UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

JEFFERSON GOMES DE MORAES

CONSIDERAÇÕES SOBRE A MELHORIA DO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA BASEADAS NA ORIENTAÇÃO AO PROCESSO E NA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

PONTA GROSSA – PR
2016

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

JEFFERSON GOMES DE MORAES

CONSIDERAÇÕES SOBRE A MELHORIA DO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA BASEADAS NA ORIENTAÇÃO AO PROCESSO E NA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT na Universidade Estadual de Ponta Grossa, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dra. Scheila Valechenski Biehl

PONTA GROSSA – PR
2016

Ficha Catalográfica
Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação BICEN/UEPG

Moraes, Jefferson Gomes de
M827 Considerações sobre a melhoria do processo ensino-aprendizagem em matemática baseadas na orientação ao processo e na investigação matemática/ Jefferson Gomes de Moraes. Ponta Grossa, 2016.
83f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Área de Concentração: Matemática), Universidade Estadual de Ponta Grossa.
Orientadora: Profª Drª Scheila Valechenski Biehl.

1.Autonomia. 2.Construtivismo. 3.Educação matemática. 4.Ensino-aprendizagem. 5.Investigação matemática. I.Biehl, Scheila Valechenski. II. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. T.

CDD: 510.7

TERMO DE APROVAÇÃO

Jefferson Gomes de Moraes

"CONSIDERAÇÕES SOBRE A MELHORIA DO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA BASEADAS NA ORIENTAÇÃO AO PROCESSO E NA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA"

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora.

Scheila V. Biehl

Orientador: Prof. Dra. Scheila Valechenski Biehl
Departamento de Matemática e Estatística, UEPG/PR

Prof. Dra. Jussara Rodrigues Ciappina
Departamento Acadêmico de Matemática, UTFPR/PR

Prof. Dra. Marceli Behm Goulart
Métodos e Técnicas de Ensino, UEPG/PR

Ponta Grossa, 06 de Julho de 2016.

Dedico este trabalho primeiramente a Deus.

Em segundo plano a minha família: a minha mãe por sempre me acompanhar, ajudar e incentivar nos estudos, ao meu pai por todo momento apoiar minhas decisões, e ao meu irmão pela prestatividade e ajuda que sempre dedicou a minha pessoa.

Por fim, e não menos importante, àquela que também, incansavelmente, entendendo ou não a ciência matemática, prestou, direta ou indiretamente, a sua ajuda na construção deste trabalho: minha noiva Jessica.

A vocês minha eterna gratidão e reconhecimento.

AGRADECIMENTOS

Inicio agradecendo a minha orientadora professora Sheila Valechenski Biehl, por todo suporte, conhecimento, tempo, material, disposição, atenção e apoio que, não só a este trabalho, mas também a mim, foram despendidos. A você minha eterna gratidão, agradecimento e o desejo de que o bebê venha com muita saúde a este mundo.

Agradeço também a todos os professores do programa Profmat.

Agradeço a administração da agência Ponta Grossa do Banco do Brasil, na pessoa do meu colega Jói, por terem dado todo suporte para que eu pudesse prosseguir neste mestrado e hoje concluir esta dissertação.

Aos meus colegas de mestrado, por tudo que vivenciamos e construímos durante esse período.

Por fim, a toda minha família e principalmente meus avós Sr. João e Dona Divi, por todo amor e carinho que sempre dedicaram a mim. A vocês minha eterna gratidão.

RESUMO

O presente trabalho tem como principal objetivo apresentar e pesquisar uma metodologia de ensino e aprendizagem que leva para a sala de aula uma ambiente mais favorável a assimilação de conceitos matemáticos, propiciando um ensino com maior potencial de estímulo a autonomia do estudante. Inicialmente apresentamos um resgate teórico sobre a educação matemática, suas perspectivas de ensino e sua trajetória no Brasil. Abordamos como ponto central e fundamental a metodologia construtivista, caracterizada por valorizar a construção do conhecimento efetuada pelo próprio estudante, e nesse sentido defendemos ser uma alternativa facilitadora para o ensino de matemática. Com o intuito de favorecer um ambiente construtivista descrevemos alguns cenários de investigação, onde o professor passa a abordar conteúdos matemáticos de forma a estimular o aluno a pensar, analisar e investigar. Esse processo de encorajamento para autonomia do estudante na construção de seu conhecimento foi analisado por meio de uma proposta de atividade investigativa aplicada no ensino de proporcionalidade e regra de três, o qual se mostrou uma estratégia viável e efetiva para uma aprendizagem mais significativa dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Autonomia. Construtivismo. Educação Matemática. Ensino-aprendizagem. Investigação Matemática.

ABSTRACT

The main objective of this work is to present and research a teaching-learning methodology that leads to the classroom a more favorable environment for the assimilation of mathematical concepts, providing an education with greater potential for encouragement of learner autonomy. Initially we present a historic review of mathematics education, their prospects for education and his trajectory in Brazil. We approach as central and fundamental point of the constructivist methodology, this is characterized by enhancing and valorizing the knowledge constructions made by the learners themselves, and in this sense, we are engaged in defending it as a feasible alternative to the math education. In order to provide a constructivist environment, we described some investigation scenarios where the teacher goes to address mathematical content in order to stimulate students to think, analyze and investigate. This process of encouragement for the student’s autonomy in building his knowledge was corroborated through a proposal of investigative activity applied in the teaching of proportionality and rule of three, which proved a viable and effective strategy for a more meaningful learning of mathematical concepts.

Keywords: Autonomy. Constructivism. Mathematics Education. Teaching-Learning Process. Mathematical Investigation.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A preocupação com a educação matemática surge naturalmente em todo professor de matemática. No dia a dia nos depararmos a todo momento com informações, números, dados, gráficos, e podemos ter diferentes interpretações de acordo com o que sabemos sobre a matemática.

Quanto mais temos conhecimento de Matemática e quanto mais exercitamos este conhecimento é que podemos enxergar que há matemática em determinada situação, ou mais, que há matemática em toda parte.

Assim, quando entendemos que há matemática onde quer que estejamos, onde quer que olhemos, queremos dizer que com o auxílio das ferramentas que esta ciência possui, podemos chegar a resultados mais rápidos e possivelmente corretos. Muitas vezes utilizamos a matemática e nem percebemos, como por exemplo, na definição de preço de um produto por um vendedor ou de um serviço por um prestador de serviços, onde a tomada de decisão de qual será o preço final exige conceitos da matemática.

Quando já estamos utilizando de procedimentos matemáticos sem mesmo perceber que aquilo é de fato uma matemática, é porque já dominamos determinado conhecimento e conseguimos usar fora do ambiente escolar. Então podemos dizer que o ensino e a aprendizagem deste conteúdo teve sucesso.

Diante disso surge o questionamento sobre as atividades escolares, sobre como o ensino de matemática vem sendo tratado. Quando falamos sobre a preocupação com a educação matemática, queremos dizer se nos questionamos se estamos alcançando bons resultados com as práticas de ensino aplicadas em nossas escolas. E no caso afirmativo, como podemos continuar a aperfeiçoar os atuais estilos de ensino para mantermos altos índices de aproveitamento. Porém, se os atuais resultados do ensino e aprendizagem de matemática não estão sendo bons, a nossa preocupação deve ser a de buscar meios e formas de um ensino que possa levar o saber matemático de maneira mais eficiente para os indivíduos.

Sabemos que a matemática escolar é essencial para diversas atividades do cotidiano, senão todas. De encontro a isso temos a educação matemática, campo de estudo da matemática que pesquisa processos nos quais o ensino desta disciplina tenha maior aproveitamento do ensino e aprendizagem.

Desejamos formar um aluno que quando ler uma reportagem onde tenha números, gráficos, porcentagem, ele consiga, também, fazer a sua própria interpretação desses dados, e não somente ler a interpretação do autor do texto, ou seja, criar no educando a autonomia, a crítica, quando ele se deparar com informações ou até mesmo com uma dada resposta, não acreditar plenamente, não validar sem antes fazer uma análise. Esse é um poder que a matemática oferece aos educandos e cabe a nós, professores educadores, ajuda-los a desenvolver. Este trabalho tem por objetivo pesquisar formas e metodologias de ensino onde o professor de fato ofereça caminhos e oportunidades ao aluno, para desenvolver seu potencial e utilizá-lo da melhor maneira possível.

A partir disso, surgem as seguintes questões: Como fazer com que os indivíduos aprendam mais sobre matemática? Como fazer para que o saber que os alunos aprendem nas escolas não seja rapidamente esquecido? Como fazer com que cada vez mais os alunos participem do processo da educação matemática? É possível fazer com que os alunos passem, também, a gostar da matemática? Como fazer com que os alunos desenvolvam uma autonomia e consigam aplicar no cotidiano o que aprendem no ambiente escolar?

Esses são alguns dos princípios norteadores desta pesquisa, que vem a considerar e expor uma metodologia de ensino de matemática que valoriza o aluno, que valoriza a construção do conhecimento do aluno e sua autonomia, que valoriza o que ele já sabe e todo o processo de aprendizagem, e não somente o resultado final.

Contudo, sabemos que existem questões desafiadoras acerca do processo de mudança na forma tradicional de ensino em geral utilizada nas escolas, o método expositivo de ensino. Será possível aplicar novas alternativas de ensino nas escolas? Os alunos irão questionar o professor? O professor precisa da mesma quantidade de tempo para preparar uma aula ao aplicar um método de ensino alternativo ao método expositivo?

Ao longo deste trabalho esperamos responder esses e outros questionamentos que possam vir a surgir, onde nosso trabalho foi pautado na metodologia de pesquisa documental, bibliográfica e de campo, tendo como principais métodos: histórico, comparativo, estatístico e análise de questionários.

Dessa forma, no segundo capítulo apresentamos um resgate histórico do desenvolvimento da educação matemática, desde a sua origem até os tempos atuais, no Brasil e no mundo. O terceiro capítulo apresenta as tendências de pesquisa na educação matemática, para em seguida detalharmos três metodologias de ensino, dentre as quais, a metodologia orientação ao processo, cuja qual é nossa fonte de orientação.

No quarto capítulo passamos a detalhar um ambiente que tem por objetivo valorizar o conhecimento do aprendiz. Apresentamos a importância de incentivar a leitura, também na aula de matemática, discorremos sobre os cenários de investigação e sobre estimular a autonomia do estudante.

Enfim, no capítulo cinco propomos uma atividade investigativa envolvendo o conteúdo proporcionalidade e regra de três, relatamos a experiência da aplicação da atividade e apresentamos algumas análises obtidas por meio de um questionário aplicado aos alunos ao término da atividade. Finalizando então no capítulo seis com as considerações finais.

2 RESGATE HISTÓRICO SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nesta primeira parte do trabalho faremos uma breve recapitulação acerca da origem da educação matemática. É importante ressaltar que o escopo deste capítulo consiste em situar o leitor no delinear da história do desenvolvimento da educação matemática. Iniciaremos com a perspectiva histórica, desde seus sinais anunciadores até chegar ao momento atual, apresentando, também, sua historicização no território brasileiro.

2.1 PERSPECTIVA HISTÓRICA SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Com o intuito de resgatar o início da pesquisa em educação matemática (EM), se faz necessário observar a diferença entre: professor de matemática e matemático, pois apesar de ambos terem em comum a matemática, o olhar para esse campo de saber pode ser diferente.

Vejamos a conceituação segundo Dario Fiorentini e Sergio Lorenzato:

> O matemático, por exemplo, tende a conceber a matemática como um fim em si mesma, e quando requerido a atuar na formação de professores de matemática, tende a promover uma educação para a matemática, priorizando os conteúdos formais e uma prática voltada à formação de novos pesquisadores em matemática.
>
> O educador matemático, em contrapartida, tende a conceber a matemática como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos e também do professor de matemática do ensino fundamental e médio e, por isso, tenta promover uma educação pela matemática, ou seja, o educador matemático, na relação entre educação e matemática, tende colocar a matemática a serviço da educação, priorizando, portanto, esta última, mas sem estabelecer um dicotomia entre elas. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 03 – 04)

Essa distinção é importante para observarmos que o ensino de matemática pelo educador matemático e pelo matemático tendem a ter objetivos diferentes para o aprendiz dessa disciplina. Sabendo que o mesmo profissional hora pode agir como matemático, hora como educador matemático.

Fiorentini e Lorenzato (2009) acrescentam a essa diferença o fato de a matemática ser uma ciência milenar, sendo estruturada em bases bem definidas, enquanto a educação matemática é uma área emergente de estudos e que não possui uma metodologia única de pesquisa.

A educação matemática está relacionada com a matemática, a psicologia e a sociologia, construindo, portanto, uma interdisciplinaridade. Contudo, seu reconhecimento como campo profissional científico tem sido consolidado a pequenos passos graças aos esforços de diversas nações. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009)

Segundo Fiorentini e Lorenzato, podemos destacar três fatos determinantes para o surgimento da educação matemática como uma área de conhecimento:

> O primeiro é atribuído à preocupação dos próprios matemáticos e de professores de matemática sobre a qualidade da divulgação/socialização das ideias matemáticas às novas gerações. Essa preocupação dizia respeito tanto à melhoria de suas aulas quanto à atualização/modernização do currículo escolar da matemática.
> [...]O segundo fato é atribuído à iniciativa das universidades europeias, no final do século XIX, em promover institucionalmente a formação de professores secundários. Isso contribuiu para o surgimento de universitários em ensino de matemática.
> O terceiro fato diz respeito aos estudos experimentais realizados por psicólogos americanos e europeus, desde o início do século XX, sobre o modo como crianças aprendiam a matemática. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 06)

Podemos observar, ainda, que cada um dos três fatores tem potencial para influenciar os outros, pois a preocupação de matemáticos e professores de matemática sobre a qualidade da divulgação e socialização de novas ideias matemáticas, tem naturalmente reflexo sobre as universidades, tanto em nível de pesquisa quanto em nível de ensino. E em se tratando de pesquisas de ensino, os estudos relacionados sobre como crianças aprendem matemática está ligado diretamente com curso de formação de professores.

Além da multiplicação de departamentos acadêmicos de matemática, no fim do século XIX a troca de ideias matemáticas intensificou-se através da fundação de sociedades matemáticas nacionais e encontros internacionais de matemáticos, quando em 1893 na cidade de Chicago nos Estados Unidos, ocorreu o primeiro congresso internacional de matemáticos. (BOYER, 2012)

Em 1908 foi realizado em Roma, Itália, o IV Congresso Internacional de Matemática, onde se criou a Comissão Internacional de Ensino de Matemática (CIEM), tendo o matemático alemão Félix Klein[1] como presidente. (PEREIRA, 2012)

Outro fator importante para o desenvolvimento da EM ao observarmos o contexto histórico é a Revolução Industrial[2], pois através da consequente urbanização das cidades verificou-se a necessidade da participação dos matemáticos também nas indústrias. (EVES, 2011)

No entanto, a pesquisa em EM deu um salto significativo nos anos 1950 com o Movimento Matemática Moderna (MMM), o qual consistiu em um movimento internacional de reformulação e modernização do currículo escolar, em diversos países, inclusive o Brasil. Esse movimento surgiu após a 2ª Guerra Mundial, como resposta a uma considerável defasagem entre o progresso científico-tecnológico e o currículo escolar então vigente. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009)

Para Pereira o objetivo principal do MMM era:

> (...) a reflexão e uma busca de elementos alternativos para o ensino de matemática, tendo como referência também o fato de as sociedades apresentarem grandes avanços tecnológicos e o ensino de matemática, de forma geral, não acompanhar esses avanços. (PEREIRA, 2012, p. 90)

Percebe-se que para o referido autor a matemática inserida no contexto histórico do século XX, não estava acompanhando o cenário a sua volta, ou seja, ao mesmo passo que a industrialização e urbanização avançavam, assim também deveria acontecer com a educação de modo geral, não sendo diferente com a matemática. Foi nesse contexto que o MMM começou a ganhar forma.

Segundo Kilpatrick (1996), a EM como campo de atividade é antiga, pois a matemática tem sido ensinada desde seus primórdios. Contudo, somente após os anos 1960, em meio a uma profissionalização crescente na formação de professores, foi que a EM começou a alcançar o status de campo profissional e científico.

Em 1969 foi realizado o 1º Congresso internacional de Educação Matemática em Lyon, na França. E em 1972 em Exeter, na Inglaterra, foi realizado o 2º Congresso

---

[1] Christian Felix Klein (1849-1925), um dos mais importantes e influentes matemáticos de sua época. Foi mentor do primeiro movimento internacional para reforma de programas do ensino de matemática, iniciado com a reforma do ensino alemão. (PEREIRA, 2012)

[2] Revolução industrial é um processo histórico caracterizada pelo acelerado desenvolvimento industrial, marca uma reorganização da civilização humana, inicia-se em meados do século XVIII. A indústria ganha destaque econômico e o progresso tecnológico desencadeou uma era de investigações sem precedentes. (EVES, 2011)

Internacional de Educação Matemática, de forma a dar mais espaço para os educadores matemáticos discutirem ideias desse campo do saber. (CURY, 1994)

Embora o objeto da EM ainda se encontre em processo de construção, pode-se dizer que ele envolve as relações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático. Quanto aos objetivos da pesquisa em EM, Fiorentini e Lorenzato destacam dois objetivos básicos:

> - um, de *natureza pragmática*, que tem em vista a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática;
> - outro, de cunho *científico*, que tem em vista o desenvolvimento da EM como campo de investigação e de produção de conhecimentos. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 10)

Como vimos, a EM não é uma simples disciplina da matemática, atualmente é um campo profissional e científico com diversas linhas de pesquisas e com inúmeros estudiosos fazendo investigações em EM, buscando formas de ensino e aprendizagem cada vez mais abrangentes e efetivas. Por outro lado, o papel social da EM tem o objetivo de preparar o indivíduo para enfrentar as matemáticas vivenciadas diariamente. Por exemplo, quando um indivíduo vai ao mercado e se depara com o mesmo produto em diversas embalagens de diferentes pesos e quantidades, a EM tem o papel de prepará-lo para que ele consiga utilizar de sua bagagem matemática para tomar a decisão matematicamente, ou seja, que a pessoa saiba que a matemática ensinada na escola é a mesma matemática que ele lida no dia a dia, vista de uma forma mais formal.

2.2 A TRAJETÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

O campo de conhecimento da educação matemática brasileira surgiu de fato no século XX e Fiorentini e Lorenzato dividem o seu desenvolvimento como campo profissional em quatro fases:

> 1ª Fase: Gestação da EM como campo profissional (período anterior à década de 1970);
> 2ª Fase: Nascimento da EM (década de 1970 e início dos anos de 1980);
> 3ª Fase: Emergência de uma comunidade de educadores matemáticos (década de 1980)

> 4ª Fase: Emergência de uma comunidade científica em EM (anos de 1990). (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 16)

As linhas que dividem as fases da EM não são fixas e bem definidas, e os anos aqui levantados são para facilitar a compreensão do estado da EM em cada período. Veremos adiante que as produções e a evolução das pesquisas no campo da EM em cada período possuem características que justificam as divisões relacionadas acima.

