Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Ana Patricia Trajano de Souza

O processo de colaboração de alunos do Ensino Fundamental desenvolvendo atividades em softwares de Geometria Dinâmica

Rio de Janeiro

2015

Ana Patricia Trajano de Souza

O processo de colaboração de alunos do Ensino Fundamental desenvolvendo atividades em softwares de Geometria Dinâmica

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Roberto Pinto Mattos

Rio de Janeiro

2015

CATALOGAÇÃO NA FONTE

UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

S729 Souza, Ana Patricia Trajano de.

O processo de colaboração de alunos do Ensino Fundamental desenvolvendo atividades em softwares de Geometria Dinâmica / Ana Patricia Trajano de Souza. – 2015.

65 f. : il.

Orientador: Francisco Roberto Pinto Mattos.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística.

1. Geometria - Estudo e ensino. 2. Ensino auxiliado por computador. I. Mattos, Francisco Roberto Pinto. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDU 514

Ana Patricia Trajano de Souza

O processo de colaboração de alunos do Ensino Fundamental desenvolvendo atividades em softwares de Geometria Dinâmica

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 17 de abril de 2015.

Banca Examinadora

____

Prof. Dr. Francisco Roberto Pinto Mattos (Orientador)

Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira - UERJ

____

Prof.ª Dra. Jeanne Denise Bezerra de Barros

Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

____

Prof.ª Dra. Andreia Carvalho Maciel Barbosa

Colégio Pedro II

Rio de Janeiro

2015

DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação à minha amada mãe já falecida, Antonia Trajano de Souza, minha grande incentivadora e amiga. A ela, além da vida, devo minha trajetória acadêmica e profissional. Também dedico ao meu pai, Oséas Alves de Souza, que acompanhou de perto o desenrolar desse mestrado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, meu porto seguro.

Agradeço a todos os meus colegas e amigos que de alguma forma se disponibilizaram a me ajudar, aos que no dia a dia tiveram palavras de apoio e conforto, em especial a Ana Lucia Vaz da Silva e a Isabel CristinaVega Martinez.

Agradeço ao meu querido Colégio Pedro II, pela possibilidade de crescimento profissional. Em particular, à diretora Andrea Bandeira, que me ajudou, organizando meus horários e me possibilitando cursar as matérias do mestrado.

Aos professores do corpo docente do programa PROFMAT do Instituto de Matemática, pelo apoio e pela dedicação.

Agradeço ao meu amigo e orientador, Francisco Roberto Pinto Mattos, por toda a paciência e pelas palavras de apoio.

À professora Jeanne Denise Bezerra de Barros, por todo o carinho durante o curso de mestrado.

Agradeço muito especialmente à minha amiga Andreia Maciel; sem ela, eu não teria conseguido superar as dificuldades de escrever esta dissertação.

Agradeço também aos meus queridos alunos da turma 805 do Colégio Pedro II, Campus Centro, ano 2014, que me ajudaram nesta pesquisa, com dedicação, alegria e disposição.

RESUMO

SOUZA, Ana Patricia Trajano de. *O processo de colaboração de alunos do Ensino Fundamental desenvolvendo atividades em softwares de Geometria Dinâmica.* 2015. 65f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

A aprendizagem apoiada pelo uso de tecnologias tem sido alvo de muitas pesquisas no Ensino da Matemática. Nesta dissertação, investigamos o desenvolvimento de atividades para Ambiente Virtual Colaborativos, com alunos de 8° ano do Ensino Fundamental de uma escola Federal do estado do Rio de Janeiro. Para atingir nossos objetivos, apoiamo-nos fortemente nas teorias de Aprendizagem Colaborativa e de Resolução de Problemas, além de discutir as possibilidades dos *softwares* de Geometria Dinâmica e do ambiente virtual colaborativo selecionado, o VMT. As atividades foram elaboradas em dois *softwares* de geometria dinâmica, o Tabulæ e o GeoGebra, e no ambiente colaborativo VMT e foram aplicadas em duas etapas. Na primeira etapa, as atividades utilizaram o Tabulæ aliado ao fórum de uma plataforma moodle. Na segunda etapa, utilizamos o VMT com o GeoGebra integrado, o que possibilitou desenvolver a colaboração tanto a interação durante a manipulação do software GeoGebra, como na utilização do *chat*, o uso de ambientes virtuais é muito utilizado em cursos de educação a distância e normalmente, tem um público adulto. Constatamos que é possível apresentar uma proposta de atividades para alunos do Ensino Fundamental e que estas atividades favoreceram o desenvolvimento do processo de colaboração.

Palavras-chave: Ensino Fundamental. Geometria Dinâmica. Aprendizagem Colaborativa. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

SOUZA, Ana Patricia Trajano de. *O processo de colaboração de alunos do Ensino Fundamental desenvolvendo atividades em softwares de Geometria Dinâmica.* 2015. 65 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

The use of technology to support learning has been the object of many studies in the Mathematical Education field. In this thesis, we investigated the development of activities for Collaborative Virtual Environment with eighth-graders at a federally funded school in the state of Rio de Janeiro. In order to achieve our objectives, our research is heavily based on Collaborative Learning and Problem-solving theories, discussing the possibilities of usage of Dynamic Geometry softwares and VMT, the chosen collaborative virtual environment. The activities were developed in two dynamic geometry softwares, Tabulæ and GeoGebra, and implemented in two phases. In the first phase, activities were completed Tabulæ, in association with a forum in Moodle platform. In the second phase, VMT was used along with GeoGebra, which made it possible to develop collaboration both through chats and the interaction that took place while operating GeoGebra. The use of virtual environments is very frequent long distance courses and generally targets an adult audience. We have concluded that it is possible to propose activities to students in secondary school and that these activities contributed to the development of the collaborative process.

Keywords: Middle School. Dynamic Geometry. Collaborative Learning. Problem Solving.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CSCL	Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional
LIMC	Laboratório de Pesquisa e Desenvolvimento no Ensino de Matemática e das Ciências
NTCM	National Council of Teachers of Mathematic
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
VMT	Virtual Math Team

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Esta dissertação descreve o desenvolvimento e a aplicação de atividades de geometria plana para o oitavo ano do Ensino Fundamental. Essas atividades embasam-se em teorias sobre resolução de problema e sobre ambiente virtual colaborativo.

Um desafio da educação é trabalhar atividades que levem os alunos a tornarem-se agentes na construção do seu conhecimento e a desenvolverem habilidades como leitura e escrita nas diversas áreas de conhecimento. Quando o aluno discute uma atividade proposta, justifica e argumenta sobre sua solução ou seu caminho escolhido, ele torna-se mais crítico e mais consciente de seus conhecimentos. Argumentar coerentemente desenvolve o raciocínio lógico do aluno e faz que ele se preocupe com a comunicação de uma determinada ideia. Esse processo também desenvolve sua responsabilidade com relação ao aprendizado.

Na Matemática um dos tipos de atividade que se propõe a desenvolver essas habilidades é o problema. Vamos nesta dissertação primeiramente, mostrar a definição adotada de problema e defender que, aliando essa proposta ao uso de novas tecnologias, podemos promover a observação do problema proposto de forma diferente da usual, em particular, para problemas geométricos.

Atualmente, dispomos de diversos *softwares* cujo objetivo é apoiar as atividades pedagógicas de Matemática, dentre eles destacam-se os de geometria dinâmica. A facilidade e a precisão com que podemos fazer a construção de figuras geométricas, a visualização e a possibilidade de movimento de elementos da figura, transformam esses softwares em um recurso valioso.

Outro recurso pedagógico que merece destaque é a aprendizagem colaborativa. A aprendizagem colaborativa incentiva a troca de saberes, pois os alunos têm oportunidade de discutir sobre a atividade proposta. Eles chegam a uma possível solução a partir de uma estratégia criada pelo grupo e, em caso de divergência, há argumentação, em que um pode convencer o outro, ou ambos podem chegar a um termo comum. Os alunos crescem na troca de saberes e experiências, e a verbalização da estratégia ajuda a amadurecer a ideia proposta inicialmente.

As atividades que serão apresentadas nesta dissertação buscam fazer uma composição desses três recursos. São atividades que permitem a exploração e o debate sobre as possíveis resoluções, e em que a construção da solução e da justificativa são um produto do grupo. A possibilidade de movimentar figuras geométricas favorece a criação de conjecturas em relação ao objeto estudado e auxilia na verificação da resolução escolhida. Essas atividades foram desenvolvidas em dois *softwares* de geometria dinâmica o Tabulæ e GeoGebra. O GeoGebra foi utilizado em ambiente virtual colaborativo, o Virtual Math Team (VMT). No Tabulæ, as atividades foram trabalhadas com o auxilio do fórum do Limc[1] da UFRJ no qual, os alunos já são cadastrados e usam o fórum para trocar informações, como listas de exercícios, gabaritos de avaliações e divulgações em geral.

O objetivo desta pesquisa é apresentar uma proposta de atividades para o ensino de Geometria para o oitavo ano do Ensino Fundamental, utilizando *softwares* de geometria dinâmica em ambiente virtual colaborativo.

Especificamente, descreveremos as atividades propostas e suas respectivas telas no *software* de Geometria Dinâmica e identificaremos como se deu o processo de colaboração entre os participantes.

A fim de atender a esses objetivos, no Capítulo 1, indicaremos nossas escolhas teóricas e como as articulamos para embasar esta investigação.

No Capítulo 2, apresentaremos as atividades, os objetivos pretendidos e suas características.

No Capítulo 3, faremos um relato sobre como se deu a colaboração entre os participantes, ressaltando os aspectos que se mostraram interessantes na interação entre os alunos.

Nas Considerações Finais, realizaremos uma reflexão sobre os objetivos traçados, dialogando com a literatura revisada, bem como trazendo sugestões para futuras pesquisas.

[1] Laboratório de Pesquisa e Desenvolvimento no Ensino de Matemática e das Ciências.http://limc.ufrj.br/ead/

1 **REFLEXÕES TEÓRICAS**

Neste capítulo, indicaremos nossas escolhas teóricas e como as articulamos para embasar esta investigação, tendo em vista que a proposta foi desenvolver atividades utilizando o *software* de geometria dinâmica, de forma colaborativa. Utilizamos o *software* Tabulæ em um laboratório de informática, e o GeoGebra no ambiente, que vem a ser o ambiente virtual colaborativo.

1.1 **Resolução de Problemas**

A Resolução de Problemas é uma metodologia utilizada por diversas disciplinas, em especial a Matemática. Ela faz uso de atividades para desenvolver o raciocínio lógico, articulando diferentes conteúdos ou saberes, na busca da resolução dessas atividades e, de suas respectivas justificativas. A essas atividades chamamos problemas, e suas características serão destacadas na continuidade do texto.

A utilização da Resolução de Problemas como recurso pedagógico é defendida por vários pesquisadores, independentemente de área de conhecimento. O defensor mais conhecido da Resolução de Problemas é George Pólya, matemático húngaro, nascido em 1887. Ele é o autor do livro “A arte de resolver problemas”, um verdadeiro marco para o reconhecimento e a possível sistematização da resolução de problemas como recurso pedagógico.

Esse recurso apresenta um perfil desafiador porque possibilita desenvolver o raciocínio do aluno e fazer que ele utilize diferentes conhecimentos matemáticos na busca da solução para a atividade proposta. Como, em geral, temos diversos caminhos para chegar a uma solução, esse processo possibilita-nos olhares diferentes sobre a mesma atividade. O processo percorrido pelos alunos enriquece o cotidiano da sala de aula com discussões e debates sobre as estratégias elaboradas e os conteúdos envolvidos e, também, sobre a validade da justificativa apresentada. Lupinacci e Botin (2004) ressaltam a importância da característica desafiadora de um problema quando afirmam que

> A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos.
> (Lupinacci e Botin, 2004, p.1).

No processo da resolução de um problema, o objetivo não é somente a resposta correta; mesmo quando não se chega à solução esperada, há a possibilidade de um debate sobre o entendimento do aluno acerca da questão, sobre quais recursos validam sua solução e sobre as relações entre os saberes inicialmente enumerados e aqueles considerados usuais na resolução apresentada. Essas situações permitem a vasta exploração de conceitos e conteúdos, bem como das vivências anteriores desses alunos. Nessa perspectiva, o PCN de Matemática ressalta que

> O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações.
> (Brasil MEC, 1997, p.33)

Para Rodrigues e Magalhães (2014), a resolução de problemas também se mostra eficaz, pois permite desenvolver estruturas cognitivas a partir da mobilização de saberes utilizados na busca de uma solução.

Para Dante (1998), alguns objetivos do uso da resolução de problemas são

> - fazer o aluno pensar produtivamente;
> - desenvolver o raciocínio do aluno;
> - ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
> - dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática;
> - tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
> - equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
> - dar uma boa base matemática às pessoas.
>
> (Dante, 1998, p.8)

Como ressalta Schoenfeld (1985), esse processo de mobilização de saberes extrapola o ambiente escolar. Quando o aluno consegue articular as suas ideias para chegar à solução do problema, ele passa a ter autonomia e desenvolve confiança em si próprio. Nas palavras do autor, a importância da resolução está no fato de

> possibilitar aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance dentro e fora da sala de aula. Assim, os alunos terão oportunidades de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.
> (Schoenfeld, 1985)

Pólya (2003) organizou a resolução de problemas em quatro passos, a saber: compreender o problema; estabelecer um plano; executar o plano; e analisar a solução obtida. Esses passos não estão de fato ordenados, mas seguem uma lógica pertinente.

Na literatura, existem outras teorias sobre como resolver um problema, mas são bastante similares às propostas por Pólya (2003).

O reconhecimento da Resolução de Problemas como recurso pedagógico é apresentado em documentos que orientam os currículos de Matemática, por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Nos PCNs, essa metodologia é citada, enfatizando-se as características que uma atividade deve ter para que seja considerada um Problema.

> O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada.
> (Brasil MEC, 1997, p.32)

Nas normas do NTCM (National Council of Teachers of Mathematic), encontramos aspectos mais específicos das características de um problema matemático.

> Um problema genuíno é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja como insolúvel.
> (NCTM, 1991, p.11)

Durante a proposição das soluções, os alunos, além de usarem o raciocínio lógico, ainda fazem uso de diversos conhecimentos matemáticos anteriormente trabalhados. Na justificativa dessas possíveis soluções, o aluno passa por fases como a verificação da solução proposta e a apresentação de uma justificativa.

No Dicionário Aurélio *on-line* temos algumas definições para o termo problema que chamaram a atenção:

- questão ou circunstância cuja resolução é muito difícil de se realizar;
- situação muito complicada de se resolver;
- Matemática. Exercício em que se calculam uma ou múltiplas quantidades sobre as quais não se tem conhecimento, relacionando-as com outras já sabidas; questão que se resolve através de cálculos.

As primeiras demonstram o entendimento da sociedade em geral a respeito do que seja um problema: como algo de grande dificuldade ou que não tenha solução. A última acepção, já se referindo à Matemática, levanta uma característica interessante: relacionar conhecimentos já adquiridos na tentativa de resolução.

Para Pólya (2003), um problema é uma atividade em que a resposta não é obvia, ou em que a forma de resolução não é previamente conhecida. O autor declara que

> (...) diferente dos exercícios, estes não contam com algoritmos na obtenção de um resultado imediato, que exige, junto ao desejo de buscar a solução, procedimentos norteadores que nos levem de forma segura a um resultado possível. (Pólya, 2003)

Kantowski (1980) estuda a resolução de problemas a partir do resolvedor, ou seja, ele analisa cognitivamente o indivíduo que se propõe a resolver um problema, considerando desde a dotação genética até a qualidade da orientação didática. A seguir, temos a definição do autor acerca do que seja um problema.

> Um problema é toda situação em que o indivíduo não tem à partida qualquer estratégia que lhe garanta a solução, isto é, os seus conhecimentos têm de ser relacionados de novas formas para poder resolver o problema.
> (Kantowski, 1980)

Para melhor definir o termo problema foi necessário esclarecer a diferença entre este e o exercício. Ressaltamos que um problema tem como principal característica usar o raciocínio, agregar conhecimentos, sem que o aluno conheça previamente um método de resolução ou um algoritmo de uso imediato. Vale ressaltar que os exercícios têm seu emprego específico no cotidiano escolar para a fixação de procedimentos e para a agilização de cálculos.

Para uma atividade poder ser considerada um problema ou um exercício, devemos ter em mente o indivíduo que está diante dessa atividade, seu conhecimento prévio de assuntos relacionados a ela, sua habilidade em solucionar problemas e sua experiência com a Matemática. Por exemplo, se propusermos aos alunos do Ensino Médio que calculem o número de diagonais de um polígono a partir da quantidade de lados, constataremos que alguns alunos conhecerão a fórmula, e isso será para eles um mero exercício. Se no sétimo ano do Ensino Fundamental, ou no início do oitavo, propusermos essa mesma questão, os alunos não terão ainda adquirido esse conhecimento e, mesmo assim, ela poderá ser resolvida; para eles, essa atividade será um problema e não um exercício.

As atividades apresentadas nesta investigação foram elaboradas considerando a metodologia da Resolução de Problemas.

1.2 **Aprendizagem Colaborativa**

De forma geral, é desejável que o aluno seja agente de seu aprendizado, que seja de capaz de buscar alternativas diversificadas para construir seu conhecimento, que saiba aplicar esse conhecimento, além de superar possíveis dificuldades surgidas nesse percurso. Esse pode ser um processo individual. O aluno, a partir de alguma proposta, seja de uma atividade interessante ou de uma pergunta instigante, pode mobilizar-se para obter solução a respeito do que foi proposto para elas. Em algumas ocasiões, porém, os alunos podem achar esse percurso muito solitário, sobretudo caso o grau de dificuldade da atividade lhes pareça excessivo, ou caso eles ainda não tenham vivenciado nenhuma situação parecida, o que pode ser desmotivador. Quando esse processo é partilhado com outros colegas, a interação entre eles passa a agregar experiências de todos os componentes do grupo, diversidade de raciocínios e ideias. Essa troca de ideias tende a enriquecer a vivência pessoal e o aprendizado de todos.

