dito em sala de aula (e posto na internet) não está acompanhado de um sentido ao aluno, ou pior, está muito distante de conter algum conceito matemático.

Não obstante, lhes foi apresentado outro vídeo, intitulado de “aprendendo a fazer contas”, também disponível no site www.youtube.com sob o link https://www.youtube.com/watch?v=cJl92_ytkz0, o vídeo mostra uma operação de subtração resolvida com um recurso diferente do que as professoras estão acostumadas.

Nesse vídeo, devido ao algarismo das unidades e das dezenas do subtraendo serem maiores que os respectivos do minuendo, o autor do vídeo acrescenta uma unidade à classe superior do subtraendo, ao mesmo tempo em que reescreve os números do minuendo colocando o algarismo 1 ao lado de cada um deles, conforme figura 26. Esse vídeo não causou o mesmo espanto do anterior, mas também deixou dúvidas em todas as professoras sobre o método.

As professoras foram desafiadas a encontrar um argumento matemático que justifique o procedimento mostrado no vídeo; tal tarefa foi deixada como assunto a ser tratado no encontro seguinte.

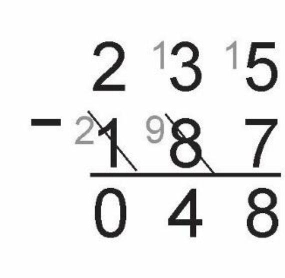


Figura 26 - Operação de subtração com recurso inusitado.
Fonte: O autor.

Até este momento, passaram-se cerca de duas horas de curso. O objetivo desta primeira etapa foi sensibilizar as professoras a perceberem que há muita coisa inadequada sendo levada para as crianças, tanto pela internet, quanto por elas mesmas.

Devido a isso, houve uma sensação de mal-estar com o intuito de evidenciar a necessidade de repensar práticas docentes. Na segunda edição do curso, o alcance desse objetivo ficou claro quando uma professora fez a seguinte colocação: “... até agora vimos muito sobre o que não fazer e sobre erros, mas você poderia nos dar dicas sobre o que fazer?...” Foi a melhor frase que poderia ser dita no momento.

Posteriormente, foi discursado sobre a subtração propriamente dita. Para tal fim, foram exibidos alguns vídeos da Khan Academy, em que os professores utilizam linguagem mais próxima da recomendada por Ma(2009) em sua obra.

Então, as professoras foram convidadas a avaliar essa nova maneira de ensinar matemática, usando a decomposição dos números. Foram citados exemplos de como essa prática deve ser explorada no decorrer dos anos e mantida, para que, à medida que os alunos aprendam números maiores, haja um aumento na habilidade em manipular tais valores. Além disso, essas práticas rompem a barreira da adição e subtração, servindo de base para o aprendizado das operações de multiplicação e divisão. Essa última consequência não foi citada nos dois primeiros encontros, pois foi esperado que as professoras percebessem tais relação e como essas práticas se conectam.

Quando foram discutidas as formas de ensino, uma professora citou o uso da decomposição dos valores. Foi imediatamente questionada se ela utilizava isso com os seus alunos, ao que respondeu: “...usei durante o ano de 2014, depois que vimos isso no PNAIC, e as crianças resolviam! [...] mas depois voltei a fazer da maneira que estava acostumada...”. Nesse instante, outra professora que estava no grupo comentou que recebeu aqueles alunos no ano seguinte e viu que eles resolviam as questões no caderno utilizando aquele método. Quando questionada se ela compreendeu o que eles faziam, não confirmou. Ficou evidente que não havia continuidade dos métodos conceituais, apenas de alguns procedimentos. Portanto, os alunos não teriam estímulo para desenvolver e aprimorar tais conhecimentos no campo de suas mentes. Infelizmente, as professoras que protagonizaram esse momento não concluíram o curso.

Sempre que um novo exemplo era mostrado às professoras, era evidenciado o uso da linguagem adequada, de argumentos verdadeiros, de termos corretos e sem ambiguidade, relacionando os exemplos à faixa etária que seriam adequados e solicitando que as professoras participassem dando suas contribuições.

Ficou evidente a importância da substituição de termos utilizados como “emprestar”, “vizinho”, “impossível”, “devemos sempre” por termos mais adequados como “decompor”, “reagrupar”, “unidades de ordem superior”, “maneira escolhida”, “preferível” ou “mais fácil”.

Após verem vários exemplos, foram convidadas a escolher um número de um algarismo e decompô-lo de várias maneiras. Depois disso, foram convidadas a encontrar outra maneira de resolver a Questão 6 do caderno. Nesse momento, a grande maioria das professoras conseguiu perceber a possibilidade de explorar mais conceitos matemáticos em atividades simples, tais como subtrair 6 de 9. Aventou-se, então, a eficiência em utilizar várias formas de decompor um número, de acordo com o interesse de quem o decompõe e de acordo com a operação envolvida.

Além disso, o uso da decomposição não deve se restringir às classes, pode ser dada ao aluno a liberdade de decompor como ele preferir, desde que contribua para a resolução das operações matemáticas. Foi ensinado que o professor pode e deve utilizar a decomposição para justificar os procedimentos utilizados no algoritmo usual, a fim de tornar claras as razões de determinados procedimentos.

Foram evidenciados detalhes importantes discutidos, tais como dar liberdade ao aluno para escolher diversas formas de compor e decompor os valores, bem como a possibilidade de o aluno escolher a melhor maneira de efetuar os cálculos de subtração ou adição, dando menos ênfase às regras e priorizando o conceito envolvido.

Foi enfatizado que o objetivo de todos os procedimentos, recursos e atividades é a aprendizagem do conceito envolvido nos mesmos. Sendo assim, este deve ser o eixo central de quaisquer ações propostas pelo professor.

Com o objetivo de não desprezar o uso dos recursos lúdico, materiais concretos e tecnologias, aliados às propostas do curso, foram usados 3 parâmetros para classificá-los: “Importante, necessário e suficiente”. Relativo a isso, interessante fato ocorreu: as professoras compreenderam a necessidade da exploração e/ou emprego de práticas além das convencionais e concluiu-se que nada do que foi visto pode ser classificado, com 100% de certeza, como suficiente.

No encerramento do encontro, foram revistos os conceitos trabalhados seguindo a figura 27 e são empregadas tarefas a serem cumpridas até o encontro seguinte, conforme figura 28.

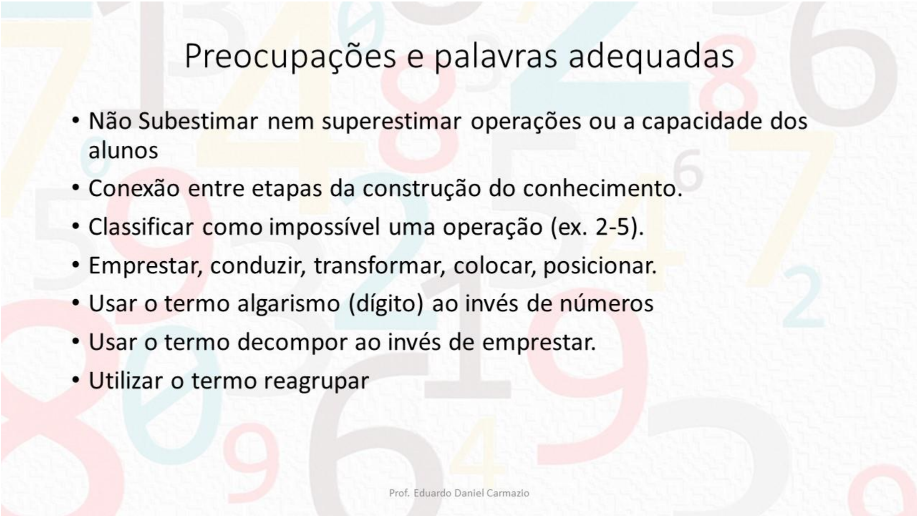


Figura 27 - Slide: Preocupações e palavras-chave para ensinar subtração.
Fonte: O autor.

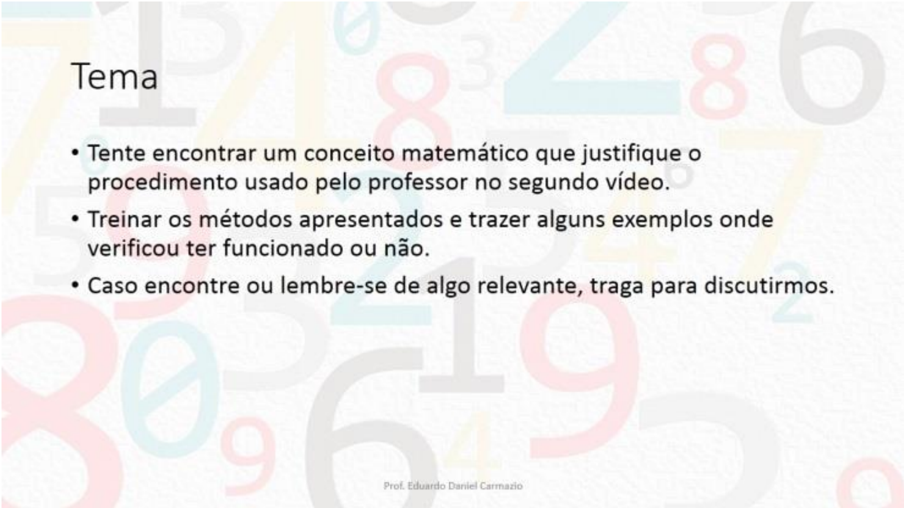


Figura 28 - Slide: tarefa para as professoras fazerem até o dia seguinte.
Fonte: O autor.

No final do dia, as professoras foram questionadas se algo do que foi estudado nesse encontro seria suficiente para resolver a Questão 02, que tratava de determinar a diferença entre 5 e -2. Após pensarem um pouco, elas percebem que não, e assim foi dito que este assunto seria trabalhado no segundo encontro.

4.4.2 O segundo encontro

O segundo encontro se iniciou com revisão do que foi estudado no dia anterior, com ênfase à decomposição dos números, e as professoras foram convidadas a utilizar esse método para resolução de algumas operações de subtração (Atividade 01 do Apêndice 5).

Pôde-se notar certa facilidade por parte de algumas professoras em manipular os valores e decompô-los. Em uma das edições, uma professora foi ao quadro e escreveu todas as dezenas separadamente para a resolução de 45-17, conforme a FIGURA 29.

$$\begin{array}{r} 10 + 10 + 10 + 10 + 5 \\ -\ 10 - 7 \\ \hline \end{array}$$

Figura 29 - Operação matemática: exemplo de decomposição.
Fonte: O autor.

E assim continuou para a maioria dos problemas, alegando que considerava um procedimento mais fácil. Tal ação chamou a atenção por se tratar de uma forma que, em algumas situações, tornaria excessivamente trabalhoso e favorecendo a ocorrência de erros no procedimento. Uma professora resolveu utilizando números inteiros quando os valores assim sugeriram; foi quando ficou explícita a possibilidade de utilização de diversos métodos para resolver as atividades. Como o uso de valores negativos não é recomendado para nos anos iniciais, as discussões acerca dos métodos utilizados foram muito enriquecedoras em ambas as edições do curso.

Em seguida foi cobrado o “tema”. Nenhuma professora afirmou ter conseguido cumprir as tarefas propostas. Quando questionadas a respeito do método utilizado no Vídeo 02, (ilustrado na FIGURA 25), nenhuma professora conseguiu justificar tal procedimento, embora algumas afirmassem compreender a ideia envolvida em tal ação.

Foram oferecidas diversas situações para a prática da decomposição, com números de 2 e 3 algarismos, sempre seguidas de discussões a respeito dos tipos de erros que os alunos costumam cometer, visando identificar falhas de ensino e estratégias para saná-las. Para isso, resolveu-se a Atividade 02 do Apêndice 05.

Detectou-se uma grande dificuldade dos alunos quando o zero aparece em posição de classe intermediária. Então, a decomposição se coloca mais uma vez como aliada no sentido de ilustrar como os números com essas características se comportam em situações de operações. Sendo assim, as professoras foram convidadas a relembrar os processos de contagem de elementos na pré-escola e no primeiro ano, quando é apresentado um conjunto vazio e é solicitado aos alunos realizar a contagem da quantidade de elementos desse conjunto. A resposta é unânime: “nenhum”.

Essa oportunidade foi então aproveitada para demonstrar como o zero não participa da vida do aluno no início do seu relacionamento com os números; o zero simplesmente não existe até que aparece de forma “mística” em algumas situações e espera-se que ele compreenda plenamente que aquilo que ele conhecia por “nenhum” agora se chama zero, e é representado pelo símbolo 0. As professoras foram então convidadas a explorar o uso do zero como valor atribuído à contagem da quantidade de elementos de um conjunto vazio e, a adotá-lo como elemento neutro da adição, agregando significados a este número**.**

No próximo momento do curso pediu-se para que as professoras representassem uma situação-problema de subtração por meio de uma ilustração (Atividade 03 do Apêndice 05) e, em seguida, as propostas foram comentadas em grupo.

Todas as professoras utilizaram desenhos explorando a ideia de "retirar" para demonstrar a subtração e, ao explicar como procederiam com a explicação aos alunos, afirmaram que seriam problemas de retirar e contar. Houveram desenhos de frutas, corações, riscos, etc. Depois que as professoras falaram como procederiam, foi discutido sobre as possibilidades de se explorar, no mesmo contexto, mediante o mesmo desenho, as outras ideias relativas à subtração, que visassem colaborar com o desenvolvimento do pensamento sistematizado da operação, utilizando-se, para isso, vários termos adequados à aprendizagem.

As participantes mostravam-se impressionadas com os detalhes que passavam despercebidos em sua metodologia e mostravam-se dispostas a acrescentar, em sua prática, as ideias propostas e discutidas no grupo. A cada situação discutida, as anotações no quadro que retratavam as dificuldades apontadas por elas eram relembradas e avaliadas as maneiras pelas quais tais práticas podem auxiliar e/ou sanar tais problemas.

Dentre os problemas citados pelas professoras, estava a interpretação dos enunciados de problemas matemáticos onde apareciam perguntas do tipo “quantos objetos Maria possui *a mais* que João”, onde relataram que a palavra *mais* provocava confusão de interpretação dos alunos e induzia alguns a somarem os dados do problema. Nas situações criadas por elas, foi ressaltada a importância de se explorar a ideia de comparação e, ao discutir os exemplos criados com os alunos, utilizar perguntas como: “quantos corações *a mais* estão no conjunto?”, “quantas maçãs *a mais* estão na árvore?”, “quantos riscos *a mais* estão no primeiro conjunto?” e suas recíprocas: “quantos corações *a menos* estão no outro conjunto?”, etc.

A importância de utilizar e repetir essas palavras como construtoras de ideias nas mentes dos alunos pareceu importante aos olhos das professoras que puderam perceber a variedade de oportunidades perdidas no processo de ensino aprendizagem.

4.4.2.1 Calculando Estimativas

No próximo momento do curso, foram apresentadas as operações contidas da figura 30 e foi solicitado que as professoras fizessem a estimativa dos resultados.

Figura 30 - Slide: operações para estimativas.
Fonte: O autor.

As professoras efetuaram os cálculos e informaram os valores anotados no quadro. Em seguida, foram discutidas as maneiras como elas pensaram para realizar tais operações. Na sequência foi solicitado que resolvessem a Questão 4 do Apêndice 05, em que elas avaliaram a importância de calcular as estimativas. Dentre as importâncias citadas não foi citada a de avaliar os resultados de cálculos exatos, ferramenta importante que o aluno deve desenvolver para facilitar o entendimento da matemática no decorrer de sua caminhada escolar e no cotidiano.

Após, discutiu-se algumas questões apresentadas na figura 31:

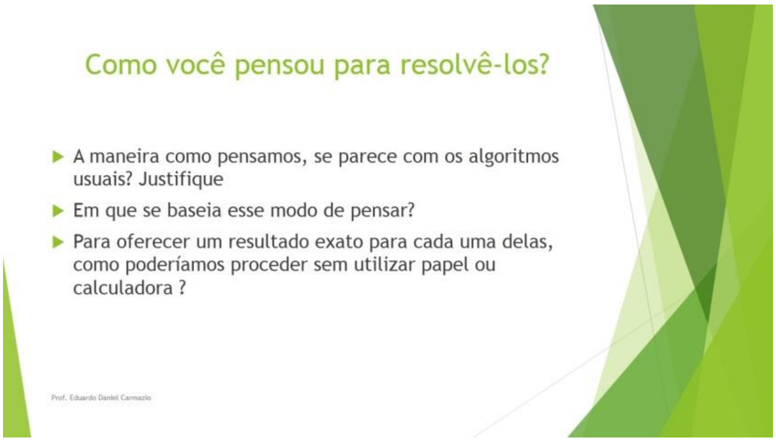


Figura 31 - Slide: avaliando o processo de estimar.
Fonte: O autor.

As professoras tiveram muita dificuldade para responder as duas primeiras perguntas; foi então que a discussão permeou o tópico “conceito X procedimento”, já abordado no primeiro dia de curso. Felizmente, puderam perceber que não há plena consciência dos métodos e processos envolvidos em cada prática, que muitas ações são feitas de forma inconsciente e quase automática e que muitas vezes não se percebe a falta de conexões importantes para a aprendizagem dos alunos.

A terceira pergunta conecta a atividade ao objetivo dessa prática: algumas professoras conseguiram respondê-la com dificuldade, mas nenhuma conseguiu descrever uma linha de pensamento consistente para ilustrar um resultado exato para cálculos com números grandes, como os do exemplo, assim, as bases conceituais utilizadas para explicar os procedimentos pareciam com o que Ma(2009) chamou de pseudoconceitual.

Em seguida, buscando explorar um exemplo do dia-a-dia, foram conduzidas as discussões constantes na figura 32.