A partir do século XX o Brasil teve um grande crescimento da população urbana, causando uma grande multiplicação de instituições escolares com o intuito de alcançar o progresso nacional, segundo Fiorentini (1994).

Na década de 1920, o movimento chamado Escola Nova[3] fez surgir os primeiros “educadores matemáticos”. Eles tinham como premissas produzir livros-texto para os alunos e prescrever orientações didático-metodológicas e curriculares aos professores. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009)

Após 1950, os estudos relativos ao processo de ensino e aprendizagem da matemática no Brasil ganharam impulso com a realização dos congressos brasileiros de ensino de matemática (CBEM). Os CBEMs contribuíram para que centenas de profissionais voltassem suas atenções para o ensino de matemática, bem como para um maior engajamento dos estudiosos brasileiros ao movimento internacional MMM. (FIORENTINI, 1994)

Conforme Pereira, o MMM teve seu auge no Brasil entre as décadas de 1960 e 1970:

> (...) na sua essência, propusera profundas alterações nas perspectivas metodológicas do ensino de matemática, a inserção de novos conteúdos para os diferentes níveis de ensino, bem como instalara uma nova postura diante dela e seus efetivo ensino escolar. (PEREIRA, 2012, p.92)

A realização dos CBEMs, o intercâmbio com educadores matemáticos internacionais e a formação de grupos de estudos em torno do MMM, preparariam o Brasil para o surgimento da EM na década seguinte. Assim, Fiorentini e Lorenzato (2009), afirmam que na década de 1970, surgiram os primeiros sinais da existência

---

[3] A Escola Nova resultou da tentativa de superar a escola tradicional excessivamente rígida e voltada para a memorização. Esse movimento teve por ideal educar para a liberdade no sentido de possibilitar a construção da sociedade democrática. (ARANHA, 2006)

de um novo campo profissional, período que esse pesquisador destaca como a 2ª fase da EM no Brasil.

O incentivo na educação pelo regime militar[4], segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), com foco em formação de mão de obra qualificada para atender o desenvolvimento do país, desencadeou uma grande ampliação do sistema educacional brasileiro, trazendo como consequência no início dos anos 1970, o crescimento de licenciaturas em ciências e em matemática, bem como o surgimento de vários programas de pós-graduação em educação, matemática e psicologia.

Fiorentini e Lorenzato afirmam que a partir dessas novas instituições surgem produções mais sistemáticas:

> É no âmbito desses cursos de pós-graduação que surgiriam algumas tentativas mais sistemáticas de produção de estudos sobre a aprendizagem da matemática ou sobre o currículo e o ensino. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.22)

Com a ampliação das instituições de ensino, mais profissionais passam a adquirir conhecimento científico e, também, foram tendo mais espaços para encontros e discussões de ideias, que consequentemente favoreceu a uma identificação dos temas pesquisados por esses profissionais. Nesse período, os estudos de EM eram vinculados geralmente aos cursos de pós-graduação de educação, matemática e psicologia, pois a EM ainda não tinha um programa próprio de pós-graduação.

Fiorentini e Lorenzato destacam então, três focos temáticos nessa fase:

> - estudo, desenvolvimento e testagem, via método experimental, de testagem, via método experimental de técnicas/métodos de ensino ou de propostas metodológicas
> - estudos exploratórios/descritivos, do currículo escolar e/ou do processo ensino-aprendizagem da matemática
> - estudo de natureza psicológica e/ou cognitiva
>
> (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 22)

Podemos perceber uma profissionalização da pesquisa em EM nesse período, tanto pelo fato do aumento de instituições oficiais com atenções voltadas ao ensino e aprendizagem da matemática quanto pelos estudos produzidos que começam a abranger de fato a pesquisa e a investigação do processo de ensino, pois até 1970 as produções estavam voltadas para orientações curriculares.

---

[4] Forma de governo onde o poder político é exercido por militares. No Brasil esse governo inicia-se com o golpe militar em 1964 e termina em 1985 (ARANHA, 2006)

A terceira fase da EM no Brasil que se deu na década de 1980, onde observamos a formação da comunidade de educadores matemáticos, que teve impulso graças ao surgimento de várias faculdades de educação pelo pais. Em 1980, o mestrado em psicologia cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), consolidou sua linha de pesquisa em cognição matemática ao longo da década. O programa de mestrado/doutorado em educação da Universidade Estadual de Campinas (FE-Unicamp) avançou em várias dimensões da EM. O programa de mestrado em educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Paraná (FE-UFPR-Curitiba) a partir de 1983 destaca-se em EM pela preocupação em estudar o currículo escolar do ensino da matemática. Em 1984 iniciou-se o primeiro programa brasileiro regular de mestrado na Universidade Estadual Paulista (Unesp Rio Claro). O programa de mestrado em educação da Universidade Federal de São Carlos (Ufscar) se consolidou a partir de 1985, em relação a temática EM, com os estudos da prática pedagógica como principal linha de investigação. (FIORENTINI, 1994)

Temos também, em 1987, o primeiro Encontro Nacional de Educação Matemática (1º ENEM) e com a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) em 1988, passamos a ter a realização regular de encontros estaduais e nacionais de EM. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009)

Com diversos programas de pós-graduação com atenções voltadas para a EM, Fiorentini e Lorenzato entendem que há uma consolidação do corpo de educadores matemáticos:

> Foi somente após todos esses acontecimentos que os educadores matemáticos passaram a identificar-se como tal e a interrogar sobre a natureza desse novo campo profissional. É a partir desse momento – final da década de 1980 - que as pesquisas realizadas isoladamente em diversas partes do país, passaram a ser socializadas e discutidas por meio dos encontros específicos. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.32)

Assim, das três linhas de pesquisa que vimos na 2ª fase, avançamos para doze na 3ª fase. Conforme:

1. Metodologia/didática do ensino da matemática
2. Currículo do ensino da matemática
3. Materiais didáticos e meio de ensino
4. Prática pedagógica e/ou escolar
5. Formação do professor de matemática

6. Psicologia, cognição e aprendizagem matemática
7. Etnomatemática
8. Educação de adultos
9. Fundamentos teóricos da educação matemática
10. Ideologia e/concepções e significados
11. História do ensino da matemática
12. Politicas oficiais sobre o ensino da matemática

(FIORENTINI, 1994, p.118)

Nessa fase a pesquisa em EM abrange mais do que metodologia de ensino, os educadores matemáticos passam a investigar os benefícios para a educação matemática, a formação continuada e a mudança do currículo de matemática, por exemplo.

A quarta fase da EM no Brasil caracterizou-se pela emergência de uma comunidade científica, ocorrida na década de 1990. No início dos anos 1990, um grande número de educadores matemáticos concluem seus cursos de mestrado e doutorado no Brasil, com cursos de pós-graduação em educação. Esses educadores eram os primeiros de seus cursos a adquirirem a titulação. Assim, Fiorentini e Lorenzato (2009) afirmam que nessa fase vemos um grande movimento nacional de formação de grupos de pesquisa e de surgimento de mais cursos de mestrado/doutorado em EM.

Temos o seguinte conceito de EM segundo Helena Noronha Cury em sua tese de doutorado:

> A Educação Matemática é um campo interdisciplinar, que emprega contribuições da Matemática, de sua Filosofia e de sua História, bem como de outras áreas, tais como Educação, Psicologia, Antropologia e Sociologia. Seu objetivo é o estudo das relações entre o conhecimento matemático, o professor e os alunos, relações essas que estabelecem em um determinado contexto sociocultural. Seus métodos são variados, porque são originários das diversas áreas que a subsidiam. (CURY, 1994, p. 18)

Podemos perceber que para Cury a EM se caracteriza pela sua interdisciplinaridade e não se refere apenas a área da matemática. Ou seja, ela tem como objetivo mais do que o conhecimento matemático, a EM se dedica com a formação do cidadão para sociedade.

Depois de explanarmos as fases em que a EM passou até o atual momento dessa área de conhecimento, temos adiante as metodologias de ensino e aprendizagem de matemática. Sendo importante ressaltar que, antes de focarmos na pesquisa de uma metodologia de ensino, é fundamental entendermos a forma de ensino mais trabalhada nas aulas de matemática de nossas escolas.

3 AS METODOLOGIAS DE ENSINO DA MATEMÁTICA

Como vimos a EM enquanto campo profissional e científico não se baseia em uma metodologia de pesquisa única e bem categorizada, mas sim com diversas linhas de pesquisa, onde todas possuem um aspecto metodológico em comum: reflexão da qualidade do ensino e da aprendizagem.

Neste capítulo falaremos sobre as tendências temáticas da pesquisa em EM e algumas metodologias de ensino de matemática, como o pragmatismo e a orientação ao processo.

3.1 TENDÊNCIAS TEMÁTICAS

É fundamental que antes de iniciarmos esta seção que se destina as tendências temáticas, esclareçamos que para que surjam novas tendências no ensino é necessário um conjunto de esforços de vários profissionais, e não somente os profissionais relacionados especificamente a matemática, onde cada qual ao seu modo busca viabilizar a aplicação de suas pesquisas e ideias na estrutura do ensino de matemática, de tal forma que hoje temos um grande número de áreas de pesquisa em EM.

Fiorentini e Lorenzato destacam as seguintes tendências temáticas:

> • processo ensino-aprendizagem da matemática;
> • mudanças curriculares;
> • utilização de tecnologias de informação e comunicação (TICs) no ensino e na aprendizagem da matemática;
> • prática docente, crenças, concepções e saberes práticos;
> • conhecimentos e formação/desenvolvimento profissional do professor;
> • práticas de avaliação;
> • contexto sociocultural e político do ensino-aprendizagem da matemática (FIORENTINI; LORENZATO 2009, p. 41)

Como podemos perceber o campo de estudo da EM abrange várias temáticas de pesquisa, trazendo assim benefícios para o ensino da matemática, pois um modelo de ensino que funcione em um ambiente, não necessariamente terá o mesmo sucesso em outros locais.

Neste trabalho estamos temos como objetivo a temática processo ensino-aprendizagem de matemática, assim, passemos a elucidar os novos contornos que estão surgindo no cenário da educação matemática.

Diante das diversas formas de ensino que a educação matemática vem produzindo, traremos à luz as três alternativas de ensino expostas pelo educador Skovsmose, sendo eles: estruturalismo, pragmatismo e orientação ao processo, definidos nas palavras do autor da seguinte forma:

> No estruturalismo, a essência da matemática pode ser determinada cristalizando conceitos fundamentais por meio de análise lógica das teorias existentes (...) Básica nessa tradição é a ideia de que o conhecimento dos estudantes tem de ser construído de acordo com estruturas e conteúdos identificados independentes dos estudantes. (SKOVSMOSE, 2006, p. 20)
>
> De acordo com a tendência pragmática, a essência da matemática encontra-se em suas aplicações e, portanto, de um certo modo, fora da matemática. (SKOVSMOSE, 2006, p. 21)
>
> De acordo com o ponto de vista da tendência orientação-ao-processo, a essência da matemática está conectada aos processos de pensamento que levaram ao insight matemático. Enfatizando que o interesse principal da educação matemática é dar aos estudantes oportunidades para fazerem eles mesmos reinvenções. (SKOVSMOSE, 2006, p.24)

Com um estudo e levantamento destas três alternativas de ensino, defendemos um ensino e aprendizagem com ênfase na terceira alternativa, orientação ao processo, pois é a alternativa na qual valoriza a matemática que o indivíduo constrói. Dessa forma, buscamos não somente que ele reproduza ou compile o que foi visto, almejamos de fato o aprendizado matemático muito além de conceitos estáticos, pretendemos a busca da interpretação matemática relacionada com a sua realidade.

Antes de vermos detalhadamente a alternativa de ensino orientação ao processo, discorreremos sobre as outras duas metodologias.

3.2 ESTRUTURALISMO OU ENSINO TRADICIONAL

O estruturalismo, conforme afirma Skovsmose (2006), mantém uma relação próxima ao método tradicional da pedagogia: “Ensinar as disciplinas”. É nesse sentido que trataremos o estruturalismo e ensino expositivo como sinônimos de ensino tradicional.

Skovsmose define o ensino tradicional da seguinte forma:

> (...) é dominado pelo livro-texto, que é seguido, mais ou menos, página por página. Outra espécies de materiais são usadas somente como complementos. [...] Um elemento da aula é que o professor faz um exposição de algumas ideias teóricas. Essa exposição é dada como aula plenária, onde o estudante, frequentemente, tem a possibilidade de interromper e levantar questões. Um segundo elemento da aula é que os estudantes resolvem exercícios, quer individualmente, quer em grupos. (SKOVSMOSE, 2007, p. 34)

Ou seja, nessa metodologia de ensino o professor de matemática apresenta o conteúdo de maneira expositiva através de exemplos e após explicitar a temática o educador repassa aos alunos uma série de exercícios relacionados ao que foi explicado.

A matemática é apresentada como uma ciência perfeita, com regras bem definidas. Os matemáticos e professores de matemática são tratados como os detentores das verdade, e para manter essa cultura cabe ao professor transmitir essas verdades. Assim, é dada ênfase na repetição de exercícios que tem como objetivo a memorização de exercícios-modelos. O conteúdo é passado na lousa, as definições e conceitos estão no livro e alguns exemplos são feitos durante a aula para ensinar os passos para os alunos, para certificar o que foi exposto é entregue lista de exercícios aos estudantes. (SOUSA, 2003)

Com isso, temos atualmente que o professor de matemática é visto como um professor de uma disciplina difícil e que “matemática é para poucos”, o que, de certa forma confere “status” a esses profissionais e para Silveira (2012) eles procuram manter.

Micotti tem a seguinte definição sobre o ensino tradicional:

> Este ensino acentua a transmissão do saber já construído, estruturado pelo professor: a aprendizagem é vista como impressão, na mente dos aluno, das informações apresentadas nas aulas. O trabalho didático escolhe um trajeto “simples” – transferir para o aprendiz os elementos extraídos do saber criado e sistematizado, ao longo da história da ciência, fruto do trabalho de pesquisadores. As aulas consistem, sobretudo, em explanações sobre temas do programa; entende-se que basta o professor dominar a matéria que leciona para ensinar bem. (MICOTTI, 2009, p. 156 - 157)

Um ensino dessa forma tem potencial para domesticar os alunos a fazerem os exercícios exatamente como foi passado pelo professor. Os exercícios propostos pelo educador em muitos casos apenas contêm algoritmos, e não possuem real significado para o aluno, culminando assim no chamado paradigma do exercício, onde o aprendiz consegue resolver a questão que lhe foi repassada apenas seguindo o passo a passo lecionado pelo educador. Porém, há por parte dos aprendizes uma enorme dificuldade em solucionar outros exercícios, principalmente se estes exigirem mais do que meramente aplicar o algoritmo.

Diante disso, os educadores matemáticos buscam maneiras de ensino e aprendizagem que facilitem o acesso dos estudantes ao pensar matematicamente. O grande desafio dos professores é fazer com que os alunos entendam que a matemática está além dos muros da escola, está em toda parte. Contudo, quando afirmamos que a matemática está em todo lugar, não queremos de modo algum dizer, por exemplo, que deve-se calcular as raízes de uma equação quadrática para determinar o lugar que uma bola cairá quando a jogamos para o alto. Porém, ter consciência que, se quisermos encontrar o valor sem fazer o experimento prático no momento, podemos fazê-lo utilizando ferramentas matemáticas. Ou se precisamos montar uma expressão numérica com números fracionários numa tomada de decisão de qual embalagem comprar quando comparamos o mesmo produto com embalagens em tamanhos diferentes num supermercado. Aprender a pensar que com um pouco de conhecimento matemático podemos tomar decisões mais adequadas.

Para D'Ambrosio (2012) a matemática é mais que uma matéria escolar, ele defende que a matemática deve ser entendida como uma ciência de construção humana e, por isso, em uma sala de ensino de matemática devemos ter um ambiente que favoreça a aprendizagem tal como ela de fato é.

> (...) um dos aspectos fundamentais da minha interpretação é a maneira de ver a matemática e a educação. Vejo a disciplina matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana, ao longo de sua história, para explicar, entender e manejar o imaginário e a realidade sensível e perceptível, bem como conviver com ele, evidentemente dentro de um contexto natural e cultural. (D'AMBROSIO, 2012)

Corroboramos com o educador matemático D'Ambrosio, ou seja, a matemática é uma atividade humana. O seu papel na educação é mais do que expor fórmulas, é estimular os lecionados a serem capazes também de criarem matemática.

Quando somente ensinamos de maneira expositiva e apresentamos listas de exercícios, que são em sua maioria exatos e fechados, tendo apenas espaço para o certo e o errado, levamos o estudante a acreditar que os conceitos matemáticos já nasceram prontos, que os grandes estudiosos são perfeitos, que matemática é só para gênios, ou seja, não cometem erros, pois toda matemática que recebem está pronta e bem definida.

Em sintonia com o exposto Ellenberg (2015) entende que dessa maneira a matemática está sendo ensinada de forma errada:

> Temos uma tendência de ensinar matemática como uma longa lista de regras. Você as aprende numa ordem e deve obedecê-las, caso contrário tira nota baixa. Isso não é matemática. Matemática é o estudo de coisas que aparecem de certo modo porque não poderiam ser de modo diferente. (ELLENBERG, 2015, p.9)

Vale observar que a matemática tem em seu interior diversas regras, e Ellenberg não descarta o ensino delas, contudo, aprender matemática é entender como as coisas são e depois aplicar e estudar as regras que os matemáticos utilizaram para compreenderem determinado conceito.

Paenza (2009) relata que o maior problema na educação tradicional é que os docentes costumam dar respostas para perguntas que as crianças não fizeram, ele afirma que a primeira coisa que um bom docente deveria fazer é gerar perguntas.

Para Skovsmose (2007) a longa sequência de exercícios característica do ensino tradicional de matemática, pode ser vista como uma sequência de ordens que os estudantes devem seguir. Assim, a EM estaria educando o aluno para seguir ordens. Diante disso, afirma:

> De acordo com muitos objetivos estabelecidos para a educação matemática, a ideia de criatividade e a importância do desenvolvimento de competências matemáticas que podem ser usadas nas situações de vida cotidiana são enfatizadas. Consequentemente, o ensino tradicional de matemática, incluindo seus comandos, parece ser um fracasso, notadamente, para um grande número de estudantes "normais[5]". (SKOVSMOSE, 2007, p. 36)

Nesse sentido a EM estaria excluindo a maioria das crianças e adolescentes de terem uma formação adequada de conhecimento matemático, e estaria

---

[5] Skovsmose (2007) considera estudantes "normais", "regulares" ou "médios" os estudantes que não são considerados bons ou excelentes pelos seus professores, nem os estudantes que o professor considera problemático.

selecionando uma minoria que conseguirá ter sucesso em áreas que exigem maior bagagem de matemática escolar.

