UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
MESTRADO PROFISSIONALEM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

O ENSINO DE DETERMINANTES E MATRIZES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

DAIANE SILVA TONEL DANTAS

Rio de Janeiro - RJ

Julho de 2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

DAIANE SILVA TONEL DANTAS

Rio de Janeiro - RJ

Julho de 2016

O ENSINO DE DETERMINANTES E MATRIZES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

DAIANE SILVA TONEL DANTAS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT, do Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria Aguieiras Alvarez de Freitas.

Rio de Janeiro - RJ

2016

CIP - Catalogação na Publicação

D192e

Dantas, Daiane Silva Tonel
O Ensino de Determinantes e Matrizes na Educação Básica / Daiane Silva Tonel Dantas. -- Rio de Janeiro, 2016.
147 f.

Orientador: Maria Aguieiras Alvares de Freitas.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2016.

1. Derteminantes. 2. Matrizes. 3. Currículos do Ensino Médio. 4. O Ensino de Determinantes e Matrizes no Brasil. 5. Enem. I. Freitas, Maria Aguieiras Alvares de , orient. II. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UFRJ com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

O Ensino de Determinantes e Matrizes na Educação Básica

Dissertação Submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 28 de julho de 2016

Maria Aguieiras Alvarez de Freitas, D.Sc.

Instituto de Matemática - UFRJ

Marisa Beatriz Bezerra Leal, D.Sc.

Instituto de Matemática – UFRJ

Helvecio Rubens Crippa, D.Sc.

Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Rio de Janeiro - RJ

2016

AGRADECIMENTOS:

Em primeiro lugar, a Deus por permitir que tudo isso virasse realidade.

À orientadora Maria Aguieiras pela valiosa orientação e incentivo ao longo desses anos. Sempre disposta a ajudar e sendo um exemplo de profissional a ser seguido. Obrigada por me trazer sempre para a realidade.

Aos professores que ministraram aulas no PROFMAT, obrigada pela troca de experiências e formação.

À professora Marisa Leal pela amizade, conselhos e formação. Obrigada por me incentivar sempre.

Aos colegas de turma pelos estudos e todas as sextas que passamos juntos. Deveríamos fazer o Doutorado juntos!

Aos meus queridos familiares: Marido, Pai, Mãe e Irmãs pelo apoio incondicional que sempre me deram em todos os momentos.

À minha filhinha Valentina que me faz querer vencer o mundo.

Aos meus colegas professores de todas as áreas que sempre torcem por mim.

Ao PROFMAT e UFRJ por me proporcionar tal experiência.

À CAPES pela bolsa para esta formação.

RESUMO

Este trabalho discute as relações existentes entre os conteúdos de Determinantes e Matrizes e a abordagem desses no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Para isso, apresenta um breve histórico da trajetória do ensino desses assuntos na Educação Básica, fazendo um comparativo da aplicação destes assuntos no ENEM e em alguns vestibulares independentes. Além disso, faz-se uma análise dos materiais didáticos utilizados, como está o currículo atual do ensino médio e uma nova proposta para uma base curricular comum.

Palavras chave: Determinantes, Ensino médio, Matrizes.

ABSTRACT

This paper discusses the relationship between the contents of determinants and matrices and the approach of those in the National High School Exam (ENEM). For this, presents a brief history of the trajectory of the teaching of these subjects in basic education, making a comparative application of these issues in the ENEM and some independent entrance exams. In addition, it is an analysis of the teaching materials used, as is the current curriculum of high school and a new proposal for a common curriculum base.

Key words: Determinants, High School, Matrices.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Minhas indagações a respeito de um tema para desenvolver meu trabalho de conclusão de curso me fizeram pensar e repensar em um assunto que fosse pertinente ao cenário do ensino de matemática hoje no Brasil.

O objetivo deste trabalho é fazer uma reflexão sobre o ensino de matemática na Educação Básica, em particular sobre os assuntos Determinantes e Matrizes.

Quando iniciei minha carreira no magistério no ano de 2001, minhas primeiras turmas eram turmas preparatórias para algum concurso: o antigo vestibular e as escolas militares. Na maioria das vezes os assuntos eram apresentados simplesmente para que os alunos reproduzissem uma resolução e assim acertassem uma questão de prova. E foi assim que vivi durante anos e anos sem que fosse questionada sobre o porquê e qual a necessidade de estudar certos assuntos. Durante muitos anos trabalhei conteúdos sem qualquer tipo de questionamento sobre seu contexto histórico, sua necessidade e aplicabilidade na vida dos alunos, os quais reproduzem o ensinado sem saber ao certo o que estão fazendo.

Hoje, minha realidade de trabalho é o Ensino Médio da Rede Estadual do Rio de Janeiro. Eu trabalho com turmas de 2°ano e 3°ano. Temos uma grande diversidade de alunos em vários aspectos, tanto em relação a conhecimento prévio quanto em relação à vontade de querer seguir com seus estudos. Sem contar com a rotatividade de alunos. Às vezes, recebo um aluno de outro estado que chega “de paraquedas” em minha aula, pois aquilo que estava estudando na outra escola é completamente diferente daquilo que estamos estudando.

Diante dessa minha realidade, atualmente, eu faço questionamentos sobre aquilo que estou ensinando, sua importância e como estou fazendo. Há questionamentos também por parte dos alunos. Os que desejam ingressar no Ensino Superior questionam a necessidade de estudar assuntos que não "caem" na prova do Enem e os que apenas querem "terminar os estudos" alegam não ver necessidade, já que "não usarão isso na vida".

Acredito que o ensino de matemática no Ensino Médio não tem como objetivo formar matemáticos, mas deveria contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico e das capacidades de analisar e compreender o mundo, possibilitando aos alunos fazerem escolhas mais concretas em sua vida profissional.

Os assuntos Determinantes e Matrizes são trabalhados em geral no 2° ano do Ensino Médio ou, às vezes, nem são. Assim, venho pensando nesses últimos anos sobre a prova do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), questionando a maneira como são ensinados os Determinantes e as Matrizes, que na maioria das vezes não são compreendidos nem relacionados com outras áreas, e assim, se tornam isolados e sem sentido.

D' Ambrósio (1976, p.35) dizia que:

> A preocupação maior no ensino da Matemática está em levar ao conhecimento dos alunos uma série de algoritmos, fórmulas e símbolos, sem que fique explícito para que servem, onde serão usados. Não há pois uma preocupação maior em integrar os conteúdos com outras áreas do conhecimento.

E também agrego tudo isso ao questionamento por parte dos alunos sobre a necessidade de estudar um assunto que não consta diretamente no edital do ENEM, ou seja, muitos assuntos que fazem parte do currículo do Ensino Médio estão sendo "esquecidos" por conta do ENEM.

É dessa maneira que dou início ao meu trabalho, apresentando no primeiro capítulo uma breve história de "Determinantes e Matrizes" me baseando no livro *História da Matemática* de Carl B. Boyer, buscando apresentar uma contextualização histórica do assunto e dando sequência cronológica ao meu trabalho.

No segundo capítulo, baseada em autores como Ângela Miorim, Bruno Alves Dassie e Wagner Rodrigues Valente, apresento como se deu o ensino de Determinantes e Matrizes na história da educação brasileira chegando até a criação do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), destacando importantes reformas no ensino, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) e a influência desses para o ensino de Determinantes e Matrizes na Educação Básica.

No terceiro capítulo apresento o ENEM, seu edital e alguns dados do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) para apresentar algumas reflexões sobre as matrizes de referências do ENEM no atual cenário escolar. Faço também uma análise de dois vestibulares independentes, UERJ e USP, e a incidência dos assuntos Determinantes e Matrizes nesses exames.

Já no quarto capítulo apresento os currículos atuais do Ensino Médio dos estados brasileiros, não tendo como objetivo apresentar uma proposta metodológica para o ensino, e sim, observar as propostas de ensino e verificar a disparidade em relação à falta de um texto único para todas as regiões do Brasil.

No quinto capítulo apresento a análise de quatro livros didáticos de matemática do ensino médio, mostrando como os assuntos são trabalhados, utilizando como referencial não somente os livros didáticos, mas também documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e as Orientações Curriculares Nacionais (OCN's).