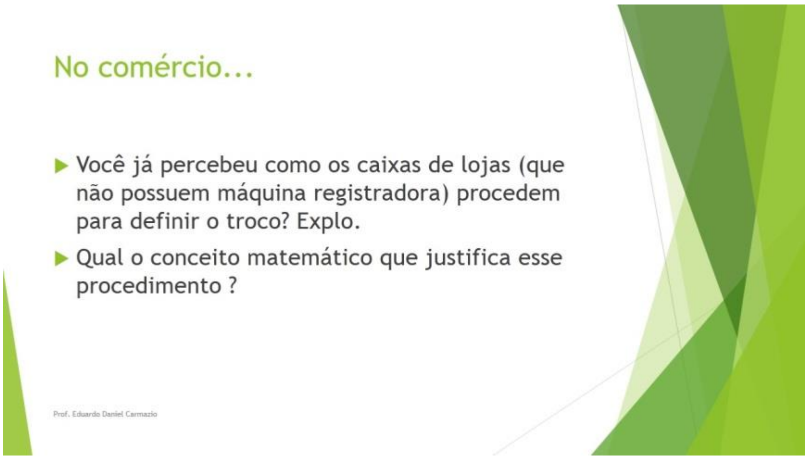


Figura 32 - Slide: subtração no cotidiano.
Fonte: O autor.

Várias professoras descreveram o procedimento usual dos caixas, descrevendo com suas palavras que eles partem do valor gasto e vão acrescentando o troco até que complete o valor em dinheiro entregue pelo cliente.

Ao serem questionadas sobre algum conceito matemático que justifique esse procedimento, não conseguiram encontrar. Então, foi apresentada a elas a reta numérica como ferramenta de ensino aliada à ideia de completar relativa à subtração

4.4.2.2 A reta numérica

Por meio de um vídeo da Khan Academy em que um professor utiliza a reta numérica para ilustrar uma operação de subtração, é citada a importância da utilização da reta como ferramenta para ensinar e aprender matemática, em especial, as operações de adição e subtração. Foram apresentados vários exemplos de como explorar a ideia de retirar, comparar e como o conceito de diferença fica muito claro quando mostrado na reta numérica.

Para esta finalidade, foi proposta, novamente, a resolução da Questão 6 do Apêndice 05, atividade anteriormente feita com o uso da decomposição, que agora seria feita com utilização da reta numérica. Em seguida, elas expuseram as maneiras que utilizaram para resolver tais operações.

Foram feitos exemplos com a reta numérica onde se marcam os pontos relativos aos dois valores (minuendo e subtraendo) e, em seguida, conta-se o valor correspondente à distância entre eles, método este que explora o conceito de diferença.

Foi também utilizado o método de marcar o maior dos valores e convencionar que o subtraendo corresponde a uma contagem no sentido decrescente da reta. Então, ao se efetuar uma contagem de unidades correspondentes ao subtraendo no sentido decrescente da numeração da reta, chegaremos ao ponto correspondente ao valor da diferença entre eles.

Além disso, a ideia de comparação pode ser utilizada desenhando-se duas retas paralelas e marcando em cada uma delas o valor relativo ao minuendo e ao subtraendo. Assim, compara-se o comprimento de cada uma das marcações e a subtração corresponde à quantidade que uma delas tem a mais que a outra.

Foi demonstrado como a reta pode ser usada para justificar o modo de pensarmos nos cálculos das estimativas vistos na atividade anterior, quando é citado o uso de pontos de referência para facilitar esses cálculos.

Discutiu-se a propriedade que, ao se acrescentar ou retirar valores iguais ao minuendo e ao subtraendo, a diferença se mantém[*]. Por meio desta propriedade, é justificado o procedimento adotado pelo autor do vídeo apresentado na aula anterior e como essa propriedade facilita, de fato, cálculos aparentemente complexos.

Pediu-se então, que as professoras resolvessem a operação 2000-159 pelo método usual, "emprestando" do milhar até a unidade; em seguida, pediu-se que utilizassem tal propriedade, aliada ao conceito de sucessor e antecessor de um número, subtraindo uma unidade de cada um dos termos envolvidos, conforme figura 33.

Tal procedimento é muito rico à medida que é utilizado aliado à justificativa que é possível se obter o mesmo valor de diferença em infinitas situações diferentes, simplesmente percorrendo valores sobre a reta desde que seja mantida entre eles a mesma distância.

---

[*] propositalmente, não é citado o exemplo das diferenças de idades no decorrer do tempo, pois é esperado que tal situação seja naturalmente explorada durante as atividades das professoras com os alunos.

Figura 33 - Operação: exemplo de subtração com e sem o uso da propriedade.
Fonte: O autor.

Em seguida, apresentou-se alguns problemas de subtração onde é utilizada a reta para tal resolução, em paralelo com o uso da decomposição.

Após a prática do uso da reta, discutiram-se maneiras possíveis de utilizar esse recurso no decorrer dos anos do E.F., quando se conclui que desde o primeiro até o quinto ano é possível utilizar esse valioso recurso de ensino.

No momento seguinte, explicou-se que o uso da reta é o único método estudado no curso que oferece os recursos conceituais suficientes para a resolução da Questão preliminar 02.

Foi também ressaltado que os alunos necessitam utilizar a reta no decorrer de sua vida escolar, tanto quando estudarem os inteiros, a partir do sexto e sétimo anos, bem como quando forem estudar os números reais e as funções no ensino médio. Neste ponto do curso foi comentado que os alunos tendem a ter dificuldades quando começam a estudar os inteiros, pois não estão acostumados a usar a reta, que é base principal de orientação para o estudo desse conjunto numérico. Relembrou-se, também, que o uso desses recursos aliados e integrados permite uma conexão entre conhecimentos prévios e conhecimentos futuros.

Ao explorar a reta, as professoras foram relembradas de que, na pré-escola, quando os alunos conhecem os números, eles geralmente aparecem ordenados, colados à parede, nas posições semelhantes às que aparecem na reta. Assim, o uso da reta desde o primeiro ano é um modo de conectar o conhecimento prévio do aluno, oriundo da pré-escola, com os conceitos que serão estudados naquela etapa de sua caminhada escolar.

Além disso, ao desenhar partes da reta numérica, a professora pode e deve comentar com os alunos que existem outros números além daqueles que estão sendo estudados e que eles vão estudá-los nos anos seguintes, evitando o uso de argumentos falsos ao justificar determinadas ações.

Para explorar a ideia de equações, as professoras foram convidadas a resolver a Atividade 7 do Apêndice 5, em que ambas as situações são resolvidas por meio de subtração. Entretanto, uma utiliza o sinal da adição (+) e a outra o sinal de subração (-). Em seguida elas foram questionadas sobre as maneiras possíveis de justificar aos alunos o procedimento adotado.

No próximo momento do curso, seguindo o slide da figura 34, as professoras opinaram a respeito do que aprenderam durante os dois dias do curso, e argumentam de diferentes maneiras.

Uma professora alegou que lhe parece mais difícil para os alunos aprenderem por meio da decomposição quando comparado ao método usual. Outra professora disse que a adoção dos métodos em todos os anos pode sim produzir bons frutos no decorrer do tempo. No geral, com relação a facilidade e eficiência, houve muita variação de preferências, mas a grande maioria reconheceu o uso da reta como o mais completo, conforme esperado.

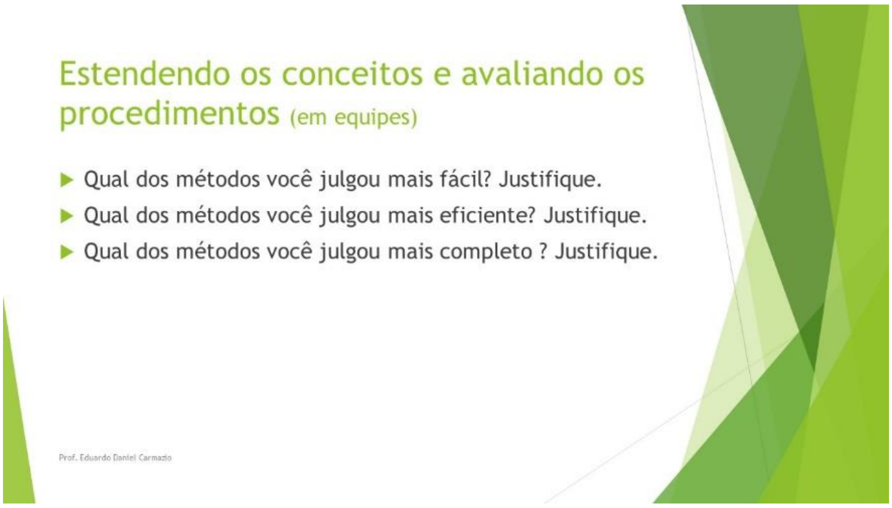


Figura 34 - Slide: avaliação dos recursos estudados.
Fonte: O autor.

Aqui, retomou-se o tema "conjuntos numéricos" para exemplificar como o uso da reta é adequado às operações em todos os conjuntos. Foram resolvidos exemplos com números naturais grandes e pequenos, números inteiros grandes e pequenos e, finalmente, números racionais.

Para a conclusão deste encontro, foram dadas dicas para uma boa contextualização conforme figura 35.

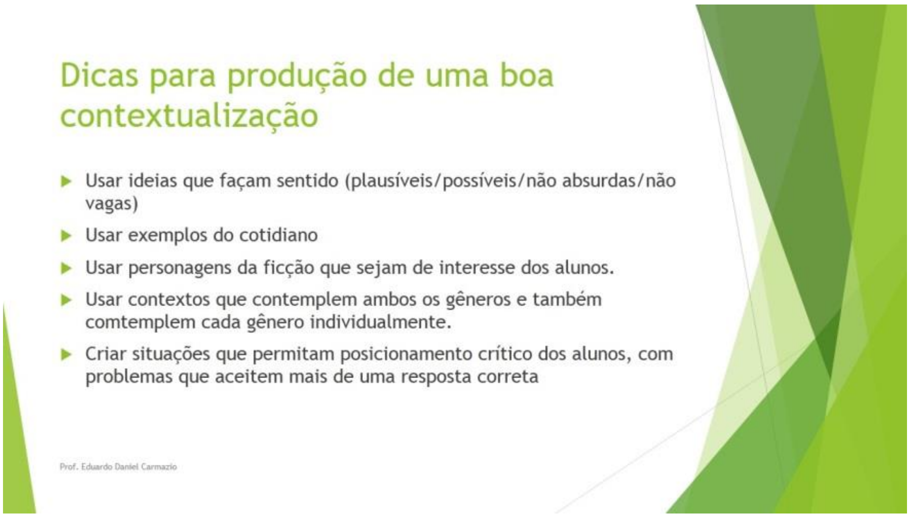


Figura 35 - Slide: dicas para uma boa contextualização.
Fonte: O autor.

Os exemplos foram rapidamente discutidos. O primeiro destes, conforme figura 36, tem como tema as Olimpíadas de 2016, assunto que estará presente no dia-a-dia dos alunos. Trata-se de um problema fechado, com um contexto que desperta forte interesse principalmente nas crianças que tem predileção por esportes.

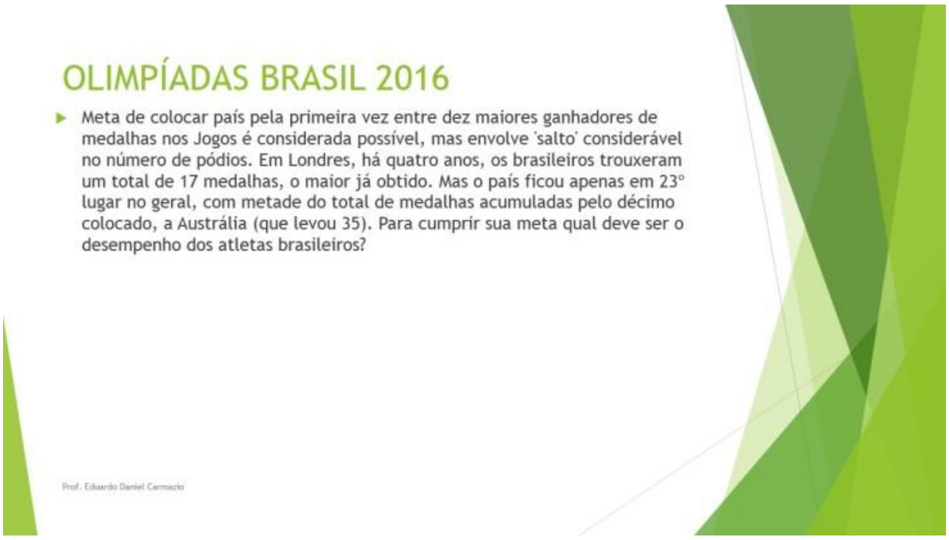


Figura 36 - Slide: problema contextualizado com olimpíadas.
Fonte: O autor.

O segundo e o terceiro exemplos, figura 37 e figura 38, vêm da fantasia, do cinema, explorando filmes que contemplam ambos os gêneros, demonstrando que a contextualização não precisa ser necessariamente situações da vida real, ou do cotidiano, ressaltando mais aplicações da matemática.

Além disso, contém questões abertas, que permitem o desenvolvimento da criatividade e de pensamentos elaborados, possibilitando o posicionamento crítico e, ao mesmo tempo, podendo ser uma situação divertida aos alunos, o que permite ao professor identificar dificuldades ou habilidades que não são rotineiramente expostas.

Além disso, quando o professor utiliza de elementos que fazem parte do universo infantil, demonstrando que compartilha interesse pelos gostos que até então pareciam ser exclusivos das crianças, desperta nelas maior cumplicidade, melhorando a convivência e ampliando a relação afetiva entre professor e aluno, uma vez que ele ficará mais à vontade para participar e opinar sobre as situações propostas.

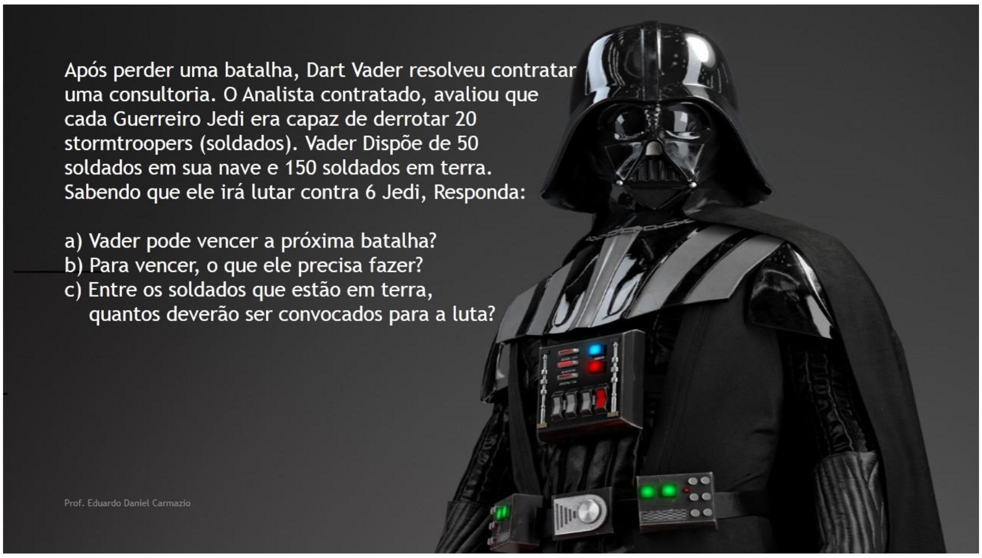


Figura 37 - Slide: problema contextualizado com Star Wars (cinema).
Fonte: O autor.

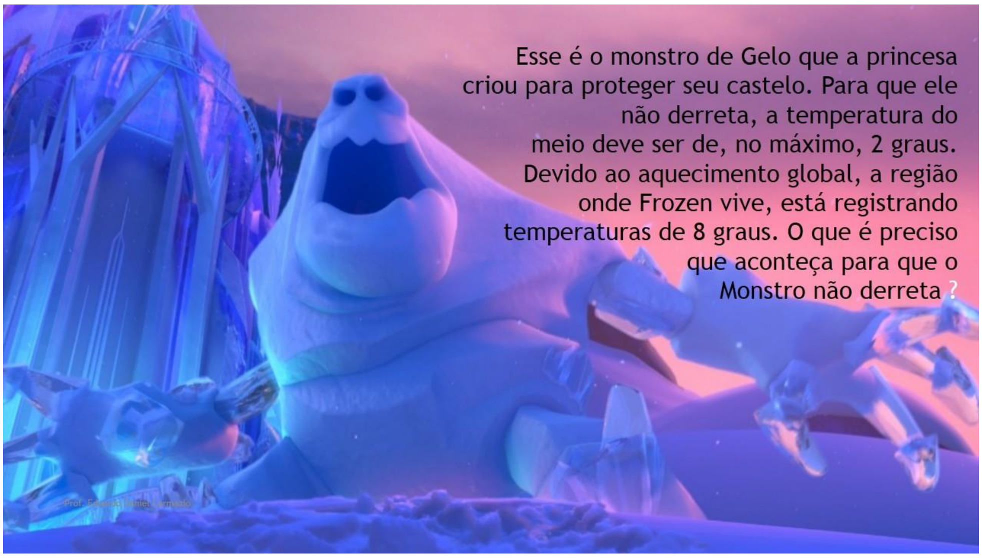


Figura 38 - Slide: problema contextualizado com Frozen (cinema).
Fonte: O autor.

Após a discussão sobre contextualização, orientou-se sobre a conclusão do curso. As professoras aplicaram a seus alunos essa nova maneira de ensinar e pensar as operações de subtração e adição. Foi acordado o prazo de aproximadamente seis semanas, durante as quais elas colecionariam e selecionariam dados relevantes à análise da eficácia dos métodos ali discutidos.