Ainda no contexto de um ensino defasado em conhecimento matemático, Carraher, Carraher e Schliemann (2006) levantam uma dificuldade enfrentada pelos alunos mesmo quando conseguem seguir os passos ensinados. Os autores afirmam que:

> (...) os estudantes, via de regra, não tem interesse particular na solução do problema e, frequentemente, não tentam nem mesmo avaliar se a solução que encontraram foi razoável. Seu objetivo na escola é utilizar alguma fórmula ou operação que o professor ensinou, aplicado o procedimento, encontrado o número, o problema está resolvido." (CARRAHER; CARRAHER; SCHLEMANN, 2006, p.146)

Temos o mesmo entendimento que os autores citados no sentido de que ensinar matemática é mais do que reproduzir conceitos no quadro. Aprender esta ciência exige participação efetiva dos alunos, exige colaboração, interesse, tentativa, iniciativa, reflexão, esforço e comprometimento. Assim, passamos para às próxima metodologias de ensino.

3.3 PRAGMATISMO

Diante dos questionamentos com o ensino tradicional de matemática, cabe então, aos profissionais da matemática e educação matemática pesquisarem alternativas do campo da educação matemática.

Emerge, assim, a tendência pragmática, orientada a problemas[6] e aplicações. Segundo Aranha (2006), essa metodologia educacional surge como reação ao conhecimento contemplativo e puramente teórico ao ensino tradicional, com o intuito de privilegiar a prática e a experiência. Skovsmose citando o trabalho *"Matemática,*

---

[6] Verificamos a necessidade de uma ressalva ao termo problemas aqui apresentado, para que no decorrer da leitura desse trabalho não causemos confusões ao leitor. Quando por diversas vezes nos referirmos a um problema matemático, este deve ser entendido como descrito por Silveira (2001): "um problema matemático é toda situação que requer a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tenta resolvê-lo e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado." Disponível em: < http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/resu1.html> Acesso em 25 de março de 2016.

aplicável versus pura-e-aplicada” de Christopher Ormel*,* fala em dois princípios básicos do pragmatismo:

> Primeiro, a matemática é a ciência das situações hipotéticas. Segundo, o central na EM é ilustrar, de forma tão simples quanto se possa, como a matemática pode ser usada para guiar e investigar situações hipotéticas. (SKOVSMOSE, 2006, p. 22)

Na teoria geral da educação, Aranha escreve sobre o pragmatismo defendido pelo pedagogo John Dewey na obra “*Democracia e Educação: introdução a filosofia da educação”:*

> Para Dewey, o conhecimento é uma atividade dirigida que não tem um fim em si mesmo, mas está voltado para a experiência. As ideias são hipóteses de ação e, como tal, são verdadeiras à medida que funcionam como orientadoras da ação. Portanto, tem valor instrumental para resolver os problemas colocados pela experiência humana. (ARANHA, 2006, p. 261)

Dewey *apud* Aranha (2006) critica a predominância da memorização na educação tradicional. Para esse educador o objetivo da educação não é formar o aluno de acordo com modelos, mas criar meios e dar condições para que ele resolva por si próprio os problemas apresentados.

Aranha afirma também:

> Ao contrário da educação tradicional, que valoriza a obediência, Dewey destaca o espírito de iniciativa e independência, que leva à autonomia e ao autogoverno... (ARANHA, 2006, p. 262)

Contudo, Skovsmose (2006) afirma que os problemas do pragmatismo não contribuem para uma aprendizagem efetiva e nem mesmo levam a autonomia de fato, pois pertencem a ‘realidade do faz de conta’ sem nenhuma significação para o aluno, exceto como ilustração da matemática como ciência das situações hipotéticas.

Nesse sentido que Grando e Marco afirmam que não é qualquer exercício que pode trazer benefícios para a aprendizagem do educando. Para essas autoras:

> Uma situação torna-se problemática ou não para o aluno, na medida em que, por oferecer um problema a ser resolvido, proporciona a ele a possibilidade de questionamentos, inferências, conjecturas... (GRANDO; MARCO, 2007, p. 96)

Nota-se assim que um problema por si só não caracteriza um ensino de qualidade. É necessário selecionar atividades em que os alunos possam identificar algo dentro de sua realidade.

Assim, Skovsmose defende que na EM devemos ter problemas contextualizados com a realidade do educando:

> (...) é essencial que os problemas se relacionem com situações e conflitos sociais fundamentais, e é importante que os estudantes possam reconhecer os problemas como “seus próprios problemas”, de acordo com ambos os critérios subjetivo e objetivo da identificação do problema. (SKOVSMOSE, 2006, p. 24)

Entendemos também que quando um indivíduo visualizar um problema com algo que esteja relacionado com a sua realidade ele será capaz e motivado a dispensar mais tempo e energia para encontrar uma solução. Nesse sentido, cabe ao educador evitar propor exercícios que sejam somente do tipo “arme e efetue”, é necessário apresentar exercícios que além de exigir mais reflexão do estudante, permitam que o aluno o relacione com o ambiente no qual ele está inserido.

3.4 ORIENTAÇÃO AO PROCESSO

A tendência orientação ao processo interpreta a matemática como uma construção humana, ou seja, da mesma forma que a matemática foi e vem sendo construída desde a sua origem, o ensino dela também deve valorizar a construção do conhecimento do aluno. Destacamos, assim, que esta metodologia tem uma abordagem construtivista, ou seja, estimula e dá valor a construção do conhecimento efetuado pelo próprio aluno.

Nesse sentido a orientação ao processo é uma metodologia de ensino onde o conhecimento não pode ser transmitido, ou seja, tem de ser desenvolvido. Cabe a nós professores ajudarmos os alunos a construírem o seu próprio conhecimento, nessa perspectiva o conhecimento representa um esforço coletivo (SKOVSMOSE, 2007).

Diferente da sala de aula tradicional, onde o comportamento do professor exterioriza o conhecimento como algo que ele possui, Fossa entende que o conhecimento é algo a ser construído:

> (...) o conhecimento não é algo que o professor tem, mas antes algo que cada indivíduo tem de construir para si mesmo. A verdade é ancorada no poder criativo do indivíduo e, assim, o conhecimento não é transmissível. A linguagem serve somente como um ajudante à memória e como um instrumento bastante impreciso de comunicação. O importante mesmo é o pensamento concreto do indivíduo. (FOSSA, 2011, p.16)

Para o autor é importante que o professor estimule no aprendiz a construção e valorização do seu próprio conhecimento, buscando assim o seu próprio caminho. Nessa mesma linha segue Paulo Freire, na sua obra "*Pedagogia da Autonomia*" afirmando que "ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção" (FREIRE, 1996, p.22)

D'Ambrosio ao escrever sobre as tecnologias e a importância do professor, argumenta:

> O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será o de gerenciar, de interagir com o aluno na produção e na crítica de novos conhecimentos, e isso é essencialmente o que justifica a pesquisa. (D'AMBROSIO, 2012, p. 73)

Observamos que este educador defende um ambiente de ensino e aprendizagem onde o papel do aluno não é o de mero espectador da aula apresentada pelo professor. O professor deve estimular a participação do aluno na produção do próprio conhecimento.

D'Ambrosio tem o posicionamento de valorizar o conhecimento prévio dos alunos, pois segundo ele os educandos têm naturalmente potencial criativo e orientado em direções imprevistas. Assim:

> A função do professor é de um associado dos alunos na consecução da tarefa e, consequentemente, na busca de novos conhecimentos. Alunos e professores devem crescer, social e intelectualmente, no processo. (D'AMBROSIO, 2012, p.82)

Logo, para que o professor possa assumir o papel de coordenador das atividades e não mais de controlador e transmissor, deve buscar inserir atividades que sejam desenvolvidas através de um diálogo permanente entre professor e aluno, e entre os próprios alunos.

Sabemos que o conhecimento matemático tem uma construção contínua, porém não linear, tanto no ambiente escolar quanto no dia a dia das pessoas, devendo, portanto, o educador considerar o conhecimento que o educando possui. Conforme sustentam Carraher, Carraher e Schliemann (2006) o ensino de matemática tradicional falha ao tratar os alunos como se nada soubessem sobre os tópicos ainda não ensinados.

O pesquisador e professor Keith Devlin, em seu livro "*O instinto matemático*", relata que o conhecimento matemático é nato ao ser humano, em suas palavras o cérebro humano desenvolveu-se para processar pensamentos que tem significados. Vejamos:

> O grau de sucesso de uma pessoa no domínio da matemática escolar dependerá, em grande parte, de quanto significado ela conseguirá atribuir aos símbolos manipulados e às operações efetuadas com eles [...] Uma vez que aprendemos os significados, a matemática escolar fica muito mais fácil. (DEVLIN, 2009, p. 241)

Da mesma forma expressa Micotti:

> No construtivismo, é relevante o significado que as atividades tem para o aprendiz. Para que um indivíduo consiga se apropriar do saber, este deve ter sentido para este indivíduo, corresponder aos seus interesses. (MICOTTI, 2006, p.158)

Concordamos com o exposto pelos autores e entendemos também que um conteúdo terá maior significado para o estudante, quando ele participar e praticar o que foi exposto em sala de aula.

Paenza (2009) defende um ensino no qual o aluno tenha disponibilidade para refletir, pois em geral, ideia é mais importante do que uma conta. Ou seja, quando o aluno tem espaço para refletir sobre o problema, e não apenas partir em busca de um resultado final, ele constrói o seu conhecimento.

Nesse mesmo sentido Ellenberg afirma:

> Se um aluno chega a um resultado ridículo e escreve, as pressas, 'fiz uma besteira em algum lugar, mas não consigo achar meu erro", eu dou metade da nota" se as contas estiverem corretas. "Se ele simplesmente escreve a resposta no pé da página e faz um círculo em volta, o aluno leva zero –

> mesmo que toda a derivação esteja correta, com exceção de um único dígito errado em algum lugar na metade da página. (ELLENBERG, 2015, p. 69)

Através do trecho citado podemos verificar que para o autor o que de fato deve ser levado em conta no momento da aprendizagem é o aprender com sentido, pois quando o aprendiz consegue assimilar o conceito, ele é capaz de encontrar soluções em outros problemas que diferem apenas nos dados, mas não no conteúdo matemático necessário para resolução da atividade. O autor ainda afirma:

> Compreender se o resultado faz sentido – ou, em primeiro lugar, decidir se é o método correto a se usar – requer a mão humana para guiá-lo. Quando ensinamos matemática, presume-se que estejamos explicando como ser esse guia. Um curso de matemática que fracassa nisso essencialmente treina o aluno para ser uma versão muito lenta e infectada do Microsoft Excel. (ELLENBERG, 2015, p. 69)

Apesar dessa afirmação Ellenberg diz não se incluir no método de ensino reformista (novas alternativas de ensino) e entende que a utilização de lista de exercícios é fundamental para a aprendizagem de matemática:

> Quando se está pensando seriamente em matemática, algumas vezes é necessário multiplicar 6 por 8, e se você tiver de recorrer à sua calculadora toda vez que fizer isso, jamais conseguirá o tipo de fluxo mental que o raciocínio efetivo exige. (ELLENBERG, 2015, p. 70)

Observamos que a maioria dos educadores matemáticos assim como Ellenberg, entendem que mesmo diante de diferentes alternativas de ensino não devemos abandonar as listas de exercícios. Pelo contrário, aplicar exercícios é fundamental para ajudar na fixação de conceitos trabalhados em sala de aula.

Segundo Skovsmose (2014), faz sentido aplicar exercícios após algumas atividades investigativas, ele entende que fazer exercícios depois da investigação tem potencial para ajudar na consolidação dos conceitos.

Após a explanação destas três alternativas de ensino, entendemos que um ambiente de investigação no qual o educador busca encorajar o desenvolvimento e a construção do conhecimento pelo próprio aprendiz tem potencial para um processo de ensino e aprendizagem mais efetivo. Assim, a seguir passaremos a falar sobre a atividade investigativa.

4 INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

A investigação matemática enfatiza a descoberta e a invenção e encontra-se inserida no processo de fornecer meios ao estudante para a construção do seu próprio conhecimento, contribuindo assim para que os alunos se tornem pensadores críticos e pesquisadores autônomos à medida que descobrem novas áreas de seu interesse. Para que todo esse processo ocorra é necessário a figura do professor, no papel de condutor dos alunos, estimulando sempre o educando a observar, pensar, criar e comunicar. Sendo assim, nas próximas seções abordamos a metodologia de ensino e aprendizagem com investigação matemática, os cenários de investigação e a autonomia do aluno.

4.1 INTERPRETAÇÃO DE UM TEXTO MATEMÁTICO

Muitas vezes a dificuldade dos alunos ao se deparar com um problema contextualizado não encontra-se de fato no conteúdo matemático, mas ocorre que essa dificuldade surge devido o aluno não conseguir interpretar o texto matemático, ou até mesmo pular a leitura do texto e prosseguir diretamente para a resolução do exercício, com o argumento de que “matemática não exige leitura”, “matemática é só calcular” ou “para ganhar tempo” (LOPES e NACARATO, 2009). Assim, o aluno começa a fazer manipulações matemáticas, sem saber o que está sendo solicitado na atividade. E como consequência, resolver algo que não foi pedido ou nem tentar uma solução e já afirmar que não sabe fazer. Infelizmente o paradigma do exercício deixa margem para este tipo de pensamento.

Como afirma Silva (1987) ler é antes de tudo compreender. A sustentação de Silva é totalmente fundamentada, pois quando fazemos a leitura de algo precisamos refletir sobre o que está sendo percorrido com os olhos, possibilitando de imediato que o cérebro estabeleça ligações com o conhecimento já adquirido e elucidando então o conteúdo da melhor forma possível.

É através da leitura e interpretação do texto em si propriamente dito que uma atividade poderá trazer significado para o estudante, e assim, conforme afirmam os autores Carraher, Carraher e Schliemann (2006), Ellenberg (2015) e Willingham (2011), o aprendiz têm maiores chances de resolver um exercício quando consegue atribuir significado aos dados apresentados.

Para o filósofo Descartes:

> (...) a leitura de todos os bons livros é como uma conversação com as pessoas mais distintas dos séculos passados, que foram seus autores, e até uma conversação estudada, na qual eles só nos revelam os seus melhores pensamentos. (DESCARTES, 2008, p. 17)

Percebemos que para o filósofo o ato de ler transcende ao ato de percorrer as palavras, dessa forma ler pode ser entendido como um diálogo entre leitor e autor do livro. No que consiste ao ato de ler, Fossa expõe um método alternativo de ensino no qual visa a participação ativa na sala de aula. “Os alunos tinham a responsabilidade de ler e tentar entender a seção em tela antes de chegar à sala de aula.” (FOSSA, 2011, p. 49)

Este é um ponto muito importante, pois exige-se a prática da leitura, a qual deve ser estimulada também pelo professor da disciplina de matemática. Entendemos que a melhor compreensão dos exercícios é obtida com a prática da leitura. Verificamos aqui uma interdisciplinaridade e uma íntima relação entre o português e a matemática, o que em geral não é bem aceito pelos alunos. Talvez esse seja o maior desafio do professor: quebrar as barreiras entre as disciplinas e fazer o aluno entender que elas se complementam.

Nesse sentido a leitura deve ser incentivada tanto para o professor quanto para o estudante. O professor deve praticar a leitura com o intuito de assimilar e ter maior domínio do conteúdo a ser trabalhado em sala de aula. Da mesma forma, deve-se estimular o aluno a ler o material antes do início das aulas, despertando seu olhar para o conceito de iniciativa própria e desenvolvendo sua autoconfiança ao saber do assunto que o professor irá tratar, possibilitando que possíveis dúvidas sejam levantadas, estabelecendo também relações com o que já foi aprendido, conforme destaca Fossa (2011).

Durante as aulas devemos lembrar da necessidade de sempre buscar entender qual a ideia ou pergunta central de um problema antes de começar a tentar encontrar soluções. O educador deve ter como preocupação e cuidado recorrente a necessidade de lembrar seus educandos sobre a importância de compreender a ideia ou pergunta central do exercício, antes mesmo de que se inicie a resolução do problema, para que o texto apresentado seja interpretado corretamente e passe então a ter significado ao aluno. Deve também observar que quando ocorrem questionamentos habituais como "É de dividir ou multiplicar?", "Qual fórmula é para usar?", fica evidenciado que os aprendizes buscam apenas chegar a um resultado e, portanto, não fizeram a interpretação necessária para a resolução do problema.

Contudo, somente faz sentido ensinar e aprender matemática, se o indivíduo conseguir distinguir quando poderá usar os procedimentos ensinados na sala de aula. Caso contrário poderá ocorrer como nos casos que são apresentados por Carraher, Carraher e Schliemann (2006), onde foram realizadas diversas pesquisas com diferentes grupos de pessoas e foi observada uma grande diferença nas respostas obtidas quando um problema possuía significado e quando ele não possuía significado para o entrevistado. A seguir traremos duas destas pesquisas realizadas.

No primeiro caso, apresentado abaixo, temos o experimento onde foram selecionadas 5 crianças e adolescentes entre 9 e 15 anos, com escolaridade entre 3ª e 8ª séries.

Foram apresentados 3 testes:

- teste informal;
- teste formal sob a forma de operações aritméticas sem qualquer contexto;
- teste formal sob a forma de problema, ou seja, apresentando um contexto.

Os dados relativos ao número de erros e acertos são apresentados na Tabela 1:

TABELA 1 Frequência de erros (E) e acertos (C) para cada criança em cada um dos testes.

Criança	TESTE INFORMAL			TESTE FORMAL a) Operações Aritméticas			TESTE FORMAL b) Problemas		
	C	E	Total	C	E	Total	C	E	Total
M	18	0	18	2	6	8	11	0	11
P	17	2	19	3	5	8	11	5	16
Pi	12	0	12	3	3	6	11	0	11
MD	7	0	7	1	9	10	4	8	12
S	7	0	7	5	1	6	8	3	11
Totais	61	2	63	14	24	38	45	16	61

FONTE: Adaptado de CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 2006, p. 35.

A primeira coluna da Tabela 1 corresponde ao nome fictício dos nomes dos entrevistados. Podemos observar que dos 63 problemas apresentados no teste informal, 96,8% foram resolvidos corretamente. Enquanto no teste formal, apenas 36,8% das 38 operações aritméticas e 73,8% dos 61 problemas foram respondidas corretamente.

Com relação a essa pesquisa podemos notar que os entrevistados são capazes de manipular os problemas quando apresentados num contexto, ou seja, conseguem fazer interpretação matemática envolvida de modo que o problema tenha sentido para eles. Porém, o número de erros em relação ao teste formal com operações matemáticas mostra que mesmo tendo o conhecimento necessário para resolver as atividades solicitadas, as crianças e adolescentes em sua maioria tem dificuldades de compreender a simbologia matemática.