O sexto e último capítulo traz uma novidade, que é a futura BNCC (Base Nacional Curricular Comum), que está sendo divulgada no site do MEC (Ministério da Educação e Cultura) com o objetivo de unir ideias da comunidade escolar, da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), apresentando a proposta para o futuro do ensino de Determinantes e Matrizes.

1. HISTÓRIA DOS DETERMINANTES E MATRIZES:

Neste primeiro capítulo faço um breve apanhado histórico, mostrando a evolução dos assuntos Determinantes e Matrizes com o passar do tempo. Acredito que a história da matemática possa de maneira positiva, contribuir e facilitar o processo de aprendizagem.

> É importante entender a história da Matemática no contexto da prática escolar como componente necessário de um dos objetivos primordiais da disciplina, qual seja, que os estudantes compreendam a natureza da Matemática e sua relevância na vida da humanidade. A abordagem histórica deve vincular as descobertas matemáticas aos fatos sociais e políticos, às circunstâncias históricas e às correntes filosóficas que determinaram o pensamento e influenciaram o avanço científico de cada época. A história da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos. A história deve ser o fio condutor que direciona as explicações dadas aos porquês da Matemática. Assim, pode promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais. (MIGUEL & MIORIM, 2004).

Segundo Boyer (1974), por volta de 200 a.C., o livro *Nove Capítulos sobre a Arte Matemática,* que foi escrito durante a dinastia Huan (202 a.C.), contém o primeiro exemplo conhecido da ideia de matriz, ao resolver um problema que recaía em um sistema linear.

> A autoria do clássico é desconhecida, mas a hipótese mais aceita é que ele foi composto por diversos autores, concentrando o conhecimento matemático da época. Ele é datado do início do primeiro século da era cristã, sob a Dinastia Han, mas a edição mais antiga conhecida é a do século XII. (BERTOLINI, 2004).

Os chineses gostavam de diagramas, por isso não é surpreendente que o primeiro registro de um quadrado mágico tenha aparecido lá.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Figura 1 – Quadrado Mágico
Fonte: Livro: A matemática na escola

A preocupação com esses diagramas levou o autor Liu Hui (220 a.C.) de os Nove Capítulos a resolver o sistema de equações lineares:

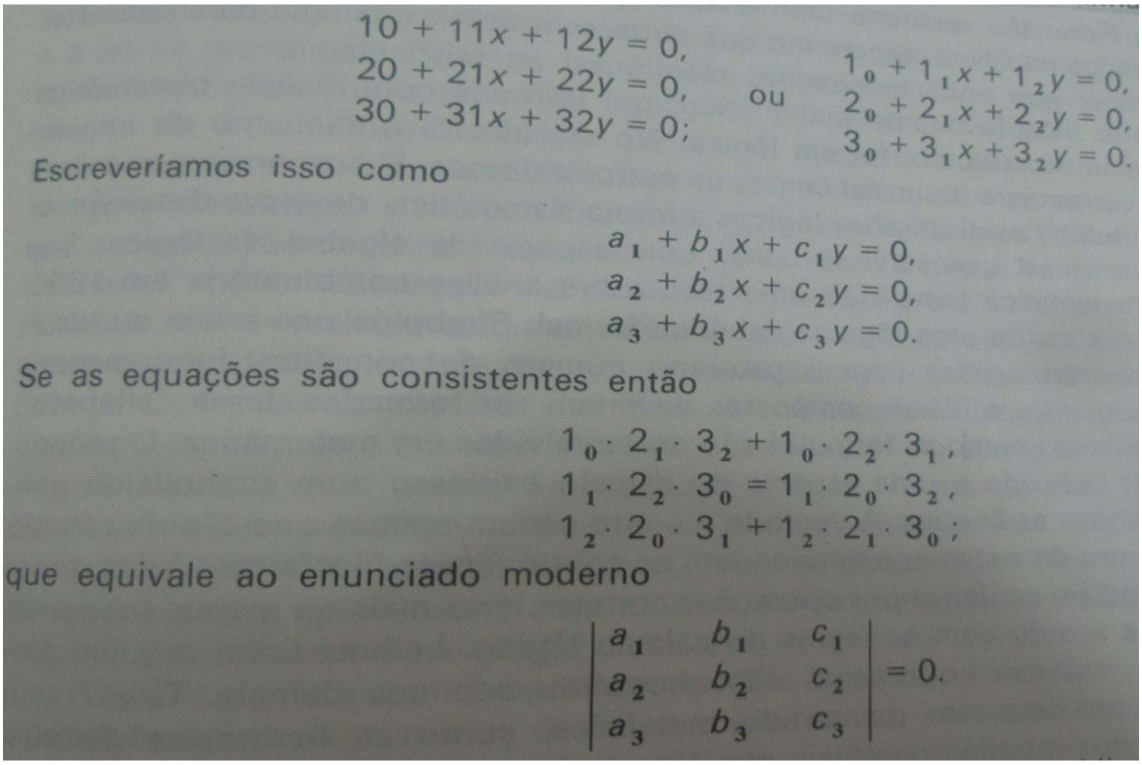
$3x+2y+z=39$

$2x+3y+z=34$

$x+2y+3z=26$

Efetuando-se operações sobre as colunas na matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{bmatrix}$, podemos reduzir, obtendo a matriz $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 36 & 1 & 1 \\ 99 & 24 & 39 \end{bmatrix}$, da qual podemos obter as equações $36z=99$, $5y+z=24$ e $3x+2y+z=39$ através dos quais serão facilmente calculados os valores de x,y e z.

O método de Determinantes surgiu inicialmente no Ocidente, sendo atribuído à Leibniz. Em 1693, Leibniz escreveu para L´Hospital que usava números indicando linhas e colunas num conjunto de equações simultâneas. Porém, isto só foi publicado em 1850 e teve que ser redescoberto mais de meio século depois.



$$\begin{aligned} 10 + 11x + 12y &= 0, \\ 20 + 21x + 22y &= 0, \\ 30 + 31x + 32y &= 0; \end{aligned} \quad \text{ou} \quad \begin{aligned} 1_0 + 1_1x + 1_2y &= 0, \\ 2_0 + 2_1x + 2_2y &= 0, \\ 3_0 + 3_1x + 3_2y &= 0. \end{aligned}$$

Escreveríamos isso como

$$\begin{aligned} a_1 + b_1x + c_1y &= 0, \\ a_2 + b_2x + c_2y &= 0, \\ a_3 + b_3x + c_3y &= 0. \end{aligned}$$

Se as equações são consistentes então

$$\begin{aligned} &1_0 \cdot 2_1 \cdot 3_2 + 1_0 \cdot 2_2 \cdot 3_1, \\ &1_1 \cdot 2_2 \cdot 3_0 = 1_1 \cdot 2_0 \cdot 3_2, \\ &1_2 \cdot 2_0 \cdot 3_1 + 1_2 \cdot 2_1 \cdot 3_0; \end{aligned}$$

que equivale ao enunciado moderno

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Figura 2 – Sistemas lineares- Conteúdo da Carta de Leibniz para L´Hospital
Fonte: Livro: Boyer, página 297

Em 1750, Gabriel Cramer (1704-1752), publicou a regra de Cramer que já era conhecida por Maclaurin (1698-1746) desde 1729. Mas esta só teria sido publicada dois anos após a morte de Maclaurin em 1748.

Assim, a solução para y, no sistema $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$ é dada por y=$\frac{af-dc}{ae-db}$.

E a solução para z no sistema $\begin{cases} ax + by + cz = m \\ dx + ey + fz = n \\ gx + hy + kz = p \end{cases}$ é dada por z= $\frac{aep-ahn+dhm-dbp+gbn-gem}{aek-ahf+dhc-dbk+gbf-gec}$.