Uma das participantes, aparentemente motivada, afirma que pelo pouco tempo de experiência docente, sentia grande necessidade de oferecer uma alternativa de ensino que consiga obter melhores resultados de aprendizagem e se dispôs a praticar esses métodos junto a seus alunos.

A última questão do caderno de atividades desse encontro solicitava à participante que fizesse uma avaliação dos dois primeiros encontros. A grande maioria das respostas elogiava o conceito, o método e a prática. Entretanto, uma das respostas entregues na primeira edição citava que faltava dinamismo, que as professoras deveriam participar mais. A possibilidade desse problema era prevista, já que o curso possuía uma carga muito grande de conceitos a ser passada em um curto espaço de tempo; esta crítica foi levada em consideração para produzir melhorias quando da realização da segunda edição no município vizinho.

Cada participante recebeu o guia para o “trabalho final” (Apêndice 3), tema base para o último encontro do curso e requisito para a certificação do mesmo. Além disso, elas receberam um grupo de dicas e lembretes sobre o que foi estudado, como guia para orientar os trabalhos seguintes.

4.4.3 Encontro final do curso

O assunto do encontro final foi a experiência das professoras no decorrer das semanas seguintes aos dois encontros iniciais do curso. Para realizar as atividades, as professoras formaram equipes.

Na primeira atividade, cada professora falava para sua equipe sobre as atividades que os alunos realizaram. Em seguida, a equipe escolhia uma integrante para expor ao grande grupo sua experiência, sobre como os alunos manipularam os números com o uso das metodologias propostas.

Para a segunda atividade, o processo foi o mesmo: cada professora compartilhava primeiramente com sua equipe sobre como os alunos reagiram ao novo método, relatando situações particulares.

A terceira atividade tratava de contextualização: colher exemplos de contextualizações eficientes e/ou interessantes.

A conclusão tratava de uma revisão do que foi estudado, e o tempo foi usado para discutir possíveis dificuldades que as professoras encontraram ao introduzir essa maneira de ensinar aos seus alunos. Parte desses detalhes será descrita a seguir.

Primeiramente, houve a dificuldade natural de encontrar uma data comum para a participação de todas as professoras da escola urbana e das escolas do interior. Com o auxílio da secretária municipal e das diretoras, foi agendada a noite do dia 23 de março para que a maioria das professoras pudesse comparecer, assim, foi possível reunir todas as professoras participantes em um único local.

A quantidade de material produzido superou as expectativas, produções bem elaboradas e discussões interessantes foram colhidas deste encontro, das quais, algumas serão citadas a seguir.

Uma professora de quarto ano relatou que havia trabalhado a operação de subtração e a divisão naquele período com os alunos. Relatou as dificuldades disciplinares da turma como o maior empecilho para a aprendizagem e explicou sobre o que havia trabalhado em sala com os alunos. Ao explicar a maneira como trabalhou, pôde-se perceber que utilizou os conceitos de composição e decomposição durante as aulas, porém, não houve utilização relevante dos mecanismos discutidos durante o curso para a resolução das operações pelos alunos.

Uma professora de quinto ano citou que a utilização do método produziu bons resultados, que alguns alunos que apresentavam dificuldades estavam apresentando evoluções de aprendizado com o uso da metodologia proposta. Entretanto, outros que já dominavam as operações mais simples evitavam utilizar a decomposição e/ou a reta como ferramenta para calcular, haja vista que exigem um tempo um pouco maior para as resoluções das operações em questão. A possibilidade desse problema foi prevista e discutida durante os outros encontros e uma possibilidade de motivar o aluno a utilizar essas ferramentas é oferecer situações cada vez mais complicadas para ele solucionar, até que ele perceba a utilidade do método. Porém, caso o aluno já domine todas as operações nos números naturais, saiba interpretar e comparar resultados, tenha habilidades de cálculo de estimativa e em operações com números de tamanhos diferentes, a decomposição torna-se realmente dispensável, pois o conceito já está internalizado por ele.

Uma professora de turma multisseriada relatou ainda estar insegura sobre a utilização integrada de todos os mecanismos propostos; optou então por usar inicialmente apenas a decomposição, mas que já havia sentido uma ótima resposta por parte dos alunos.

Relatou que discutiu com alunos sobre a possibilidade de encontrar a mesma diferença utilizando valores diferentes e propôs em sala uma atividade com ênfase nessa propriedade; propôs o exercício que solicitava aos alunos que produzissem operações de subtração com resultado predefinido, inicialmente com valores pequenos. Ao aplicar essa atividade, a maioria dos alunos conseguiu executar, mas foi surpreendida por um aluno que ofereceu muitas possibilidades de resolução, preenchendo duas páginas de propostas para tal, demonstrando habilidade em manipular os valores fora do comum. Esse momento foi oportuno para motivar a professora a utilizar as demais ideias, mesmo sem ter domínio total delas, pois nessas ocasiões os alunos podem surpreender, enriquecendo as aulas e aumentando a produção intelectual.

Uma professora de turma multisseriada citou que implantou o uso da decomposição com seus alunos, e nesse período percebeu que alguns alunos receberam bem a proposta enquanto alguns resistiram um pouco a adotar tais práticas. Quando questionada se ela percebeu evolução, informou que sim: há alunos que executaram o procedimento com extrema rapidez e desenvolveram intimidade rapidamente com o método. Relatou também que, entre os alunos com dificuldade, alguns já demonstraram evolução, tanto na compreensão do conceito de número, quanto na eficiência ao executar operações de adição e subtração.

Uma professora do terceiro ano relatou que estava utilizando os conhecimentos estudados no curso, mas o que mais lhe chamou a atenção foi a nova maneira de “falar matemática” aos alunos, a utilização dos termos corretos e a recepção dos alunos com relação a esses.

Relatou ainda, que ao explicar sobre a substituição do termo ‘‘emprestar” pelo termo “decompor”, a recepção dessa nova linguagem foi ótima e que já nos primeiros dias alunos adotaram o uso desses termos, inclusive corrigindo a professora quando utilizava por engano o termo anterior. Relatou que sentiu a diferença de aprendizado dos alunos com o emprego dos termos corretos e como esse uso oferece melhores condições ao professor para explicar outros conceitos matemáticos.

Dentre as atividades propostas à sua turma, a professora trouxe um conjunto de cédulas representando os valores de dinheiro com os quais simulava situações de comércio com seus alunos. Utilizou essas cédulas com o intuito de compor e decompor valores relativos aos produtos e no processo conseguiu explorar essas ideias junto com as operações de adição e subtração. Informou que antes do curso, utilizava apenas cédulas de 1, 10, 50 e 100 unidades de valor, mas que depois do curso, passou a utilizar as cédulas dos demais valores, 2, 5 e 20 unidades, percebendo a possibilidade de permitir aos alunos outras maneiras de compor e decompor os valores.

Foi acrescentado a sua exposição as outras possibilidades de explorar ideias junto às atividades propostas a fim de enriquecer a atividade e, ao desenvolvê-las, aliar o concreto e prático aos algoritmos e à reta numérica.

Trouxe também para o curso, um jogo de tabuleiro em que os valores das casas eram definidos por operações e relatou a curiosidade dos alunos pelo jogo, efetuandose os cálculos sem perceber a relação de ordem existente entre as casas, (talvez porque o foco deles estava no processo de jogar e não na compreensão da dinâmica envolvida). Foi discutido sobre o que fazer após a aplicação da atividade e que essa seria uma oportunidade para debater, junto à turma, sobre as características existentes no tabuleiro; um “segredo” oculto ali que os alunos deveriam descobrir.

Caso a professora use esses procedimentos em suas próximas atividades, estará seguindo o caminho descrito pelos professores chineses a Ma (2009) ao utilizar os materiais manipuláveis, aumentando assim, as chances do êxito da aprendizagem.

Uma professora do primeiro ano relatou que havia feito uma prática utilizando biscoitos em formato de coelho para explorar a ideia de subtração.

Quando questionada sobre o processo da atividade ela relatou que entregava certa quantidade de biscoitos ao aluno, solicitava que fizesse a “contagem dos coelhos” e, em seguida, retirava determinada quantidade de coelhos e solicitava que os recontasse para determinar quantos haviam sido removidos; esse seria o resultado da subtração daquela quantidade de coelhos em relação à inicial do conjunto.

Disse ainda que a atividade foi boa e que os alunos gostaram, inclusive porque comiam o material didático logo em seguida. Nessa oportunidade foram discutidas possibilidades de enriquecimento desta atividade, que é simples, mas extremamente interessante. Outras ideias foram elencadas:

-Usando os biscoitos, a professora poderia construir dois conjuntos, questionar os alunos sobre quantos biscoitos tem *a mais* em um com relação a outro e mudar a pergunta, referindo-se ao conjunto de menor quantidade e perguntando quantos biscoitos o conjunto tem *a menos* que o outro, explorando assim a ideia de comparação presente na subtração. Além disso, a criança tem a oportunidade de começar a usar a linguagem que é relatada como uma das maiores confusões ao interpretar problemas, as expressões “a mais” e “a menos”.

-Como os biscoitos são em forma de coelhos, a professora poderia sugerir aos alunos que fizessem uma fila de coelhos para explorar a organização dos mesmos de maneira que se assemelhe à reta numérica, procedendo com a contagem ordenada da esquerda para a direita, a fim de determinar a quantidade inicial. Em seguida, poderia definir um limite máximo para o comprimento da fila, donde a criança poderia ter um problema aberto a resolver. Além disso, poderia usar duas filas com quantidades diferentes de biscoitos e explorar a ideia de comparação aliada à da reta.

Após essas colocações pôde-se perceber que a professora ficou impressionada com as possibilidades que estavam o tempo todo ao seu alcance e que ela não percebia; afirmou que ainda tinha biscoitos e que iria refazer a prática com os alunos.

Caso aceite as sugestões, a professora estará ampliando os possíveis conceitos a serem conectados e favorecendo a construção de esquemas mentais e o desenvolvimento da base conceitual dos alunos.

Uma professora relatou que havia apresentado um conceito à turma nomeando-o de deslocamento de valores na subtração e que os alunos gostaram muito; tratava-se do uso da propriedade citada anteriormente, relativa ao fato de que ao adicionarmos ou subtrairmos valores iguais a cada uma das partes da subtração, a diferença não se altera.

Ao questionar detalhes dessa prática com a professora, ela informou que havia trabalhado esse método sem utilizar a reta numérica, momento em que foi oportuno enfatizar a importância do uso da reta para justificar o procedimento adotado por eles, aliando-o ao conceito que o torna válido, ou pelo menos, que fosse apresentada a reta como opção de recurso auxiliar para resolver operações dessa natureza.

Essa professora solicitou ajuda para sanar algumas dúvidas que haviam surgido e, neste momento, ficou nítida a dificuldade em utilizar métodos diferentes dos costumeiros. Também ficou evidente que a mesma não havia compreendido o porquê de tais procedimentos, impossibilitando que o explicasse aos alunos.

No quesito dia a dia do aluno, uma professora de quinto ano relatou o uso de um problema que exigia a ideia de equações. Disse que tal problema rompeu a barreira da sala de aula, envolvendo as famílias dos alunos, tratava-se de um problema típico de charadas. Eis o problema: “Um pastor diz para o outro: - Dê um de seus carneiros que ficamos com igual número de carneiros. O outro responde: - Nada disso, dê-me um de seus carneiros que ficarei com o dobro dos seus. Quantos carneiros têm cada um? Represente a situação citada por meio de desenho e explique o resultado final.”

Tal problema despertou a curiosidade dos pais e colegas, produzindo um efeito acima do esperado. Esse momento foi oportuno para falar sobre o poder da matemática em envolver as pessoas: mesmo em se tratando da solução de um simples problema ela consegue mobilizar grupos e unir pessoas em prol de um objetivo comum que, nesse caso, era o prazer da descoberta ou pelo sentimento de desafio.

Além disso, o problema traz duas exigências pouco comuns em problemas matemáticos: solicita que desenhe a situação e que justifique a resposta. Tal problema, embora não utilize diretamente os conceitos abordados durante o curso, explora de modo crucial a ideia principal estimulada que é a de colocar o porquê em tudo o que for possível dentro da disciplina, preenchendo de significado todos os procedimentos e métodos utilizados durante a caminhada escolar.

Foi relevante lançar esse olhar sobre essas situações. Essa professora também relatou que a maioria dos seus alunos já tinha intimidade com a subtração, sendo a interpretação o maior vilão na disciplina. Entretanto, para os alunos que tinham dificuldade de aprendizagem, o uso da decomposição e da reta numérica como ferramentas foi fator que auxiliou na evolução dos mesmos. Com relação aos demais alunos, por sua vez, demonstraram facilidade em manipular os valores, tanto no uso da reta quanto na decomposição.

Durante uma das discussões sobre decomposição, uma professora exemplificou que, ao treinar as decomposições com seus alunos, uma situação como 2+2+2+2+2 poderia ser representada por “cinco vezes dois”. Foi quando apareceu a ideia esperada da multiplicação a partir da decomposição. Essa oportunidade foi explorada para ressaltar a diferença entre as duas situações, pois, embora as duas sejam decomposições, a primeira é em parcelas e a segunda é em fatores.

Uma professora trouxe para o encontro a dúvida sobre um procedimento de adição, em uma soma do tipo 137+263: utilizando a decomposição, qual seria a maneira mais adequada de proceder? Primeiramente foram escritos no quadro os valores e decompostos segundo as classes, 100 + 30 + 7 em uma linha e 200 + 60 + 3 na outra; imediatamente abaixo foram postos, lado a lado, os resultados das somas correspondentes a cada uma das classes, 300 + 90 + 10 e somados esses valores, totalizando 400. Ela indagou que procedeu somando a partir das unidades: como esse valor passou a compor uma dezena, ela sugeriu colocá-lo junto às dezenas 30 e 60, na linha superior aos dois valores, somando-os e totalizando assim 100; esse resultado por sua vez, rompe a barreira das dezenas e ela sugere que o procedimento seja repetido, escrevendo o 100 acima das centenas e somando-o com 200 e com 100, obtendo o resultado desejado.

Ao relatar esse procedimento, criou uma situação de stress (stress bom!), pois ambas as soluções estavam resultando no mesmo valor e estavam trilhando caminhos diferentes. Uma pergunta natural surgiu: como avaliar e comparar os dois métodos[*]? Então, foi esclarecido que ambos os métodos são aceitáveis, mas que, ao abordar cada um deles, o professor deve perceber que contemplam objetivos diferentes.

O primeiro é mais simples e direto, e o objetivo é possibilitar ao aluno que visualize os valores de cada classe, que perceba os tamanhos dos números e que efetue, com facilidade, a adição.

O procedimento adotado pela professora tem o objetivo de ressaltar as relações entre unidades de ordem superior e as imediatamente adjacentes e sua composição a partir das unidades de ordem inferior. Além disso, é um método extremamente recomendado para justificar e ilustrar o método usual da adição, conforme figura 39, esclarecendo que os números que "sobem sobre o vizinho" na verdade são as composições das unidades de ordem superior.

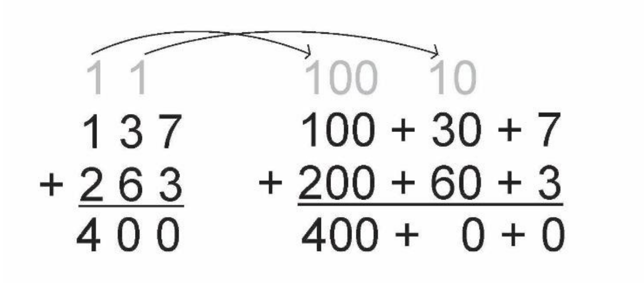


Figura 39 - Justificando o algoritmo usual pela decomposição dos valores.
Fonte: O autor.

* Discutir como avaliar dois métodos corretos e adequados para uma operação contempla as ideias de Ma, tanto no tocante às bases conceituais do professor como no que trata do campo conceitual e a produção de esquemas mentais do professor.

Uma professora do terceiro ano relatou estar trabalhando com uma turma em que os alunos ainda estão com dificuldades em relacionar as quantidades aos números e que há uma grande dificuldade na compreensão do conceito de números.

Relatou que, após trabalhar a composição e decomposição dos valores, construiu um painel na parede da sala de aula (Anexo 1), contendo alguns tópicos que utilizaria diariamente. O “Quadro Valor Lugar” faz parte desse painel e vem sendo utilizado com o intuito de possibilitar aos alunos melhor compreensão das relações entre classes de números e os respectivos tamanhos, de acordo com a quantidade e do valor de cada algarismo (Anexo 2).

Relatou ainda estar insegura com a utilização integrada dos recursos vistos no curso; construiu a reta numérica, mas que ainda a utiliza de forma discreta, apenas para comparar as posições relativas a cada número e estabelecer relação de ordem entre eles. Nesse momento explicou-se como explorar o material dourado de forma integrada com a reta numérica e, da mesma maneira, como explorar a ideia de comparação com esse material.

Além disso, como ela já havia construído a reta numérica graduada um a um e como havia feito dois quadros listando as dezenas e centenas, foi sugerido que ela fizesse também duas outras retas, uma graduada em dezenas e outra em centenas, para auxiliar as atividades e dar mais significado aos valores listados no quadro.

Como exemplo isolado, citou uma aluna que é muito introvertida, que apresentava dificuldades em se expressar e em elaborar respostas para questões matemáticas. Essa aluna desenvolveu surpreendente gosto pela prática da decomposição dos valores e demonstrou uma evolução ímpar, relacionando com clareza a decomposição inclusive com a multiplicação.

A professora relatou que utiliza um jogo que segue o seguinte roteiro: um número é dito aos alunos e, em seguida, esse aluno deve construir esse número utilizando para tal o material dourado, distribuindo os valores de acordo com as classes que o compõem no Quadro Valor Lugar (Anexo 3).