Na outra pesquisa CARRAHER, CARRAHER E SCHLIEMANN (2006) entrevistaram 17 mestres de obras, com nível de escolaridade desde não analfabetizados até o ensino básico completo. Foram entregues 5 problemas a cada mestre de obra. O resultado da entrevista pode ser observado na Tabela 2:

Tabela 2. Porcentagem de respostas corretas (C) e incorretas (I) dadas pelos mestres por nível de escolaridade.

	Escalas					
	1/50		1/40		1/33,3	
Escolaridade	C	I	C	I	C	I
Analfabetos (N = 4)	92	8	100	0	75	25
3 e 4 anos (N = 8)	96	4	66	34	50	50
5 ou mais (N = 5)	100	0	0	100	20	80

FONTE: Adaptado de CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 2006, p. 120.

Para melhor compreensão dos dados e informações apresentados na Tabela 2, temos que N (em cada linha) representa a quantidade de entrevistados. Na primeira coluna temos o tempo de escolaridade dos mestres de obras (analfabeto, 3 e 4 anos e 5 ou mais). Ainda, nas colunas seguintes temos C representando as respostas corretas e I representando as respostas incorretas, ambas expondo os resultados em porcentagens. Observamos, ainda, que as escalas expostas nos testes devem ser interpretadas da seguinte forma:

- a escala 1/50, 1 cm na planta representa 50 cm na escala real, comum na construção civil;
- a escala 1/ 40, 1 cm na planta representa 40 cm na escala real, não utilizada na construção civil;
- a escala 1/33,3, 3 cm na planta representa 100 cm na escala real, não utilizada na construção civil.

Notamos pela Tabela 2 que o tempo maior de escolaridade dos mestres de obras entrevistados não sugere superioridade, reforçando assim a ideia de que os conceitos matemáticos não foram efetivamente assimilados quando estudados no ensino básico, e mesmo quando resolveram problemas familiares ao cotidiano da construção civil, notamos que eles apresentaram dificuldades de solucionar problemas similares, porém, não familiares à construção civil. Esse fato mostra que eles não conseguiram realizar os que os educadores matemáticos chamam de transferência de conhecimento, que segundo Willingham (2011), consiste em conseguir aplicar um antigo conhecimento na resolução de um novo problema.

Reforçamos assim nosso posicionamento de que há necessidade de um ensino e aprendizagem de matemática mais duradouro, o que pode ser conquistado através do processo de incentivo à leitura, assimilação e interpretação de dados, de modo que os alunos sejam capazes de transferir os conhecimentos obtidos em sala de aula, para outros cenários do seu cotidiano.

O aluno perceberá com maior evidência a necessidade inicial de se fazer uma leitura das informações apresentadas, buscando reunir dados suficientes para solucionar os exercícios expostos, quando se deparar com atividades que tenham caráter investigativo, o que não verificamos quando a atividade é disposta somente através de listas, pois o aluno inicia naturalmente a resolução da tarefa sem efetuar qualquer leitura prévia.

Nesse sentido, Curi (2009) afirma que na resolução de um problema matemático não temos uma solução pautada apenas em aplicação de fórmulas ou algoritmos, mas sim na organização de diferentes conhecimentos.

O aluno somente irá adquirir autonomia diante dos problemas matemáticos ao qual for exposto, através do hábito da leitura do enunciado das questões, pensando e arquitetando possíveis soluções para objetivo que foi apresentado. Assim, quando o aluno se deparar com um exercício que tenha um maior grau de dificuldade, inicialmente ele perceberá a necessidade de pensar e refletir, antes de resolver o problema ou abandoná-lo. Como afirma Muniz Neto:

> Alguns poucos destes problemas são quase imediatos, ao passo que a maioria é razoavelmente difícil. Insto veementemente o leitor a debruçar-se sobre o maior número possível deles por tempo suficiente para, ainda que não os resolva todos, passar a apreciá-los como corpo de conhecimento adquirido. (MUNIZ NETO, 2013, p. XII)

Vemos que a atividade de investigação matemática está conectada com a atividade de pensar, ler, interpretar e mais indiscutivelmente importante, o pensar matematicamente em cima do que foi proposto. O docente deve incitar a autonomia do aprendiz, podendo utilizar para tanto a metodologia investigativa em alguma atividade ou exercício ao lecionar determinado conteúdo. Como por exemplo, quando do estudo de polígonos e soma dos ângulos internos, em vez de passar a fórmula, o professor pode estimular os alunos a investigarem alguns polígonos e buscarem as relações. Assim o professor estará conduzindo o aluno a criar independência, para tanto deve-se estimular o estudante a praticar esta autonomia, que inclusive poderá posteriormente ou concomitantemente ser aplicado pelo aluno em outras áreas de ensino.

4.2 CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO

A premissa da educação matemática é retirar o educador da zona de conforto, do certo ou errado, pois cada aula tem sua peculiaridade. Um ambiente de investigação é um ambiente aberto ao pensamento e questionamentos que surgirão ao longo das atividades. Uma atividade investigativa exige mais do professor, pois ele entrará em um ambiente desconhecido e não é possível por exemplo, prever quais serão os questionamentos levantados por seus alunos, o que pode levar também o educador a não ter respostas instantâneas.

Nesse sentido Skovsmose (2014) defende que trabalhar com investigação matemática é sair da zona de conforto e entrar na zona de risco. Pois, quando os alunos estão explorando um cenário, o professor não pode prever quais questões vão aparecer, e neste ambiente, a autoridade do professor tradicional pode ser quebrada a qualquer momento.

Qualquer cenário para investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para a zona do conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente de aprendizagem, estabelecendo assim novas formas de trabalho colaborativo.

Curi afirma que propor perguntas auxiliam na aprendizagem:

> O professor facilita a aprendizagem na medida em que propõe perguntas que possibilitem aos alunos expor suas ideias, descrever e explicar estratégias de resolução de exercício. Observando e escutando seus alunos, o professor tem a oportunidade de identificar e valorizar os conhecimentos deles. (CURI, 2009, 142)

Da mesma forma George Polya afirma:

> O melhor é, porém, ajudar o estudante com naturalidade. O professor deve colocar-se no lugar do aluno, perceber o ponto de vista deste, procurar compreender o que se passa em sua cabeça e fazer uma pergunta ou indicar um passo que poderia ter ocorrido ao próprio estudante. (POLYA, 1995, p. XVI)

Para tanto é fundamental que o professor antes de utilizar uma atividade de cunho investigativo anuncie já no início como a atividade será trabalhada, a fim de que se evitem questionamentos quanto à capacidade do professor, pois o educador pode ser mal interpretado pelos alunos quando ele direcionar perguntas do tipo: “O que acontece se...?”, muito utilizada em um ambiente de investigação. O professor deve utilizar perguntas do gênero “o que acontece se” como ferramenta para aguçar o pensamento dos alunos e no intuito de conduzi-los a pensar e resolver o problema sozinhos. Por exemplo, em um exercício de estudo do conteúdo de proporcionalidade entre figuras, o professor percebendo que os alunos não estão conseguindo progredir, mesmo após um tempo pensando no problema, questiona os alunos: “o que acontece se” compararmos esses dois lados da primeira figura? E “o que acontece se” compararmos a primeira com a segunda figura? Atuando dessa forma o professor e os alunos passam a construir a resolução da atividade conjuntamente, ao invés de simplesmente o professor dar as respostas.

Nesse sentido o educador Paulo Freire:

> (...) é imprescindível que a escola instigue a curiosidade do educando [...] É preciso que o educando vá assumindo o papel de sujeito da produção de sua inteligência do mundo e não apenas o de recebedor da que lhe seja transferida pelo professor. (FREIRE,1996, p. 124)

Percebemos que o autor defende que, em complemento aos professores outros atores também influenciam no desempenho dos alunos, entre eles estão os profissionais que compõem a equipe gestora da escola (diretor, coordenador pedagógico e o supervisor de ensino) e não somente o corpo docente, todos em perfeita simetria devem atuar em conjunto para estimular a curiosidade do educando. E nesse sentido concordamos com o posicionamento do autor, pois quando estamos estimulando o aluno a investigar, colaboramos por consequência para a formação de um indivíduo com autonomia.

Pesquisar e investigar faz parte do fazer matemática, e assim após reflexões e questionamentos, os conceitos que forem aprendidos serão melhor aproveitados pelo aprendiz, no sentido de ter compreendido o assunto e não apenas ter memorizado, e isso de tal forma que quando este estiver estudando outros conteúdos ele terá mais chances de lembrar o que já foi visto, ou saber que caminho tomar para chegar naquele resultado, proporcionando uma maior produtividade. Este fato permite ao professor um cenário mais eficiente pois, uma das grandes dificuldades que ele enfrenta é a necessidade interminável de relembrar, muitos assuntos já vistos anteriormente.

Diante disso entendemos que a investigação matemática tem potencial para um ensino e aprendizagem de matemática de qualidade. Conforme Skovsmose (2014), os cenários para investigação favorecem práticas de sala de aula que contrastam com práticas baseadas em exercícios. Em outras palavras, cenários para investigação e listas de exercícios estabelecem diferentes ambientes de aprendizagem, de acordo com diferentes contextos em que se situam. Skovsmose diferencia, três referências em relação às atividades apresentadas aos alunos, conforme a Tabela 3:

Tabela 3. Ambientes de aprendizagem

	Listas de exercícios	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências a uma semirrealidade	(3)	(4)
Referências à vida real	(5)	(6)

FONTE: Adaptado de Skovsmose, 2014, p. 54

Temos então seis ambientes de aprendizagem, segundo Skovsmose (2014):

O ambiente de aprendizagem do tipo (1) está posicionado no contexto da matemática pura assim como nas listas de exercícios do ensino tradicional. A resolução de exercícios não exige que se faça referência a objetos ou situações não matemáticas, podendo ser de uma das seguintes formas: (a) resolva; (b) calcule; (c) determine, etc. Exemplo:

$$3x + 2y = 4$$
$$5x + 4y = 7$$

O ambiente de aprendizagem do tipo (2) é caracterizado por cenários de investigação preso a matemática pura, ou seja, números e figuras geométricas.

O ambiente de aprendizagem do tipo (3) situa-se no paradigma de exercícios com referências a semirrealidade. Os exercícios pertencem a uma realidade do faz-de-conta. Temos o seguinte exemplo desse ambiente: Se uma receita de bolo para três pessoas utiliza 300 ml de leite, qual a quantidade de leite necessária para fazer um bolo para cinco pessoas?

As referências a semirrealidade tem potencial para ajudar os alunos na contextualização dos procedimentos matemáticos necessários para sua resolução. Entretanto, toda informação é exata e verdadeira, sem possibilidade de contestação ou reflexão pelo aluno.

O ambiente de aprendizagem do tipo (4) também refere-se a uma semirrealidade, mas agora em um cenário para investigação. Como exemplo, o autor escreve sobre uma atividade no qual consiste em projetar dimensões de caixas para guardar alimentos. O professor entrega uma caixa aos alunos que comporta determinada quantidade de alimento, em seguida solicita aos alunos que construam uma outra caixa, na qual deverá caber duas vezes mais do alimento que na caixa dada pelo professor. Vemos que nesse exemplo os alunos são estimulados a refletir sobre propriedades matemáticas e também a abordar diferentes aspectos sobre proporcionalidade.

O ambiente de aprendizagem do tipo (5) faz referência a vida real, diferentemente do que ocorre nos ambientes (1) e (3), em que todo o processo de construção dos exercícios pode ser feito dentro de um espaço físico como uma sala de aula ou um escritório. Para formular os exercícios do ambiente de aprendizagem (5) é necessário se informar a respeito das situações estudadas, nesse sentido o autor cita por exemplo que folhear jornais pode ser uma fonte de ambientes de aprendizagem dos tipos (5) e (6).

O ambiente de aprendizagem do tipo (6) é um cenário para investigação com referências à vida real. Como exemplo, o autor cita uma atividade denominada "Projeto Energia", na qual os alunos são convidados a calcular o ganho de energia com as próprias refeições e depois quanto cada aluno gastava de energia em uma volta de bicicleta. Com isso os alunos precisaram, inclusive, calcular a área frontal do próprio corpo mais a área frontal da bicicleta para encontrar o valor de energia dispendido com a resistência do ar. O autor afirma que o projeto foi exemplar, pois apesar de conter simplificações em relação a realidade, a atividade possibilitou apresentar aos alunos o tema de consumo e da produção de energia na agricultura.

Skovsmose afirma que a Tabela 3 é uma simplificação e que há uma vasta região de superposição entre a linha que divide lista de exercícios e cenários para investigação:

> Os exercícios podem ser mais ou menos fechados. Um exercício muito fechado pode ser aberto aos poucos, criando espaço para atividade de resolução de problemas. E a resolução de problemas pode se tornar mais interessante, como a proposição de problemas. Cenários para investigação, por sua vez, podem ser fechados e determinados. (SKOVSMOSE, 2014, p.60)

Logo, os exercícios podem ser flexíveis, pois ao mesmo passo que ele de início é fechado pode ir ganhando outras formas e tornar-se mais aberto. Para isso, o educador precisa analisar a atividade e verificar onde ele pode fazer alterações de forma a torná-la mais aberta para reflexões do aprendiz.

Para Grando e Marco (2007) a resolução de problemas:

> (...) é vista como uma situação na qual o problema é desencadeador do processo de aprendizagem, uma vez que o aluno está inserido em um movimento de pensamento e elaboração de conhecimentos.
> [...] Ressalta-se ainda que, mediante essa abordagem, o aluno assume a postura de investigador e agente construtor de seus conhecimentos, o que torna o processo de formulação e resolução de problemas mais relevante do que o produto final, valorizando-se o movimento do pensamento. (GRANDO; MARCO, 2007, p. 100 - 101)

Vemos então que um problema pode se tornar estimulador do processo da aprendizagem e até mesmo um cenário para investigação. Sendo assim, todo o processo para construir a resolução é muito importante, e não somente o resultado final, como muitas vezes tradicionalmente acontece em nossas escolas.

Skovsmose (2014) entende que o ensino tradicional falha ao se concentrar entre os ambientes (1) e (3). Para o autor, o ensino e aprendizagem tem potencial para ser mais produtivo quando o professor consegue alternar entre os ambientes de aprendizagens.

No entanto, aplicar novas metodologias de ensino e aprendizagem geram riscos ao professor, pois as questões em aberto são a essência de um cenário para investigação. Nesse sentido, temos a Tabela 4:

Tabela 4. Zonas de conforto (indicadas por cinza-claro) e zonas de risco (indicadas por cinza-escuro) e suas relações com o ambiente de aprendizagem.

	Listas de exercícios	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências a uma semirrealidade	(3)	(4)
Referências à vida real	(5)	(6)

FONTE: Adaptado de Biotto Filho (2008) *apud* Skovsmose, 2014, p. 63.

Observe que a Tabela 4 tem os mesmos seis ambientes de aprendizagem que a Tabela 3. Contudo, agora temos a informação adicional dos riscos que o educador assume quando passa a utilizar os ambientes de cenários de investigação. Temos então, que quanto mais escura a tabela vai ficando, mais arriscado se torna para o professor perder o controle sob a aula.

Para Skovsmose mudar de ambiente de aprendizagem e trabalhar com cenários de investigação causa muitas incertezas:

> O paradigma do exercício serve para manter as perguntas dos alunos em um estado previsível. Quando se trabalha com questões previamente formuladas, todas as atividades de sala de aula podem ser reduzidas a um esquema de certo ou errado. Esse 'regime de verdades' cria uma zona de conforto tanto para o professor como, de fato, para o aluno. Eles sabem o que fazer e como decidir se aquilo está certo ou não. Medidas de desempenho ficam claras nesses situações. Por outro lado, num cenário para investigação, os esquemas de certo ou errado tornam-se obsoletos. Surgem incertezas. A zona de conforto fica para trás, pois riscos sempre estão presentes em cenários de aprendizagem. Contudo, uma zona de risco é uma zona de possibilidades. Lidar com riscos também significa criar novas possibilidades. (SKOVSMOSE, 2014, p. 64)

Com base no exposto acima, percebemos o potencial que uma aula com cenários para investigação tem para o ensino e aprendizagem de matemática, pois é no momento em que os alunos refletem sobre a resolução de um problema, que de fato ocorre uma aprendizagem. Enquanto que, ao ensinar somente utilizando listas de exercícios, corre-se o risco de os alunos saberem fazer determinada atividade apenas quando lhe é informado qual o conteúdo relacionado e qual a fórmula pode ser utilizada para a resolução do que foi proposto.

Para exemplificar é interessante trazermos o conto de Helen Buckley, *“O menininho”*:

> Era uma vez um menininho bastante pequeno que contrastava com a escola bastante grande. Quando o menininho descobriu que podia ir à sala caminhando pela porta da rua, ficou feliz. A escola não parecia tão grande quanto antes. Uma manhã a professora disse: - Hoje nós iremos fazer um desenho. “Que bom!”, pensou o menininho. Ele gostava de desenhar. Leões, tigres, galinhas, vacas, trens e barcos... pegou sua caixa de lápis de cor e começou a desenhar. - Esperem, ainda não é hora de começar! Ela esperou até que todos estivessem prontos. - Agora, nós iremos desenhar flores. E o menininho começou a desenhar bonitas flores com seus lápis rosa, laranja e azul. - Esperem, vou mostrar como fazer. E a flor era vermelha com o caule verde. - Assim, disse a professora, agora vocês podem começar. O menininho olhou para a flor da professora, então olhou para a sua flor. Gostou mais da sua flor, mas não podia dizer isto... virou o papel e desenhou uma flor igual a da professora. Era vermelha com o caule verde. No outro dia, quando o menininho estava ao ar livre, a professora disse: - Hoje nós iremos fazer alguma coisa com o barro. “Que bom!” pensou o menininho. Ele gostava de trabalhar com o barro. Podia fazer com ele todos os tipos de coisas: elefantes, camundongos, carros e caminhões. Começou a juntar e amassar sua bola de barro. - Esperem, não é hora de começar! Ela esperou até que todos estivessem prontos. - Agora nós iremos fazer um prato. “Que bom!”, pensou o menininho. Ele gostava de fazer pratos de todas as formas e tamanhos. - Esperem, vou mostrar como se faz. Assim... Agora vocês podem começar. E o prato era fundo. Um lindo e perfeito prato fundo. O menininho olhou para o prato da professora, olhou para o próprio prato e gostava mais do seu, mas ele não podia dizer isso... amassou seu barro numa grande bola novamente e fez um prato fundo, igual ao da professora. E muito cedo o menininho aprendeu a esperar e a olhar e a fazer as coisas exatamente como a professora. E muito cedo ele não fazia mais as coisas por si próprio. Então, aconteceu que o menininho teve que mudar de escola... Esta escola era ainda maior que a primeira. Ele tinha que subir grandes escadas até a sua sala... Um dia a professora disse: - Hoje nós vamos fazer um desenho. “Que bom!”, pensou o menininho. E esperou que a professora dissesse o que fazer. Ela não disse. Apenas andava pela sala. Quando veio até o menininho falou: - Você não quer desenhar? - Sim. O que é que nós vamos fazer? - Eu não sei, até que você o faça. -Como eu posso fazer? - Da maneira que você gostar. - E de que cor? - Se todo mundo fizer o mesmo desenho e usar as mesmas cores, como eu posso saber qual o desenho de cada um? - Eu não sei! E começou a desenhar uma flor vermelha com um caule verde... (BUCKLEY, 2016)

Podemos perceber que regras excessivas vivenciadas na escola do conto acima levaram o aluno a perder a capacidade de criar, pensar e fazer por ele próprio. Tal verificação não se dá somente através do conto, ela está presente na nossa realidade cotidiana, aonde percebemos que as crianças e adolescentes chegam em nossas escolas com saberes próprios, diferentes ideias e dúvidas. Logo, cabe a nós educadores, estabelecermos o equilíbrio entre os conhecimentos trazidos pelos alunos até sala de aula e o currículo necessário para a aprendizagem.