É relativamente comum que, no cotidiano escolar, os professores proponham trabalhos em grupo. Nessas ocasiões, em geral, os elementos do grupo dividem a de tarefas para facilitar o desenvolvimento do trabalho. Isso faz que cada indivíduo fique responsável por uma parte e, ao final, juntam-se as partes para construir o produto final do grupo. Esse tipo de trabalho é, na maioria das vezes, uma experiência valiosa para o desenvolvimento dos alunos, que podem trabalhar questões como organização, responsabilidade, ajuda mútua, fortalecimento do relacionamento social, dentre outras. Além dessas habilidades e desses valores, quer-se também que a atividade seja vista como um todo, que os alunos partilhem conhecimentos, elaborem estratégias, discutam sobre a justificativa adequada e que, quando for necessário, um componente possa convencer o outro mediante argumentos lógicos ou experimentações. A Aprendizagem Colaborativa pretende estimular e desenvolver essas habilidades e características. Tem seu foco na interação dos alunos a fim de construir o conhecimento. Dentre as várias definições para Aprendizagem Colaborativa, destacamos a enunciada por Campos (2003),

> uma proposta pedagógica na qual estudantes ajudam-se no processo de aprendizagem, atuando como parceiros entre si e com o professor, com o objetivo de adquirir conhecimento sobre um dado objeto.
> (Campos et al, 2003, p. 26)

A formação de grupos de trabalho não tem regra única, mas pode ser bem interessante que sejam grupos heterogêneos, nos quais alunos com mais facilidade em aprender matemática possam trocar seus conhecimentos com os demais, o que pode ser uma estratégia para envolver a todos e proporcionar um crescimento coletivo.

O professor, além de propor as atividades, tem a função de mediar o processo, ajudar a organizar os grupos e incentivar a participação de todos os seus componentes no desenvolvimento da atividade.

Sobre o papel do professor, Alexandrino (2013) cita

> O papel do professor muda "ele é um facilitador, um moderador" assim como também se pode mudar o modo de avaliar o aluno, que precisa estar consciente de que essa interação tem a mesma importância para todos que participam desse processo.
> (Alexandrino, 2013)

A Aprendizagem Colaborativa, portanto, é um processo desenvolvido em grupo, que permite a troca de experiências sociais e culturais, de partilha de conhecimento, no qual os envolvidos aprendem a cada momento. Esclareceremos, no decorrer do capítulo, que há grande compatibilidade entre esse recurso e o uso de tecnologia.

1.3 **Tecnologia no cotidiano escolar**

Uma forma de diversificar a prática pedagógica é usar tecnologia. Esse uso pode tornar as aulas mais agradáveis e mais lúdicas, e, com isso, facilitar a aprendizagem dos alunos em relação a um determinado conteúdo. É normal que esse tipo de aula seja mais atrativa para os alunos, porque, em geral, são propostas atividades mais interativas e mais dinâmicas. Quando nos referimos ao uso de tecnologia, queremos destacar uma variedade de aparatos; até mesmo o giz é um recurso tecnológico, assim, a diversidade de recursos tecnológicos é grande. Entre esses recursos, podemos listar o material dourado, os blocos lógicos, as barras de Cuisinaire, os jogos comuns ou adaptados à matemática, as dobraduras, os materiais que os próprios alunos constroem nas aulas, calculadoras, projetores, celulares, computadores, *softwares* e aplicativos.

Dentre o potencial das possíveis utilizações de recursos tecnológicos, destacamos a melhor visualização de figuras geométricas. A agilização de cálculos também foi uma consequência do uso do computador. Ao longo dos anos, programas e aplicativos educacionais foram criados e aperfeiçoados, apresentando avanços na diversidade de aplicações, nos formatos, e assim por diante. Existem programas adaptáveis a quase todo tipo de conteúdo e de faixa etária dos alunos.

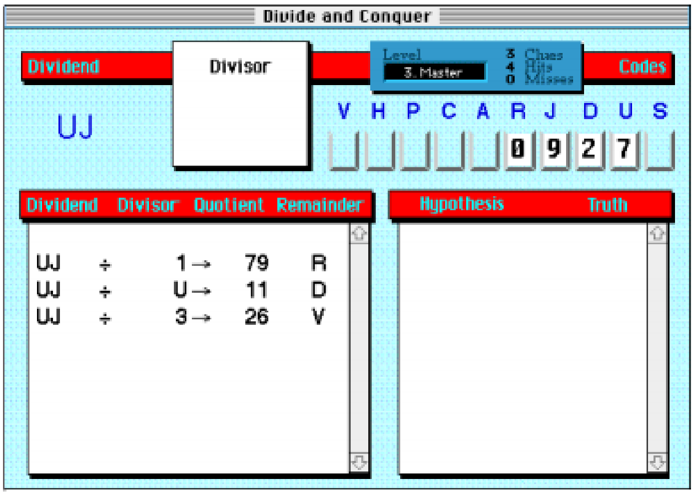
A aplicação dos recursos computacionais na educação vem sendo facilitada pela expansão do acesso ao computador. Desde a década de 90, muitos colégios estão investindo em laboratórios de informática, além disso, na última década, o computador portátil possibilitou o uso doméstico dessa tecnologia. O aumento da velocidade da *internet* ampliou o uso do computador como ferramenta, pois facilitou a pesquisa, o acesso a vídeos, e a possibilidade de criar nossos próprios vídeos, facilitando a comunicação e, também, permitindo acesso a uma diversidade de *softwares* educativos, muitos dos quais apresentam características próprias para matemática. Temos, por exemplo, *softwares* no formato de jogos, próprios para trabalhar o raciocínio lógico, e outros que trabalham algoritmos matemáticos. Um aplicativo que não foi inicialmente formulado como educativo, mas se ajusta muito bem a esse uso, é o Excel. Ele pode ser empregado para construir gráficos, permitindo trabalhar com gráficos de funções, e realizar diversos cálculos numéricos num curto espaço de tempo. Podemos usá-lo no tratamento da informação e na observação de propriedades de conjuntos numéricos e de sequências.

Em algumas situações, corremos o risco de subutilizar esses recursos tecnológicos. Isso pode acontecer quando a escolha do recurso não está adequada à atividade proposta, quando não exploramos todas as possibilidades de aplicações do recurso, ou ainda, por falta de estrutura no ambiente escolar. Em situações em que levamos os alunos ao laboratório de informática, devemos apresentar uma proposta de atividade que possibilite ou facilite o aprendizado, e essa proposta de atividade seja tal que não seria possível vivenciá-la em outro ambiente.

Quando usamos um *software* com estrutura de um jogo, isso pode ser diferente e mais animado para o aluno, mas tal motivação não garante, necessariamente. o enriquecimento do aprendizado, o que está diretamente relacionado à proposta de atividade elaborada pelo professor.

No caso de um programa como o *Divide and Conquer*, lançado no ano de 1997, que trabalha com os elementos da divisão, o aluno tem que determinar qual algarismo está representado por cada uma das dez letras que o programa apresenta inicialmente; cada letra um algarismo, cada algarismo uma letra. O *software* trabalha com fases de dificuldades diferentes, como em um jogo comum de computador. O aluno pode utilizá-lo sem fazer nenhuma inferência que resulte ou consolide aprendizado e, ainda assim, achar as respostas e passar de nível. Se, no entanto, os alunos realizarem uma atividade que proponha a discussão sobre a forma de se obter a relação letra/algarismo com a menor quantidade de tentativas e, se forem desafiados a explicar como obtiveram essa relação, a eles será possibilitado pensar nas propriedades dos números e da divisão. Esse processo de troca favorece o aprendizado. Na figura 1 a seguir mostramos a *interface* do *software*.

Figura 1- Tela do *software Divide and Conquer*



Macintosh Game Screen

Independentemente do tipo de *software* ou aplicativo que escolhamos usar, o objetivo deve ser o de avanços na prática pedagógica. Como mencionamos, conhecer o recurso é parte importante nesse processo, assim, quando propomos aos alunos o uso de uma tecnologia, devemos ter como finalidade enriquecer o processo de aprendizagem. Essa valorização da tecnologia na prática pedagógica aliada à utilização reflexiva é defendida por Ripper (1994):

> Novos meios tecnológicos, como computadores, podem se tornar poderosos auxiliares dos professores nesse papel. Entretanto, a introdução da tecnologia apenas pela tecnologia pode ter resultado oposto ao desejado, reforçando a "escola linha de montagem" enquanto cria a ilusão de modernidade.
> (Ripper, 1994, p.63)

Os recursos tecnológicos que foram utilizados nas atividades propostas e que serão descritos nesta dissertação aliam softwares educativos de Geometria Dinâmica e aprendizagem virtual colaborativa.

1.3.1 Geometria Dinâmica

Os *softwares* Geometria Dinâmica são *softwares* educativos e remontam a Geometria em ambiente tecnológico. Inicialmente, propunham-se ao desenvolvimento de atividades em geometria plana, podendo ser utilizados para atividades de desenho geométrico. O termo Geometria Dinâmica foi criado pela empresa *Key Curriculum Press* (criadores do *Geometers Sketchpad*) no intuito de diferenciá-lo dos demais programas existentes. Em suas primeiras versões, ofereciam uma tela em branco e comandos que simulavam o uso de régua e compasso. Esses comandos possibilitavam fazer construções geométricas básicas, como desenhar retas perpendiculares e círculos; também trabalhar com as transformações no plano; e construir figuras geométricas como um triângulo equilátero, que eram feitas a partir de elementos primitivos. Esses comandos ofereciam rapidez e, enquanto elas eram construídas a partir das propriedades, também ofereciam maior precisão. Uma característica muito importante da Geometria Dinâmica é a de nos permitir mover a figura construída de acordo com os parâmetros livres da construção realizada e da nossa necessidade de observação. Quando usamos um *software* de geometria dinâmica para desenhar um triângulo retângulo a partir da medida de seus ângulos internos, podemos mover um vértice, por exemplo, e ter assim diversos triângulos semelhantes ao primeiro que foi construído. Com o passar dos anos, esses comandos foram ampliando suas funções. Em alguns *softwares*, as telas podem apresentar eixos cartesianos, fazer o registro passo a passo da construção, exibir o rastro deixado pelo movimento dos objetos e medir ângulos, comprimento de um segmento e área de polígonos. Atualmente, essas melhorias permitem-nos usar esses *softwares* em geometria espacial e, em alguns casos, trabalhar diretamente com figuras tridimensionais.

Muitos *softwares* de Geometria Dinâmica são gratuitos, o que facilita sobremaneira o acesso por parte de professores e alunos. Eles normalmente requerem pouca memória, com isso, podem ser instalados com facilidade sem sobrecarregar o computador.

Os *softwares Geometers Sketchpad*, *Cabri Géomètre*, GeoGebra, Régua e Compasso, *Cinderella*, e o Tabulæ são os mais conhecidos no Brasil, sendo que os quatro últimos são gratuitos. Na proposta desta dissertação, utilizamos apenas o Tabulæ e o GeoGebra.

O Tabulæ foi desenvolvido pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. É gratuito e, além da geometria plana, permite-nos trabalhar com funções matemáticas, inclusive possibilitando-nos observá-las em movimento.

O GeoGebra é um *software* de geometria dinâmica criado por Markus Hohenwarter. Foi desenvolvido para o ensino e a aprendizagem da Matemática, e reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos, em um único ambiente. Existe um instituto cujos objetivos são desenvolver materiais gratuitos para difundir a utilização do GeoGebra e consolidar o *software* como ferramenta para o ensino e a aprendizagem. Além disso, é responsável pela divulgação do programa a todos os públicos, pela oferta de oficinas para professores e pela formação presencial e à distância de professores e alunos de licenciaturas em Matemática. No Rio de Janeiro, esse instituto tem sede na Universidade Federal Fluminense.

O Tabulæ e o GeoGebra são muito parecidos no que diz respeito ao uso em geometria plana, pois seus comandos são bem similares. Além dos comandos básicos, como a construção de retas paralelas, os programas permitem trabalhar homotetias e transformações no plano.

O Tabulæ e o GeoGebra apresentam as ferramentas de construção na barra de ferramentas, também chamada de menu convencional, ou em botões que compõem o menu interativo. As interfaces dos dois programas podem ser visualizadas nas figuras 2 abaixo.

Figura 2- Apresentação inicial do *software* Tabulæ.

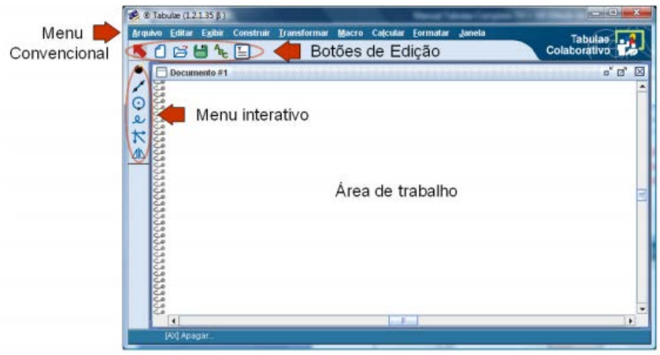
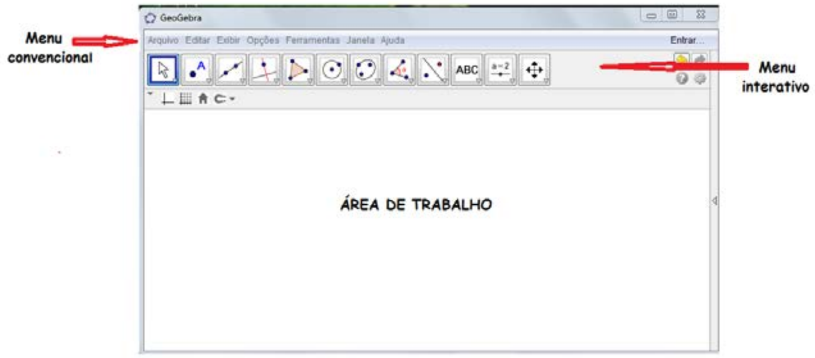


Figura 3- Apresentação inicial do *software* Geogebra.



Os botões que compõem o Tabulæ aparecem na vertical; já no GeoGebra, na horizontal. Cada botão apresenta uma série de ferramentas associadas que possuem semelhanças e diferenças nos dois programas. Por exemplo, no botão de construção de reta, temos várias possibilidades de construção. No Tabulæ, a partir desse botão, é possível construir retas, semirretas, além de retas paralelas e perpendiculares, ao passo que, no GeoGebra, esse comandos aparecem em dois botões distintos. Podemos visualizar essas pequenas diferenças de interface nas duas figuras a seguir, mas vale destacar que os recursos necessários ao trabalho de Geometria Plana aparecem nos dois programas, só que, em alguns casos, organizados de maneira diferente, cabendo ao usuário adaptar-se à forma de manipulação específica de cada programa.

Figura 4- Interface das possibilidades do botão de construção de reta do *software* Tabulæ.

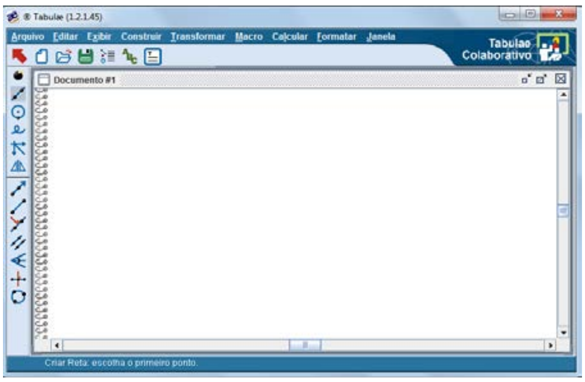
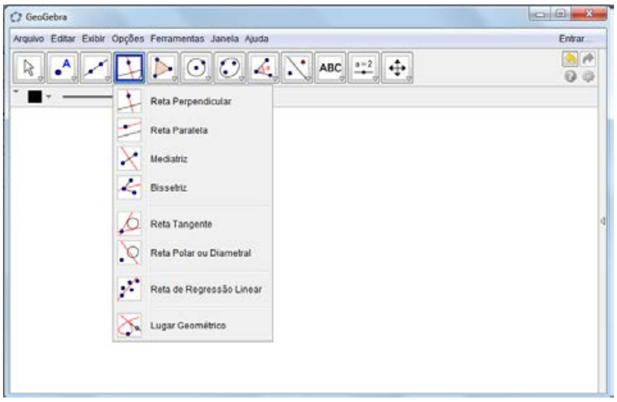
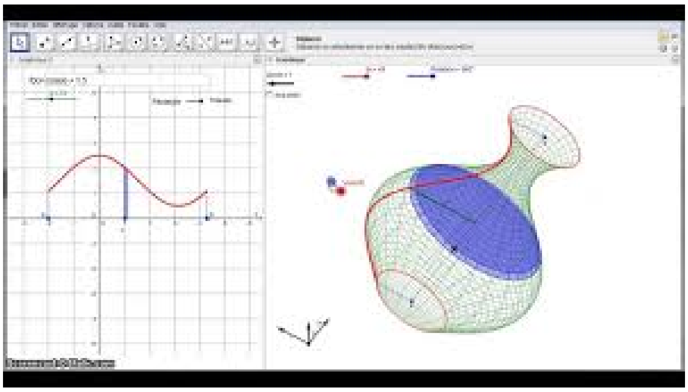


Figura 5- Interface das possibilidades do *software* GeoGebra.



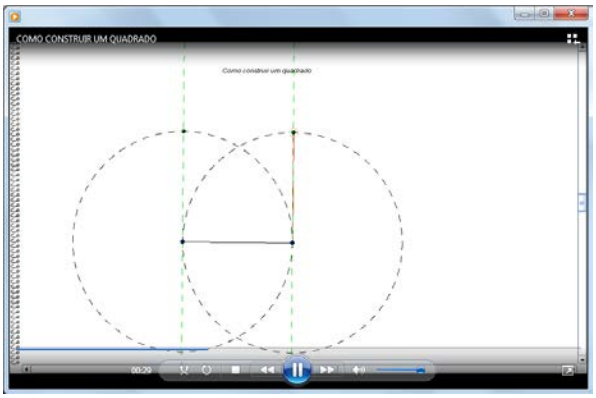
O GeoGebra desenvolveu uma versão tridimensional, na qual, a partir do movimento de pontos de uma curva plana ou da variação de parâmetros, conseguimos simular formas geométricas espaciais.

Figura 6- Exemplo de construção tridimensional no GeoGebra.



O Tabulæ criou uma versão Colaborativa que permite fazer uso de um *chat* e gravar o passo a passo de uma construção geométrica em *media player*, fazendo um pequeno vídeo. Esses recursos tornam o Tabulæ Colaborativo apropriado para educação à distância.

Figura 7- Exemplo do vídeo gerado pelo Tabulæ Colaborativo.



Tanto no Tabulæ quanto no GeoGebra, as ferramentas de construção são programadas de acordo com regras fixas, como axiomas, definições e postulados. O menu interativo, em ambos os *softwares*, facilita as construções, o que pode auxiliar a intermediar o processo entre a percepção e a sistematização, indicando caminhos à procura de justificativas. Por outro lado, também permite que façamos pequenas programações usando os comandos mais básicos para desenvolver telas interativas, dando movimento às figuras, possibilitando que os alunos façam explorações e suposições sobre o objeto de estudo. Com essa utilização, o professor pode instigar nos alunos a necessidade de escrever deduções, e de justificar a veracidade de determinada conjectura.