Relatou ter modificado os termos usados em seu discurso durante as aulas e percebeu que os alunos também adotaram o uso das palavras "compor" e "decompor" em substituição do "emprestar", e dos termos "sucessor" e "antecessor" ao invés de "vizinhos".

Afirmou ainda, que os alunos gostam de se expressar diante dos demais, mesmo errando, e que explora muito essa prática quando utiliza os materiais.

No momento da pesquisa inicial, ao preencher o questionário constante no Apêndice 1, essa professora havia descrito, entre outras, as seguintes dificuldades: *"...subtração com reserva na minha experiência pedagógica é uma das atividades mais difíceis de ser compreendidas pelos alunos da faixa etária do segundo ano. Outra dúvida é em relação a nomenclatura adequada a se utilizar no processo de ensino deste tipo de operação 'EMPRESTAR'? Pois, na fase de alfabetização precisamos trabalhar de forma lúdica para prender a atenção dos alunos e fazer com que este aprendizado seja prazeroso/significativo...*[*]*"*

Assim, comparando os relatos das dificuldades que ela elencou antes do processo com os relatos das atividades após o curso, observa-se que o aprendizado ocorreu.

4.5 Análise dos materiais produzidos no curso

Para a conclusão do curso as professoras realizaram o trabalho final (Apêndice 3), o qual solicitava uma série de atividades, dentre as quais, relatório da professora e materiais produzidos pelos alunos.

4.5.1 Relatórios das professoras

Serão citados e comentados alguns trechos de relatórios de professoras em relação à aplicação do curso e sua experiência ao utilizar os métodos propostos, relatórios esses que foram entregues por escrito no encontro final do mesmo.

Ao citar dificuldade em decompor milhar, centena, dezena e unidade, uma professora relatou que "... *com ajuda e exemplos, várias crianças obtiveram um resultado mais ou menos esperado*..." Nota-se, por esse comentário, que houve

---

[*]As citações das professoras que foram inseridas no texto, foram transcritas na íntegra, conforme a participante escreveu em sua resposta.

alguma evolução. Em outro trecho ela cita "...*claro que ainda tem muito a ser explorado e não é de uma hora para outra que iremos alcançar os resultados. Devemos ter persistência*..." Baseando-se nessa colocação, pode-se esperar que o trabalho terá continuidade.

Ao falar de matemática, duas professoras que fizeram o mesmo relatório citam que "...*pois a matemática em si ela amedronta. Achamos que a criança não vai aprender, mas vimos que existem várias maneiras e situações que leva ao resultado que queremos, precisamos primeiro sondar e aguçar o seu potencial uma vez que a criança é curiosa e gosta de novidades*." Esse trecho deixa a entender que as professoras não absorveram a ideia de jamais subestimar a capacidade dos alunos.

Além disso, citar que a matemática amedronta, é um detalhe preocupante, principalmente em se tratando de anos iniciais. Em outra parte do texto consta "*O professor deve ser mediador e facilitador do processo. Quando eles aprendem passam a se interessar em aprender mais.*" Eis um dos pontos positivos do relatório, onde fica clara a afirmação de que o professor não aparece como transmissor de conhecimentos, possibilitando a evolução da prática docente sob essa ótica.

Uma professora de segundo ano cita que "*As atividades propostas foram de fácil compreensão dos alunos, porém os que mais apresentaram dificuldades foram aqueles que ainda não conhecem os números e não conseguem estabelecer a relação entre o número e a quantidade.*" Essa afirmação exibe uma situação de alunos com diferentes velocidades de aprendizagem ou dificuldades de aprendizagem. Nesses casos, cabe a retomada dos princípios de contagem e de decomposição recomendados ao primeiro ano.

Em outro momento ela relata "...*com a reta numérica, alguns alunos demoraram um pouco para entender como eram realizadas as operações, mas ao final conseguiram resolver sem problemas.*" Se relacionarmos os dois momentos do relatório, é possível pensar que o uso da reta tenha facilitado a aprendizagem das operações até mesmo aos que ainda não possuem a relação entre número e quantidade bem desenvolvida, o que seria uma evolução além do esperado.

No texto de avaliação do curso ela descreve que foi de grande ajuda na prática pedagógica, que vai auxiliar em seu crescimento profissional, que os conteúdos do curso tinham um nível mais elevado e por isso foram adaptados ao segundo ano, que tais métodos contribuíram para o aprendizado da disciplina. Por essa parte, pode-se perceber que o ajuste dos métodos e conceitos também está evidente na compreensão da professora.

Ao citar que os alunos do quinto ano possuem uma base desenvolvida sobre subtração, uma professora descreve: "...*os alunos de 5º ano já têm uma elaboração dentro do contexto subtração. Salvo os alunos com dificuldades de aprendizagem, que tiveram a oportunidade de se aprimorar deste contexto*." Ratificando um dos objetivos da atividade que é o de oferecer novas oportunidades para alunos com dificuldades.

Ela afirma que a maior dificuldade dos alunos está nas atividades que exigem interpretação, relata dificuldades em identificar como relacionar algumas palavras do texto com a operação matemática adequada ao contexto, deixando evidente que há problemas além da matemática.

Em outro momento do texto ela descreve: "*Enfim, os alunos conseguiram resolver as atividades, fazendo trocas e reflexões, tentativas e superando as expectativas deles mesmos.*" Nesse trecho podemos confirmar o alcance de mais uma proposta do curso, a de possibilitar surpresas positivas no ambiente escolar, onde não se subestimem capacidades e habilidades, propiciando maior liberdade para o processo de ensino-aprendizagem e permitindo ao aluno criar conceitos a partir do que ele já conhece.

4.5.2 Atividades realizadas pelos alunos

A atividade 02 do Trabalho final do curso (Apêndice 3), solicitava que a professora selecionasse três atividades que ela realizou com seus alunos, feitas por eles mesmos para servir de pauta para a discussão no encontro final.

Uma quantidade muito grande de atividades de alunos foi produzida e coletada nessa etapa do curso, dentre as quais, algumas serão tema dos próximos parágrafos.

Utilizando comparação, uma professora aplicou a atividade exposta no Apêndice 4, a qual solicita aos alunos que comparem as quantidades de bolinhas dentro de conjuntos. O exercício tem íntima relação com subtração, porém, não está explícita, tampouco presente essa característica na atividade. Estão no Apêndice as soluções de dois alunos, identificadas por “Aluno1” e “Aluno 2”. Além disso, há algumas características que merecem atenção especial, que são:

- Na atividade não há identificação dos conjuntos, (não possuem nomes, ou números). Essa condição é uma “faca de dois gumes”: por um lado permite ao aluno produzir uma identificação, por outro, exibe uma falta de rigor ao produzir o problema. O Aluno 2 utilizou a única característica que realmente o identifica: a quantidade de elementos. O Aluno 1, por sua vez, respondeu “o conjunto número 3”, tendo sua resposta considerada correta pela professora. Todos os demais alunos da turma ofereceram respostas similares às do Aluno 1, com pequenas variações como “o terceiro conjunto”, “o 3º”, “o 3”, “o três”, sendo todas consideradas corretas. Com isso, podemos perceber que não houve preocupação com o rigor no enunciado nem ao solucionar o problema. Não houve também uma discussão posterior ao problema com relação à maneira de ordenar os conjuntos, se da esquerda para a direita, ou vice versa, etc. Do mesmo modo, caso algum aluno copiasse os conjuntos em ordem diferente da que a professora propôs, o problema teria diferentes respostas corretas e incorretas.
- A primeira pergunta exige que o aluno identifique o conjunto de maior quantidade de elementos, dando a ideia que essa diferença de quantidade será relevante e explorada a seguir. Todavia, a segunda questão solicita a quantidade total de elementos, tornando a resposta da primeira questão totalmente irrelevante para a solução da mesma e explorando o conceito de adição, para o qual a hierarquia vista anteriormente é totalmente desnecessária devido à comutatividade da adição.
- Como não há contexto na atividade, pode-se concluir que a intenção é explorar o conceito envolvido; com base nesta ideia, conclui-se que a professora perdeu a oportunidade de solicitar aos alunos que comparassem as quantidades de elementos entre os conjuntos, tomando-os dois a dois, explorando os termos “quantos a mais” e “quantos a menos”. Além disso, poderia solicitar que a criança os ordenasse segundo esse critério. Explorando, assim, diversas situações em uma única atividade.

O Anexo 5, por sua vez, trata de uma atividade que a professora enunciou como "Dê o resultado com 167". Embora haja falta de rigor no enunciado, a intenção foi muito boa em explorar diversas maneiras dos alunos encontrarem uma mesma diferença. A solução do aluno que está exposta nos permite supor algumas linhas de pensamento estratégico que ele tenha utilizado:

- Na primeira operação (334-167), o aluno utiliza o dobro do valor procurado como minuendo, demonstrando possuir conhecimento de multiplicação e sua relação com a adição. Nas operações seguintes (464-297 e 724-557), ele utiliza como estratégia colocar valores crescentes para minuendo e subtraendo, demonstrando que aprendeu essa propriedade relativa à subtração. A seguir, ele procura explorar um método mais fácil para subtrair, utilizando no minuendo algarismos que sejam sempre maiores em relação aos seus respectivos no subtraendo, quando ele escreve a quarta operação (999-832). Em seguida, ele utiliza números maiores que mil e explora o uso do elemento neutro da adição nas três próximas operações (1067-900, 1167-1000, 1267-1100 e 1632-1465). Por fim, ele experimenta valores aleatórios um pouco mais trabalhosos e experimenta as quatro últimas operações (2000-1833, 2264-2097 e 2768-2601) completando milhares e explorando decomposições de dezenas e centenas.

Outro exemplo interessante de atividade proposta por uma professora é apresentado no Anexo 6. O enunciado proposto na atividade 1 é: "crie condições que o resultado chegue 10". Percebe-se desde aí que a intenção foi de utilizar uma linguagem um pouco melhor, mesmo em se tratando de uma atividade muito simples, a de compor 10, o que demonstra que a preocupação com a linguagem começa a aparecer.

Nas propostas do aluno para essa atividade, podemos supor que inicialmente ele utiliza as parcelas 8+2, talvez por ter mais facilidade com os números pares. Em seguida, utiliza-se da primeira proposta, reduzindo a primeira e aumentando a segunda em uma unidade cada para propor 7+3, quando então percebe a regra que facilita a evolução e que poderia ter começado pelo 9+1, quando então escreve essa proposta para depois somar 5+5 e concluir com 6+4. Percebendo que as outras possibilidades de se escrever essas somas com duas parcelas são simplesmente as comutações das que já escreveu, o aluno então se atreve a utilizar mais de duas parcelas e experimenta mais algumas propostas de adição utilizando três parcelas, demonstrando certa habilidade em lidar com esses valores.

O uso de referências e símbolos é um fato presente em algumas atividades, como na exemplificada no Anexo 7. Trata-se de uma atividade onde os alunos verificam a paridade dos números, porém, usa uma referência que pode causar estranheza no leitor, a legenda exprime que cada número par deve ser identificado por “1” e cada número ímpar deve ser identificado por “2”. A solução apresentada pelo aluno permite observar que todos os valores pares foram classificados da mesma forma entre si, bem como os ímpares, revelando que ele compreendeu o conceito de paridade, porém, utilizou para isso, as referências de maneira inversa, classificou com “1” os ímpares e com “2” os pares, talvez levando em consideração a paridade do identificador. Pode-se concluir que o objetivo de verificar o conhecimento a respeito da paridade dos números foi alcançado, porém, dois detalhes relevantes podem ser discutidos a partir desta atividade:

- Análise da elaboração da questão; ao propor aos alunos a atividade, deveria ser avaliada a qualidade da elaboração e, caso identificadas falhas, corrigi-las antes de levar aos alunos. Nesse caso, bastaria inverter as referências.
- No tocante a compreender, interpretar e usar referências, sejam elas símbolos, letras ou números; nessa atividade, o número 1 era apenas uma referência para classificar um número par, poderia muito bem ser substituído pela letra P, por exemplo, usando a letra I para os ímpares. O que mais preocupa neste caso é que, aparentemente, a professora não percebeu os erros, considerando corretas as respostas dos alunos.

A divisão foi tema escolhido por uma professora para utilizar a ideia de decompor, em várias atividades ela utilizou os agrupamentos em quantidades iguais.

O Anexo 8, traz um exemplo de contexto acompanhado de ilustrações feitas pelos alunos para exemplificar a situação. Esses desenhos chamaram a atenção por revelarem uma falha na conexão entre os valores que o algoritmo fornece e o desenho que ilustra o resultado.

O enunciado solicita a construção de grupos com 3 ovos cada, dispondo de uma dúzia. Em seguida, há a resolução da operação por meio do algoritmo, identificando divisor (3), dividendo (12), resto (0) e o quociente (4). Ao lado desse resultado, todos os alunos ilustraram a situação, desenhando conforme os exemplos selecionados (constam 5 exemplos de desenhos no anexo). Os desenhos, porém, mostram três conjuntos com quatro ovos cada, ilustrando uma situação diferente do que o problema aborda.

Atividades sem contexto também foram utilizadas pelas professoras. No exemplo apresentado no Anexo 9, a professora utiliza operações de adição e subtração de modo aleatório, e explora em ambas as situações a composição e decomposição dos valores.

Fica claro o objetivo da atividade e o exemplo mostra que o aluno demonstra capacidade em lidar com essa forma de calcular de modo consciente, organizada e eficiente; no primeiro cálculo realizado nota-se que, ao somar 7 e 8, o aluno decompõe o resultado (15) escrevendo o valor das unidades (5) na sua posição e escrevendo a outra parte (10) acima da coluna relativa às dezenas. Em seguida, ao somar as dezenas (30+60+10), deixa zero na posição das dezenas e escreve o valor resultante acima dos valores das centenas, concluindo assim as somas parciais e obtendo o resultado pela soma dos parciais, escrevendo-o na linha abaixo.

O segundo exemplo é um cálculo de subtração em que a decomposição não seria necessária para justificar procedimentos, mas a professora deve ter estimulado essa prática para preparar os alunos para operações mais complexas, como é o caso da operação seguinte.

A terceira operação exige a decomposição e reagrupamento. O aluno realiza a primeira parte conforme costume, mas, ao reagrupar as unidades, não escreve esses valores, não permitindo assim a avaliação do procedimento como um todo. Além disso, o fato de ter escrito o algarismo 6 acima das dezenas (onde deveria escrever 60), sugere que ele teve alguma dificuldade em interpretar o procedimento de decompor as dezenas e, consequentemente, resolver o cálculo. Como o resultado está correto entende-se que ele tenha resolvido em algum rascunho de outra maneira antes de passar para esta folha.

O quarto cálculo é uma operação de adição com números de quatro algarismos; neste cálculo percebe-se duas ações distintas para um mesmo processo: primeiro, ao somar as unidades, ele decompõe o resultado e reagrupa a parte excedente com as dezenas. Em seguida, ao somar as centenas, ele procede de forma diferente, pois, ao compor uma unidade de milhar, ele não a reagrupa para somar, escreve-a abaixo das centenas e em seguida procede com a soma da milhar. Na etapa seguinte, ele soma primeiro os milhares, reagrupando-os e então escreve o resultado na linha abaixo, e, para finalizar, utiliza a soma de todas as parcelas resultantes lado a lado.

Por se tratar de atividades realizadas por um mesmo aluno, percebe-se que o uso da composição está bem assimilado. Por outro lado, a decomposição precisa ser mais explorada, donde cabe a intervenção da professora para permitir que o aluno compreenda a relação entre um conceito e outro.

A última operação, como não exige reagrupamento, está bem elaborada e ilustrada[*]. Neste exemplo percebe-se que o aluno coloca o sinal da subtração à frente do subtraendo e usa entre as parcelas decompostas o sinal de mais. Foi discutido tratar de uma notação não muito adequada e foi explicada a possibilidade do uso de parênteses quando o aluno for proceder dessa forma, que servirá como subsídio para quando ele for estudar as expressões numéricas, ou utilizar sinais de menos entre as parcelas do subtraendo. Foi deixada a critério da professora a escolha de como os alunos deveriam proceder, lembrando que é importante falar a respeito das duas maneiras.

Outro exemplo de atividade que chamou a atenção é o apresentado no Anexo 10, intitulado “Descobrindo continhas”.

A Atividade 1 solicita que o aluno leia, arme e efetue as operações, explorando a parte textual, o algoritmo e a decomposição. Porém, ao desenvolver as operações, percebe-se que a decomposição não foi elemento útil, tampouco facilitador das soluções, pois, em nenhuma das situações o aluno explorou o reagrupamento ou a decomposição de uma classe. Isso sugere que a professora não compreendeu a função da decomposição na resolução de operações de subtração.

A Atividade 2 explora novamente a linguagem por meio do uso da expressão “Quanto falta?”, um dos pontos citados pelas professoras como mais problemáticos entre os alunos. Resta saber se, ao discutir os resultados com os alunos, a professora

---

[*] O uso dos sinais de adição (+) no subtraendo foi pauta de discussão durante o encontro final, em que as professoras questionaram a possibilidade de causar dúvidas nos alunos quando procedem com as operações

explorou os demais termos como “quantos a mais” e “quantos a menos” em cada situação, para ampliar as possibilidades da atividade.

Em uma atividade distribuída em 4 subitens, intitulada “Ache as várias formas para obter o resultado”, uma professora escolheu alguns valores e aplicou a seus alunos. O Anexo 11 ilustra as propostas de um aluno para os valores, as quais mostram as diferentes maneiras de pensar do aluno ao resolver o problema. Em todas elas, o aluno começa aparentemente partindo da decomposição do número de acordo com as classes que o compõem e, ao perceber que são poucas possibilidades, ele parte para a decomposição das classes em unidades de ordem inferior. Em seguida, ele percebe uma relação de ordem relativa ao sucessor e antecessor, o que torna a atividade rica em construção de ideias na mente do aluno.