Uma aula centrada no professor tem caráter autoritário e isso precisa ser revisto pelos educadores matemáticos, pois crianças e adolescentes se adaptam rapidamente com as regras escolares. Nesses ambientes é comum buscar apenas o fazer, ou seja, o objetivo parece ser apenas as respostas em detrimento do processo de resolução e do estimulo à criação, ao pensamento e à autonomia dos estudantes.

Nesse sentido, vemos que é necessário que o professor explore diferentes ambientes de aprendizagem, onde também haverá momentos em que o professor deverá trabalhar listas de exercícios, contudo, em outras oportunidades as listas de exercícios podem não ser adequadas, devendo então o professor ter a sensibilidade para perceber tal situação e adequá-la à realidade dos seus alunos. É fundamental que o professor crie um ambiente favorável à reflexão e investigação por parte dos alunos, possibilitando que eles desenvolvam suas próprias metodologias na construção do conhecimento, desenvolvendo assim, maior autonomia.

Vale destacar também quatro enfoques, segundo Roseira, acerca do ensino da matemática:

> O primeiro deles se refere à concepção de que “aprender é lembrar”, é buscar no fundo da memória os conteúdos absorvidos e retidos, quando o aluno é submetido a situações e ensino. [...] A segunda concepção de aprendizagem parte do pressuposto de que “aprender é mudar de comportamento”. [...] Na terceira concepção pedagógica temos que “aprender é processar informações”. [...] Na quarta concepção pedagógica temos que “aprender é interagir”. (ROSEIRA, 2010, 85 - 87)

Temos então que as concepções do que é aprender elencadas acima estão de acordo com um cenário para investigação, onde temos um ambiente de aprendizagem que valoriza a construção do conhecimento efetuado pelo próprio aprendiz.

Observamos ainda, que lembrar, mudar de comportamento, processar informações e interagir são atitudes condizentes com um indivíduo que possui autonomia. Assim, um ambiente investigativo favorece o desenvolvimento da autonomia dos estudantes.

4.3 AUTONOMIA COM EXERCÍCIOS

Abordamos aqui inicialmente o conceito gramatical de autonomia visando realizar uma síntese e melhor compreensão sobre este tema. Do dicionário Aurélio obtemos a seguinte definição para a palavra autonomia:

> autonomia [Do gr. *autonomía*] ***S.f.*1.** Faculdade de se governar por si mesmo. 2. Direito ou faculdade de se reger (uma nação) por leis próprias. 3. Liberdade ou independência moral ou intelectual. 4. Distância máxima que um veiculo, um avião, ou um navio pode percorrer sem reabastecer de combustível. 5. Ét. Condição pelo qual o homem pretende poder escolher as leis que regem sua conduta [Cf. nesta acepç., autodeterminação (2), heteronomia (2) e liberdade (11). 6. Pedag. Modo de ensino, baseado em princípios da filosofia freiriana, a qual visa emancipação intelectual e aprendizagem com liberdade e autonomia. (FERREIRA, 2010, p.246)

Esta definição, extraída do dicionário, apresenta contornos já expostos, como abordamos e defendemos em tópicos anteriores, principalmente no tocante a faculdade de se governar por si mesmo e de liberdade ou independência moral ou intelectual, quesitos esses que entendemos como parte dos objetivos da educação matemática.

O uso de investigação matemática leva o aluno a pensar e a refletir de maneira ativa para buscar possíveis soluções, em oposição ao ensino de matemática da forma tradicional, que se baseia no paradigma do exercício, onde o professor explica o conteúdo e depois solicita aos alunos a resolução de uma lista de exercícios para fixação do que foi ensinado.

A aplicação de listas de exercícios deve ser utilizada como forma complementar ao ensino e aprendizagem, ela pode ser tida como uma ferramenta aplicada após a realização de uma atividade investigativa, ou seja, não queremos de forma alguma que as listas de exercícios sejam abandonadas pelos educadores, almejamos que as listas sejam melhor trabalhadas pelos professores. Por exemplo, após lecionar um conteúdo durante uma aula o professor poderá aplicar listas de exercícios não somente relacionadas ao conteúdo da aula, mas sim procurar aplicar exercícios que também envolvam o conteúdo de aulas anteriores.

Ellengerg (2015) apesar de criticar as longas listas de exercícios aplicadas tradicionalmente no ensino escolar, defende o uso de exercícios a serem feitos pelos alunos. Ellengerg exemplifica esse pensamento fazendo uma analogia entre os exercícios e conteúdos estudados em sala de aula. “A matemática não é só uma sequência de cálculos a serem executados” ele afirma que os estudos em sala de aula “são para a matemática a mesma coisa que trabalhar com pesos e fazer ginástica para o futebol”. (ELLENBERG, 2015, p.21)

Contudo, uma lista de exercícios será mais produtiva do ponto de vista pedagógico se dentre os exercícios selecionados, houver vários elementos que conduzam o aluno a pensar, a ler e a reler por algumas vezes os problemas, processar as informações para que enfim possa encontrar possíveis soluções.

Conforme afirma Willingham (2011) nós lembraremos daquilo de que pensamos. Assim, o professor deve ficar atento àquilo que propõe aos alunos, priorizando por tarefas, exercícios ou atividades dentro ou fora da sala de aula, que conduzam os alunos a pensarem no desenvolvimento da solução ao que foi proposto, pois é desse processo que os alunos irão lembrar.

Devlin, fala em quatro passos para melhorar as habilidades de qualquer pessoa que se aventura na matemática, vejamos:

> O primeiro passo é estar ciente de que a atividade matemática é algo natural que acontece o tempo todo na natureza. Saber que a matemática é algo natural deve ajudá-lo a superar o medo que a matéria muito frequentemente evoca.
> O segundo passo é abordar a matemática abstrata (isto é, a da escola) como uma mera versão formalizada de suas habilidades inatas – isto é, como formalização do senso comum. Na matemática, como na maioria das outras coisas na vida, sua abordagem pode fazer toda a diferença em seu desempenho.
> O terceiro passo é reconhecer por que métodos escolares foram desenvolvidos, quais são suas vantagens e o que há com eles que os tornam difíceis de serem aprendidos.
> O quarto passo é praticar. Ou seja, com repetições suficientes, nossa mente e/ou nosso corpo podem ficar qualificados para realizar praticamente qualquer tarefa nova, seja natação, ciclismo, digitação ou compreensão e uso de idioma estrangeiro. O mesmo valendo para o conhecimento matemático. (DEVLIN, 2009, p. 253)

Observe que o papel do professor é fundamental para que o educando consiga assimilar os passos supracitados. O primeiro, segundo e terceiro passos são desenvolvidos ao longo de um ensino e aprendizagem aberto a participação e reflexão do aluno, caracterizado de forma a identificar a matemática como ferramenta de construção humana, desenvolvida com o intuito de criar meios para auxiliar o indivíduo em diversas situações, cotidianas ou não, desde a matemática utilizada no comércio até a matemática utilizada no campo da tecnologia para criação de equipamentos, por exemplo.

O quarto passo difere dos três primeiros por ter como característica as repetições e também por ser um procedimento tradicionalmente trabalhado em sala de aula. Contudo, essas repetições terão sentido se o desenvolvimento da solução partir do próprio estudante, pois, quando um indivíduo copia os passos que o professor efetuou, terá grandes chances de não ver o seu conhecimento matemático progredir.

Willingaham (2011) afirma que a prática extensiva é essencial para a escolarização, pois ela protege contra esquecimentos e serve para ganhar competência e aperfeiçoá-la.

Mediante todas essas evidências sustentamos que a metodologia a ser adotada pelo educador ao ministrar um conteúdo deve se encaixar entre o método expositivo e outras alternativas de ensino e aprendizagem, visando assim encontrar um equilíbrio entre as propostas de ensino.

5 ATIVIDADE INVESTIGATIVA NO ENSINO DE REGRA DE TRÊS

Após descrevermos sobre a metodologia orientação ao processo e sobre a investigação no ensino de matemática, apresentaremos a seguir um exemplo de atividade de cunho investigativo.

Para exemplificar o que abordamos teoricamente até o momento, escolhemos a atividade voltada para o ensino de proporcionalidade, caracterizado pelo conceito de proporção entre grandezas, cujo conteúdo é lecionado com maior frequência no 7º ano do Ensino Fundamental. Ressaltamos, contudo, que tal atividade também pode ser aplicada quando do estudo do conceito de congruência e semelhança de figuras, mais especificamente semelhança de triângulos e o Teorema de Tales, conteúdos normalmente trabalhados no 9º ano do Ensino Fundamental. Ainda verificamos a possibilidade de trabalhar a atividade proposta quando do estudo do conceito de funções lineares, também lecionado no 9º ano.

Como no presente trabalho propomos a aplicação de uma atividade investigativa voltada para conceitos de proporcionalidade e consequentemente de regra de três, vamos abordar a seguir a importância deste tema na matemática.

5.1 PROPORCIONALIDADE E REGRA DE TRÊS

Proporcionalidade é um conceito matemático muito presente no dia a dia das pessoas, pois basicamente utilizamos a noção de proporção todas as vezes que efetuamos uma multiplicação ou divisão para encontrar uma solução. Elucidemos com um exemplo bem simples: sabemos que com R$ 5,00 compramos 3 canetas. Qual a quantidade de canetas podemos comprar se temos R$ 10,00?

Lima et al (2006) afirma que três métodos são geralmente usados para resolver problemas desse tipo:

> 1. Método direto: aplicado somente quando os dados são números pequenos ou “fáceis”.
> 2. Redução à unidade: aplicável em geral.

3. Proporção.
(LIMA et al. 2006, p. 1)

Uma resolução pelo método direto seria pensar que como 10 é o dobro de 5, temos que a resposta é um número que é o dobro de 3, logo podemos comprar (2x3=6) 6 canetas.

Resolvendo pela redução a unidade temos que se basear na seguinte questão: quantas canetas podemos comprar com R$ 1,00? Isso fornece a quantidade por unidade de reais, depois multiplicamos esse resultado por 10. A resolução ficaria assim:

$$\begin{array}{rll}
 & 5\ (R\$)___ & 3\quad (canetas) \\
\div 5 \downarrow & & \downarrow \div 5 \\
 & 1\ (R\$)___ & \frac{3}{5}\ (quantidade\ de\ cancetas\ com\ R\$\ 1{,}00) \\
\times 10 \downarrow & & \downarrow \times 10 \\
 & 10 (R\$)__ & 6\ \ (quantidade\ de\ canetas\ com\ R\$\ 10{,}00)
\end{array}$$

Pelo método de proporção nomeamos uma incógnita *y* como o número de canetas que podemos comprar. Assim, a resolução seria pensar no sentido que se R$5,00 está para 3 canetas então R$10,00 estaria para *y* canetas:

$\frac{5}{3} = \frac{10}{y}$ Logo $y = 6$ (quantidade de canetas com R$ 10,00)

Podemos observar que a ordem entre as quantidades correspondentes não altera o resultado, por exemplo, podemos resolver da seguinte forma, se R$ 5,00 está para R$ 10,00 então 3 canetas está para y canetas:

$\frac{5}{10} = \frac{3}{y}$ Logo $y = 6$ (quantidade de canetas com R$ 10,00)

Observa-se que neste exemplo chegamos ao processo denominado regra de três. Neste processo temos uma proporção entre os valores e para melhor elucidar o processo da regra de três, utilizaremos o exemplo acima. Nota-se que temos a proporção 5/10 e queremos encontrar o valor de y na outra proporção 3/y. Ou seja temos três valores (R$ 5,00, R$ 10,00 e 3 canetas) e com a proporção entre eles obtemos o quarto valor, que no caso foi o valor de 6 canetas.

Podemos perceber que os três métodos utilizam o conceito de proporcionalidade, ou seja, a quantidade de canetas é proporcional a quantidade de dinheiro. E a aprendizagem da ideia da proporção é uns dos objetivos principais quando do ensino desse conteúdo.

Observamos ainda que tal conteúdo é um dos mais presentes nas experiências diárias de qualquer cidadão, e, portanto, compreendê-lo é de fundamental importância na formação das pessoas. Nesse sentido, Stein:

> De quanta matemática você precisa para ser um cidadão produtivo e enriquecer sua vida e a dos grupos a que pertence? Surpreendentemente, a aritmética da sexta série, se utilizada corretamente, o levará muito longe ... (STEIN, 2010, p. 3)

Logo, é imprescindível que a matemática lecionada no ensino básico seja bem compreendida pelos estudantes, é como a questão “chave” em todo o desenvolvimento do ensino posterior, pois, como mencionamos acima, sabendo utilizar corretamente os conceitos trabalhados na educação básica, os alunos estarão potencialmente preparados para uma vida profissional de mais sucesso. Pois, se a vida profissional ou ambiente de trabalho não exigir a matemática avançada, ele já estará preparado para realizar com sucesso suas atividades. E com a introdução da vida profissional em um campo com matemática avançada ele também terá a base necessária para acompanhar, compreender e desenvolver suas habilidades.

No entanto, Fonseca (2004) realizou uma pesquisa que apontou o insucesso matemático de um grande número de alunos e também da população em geral:

> Observou-se nesse estudo que apenas 21% da população brasileira de 15 a 64 anos “executa com tranquilidade tarefas envolvendo cálculo proporcional, ou seja, consegue resolver questões do tipo “se o metro de fita custa R$ 2,00, quanto custarão 80 cm de fita? (FONSECA, 2004, *apud* PASSOS E OLIVEIRA, 2007, p. 119)

Temos então que, a grande maioria dos alunos consegue a formação escolar, sem, contudo, possuir a formação adequada do conceito de proporcionalidade, e por consequência acabam por não conseguir efetuar manipulações matemáticas que tenham multiplicação ou divisão.

Diante das questões evidenciadas acima apresentaremos a seguir uma proposta de atividade com caráter investigativo, a qual leva o aluno a pensar com autonomia para se chegar a alguma ideia de solução. Para isso, não deixamos de valorizar o conhecimento prévio e o próprio conhecimento construído pelo aprendiz durante as aulas de matemática, pois acreditamos que este conhecimento é essencial e parte fundamental para o aperfeiçoamento do saber matemática, onde nenhum conhecimento prévio deve ser descartado, talvez apenas aprimorado, ou ainda, conduzido ao aprimoramento.

5.2 ATIVIDADE PROPOSTA

A atividade aqui proposta foi aplicada no 7º ano do ensino fundamental com o intuito do ensino e aprendizagem de proporcionalidade e regra de três, porém deixamos aqui como mera sugestão também a possibilidade da aplicação da referida atividade no 9º ano do ensino fundamental no ensino de semelhanças e figuras.

Pode-se iniciar a atividade, conversando com os alunos sobre grandes construções, no intuito de aguçar a curiosidade dos alunos e introduzi-los de maneira adequada ao que será abordado na sequência. Após essa devida e necessária introdução, levantar a seguinte questão aos alunos: Como podemos calcular a altura de grandes construções? Vocês já ouviram falar, ou sabem como antigamente as pessoas conseguiam calcular alturas de grandes construções, sendo que não tinham equipamentos de grande precisão assim, como hoje?

Em seguida, propõe-se instigar os alunos através dos questionamentos: como poderíamos calcular altura de grandes construções (aqui, usar como referência objetos próximos ao ambiente do aluno, por exemplo, a fachada da escola, a altura de um poste, etc.), sem o uso de equipamentos sofisticados? Como podemos calcular essas alturas com os materiais que temos no momento (lápis ou caneta e papel)?

Como sabemos, os alunos estão acostumados com aulas onde apenas o professor tem ação, portanto já é esperado que no início haja uma barreira natural, e nesse momento o educador deve fazer uso de abordagens que instiguem e estimulem os alunos a se expressarem.

Como sugestão então, lançar a seguinte questão: como poderíamos calcular a altura da parede da sala utilizando apenas os materiais que possuímos no momento (lápis ou caneta e papel)?

Após um tempo de diálogo (a duração vai depender da participação e do desenvolvimento de cada turma), lançar a possibilidade de cálculo por meio de proporcionalidade entre figuras, no caso, triângulos retângulos (caso os alunos já tenham citado essa hipótese, melhor ainda), sem deixar de ouvir as sugestões dos alunos.

O professor deve ter em mente que o aluno constrói o seu próprio conhecimento, entretanto é o professor que deve ser o intermediador nesse processo. Conforme Polya:

> O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho.
> Se o aluno não for capaz de fazer muita coisa, o mestre deverá deixar-lhe pelo menos alguma ilusão de trabalho independente. Para isso, deve auxiliá-lo discretamente, sem dar na vista. (POLYA, 1995, p. XVI)

Sendo natural que o professor tenha que controlar o tempo da aula, poderia por exemplo propor aos estudantes a referida atividade no final de uma aula, para que ela fosse retomada na aula seguinte, e fossem verificados quais métodos os alunos pensaram ou utilizaram. Depois destes diálogos, sugestões, ideias, pode ainda conduzir os alunos a trabalharem em duplas, para que em conjunto com o colega possam calcular a altura da parede da sala de aula utilizando semelhanças de figuras, especificamente semelhança de triângulos retângulos.

Observamos que se faz necessário essas intervenções, conforme defende Micotti:

> (...) é equívoco isentar o professor da responsabilidade de ensinar, transformando-o em mero espectador das peripécias do aluno em suas tentativas de compreender a matéria de estudo. O pretexto de não interferência na construção do conhecimento pode prejudicar a atuação da escola e fazer dela uma instituição onde há a permissão para deixar o aluno marcando passo, sem desenvolver seus conhecimentos. (MICOTTI, 2006, p. 161)

Logo, o professor deve ter por objetivo criar um ambiente propício aos alunos investigarem com autonomia, contudo, o professor continua sendo o responsável em conduzi-los para o desenvolvimento de suas estratégias de solução bem como de seus conhecimentos.