Segundo Boyer (1974):

> Maclaurin explicava que o denominador consiste, no primeiro caso, da "Diferença dos Produtos dos Coeficientes opostos tirados das Ordens que envolvem as duas quantidades incógnitas", e, no segundo caso "de todos os produtos que podem ser formados de três Coeficientes opostos tirados das Ordens que envolvem as três Quantidades desconhecidas". (Ele

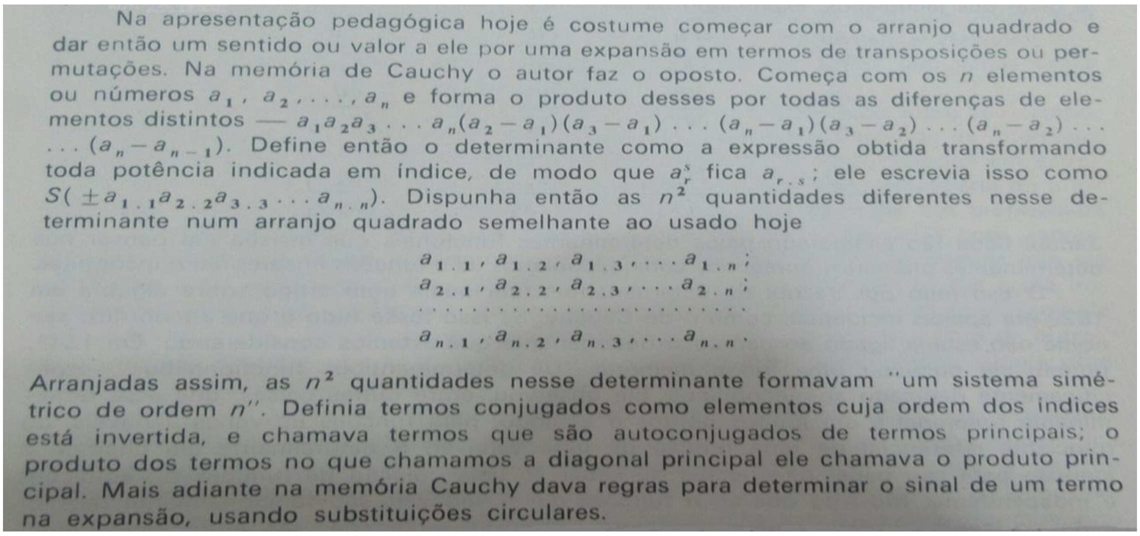
> explicara antes que chamaria quantidades "de mesma ordem as que são ligadas às mesmas Quantidades desconhecidas nas diferentes Equações... e aquelas que não afetam Quantidades desconhecidas. Mas são chamados Coeficientes opostos os que são tomados cada um de uma Equação diferente, e de uma ordem diferente de Coeficientes"). Os numeradores nos esquemas de Maclaurin diferem dos denominadores apenas pela substituição dos coeficientes dos termos na incógnita procurada pelos termos constantes. Maclaurin explicava como escrever de modo semelhante a solução para quatro equações em quatro incógnitas, "antepondo sinais contrários aos que envolvem os Produtos de dois Coeficientes opostos". (MACLAURIN, 1748 apud BOYER et al., 1974, p.317).

Em um artigo publicado em 1775 chamado *Solutions analytiques de quelques problèmes sur lês pyramides triangulaires*, Lagrange apresenta formas compactas[1] para o cálculo da área de um triângulo e o volume de um tetraedro, utilizando Determinantes. Lagrange destaca que essas soluções são puramente analíticas e que podem ser entendidas mesmo sem figura.

A história dos Determinantes apresenta partes na China antiga, em trabalhos de Leibniz e de Lagrange como vimos anteriormente. Mas é no século XIX que o seu desenvolvimento foi continuado, através de um trabalho de Cauchy em 1812.

---

[1] Área do triângulo: $\frac{1}{2!}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$ Área do tetraedro: $\frac{1}{3!}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}$



Na apresentação pedagógica hoje é costume começar com o arranjo quadrado e dar então um sentido ou valor a ele por uma expansão em termos de transposições ou permutações. Na memória de Cauchy o autor faz o oposto. Começa com os n elementos ou números $a_1, a_2, \ldots, a_n$ e forma o produto desses por todas as diferenças de elementos distintos — $a_1a_2a_3 \ldots a_n(a_2-a_1)(a_3-a_1)\ldots(a_n-a_1)(a_3-a_2)\ldots(a_n-a_2)\ldots \ldots(a_n-a_{n-1})$. Define então o determinante como a expressão obtida transformando toda potência indicada em índice, de modo que a_r^s fica $a_{r.s}$; ele escrevia isso como $S(\pm a_{1.1}a_{2.2}a_{3.3}\ldots a_{n.n})$. Dispunha então as n^2 quantidades diferentes nesse determinante num arranjo quadrado semelhante ao usado hoje

$$
\begin{array}{l}
a_{1.1}, a_{1.2}, a_{1.3}, \ldots a_{1.n}; \\
a_{2.1}, a_{2.2}, a_{2.3}, \ldots a_{2.n}; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_{n.1}, a_{n.2}, a_{n.3}, \ldots a_{n.n}.
\end{array}
$$

Arranjadas assim, as n^2 quantidades nesse determinante formavam "um sistema simétrico de ordem n". Definia termos conjugados como elementos cuja ordem dos índices está invertida, e chamava termos que são autoconjugados de termos principais; o produto dos termos no que chamamos a diagonal principal ele chamava o produto principal. Mais adiante na memória Cauchy dava regras para determinar o sinal de um termo na expansão, usando substituições circulares.

Figura 3 – Definição de determinantes pro Cauchy (1812)
Fonte: Livro: Boyer, página 377

Este trabalho de 1812 não foi seu único trabalho sobre o assunto de Determinantes. Em um trabalho de 1815 sobre propagação de ondas, ele aplicou a linguagem dos Determinantes para o cálculo do volume de um paralelepípedo e usou a notação dos Determinantes a derivadas parciais, simplificando a notação. Esta notação simplificada apresenta o que hoje chamamos de o "Jacobiano" de x,y,z em relação a a,b,c:

$$S\left(\pm\frac{dx}{da}\frac{dy}{db}\frac{dz}{dc}\right) = 1$$

Somente em 1829 Jacobi usou pela primeira vez os Determinantes que levam seu nome. Publicando um artigo em que fazia uso amplo e geral dos jacobianos, exprimindo-os de forma mais moderna do que Cauchy:

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \qquad \frac{\partial u}{\partial x_1}, \qquad \frac{\partial u}{\partial x_2}, \qquad \cdots \quad \frac{\partial u}{\partial x_{n-1}};$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x}, \qquad \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \qquad \frac{\partial u_1}{\partial x_2}, \qquad \cdots \quad \frac{\partial u_1}{\partial x_{n-1}};$$

$$\frac{\partial u_{n-1}}{\partial x}, \qquad \frac{\partial u_{n-1}}{\partial x_1}, \qquad \frac{\partial u_{n-1}}{\partial x_2}, \qquad \cdots \quad \frac{\partial u_{n-1}}{\partial x_{n-1}};$$

Em 1841, ele publicou uma longa memória *"De determinantibus functionalibus"*, especificamente sobre os jacobianos.

Em 1843 Cayley iniciou a geometria analítica ordinária do espaço *n*-dimensional, usando Determinantes como instrumento essencial. Ele notou que o correspondente *(n-1)* – dimensional no espaço a *n* dimensões pode ser expresso em coordenadas homogêneas por um determinante de ordem (*n+1)*. Ele também foi um dos primeiros a estudar Matrizes.

Um ano depois Hermann Grassmann (1809-1877) tentava construir um cálculo de "grandezas extensivas" com um número indefinido de elementos ou dimensões, porém encontrando pouca compreensão.

No mesmo século Augustin Louis Cauchy prova o teorema da multiplicação de Determinantes e dá novos resultados sobre o assunto, vale ressaltar que foi ele quem introduziu a ideia de Matrizes semelhantes e mostrou que elas possuem o mesmo polinômio característico.

> Cauchy, 1826, no contexto das formas quadráticas em *n* variáveis, encontrou os autovalores (valor próprio, valor característico) e deu resultados sobre a diagonalização de uma matriz. Além disso, ele introduziu a ideia de matrizes semelhantes e mostrou que elas possuem o mesmo polinômio característico. (SANTOS, 2002).

A partir de Cauchy outros matemáticos como Jacobi, Arthur Cayley e James J. Sylvester desenvolveram e sistematizaram definições e propriedades que são até hoje utilizadas, como por exemplo: Sylvester foi o primeiro a usar o termo matriz e a definiu como um arranjo retangular de termos; Cayley apresentou a inversa de uma matriz e criou a notação usual – um quadrado de números com duas barras.