A contextualização, ponto forte das professoras dos anos iniciais, que se mostrou presente nas amostras colhidas, tem como assunto (Anexo 12) uma festa infantil, onde são servidos diferentes pratos. Para a resolução os alunos utilizaram a decomposição dos números apresentados, mas em algumas situações não ficou bem claro verificar como o aluno procedeu.

Por exemplo, no subitem “a)”, o aluno deveria subtrair do total (4 dúzias), dois valores, duas dezenas que foram distribuídas às meninas, e 17 unidades que foram distribuídas aos meninos. O aluno que procedeu com o cálculo exemplificado coloca os três valores decompostos, um abaixo do outro, e calcula de alguma maneira, aparentemente retirando valores das respectivas classes. Ocorre a dúvida de como procederia nessa situação, caso fosse necessária a decomposição de uma dezena em unidades para reagrupar. Essa resposta é fornecida no último subitem da série, a letra “d)”, em que ele precisa subtrair de 50, as quantias 17 e 20. Ele procede da mesma forma, colocando os valores um abaixo do outro, subtraindo primeiro as dezenas e escrevendo o resultado (20) e, ao lado, escreve o valor que ainda não havia sido subtraído, relativo às unidades (7), resolvendo posteriormente a operação 20-7 e escrevendo a resposta correta (13).

Essa operação ilustra a riqueza de elementos que o uso da decomposição fornece aos alunos no tratante à ideia de número, conceito de número e compreensão das operações. Pode-se perceber claramente que o aluno começou a resolver a operação da esquerda para a direita, coisa impossível ou inaceitável pelas professoras até o início do curso.

O uso de materiais concretos juntamente aos conceitos abstratos também esteve presente em algumas situações, como, por exemplo, a atividade exposta no Anexo 13.

Tal atividade ilustra como os alunos desenham a representação de determinados valores por meio do material dourado; tal prática auxilia a compreensão dos alunos e, ao mesmo tempo, conecta as ideias de quantidade, decomposição e reagrupamento. É uma atividade que serve de ponto de partida para que o aluno experimente a aplicação da decomposição para, em seguida, experimentar novas maneiras de compor e decompor um número.

As palavras composição e decomposição passaram a fazer parte do vocabulário das professoras e também dos alunos. Além disso, esses termos motivaram as professoras a pesquisarem atividades na rede Internet; prova disso é a atividade proposta no Anexo 14, intitulado “Composição e Decomposição”. Trata-se de uma atividade simples, fechada, mas que serve como elemento auxiliar para aprendizado e experimentação da decomposição dos valores em suas classes, além de explorar a linguagem, leitura e escrita dos números.

Integrando os conhecimentos estudados no curso, uma professora produziu uma série de atividades com o intuito de explorar escrita, composição, decomposição, comparação e o uso da reta numérica, conforme amostra exposta no Anexo 15.

A primeira atividade solicita que o aluno reescreva o enunciado e, em seguida, resolva o problema, escreva o resultado por meio da decomposição das classes e ilustre a operação por meio da reta numérica. Quando ele constrói a reta para ilustrar a operação, utiliza pontos equidistantes para exibir as dezenas distribuídas pela reta, evidenciando que tem noção do uso de régua ou algum outro instrumento de medida para definir esses intervalos.

A Atividade 2 solicita que se repita os processos da Questão 1, exceto a reescrita do enunciado, nesse momento, ele não utiliza a decomposição como ferramenta auxiliar. Por se tratar de um aluno do quinto ano, é previsto que haja alguma resistência ou até mesmo rejeição à utilização desse método para resolver questões que são de simples resolução pelo método usual.

A Atividade 3 trata do problema dos pastores, mencionado anteriormente neste capítulo, onde, o texto da resposta muito bem elaborado é uma das características que enriquece a atividade, pois, quando um problema matemático solicita que haja uma explicação para o resultado, ele rompe a ideia de que resolver o problema é simplesmente escrever um número ou uma frase para a resposta.

A professora conseguiu, nessa curta série de atividades, explorar todas essas habilidades de seus alunos por meio de problemas de subtração.

Um problema grave foi verificado no Anexo 16, em que a aplicação de um procedimento de forma incorreta poderia causar prejuízos ao aprendizado ao invés de favorecê-lo. Ao explorar com seus alunos a ideia do deslocamento, a professora o fez sem utilizar a reta numérica e quando procedia com as subtrações, interferia apenas nas unidades, produzindo resultados errados conforme os que ali estão expostos. Felizmente, foi esclarecido esse detalhe e enfatizada a importância de usar o deslocamento sempre em paralelo à utilização da reta numérica no encontro final do curso.

A decomposição recebeu papel de destaque nas operações de subtração quando uma professora produziu a atividade constante no Anexo 17. O procedimento adotado em todas as operações segue a mesma sequência do algoritmo usual; trata-se de mais um exemplo de como a decomposição favorece o aprendizado.

No Anexo 18, atividade realizada pelo mesmo aluno, mostra uma estratégia de estabelecer um limite mínimo para a quantidade de decomposições solicitadas. Revela que se trata de alunos com diferentes perfis ao definir “no mínimo quatro”. Ao compor os dois valores solicitados, 9 e 15, um aluno usa quatro propostas com apenas duas parcelas; as marcas de borracha sugerem que o aluno encontrou dificuldades em executar a tarefa e a última composição confirma isso, pois o aluno resolveu incorretamente (11+6).

O Anexo 19 fornece duas situações distintas exploradas pela professora. Na primeira atividade, utilizando a linguagem “quanto falta para” ela explora uma palavra diferente para se referir à subtração. Na segunda atividade, contextualiza com um grave problema de nosso país, a dengue. Mas o que mais chama a atenção nesse segundo exemplo é que o aluno procede de três maneiras distintas para resolver o problema: utiliza o algoritmo usual, sem explorar a decomposição, utiliza-se da reta numérica e do diagrama.

Subentende-se que o aluno possui uma predileção em relação à ideia de comparação, pois ao se utilizar da reta, ele desenha duas retas e compara os comprimentos das marcações feitas nelas. Cabe ressaltar a qualidade do desenho da reta e também o fato de que ele marcou todas as unidades. Do mesmo modo, ao explorar o diagrama, ele desenha dois conjuntos, um para cada quantidade relativa a cada dia e em seguida procede com a comparação. Isso permite confirmar a importância de permitir que o aluno proceda da maneira que melhor lhe convier.

Todas as interpretações acerca das atividades deste capítulo têm por objetivo relacionar as ações dos professores e dos alunos em sua nova postura diante da matemática, Postura que foi possível graças à inserção da observação da relevância da conceitualização, do enriquecimento da base conceitual e da produção de um entendimento conceitual (ainda que parcial) por parte dos professores no decorrer dessas atividades.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo se dedica às avaliações qualitativas dos resultados obtidos ao executar o processo descrito neste trabalho. Detalhes explícitos e implícitos observados nas declarações das professoras participantes e nas atividades realizadas pelos alunos, além do sentimento deste autor.

Além disso, é traçada uma projeção de como atuar em futuras ações de mesmo gênero, afinal, este representa o passo inicial da colaboração do autor com a matemática dos anos iniciais do ensino fundamental.

5.1 Conclusão

Após longos debates com as professoras para saber os respectivos conhecimentos sobre a operação de subtração, o autor pôde perceber que tal conhecimento era muito superficial e que este problema, aliado a vários outros, produz defasagem no índice de aprendizagem da matemática como um todo.

Ao ler o livro de Liping Ma, suas colocações a respeito de sua pesquisa ofereceram a possibilidade de avaliar, não somente o que ocorre de fato nas salas de aula da região, mas também os modelos que são popularmente citados como referências positivas, em particular, o norte-americano. As críticas aos métodos adotados pelos professores norte-americanos, que são muito parecidos com os nossos, foram as ferramentas fundamentais para nortear as propostas feitas às professoras participantes do curso.

Ao pesquisar na literatura nacional propostas que se assemelham às de Ma, pode-se perceber que já existem produções no sentido de aprimorar o aprendizado; porém, não há ainda uma orientação clara sobre os métodos, etapas e sobre as competências que a criança deve desenvolver no seu caminho entre os anos iniciais do ensino fundamental. Além disso, não há uma clara percepção das professoras sobre a maneira que tais conhecimentos se conectam lateralmente e longitudinalmente, ou seja, como se dá a conexão entre os conhecimentos no mesmo ano e como estes são base para os dos anos seguintes.

Ao produzir o curso, muitas foram as dificuldades, especialmente pelo quesito tempo, afinal, era necessário atingir todos os anos, dentro de um conceito bem elaborado e completo, de uma maneira que motivasse e produzisse resultados positivos junto às professoras participantes. Optou-se por usar vários exemplos, produzindo um material que contemplasse os principais problemas listados pelas professoras, possibilitando conexões entre os conhecimentos estudados e servindo de base para outros. A utilização de vídeos cômicos mostrou-se uma ferramenta ótima, tanto para descontrair o ambiente quanto para motivar atitudes.

A composição do curso em dois encontros iniciais mostrou-se uma boa alternativa, reduzindo o cansaço físico e permitindo um período de descanso para assimilar as informações. Porém, a quantidade de conceitos vistos nesse período pareceu excessiva e de difícil compreensão por parte das professoras e também pela escassez de tempo.

O uso das três questões preliminares como fator motivador foi de grande valia, pois durante as explanações o autor tinha à mão uma experiência recém-vivida pelas professoras com relação à dificuldade de resolução e interpretação de enunciados e domínio de conceitos.

Algumas dificuldades encontradas nas professoras ficaram explícitas durante a aplicação do curso, tais como: a interpretação de enunciados, a compreensão da função que a matemática exerce nas mentes das crianças, exploração de conceitos em diferentes contextos e a própria compreensão de como as operações básicas se relacionam. Acredita-se que o curso contribuiu neste quesito ao discutir os modelos de enunciados dos problemas e ao mostrar as diferenças entre contextualização e pré-textualização.

A ideia de equações e a importância da linguagem correta como ferramenta para a aprendizagem de equações também foi explorado de forma discreta, possibilitando às professoras perceberem que há desde cedo uma conexão entre a Álgebra e as operações matemáticas simples.

A possibilidade de exploração de cada situação proposta aos alunos e cada contexto de várias maneiras diferentes foi fator relevante durante o curso: as professoras mostraram-se impressionadas pela ampliação do leque de possibilidades, modificando de forma contundente sua prática escolar.

Identificar os objetivos de cada procedimento, que era algo inexistente, passou a ter presença em algumas práticas: as professoras demonstravam perceber que havia algo além de simplesmente oferecer um resultado numérico.

As interações das professoras com os problemas e situações propostas revelaram que as formações continuadas devem seguir modelos semelhantes aos propostos aqui, agregando conceitos aos procedimentos já adotados, acrescentando novos conceitos ou aprimorando-os e exigindo aplicação sucedida por avaliação dos resultados. Esse formato de estudo garante que as informações estudadas no curso cheguem até as crianças, possibilitando alcançar o real objetivo da educação, ou seja, o aprendizado dos alunos.

Observando as explanações no encontro final, foi possível concluir que o objetivo principal do curso foi alcançado: houve mudança no modo de ensinar matemática por parte de todas as professoras, em algumas mais expressivamente, em outras, mais discretamente. Além disso, a maioria demonstrou preocupação com a maneira de "falar matemática" a seus alunos, o que leva a crer que o curso conseguiu sensibilizar as professoras sobre a importância do uso de argumentos corretos e métodos adequados. Além disso, algumas professoras demonstraram perceber o que é a aprendizagem conceitual e passaram a se preocupar com isso durante suas aulas.

Quando os exemplos de operações de subtração foram apresentados utilizando-se números racionais e inteiros, as professoras demonstraram reconhecer a importância da utilização da reta numérica como ferramenta no auxílio das resoluções, bem como reconhecer a importância em justificar "regras" como a que diz "menos com menos é mais" (demonstraram predileção ao utilizarem a propriedade relativa ao deslocamento dos valores).

Ao discutir sobre as maneiras de interpretar um problema, aliados ao contexto escolar e ao conjunto numérico estudado, as professoras puderam perceber como esse detalhe interfere na produção de um problema e/ou atividade e na solução de discussão dos mesmos.

As discussões e as atividades realizadas sobre a relevância da paridade dos números motivou a produção de atividades relacionadas, o que parecia esquecido até o momento.

Ainda com base nos depoimentos das professoras, concluiu-se que há muita insegurança em lidar com essa maneira de ensinar, o que torna este trabalho um dos pioneiros no que concerne às mudanças significativas da aprendizagem da matemática por nossos alunos. Indica a necessidade de realizar um trabalho semelhante a este em todo o país, tratando não apenas de subtração, mas de todos os tópicos abordados nos anos iniciais do ensino fundamental, com o objetivo de modificar a maneira como a matemática é vista e integrada às demais componentes curriculares.

Com relação à formação de professores fica evidente o fato de que se exige que pessoas que não estudaram matemática sejam responsáveis por ensinar tal disciplina e que isso ocorre no momento mais importante da vida escolar dos alunos, ou seja, nos anos iniciais.

Com isso, erros graves são inevitáveis, pois transformações ocorrem a todo o tempo na sociedade, nas famílias e na escola, o que reflete no modo de ensinar e aprender todas as disciplinas. Por isso, é essencial gerar uma base sólida de conhecimentos do professor para que ele possa avaliar de que forma essas transformações interferem no aprendizado do aluno. Infelizmente, o que tem ocorrido nas escolas é justamente o contrário: o excesso de informação da mídia e a pressão das transformações sociais e tecnológicas exercem forte influência sobre a prática docente e, devido a isso, o professor fica completamente desorientado.

As conclusões mais satisfatórias deste trabalho estão relacionadas aos materiais recolhidos dos alunos, desenvolvidos e aplicados pelas professoras em suas classes, que mostram, em diversas ocasiões, como as crianças têm capacidade para desenvolver competências além do que lhes é solicitado. As crianças desenvolveram posturas criativas e originais diante de problemas matemáticos, percepção de detalhes relevantes que realmente ilustram o objetivo da matemática na vida das pessoas. Acredita-se que, caso as professoras continuem permitindo que seus alunos coloquem-se como protagonistas nas situações de aprendizagem, resultados significativos poderão ser verificados em pouco tempo com essas crianças.

Ao oferecer situações em que as crianças possuam liberdade para escolher soluções matemáticas, pode-se perceber o pensamento em evolução, a criatividade sendo instigada e as competências sendo desenvolvidas. Ao utilizarem a decomposição dos termos, alunos com dificuldades de aprendizagem, que não compreendiam o conceito e a ideia de número, passaram a ter uma nova oportunidade de aprendê-los. Ao utilizar a reta numérica em sala, as professoras ofereceram outra forma de auxiliar seus alunos a perceber a relação de ordem entre valores, compreender o conceito de diferença, realizar medidas e comparações e, ao mesmo tempo, utilizar-se de uma ferramenta que os acompanhará durante toda sua vida escolar. Foram vários os relatos de evolução nesse sentido.

Ao substituírem termos infantilizados por termos corretos em sala de aula, as professoras ofereceram a seus alunos a oportunidade de evoluir seu vocabulário, enriquecendo-o, e assim, possibilitando a construção de ideias mais elaboradas a partir das competências já desenvolvidas, evitando a limitação de sua evolução e a produção de falsas teorias que precisem ser destruídas mais tarde para outros aprendizados.

Os resultados da pesquisa foram avaliados por meio das nuances dos depoimentos das professoras e das atitudes demonstradas pelos alunos ao desenvolver as atividades propostas. Nesse sentido, pode-se resumir o sucesso da proposta como uma semente lançada em terreno fértil, que começou a brotar e cujos frutos poderão ser colhidos num futuro próximo porque os resultados levam a crer que as professoras passaram a ver a matemática de outra forma.

5.2 Limitações e Possibilidades para novas pesquisas

O período de seis semanas para a aplicação dos conceitos estudados pareceu curto: grande parte das professoras apresentaram resultados relativos a apenas uma das propostas estudadas, assim, percebe-se que um trabalho dessa amplitude deveria ser produzido com um intervalo de tempo mais longo e/ou com mais etapas.

Uma possibilidade seria estudar primeiro a decomposição e aplicá-la nas turmas e, posteriormente, realizar um encontro para avaliar e esclarecer possíveis dúvidas. Em seguida, explorar os erros e acertos de sua aplicação, aliando conceitos em situações de comparação e de retirada.

Depois, oferecer mais um período de experimentação para as professoras juntamente com seus alunos. Por fim, estudar a reta numérica como ferramenta aliada aos conceitos da decomposição, aplicando e expandindo os conceitos com essa nova forma de pensar os números e, então, levar à sala de aula esse conjunto completo de ideias.

Esse formato permitiria que as professoras se familiarizassem com o método da decomposição enquanto seriam acompanhadas por quem aplica o curso. Após desenvolvidas habilidades com essa prática, o processo seria estendido à reta, facilitando a composição do conjunto de competências necessárias para o processo de ensino-aprendizagem da subtração e da adição.

REFERÊNCIAS

ABA, Marcos. **DIVISÃO - Aula 01.** Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=603kr8RHTuw. Acesso em 01 de Dezembro de 2015.

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. **História da Educação e da Pedagogia**. 3ª Ed. Moderna, 2010.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

Brasil. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: **Quantificação, Registros e Agrupamentos** / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

Brasil. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: **Construção do Sistema de Numeração Decimal** / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRITO. Maria das Dores C. **História da Matemática no Brasil (Artigo)**. Universidade Católica de Brasília. Brasília, 2007**.**

BARBOSA, Marcio. **Matemática para crianças – subtração**. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=w7PGnB0zdWs. Acesso em 25 de Novembro de 2015.