1.4 **Ambiente Virtual de Aprendizagem**

O Ambiente Virtual de Aprendizagem é um local *on-line* especialmente planejado para promoção de aprendizado. Ele é formado por um sistema de *softwares* que disponibilizam ferramentas para comunicação entre alunos e professores; essa comunicação pode ser feita por ferramentas como o *e-mail*, o *chat* ou o fórum. Essas ferramentas de comunicação permitem a interação dos estudantes entre si e com a equipe de tutores e educadores. Elas também possibilitam o acompanhamento e o monitoramento, por parte dos professores e dos estudantes, do processo de aprendizado. Esse ambiente vem sendo usado por cursos de educação à distancia ou semipresenciais. Nas palavras de Almeida (2003), ambientes digitais de aprendizagem são

> sistemas computacionais disponíveis na internet, destinados ao suporte de atividades mediadas pelas tecnologias de informação e comunicação. Permitem integrar múltiplas mídias, linguagens e recursos, apresentar informações de maneira organizada, desenvolver interações entre pessoas e objetos de conhecimento, elaborar e socializar produções tendo em vista atingir determinados objetivos. As atividades se desenvolvem no tempo, ritmo de trabalho e espaço em que cada participante se localiza, de acordo com uma intencionalidade explícita e um planejamento prévio denominado design instrucional, o qual constitui a espinha dorsal das atividades a realizar, sendo revisto e reelaborado continuamente no andamento da atividade.
> (Almeida, 2003 apud Kenski, 2000)

A troca de conhecimento e a discussão sobre possíveis soluções para alguma atividade são possibilitadas por ferramentas como os fóruns e o *chat*, que são disponibilizadas por esses ambientes. No forum, a interação é assíncrona e por escrito, isto é, os usuários comunicam-se sem necessariamente estarem conectados ao mesmo tempo. O *chat* é uma ferramenta para comunicação síncrona, ou seja, em tempo real, por escrito, com data, temática e hora pré-estabelecidas. Ambas as ferramentas propiciam o debate de questões relacionadas aos temas abordados nos tópicos do curso ou nas aulas, bem como a troca de experiências entre todos os participantes do ambiente.

Em alguns colégios de educação básica, os professores já utilizam os fóruns e *chats* para se comunicar em com seus alunos. Esses são usados para divulgar informações do cotidiano escolar, para disponibilizar listas de exercícios, para tirar dúvidas postadas pelos alunos, e outros, alguns alunos porém ainda não se sentem à vontade em utilizá-los, talvez por considerarem o ambiente muito formal. Vários alunos adaptaram a dinâmica do AVA às redes sociais como o *Facebook* e o *WhatsApp*. Eles formam seus grupos de acordo com suas necessidades, por disciplina, por turma, por série e neles trocam informações, disponibilizam arquivos e imagens e utilizam a comunicação sincrônica própria do *chat*.

No que diz respeito à Matemática, ainda há alguma dificuldades em escrever uma equação ou uma expressão numérica nesses ambientes porque os teclados usuais não disponibilizam símbolos matemáticos, mas isso não impede a comunicação, pois, conforme a necessidade vão aparecendo adaptações para a escrita, por exemplo, o '^', mesmo antes do *facebook*, pode simbolizar uma potenciação.

Com os avanços tecnológicos no contexto pedagógico, o AVA também vem sendo aperfeiçoado. Acreditamos que a integração que precisa ser desenvolvida com o uso da tecnologia ultrapassa simples a troca de informações entre alunos, pois ela deve se dar de forma colaborativa.

A Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional (CSCL), conforme o nome sugere, utiliza o computador como meio de desenvolver ou de facilitar a aprendizagem de forma colaborativa. O computador é visto como uma ferramenta, pois possibilita o aprendizado e a integração dos grupos. O conhecimento deve ser construído a partir da troca entre os indivíduos desses grupos, ajudando os alunos a se comunicarem e a colaborarem mutuamente em atividades propostas. Ele é considerado um mediador e auxilia também na coordenação e na organização de atividades. A utilização pedagógica do computador pode promover o aprendizado tanto individual quanto coletivo, já que pode ser feito a partir da colaboração entre eles.

Apesar de usar o computador, a CSCL não prevê necessariamente um ambiente virtual, pois ele pode fornecer informações que serão trabalhadas pelos grupos fora do ambiente virtual. Sobre isso, Stahl, Koshmann, & Suthers (2006) declaram

> Aprendizagem com suporte computacional nem sempre se manifesta por meio da comunicação online; o suporte computacional pode envolver, por exemplo, uma simulação computacional de um modelo científico ou de uma representação interativa compartilhada. Neste caso, a colaboração é focada na construção e exploração da simulação ou representação. Alternativamente, um grupo de alunos pode usar um computador para navegar pela Internet e discutir, debater e apresentar o que eles aprenderam colaborativamente.
> (Stahl, Koshmann, & Suthers, 2006, p.2)

Barbosa (2014) reforça a mudança de utilização do computador e dos fóruns virtuais trazida pelo CSCL

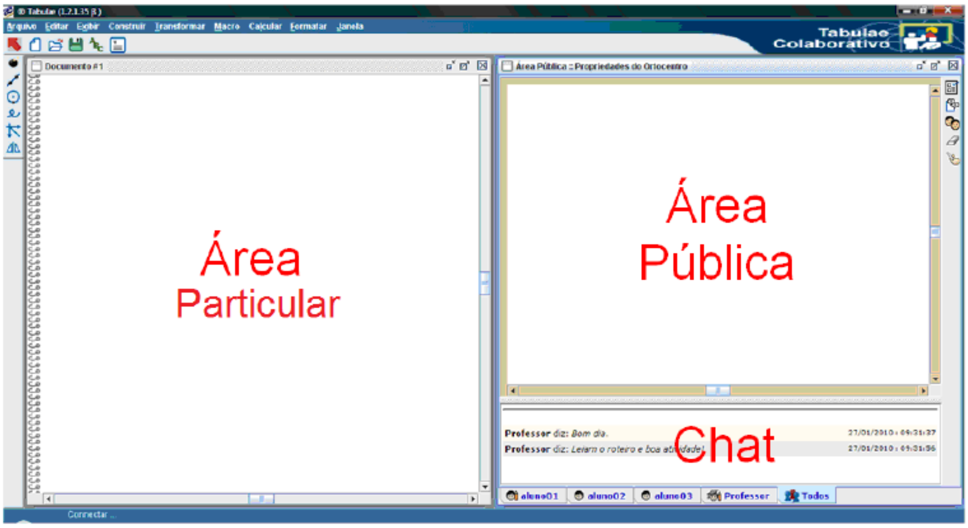
> Num ambiente CSCL, a colaboração entre os participantes não significa responder e realizar tarefas de forma isolada, de modo meramente conteudista, utilizando o computador. A ideia é que a aprendizagem ocorra através de interações contínuas entre os participantes.
> (Barbosa, 2014, p.25)

Os ambientes virtuais colaborativos seguem aprimorando-se e desenvolvendo novos recursos; dois bons exemplos são o Tabulæ Colaborativo e o Virtual Math Teams (VMT).

Já mencionamos o Tabulæ como um *software* de Geometria Dinâmica; o Tabulæ Colaborativo é um aprimoramento na sua utilização. O que vamos ressaltar são as suas características de aprendizado colaborativo virtual serão descritas a seguir.

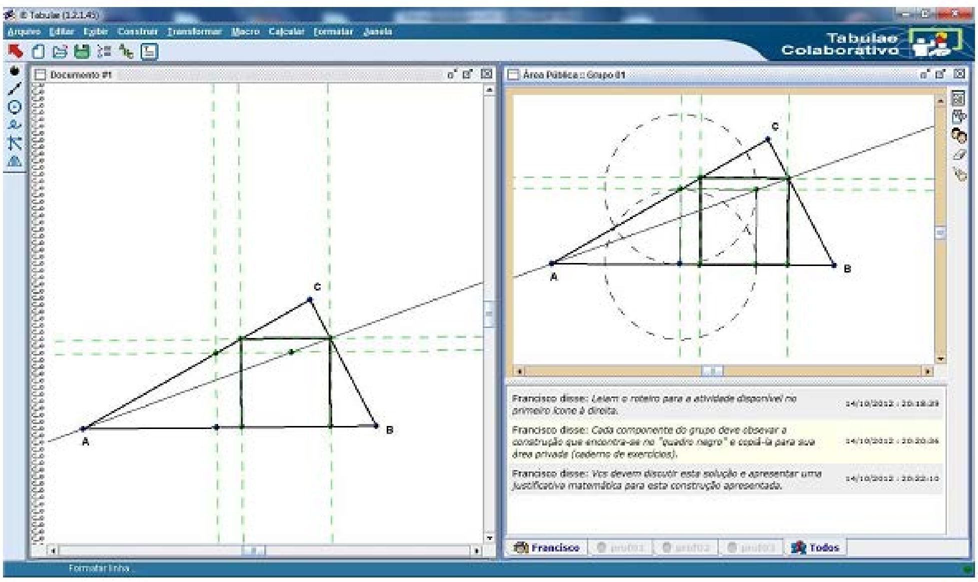
O Tabulæ Colaborativo é um *software* de Geometria Dinâmica que permite a comunicação por ter entre os seus recursos um *chat*. Esse *chat* é utilizado para que grupos de estudantes de Geometria possam se comunicar e trocar conhecimentos, estratégias e experiências durante a resolução de uma atividade, o que faz que seja um ótimo instrumento para o ensino de Matemática à distância ou para atividades realizadas em aulas de laboratório. Suas ferramentas possibilitam, por exemplo, participar de atividades realizadas de forma colaborativa, em tempo real (via *internet*), ao mesmo tempo em que construímos elementos geométricos passo a passo como em uma aula "expositiva". Na figura 8, a seguir, apresentamos sua tela, que se constitui de três partes: a área particular, a pública e o *chat*.

Figura 8- Apresentação da tela do Tabulæ Colaborativo.



Nessas áreas, os elementos de um grupo de trabalho devem desenvolver a solução de uma atividade proposta. Na **Área Particular**, cada participante pode realizar suas próprias construções, ela não é compartilhada, portanto a visualização e a manipulação ficam restritas ao usuário. Na **Área Pública**, as construções podem ser visualizadas por todos os participantes; normalmente, colocamos nessa área o que foi construído na área particular e que se pretende partilhar com o grupo, a fim de contribuir para a realização da atividade. O ***Chat*** é uma janela para a troca de mensagens entre os participantes, e as mensagens podem ser enviadas para todos ou para um único participante.

Figura 9 - Utilização das áreas do Tabulæ Colaborativo.



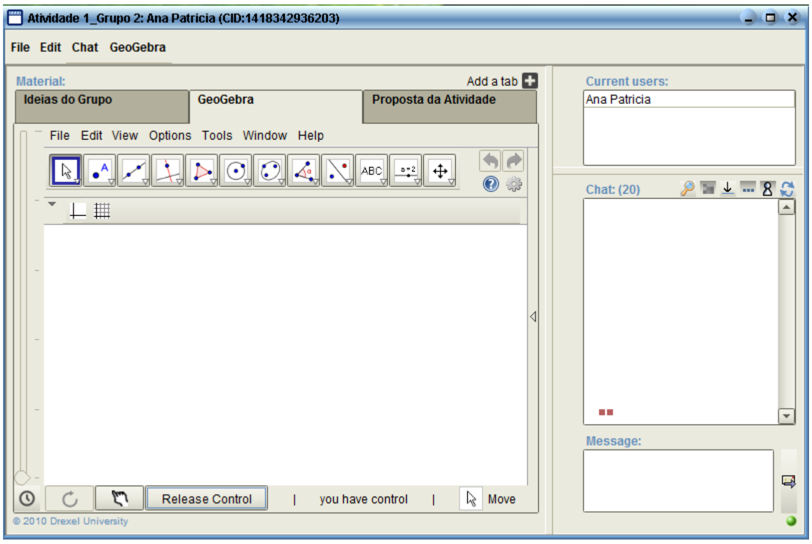
Existem recursos no Tabulæ Colaborativo que permitem o monitoramento e gerenciamento de todas as atividades desenvolvidas. Os componentes que participam de uma atividade exercem papéis, ou seja, são previamente definidos status e funções, por exemplo, os de tutor e aluno. No **Histórico de Mensagem**, ficam registradas as mensagens trocadas pelos participantes.

O Virtual Math Teams (VMT) é um projeto desenvolvido com a colaboração de pesquisadores da *Drexel University* e do *Math Forum* e tem tido a participação de pesquisadores do mundo todo, inclusive da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, no Brasil. Para ter acesso ao VMT, é necessário realizar um cadastro[2] na plataforma. Ele é de uso gratuito e seu principal objetivo é estimular e promover a discussão de conteúdos matemáticos em um ambiente virtual de forma síncrona, ou seja, *on-line*. O ambiente interativo é chamado de VMT-*chat*, que inclui salas de bate-papo.

Uma sala do VMT é formada por um sistema de abas, que pode ter uma ou várias. Nas salas criadas para esta investigação, uma das abas é a do GeoGebra; em outra aba, o aluno coloca ideias, estratégias e conclusões; em geral, temos ainda outra aba onde a atividade é proposta.

O objetivo desta pesquisa é observar como o aluno lida com o ambiente virtual colaborativo, como a resolução de uma atividade em grupo pode enriquecer seu conhecimento individual e, também, como essa troca facilita a construção de justificativas para essa atividade.

Figura 10 - Apresentação da aba **GeoGebra**.



[2] O participante deve acessar o endereço http://vmt.mathforum.org/VMTLobby/.

Figura 11- Apresentação da aba Ideias do grupo.

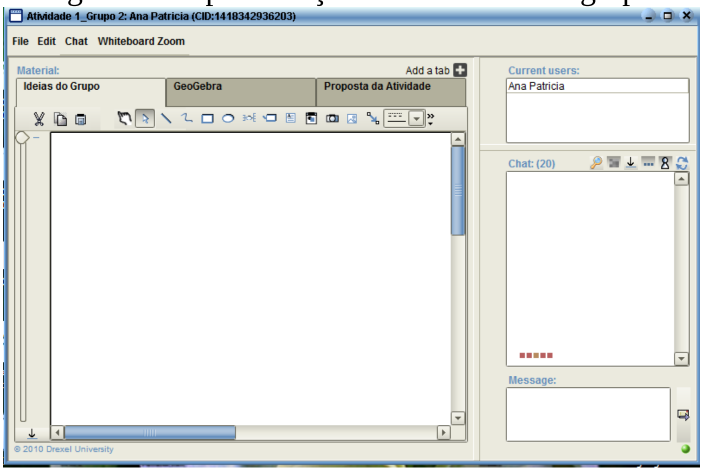
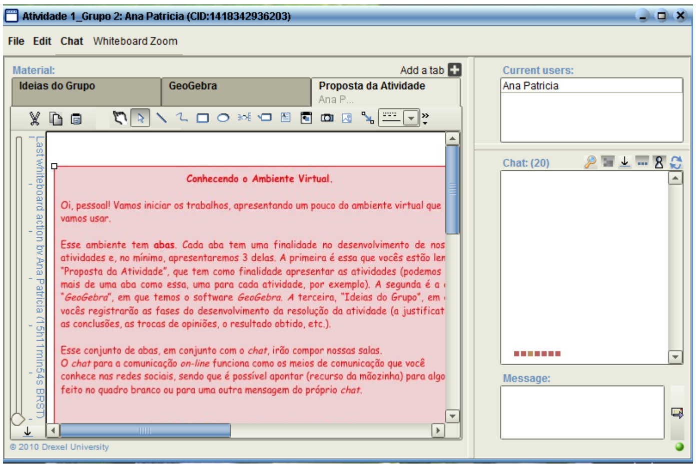


Figura 12 - Apresentação da aba Proposta da atividade.



A aba do GeoGebra só pode ser manipulada por um participante de cada vez e, para isso, ele precisa estar no controle, utilizando o botão *Take Control*, que deve ser acionado. O próximo participante a mexer deve esperar a liberação.

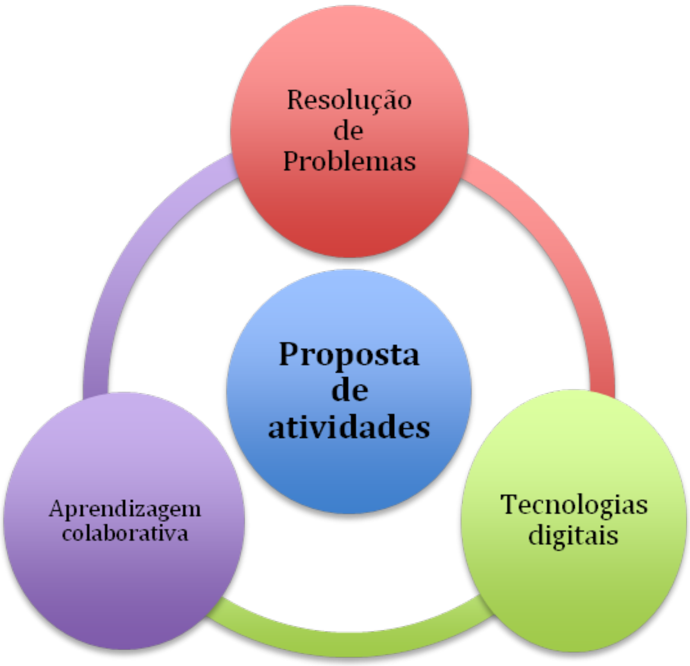
O VMT também permite que professores e tutores tenham acesso ao histórico do que foi discutido durante a atividade, bem como aos passos da construção. Uma questão interessante de ser pensada no uso do VMT e do Tabulæ Colaborativo é que, se temos hoje tecnologia que possibilita uma vídeo-conferência, por que os recursos de ambos forçam os alunos a escrever? Segundo Powell (2001),

> Ao proporcionar aos alunos oportunidades de trabalhar com ideias matemáticas em sua própria língua e em seus próprios termos, a escrita ajuda os alunos a desenvolver a confiança em sua compreensão da matemática e a tornar-se mais profundamente envolvido com a matemática.
> (POWELL, 2001, p. 5)

Quando o aluno busca explicar uma estratégia ou justificar a solução encontrada, ele passa por processos cognitivos que o ajudam na construção do conhecimento. Ele resolve a atividade em grupo, troca informações e constroi uma solução. Quando tenta justificar a resposta, ele tem de organizar os procedimentos; quando escreve, ele revive essas etapas de forma mais consciente, o que o ajuda a sistematizar esse conhecimento.