A Sylvester está ligado o método para eliminar uma incógnita entre duas equações polinomiais: multiplica-se uma ou ambas as equações pela incógnita a ser eliminada, repetindo o processo até que o número total de equações seja uma unidade maior que o número de potências da incógnita.

Sylvester via as Matrizes como ingrediente dos Determinantes: *"... um bloco retangular de termos... o que não representa um determinante, mas é como se fosse uma MATRIZ a partir da qual podemos formar vários sistemas dx e Determinantes, ao fixar um número p e escolher à vontade p linhas e p colunas..."* (artigo publicado na Philosophical Magazine de 1850, pág 363-370).

Assim, quando os matemáticos dos séculos XVIII e XIX passaram a investigar a Teoria das Formas Quadráticas, foram descobertos a maioria dos resultados básicos da Teoria das Matrizes. Um importante resultado desse período foi o teorema de Hamilton- Cayley (1858) sobre equação característica escrita como $|M-kI|=0$, onde as barras representam um determinante e M a matriz dos coeficientes da forma quadrática $Ax^2+2Bxy+Cy^2$. Pode-se dizer que a Teoria das Matrizes tem como mãe a Teoria das Formas Quadráticas, pois seus métodos e resultados básicos foram gerados através destas.

2. O ENSINO DE DETERMINATES E MATRIZES NO BRASIL:

Neste capítulo, pretendo fazer um breve relato sobre as principais mudanças ocorridas no ensino de matemática, desde a década de 1920, passando pelas reformas educacionais, apresentando como os assuntos Determinantes e Matrizes estavam inseridos neste contexto.

O referencial teórico usado nesta pesquisa foram os autores: Wagner Rodrigues Valente, Maria Ângela Miorim, Bruno Alves Dassie, Marcelo dos Reis Lopes e outros que venham a ser destacados no texto. Vale destacar também dois importantes grupos de trabalho reconhecidos na área de Educação Matemática, GHOEM (Grupo de História Oral e Educação Matemática) e GHEMAT (Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática).

O Colégio Pedro II foi o primeiro colégio de instrução secundária e desde sua criação foi referência para o ensino no Brasil. Durante décadas, o programa estabelecido pelo Colégio Pedro II foi referência nacional para outros estabelecimentos de ensino secundário.

> Em 1837, o ministro e secretário de Estado de Justiça e Interino do Império, Bernardo Pereira de Vasconcelos, inspirado na organização dos colégios franceses, criou a primeira escola secundária pública na cidade do Rio de Janeiro, o Colégio Pedro II. Pela primeira vez, foi apresentado um plano gradual e integral de estudos para o ensino secundário. (GUSSI, 2011).
>
> O ensino ministrado no Colégio era visto sempre como um modelo ou uma aspiração a ser atingida. Deve-se salientar que durante o Império o Colégio exerceu influência ainda que de forma indireta sobre seus congêneres; os demais colégios eram incentivados a adequar seus planos de estudo e programas de ensino, bem como, adotar os mesmos livros didáticos utilizados no Colégio de Pedro lI, principalmente a partir de 1854, quando os exames preparatórios passaram a ser realizados em conformidade com os programas daquela instituição. (VECHIA e LORENZ, 2004).

Segundo Valente (1999), em 1891, os programas do Colégio Pedro II, então escola de referência no Brasil, indicam a Álgebra de Serrasqueiro[2] para uso no Ginásio Nacional, tendo este material sido utilizado até , no mínimo, 1923. Neste material chamado "Tratado de Álgebra Elementar" o assunto de Determinantes é introduzido.

> A Álgebra de Serrasqueiro introduz novos temas para o ensino da Álgebra que estão presentes até hoje, na matemática secundária. São eles: teoria elementar dos determinantes e aplicação dos determinantes à resolução e discussão de um sistema de equações do primeiro grau. (VALENTE, 1730-1930, p.168).

O "Tratado de Álgebra Elementar" era um conjunto composto por cinco livros, sendo a teoria dos Determinantes contemplada no quinto livro intitulado: "*Determinantes. Sua aplicação a resolução e discussão das equações do primeiro grau".*

Neste material, a teoria dos Determinantes é definida utilizando a ideia de permutação, para aplicação à resolução e discussão das equações do primeiro grau. Neste momento, não se utiliza ainda o conceito nem a representação de Matrizes.

---

[2] José Adelino Serrasqueiro: professor e publicista, nascido em Castelo Branco (Portugal) em 1835. Bacharel formado (1880) em Medicina e Filosofia pela Universidade de Coimbra, fez o curso com distinção e obteve vários prémios. Dedicou-se depois ao ensino particular. Foi sócio efetivo do Instituto de Coimbra e professor de Matemática no liceu da mesma cidade. Fonte: APM (Associação dos professores- Portugal).