Centro Educacional Municipal Frei Silvano. **Dificuldades matemáticas comuns**. Água Doce/SC, 2015. 29 slides, color, Acompanha texto.

Khan Academy em Português. **Subtração**. Disponível em: https://www.youtube.com/user/KhanAcademyPortugues/search?query=subtra%C3%A7%C3%A3o. Acesso em 05 de Dezembro de 2015.

Los mejores fails del mundo. **Aprendiendo a sumar nivel shin chan.** Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=EHoxLTqvD2Q. Acesso em 05 de Dezembro de 2015.

Porta dos Fundos. **Romanos**. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=2vzwOeY9YUY. Acesso em 20 de Novembro de 2015.

SAVIANI, Demerval. **História das Ideias Pedagógicas no Brasil**. 3ª ed. Editora Autores Associados, 2010.

APÊNDICES

Apêndice 1

Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG

Demat – Departamento de Matemática

CIPP – Centro Integrado de Pesquisa e Pós-graduação

Profmat – Mestrado profissional em Matemática. SBM

Mestrando – Eduardo Daniel Carmazio

Orientador – Prof. Dr. Giuliano Gadioli La Guardia

Pesquisa para Dissertação de Mestrado:

Caro(a) Docente, Gostaria de convidá-lo(a) a participar de minha pesquisa para elaboração de minha dissertação de mestrado que será na área do ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

Basicamente ocorrerá em 3 partes:

1ª - Gostaria que me auxiliasse a traçar um diagnóstico, identificando dificuldades pontuais do aprendizado de seus alunos em determinados conteúdos matemáticos.

Além disso, gostaria de saber qual(is) a(s) metodologia(s) utilizada(s) no ensino desse conceito.

2 ª- Após coletar esses dados, pretendo propor novas metodologias com o intuito de auxiliar você em seu trabalho com o intuito de possibilitar novas oportunidades de aprendizado dos alunos.

3 ª– Após aplicarmos essa nova proposta, vamos avaliar os resultados para verificar a eficiência da metodologia.

Desde já agradeço sua atenção e colaboração. Quaisquer dúvidas, coloco-me à disposição pelos contatos:

e-mail: duducarmazio@hotmail.com ou fone 49 8438 9567.

Att

Eduardo Daniel Carmazio

Prof. de Matemática.

Apêndice 2

Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG

Demat – Departamento de Matemática

CIPP – Centro Integrado de Pesquisa e Pós-graduação

Profmat – Mestrado profissional em Matemática. SBM

Mestrando – Eduardo Daniel Carmazio

Orientador – Prof. Dr. Giuliano Gadioli La Guardia

Pesquisa para Dissertação de Mestrado:

Caro(a) Docente, Gostaria convidá-lo(a) a participar de minha pesquisa para elaboração de minha dissertação de mestrado que será na área do ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Tal pesquisa já iniciou e foi constatada dificuldade na compreensão da subtração em várias situações. Por isso, gostaria de saber um pouco sobre o comportamento de seus alunos diante dessa questão, através de algumas perguntas:

1ª – Quais metodologias são abordadas para o ensino da subtração? Qual(is) delas surte(m) melhor resultado?

2ª – Na resolução de situações-problema envolvendo subtração, quais as principais dificuldades dos alunos?

3ª – Nos jogos, os alunos apresentam alguma resistência em aceitar a presença da subtração no que contempla a ideia de “perder”? Como eles reagem diante dessas situações?

4ª – Em sua opinião, o que poderia favorecer o aprendizado da subtração dos alunos no 1º e 2º anos do ensino básico?

5ª – Caso deseje, gostaria de saber quais as suas considerações sobre a matemática para a turma que você leciona:

Quaisquer dúvidas, coloco-me à disposição:

e-mail: duducarmazio@hotmail.com ou fone 49 8438 9567.

Att

Eduardo Daniel Carmazio

Prof. de Matemática

Apêndice 3

Aprender e Ensinar e Aprender a Ensinar Matemática

Discutindo subtração nos anos iniciais do E.F.

Instrutor: Prof. Eduardo Daniel Carmazio

Prof.a participante:____

Para Concluir o curso e Garantir sua certificação é necessário que o participante realize as seguintes atividades:

1. Durante as próximas semanas, utilize em suas aulas os conceitos que estudamos, policiando seu vocabulário e testando as técnicas trabalhadas em nosso curso.
2. Anexe a este, **pelo menos 3 atividades** recolhidas dos alunos (**escritas por eles mesmos)** onde eles utilizam nossa metodologia, se possível, demonstrando mais de um dos conceitos trabalhados (Ideia de retirar usando decomposição e/ou ideia de comparar e/ou uso da reta numérica para explorar o conceito de diferença). Preferencialmente, coloque amostras de mais de um aluno por atividade para enriquecer o exemplo.
3. Selecione uma das atividades que você elaborou para servir de dica às suas colegas de curso no quesito contextualização.
4. Relate detalhes de como a(s) sua(s) turma(s) respondeu(ram) a esta proposta de método de resolução de operações de subtração e/ou adição.
5. Relate detalhes sobre eventuais reações dos seus alunos, casos particulares de evolução/melhora ou do contrário.
6. Faça uma avaliação do curso, com relação a todos os fatores, facilidades, dificuldades, evolução etc. E relate se ele foi relevante à sua prática docente e ao seu modo de pensar subtração e adição.

Cara professora, é essencial a produção desse material para que nosso encontro de encerramento seja mais produtivo, ele será baseado na socialização desses dados e das nossas experiências utilizando os métodos do curso.

Esse trabalho deverá ser entregue no dia ______/_____/_______ no encerramento do curso.

Preocupações e palavras adequadas

- Não subestimar nem superestimar operações ou a capacidade dos alunos.
- Conexão entre etapas da construção do conhecimento.
- Não classificar como impossível uma operação (ex. 2-5).
- Emprestar, conduzir, transformar, colocar, posicionar.
- Usar o termo algarismo (dígito) ao invés de números.
- Usar o termo decompor ao invés de emprestar.
- Utilizar o termo reagrupar.

Dicas para contextualização e formulação de problemas interessantes:

- Usar ideias que façam sentido (plausíveis/possíveis/não absurdas/não vagas)
- Usar exemplos do cotidiano
- Usar personagens da ficção que sejam de interesse dos alunos.
- Usar contextos que contemplem ambos os gêneros e também comtemplem cada gênero individualmente.
- Criar situações que permitam posicionamento crítico dos alunos, com problemas que aceitem mais de uma resposta correta

Caso queira adiantar algum material, dúvida, podem me contatar preferencialmente via e-mail:

duducarmazio@hotmail.com

ou por tel/whatsapp - (49) 84389567

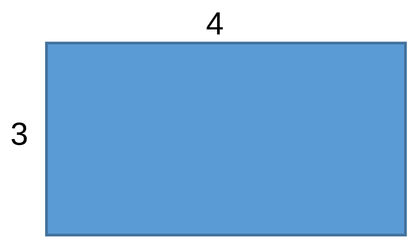
Apêndice 4

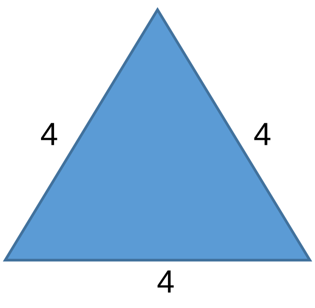
1 – Determine o valor de x na seguinte equação, escreva passo a passo:

$$2x-1 = x+1$$

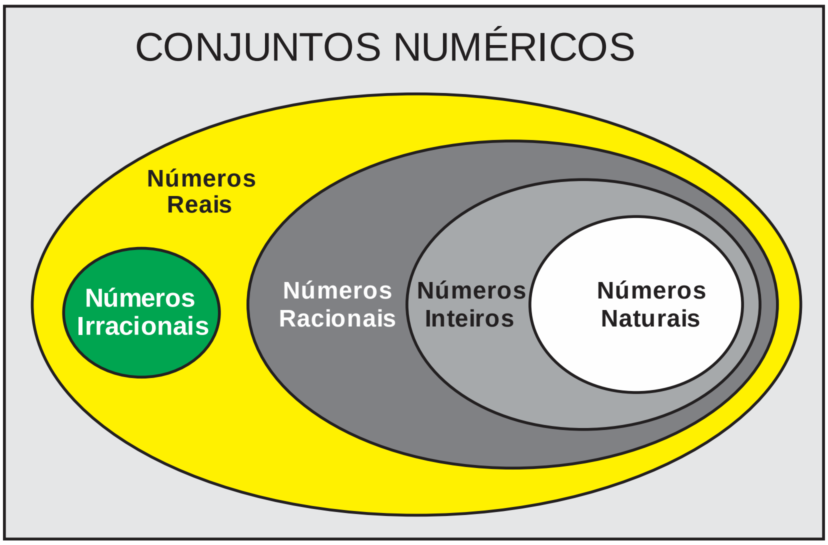
2 – Calcule a diferença entre 5 e -2:

3 – Considere as figuras as seguir, as respectivas medidas em metros, assim, suas áreas em metros quadrados:





O nome da figura que possui o maior perímetro é ___________________________



4-Tente identificar a falha desse desenho...

5 – a) Dona Maria comprou um pacote de biscoitos para dividir entre seus dois filhos, Julia e Mateus. Ao abrir o pacote, ela percebeu que ele continha 7 biscoitos. Como Dona Maria deve proceder?:
____
____
____
____
____

b) Julia e Mateus (filhos da dona Maria), compraram um pacote de biscoitos e querem dividir igualmente entre os dois. Ao abrirem o pacote, perceberam que ele continha 7 biscoitos. Quantos biscoitos receberá cada um dos irmãos?_
R:____
____
____
____

6-Considere as seguintes operações:

a) 8-3 =
b) 9-5 =
c) 6-2 =
d) 7-3 =
e) 10-4 =
f) 10-5 =

7 Que características podemos perceber em cada uma delas?

____
____
____
____

8 Que conceitos podemos explorar ao discutirmos elas com os alunos?

9 De que formas é possível resolver cada uma delas?

10 Qual a importância desses processos?

11 Equação:

12 Escolha um número de um algarismo e escreva algumas formas de compô-lo e decompô-lo.

R:

13 De que forma esse recurso pode auxiliar a resolver algumas operações da questão 6?

R:

Tarefa:

- Tente encontrar um conceito matemático que justifique o procedimento usado pelo professor no segundo vídeo.
- Treinar os métodos apresentados e trazer alguns exemplos onde verificou ter funcionado ou não.
- Caso encontre ou lembre-se de algo relevante, traga para discutirmos.

Apêndice 5

Discutindo subtração – aula 02

1. Escolha uma forma de resolver a operação baseada nos conceitos que estudamos:

913 -286

2. Proponha uma nova maneira de solucionar as operações:

   22-17

   703-67

3. Faça uma ilustração para representar uma subtração, um desenho que ilustre uma operação e que sirva para explicar aos alunos o procedimento e ao menos um conceito da subtração.

4. Escreva sobre a importância de calcular estimativas:

R:____
____
____
____
____
____.

5. Escreva sobre a importância da conexão entre conceito e procedimento:

R:____
____
____
____
____.

6. Use o novo conceito para resolver as operações das questões 1 e 2 desse caderno:

7. Vamos analisar as maneiras de explicar os seguintes problemas aos alunos: Qual número, ao ocupar o espaço vazio, torna as igualdades verdadeiras?

a) 95 - ______ = 38

b) 85 = ______+19

8. Use um dos conceitos para resolver as seguintes operações:

a) 205 – 119

b) 4235-321

c) 57-19

9. Descreva contextualização e pré-textuzlização:

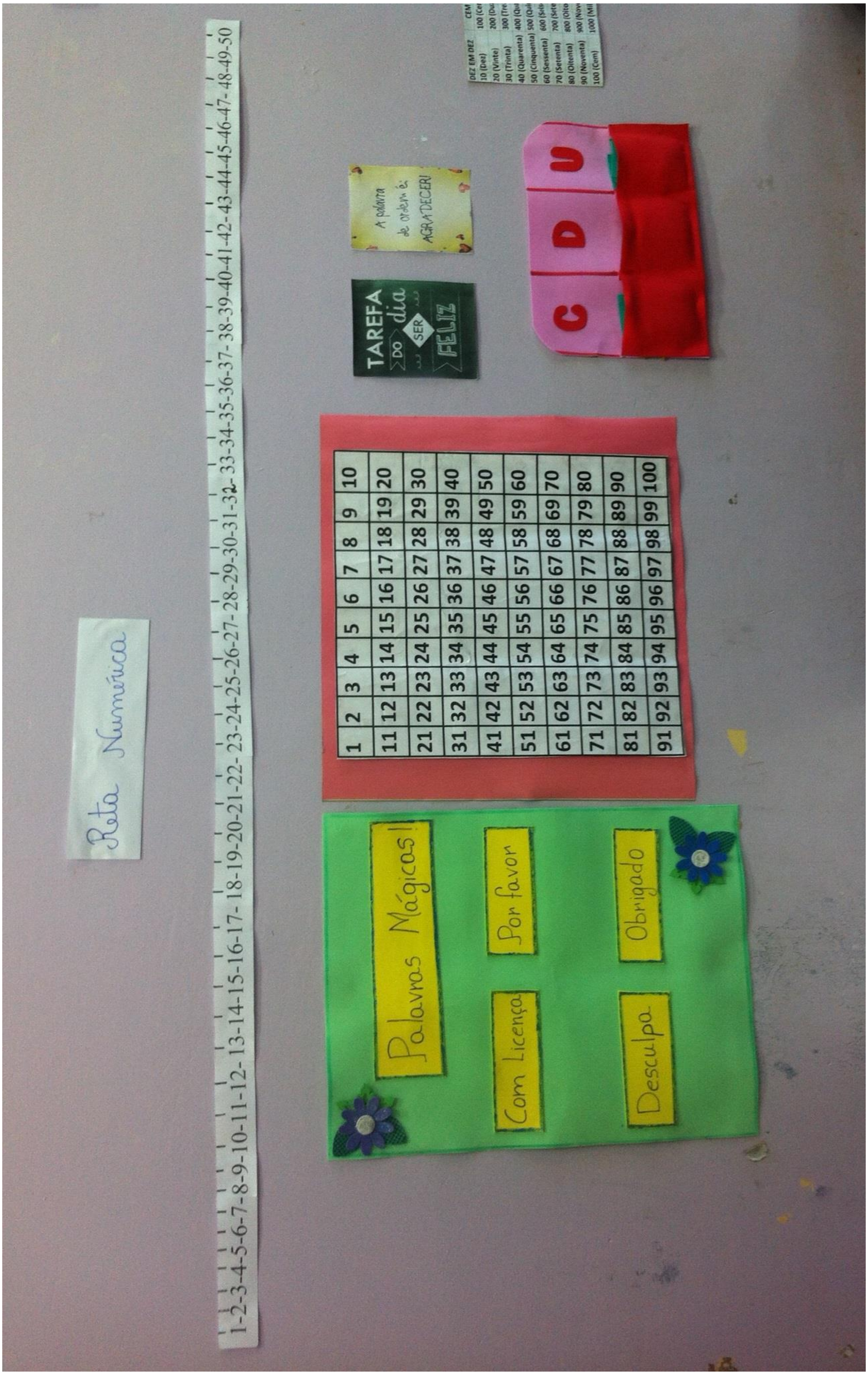
R:____
____.

10. Avalie os encontros do curso, com relação ao conteúdo e o professor (sua opinião é muito importante):

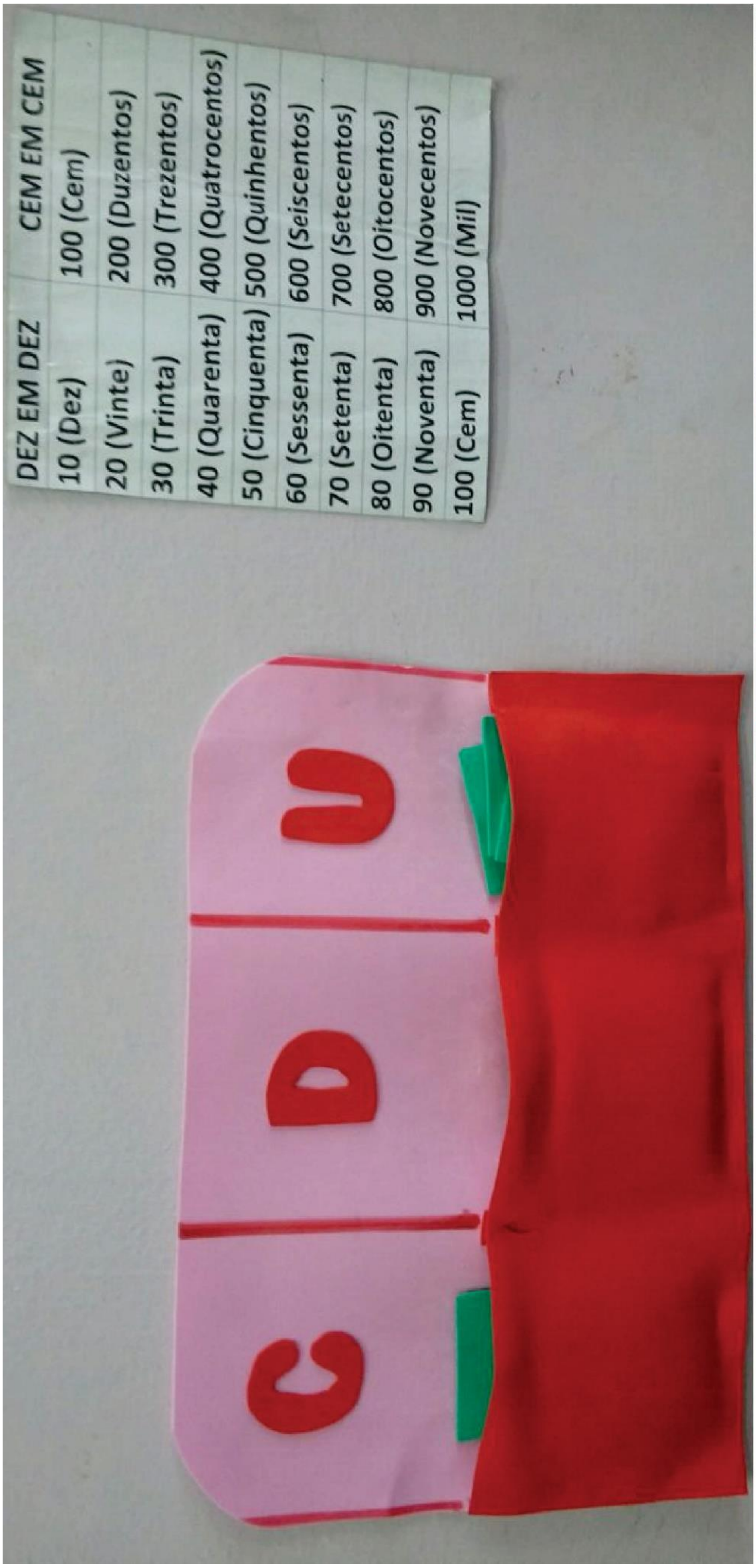
R:____
____
____
____.