Neste capítulo, mostramos as teorias que embasaram a proposta de atividades que apresentaremos no próximo capítulo. De forma resumida, as articulações realizadas para a elaboração das atividades podem ser visualizadas na figura abaixo.

Figura 13 - Articulação Teórica.



2 O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA DE CAMPO E A PROPOSTA DE ATIVIDADES

Neste capítulo, caracterizaremos os participantes da pesquisa de campo e apresentaremos a proposta de atividades nos dois *softwares* de Geometria Dinâmica utilizados. Organizamos a proposta de atividades de acordo com o *software* escolhido: na etapa 1, descrevemos as atividades que utilizam o *software* Tabulæ realizadas no laboratório de informática, na etapa 2, descreveremos as que utilizam o *software* GeoGebra no VMT.

2.1 **Caracterizando o público alvo**

Os participantes desta pesquisa são alunos do Colégio Pedro II, Campus Centro. O Colégio Pedro II é um colégio tradicional do Rio de Janeiro, fundado em 2 de dezembro de 1837, chamado naquela época de Imperial Colégio Pedro II, na antiga Rua Larga, atual Avenida Marechal Floriano, onde atualmente funciona o Campus Centro. Foi o primeiro colégio de instrução secundária oficial do Brasil. Hoje é um colégio público federal, composto de quatorze campus, dedicados ao Ensino Fundamental e Médio, e também oferece educação infantil e mestrado profissional em práticas de Educação Básica.

Os alunos que participaram das atividades propostas são do 8° ano do Ensino Fundamental, na faixa etária entre 13 a 15 anos e, em sua maioria, ingressaram no Colégio no 6° ano do Ensino Fundamental mediante processo seletivo.

No grupo não houve predominância de gênero, nem de classe social. Com relação à Matemática, alguns alunos já apresentavam bom desempenho em avaliações formais, outros nem tanto; nem todos tinham acesso à computador e à *internet* em casa, mas no Colégio há laboratório de informática, e eles tiveram acesso a computadores com *internet*.

No ano letivo 2014, dentre as três turmas de 8º ano do Ensino Fundamental com as quais trabalhei, escolhi de forma aleatória uma dela. Os alunos desta turma foram convidados a participar desta pesquisa, de forma que a participação deles foi voluntária.

As atividades foram desenvolvidas utilizando o Tabulæ e o GeoGebra, no VMT, e aplicadas em duas etapas, uma com cada *software*.

Na etapa 1, com o uso do *software* Tabulæ, participaram 12 alunos, num total de 4 encontros realizados no laboratório de informática do Campus. Já na etapa 2, com o uso do

GeoGebra no VMT, houve 16 alunos envolvidos, com 2 encontros no laboratório de informática e mais dois encontros nos quais os alunos acessaram o VMT de suas respectivas residências.

2.2 Caracterizando as atividades da Etapa 1

A primeira experiência com *software* de geometria dinâmica desse grupo foi com o Tabulæ, no laboratório de informática do Campus Centro.

No primeiro contato dos alunos com um *software* educativo, foi interessante deixar que eles o explorassem livremente, para que pudessem conhecer suas funções, manipular o menu e, em seus comandos, trocar cores das construções, medir, nomear elementos e assim por diante. Nesse momento, eles tiveram oportunidade de fazer descobertas que foram importantes no desenvolvimento das atividades futuras. Eles trabalharam em duplas que alternavam a manipulação do *software* e, além disso, trocavam informações.

Na segunda atividade, também de reconhecimento do *software*, solicitamos que os alunos construíssem uma figura geométrica; a figura escolhida foi o quadrado. Para realizar a construção, não houve especificação de características e nenhuma medida, nem posição ou elemento inicial. Como nossos alunos têm aulas de desenho geométrico, eles sabem realizar construções geométricas básicas, em particular, a de um quadrado. Essas duas atividades foram planejadas para permitir que os alunos adquirissem conhecimento do funcionamento do *software*.

A terceira atividade, também em dupla, foi realizada no laboratório de informática. Nosso objetivo foi desenvolver um assunto típico do 8° ano do Ensino Fundamental, o cálculo do número de diagonais de um polígono a partir do número de lados. Na ocasião, os alunos não conheciam tal fórmula. A atividade permitiu que, a partir da exploração, do registro, da observação da atividade e da interação, eles conseguissem deduzir a fórmula ou realizar um processo para o cálculo do número de diagonais de um polígono, dado o número de lados.

A proposta desta atividade foi apresentada na tela do Tabulæ e no fórum do LIMC. No fórum, os alunos deveriam fazer os registros das observações e das conclusões. Também recomendamos o uso do *chat* do LIMC para discussão. Na tela do Tabulæ, apresentamos a construção de uma circunferência sobre a qual marcamos 10 pontos distintos. Ela teve duas etapas, chamadas de exercício 1 e de exercício 2, no desenvolvimento da atividade, os alunos trabalharam com pelo menos sete polígonos, primeiro observando o que acontecia quando traçávamos as diagonais a partir de um vértice e depois quando traçávamos todas as diagonais do polígono. A seguir, apresentamos as telas do Tabulæ contendo a construção inicial e a proposta da atividade.

Figura 14 - Tela da Atividade 3 – exercício 1.

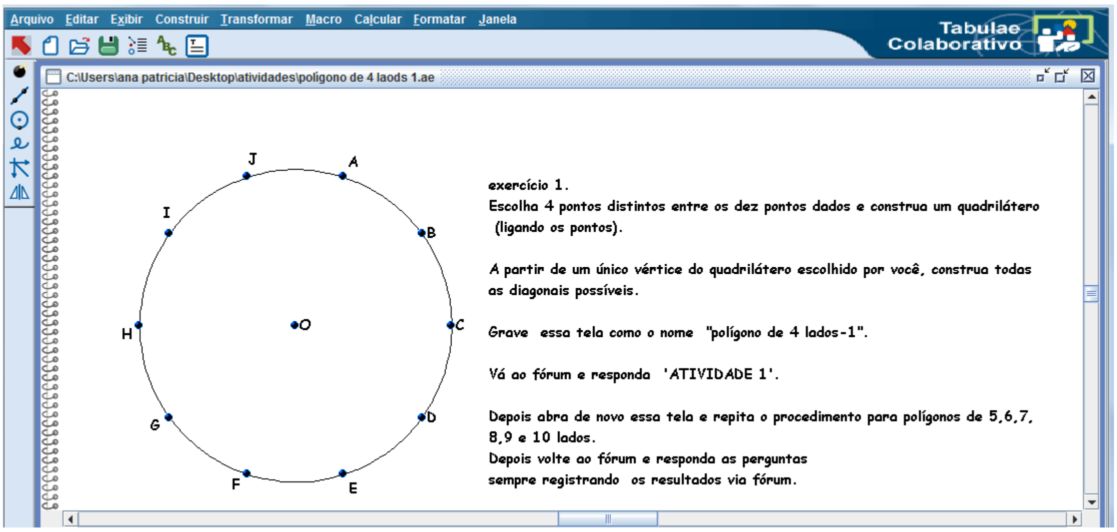
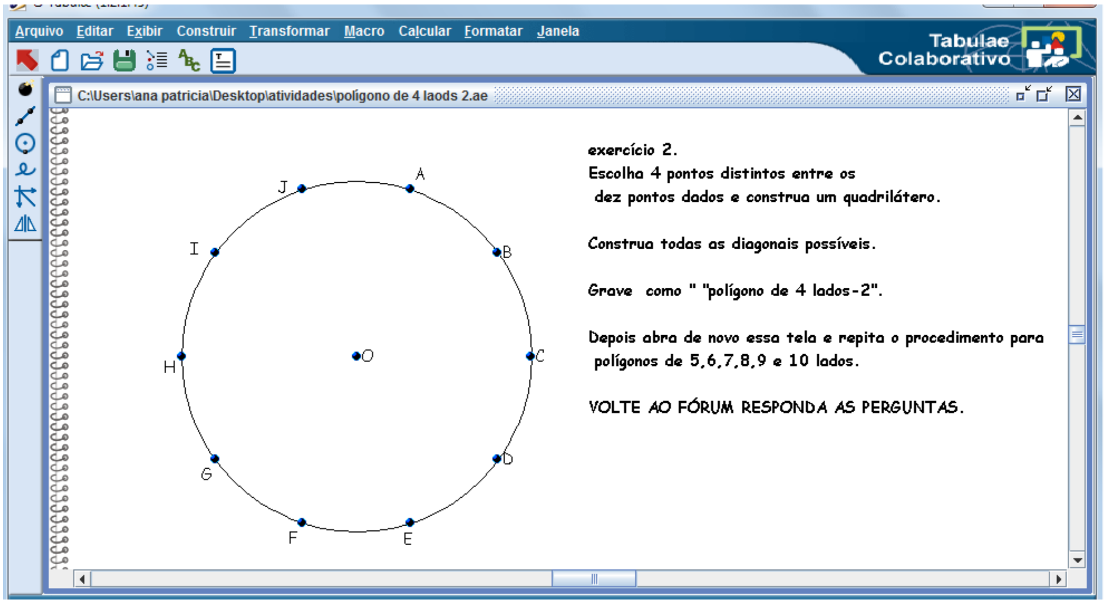


Figura 15 - Tela da Atividade 3 – exercício 2.



Como os alunos não tinham experiência com a metodologia da Resolução de Problemas, nesse momento, as atividades procuraram incentivar e encaminhar uma exploração. Constantemente sugerimos que os alunos conversassem entre si, registrassem o que observavam e manipulassem a figura. Na figura 16, abaixo, mostramos as questões postadas no fórum do LIMC.

Figura 16 - Exercício 1 da Atividade 3 – apresentadas no fórum do LIMC.

1) Registre aqui no fórum quantas diagonais tem cada polígono a partir de um vértice

2) Usando o chat, discuta com o seu grupo essa situação buscando reconhecer um padrão que ligue o número de lados e o número de diagonais por um vértice.

3) Explique com suas palavras como sabendo o número de lados podemos saber qual o número de diagonais a partir de um vértice. (registre sua resposta aqui no fórum)

4) Usando o chat para discutir com seu grupo, chegue a conclusão de:
quantas diagonais tem a partir de um vértice um polígono de 11 lados e um de 12 lados (registre sua resposta aqui no fórum)

5) Usando o chat discuta com o seu grupo:
'se o número de lados for expresso por n como podemos expressar o número de diagonais a partir de um vértice?'
(registre sua resposta aqui no fórum)

6) Usando o chat discuta com o seu grupo
como poderíamos explicar a conclusão obtida no item 5
se possível com o emprego de alguma linguagem matemática, por exemplo, dê nome aos vértices A1, A2, A3, A4,...An. que elemento do polígono o segmento A1A2 representa? que elemento do polígono o segmento a1an representa? que elemento do polígono o segmento A1A3 representa?
(registre sua resposta aqui no fórum)

As questões realizadas no exercício 2 foram similares às realizadas no exercício 1, mas modificou-se o enfoque de encontrar a diagonal apenas a partir de um vértice e solicito-se que considerassem todos os vértices.

Figura 17 - Exercício 2 da Atividade 3 – apresentadas no fórum do LIMC.

1) Registre aqui no fórum quantas diagonais tem cada polígono

2) Usando o chat, discuta com o seu grupo essa situação buscando reconhecer um padrão que ligue o número de lados e o número de diagonais.

3) Explique com suas palavras como sabendo o número de lados podemos saber qual o número de diagonais. (registre sua resposta aqui no fórum)

4) Usando o chat para discutir com seu grupo, chegue a conclusão de:
quantas diagonais um polígono de 11 lados e um de 12 lados (registre sua resposta aqui no fórum)

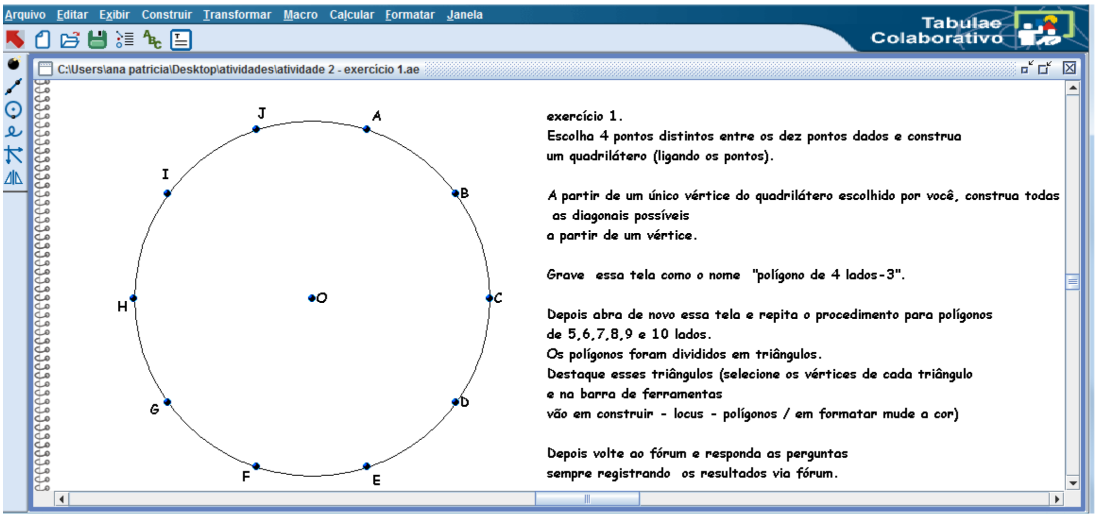
5) Usando o chat discuta com o seu grupo:
'se o número de lados for expresso por n como podemos expressar o número de diagonais?'
(registre sua resposta aqui no fórum)

6) Usando o chat discuta com o seu grupo
como poderíamos explicar a conclusão obtida no item 5
se possível com o emprego de alguma linguagem matemática, por exemplo, dê nome aos vértices A1, A2, A3, A4,...An. que elemento do polígono o segmento A1A2 representa? que elemento do polígono o segmento a1an representa? que elemento do polígono o segmento A1A3 representa?
(registre sua resposta aqui no fórum)

Na atividade 4, também apresentamos dois exercícios, e o assunto foi a medida da soma dos ângulos internos de um polígono convexo. Quando foram realizar essa atividade, os alunos já conheciam a medida da soma dos ângulos internos de um triângulo. A ideia era que, ao realizar essa atividade, eles desenvolvessem um processo para obter a medida da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer, dado o número de lados e que, se possível, escrevessem uma fórmula como generalização desse processo.

A tela apresentou dez pontos distintos marcados sobre uma circunferência. As questões continuaram sugerindo a exploração da construção, a manipulação dos comandos e o registro das conclusões e, sempre que possível, foram incentivadas as discussões entre os componentes das duplas.

Figura 18 - Tela da Atividade 4 - exercício 1.



Nessa atividade, pedimos o uso de uma tabela; seu uso tinha o objetivo de relacionar mais informações obtidas com a exploração. Foram dois tipos de informações organizadas em duas colunas: o número de diagonais de um polígono e o número de triângulos a partir de um vértice fixo. O objetivo dessa tabela era possibilitar que os alunos estabelecessem uma relação numérica entre os dados das duas colunas, conforme figura seguite.

Figura 19- Exercício 1 da Atividade 4 – apresentadas no fórum do LIMC.

1) Registrem na tabela a seguir os dados obtidos na construção dos polígonos:

Número de lados	Número de diagonais a partir de um vértice	Número de triângulos
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

2) Explique com suas palavras como sabendo o número de lados podemos saber qual o número de triângulos, a partir de um vértice.

3) Registrem mais uma parte da tabela a partir da sua conclusão

Número de lados	Número de diagonais a partir de um vértice	Número de triângulos
11		
12		
13		

4) Se o número de lados for expresso por n como podemos expressar o número de triângulos, a partir de um vértice?

5) Tente explicar por quê?
Se possível com o emprego de alguma linguagem matemática, por exemplo, dê nome aos vértices A_1, A_2, A_3, A_4,...,A_n. Que elemento do polígono o segmento A_1A_2 representa? Que elemento do polígono o segmento A_1A_n representa? Que elemento do polígono o segmento A_1A_3 representa?

O exercício 2, buscou a generalização do que foi explorado no exercício 1. Trabalhamos no exercício 1 com o número de triângulos que podemos construir por um vértice de um polígono. Para isso, eles criaram a partir da tela inicial pelo menos 7 telas para entender a relação do número de triângulos com o número de lados do polígono. No exercício 2 nossa intenção foi de que os alunos relacionassem o número de triângulos explorado no exercício 1 com a medida da soma dos ângulos do polígono convexo. Para fazer essa relação, os alunos voltaram às telas que criaram e fizeram uma releitura para responderem ao exercício 2.

Figura 20 - Exercício 2 da Atividade 4 – apresentadas no fórum do LIMC

1) Registre na tabela a seguir os dados obtidos na construção dos polígonos:

Número de lados	Número de triângulos, a partir de um vértice.	Soma dos ângulos internos
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

2) Explique com suas palavras como sabendo o número de lados podemos saber qual soma dos ângulos internos.

3) Registre mais uma parte da tabela a partir da sua conclusão

Número de lados	Número de triângulos, a partir de um vértice.	Soma dos ângulos internos
11		
12		
13		

4) Se o número de lados for expresso por n como podemos expressar soma dos ângulos internos?

5) Tente explicar por quê?
Se possível com o emprego de alguma linguagem matemática, por exemplo, dê nome aos vértices A_1, A_2, A_3, A_4,....A_n. Que elemento do polígono o segmento A_1A_2 representa? Que elemento do polígono o segmento A_1A_n representa? Que elemento do polígono o segmento A_1A_3 representa?

Esses dois assuntos do 8° ano do Ensino Fundamental foram escolhidos por apresentarem um padrão que pode ser reconhecido e analisado com a exploração. Eles também são interessantes pois agregam conhecimentos anteriores, como o dos processos de contagem e o da natureza das figuras trabalhadas. Permitem também, a partir da exploração do *software*, a visualização das propriedades exploradas; além disso, esses assuntos adaptam-se à metodologia de Resolução de Problemas e possibilitam a colaboração entre os membros das duplas e entre as duplas.

As atividades propostas na etapa 1 encontram-se resumidas no quadro abaixo.