Neste momento, possivelmente nem todos os alunos terão encontrado uma maneira de achar a altura de grandes objetos ou especificamente da parede, se este for o caso, cabe então a intervenção adequada do professor.

Exemplificando, sugerimos que a atividade seja aplicada da seguinte forma:

1º PASSO: De acordo com a participação dos educandos, o professor solicita aos alunos que se reúnam em dupla, utilizem uma folha de papel e um lápis (ou caneta), e de onde estão, coloquem a folha de papel em perfil na frente dos olhos, encostado no nariz, em pé ou sentados, conforme ilustra a Figura 1.

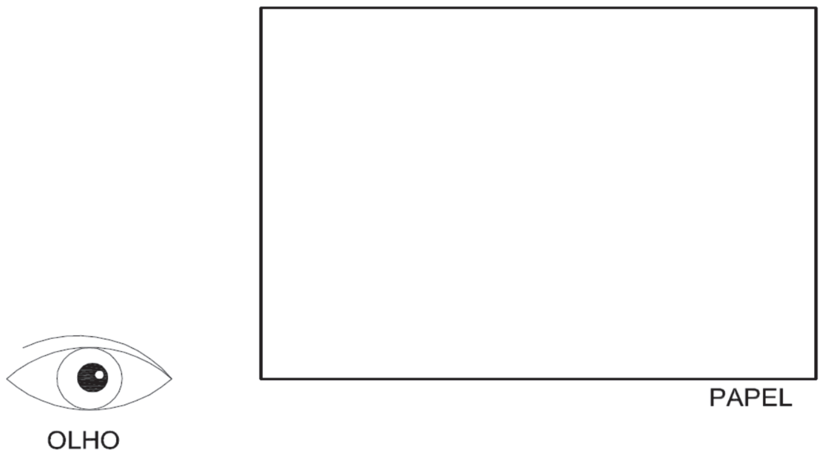


Figura 1. Retrato do 1º Passo.
FONTE: O autor.

2º PASSO: Em seguida, com a ajuda do colega, utilizem suas próprias mãos e mantenham a folha alinhada aos olhos (o papel não pode de modo algum ficar inclinado), fixem um dedo no papel que deve ficar situado de tal modo que tenha trajetória e esteja em linha com a parte mais alta da parede, ou seja, para calcular a altura da parede o dedo deve apontar para o ponto final da parede onde começa o forro do teto, como mostra a Figura 2.

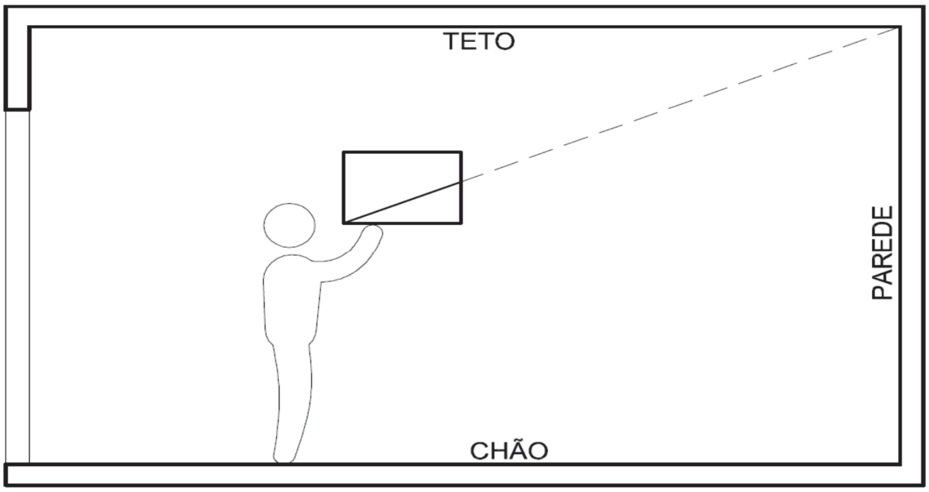


Figura 2. Retrato do 2º Passo.
FONTE: O autor.

3º PASSO: Com a ajuda do seu parceiro, aquele que fixou os dedos no papel no ponto solicitado, deve manter os dedos nesse ponto e o outro colega com o auxílio de um lápis ou caneta, deverá sinalizar o ponto marcado. Em seguida deverão traçar a linha diagonal no papel, formando assim a figura triângulo retângulo[7], como pode ser observado na Figura 3:

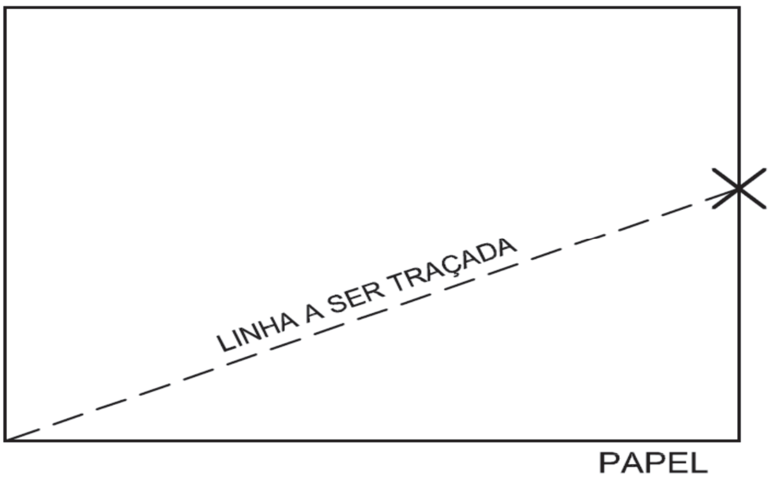


Figura 3. Retrato do 3º Passo.
FONTE: O autor.

Com isso temos o suficiente para calcular a altura do objeto, utilizando semelhança de triângulos e proporcionalidade para aplicar a regra de três. Pode-se

---

[7] Observamos que ao consultar a matriz curricular do Ensino Fundamental os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental ainda não estudaram o conceito de polígonos, portanto o professor deve tomar cuidado ao apresentar o polígono triângulo retângulo. Sugere-se que o professor desenhe a figura e dê ênfase ao aspecto dela como um todo, voltada para a questão da proporcionalidade de lados, e não somente ao nome atribuído ao desenho.

deixar um momento para os alunos refletirem como podem utilizar os dados que acabaram de obter para chegar ao resultado desejado que é encontrar a altura da parede. O professor deve acompanhar e ajudar de acordo com os questionamentos que forem surgindo ao longo da atividade.

4º PASSO: Após um tempo, já com alguns alunos provavelmente com ideias bem adiantadas, o professor solicitará para cada dupla medir a distância do ponto onde estavam no momento das medições até a parede. Note que temos três dados (a medida do lado horizontal e vertical do triângulo retângulo e a medida do ponto de medição até a parede) e queremos encontrar um quarto dado, ou seja, é um caso onde aplica-se a regra de três.

Devemos deixar os alunos livres para fazer essas medições, podendo também permitir o uso de régua, pois o método que cada um utilizará também faz parte do processo de construção do conhecimento, por exemplo, eles podem utilizar a passada ou com uma régua medir o comprimento de um ladrilho do chão, contar quantos ladrilhos tem até a parede e fazer a multiplicação. É preciso que o professor fique o tempo todo disponível para ajudar quando for solicitado.

Observamos uma exemplificação da atividade na Figura 4:

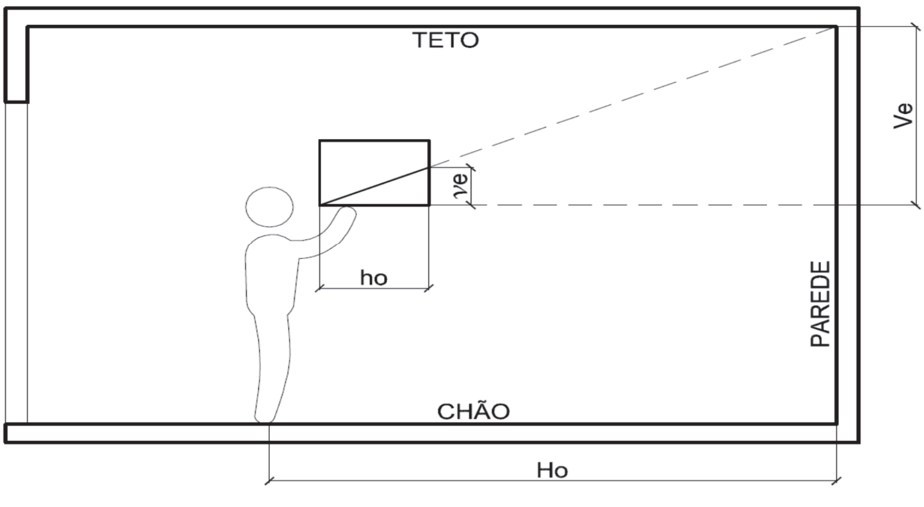


Figura 4. Retrato do 4º Passo.
FONTE: O autor.

Note que, a altura da parede será o lado proporcional do triângulo mais a altura de onde foi traçado a figura, ou seja, a distância do olho até o chão. Chega-se então à seguinte relação de proporção com:

$$\frac{ho}{Ho} = \frac{ve}{Ve}$$

- ***ho***: medida do lado horizontal do triângulo desenhado no papel.
- ***ve***: medida do lado vertical do triângulo desenhado no papel.
- ***Ho***: medida do lado horizontal do triângulo formado pela parede e pelo chão, ou seja, a medida da distância do ponto de onde foi feito o desenho até a parede.
- ***Ve***: medida da vertical do triângulo formado pela parede e pelo chão, ou seja, a medida da parede descontando a altura do aluno.

Cada dupla chegará a um resultado, podendo ser diferente, porém provavelmente próximos. Eles poderão ficar surpresos vendo que com métodos de medição imprecisos podem chegar a resultados aproximados. E mais, o professor ainda pode fazer a média das alturas encontradas (observando se não há nenhuma medida discrepante) e notar que essa média encontrada se aproxima cada vez mais do valor real (desde que saibamos qual a altura real).

Assim, pode-se dialogar com os alunos e mostrar a eles que mesmo com poucos instrumentos podemos calcular a altura de “quaisquer” objetos e geralmente com a “precisão” desejada. Concluindo então que era dessa mesma forma que eles acabaram de utilizar que antigamente os matemáticos calculavam alturas de grandes monumentos, tendo sido assim que Tales de Mileto (matemático grego) calculou a altura das pirâmides, dispondo inclusive da sua sombra para fazer a semelhança de triângulos.

5.3 DESENVOLVIMENTO/EXPERIÊNCIA

O local escolhido para aplicarmos a atividade proposta foi a Escola Estadual Medalha Milagrosa, que fica localizada no centro de Ponta Grossa - PR. Sua história começa em 1949 quando irmãs da Província das Irmãs Filhas da Caridade de São Vicente de Paulo, instituição sediada em Curitiba, adquiriram um imóvel em Ponta Grossa com finalidade de catequizar crianças.

Ao longo dos anos o local foi crescendo e em 1960 já com o nome de Casa da Criança Sant'Ana foi registrado o Curso Primário na Secretaria de Educação e Cultura. Mais tarde em 1983 o local passa a ser chamado de Escola Estadual Medalha Milagrosa. Atualmente instituição atende as séries finais do Ensino Fundamental, do 6º ano ao 9º ano.

Após conversarmos com a diretora sobre o intuito da realização da atividade, ela nos encaminhou para que conversássemos também com a professora de matemática do 7º ano da escola. Ambas muito solicitas concordaram com a aplicação da atividade, assim no dia 02 de maio de 2016 aplicamos a atividade no 7º ano do período matutino.

Ao chegarmos na sala de aula notamos o que Willingham (2011) afirma sobre uma maior motivação dos alunos frente à mudanças em seu ambiente, pois todos ao seu modo estavam atentos e esboçavam curiosidade pelo que viria.

Fizemos nossa apresentação e em seguida iniciamos a atividade proposta como explicado anteriormente. Durante a atividade notamos o que já era de início esperado, que os alunos em sua maioria ficaram esperando o professor orientá-los ao que fazer em cada passo da atividade. É importante ressaltarmos a relevância da aplicação de atividades como esta, que estimulam o próprio estudante a refletir, analisar e pensar, para que assim ele desenvolva a autonomia. Não somente em sala de aula, mas também, em outros cenários e situações.

Percebemos então que após os primeiros alunos traçarem a figura do triângulo retângulo, os demais alunos tentaram replicar o mesmo desenho, simplesmente olhando para a figura do colega. Esse fato mostra, que eles acreditam que a resposta seja sempre única, ou seja, só haveria uma resposta tida como correta para atividade. Assim, se o desenho que um estudante fez estivesse certo, para muitos alunos seria só copiar a resposta obtida pelo colega.

Depois de a maioria dos alunos ter conseguido desenhar a figura, foi solicitado que fizessem a medição dos lados do triângulo e também da distância de onde estavam até a parede. Muitos ficaram com dúvidas de como fazer a medição até a parede. Vários fizeram a seguinte pergunta: “Como medir professor?” As quais foram sempre respondidas assim: “Você pode medir como quiser”.

Observamos que a forma adotada pelos alunos para calcular a distância até a parede, foi praticamente unânime, tendo eles utilizado a medição através dos passos. Os estudantes somaram quantos passos eram necessários para percorrer o espaço, em seguida mediram o tamanho do pé e efetuaram a multiplicação. Somente dois alunos fizeram diferente, sendo que um utilizou uma régua, e outro utilizou um livro que ele sabia que tinha 30 cm, somou quantas vezes cabia o livro na distância desejada, para em seguida fazer a multiplicação.

Com os valores obtidos questionamos os alunos novamente: Como podemos calcular a altura da parede? Percebemos aqui mais uma vez a dificuldade que os alunos possuem ao tentarem refletir sobre o assunto, pois de imediato já queriam efetuar cálculos, antes mesmo de analisar os dados obtidos e compreender seus significados. Ouvimos as seguintes perguntas recorrentes sobre o que fazer com os valores encontrados: É para somar? É para multiplicar? É para dividir?

Nesse momento insistimos que antes eles deviam olhar para os dados e tentar imaginar como poderiam utilizá-los para o objetivo que era encontrar a altura da parede. Somente após darmos mais explicações e tempo para analisarem é que alguns alunos entenderam a ideia da proporção e aos poucos foram encontrando a distância “Ve”, que depois de somada à altura do estudante resulta na altura da parede.

Tivemos constatação semelhante a de Silva *apud* Curi:

> Silva constatou em sua pesquisa o mesmo que professores revelam por sua experiência: os alunos, em sua grande maioria, ainda eram muito dependentes do professor, perguntavam sobre o que era para fazer, não identificando a noção matemática a ser trabalhada na resolução dos enunciados. Esse fato ocorria com maior frequência em (...) enunciados contextualizados. (CURI, 2009, 149)

Os alunos estão acostumados a ter um referencial bem claro do que é para fazer, sabem que a fórmula a ser usada geralmente é aquela que o professor apresentou no exemplo anterior ou é a fórmula exposta no quadro. Assim, quando estão diante de uma atividade onde não possuem um exemplo para seguir, é normal que inicialmente os estudantes tenham dificuldades para desenvolver uma solução.

Percebemos, no entanto, que os alunos aos poucos foram se sentindo mais seguros ao longo da atividade. No final da aula notamos que os alunos, principalmente, os que foram mais participativos, estavam com mais autonomia que no início da aula. Logo, entendemos que a atividade foi satisfatória na medida que os alunos adquiriram um conhecimento onde foi preciso que eles pensassem de fato no que estavam fazendo e com isso, conforme defendemos neste trabalho, a sua aprendizagem é mais eficiente.

5.4 PERCEPÇÃO DOS ALUNOS – QUESTIONÁRIO

Quando a aula estava terminando, distribuímos um questionário aos alunos para responderem e entregarem no dia seguinte. As perguntas elaboradas foram:

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM ( ) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia?

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula?

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique

Entregamos um total de 34 questionários e tivemos um retorno de 26, cujas respostas colocamos nos Gráficos 1 e 2 a seguir:

GRÁFICO 1 - Respostas obtidas a partir da questão 1
FONTE: Formatado pelo autor com base no questionário aplicado.

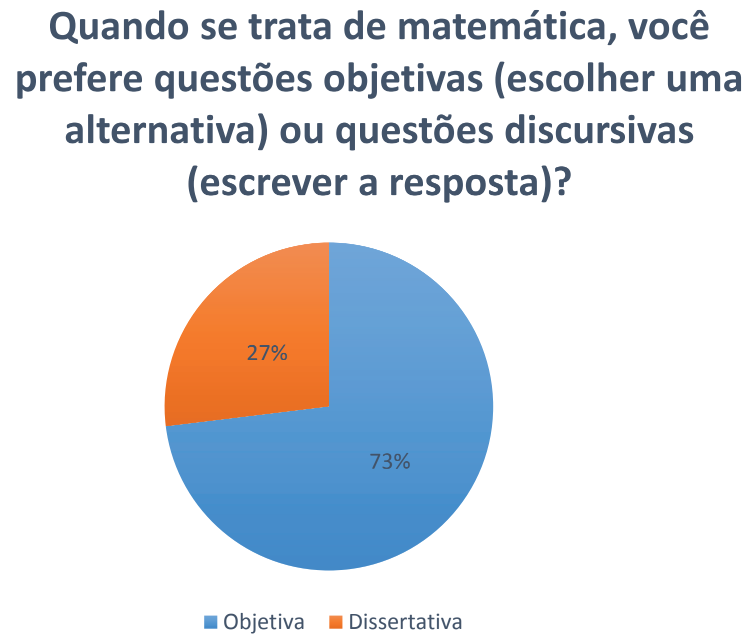


GRÁFICO 2 - Respostas obtidas a partir da questão 2
FONTE: Formatado pelo autor com base no questionário aplicado.

Do Gráfico 1 o qual representa a questão 1 do questionário *(Você teve dificuldades para a resolução da atividade?),* obtivemos um total de 10 alunos respondendo sim, que tiveram dificuldades no decorrer da atividade, enquanto 16 alunos responderam que não tiveram dificuldades na resolução da atividade. E no Gráfico 2 que transcreve os dados coletados para a pergunta 2 *(Quando se trata de* *matemática, você prefere questões objetivas ou questões discursivas?)* 19 alunos dos 26 afirmaram preferir questões que sejam de resposta objetiva, ou seja, a grande maioria dos alunos, prefere questões onde as respostas estejam elencadas ao lado e eles optem por uma delas, e somente 7 alunos afirmaram preferir responder questões discursivas.