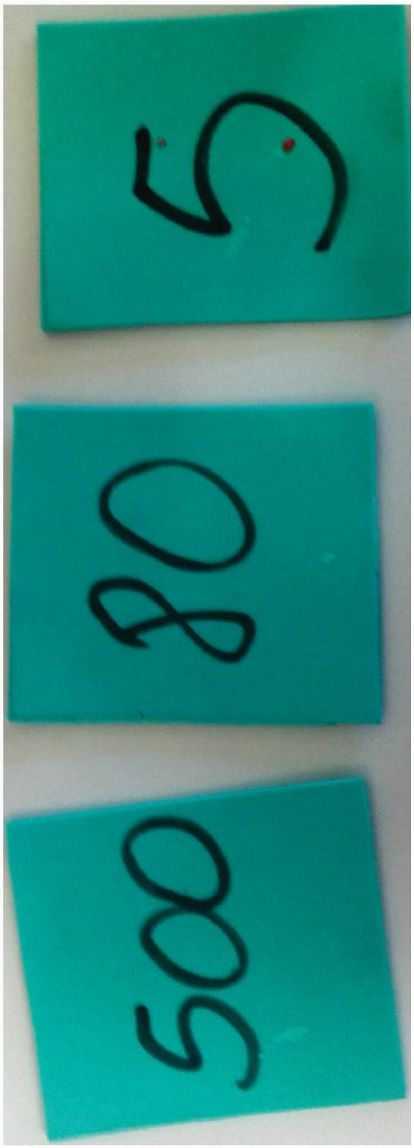
ANEXOS

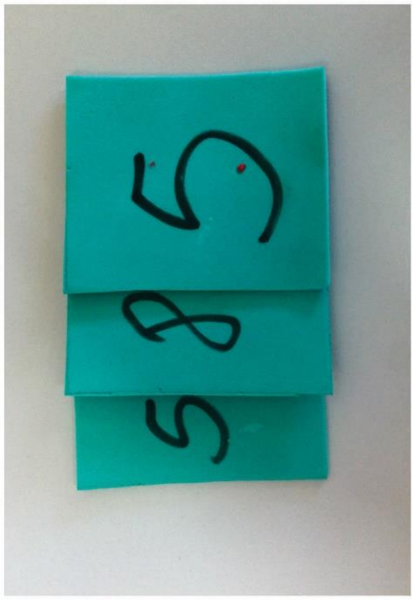
Anexo 1


Reta Numérica
1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-34-35-36-37-38-39-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49-50
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
51 52 53 54 55 56 57 58 59 60
61 62 63 64 65 66 67 68 69 70
71 72 73 74 75 76 77 78 79 80
81 82 83 84 85 86 87 88 89 90
91 92 93 94 95 96 97 98 99 100
TAREFA DO DIA SER FELIZ
A palavra de ordem é: AGRADECER!
C D U
DEZ EM DEZ
10 (Dez)
20 (Vinte)
30 (Trinta)
40 (Quarenta)
50 (Cinquenta)
60 (Sessenta)
70 (Setenta)
80 (Oitenta)
90 (Noventa)
100 (Cem)
Palavras Mágicos!
Por favor
Obrigado
Com Licença
Desculpa

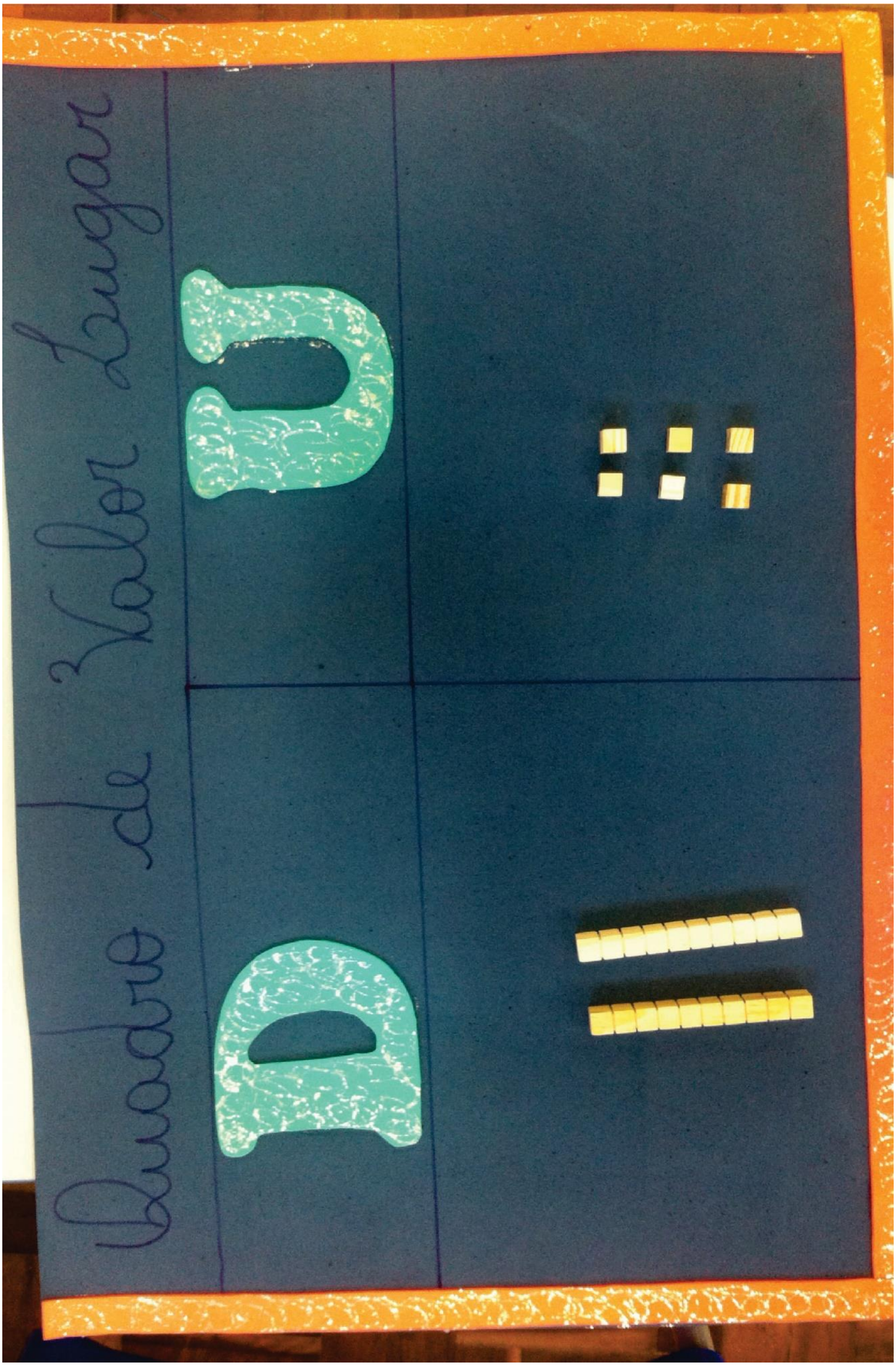
Anexo 2


DEZ EM DEZ
CEM EM CEM
10 (Dez)
100 (Cem)
20 (Vinte)
200 (Duzentos)
30 (Trinta)
300 (Trezentos)
40 (Quarenta)
400 (Quatrocentos)
50 (Cinquenta)
500 (Quinhentos)
60 (Sessenta)
600 (Seiscentos)
70 (Setenta)
700 (Setecentos)
80 (Oitenta)
800 (Oitocentos)
90 (Noventa)
900 (Novecentos)
100 (Cem)
1000 (Mil)
C
D
U


5
80
500


5
8
5

Anexo 3



Anexo 4

Aluno 1

Atividades sobre comparação:

1- Qual o conjunto que tem mais bolinhas?

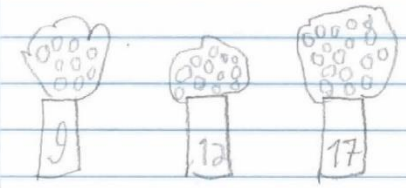
R. conjunto número três

2- Quantas bolinhas tem ao total~

R. 38

Aluno 2

Atividades sobre comparação:



1- Qual o conjunto que tem mai bolinhas

R: O conjunto que tem 17 balinhas

2- Quantas balinhas tem no tatal?

R: O tatal de balinhas é 38

Anexo 5

/ /

SUBTRAÇÃO

2- De o resultado com 167.

334	464	724	999
- 167	- 297	557	- 832
167	167	167	167
1067	1167	1267	1632
- 900	- 1000	- 1100	- 1465
0167	0167	0167	0167
2000	2264	2.768	
- 1833	- 2097	- 2.601	
0167	0167	0 167	

Anexo 6

1-CRIE CONDIÇÕES QUE O RESULTADO CHEGUE 10

8+2=10

7+3=10

9+1=10

5+5=10

6+4 10

3+3+4=10

4+4+2=10

5+3+2=10

2- RESOLVA ATÉ COMPLETAR 100

70+3=73

73+3=76

76+3=79

79+3=82

82+3=85

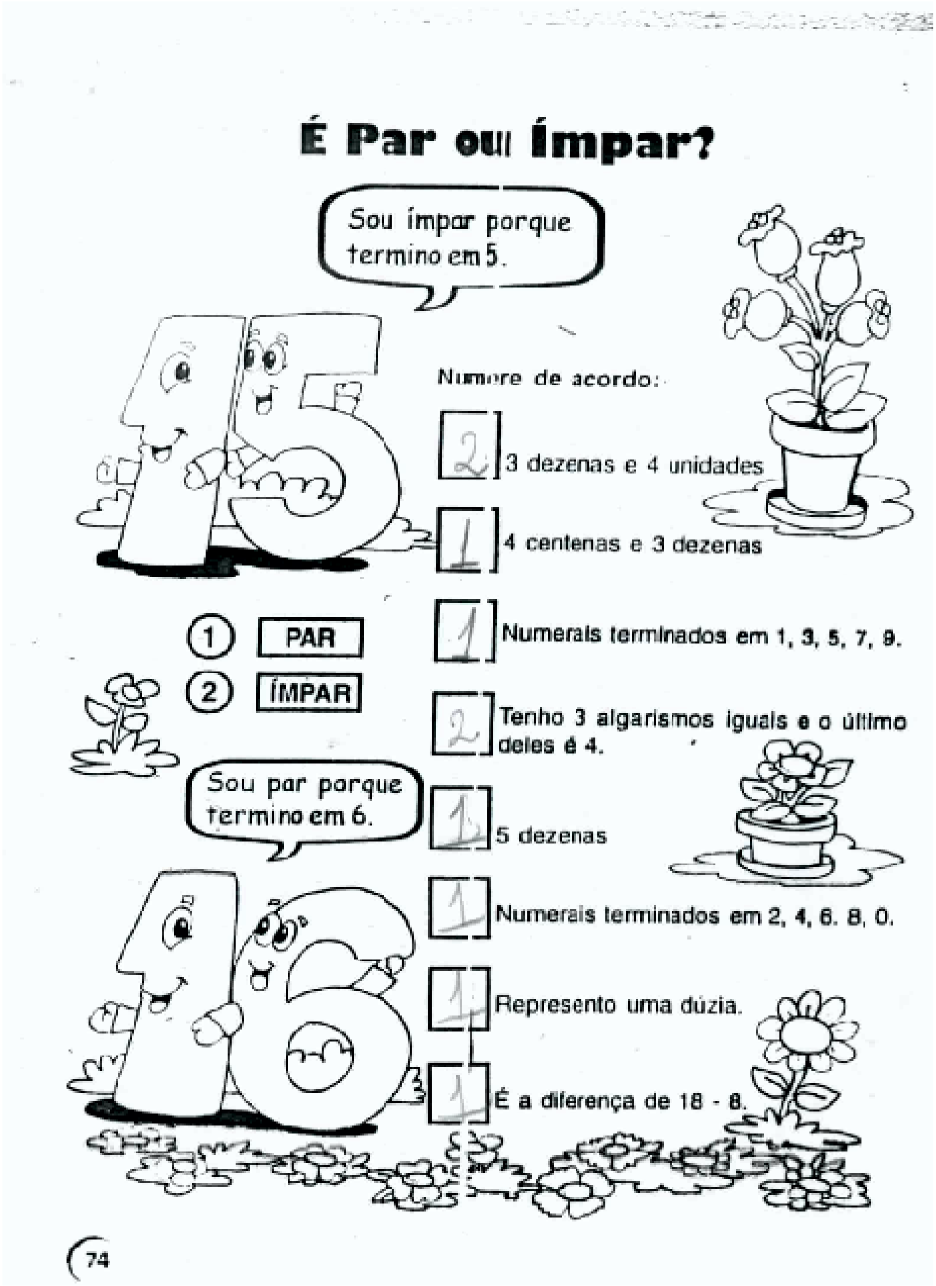
85+3=88

91+3=94

94+3=97

97+3=100

Anexo 7



É Par ou Ímpar?

1 PAR

2 ÍMPAR

Numere de acordo:

[2] 3 dezenas e 4 unidades

[1] 4 centenas e 3 dezenas

[1] Numerais terminados em 1, 3, 5, 7, 9.

[2] Tenho 3 algarismos iguais e o último deles é 4.

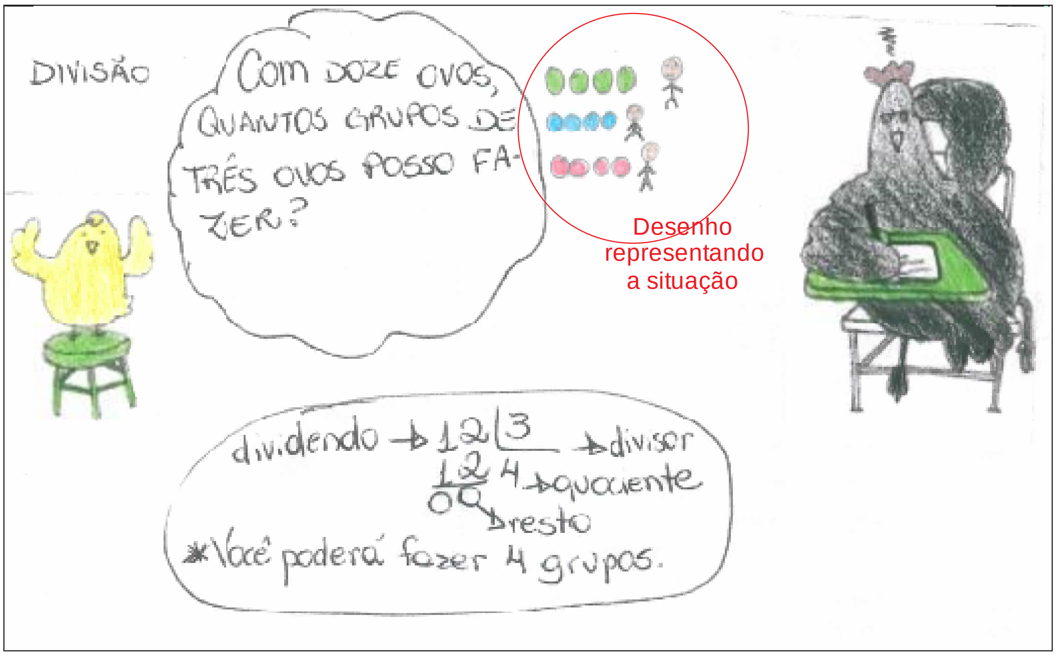
[1] 5 dezenas

[1] Numerais terminados em 2, 4, 6, 8, 0.

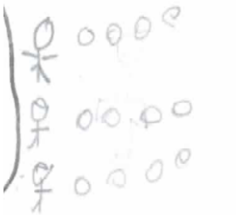
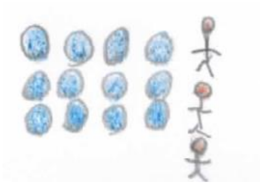
[1] Represento uma dúzia.

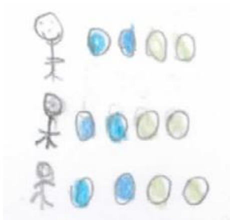
[1] É a diferença de 18 - 8.