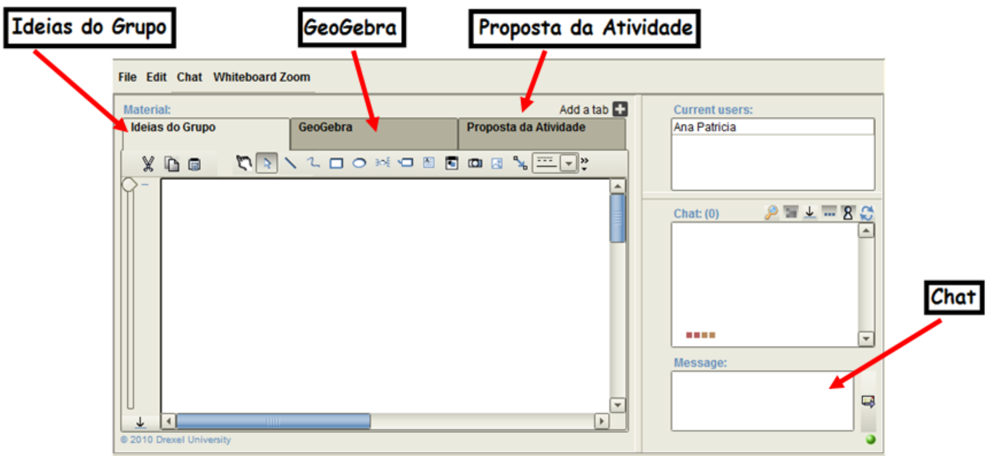
Tabela 1 - Resumo das atividades propostas no Tabulæ.

Atividades Desenvolvidas no Tabulæ	
Atividade 1	Livre exploração - Conhecendo o Tabulæ
Atividade 2	Construções Geométricas
Atividade 3	Número de diagonais de um polígono convexo
Atividade 4	A soma dos ângulos internos de um polígono convexo

2.3. Caracterizando as atividades da Etapa 2

Esta etapa inicia-se com a apresentação do VMT aos alunos, fazendo o cadastro no *site*, conhecendo a estrutura de abas, entendendo a utilização de cada uma delas abas e experimentando o *chat*.

Figura 21 - Estrutura do VMT – as abas.



Os alunos, aos poucos, apropriaram-se dessa estrutura e habituaram-se a ler a **Proposta de Atividade**: caso houvesse alguma figura pronta na aba do **GeoGebra** deveriam entendê-la e, depois, experimentar a troca de ideias na aba **Ideias do Grupo** e assim por diante. Esse primeiro contato foi feito em um encontro no laboratório de informática, em conjunto com a professora/pesquisadora desta dissertação.

Figura 22 - Atividade 1 – Conhecendo o Ambiente Virtual.

Conhecendo o Ambiente Virtual.

Oi, pessoal! Vamos iniciar os trabalhos, apresentando um pouco do ambiente virtual que vamos usar.

Esse ambiente tem **abas**. Cada aba tem uma finalidade no desenvolvimento de nossas atividades e, no mínimo, apresentaremos 3 delas. A primeira é essa que vocês estão lendo, "Proposta da Atividade", que tem como finalidade apresentar as atividades (podemos ter mais de uma aba como essa, uma para cada atividade, por exemplo). A segunda é a aba "**GeoGebra**", em que temos o *software* GeoGebra. *A* terceira, "Ideias do Grupo", em que vocês registrarão as fases do desenvolvimento da resolução da atividade (a justificativa, as conclusões, as trocas de opiniões, o resultado obtido, etc.).

Esse conjunto de abas, em conjunto com o *chat*, irão compor nossas salas.
O *chat* para a comunicação *on-line* funciona como os meios de comunicação que você conhece nas redes sociais, sendo que é possível apontar (recurso da mãozinha) para algo feito no quadro branco ou para outra mensagem do próprio *chat*.

Quando o novo *software* de geometria dinâmica foi apresentado, mesmo que existissem muitas semelhanças com o *software* com o qual já haviam trabalhado, em nosso caso o Tabulæ, eles precisaram adaptar-se, reconhecer as semelhanças e descobrir as diferenças no uso dos comandos comuns aos dois *softwares*, verificando se havia novos comandos. Por isso, a primeira atividade foi a de exploração, eles conheceram os recursos do *software* e do próprio VMT.

Figura 23 - Atividade 1 – aba Proposta da Atividade.

Atividade 1: Conhecendo a sala e o *GeoGebra*.

A nossa primeira atividade tem como objetivo conhecer o GeoGebra e alguns recursos da sala.
Usem inicialmente o *chat*, para comunicarem-se com seus colegas informalmente.
Usem também a aba "**GeoGebra**". Nessa aba, você tem acesso ao *software* GeoGebra, um programa de geometria dinâmica parecido com aquele com que já trabalhamos.

Vamos começar mexendo nas barras de ferramenta, nos botões. Experimentem os comandos, construam alguma figura, mudem as cores, meçam... Atenção: nessa aba só um participante pode mexer de cada vez; para isso, é preciso acessar o comando "*take control*". Para passar a vez para outros, clique no comando "*release control*". É importante que todos utilizem um pouco esse controle.

Usem o *chat* durante toda a atividade, para vocês trocarem ideias. Usem e abusem!
Comentem suas descobertas e suas dúvidas na aba "**Ideias do Grupo**". É importante que vocês se ajudem para descobrir alguns recursos do programa.

Na aba "**GeoGebra**", observem as construções dos colegas. Quando alternarem o controle, todos devem manipular a tela a partir do jeito como o colega deixou. Já na aba "**Ideias do Grupo**", vocês precisam trabalhar juntos, e todos podem mexer ao mesmo tempo.

Bom, espero ter explicado tudo! Após concluírem essa exploração, vocês podem se dirigir à sala da Atividade 2.

A segunda atividade dessa etapa, assim como aconteceu na etapa 1, foi de construção geométrica. Os alunos deveriam construir um triângulo isósceles e um losango. Os alunos escolheram de que forma eles fariam as construções, pois não havia nenhuma especificação de medida ou escolha de elementos. Essa etapa também teve a finalidade de familiarizar os alunos com o GeoGebra e com o VMT.

Figura 24 - Atividade 2 – aba Proposta da Atividade.

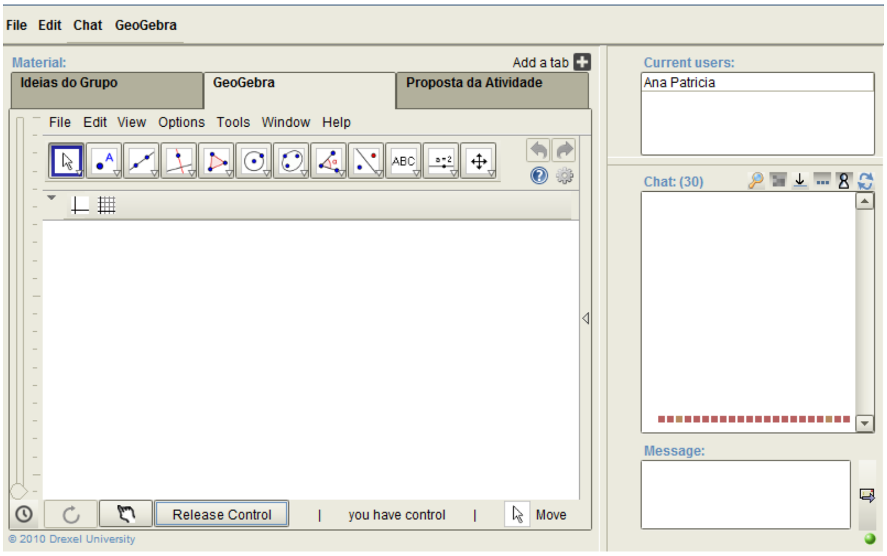
Atividade 2 – Algumas Construções Geométricas

Vamos construir juntos um **triângulo isósceles e um losango**. Lembrem-se da construção geométrica deles. Quando mexermos na figura, ele não pode 'desmontar'.

Usem o *chat* para se ajudarem a lembrar como se faz cada uma das construções, ou para propor algum caminho. Na aba "**Ideias do Grupo**", registrem o passo a passo da construção: se escolheram um caminho diferente do usual, se observaram algo interessante durante a construção, etc.

Para as atividades 1 e 2, a aba do GeoGebra foi apresentada em branco, pois a exploração do *software* foi livre.

Figura 25 - Atividades 1 e 2 – aba GeoGebra.



A terceira atividade aborda outro conteúdo do 8° ano do Ensino Fundamental. Nas aulas regulares, os alunos já haviam trabalhado a relação entre os arcos e os ângulos em um círculo, já haviam visualizado as propriedades de algumas figuras inscritas em círculo e estavam trabalhando as propriedades dos tipos especiais de triângulos, em nosso caso, o triângulo retângulo. Na proposta, dado um triângulo inscrito em um círculo, eles deveriam discutir em que situação esse teria a maior área.

Figura 26 - Atividade 3 – aba Proposta da Atividade.

Atividade 3 - Qual a maior área?

Em nossa aba "**GeoGebra**", temos um círculo de centro O e um triângulo ABC. O triângulo está inscrito no círculo.

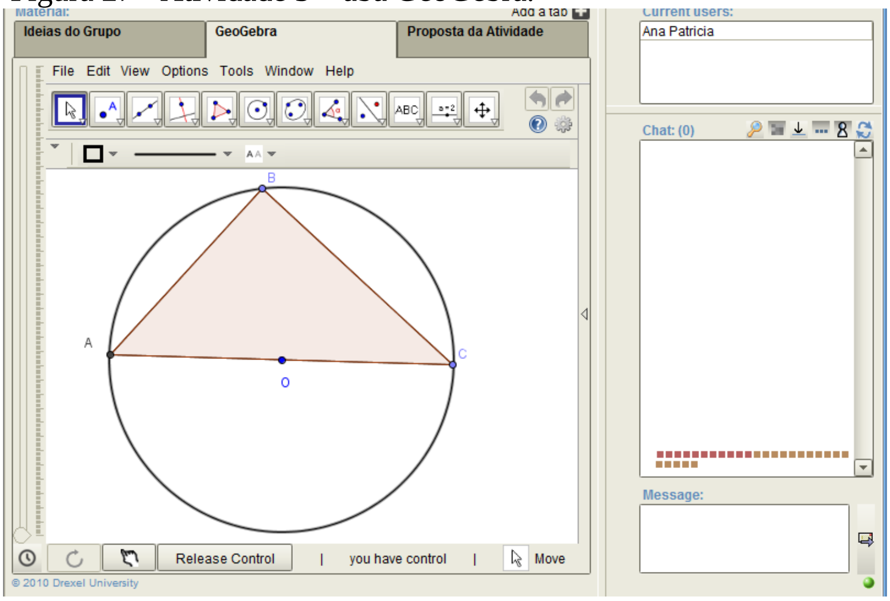
Peguem o controle, mexam no círculo e no triângulo.

Vocês sabem que tipo de triângulo é esse? Discutam o assunto e busquem uma resposta. Expliquem "com suas palavras" o porquê da resposta dada.

Continuem mexendo na figura. Quando esse triângulo terá a maior área? Investiguem para responder.
Meçam, calculem, discutam.
Chegaram a uma conclusão? Bom. Que tal explicar essa conclusão?
Registrem-na na aba "**Ideias do Grupo**".

Nessa atividade, a aba do GeoGebra apresentou um triângulo inscrito em círculo, sem fazer referência a que tipo de triângulo.

Figura 27 - Atividade 3 – aba GeoGebra.



As duas próximas atividades também serão de aplicação de conteúdos trabalhados no 8° ano do Ensino Fundamental. Em ambas, começamos com telas prontas para que os alunos pudessem manipular as figuras e observar suas propriedades.

Na atividade 5, tínhamos um círculo, duas retas distintas e tangentes a este círculo nos pontos T e P. Estas retas eram concorrentes em um ponto C externo ao círculo. Tínhamos uma terceira reta também tangente ao círculo dado no ponto Q. As três retas formavam um triângulo ABC. Os alunos deveriam determinar o perímetro desse triângulo, conhecendo a distância CT e CP.

A proposta da atividade descreveu a tela e incentivou que os alunos explorassem e discutissem sobre que caminho seguiria para solucionar a atividade.

Figura 28 - Atividade 4 – aba Proposta da Atividade.

Atividade 4 - Ângulos, arcos e retas tangentes

Olá, pessoal! Nessa sala começamos de novo com a tela pronta na aba "**GeoGebra**".
Vou descrevê-la:
Temos um círculo de centro O e 3 retas. As 3 retas são tangentes ao círculo nos pontos T, P e Q.
As retas TA e PB têm interseção no ponto C, e são tangentes ao círculo nos pontos T e P.
A reta BA é tangente ao círculo no ponto Q, e intercepta as outras retas nos pontos B e A.
O ângulo ACB mede 40°.
A tarefa de vocês é determinar o ângulo AÔB.
Lembrem-se de trabalhar em conjunto, usando o *chat*.

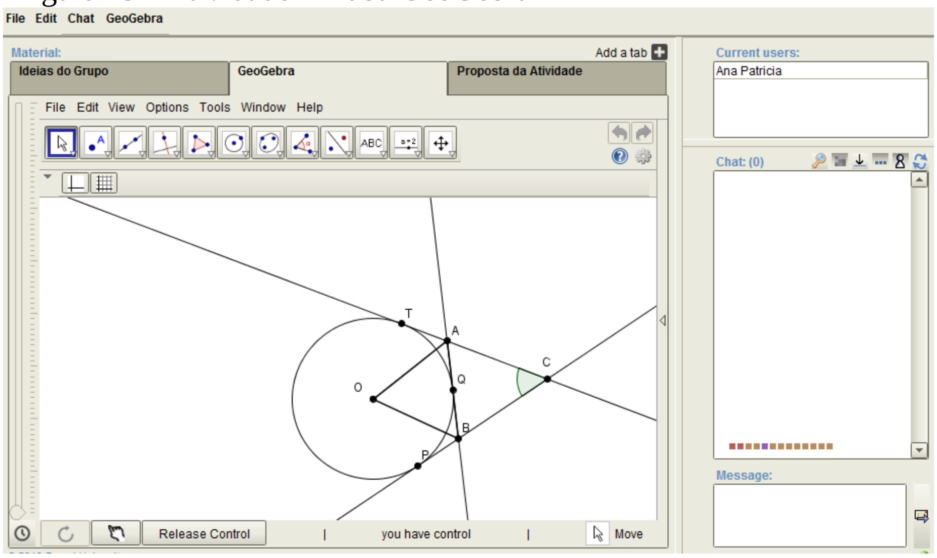
Elaborem uma estratégia para determiná-lo e não se esqueçam de justificar o resultado. Justifiquem e descrevam o processo de resolução na aba "**Ideias do Grupo**".

Os pontos O e T são móveis, podemos, assim, alterar o ângulo ACB.
Quando alteramos o ângulo ACB, o ângulo AÔB também é alterado? Escolham, para a medida do ângulo ACB, um outro valor e calculem o valor do ângulo AÔB.

Busquem um processo para determinar o ângulo AÔB quando a medida do ângulo ACB for conhecida.

Lembrem-se de trocar informações pelo *chat* e de fazer os registros, mesmo que parciais, na aba "**Ideias do Grupo**".

Figura 29 - Atividade 4 – aba GeoGebra



A atividade 5 propôs, inicialmente, a resolução de um caso particular e depois pediu que os alunos extrapolassem esse caso e generalizassem a situação.

A atividade apresentou um círculo de centro A e um hexágono ABCDEF. O ângulo BAF era um ângulo central do círculo. Os pontos B, C D E e F – todos móveis – pertenciam à circunferência do círculo. Os ângulos BCD e DEF foram expressos, respectivamente, como x e y, e, eram ângulos internos do hexágono. A pergunta era: qual o valor da soma x+y? No caso particular, a medida do ângulo BAF era de 70°.

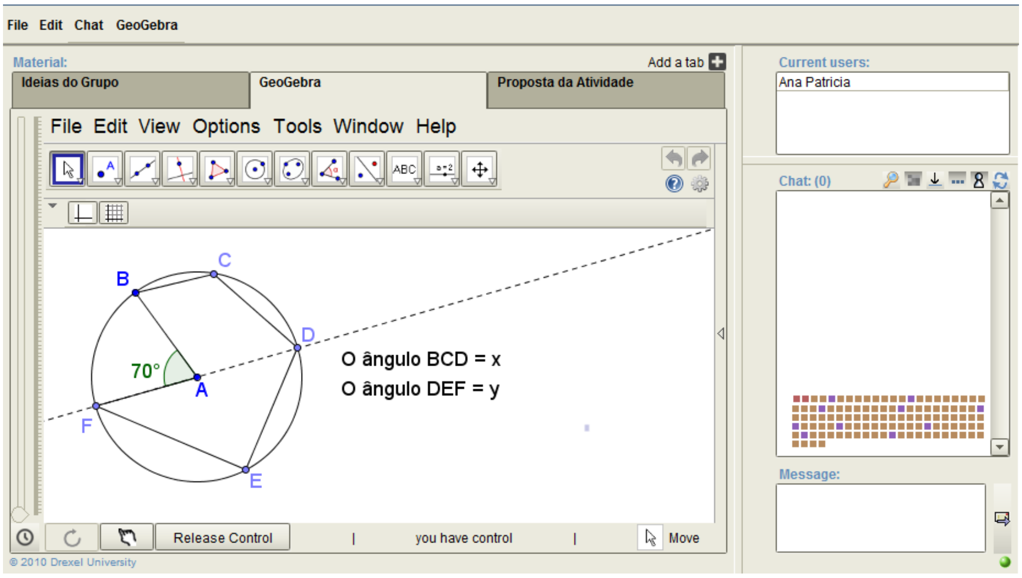
Figura 30 - Atividade 5 – aba Proposta da Atividade.

Atividade 5 – Ângulos Inscritos

Olá, pessoal! Nessa sala começamos de novo com a tela pronta na aba "**GeoGebra**".
Vou descrevê-la:
Temos uma circunferência de centro A e um polígono convexo ABCDEF, onde B, C, D, E e F são pontos distintos da circunferência.
A medida do ângulo CDE é expressa por x, a medida do ângulo EFB é expressa por y, e, inicialmente, a medida do ângulo BAF é 70°.
Manipule os pontos C, D e E.
A tarefa de vocês é determinar o valor de x+y.

Lembre-se de trabalhar em conjunto, usando o *chat*.
Elaborem uma estratégia para determiná-lo e não se esqueçam de justificar o resultado.
Justifiquem e descrevam o processo de resolução na aba "**Ideias do Grupo**".
Agora manipule os pontos B e F, eles são móveis, assim, podemos alterar o ângulo BAF.
Quando alteramos o ângulo BAF, a soma x+y também é alterada? Escolham, para a medida do ângulo BAF, um outro valor e calculem o valor da soma x+y.
Busquem um processo para determinar a soma x+y quando a medida do ângulo BAF for conhecida.
Lembrem-se de trocar informações pelo *chat* e de fazer os registros, mesmo que parciais, na aba "**Ideias do Grupo**".