Através da leitura dos Gráficos 1 e 2 observamos que muitos dos alunos que afirmaram preferir questões objetivas, justificaram que assim eles têm como saber se a resposta que encontraram está correta. Relacionamos abaixo algumas respostas obtidas dos alunos:

> *"escolher uma alternativa, por que invés de encher de conta e fazer bagunça, faz na cabeça e escolhe a alternativa correta. Mas também gosto de escrever a resposta"*
>
> *"questões objetivas. Porque você pode saber se sua resposta tem lógica."*
>
> *"objetivas porque se o resultado não estiver nas alternativas e mais fácil de descobrir se a conta esta certa."*

Entendemos que para alguns alunos as alternativas servem como uma orientação, ou seja, se o resultado obtido na resolução da questão está em uma das alternativas, então o resultado está correto, caso a resposta que eles tenham encontrado não esteja em nenhuma das alternativas, o resultado está errado.

Observamos aqui aparente contradição entre a realidade enfrentada no momento da aplicação e os dados obtidos através dos questionários. Vimos que 16 alunos afirmaram que não tiveram dificuldades ao realizar a atividade, porém, essa não foi a realidade vivenciada no momento da atividade, pois a maioria dos alunos apresentaram enormes dificuldades para conseguir iniciar o exercício, muitos desses alunos pareciam engessados e sem norte, como se não conseguissem saber por onde e como iniciar a resolução da atividade. No entanto, durante a atividade percebemos que alguns alunos foram usando suas estratégias de resolução, com menor dificuldade.

Outro ponto aqui a ser ressaltado é que devemos ter cuidado ao analisar as respostas dos questionários. Observamos que o final da questão de número 1 contida no questionário (*Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM ( ) NÃO se sim, qual?*) continha a expressão: ***se sim, qual?*** O que pode ter levado alguns alunos a responderem não, que eles não enfrentaram dificuldades para a resolução da atividade, apenas com o intuito de desviarem da resposta sim e terem que explicar quais foram as dificuldades por eles enfrentadas, fato esse que corroboraria com o Gráfico 2, onde a maioria dos alunos afirmou preferir por respostas que sejam objetivas e não discursivas.

Ainda obtivemos determinadas respostas que não encontram-se nos Gráficos 1 e 2, e que nem por isso são de menor relevância, por exemplo, na questão 4 onde perguntamos aos alunos se apenas prestar atenção no que o professor fala é o suficiente para aprenderem, elencamos algumas respostas:

> *"Não. Você tem que fazer também para aprender, não é só escutar o professor, tem que fazer."*
>
> *"Não. É preciso fazer e pensar para fazer matemática."*

Concluímos então que os alunos entendem que devem prestar atenção na fala do professor, mas, precisam complementar o que foi ensinado pelo professor em sala de aula para que consigam otimizar o que aprenderam, para isso eles julgam ser necessário ainda estudar, participar e praticar o que foi visto na sala de aula.

Passemos então para os Gráficos 3 e 4 que transcrevem os dados coletados das questões 5 (*O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia?)* e 6 (*Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada?*):

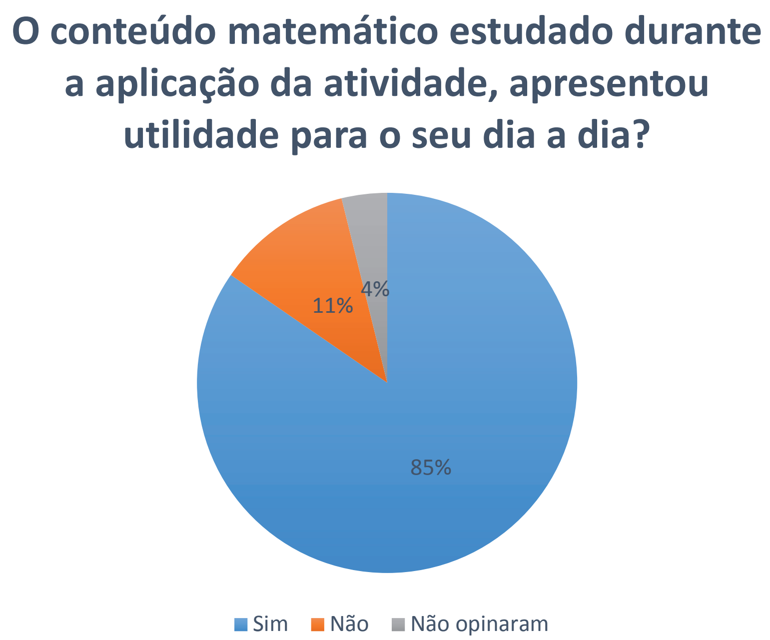


GRÁFICO 3 - Respostas obtidas a partir da questão 5.
FONTE: Formatado pelo autor com base no questionário aplicado.

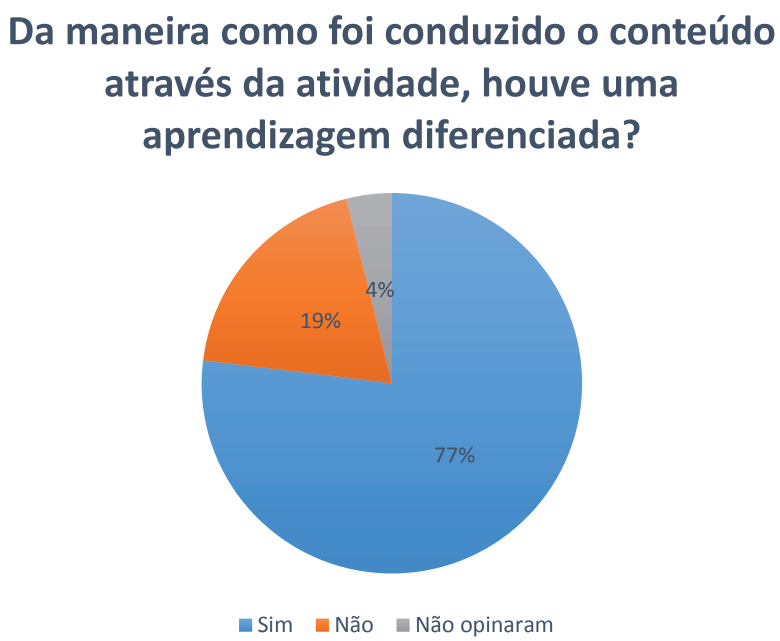


GRÁFICO 4 - Respostas obtidas a partir da questão 6.
FONTE: Formatado pelo autor com base no questionário aplicado.

Na questão 5 (*O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia?*), 22 alunos responderam que sim, o conteúdo estudado apresentou utilidade ao seu cotidiano, enquanto que apenas 3 alunos responderam não ao que lhes foi questionado, e um aluno não apresentou resposta a essa questão. Na questão 6 (*Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique*), dos 26 alunos que devolveram os questionários que lhes haviam sido entregues, um aluno não respondeu a essa pergunta, outros 5 alunos afirmaram que a forma como a atividade foi conduzida não gerou aprendizagem diferenciada, enquanto 20 alunos responderam sim, que houve aprendizagem diferenciada da maneira como a atividade foi conduzida.

As respostas obtidas na questão três reforçam ainda mais o que já expusemos. A maioria dos alunos em sinal afirmativo a questão 3 *(O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia?),* responderam gostar de atividades que se aproximem da sua realidade:

> *"Eu acho que é um jeito bom para envolver a pessoa para a matemática"*
>
> *"Acho bem interessante porque nos ajuda a resolver nossos problemas matemáticos no nosso dia-a-dia"*
>
> *"Bom porque aprendemos mais que contas"*

Observamos aqui que os dados transcritos nos Gráficos 3 e 4 em conjunto com as respostas obtidas da questão 3 confirmam o que vivenciamos na prática quando aplicamos a atividade, onde a maioria dos alunos apresentou interesse pelo que estávamos explicando, esboçaram curiosidade quando iniciamos os questionamentos prévios, concluímos então, que de fato o modo como aplicamos à atividade os proporcionaram um aprendizado maior.

Através das respostas obtidas concluímos que elas corroboram com o que foi apresentado no decorrer desse trabalho, pois na aplicação da referida atividade constatamos que os alunos não estão habituados a trabalhar com exercícios de caráter investigativo e consequentemente não possuem autonomia suficiente para resolver atividades que exijam o pensar, a reflexão, a compreensão pois diante destas ações surgiram as dificuldades na atividade fazendo com que eles ficassem inertes esperando que o professor os orientasse.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O campo de estudo Educação Matemática vem se desenvolvendo com a esperança de um ensino e aprendizagem com mais produtividade e cada vez mais adequado ao ambiente em que estamos inseridos. Como vimos há diversas tendências de temas e áreas que os educadores matemáticos pesquisam com esses objetivos. Sejam na mudança de currículos, na inserção de novas tecnologias, no processo de ensino-aprendizagem, etc. o que vemos é uma comunidade de profissionais dedicados à melhoria do ensino de matemática.

Por diversas vezes os educadores matemáticos são vistos por outros matemáticos como profissionais que valorizam apenas a pedagogia em detrimento do conteúdo de fato. Entretanto, os educadores matemáticos não se preocupam somente com a pedagogia aplicada, também preocupam-se com o saber matemático e por isso pesquisam meios de aprendizagem para que os estudantes consigam assimilar da melhor maneira possível os conceitos matemáticos.

Diante desse contexto abordamos uma metodologia de ensino que tem como principal objetivo valorizar o conhecimento que cada indivíduo constrói, sendo chamada de metodologia orientação ao processo. E apresentamos também os cenários para investigação vistos como um ambiente propício para que seja possível o professor estimular o aluno a desenvolver o próprio conhecimento.

Baseado em fundamentos teóricos consistentes, aplicamos a atividade prática proposta e percebemos o potencial que a atividade investigativa tem no ensino e aprendizagem de matemática, principalmente quando estamos preocupados com que os alunos aprendam efetivamente, saibam o que aquilo significa e sejam capazes de lembrar em outra oportunidade os conceitos adquirido durante a atividade. Uma atividade com investigação estimula o aluno a pensar e a praticar o pensar. Como vimos temos maiores chances de lembrar de algo que pensamos.

Sabemos da dificuldade de implantar atividades investigativas, seja por falta de material disponível para os professores aprofundarem seus conhecimentos, seja pelo tempo necessário para desenvolver um cenário para investigação. Ainda assim, somos favoráveis de que o professor de matemática utilize entre suas metodologias de ensino a atividade investigativa como forma complementar.

Pois se por um lado um ambiente investigativo exige mais tempo para sua aplicação, por outro lado temos que os conhecimentos adquirido nessas atividades serão melhor assimilados e compreendidos pelos alunos. Assim, há um balanceamento entre tempo gasto e o tempo que o professor deixará de fazer com repetições do mesmo conteúdo em outras aulas, adicionado ao fato que estimulamos a autonomia dos alunos e propiciamos seu melhor desenvolvimento cognitivo.

Pontuamos ainda o fato de ao encorajar os estudantes a refletirem, analisarem e pensarem, estamos ao mesmo tempo despertando a sua autonomia. E nesse caso, não só autonomia diante de matemática, e sim autonomia em qualquer atividade em que ele possa vir se deparar.

Concordamos com as listas de exercícios como uma forma de complementar o ensino, porém o conteúdo necessário para resolver os exercícios não devem contemplar somente o que foi apresentado na última aula. Entendemos que listas de exercícios que contenham diversos conteúdos também são uma forma de incitar o aluno a pensar.

Verificamos também que atividades onde envolvem elementos da realidade ou do próprio cotidiano do aluno, tem um potencial maior de aceitação por parte desses. Por isso acreditamos que atividades assim devem ser cada vez mais utilizadas pelos professores, até para que consigamos descontruir à aversão dos alunos pela matemática.

Após a pesquisa e aplicação da atividade investigativa sobre proporcionalidade, observamos que há alternativas para o ensino e aprendizagem de matemática tradicional, muitas das quais entendemos serem mais produtivas. Verificamos, também, que o processo de ensino e aprendizagem capaz de dar mais autonomia aos alunos, terá mais potencial na medida em que mais profissionais envolvidos na educação estejam engajados com esse propósito.

Neste trabalho não foi possível realizar uma comparação sobre a assimilação dos conceitos matemáticos adquiridos pelos estudantes através da metodologia orientação ao processo e ambientes investigativos de fronte à metodologia de ensino tradicional, visto que tal comparação não foi o objetivo principal do presente trabalho, o qual visou a aplicação de uma atividade para corroborar o que foi exposto e enfatizar nosso entendimento de que um ambiente que estimula o aluno a refletir, analisar, pensar, ou seja, investigar, tem maior potencial para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Apresentamos, assim, uma forma de percorrer este caminho, utilizando diferentes alternativas de ensino para contribuir com a construção do conhecimento do aluno, contudo, ressaltamos que para análise mais ampla e efetiva do emprego da metodologia de ensino orientação ao processo e ambientes investigativos requer um acompanhamento contínuo dos alunos, por exemplo com o emprego recorrente de tais atividades.

REFERÊNCIAS

ARANHA, M. L. de A. **História da educação e da pedagogia:** geral e Brasil. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 3. ed. São Paulo, SP: Edgard Blucher, 2012.

BUCKLEY, H. **O menininho.** Disponível em: <http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo7/didatica/unidade1/enfoque1_introducao/o menininho.pdf>. Acesso em: 21 abr. 2016.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. **Na vida dez, na escola zero.** 14. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

CURI, E. Gêneros textuais usados frequentemente nas aulas de matemática: exercícios e problemas. In: LOPES, C. E.; NACARATO, A. M. **Educação matemática, leitura e escrita:** armadilhas, utopias e realidade. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2009. p. 137-150. (Série Educação Matemática).

CURY, H. N. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos.** 1994. 276 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Educação, UFRS, Porto Alegre - RS, 1994. Disponível em: <http://www.unifra.br/professores/13935/TeseHelena.pdf>. Acesso em: 02 mar. 2016.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: Da teoria à prática. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática)

DESCARTES, R. **Discurso do Método.** Tradução de Roberto Leal Ferreira. São Paulo: Martin Claret, 2008. (Coleção a obra-prima de cada autor).

DEVLIN, K. J. **O instinto matemático.** Tradução de Michele Dysman. Rio de Janeiro: Record, 2009.

ELLENBERG, J. **O poder do pensamento matemático**: a ciência de como não estar errado. Tradução de George Schlesinger. Rio de Janeiro: Zahar, 2015.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, SP: Unicamp, 2011.

FERREIRA, A. B. de H. **Dicionário Aurélio da língua portuguesa.** Coordenação de Marina Baird Ferreira e Margarida dos Anjos. 5. ed. Curitiba: Positivo, 2010.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática:** o caso da produção científica nos cursos de pós-graduação. 1994. 425 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000079054&fd=y>. Acesso em: 14 fev. 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos**.** 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção formação de professores)

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática. 39. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção leitura).

FOSSA, J. A. **Ensaios sobre a educação matemática.** 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

GRANDO, R. C.; MARCO, F. F. de. O movimento da resolução de problemas em situações com jogo na produção de conhecimento matemático. In: MENDES, J. R.; GRANDO, R. C. (Org.). **Múltiplos olhares:** matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa, 2007. Cap. 5. p. 95-118. (Musa educação matemática; v.3). Lages Lima, Elon. Meu Professor de Matemática e outra histórias. Rio de Janeiro, 1991.

KILPATRICK, J. Fincando Estacas: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática,** Campinas, v. 4, n. 5, p.99-120, 1996. Disponível em: <http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2587/2331>. Acesso em: 16 fev. 2016.

LIMA, E. L. et al. **Temas e problemas elementares.** 2. ed. Rio de Janeiro - Rj: Sbm, 2006. (Coleção do professor de matemática).

LOPES, C. E.; NACARATO, A. M. (Org.). **Educação matemática, leitura e escrita:** armadilhas, utopias e realidade. Campinas, Sp: Mercado das Letras, 2009. (Série Educação Matemática).

MICOTTI, M. C. de O. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática:** concepções & perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999. Cap. 9. p. 153-167. (Seminários & Debates).

Muniz Neto, A. C. **Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

PAENZA, A. **Matemática, cadê você?:** sobre números, personagens, problemas e curiosidades. Tradução de Maria Alzira Brum Lemos. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2009. (Coleção ciência que late).

PASSOS, C. L. B.; OLIVEIRA, R. M. M. A. de. Elaborando histórias infantis com o conteúdo matemático: uma contribuição para a formação de professores. In: MENDES, J. R.; GRANDO, R. C. (Org.). **Múltiplos olhares:** matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa, 2007. Cap. 6. p. 118-135. (Musa educação matemática; v.3).

PEREIRA, L. H. F. A Matemática Moderna: uma visão de sua concepção através de prefácios de livros didáticos. In: DANYLUK, Ocsana Sônia (Org.). **História da Educação Matemática:** escrita e reescrita de histórias. Porto Alegre: Sulina, 2012. p. 84-108.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2 reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

ROSEIRA, N. A. F. **Educação Matemática e Valores:** das concepções dos professores à construção da autonomia. Brasília: Liberlivro, 2010.

SILVA, E. T. da. **O ato de ler**: fundamentos psicológicos para uma nova pedagogia da leitura. 4. ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1987. (Coleção educação contemporânea)

SILVEIRA, M. R. A. da. “Matemática é para poucos” – um sentido marcado na história. In: DANYLUK, O. S. (Org.). **História da Educação Matemática:** escrita e reescrita de histórias. Porto Alegre: Sulina, 2012. p. 67-83.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. Tradução de Abgail Lins (capítulos 1-4) e Jussara de Loiola Araújo (capítulo 5). 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2006. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática).

SKOVSMOSE, O. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papirus, 2014. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática)

SOUSA, J. de. **A História da Matemática na concepção de Professores**: a (des)mistificação e a (des)alienação dos poderes e uso da matemática. Cuiabá, MT: Ed. UFMT, 2003.

WILLINGHAM, D. T. **Por que os alunos não gostam da escola?** Respostas da ciência cognitiva para tornar a sala de aula atrativa e efetiva. Tradução de Marcos Vinícius Martim da Silva. Porto Alegre: Armed, 2011.

APÊNDICE: QUESTIONÁRIOS APLICADOS

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (x) SIM ( ) NÃO se sim, qual? Total dificuldade

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. escolher uma alternativa porque é mais facil

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Eu acho muito dificil

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Eu acho que precisa prestar atenção e estudar e revisar prestar ~~ao~~ atenção que o professor passa

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. mais ou menos, porque eu não entendo mais ou menos

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. não, por que o ~~pressor~~ professor, fala coisa e eu diz outras

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (x) SIM (x) NÃO se sim, qual? Mais ou menos, eu só tive dificuldade quando fomos medir a parede.

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Escolher uma alternativa. Pois me ajuda a ter certeza que a minha resposta está correta.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Bom, pois agente consegue pensar melhor, nas coisas que agente conhece.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Sim. Treinando e aprendendo mais em casa, tipo pegando uma outra folha e refazer as contas, assim aprendo mais em casa

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim. Ajudando e pensando de várias maneiras diferentes, como medir o prédio, como medir as outras coisas.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim. Pensando de várias maneiras para medir o prédio

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (X) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Objetiva que assim se meu resultado estiver muito fora eu posso faze-lo de novo.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? São boas há mais facilidade de entender.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Sim. Praticando em casa.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim. Porque posso aprender a calcular o tamanho das coisas

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (X) SIM ( ) NÃO se sim, qual? Algumas, pois não entendo muito bem frações.