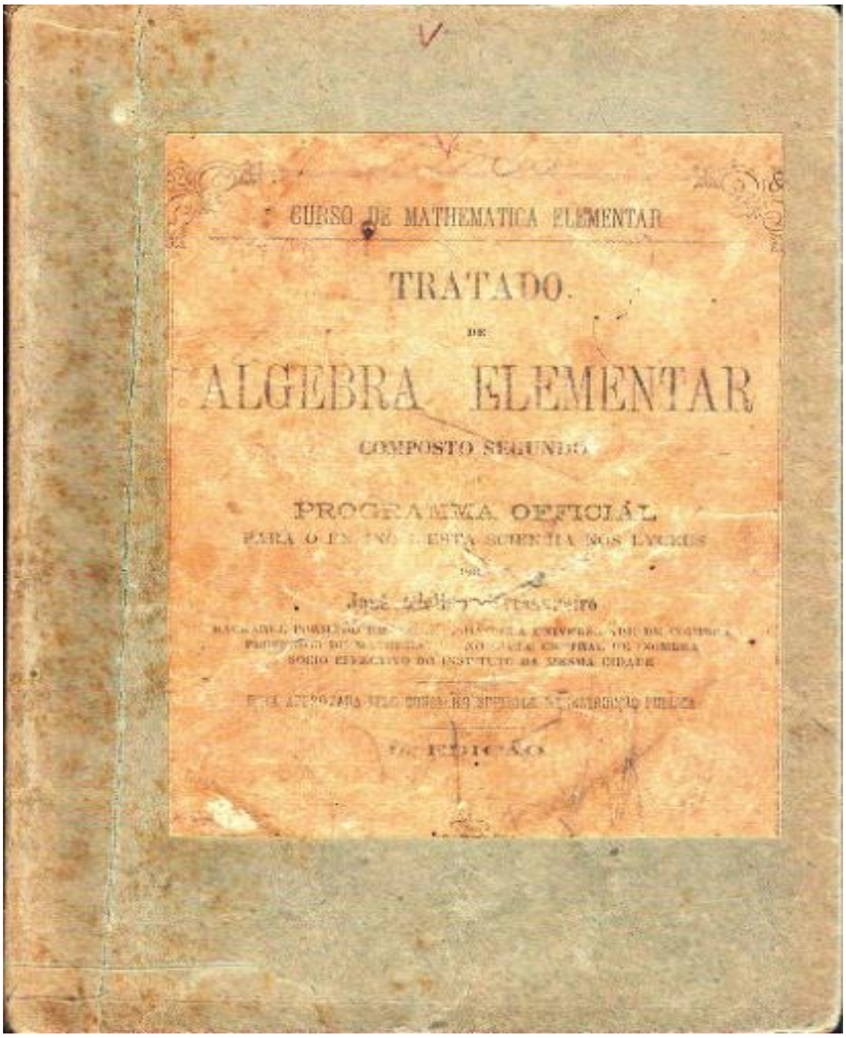
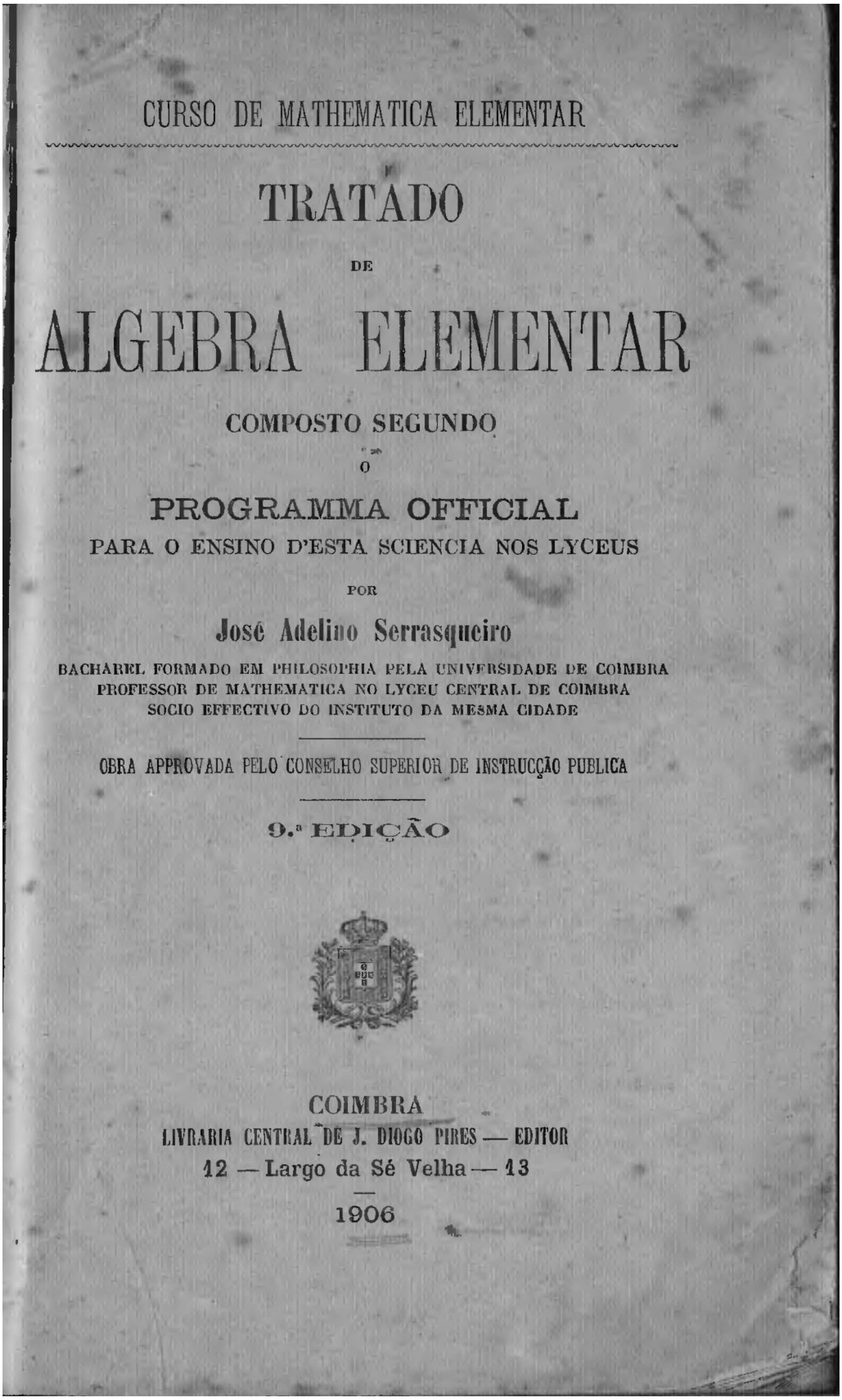


Figura 4 – Capa do livro de Tratado de Álgebra Elementar.
Fonte: Livro: Tratado de Álgebra Elementar



CURSO DE MATHEMATICA ELEMENTAR

TRATADO

DE

ALGEBRA ELEMENTAR

COMPOSTO SEGUNDO

O

PROGRAMMA OFFICIAL

PARA O ENSINO D'ESTA SCIENCIA NOS LYCEUS

POR

José Adelino Serrasqueiro

BACHAREL FORMADO EM PHILOSOPHIA PELA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
PROFESSOR DE MATHEMATICA NO LYCEU CENTRAL DE COIMBRA
SOCIO EFFECTIVO DO INSTITUTO DA MESMA CIDADE

OBRA APPROVADA PELO CONSELHO SUPERIOR DE INSTRUCÇÃO PUBLICA

9.ª EDIÇÃO

COIMBRA
LIVRARIA CENTRAL DE J. DIOGO PIRES — EDITOR
12 — Largo da Sé Velha — 13

1906

Figura 5 – Folha de rosto do livro de Tratado de Álgebra Elementar.
Fonte: Livro: Tratado de Álgebra Elementar

LIVRO QUINTO

DETERMINANTES. SUA APPLICAÇÃO Á RESOLUÇÃO E DISCUSSÃO DAS EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

CAPITULO I

Theoria elementar dos determinantes

§ 1.º Definições e principios geraes

369. As quantidades, que entram nas permutações, chamam-se *elementos* da permutação; e podem ser representadas por letras differentes, ou pela mesma letra affectada de indices differentes.

Quando os elementos são representados por letras differentes, podemos numa permutação qualquer comparar cada letra com cada uma das seguintes; e diz-se que duas letras formam um *desarranjo* ou uma *inversão*, quando se acham dispostas em ordem contraria á ordem alphabetica; e que numa permutação ha tantas inversões, quantos são os systemas de duas letras, que satisfazem áquella condição. Assim, na permutação *adcb* ha tres inversões: *dc*, *db*, *cb*.

Quando os elementos são representados pela mesma letra affectada de indices differentes, diz-se que dois elementos formam uma inversão, quando o primeiro indice é maior que o segundo. Assim, na permutação $a_2 a_3 a_1$, ha duas inversões: $a_2 a_1$, $a_3 a_1$.

As permutações, que contêm um numero par de inversões, chamam-se *permutações pares* ou *de primeira classe*; e as que contêm um numero impar de inversões, chamam-se *permutações impares* ou *de segunda classe*.

370. *Uma permutação muda de classe, quando se trocam*

*

Figura 6 – Página do livro de Tratado de Álgebra Elementar.
Fonte: Livro: Tratado de Álgebra Elementar

Segundo Dassie (2004), apesar das várias considerações sobre os programas de ensino da matemática para o Colégio Pedro II, no período de 1915 a 1928, os conteúdos são praticamente os mesmos. As grandes alterações ocorreram a partir de 1929, quando Euclides Roxo[3] propõe mudanças que transformaram a matemática Escolar no Brasil.

Inicialmente falaremos sobre alguns acontecimentos que influenciaram esse movimento liderado por Euclides Roxo. Tendo como referência o livro "Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil" de Wagner Rodrigues Valente.

Segundo Valente (2004), com a Revolução Industrial, no início do século XX, o papel da educação começou a ser questionado em alguns países da Europa Ocidental e nos Estados Unidos. Algumas mudanças no ensino passaram a ser necessárias devido ao comércio e a indústria, principalmente no ensino de matemática:

> Logo depois de 1900, ocorreram, em alguns países, iniciativas de reformas curriculares para as escolas secundárias nessa direção. Na Inglaterra, o movimento Perry procurou enfatizar métodos de ensino práticos; na Prússia, Felix Klein começou a forjar a ampla aliança que exigiria a reforma de toda a instrução matemática para que fosse orientada para o pensamento funcional. (SCHUBRING, 1999, p. 31)

Nesse mesmo período, a educação brasileira também passou a ter a necessidade de mudança do modelo colonial até então existente, pois o novo modelo urbano-industrial passou a exigir novas demandas da sociedade brasileira.

[3] Euclides de Medeiros Guimarães Roxo nascido em Aracajú, Sergipe, em 10 de dezembro de 1880. Em 1904, ingressa no Colégio Pedro II. A partir de 1915 torna-se professor substituto de Aritmética no mesmo colégio. Formou-se pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro em 1916 e, em 1919, assume a cátedra de matemática do Colégio Pedro II, substituindo Eugênio de Barros Raja Gabaglia, morto no mesmo ano. Em 1923, publica seu primeiro livro de circulação nacional intitulado *Lições de Arithmética* . Em 1925, Roxo é nomeado Diretor do externato do Colégio Pedro II. (Revista Iberoamericana de Educação Matemática- Março de 2005).