Figura 31 - Atividade 5 – aba GeoGebra.



Nesta etapa, as atividades foram menos encaminhadas, mas os alunos continuaram sendo incentivados a manipularem a figura, a registrarem as observações e a trocarem ideias por meio do *chat*.

Os possíveis encaminhamentos foram sinalizados quando eles fizeram questionamentos ou quando percebemos que o entendimento do enunciado não tinha sido claro.

No quadro abaixo, encontram-se as atividades realizadas na etapa 2.

Tabela 2Resumo das atividades propostas no VMT.

Atividades Desenvolvidas no VMT	
Atividade 1	Livre exploração - Conhecendo o GeoGebra
Atividade 2	Construções Geométricas
Atividade 3	Quando o triângulo terá área máxima?
Atividade 4	Ângulos, arcos e retas tangentes
Atividade 5	Ângulos Inscritos

Este capítulo apresentou as atividades desenvolvidas e aplicadas durante a pesquisa de campo. Elas foram divididas em duas etapas de acordo com o *software* de geometria dinâmica e com o ambiente virtual. Na primeira etapa, descrevemos as atividades desenvolvidas no Tabulæ, utilizando o LIMC e, na segunda etapa as atividades utilizaram o GeoGebra e o VMT. No próximo capítulo, falaremos sobre a colaboração e de que forma os alunos desenvolveram as atividades.

3 A COLABORAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES PELOS ALUNOS

Um dos objetivos das atividades aplicadas nesta pesquisa foi a de favorecer a colaboração entre os alunos. Esta colaboração foi um recurso tão importante para a resolução das atividades que, na proposição delas atividades foram colocados incentivos para que ocorresse troca de saberes, ideias e experiências. A interação entre os alunos ocorreu no processo de desenvolvimento de uma solução para essas atividades.

Neste capítulo, vamos descrever como ocorreu esse processo nas etapas 1 e 2, descritas no capítulo anterior.

3.1 O Desenvolvimento das Atividades na Etapa 1

As atividades da etapa 1 foram realizadas no laboratório de informática, e os participantes foram organizados em grupos. O registro da colaboração foi feito por meio de diário de campo elaborado pela professora/pesquisadora desta dissertação. As atividades foram propostas no LIMC, local onde eles deveriam também fazer o registro de suas considerações. Como todos os alunos estavam em um mesmo ambiente físico, em alguns momentos, a colaboração extrapolou os grupos formados.

A primeira atividade foi de exploração livre do Tabulæ. Inicialmente, os alunos foram separados em duplas, e os componentes das duplas deveriam revezar a manipulação dos *softwares*.

Assim, a primeira troca de experiências deu-se entre os componentes das duplas, mas também ocorreram trocas de uma dupla para outra. Pudemos observar que alunos que tinham maior prática com o uso do computador, da *internet* ou de *software* em geral, se propuseram a ajudar os demais de forma espontânea. Essa colaboração aconteceu verbalmente; não houve registro escrito dessa troca de saberes por parte dos alunos.

Na exploração dos recursos, os alunos criaram figuras abstratas e aplicaram cores em suas criações. A estética das figuras os motivou a explorar mais recursos e a trocar com os outros alunos a utilização dos comandos.

A segunda atividade ainda previa que os alunos se adaptassem ao *software*, mas agregava agora saberes geométricos. Na construção das figuras, eles deveriam usar as propriedades conhecidas de cada uma delas e aliar as possibilidades oferecidas pelo *software*.

Mesmo conhecendo as propriedades das figuras, eles começaram a desenhá-las apenas pela aparência. Incentivados a movimentar os elementos da construção realizada, os alunos perceberam que se não utilizassem as propriedades de construção de lugares geométricos, a figura construída desmontaria no movimento. Também foi interessante verificar que, apesar de os alunos conhecerem o passo a passo das construções geométricas propostas, na construção do quadrado, eles buscaram caminhos novos a partir das possibilidades que o *software* oferecia. As trocas nessas duas atividades ocorreram sem uma regra ou uma ordem, um aluno prontificava-se a ajudar o outro, independente das duplas inicialmente formadas.

Após realizarem as duas primeiras atividades, os alunos passaram a desenvolver as demais com mais habilidade na utilização dos comandos do Tabulæ, o que favoreceu a construção de figuras geométricas e a investigação de figuras dadas.

Enquanto as duas atividades iniciais desenvolveram habilidades relacionadas à exploração do *software*, a Atividade 3 e a Atividade 4 enfocaram conteúdos do 8° ano do Ensino Fundamental. Para ‘resolver’ a questão proposta na atividade, eles deveriam mobilizar saberes anteriores, utilizar o raciocínio lógico, fazer generalizações e desenvolver uma justificativa.

A atividade propôs um encaminhamento que permitiu a eles terem ideias possíveis de serem testadas com a manipulação das figuras. Também foram feitas, a todo o tempo, sugestões para a troca e para o registro de ideias e, ao final do trabalho, eles fizeram o registro no fórum do LIMC.

Nessas atividades, a troca entre os alunos concentrou-se nas duplas, cujas discussões e ideias iam sendo testadas e, se aprovadas, seguiam aquela linha de raciocínio.

Na Atividade 3, foi interessante observar que eles deduziram a fórmula do número de diagonais de um polígono convexo de formas diferentes. Primeiro, eles observaram a atividade ‘verticalmente’, por exemplo: se sabemos o número de diagonais de um quadrilátero, podemos somar 3 e obter a do pentágono; sabendo o número de diagonais do pentágono, somamos 4 e obtemos o número de diagonais do hexágono. Essa forma de raciocinar foi observada por todos os grupos.

Figura 32 - Registro no LIMC – Atividade 1 – Exercício 2.

Re: ATIVIDADE 1 EXERCÍCIO 2 (TURMA 805)
por [redacted] - quarta, 28 maio 2014, 23:07

2) O padrão é o seguinte:
Ex: Quadrilátero (4 lados) = 2
Pentágono (5 lados) = 2+ 3= 5
Hexágono (6 lados) = 5+4= 9
Heptágono (7 lados) = 9+5= 14, ou seja, é só somar o número de lados do polígono anterior, com o número ordinal a partir do dois (em seguida o três, quatro, cinco e assim em diante).

Mostrar principal | Editar | Interromper | Apagar | Responder

É curioso observar que eles registraram aquilo que eles consideraram correto, mas, apesar de motivados a usar o *chat* para a discussão, eles não quiseram utilizar essa forma de comunicação.

Depois desse momento, a professora/pesquisadora desta dissertação fez a seguinte intervenção: “Se for um polígono de 50 lados esse processo é ideal?” Mediante o questionamento, os alunos foram buscar outra maneira de obter o número de diagonais. Nessa ocasião, as ideias ainda foram trocadas entre os componentes das duplas, e o uso do *chat* continuou sendo rejeitado.

Destacamos três caminhos de solução apresentados pelas duplas. Em um deles, os alunos utilizaram o processo de contagem tradicional do número de diagonais, aquele visto normalmente nos livros didáticos. Em outro, eles separaram as figuras em polígonos com números pares de lados e número ímpares de lados. Por fim, um grupo relacionou o número de lados com uma sequência numérica de razão meio.

Figura 33 - Registro no LIMC – Atividade 3 – Exercício 2 – processo de contagem tradicional.

Re: ATIVIDADE 3 EXERCÍCIO 2 (TURMA 805)
por [redacted] - sexta, 6 junho 2014, 11:36

6) O numero de lados para obter a quantidade possivel de diagonais mutiplicado pelo n de vertices-3 vertices que nao podem realizar diagonais(ele mesmo e os dois proximos vertices do lado porque seano nao é diagonal) /2 ppois ficariam diaganais ja repeidas, assim descobrimos o numero de diagonais de um poligono

Figura 34 - Registro no LIMC – Atividade 3 – Exercício 2 – estudando o número de lados ímpares e pares.

Re: ATIVIDADE 3 EXERCÍCIO 2 (TURMA 806)
por [redacted] - sexta, 6 junho 2014, 12:03

3) Para achar o padrão dos números ímpares basta multiplicar o número de lados por sua posição de número ímpar. Porém, temos que levar em conta que para criarmos um polígono que tenha seu número de lados ímpar, o menor número possível seria 5 (pentágono) pois se formarmos um de 3 (triângulo) não haverá diagonais.
-> A posição do número 5 é 1°, pois ele é o menor número ímpar que conseguimos formar um polígono com diagonais.Isto é -> 5 x 1 = 5 diagonais.
-> Já a posição do número 15 é 6° (contando a partir de 5) , portanto
15 x 6 = 90 diagonais.
Ex.: Número: 7 Número: 19
Posição: 2° -> 7 x 2 = 14 Diag. Posição: 8° -> 19 x 8 = 152 Diag.

Já para os números pares, basta multiplicarmos o número de lados por sua posição de número par e depois diminuirmos a metade do número de lados do produto. No caso dos números pares, o menor possível para formarmos um polígono com diagonais seria 4 (quadrado) , pois não consigo formar polígonos com 0 ou 2 lados.
-> A posição do número 4 é 1°, pois ele é o menor número par que conseguimos formar um polígono com diagonais.
Isto é -> 4 x 1 = 4 - 2 (metade de 4) = 2 diagonais.
Ex.: Número: 10
Posição: 4° -> 10 x 4 = 40 / 40 - 5 (metade de 10) = 35 diagonais.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Apagar | Responder

Figura 35 - Registro no LIMC – Atividade 3 – Exercício 2 – relacionando o número de lados com uma sequência de razão meio.

Re: ATIVIDADE 3 EXERCÍCIO 2 (TURMA 805)
por [redacted] - sexta, 6 junho 2014, 12:40

3) Explique com suas palavras como sabendo o número de lados podemos saber qual o número de diagonais.

A cada um lado, adiciona-se 0,5 e esse valor será multiplicado pelo número de lados, gerando o número de diagonais.

Exemplo:

4 lados = 4 x 0,5= 2 diagonais

5 lados = 5 x 1= 5 diagonais

Ps: começa-se com 4 lados pois é o número mínimo para conseguir achar uma diagonal.

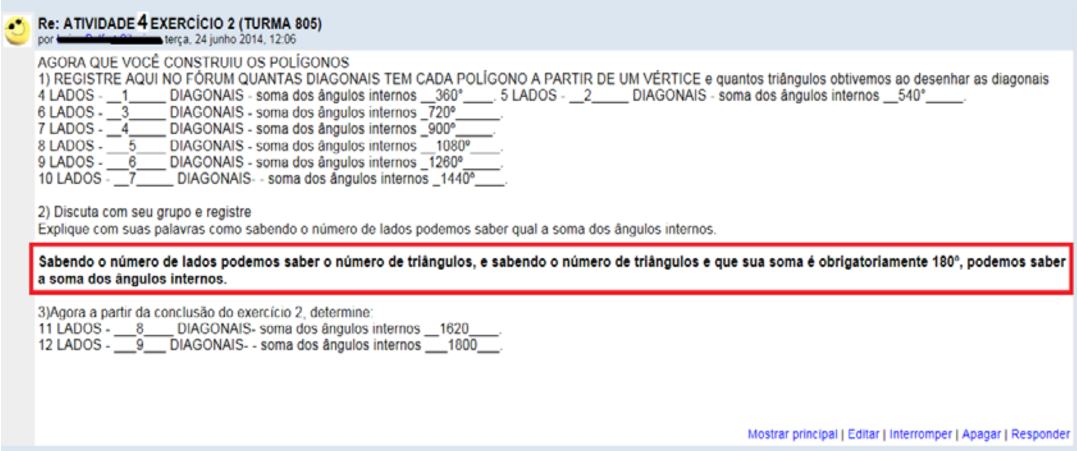
Mostrar principal | Editar | Interromper | Apagar | Responder

Como aconteceu com a Atividade 3, a Atividade 4 foi facilitada pela experiência adquirida anteriormente. Como eles já manipulavam o *software* com facilidade, a exploração da figura tornou-se hábito, assim como trocar ideias, e as justificativas foram escritas com um pouco mais de rigor matemático.

A Atividade 4 pretendia que os alunos desenvolvessem um processo ou uma fórmula para obterem a soma dos ângulos internos de um polígono convexo, dado o número de lados. Com a prática que eles haviam adquirido, eles fizeram as explorações, e a busca de informações a partir da figura tornou-se mais objetiva e mais direcionada à resposta da atividade.

No desenvolvimento dessa atividade, os alunos, inicialmente, fizeram uma leitura vertical das informações obtidas na exploração, ‘cada lado a mais, a soma aumenta em 180º’. Observaram que, para um polígono com número de lados relativamente grande, essa informação sozinha não solucionaria a atividade. A partir daí, algumas duplas passaram a ler os registros da exploração, relacionando o número de triângulos possíveis por um vértice com a soma total por polígono, e outras pensaram em estabelecer relações entre as diagonais com o número de triângulos e esse com a soma dos ângulos. Cada dupla, ao seu tempo, chegou ao processo desejado.

Figura 36 - Registro no LIMC – Atividade 4 – Exercício 2 – relacionando o número de triângulos com a soma dos ângulos internos.



Re: ATIVIDADE 4 EXERCÍCIO 2 (TURMA 805)
por [redacted] terça, 24 junho 2014, 12:06

AGORA QUE VOCÊ CONSTRUIU OS POLÍGONOS
1) REGISTRE AQUI NO FÓRUM QUANTAS DIAGONAIS TEM CADA POLÍGONO A PARTIR DE UM VÉRTICE e quantos triângulos obtivemos ao desenhar as diagonais
4 LADOS - __1_____ DIAGONAIS - soma dos ângulos internos __360°____. 5 LADOS - __2_____ DIAGONAIS - soma dos ângulos internos __540°_____.
6 LADOS - __3_____ DIAGONAIS - soma dos ângulos internos _720º______.
7 LADOS - __4_____ DIAGONAIS - soma dos ângulos internos _900º_____.
8 LADOS - ___5____ DIAGONAIS - soma dos ângulos internos __1080º____.
9 LADOS - ___6____ DIAGONAIS - soma dos ângulos internos _1260º_____.
10 LADOS - __7_____ DIAGONAIS- - soma dos ângulos internos _1440º____.

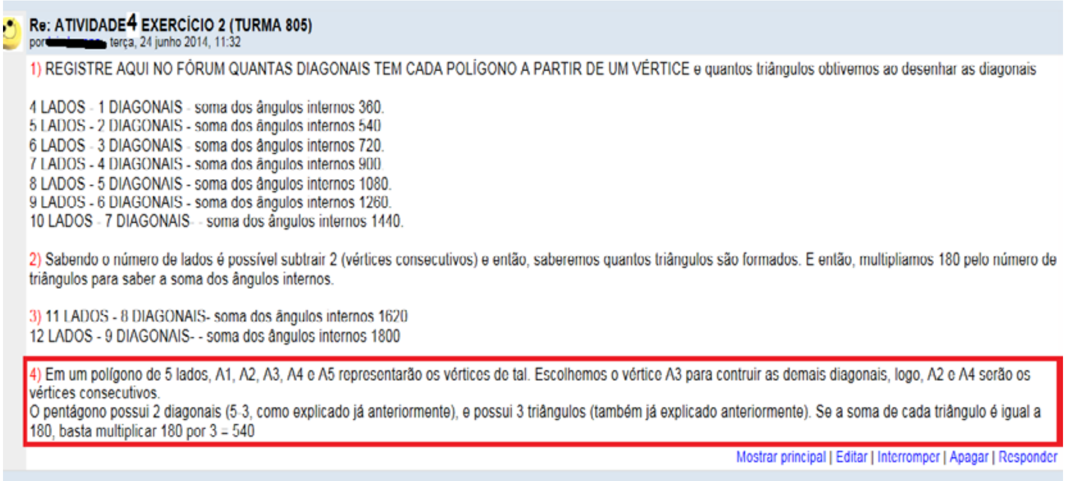
2) Discuta com seu grupo e registre
Explique com suas palavras como sabendo o número de lados podemos saber qual a soma dos ângulos internos.

Sabendo o número de lados podemos saber o número de triângulos, e sabendo o número de triângulos e que sua soma é obrigatoriamente 180°, podemos saber a soma dos ângulos internos.

3)Agora a partir da conclusão do exercício 2, determine:
11 LADOS - ___8____ DIAGONAIS- soma dos ângulos internos __1620____.
12 LADOS - ___9___ DIAGONAIS- - soma dos ângulos internos ___1800___.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Apagar | Responder

Figura 37 - Registro no LIMC – Atividade 4 – Exercício 2 – relacionando o número de diagonais primeiro com o número de triângulos e depois com a soma dos ângulos internos.



Re: ATIVIDADE 4 EXERCÍCIO 2 (TURMA 805)
por [redacted] terça, 24 junho 2014, 11:32

1) REGISTRE AQUI NO FÓRUM QUANTAS DIAGONAIS TEM CADA POLÍGONO A PARTIR DE UM VÉRTICE e quantos triângulos obtivemos ao desenhar as diagonais

4 LADOS - 1 DIAGONAIS - soma dos ângulos internos 360.
5 LADOS - 2 DIAGONAIS - soma dos ângulos internos 540
6 LADOS - 3 DIAGONAIS - soma dos ângulos internos 720.
7 LADOS - 4 DIAGONAIS - soma dos ângulos internos 900
8 LADOS - 5 DIAGONAIS - soma dos ângulos internos 1080.
9 LADOS - 6 DIAGONAIS - soma dos ângulos internos 1260.
10 LADOS - 7 DIAGONAIS- - soma dos ângulos internos 1440.

2) Sabendo o número de lados é possível subtrair 2 (vértices consecutivos) e então, saberemos quantos triângulos são formados. E então, multipliamos 180 pelo número de triângulos para saber a soma dos ângulos internos.

3) 11 LADOS - 8 DIAGONAIS- soma dos ângulos internos 1620
12 LADOS - 9 DIAGONAIS- - soma dos ângulos internos 1800

4) Em um polígono de 5 lados, A1, A2, A3, A4 e A5 representarão os vértices de tal. Escolhemos o vértice A3 para contruir as demais diagonais, logo, A2 e A4 serão os vértices consecutivos.
O pentágono possui 2 diagonais (5-3, como explicado já anteriormente), e possui 3 triângulos (também já explicado anteriormente). Se a soma de cada triângulo é igual a 180, basta multiplicar 180 por 3 = 540

Mostrar principal | Editar | Interromper | Apagar | Responder

Todas essas atividades foram realizadas no laboratório de informática. Mais adiante, nas considerações finais, vamos relatar um pouco sobre de que forma essa experiência influenciou a rotina das aulas de Matemática.