Anexo 8



Desenhos feitos por outros alunos representando a situação



Anexo 9

```
  967          100  10
+ 638          900 + 60 + 7
             + 600 + 30 + 8
              1600   0   5
               1605

  57          50 + 7
-  4        -      4
              50 + 3
              53

  273                 6
- 138         200 + 70 + 3
  135       - 100 + 30 + 8
              100   30   5
               135

                                10
+ 1637        + 1000 + 600 + 30 + 7
  1436          1000 + 400 + 30 + 6
               2000 + 1000 + 70 + 3
                 3000 + 70 + 3
                   3073

  184         100 + 80 + 4
-  62       -       60 + 2
              100 + 20 + 2
               100 + 20 + 2
                 122
```

tilibra

Anexo 10

DESCOBRINDO CONTINHAS

1- LEIA, ARME E EFETUE:

a)VINTE E TRÊS MENOS NOVE

$$\begin{array}{r} 23 \\ -\ 9 \\ \hline 14 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20+3 \\ -\ 9 \\ \hline 10+4 \end{array}$$

b)QUINZE MENOS OITO

$$\begin{array}{r} 15 \\ -\ 8 \\ \hline 07 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10+5 \\ 8 \\ \hline 7 \end{array}$$

c)TRINTA E SEIS MENOS VINTE E SETE

$$\begin{array}{r} 36 \\ -\ 27 \\ \hline \end{array}$$

d)DEZOITO MENOS NOVE

$$\begin{array}{r} 18 \\ -\ 9 \\ \hline 09 \end{array}$$

e)QUARENTA MENOS VINTE E SETE

$$\begin{array}{r} 49 \\ -\ 27 \\ \hline 22 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 40+9 \\ -\ 20+7 \\ \hline 20\ \ 2 \end{array}$$

f) CINQUENTA E QUATRO MENOS TRINTA E OITO

$$\begin{array}{r} 54 \\ -\ 38 \\ \hline 16 \end{array}$$

2- QUANTO FALTA?

a)3 PARA 7 FALTAM__4__

b)3 PARA 6 FALTAM__3__

C)4PARA 6 FALTAM__2__

d)7 PARA 9 FALTAM__2__

e)2 PARA 4 FALTAM__2__

f) 1 PARA 7 FALTAM__6__

g)5 PARA 10 FALTAM__5__

h) 1 PARA 5 FALTAM__4__

i) 3 PARA 9 FALTAM__6__

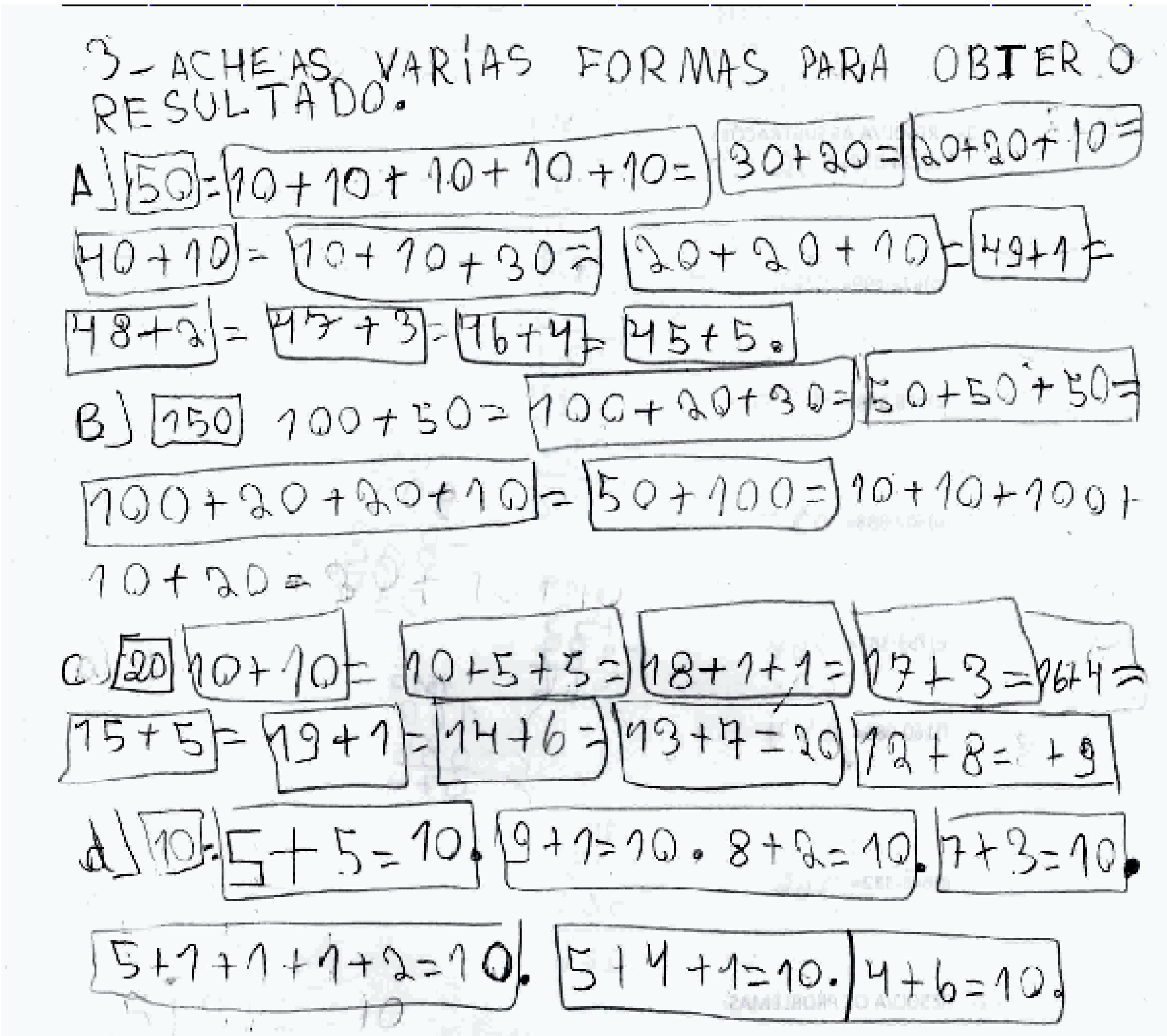
j)2 PARA 8 FALTAM__6__

k)2 PARA 10 FALTAM__8__

l)2 PARA 10 FALTAM__8__

m)4 PARA 9 FALTAM__5__

Anexo 11


3- ACHE AS VARÍAS FORMAS PARA OBTER O RESULTADO.

A) 50 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 30 + 20 = 20 + 20 + 10 =
40 + 10 = 10 + 10 + 30 = 20 + 20 + 10 = 49 + 1 =
48 + 2 = 47 + 3 = 46 + 4 = 45 + 5.

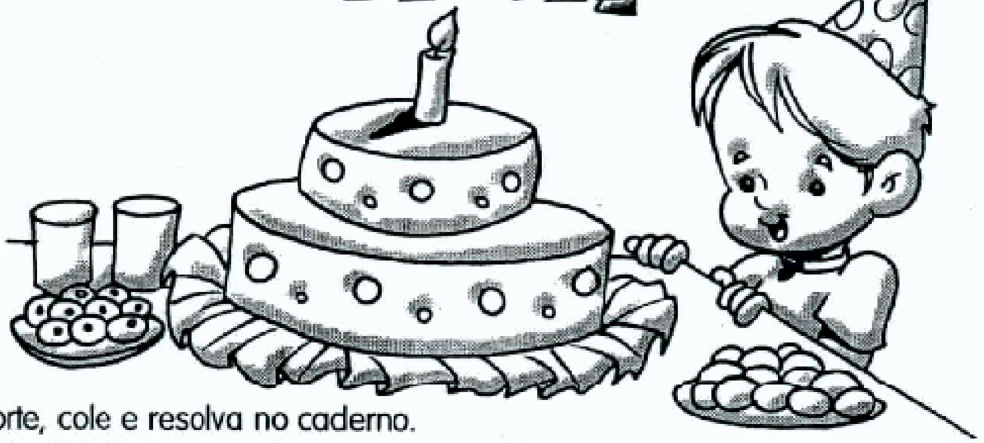
B) 150 100 + 50 = 100 + 20 + 30 = 50 + 50 + 50 =
100 + 20 + 20 + 10 = 50 + 100 = 10 + 10 + 100 +
10 + 20 =

C) 20 10 + 10 = 10 + 5 + 5 = 18 + 1 + 1 = 17 + 3 = 16 + 4 =
15 + 5 = 19 + 1 = 14 + 6 = 13 + 7 = 20 12 + 8 = + 9

d) 10 5 + 5 = 10. 9 + 1 = 10. 8 + 2 = 10. 7 + 3 = 10.
5 + 1 + 1 + 1 + 2 = 10. 5 + 4 + 1 = 10. 4 + 6 = 10.

Anexo 12

PROBLEMATIZANDO



Recorte, cole e resolva no caderno.

a) Para o aniversário de André, sua mãe comprou 4 dúzias de pirulito. Foram distribuídos 2 dezenas para as meninas e 17 unidades para os meninos.
Quantos pirulitos sobraram?

40 + 8
− 20 + 0
10 + 7
10 + 1

Operação

Resposta 10 + 1
11

b) Dos 97 docinhos da festa, sobraram 2 dezenas e meia.
Quantos docinhos sobraram?

20 + 5

Operação

Resposta 25

c) Carlos ganhou um pacote com 67 balas. Deu duas dúzias e meia para seu irmão.
Com quantas balas ele ficou?

60 + 7
− 30
30 + 7

Operação

Resposta 30 + 7
37

d) Foram feitos 50 cachorros quente. Os meninos comeram 17 e as meninas duas dezenas.
Quantos sobraram?

50 + 0
− 10 + 7
20
20 − 7

Operação

Resposta 20 − 7
13

Anexo 13

Decompor os números.

Ex.: 3.240 = 3.000+200+40

63.284=63.000+200+80+4

634=600+30+4

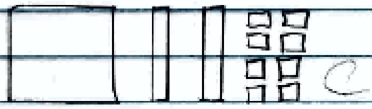
298=200+90+8

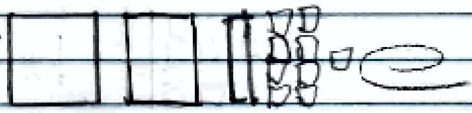
127=100+20+7

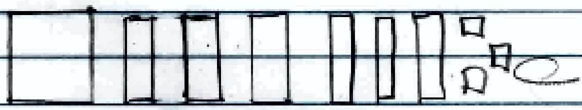
329=300+20+9

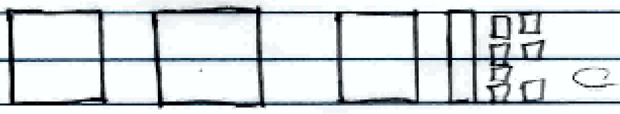
462=400+60+2

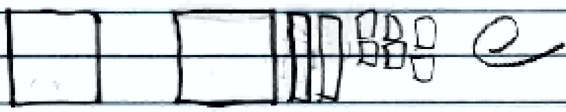
Desenhe em "Material dourado" os números:

128= 

219= 

163= 

317= 

226= 

Anexo 14

COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO

Qual é o número?

1- Duzentos e sessenta e um. 261

2- 6 centenas, 2 dezenas e 7 unidades. 627

3- 300 + 10 + 5. 315

4- 5 unidades de milhar, 4 centenas, 3 dezenas e 1 unidade. 5.431

5- 100 + 50 + 4. 154

Respostas: 1- 261; 2- 627; 3- 315; 4-5 431; 5- 154.

Complete com atenção:

• No cinema da cidade de Salvador cabem 548 pessoas.

1- 5 4 8 → 8 unidades

→ 4 dezenas ou 40 unidades

→ 5 centenas ou 50 dezenas ou 500 unidades

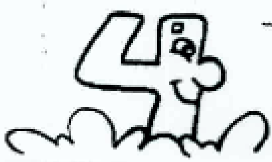
• Na escola João Fernandes foram matriculados 1.237 alunos.

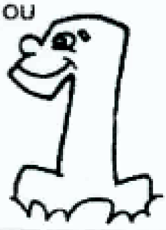
2- 1 2 3 7 → 7 unidades

→ 3 dezenas ou 30 unidades

→ 2 centenas ou 20 dezenas ou 200 unidades

→ 1 unidade de milhar ou 10 centenas ou 100 dezenas ou 1.000 unidades





Anexo 15

ATIVIDADES DE COMPOSIÇÃO/ COMPARAÇÃO/ RETA NUMÉRICA

1- Resolva e responda:

1.1-Ana tem em sua coleção 1 centena e meia de adesivos. Desses deu para sua prima Catarina 5 dezenas de adesivos.

Reescreva o problema compondo os números, para após resolver a situação problema.

Ana tem em sua coleção 150 adesivos
Desses, deu 50 para sua prima Catarina

$$\begin{array}{r} 150 \\ -\ 50 \\ \hline 100 \end{array}$$

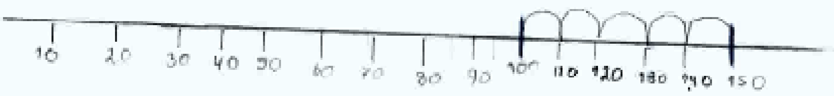
Com quantos adesivos Ana ficou? 100 adesivos

Quantas centenas tem nesse valor? 1 centena

Quantas dezenas? 10 dezenas

Quantas unidades? 100 unidades

Exemplifique esta conta através da reta numérica



1.2- Um caminhão transporta 500 caixas de refrigerantes. Numa curva, caíram 87 caixas.

$$
\begin{array}{r}
500 \\
-\ 87 \\
\hline
413
\end{array}
$$

1- Quantas centenas de caixas restaram ? 4

2- Quantas dezenas de caixas restaram ? 41

3- Quantas unidades de caixas restaram? 413

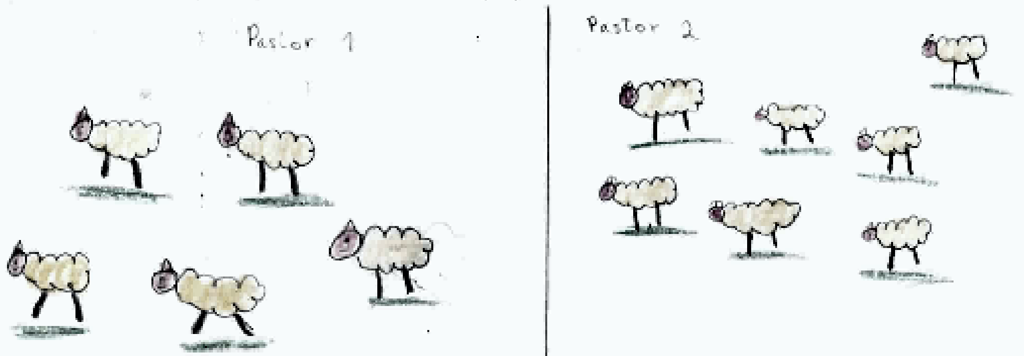
4- Decomponha os elementos do problema:

500 - 5 centenas ou 50 dezenas ou 500 unidades

413 - 400 + 10 + 3 = 4 centenas + 1 dezena + 3 unidades

87 - 10 + 7 = 8 dezenas + 7 unidades

1.3- Um pastor diz para o outro: - Dê um de seus carneiros que ficamos com igual número de carneiros. O outro responde: - Nada disso, dê-me um de seus carneiros que ficarei com o dobro dos seus. Quantos carneiros tem cada um? Represente a situação citada por meio de desenho e explique o resultado final.



O pastor nº 1, tem 5 carneiros e o pastor nº 2 tem 7 carneiros. Se o pastor nº 2 der um carneiro para o outro pastor, ambos ficaram com 6 carneiros cada. Se o pastor nº 1 der 1 carneiro para o outro pastor ore ficará com ...

Anexo 16

Resolva as subtrações usando o deslocamento

$$83-48= \begin{array}{r} 83 \\ -48 \\ \hline \end{array} - 4 = \begin{array}{r} 89 \\ 44 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ -17 \\ \hline \end{array} - 3 = \begin{array}{r} 68 \\ -14 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ -76 \\ \hline \end{array} - 5 = \begin{array}{r} 95 \\ -71 \\ \hline 24 \end{array}$$

Anexo 17

Faça a Subtração usando a decomposição

$$\begin{array}{r} 278 \\ -\ 149 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 200 + \overset{60}{\cancel{70}} + \overset{18}{\cancel{8}} \\ -\ 100 + 40 + 9 \\ \hline \end{array} = 129$$

$$\begin{array}{r} 841 \\ 417 \end{array} = \begin{array}{r} 800 + \overset{30}{\cancel{40}} + \overset{11}{\cancel{1}} \\ -\ 400 + 10 + 7 \\ \hline 400 + 20 + 4 \end{array} = 424$$

1- Numa fazenda havia 754 bois gordos. Venderam 518. Quantos restaram?

$$\begin{array}{r} 754 \\ -\ 518 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 700 + \overset{40}{\cancel{50}} + \overset{14}{\cancel{4}} \\ -\ 500 + 10 + 8 \\ \hline \end{array} = 236$$

Anexo 18

Faça a decomposição dos números utilizando no mínimo quatro possi-bilidades

9=

$\boxed{9}$

7+2=

8+1=

5+4=

6+3=

$\boxed{15}$

10+5= 7+8=

9+6= 11+6=

Anexo 19

Quantos faltam para completar:

14 para 20 = 6
12 para 24 = 12
8 para 16 = 8
9 para 18 = 9
10 para 30 = 20
13 para 30 = 15
13 para 30 = 17
16 para 20 = 4

Resolva os problemas:

João encontrou em um recipiente 23 larvas de mosquitos da dengue. No dia seguinte encontrou mais 13 Compare quantas larvas encontrou a mais no 1º dia que no 2º dia?

23
13
10

R: João encontrou 10 larvas a mais que no 1º dia.