Em 1908 houve o IV Congresso Internacional de Matemática, em Roma, onde o Brasil só esteve como observador. Neste Congresso foi criada a Comissão Internacional de Instrução Matemática (conhecida como ICMI ou IMUK), com Felix Klein eleito presidente deste comitê, o qual tinha o objetivo de acompanhar as reformas curriculares.

Dessa forma, através desse primeiro projeto de internacionalização da matemática, iniciou-se o processo de reestruturação do ensino da matemática no Brasil, contando com a contribuição do diretor do Externato do Colégio Pedro II: Euclides Roxo. (MARQUES, 2005, P.18, 19)

Em 1927, Roxo propõe à Congregação do Colégio Pedro II a unificação dos três segmentos da matemática, cujo ensino até então era realizado separadamente: Aritmética, Álgebra e Geometria, assim como fez Felix Klein na Alemanha.

> O texto, assinado por mais de dois terços dos professores, propõe ao governo "modificar a distribuição das matérias do curso secundário, do seguinte modo: o estudo da aritmética, álgebra, geometria, trigonometria se fará sob a denominação única de matemática do1° ao 4° ano do curso" (VALENTE, 2004, p. 73).

A proposta feita por Euclides Roxo só foi aceita pelo Departamento Oficial de Ensino e pela Associação Brasileira de Educação em 1928 e oficializada em 1929. Neste mesmo ano as alterações começaram a ser feitas nos programas do 1º ano do ensino secundário. No ano seguinte foram aceitos novos programas para os dois anos iniciais, quando Roxo também lança um livro didático: "Curso de matemática elementar".

> O novo livro didático de matemática, escrito por Roxo, tinha assim a finalidade de objetivar a proposta de modernização do ensino no Brasil. A intenção principal era a da reestruturação da sequência de conteúdos a ensinar, visando a fusão dos vários ramos (aritmética, álgebra, geometria), até então separados. (VALENTE, 2004, p. 76).

Em 1930, foi criado o Ministério da Educação e da Saúde Pública, assumido por Francisco Campos. Através dele aconteceram mudanças estruturais no ensino brasileiro.

Euclides Roxo foi convidado por Francisco Campos para contribuir na elaboração da reforma do ensino brasileiro. Roxo organizou e redigiu tanto as instruções metodológicas quanto aos novos programas de matemática já utilizados no Colégio Pedro II. (MARQUES, 2005, p.29)

No dizer de Miorim (1998),

> o ministro "acatou, em sua reforma para o ensino secundário, todas as ideias modernizadoras presentes na proposta da congregação do Colégio Pedro II, na parte relativa ao ensino da Matemática". (MIORIM , 1998, apud VALENTE, 2004, p. 93).

Antes da Reforma Francisco Campos de 1930, a qual forneceu estrutura ao ensino da educação brasileira, havia uma clara evidência da ausência de uma política nacional de educação, pois o sistema educacional não tinha nenhuma articulação nos níveis estaduais e nacionais. Com a reforma, as propostas de Euclides Roxo deveriam ser implantadas em todo ensino secundário brasileiro.

Essa reforma discutiu durante anos como seriam dispostos os saberes escolares diante da fusão das matemáticas. Porém, nada foi alterado expressivamente sobre a abordagem da Teoria dos Determinantes.

A Reforma Francisco Campos estipulou uma divisão em dois ciclos para o ensino secundário: o primeiro com cinco anos de *Curso Fundamental* e o segundo com dois anos para os *Cursos Complementares*. Dessa forma o Colégio Pedro II passou a ser referência para os outros colégios oficiais. (RIBEIRO, 2006, p. 30)

Os Cursos Complementares serviam de introdução ou preparação aos cursos superiores escolhidos. Esses cursos tinham três programas: Curso Pré-Jurídico, Curso Pré-Médico e Curso Pré-Politécnico que estavam de acordo com a carreira escolhida: Direito; Engenharia e Arquitetura; Medicina, Odontologia e Farmácia.

Na Exposição dos Motivos da Reforma Francisco Campos nota-se que a finalidade do ensino secundário mudou de ser para a matrícula nos cursos superiores para a formação do homem para os grandes setores da atividade nacional.

Nas palavras de Francisco Campos:

> “A finalidade exclusiva do ensino secundário não há de ser a matrícula nos cursos superiores; o seu fim, pelo contrário, deve ser a formação do homem para todos os grandes setores da atividade nacional, construindo no seu espírito todo um sistema de hábitos, atitudes e comportamentos que o habilitem a viver por si mesmo e a tomar em qualquer situação as decisões mais convenientes e mais seguras” (DASSIE, 2001, p. 3).

Quando Gustavo Capanema tornou-se Ministro da Educação e Saúde do governo de Getúlio Vargas em 1934 houve uma nova tentativa de reformar o Ensino Secundário. Capanema propôs a elaboração de um Plano Nacional de Educação.

Porém, em 1937, quando o Plano Nacional de Educação estava pronto, baseado na contribuição e aceite de muitos envolvidos, Vargas dissolveu o Congresso e instaurou o Estado Novo. Após o Golpe, o Plano foi abandonado (DASSIE, 2001, p.50).

Com a implantação do Estado Novo, as mudanças na educação brasileira sofreram grande impacto. Mas algumas reformas ainda continuaram ocorrendo pela iniciativa do ministro da Educação Gustavo Capanema em 1942, pelas Leis Orgânicas do Ensino, que foram sendo completadas até 1946.

Na Reforma Capanema, o primeiro ciclo de ensino diminui para 4 anos e passou a se chamar *Ginásio* ou *Curso Ginasial* e o segundo ciclo que era composto pelos Cursos Complementares, passou a se chamar *Curso Colegial*, com duas opções de escolha: o curso *Clássico* e o curso *Científico*, ambos com duração de 3 anos.

Com a Reforma Gustavo Capanema (1942) havia várias instruções sobre conteúdos escolares. Mas, nada se fala sobre o ensino de Determinantes. Entretanto, o Pe. Arlindo Vieira[4] (em meados de 1942) pedia para que este fosse excluído do currículo do ensino secundário, mas Euclides Roxo (1943) defendia a permanência dizendo ser pré-requisito para os estudos em engenharia.

Pe Arlindo Vieira era um adversário de Euclides Roxo, ele lutava pela redução dos conteúdos de matemática, com sua campanha de valorização dos clássicos. Em carta dirigida ao ministro Capanema, sem data, afirma:

> Estudei atentamente os novos programas de matemática do colégio. Julgo que, se não forem eles grandemente simplificados, recairemos no mesmo enciclopedismo indigesto dos velhos programas; antes o mal ser agravado.
> Concluirão os alunos o curso numa lamentável confusão mental e irão assim criar-se sérias dificuldades para os professores das escolas superiores.
> Verifica-se a mesma preocupação da erudição, em detrimento da formação intelectual que é, como excelentemente declarou V.Ex., o fim precípuo do ensino secundário.
> Quem percorre tais programas há de crer necessariamente que os alunos terão uma aula diária de matemática e nem terão que dar conta de outras oito ou nove disciplinas. (VALENTE, 2004, p. 139).

Sobre especificamente à teoria dos Determinantes podemos acrescentar que como Capanema acatou todas as sugestões de Azevedo Amaral e de Euclides Roxo, os Determinantes permaneceram no currículo do ensino secundário.

---

[4] Pe Arlindo Vieira, na época , Reitor e professor do colégio Santo Inácio- RJ. Estudou no colégio de padres jesuítas em Itu e mais tarde no seminário em Botucatu. Foi ordenado Padre em 1920, ficando um ano na paróquia de Avaré. Fez o noviciado no convento Jesuíta em Nova Friburgo. Oito anos depois seguiu para Roma, onde aperfeiçoou seus conhecimentos na Universidade Gregoriana. De volta ao Brasil dedicou-se a educação, participando dos debates da reforma do ensino da matemática em 1930-1942.(ZETETIKÉ/UNICAMP- 1996)

Em 16 de março de 1943, foi expedida a Portaria Ministerial n° 177, onde a teoria dos Determinantes aparecia apenas na 2ª série do curso científico.