3.2 O Desenvolvimento das Atividades na Etapa 2

Quanto iniciamos a segunda etapa da pesquisa, alguns dos alunos que participaram da Etapa 1 não prosseguiram na Etapa 2, e outros novos alunos foram incluídos. Os alunos que ingressaram nessa etapa pertenciam à mesma turma que participou no início da pesquisa.

A Etapa 2 contou com a participação de 13 alunos, separados em grupos de até 4 participantes, e os dados foram coletados pelo diário de campo da professora/pesquisadora desta dissertação, pelas planilhas do VMT e nas telas geradas no ambiente.

Para utilizar o VMT, precisamos fazer o cadastro de cada aluno participante e, para tanto, iniciamos essa etapa no laboratório de informática do Colégio. Foi feita uma pequena apresentação no *power point* para facilitar o entendimento do passo a passo para esse cadastramento. Os alunos deveriam escolher um *nick nam*e, pelo qual seriam tratados no *site*, sem que houvesse identificação de seus nomes. Nesse encontro, também os alunos fariam o reconhecimento da estrutura do VMT, mas, por problemas com o acesso a *internet*, alguns terminaram esse reconhecimento em casa.

Figura 38 - VMT – Tela 1 da apresentação de orientação do cadastro.

Figura 39 - VMT – Tela 2 da apresentação de orientação do cadastro.

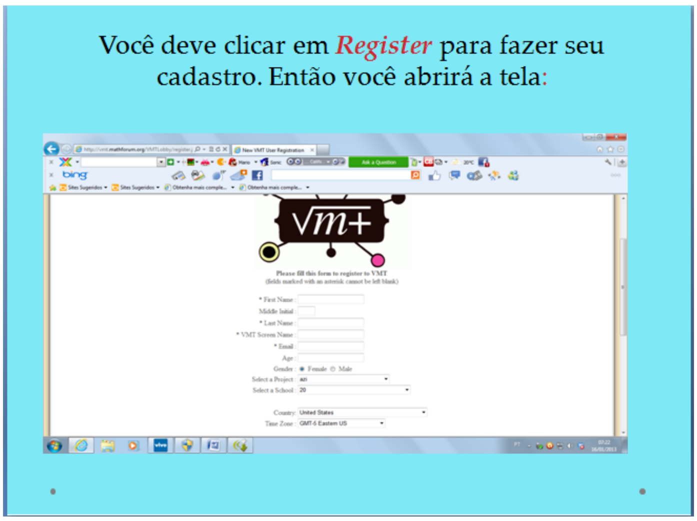
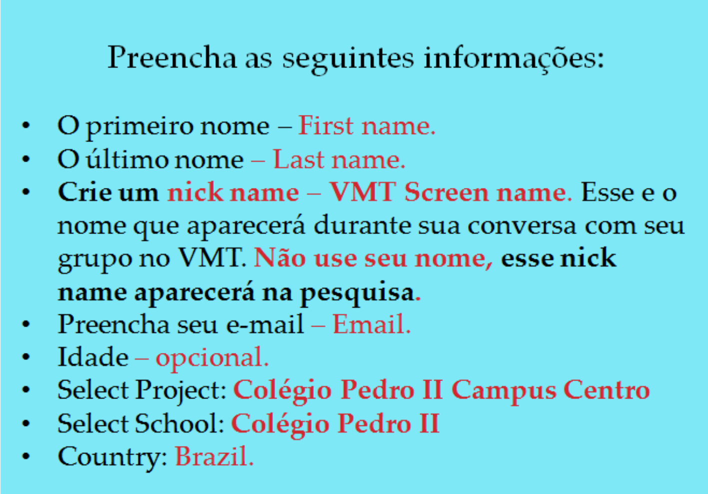


Figura 40 - VMT – Tela 3 da apresentação de orientação do cadastro.



Um recurso que o VMT possibilita é o de registrar todo o desenvolvimento das atividades propostas, sejam diálogos entre os componentes através do *chat*, seja o passo a passo da manipulação dos comandos do GeoGebra. Ele também produz uma planilha onde aparecem todos os registros desses movimentos e diálogos.

Para melhor caracterizar esta pesquisa, neste capítulo vamos fazer o relato do desenvolvimento das três primeiras atividades pelo grupo 3. Esse grupo, na verdade uma dupla, foi formada pelos alunos cujos apelidos eram *Heisenbeg* e *Shadow*.

A Atividade 1 era de exploração da estrutura do VMT e do *software* GeoGebra. Logo que entrou na sala, *Heisenbeg* dirigiu-se à aba GeoGebra. Ele fez diversas construções, como por exemplo, reflexão em relação a uma reta, construção de ângulo, pontos, círculos, dentre outros, mostrando habilidade tanto com o GeoGebra, quanto com a alternância da visualização de abas no VMT. Nesse encontro, *Shadow* teve problemas técnicos e praticamente não interagiu no ambiente. Por esse motivo, *Heisenbeg* e *Shadow* comunicaram-se por mensagens no *facebook* e *Heisenbeg* fez o registro de ideias. Como os alunos tiveram acesso à proposta das 3 atividades ao mesmo tempo, essa dupla aproveitou a etapa de exploração para construir o triângulo isósceles pedido na Atividade 2.

Eles começaram desenhando o triângulo isósceles sem levar em consideração as propriedades, porém, quando a movimentaram, viram que não se tratava de um triângulo isósceles. Diante disso, refizeram o triângulo.

Os alunos registraram na aba Ideias do Grupo, a sua primeira investigação no VMT. Nesse encontro, porém, houve pouca interação dos alunos e não há registro no *chat* da colaboração entre os participantes, embora esse processo tenha ocorrido nas redes sociais.

Figura 41 - VMT – Tela Atividade 1 – Grupo 3 – aba GeoGebra.

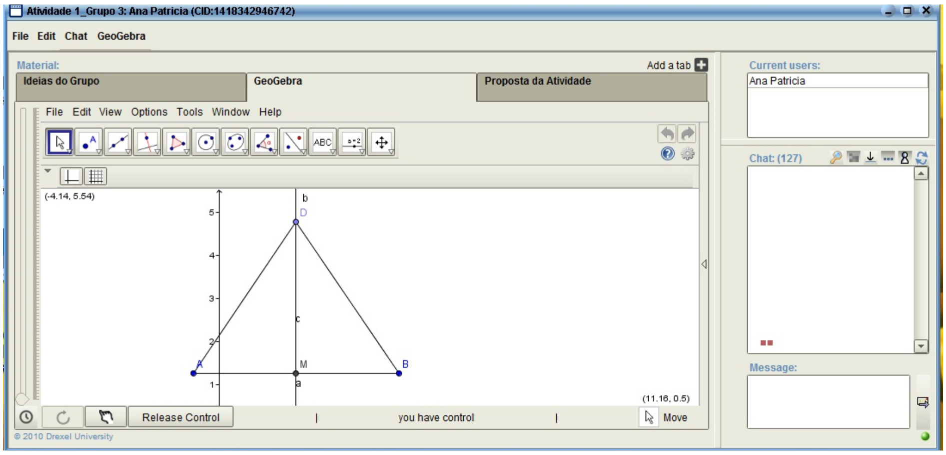
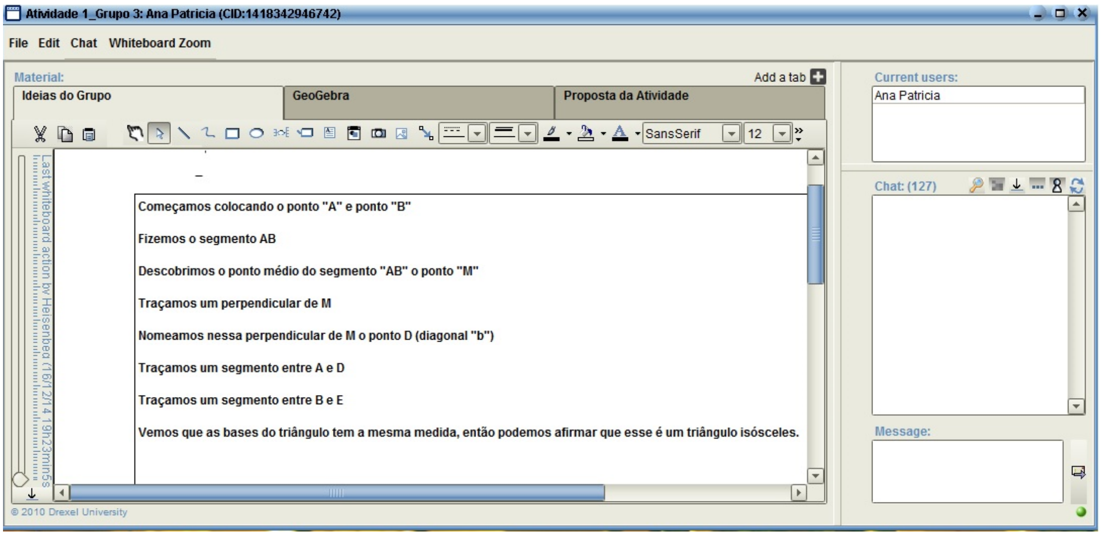
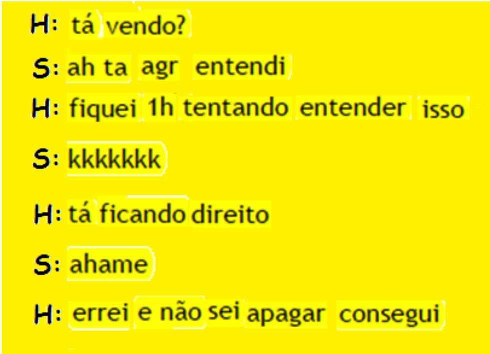


Figura 42 - VMT – Tela Atividade 1 – Grupo 3 – aba Ideias do Grupo.



Durante a manipulação da aba GeoGebra, eles conversaram no *chat*. A conversa apresenta a linguagem própria das redes sociais como uso de abreviações. Nota-se que a figura faz parte desse diálogo; os alunos comunicaram-se a partir da manipulação da figura. A seguir, vamos transcrever os diálogos desenvolvidos pelos componentes da dupla.

Figura 43 - VMT – Diálogo durante a Atividade 1, articulado com a manipulação do GeoGebra.



A proposta da Atividade 2 era construir um triângulo isósceles e um losango. Não havia nenhuma especificação quanto ao método de construção ou medidas. Essa atividade ainda teve foco na exploração dos recursos do GeoGebra e da estrutura do VMT, mas também pretendeu observar de que forma os alunos organizaram seus conhecimentos no desenvolvimento da atividade. Como já foi mencionado, esses alunos tinham aulas de desenho geométrico; eles mobilizaram os saberes adquiridos naquela disciplina e adaptaram-nos ao uso dos comandos do GeoGebra. Com parte dessa atividade realizada, pois essa dupla já tinha construído um triângulo isósceles na Atividade 1, agora eles deveriam construir um losango.

Nesse que foi o segundo encontro, *Heisenbeg* entrou primeiro na sala e começou a fazer explorações da atividade na aba GeoGebra. Quando *Shadow* entrou na sala, o primeiro procurou inserir o colega no que estava fazendo.

É interessante ressaltar que parte do diálogo entre os componentes da dupla se deu também de form visual, pelo manuseio da figura, pois eles foram mostrando os movimentos da figura ou as construções de elementos dela. Essa interação dos alunos com a figura configurou-se em uma troca de ideias. Nota-se pelo diálogo no *chat* que a visualização foi muito importante no processo de desenvolvimento das Atividades. Por exemplo, na construção do losango, eles observaram a composição de triângulos isósceles (a partir de uma das diagonais do losango) e se referiram à ‘medida das bases’. Também foi uma preocupação voltar na Atividade anterior para se certificar da construção correta. Eles começaram a desenvolver uma ‘visão geométrica’ e passaram a observar características da figura, no caso o losango, que a princípio não tinham sido ressaltadas no processo de construção conhecido por eles.

Figura 44 - VMT – Diálogo durante a Atividade 2, articulado com a manipulação do GeoGebra.

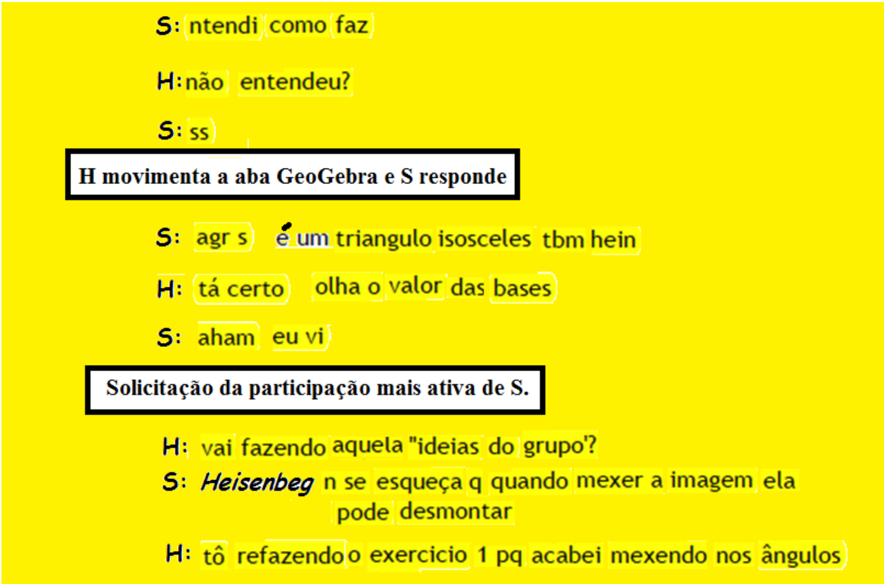


Figura 45 - VMT – Tela Atividade 2 – Grupo 3 – aba GeoGebra.

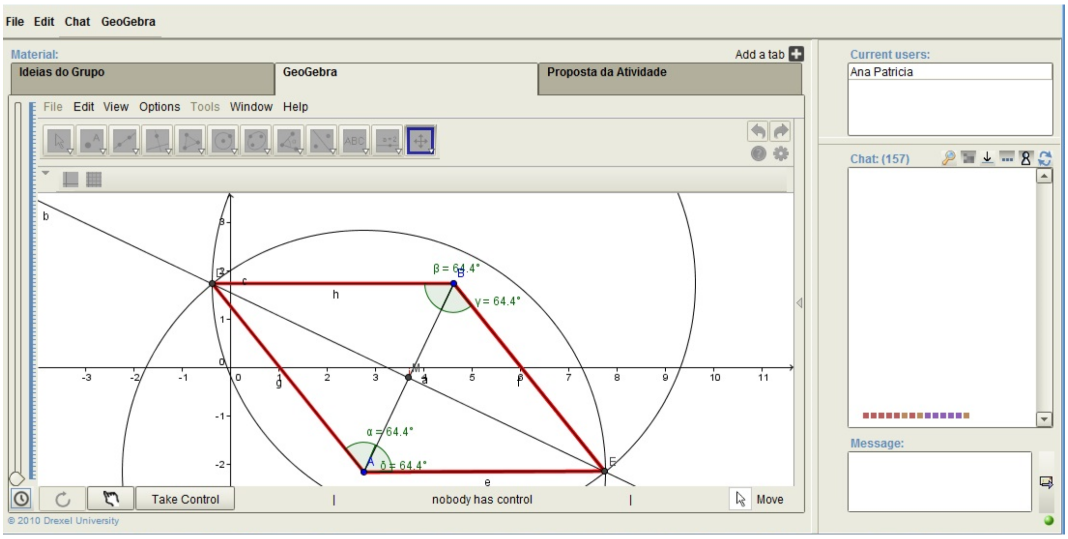
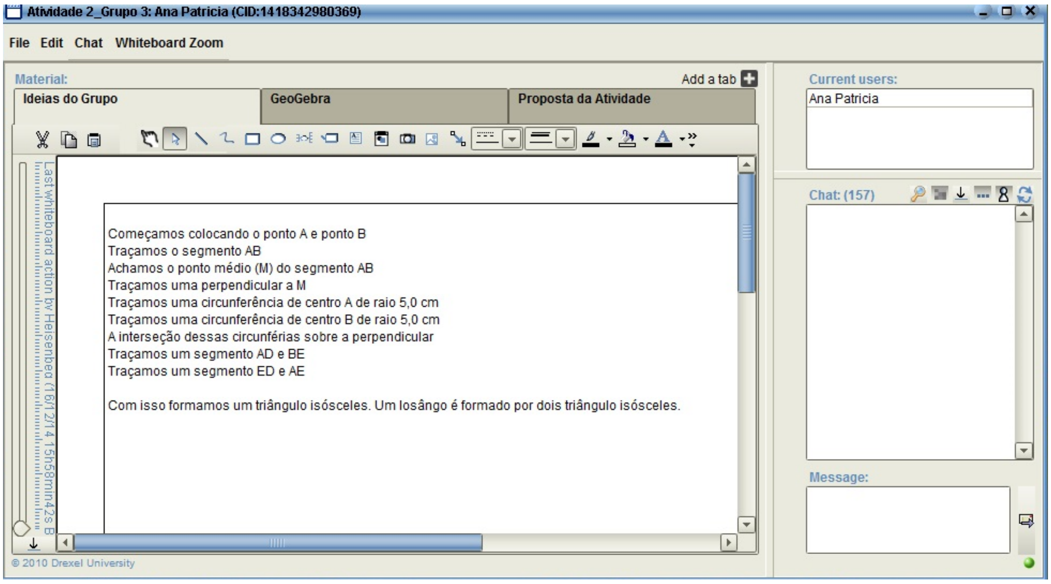
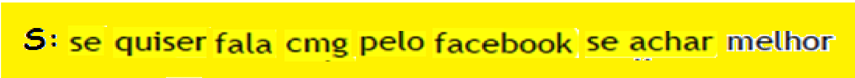


Figura 46 - VMT – Tela Atividade 1 – Grupo 3 – aba Ideias do Grupo.



Podemos observar, pelos diálogos, que os alunos estavam pouco à vontade em fazer afirmações sobre as propriedades das figuras geométricas ou em utilizar termos próprios da linguagem matemática. Talvez fosse pelo medo de errar e de que algum erro ficasse registrado. Os alunos já haviam apresentado essa característica na Etapa 1 quando trabalhavam com o fórum do LIMC. Na Etapa 1, eles driblaram essa situação na conversa presencial e agora, na Etapa 2, eles usaram como recurso o *chat* do *facebook*.