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Objetivas: porque faz imaginar a situação ajudando a resolver com mais facilidade.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? acho interessante, as vezes nem percebemos que podemos ter contas erradas no dia a dia

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? não, Estudando e também prestando atenção

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim, porque se for ver, tudo precisamos de matemática, o litro, o quilo.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Sim, sem dúvidas.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (X) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. escolhe uma alternativa porque é mais facil.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? são mais facil

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Acho muito bom

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Não porque achei a mesma coisa.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (X) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. objetivas porque se fica as discursivas da sono e a gente não aprende.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Legal, porque a gente tem em dia a dia ai olha o objeto e sabe resolver.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Complementa com o adquirido na sala

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim, porque falam e eu já sei oque fazer (qual conta) e como fazer.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. sim, a professora sempre explica coisas a mais.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (x) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. escrever porque eu posso revisar melhor

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Sim ali nas compras do dia a dia

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? praticando e estudando

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Não muito porque é muito complicado

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Não, porque o professor falou uma coisa e todos entenderam outra

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (X) NÃO se sim, qual?

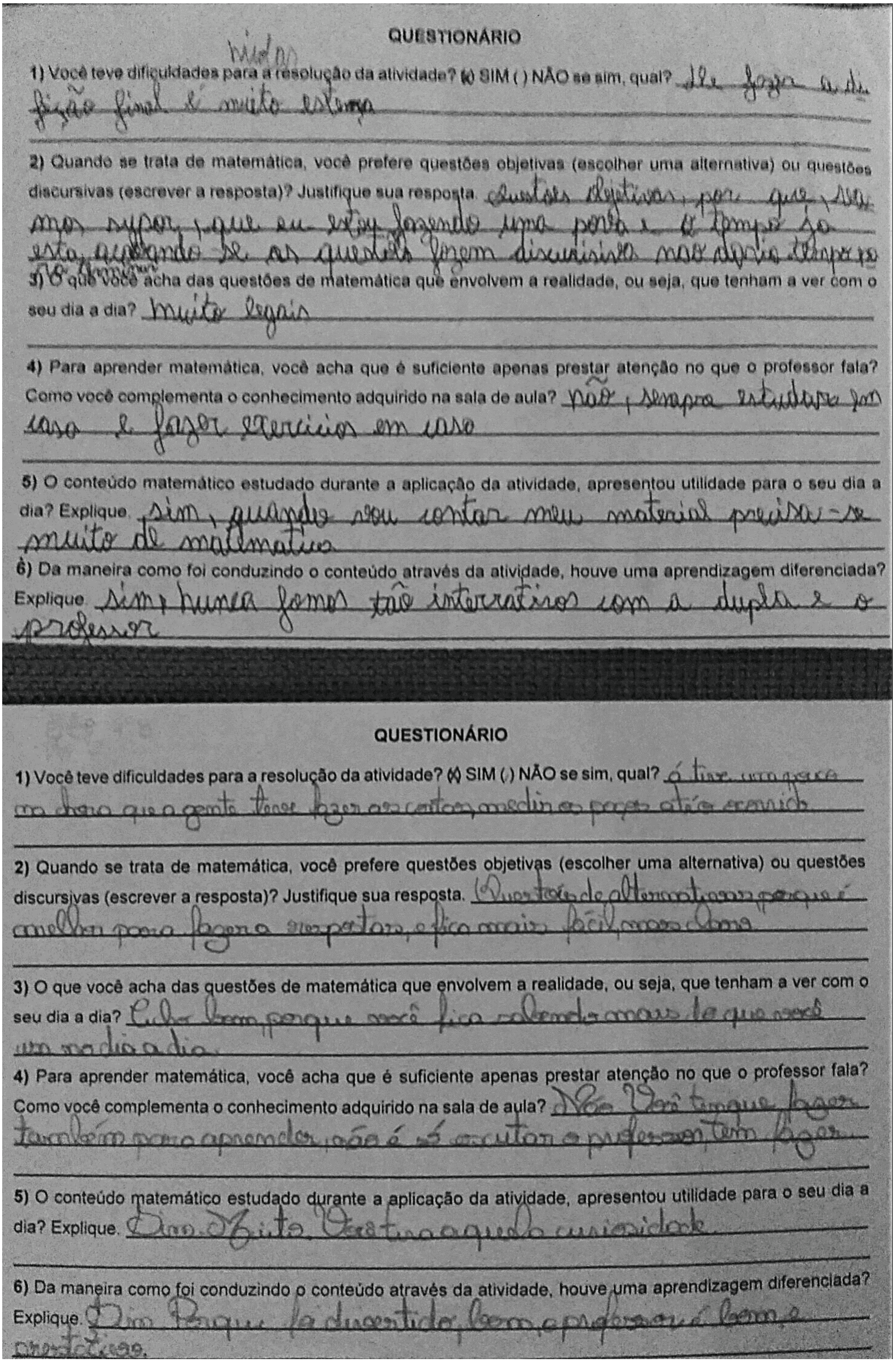
2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Escolher uma alternativa, é uma possibilidade de comparar sua resposta com uma das alternativas e ver se está correta ou incorreta sua atividade

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Matemática nós usamos no nosso dia dia e é uma coisa que eu gosto.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Não você tem que ter gosto e interesse pela matéria para aprender

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim eu uso muito matemática e vou usar em minha profissão.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Nunca apenas uma atividade de aprendizagem normal e sim algo comum.



QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (x) SIM ( ) NÃO se sim, qual? medidas — De fazer a di-fição final é muito estranha

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Questões objetivas, por que, vamos supor, que eu estou fazendo uma prova e o tempo já está acabando se as questões forem discursivas não daria tempo pra no término

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? muito legais

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? não, sempre estudar em casa e fazer exercícios em casa

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. sim, quando vou contar meu material precisa-se muito de matemática

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. sim, nunca fomos tão interativos com a dupla e o professor

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (x) SIM ( ) NÃO se sim, qual? é tive um pouco na hora que a gente teve fazer as contas, medir as peças até o escurecido

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Questões de alternativas porque é melhor para fazer a respostas, e fica mais fácil, mas claro

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Acho bom, porque você fica sabendo mais do que você usa no dia a dia.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Não. Você tem que fazer também para aprender, não é só escutar o professor, tem fazer.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim. Muito. Desperta aquela curiosidade

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim Porque foi divertido, bom, o professor é bom e interativo.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (x) NÃO se sim, qual? eu compreendi

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. [illegible] por ser legal

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? bem divertidas

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? não | compartilhando e colaborando com a aula | e participar

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. sim agora consigo medir qualquer coisa

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. sim a medição de altura largura ...

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (X) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Escolher uma alternativa, pois te dá mais opções para a sua resposta.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Acho bem interessante porque nos ajuda a resolver os nossos problemas matemáticos no nosso dia-a-dia

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Não, acho importante participar.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim, para eu poder entender mais como isso funciona.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim, porque foi em dupla e todo mundo participou.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (X) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. objetivas porque assim se raciocina mais.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Bom porque aprendemos mais que contas

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Acho suficiente porque oralmente é mais fácil. Fazendo todas as atividades que são propostas

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim, pois uso muita coisa com esse conteúdo.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim aprendemos a medir prédios.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (X) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Questões objetivas. Porque você pode saber se sua conta tem lógica.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? É bom porque quem sabe pode ajudar no dia a dia.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Escrevendo no caderno anotando em algum lugar.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim. Com as contas de fração porque tenho de dividir bastante coisa entre [illegible]

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim. Além de medir a professora o conteúdo é diferente parece que envolve mais.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (X) NÃO se sim, qual? ______

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Escolher 1 alternativa

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Legal, pois aprendo a lidar com a realidade

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Sim, chegando em casa e refazendo as atividades [illegible] em olhar

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim, e muito.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim, aprendi novas coisas

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (X) SIM ( ) NÃO se sim, qual? Sim, ao calcular a conta

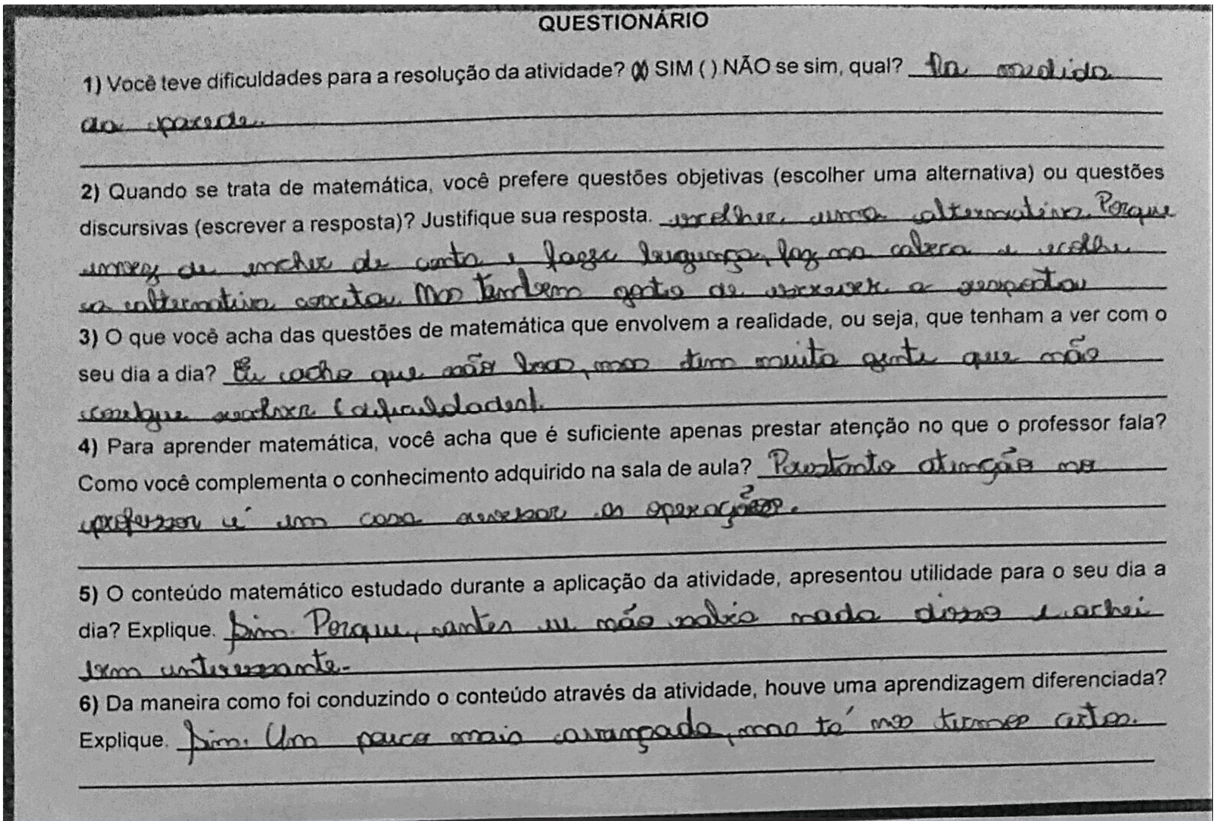
2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Objetivas porque você sabe se está fazendo certo ou não

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Calcular a área de uma peça sem saber ser geometria

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Não, é preciso fazer e pensar para fazer matemática

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Mostrava algo que temos no dia a dia e que aprendemos a fazer de forma fácil e eficiente

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim aprendendo enquanto [illegible] como [illegible]



QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (X) SIM ( ) NÃO se sim, qual? Na medida da parede.

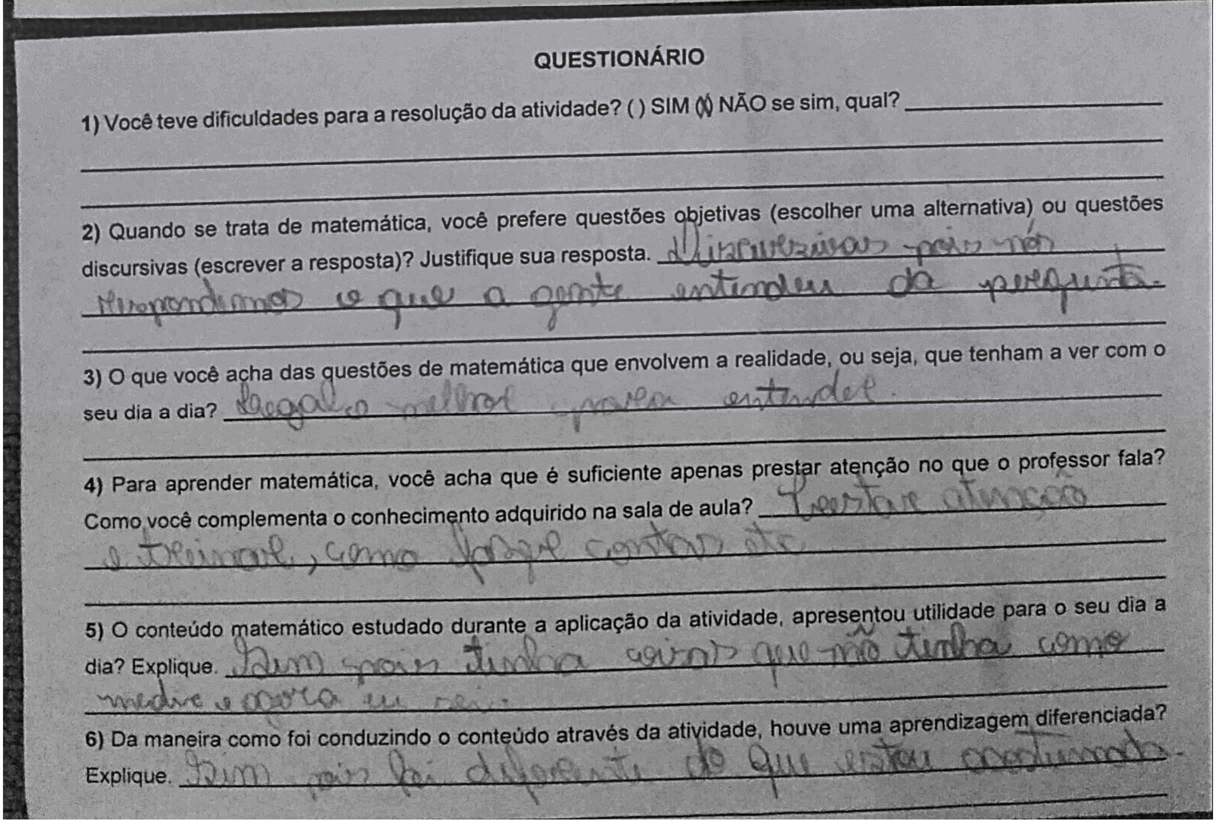
2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. escolher uma alternativa. Porque invez de encher de conta e fazer lunguiça, faz na cabeça e escolhe a alternativa correta. Mas também gosto de escrever a resposta.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Eu acho que são boas, mas tem muita gente que não consegue resolver (dificuldades).

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Prestando atenção no professor e em casa revisar as operações.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim. Porque, antes eu não sabia nada disso e achei bem interessante.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim. Um pouco mais avançado, mas tô nos termos certos.



QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (X) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Discursivas pois nós respondemos o que a gente entendeu da pergunta.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Legal, o melhor para entender.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Prestar atenção e treinar, como fazer contas etc.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim pois tinha coisas que não tinha como medir e agora eu sei.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim pois foi diferente do que estou acostumado.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (x) SIM ( ) NÃO se sim, qual? ter que usar a folha com o desenho para medir a parede

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. discursivas

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Acho legal por que sempre esta-mos convivendo com isso

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? sim, estudando

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. sim agora posso medir coisas outras com uso de equipamentos

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim, foi mais como uma pales-tra

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (x) SIM ( ) NÃO se sim, qual? A parte que eu mais tive dificuldade foi na hora de medir.

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Eu prefiro questões discursivas, porque é melhor na hora de resolver e ajuda a entender melhor a questão.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Eu acho legal, porque todos os dias nos deparamos com algu-mas situações que as atividades simulam.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Quando o professor expli-ca algo, eu presto muita atenção, porque quando chego em casa eu prá-tico o exercício.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim, a utilidade de ter mais jeitos de medir.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim, ouve uma aprendizagem diferente, mais não sei explicar corretamente.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (●) SIM ( ) NÃO se sim, qual? Eu não entendi a parte prática, mas a teórica sim.

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. As questões discursivas pois a resposta fica mais completa.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Eu acho que é um jeito bom para envolver a pessoa para a matemática

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Eu pergunto (com) a professora como resolver a conta na prática

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. De uma certa forma sim. Porque, você pode morar em um apartamento e não saber a medida do apartamento.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim, Pois muita gente não sabe disso.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (X) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Escrever a resposta. Porque entendo mais a atividade e aprendo mais.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Interessante. Agora posso calcular a maioria das coisas

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Prestar atenção no que o professor fala.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim. Muito útil, coisas são calculadas com mais facilidade.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim. Podemos fazer formatos através do seu olhar e uma folha de papel.

QUESTIONÁRIO

Matemática

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (X) SIM ( ) NÃO se sim, qual? Com os calculos e medidas do Triangulo.

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Prefiro questões objetivas que tem objetivos direto.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? acho bom de mais.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Não, também é bom estudar em casa.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim me ajudou com a dificuldade com medição

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Não.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? (x) SIM ( ) NÃO se sim, qual? Em tudo

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. Sim, não, porque eu prefiro contas objetivas.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? legal

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? Não, fazendo as contas e [illegible] todos os numeros

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim, quando eu vou ao mercado eu sei o resultado.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim, aprendi várias coisas.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (x) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. questões discursivas porque eu gosto de discutir com os colegas as atividades.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Eu acho legal porque eu aprendo mais e compartilho a minha inteligência.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? eu acho bom presta atenção na ala no que não é o bastante tenque discutir eu complementar compartilhando.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. não.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique. Sim por que eu aprendo.

QUESTIONÁRIO

1) Você teve dificuldades para a resolução da atividade? ( ) SIM (x) NÃO se sim, qual?

2) Quando se trata de matemática, você prefere questões objetivas (escolher uma alternativa) ou questões discursivas (escrever a resposta)? Justifique sua resposta. escolher uma alternativa eu acho bem melhor.

3) O que você acha das questões de matemática que envolvem a realidade, ou seja, que tenham a ver com o seu dia a dia? Eu acho legal.

4) Para aprender matemática, você acha que é suficiente apenas prestar atenção no que o professor fala? Como você complementa o conhecimento adquirido na sala de aula? não estudo para ficar mais estudioso.

5) O conteúdo matemático estudado durante a aplicação da atividade, apresentou utilidade para o seu dia a dia? Explique. Sim. para medir o lugar onde você está.

6) Da maneira como foi conduzindo o conteúdo através da atividade, houve uma aprendizagem diferenciada? Explique.