Seguem algumas imagens de livros didáticos (acervo GHEMAT) desse período em que a matemática passou a ser apresentada de forma única e não em "pacotes", evidenciando aqueles livros que contemplam o assunto de Determinantes em seus índices.

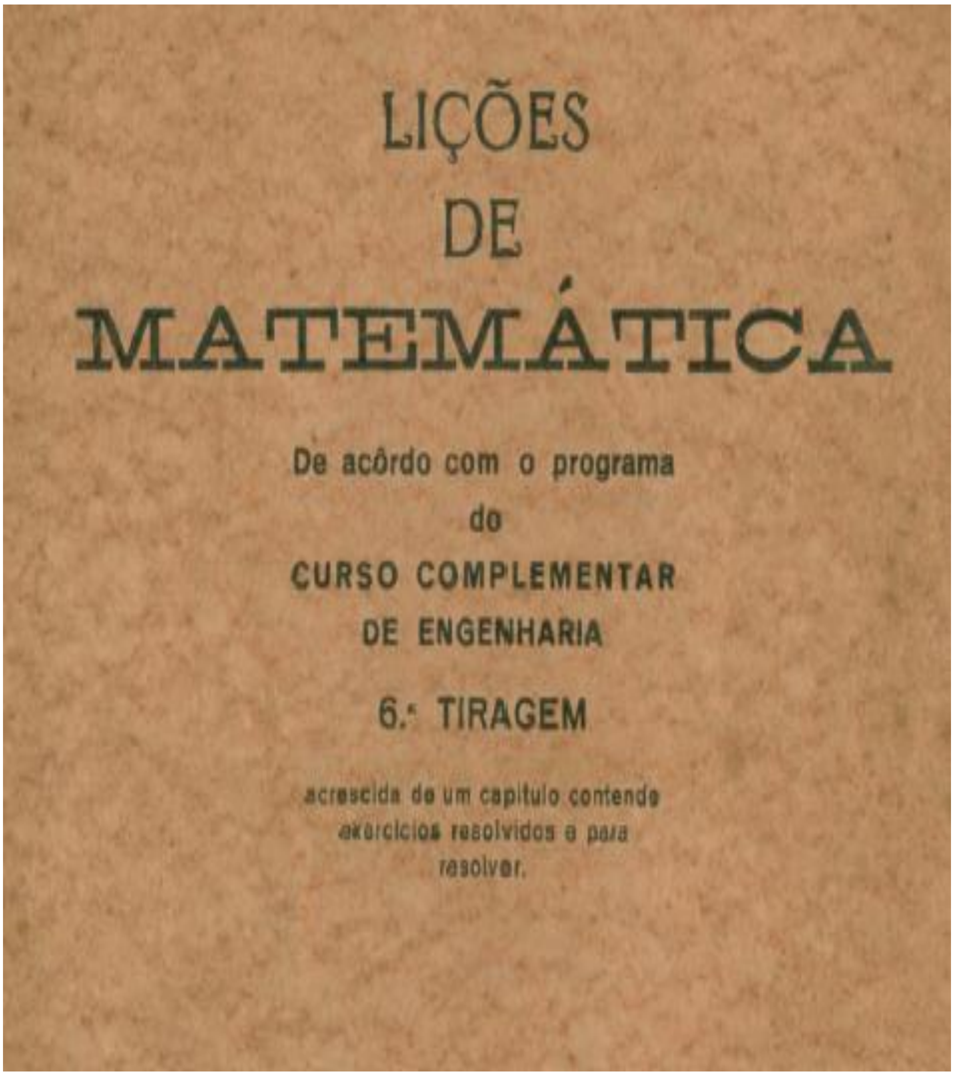
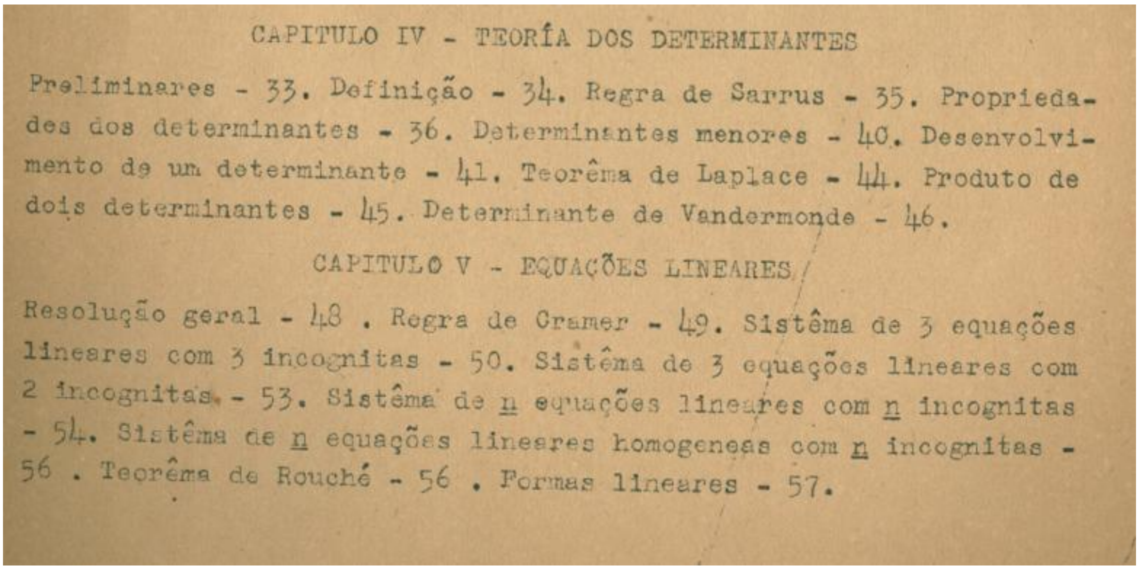


Figura 7 – Capa do livro de Thales Mello
Fonte: Livro: Lições de Matemática, 1938



CAPITULO IV - TEORÍA DOS DETERMINANTES

Preliminares - 33. Definição - 34. Regra de Sarrus - 35. Propriedades dos determinantes - 36. Determinantes menores - 40. Desenvolvimento de um determinante - 41. Teorêma de Laplace - 44. Produto de dois determinantes - 45. Determinante de Vandermonde - 46.

CAPITULO V - EQUAÇÕES LINEARES

Resolução geral - 48. Regra de Cramer - 49. Sistêma de 3 equações lineares com 3 incognitas - 50. Sistêma de 3 equações lineares com 2 incognitas - 53. Sistêma de n equações lineares com n incognitas - 54. Sistêma de n equações lineares homogeneas com n incognitas - 56. Teorêma de Rouché - 56. Formas lineares - 57.

Figura 8 – Índice do livro de Thales Mello
Fonte: Livro: Lições de Matemática, 1938