Figura 47 - VMT – Fala de *Shadow* sobre a comunicação nas redes sociais.

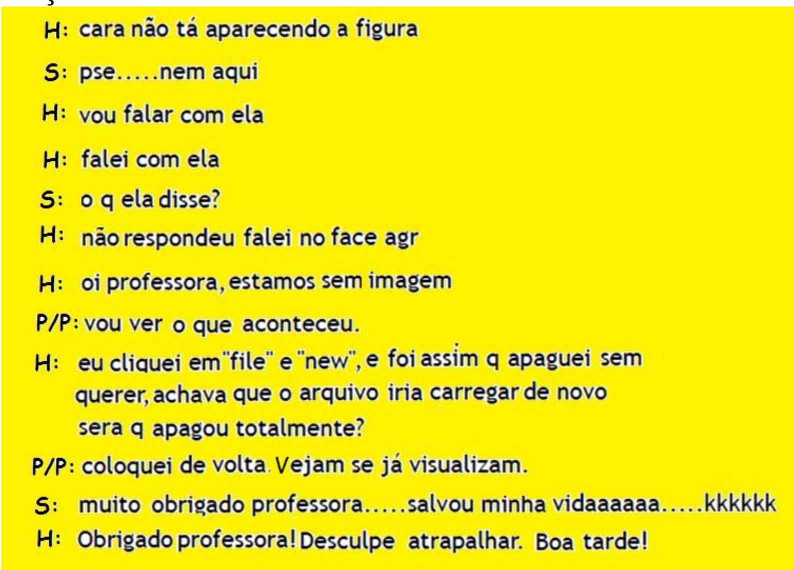


A Atividade 3 apresentou, na aba do GeoGebra, uma tela. Um triângulo inscrito em um círculo onde um dos lados é o diâmetro do círculo. Nessa atividade, eles fizeram uso de conteúdos desenvolvidos no 8° ano do Ensino Fundamental, por exemplo, arcos e ângulos em um círculo, propriedades de triângulos, área de triângulos, além dos conteúdos de anos anteriores.

Os alunos deveriam discutir quando o triângulo dado possui a maior área. Uma das características importantes dessa atividade foi a interpretação do enunciado, pois caminhar na atividade dependeu fundamentalmente dessa interpretação. Essa foi a primeira atividade com essa característica, portanto, é importante valorizar e depois discutir a interpretação feita pelos alunos.

O professor esteve presente para que, se necessário, auxiliasse tecnicamente ou para que fazesse pequenas intervenções a fim de esclarecer alguma situação no desenvolvimento da atividade. Na atividade já descrita, ocorreu uma situação que ilustra a importância de o professor estar presente ou acessível no processo: sem querer, os alunos apagaram a figura dada, coube então ao professor auxiliá-los.

Figura 48 - VMT – Diálogo da solicitação dos alunos à professora/pesquisadora desta dissertação durante a Atividade 3.


H: cara não tá aparecendo a figura
S: pse.....nem aqui
H: vou falar com ela
H: falei com ela
S: o q ela disse?
H: não respondeu falei no face agr
H: oi professora, estamos sem imagem
P/P: vou ver o que aconteceu.
H: eu cliquei em "file" e "new", e foi assim q apaguei sem querer, achava que o arquivo iria carregar de novo sera q apagou totalmente?
P/P: coloquei de volta. Vejam se já visualizam.
S: muito obrigado professora.....salvou minha vidaaaaaa.....kkkkkk
H: Obrigado professora! Desculpe atrapalhar. Boa tarde!

Verifica-se que, nesta atividade os alunos demonstraram estar mais à vontade; aparentemente não fizeram uso do *facebook* ou de outro meio externo de comunicação. Já estavam mais ambientados com o software e com seus comandos. Quando acidentalmente apagaram a figura, eles tentaram consertar a situação a partir do conhecimento adquirido com o uso de outros aplicativos, isso fica claro na fala: “cliquei ‘*file*’ ‘*new*’ ... achava que o arquivo iria carregar de novo”.

Também pudemos notar que, na conversa com a professora, os alunos tiveram cuidado com a pontuação, com iniciar a frase com letra maiúscula e com usar aspas. Apesar de ter sido um contato informal, tiveram cuidado ao se expressar. Isso reforça nosso entendimento de que os alunos se preocuparam com o registro e de que eles tiveram a preocupação em não fazer “errado”.

Depois do pequeno acidente resolvido, eles voltaram à atividade.

Figura 49 - VMT – Diálogo do desenvolvimento da Atividade 3, articulado com a manipulação do GeoGebra.

H: *Shadow* quer começar a fazer?
S: s....vamos
H: pega o controle da figura ai então

Como *Shadow* não pegou o controle, H continuou investigando

S: desculpa *Heisenbeg* caiu a internet
H: ok *Shandou* então quando maior a circunferência maior a area do triângulo e quanto maior os lados maior maior a area tbm pq aumenta a base

S: vc acha q tá certo? pega o controle pra ver
entendi mais ou menos s
mas oq acho e q quanto maior a base maior a area
mas tem q justificar sera q e por causa do angulo tbm?

Enquanto S fala H mede ângulos no GeoGebra

À medida que desenvolveram a atividade, os alunos passaram a ter mais facilidades ao manipular o GeoGebra e ficaram mais confiantes ao expressarem-se. Nota-se um aumento significativo de troca de ideias e conjecturas e também preocupação de apresentarem justificativas para a resposta dada.

Figura 50 - VMT – Diálogo sobre ideias matemáticas da Atividade 3, articulado com a manipulação do GeoGebra.

H: pode ser q quanto maior o angulo oposto maior a base e assim maior a area ou n?
a gente pode dizer tbm q quanto maior o ângulo externo menor menor a area
ou que quanto maior o ângulo interno maior a area
S: pode ser tbm ou pode ser os dois e ainda relacionar com a base talez...
H: quanto maior a circunferencia maior o ângulo
vou começar a fazer a analise
fica olhando e me corrige se tiver errado
ou tiver justificativa melhor
S: tem q dizer tbm qual o tipo do triangulo ok
H: é escaleno
S: mas
H: deixa eu medir
S: prrecisa dizer se é obtusangulo ou acutangulo ou etc...?
H: n é escaleno é retângulo

Pode-se constatar que, no decorrer do desenvolvimento da Atividade 3, os alunos passam se expressar mais livremente, o que é exemplificado com o diálogo a seguir.

Figura 51 - VMT – Diálogo no decorrer da Atividade 3.

S: acaabou?
H: eu acho q sim
S: : D
H: bugou o emoticon hahaha :D
S: kkkkkkkk posso saair entao?.......tenho q trocar de roupa

Nesse momento, a professora/pesquisadora resolveu fazer uma intervenção para que os alunos voltassem ao enunciado e pudessem entendê-lo melhor.

Figura 52 - VMT – Diálogo de intervenção da professora/pesquisadora desta dissertação.

P/P: Muito bom. Vamos pensar em outra situação? Vcs notaram que o ângulo B tem sempre a mesma medida. E se a base tb tiver a mesma medida.
H: ok vamos analisar
S: ta a altura sera sempre a msm?......n deixaa pra la
H: professora, a base tem sempre a mesma medida, acho que não entendi a pergunta
deixa eu ver como posso fazer a altura
acho q tem q por aquele plano cardial tipo de geografia do 6° ano
S: sei qual e......acho hummm.....complicado hein
H: vish n era essa a opção...
S: kkkkkkkk

Nessa fase do desenvolvimento da Atividade 3, os alunos tiveram que repensar o enunciado, apresentaram uma dificuldade inicial e depois retomaram o caminho para a solução.

Figura 53 - VMT – Diálogo de descobertas da Atividade 3, articulado com a manipulação do GeoGebra.

S: aeee
eu descobri que a base pode sofrer alteração no tamanho mas a media dos ângulos não muda
H: aham entao se a base for a msm o angulo n muda entendeu?
sim
S: se a base sofrer alteração os ângulos continuam os mesmos
menos o oposto no caso B
s....agr ta certo eu acho kkkkk,
H: hahaha acho que terminamos (até aparecer outro erro hahaha)
vamos esperar a professora ver
S: pse...kkkkk....aaham

Figura 54 - VMT – Tela Atividade 3 – Grupo 3 – aba GeoGebra.

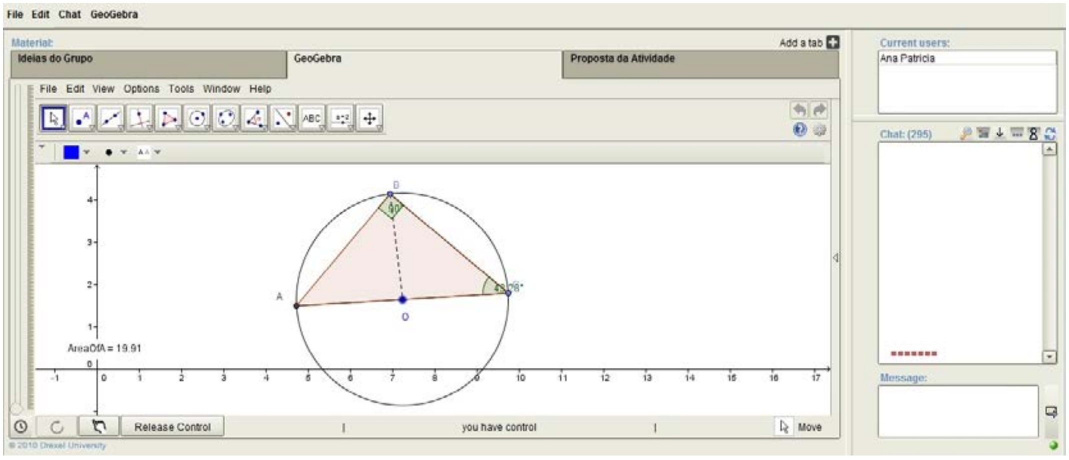
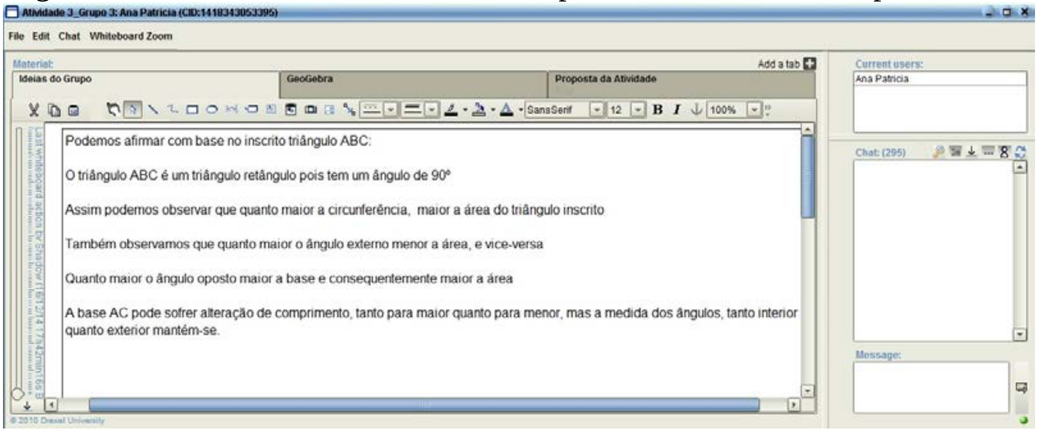


Figura 55 - VMT – Tela Atividade 3 – Grupo 3 – aba Ideias do Grupo.



Na exploração da Atividade 3, os alunos estabeleceram várias relações entre os elementos do triângulo e a sua área. Verificaram, por exemplo, que as medidas dos ângulos internos podiam interferir na área e que a medida da base do triângulo estava diretamente ligada à medida da área. Também concluíram que o triângulo dessa atividade é sempre retângulo, independentement da movimentação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação apresentou uma proposta de atividades para um grupo de alunos do 8° ano do Ensino Fundamental do Colégio Pedro II, Campus Centro, e buscou desenvolver uma atitude colaborativa dos alunos durante a resolução.

As atividades foram desenvolvidas com base em dois recursos pedagógicos: a Resolução de Problemas e a Colaboração em Ambiente Virtual.

A resolução dessas atividades dependeu da aplicação de raciocínio lógico e da mobilização de saberes anteriormente adquiridos. Nesse tipo de atividade, os alunos não conheciam um algoritmo, cálculos ou processos que fossem aplicados de forma direta para obter a solução.

As atividades foram desenvolvidas nos *softwares* de geometria dinâmica Tabulæ e GeoGebra, o que permitiu a exploração e a manipulação das figuras geométricas propostas, facilitando também a construção de figuras a partir de suas propriedades.

O Ambiente Virtual VMT foi o principal meio de Colaboração entre os alunos. O *chat* do VMT foi uma ferramenta importante para compartilhar ideias, discutir o entendimento dos enunciados, partilhar as experiências anteriores sobre o assunto abordado e determinar o encadeamento de raciocínios e saberes que levariam à solução das atividades. De forma geral, as atividades buscaram proporcionar aprendizagem matemática por meio da interação possibilitada pela colaboração.

A elaboração da justificativa e da resposta escrita foi um outro momento de troca de ideias que também proporcionou aprendizado. Muitas vezes, o processo de escrever a justificativa e a resposta representou grande dificuldade para alguns alunos. Quando eles discutiram a possível resposta e a explicaram ao colega, eles tiveram que verbalizar as ideias e tiveram que se fazer compreender pelos outros componentes. Esse processo aprimorou a escrita matemática e fez que os componentes do grupo se apropriassem do conhecimento e também de um discurso próprio da Matemática.

Cada atividade teve dinâmica própria para colaboração, de acordo com o que ela propunha e com a forma como os componentes dos grupos se articularam.

Assim, uma atividade que propôs uma exploração diferiu de outra em que os participantes deveriam realizar construções geométricas, bem como de situações em que deveriam justificar suas respectivas respostas.

Pudemos verificar que as habilidades individuais, as experiências de cada componente do grupo e a forma como cada um lidou com as características das atividades também influenciou e enriqueceu o processo de colaboração.

Além de interessante do ponto de vista acadêmico, foi possível observar os alunos entusiasmados e motivados para obterem suas próprias soluções, o que foi muito gratificante. Alguns alunos que não eram tão interessados em aprender Matemática mostraram ter desenvolvido significativamente esse tipo de pensamento. Vale ressaltar ainda que esse trabalho teve reflexo positivo nas aulas cotidianas, e alguns alunos superaram parte do medo que tinham pela Matemática e passaram a participar mais nas aulas da disciplina.

A professora/pesquisadora desta dissertação destaca a importância deste curso de mestrado em sua vida profissional: foi um ponto de partida para muitas outras pesquisas. Futuramente essas atividades podem ser adaptadas e diversificadas para aplicação no cotidiano escolar, podendo ser utilizadas para a introdução de conteúdos.

Acreditamos que esta dissertação apresenta uma grande contribuição na proposta de atividades para Ambiente Virtual Colaborativo, voltado para alunos do Ensino Fundamental, pois essas investigações são mais comuns no Ensino Superior. O desenvolvimento dessas atividades mostrou que é possível desenvolver a colaboração com alunos da Educação Básica. Esperamos, assim, que nossa pesquisa indique caminhos para as práticas escolares na Educação Básica e para futuras pesquisas relacionadas ao ensino da Matemática.

REFERÊNCIAS

ALEXANDRINO, M. C. *Uma Breve Reflexão sobre a Aprendizagem Colaborativa*, 2013. Disponível em: http://colaboracaoemeducacaohoje.blogspot.com.br/2013/05/uma-breve-reflexao-sobre-aprendizagem.html. Acesso em 20 de dezembro de 2014.

BARBOSA, A. C. M. *Transformações no plano: alunos do ensino médio interagindo em ambiente colaborativo virtual*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. São Paulo: UNIAN, 2014.

BRASIL MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais para Ensino Fundamental. Matemática*.v.3. Brasilia:MEC/SEB, 1997.

CAMPOS, F C. A, SANTORO, F. M., BORGES, M. R. S e SANTOS, N. Cooperação e aprendizagem on-line. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

DANTE, L.R. *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. 2ªed. São Paulo: Ática, 1998

Dicionário online de Português. Disponível em: http://www.dicio.com.br/problema/. Acesso em 20 de setembro de 2014.

KANTOWSKI, M. G. *Some thoughts on teaching for problem solving*. In R. E. Reys (Ed.), Problem solving in school mathematics. Reston, VA: NCTM, 1980.

KENSKI, V. M. *Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação*. Campinas: Papirus, 2007.

LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. *Resolução de problemas no ensino de matemática*. Recife: Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004.

MEDEIROS, F., TEDESCO, P. e GOMES, A. *Arquiteturas de Suporte à Aprendizagem Colaborativa Sensível ao Contexto*. RECIFE: Anais do terceiro simpósio Hipertextos e Tecnologias na Educação, 2010. Disponível em: https://www.ufpe.br/nehte/simposio/anais/Anais-Hipertexto-2010/Francisco-Medeiros&Patricia-Tedesco&Alex-Gomes.pdf. Acesso em 15 de novembro de 2014.

NCTM. *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. (Tradução portuguesa do original em inglês de 1989). Lisboa: APM & IIE, 1991.

POLYA, G. Como resolver problemas. Lisboa: Gradiva, 2003.

POWELL, A. B. *Capturing, examining, and responding to mathematical thinking through writing*. Pythagoras, n., p.3-8. Association for Mathematics Education of South Africa, 2001. Disponível em http://andromeda.rutgers.edu/~powellab/. Acesso em 13 de outubro de 2013.

RIPPER A. V. *O preparo do professor para as novas tecnologias*. In: Informática em Psicopedagogia - Vera Barros de Oliveira (organizadora). São Paulo: SENAC São Paulo, 1996.

RODRIGUES, A. e MAGALHÃES, S. C. *A Resolução de Problemas nas Aulas de Matemática: diagnosticando a prática pedagógica.* Disponível em http://www.feol.com.br/revista/index.php/R1/article/download/11/14. Acesso em 13 de agosto de 2014.

SANTOS, L. *A prática lectiva como actividades de resolução de problemas: um estudo com três professores do ensino secundário*. Tese de Doutorado em Educação. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2000.

SCHOENFELD, A. H. *Mathematical problem solving*. Nova York: Academic Press, 1985.

STAHL, G., KOSCHMANN, T. e SUTHERS, D. *Computer-supported collaborative learning: An historicalperspective*. In R. K. Sawyer (Ed.), Cambridge handbook of the learning sciences (pp. 409-426). Cambridge: Cambridge University Press, 2006.

TAYLOR, R. P. The Computer in the School: Tutor, Tool, Tutee. New York: Teachers College Press, 1980.