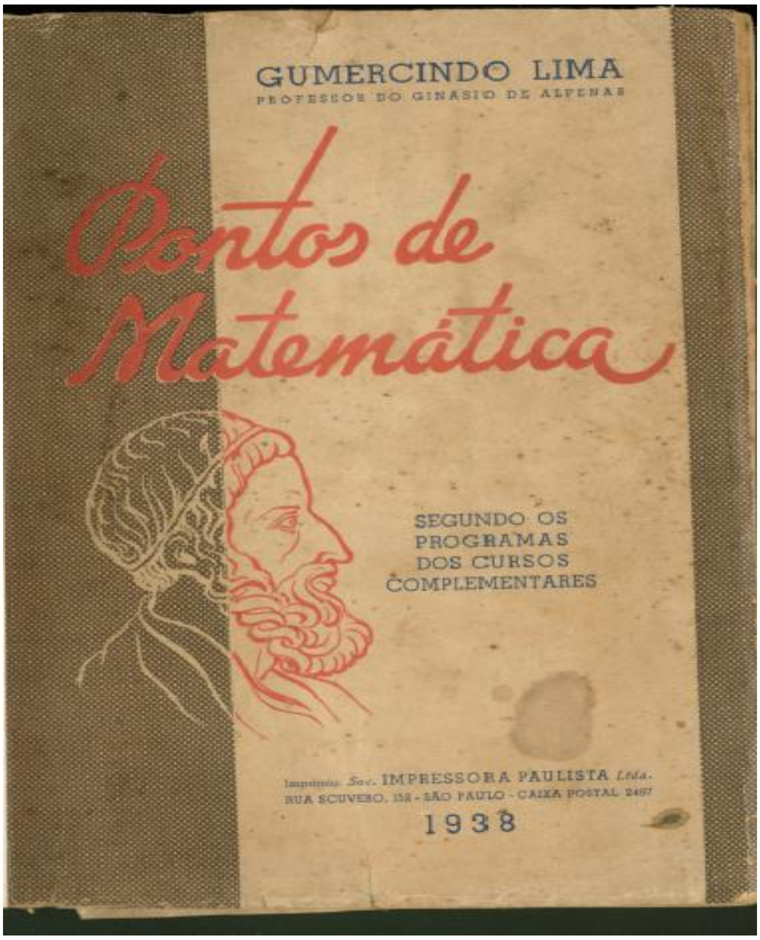
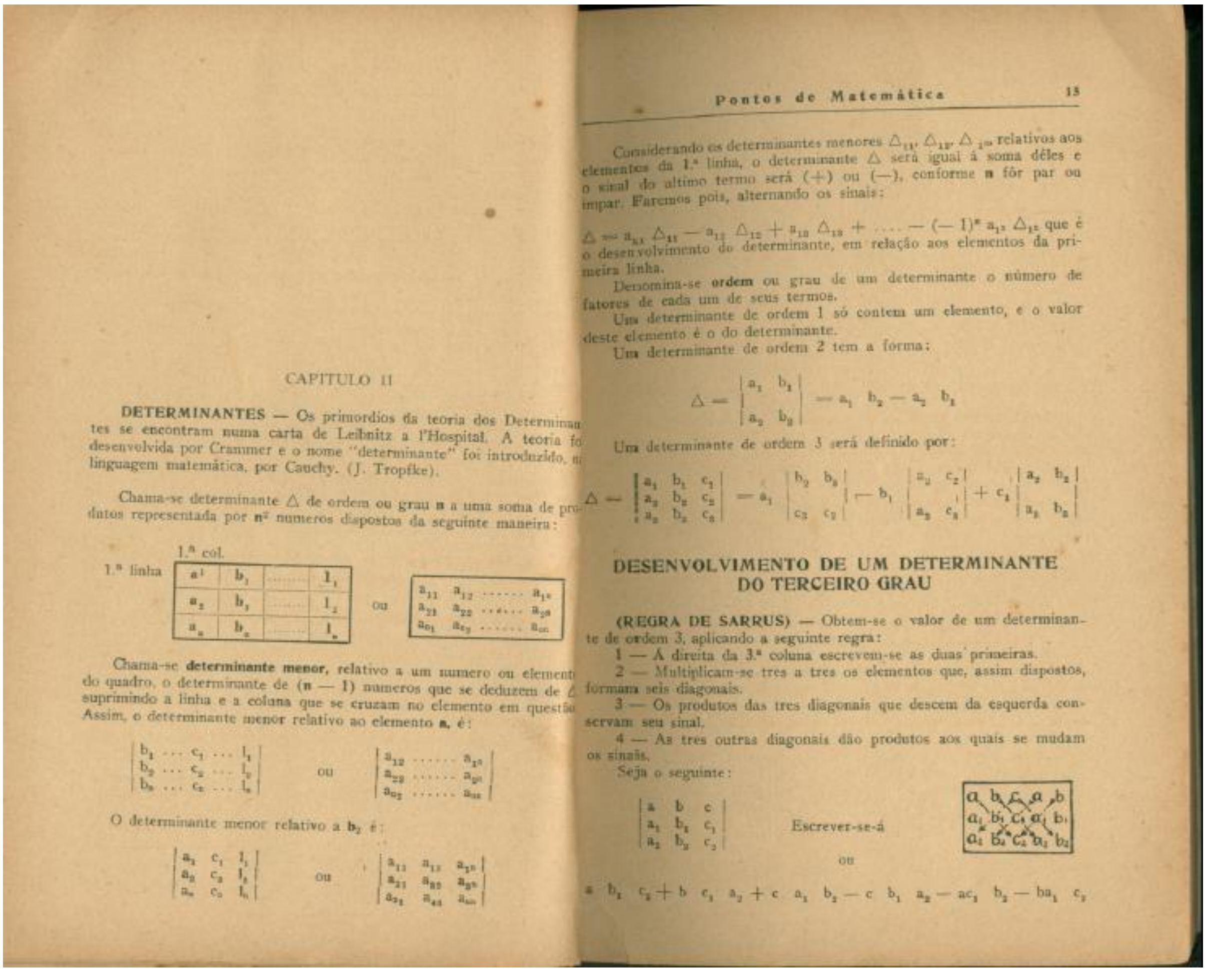


Figura 9 – Capa do livro de Gumercindo Lima
Fonte: Livro: Pontos de Matemática, 1938



CAPITULO 11

DETERMINANTES — Os primordios da teoria dos Determinantes se encontram numa carta de Leibnitz a l'Hospital. A teoria foi desenvolvida por Crammer e o nome "determinante" foi introduzido, na linguagem matemática, por Cauchy. (J. Tropfke).

Chama-se determinante Δ de ordem ou grau **n** a uma soma de produtos representada por n^2 numeros dispostos da seguinte maneira:

$$\begin{array}{cc} & \text{1.ª col.} \\ \text{1.ª linha} & \boxed{\begin{array}{c|c|c|c} a^1 & b_1 & \cdots & l_1 \\ \hline a_2 & b_2 & \cdots & l_2 \\ \hline a_n & b_n & \cdots & l_n \end{array}} \end{array} \quad \text{ou} \quad \boxed{\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{array}}$$

Chama-se **determinante menor**, relativo a um numero ou elemento do quadro, o determinante de $(n - 1)$ numeros que se deduzem de Δ suprimindo a linha e a coluna que se cruzam no elemento em questão. Assim, o determinante menor relativo ao elemento **a**, é:

$$\begin{vmatrix} b_1 \cdots c_1 \cdots l_1 \\ b_2 \cdots c_2 \cdots l_2 \\ b_n \cdots c_n \cdots l_n \end{vmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{vmatrix} a_{12} \cdots\cdots a_{1n} \\ a_{22} \cdots\cdots a_{2n} \\ a_{n2} \cdots\cdots a_{nn} \end{vmatrix}$$

O determinante menor relativo a b_2 é:

$$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 & l_1 \\ a_2 & c_2 & l_2 \\ a_n & c_n & l_n \end{vmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{23} & a_{2n} \\ a_{n1} & a_{n3} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Pontos de Matemática 13

Considerando os determinantes menores $\Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{1n}$ relativos aos elementos da 1.ª linha, o determinante Δ será igual á soma déles e o sinal do ultimo termo será (+) ou (—), conforme **n** fôr par ou impar. Faremos pois, alternando os sinais:

$\Delta = a_{11}\,\Delta_{11} - a_{12}\,\Delta_{12} + a_{13}\,\Delta_{13} + \ldots - (-1)^n a_{1n}\,\Delta_{1n}$ que é o desenvolvimento do determinante, em relação aos elementos da primeira linha.

Denomina-se **ordem** ou grau de um determinante o número de fatores de cada um de seus termos.

Um determinante de ordem 1 só contem um elemento, e o valor deste elemento é o do determinante.

Um determinante de ordem 2 tem a forma:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1\ b_2 - a_2\ b_1$$

Um determinante de ordem 3 será definido por:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

DESENVOLVIMENTO DE UM DETERMINANTE DO TERCEIRO GRAU

(REGRA DE SARRUS) — Obtem-se o valor de um determinante de ordem 3, aplicando a seguinte regra:

1 — Á direita da 3.ª coluna escrevem-se as duas primeiras.

2 — Multiplicam-se tres a tres os elementos que, assim dispostos, formam seis diagonais.

3 — Os produtos das tres diagonais que descem da esquerda conservam seu sinal.

4 — As tres outras diagonais dão produtos aos quais se mudam os sinais.

Seja o seguinte:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} \quad \text{Escrever-se-á} \quad \boxed{\begin{array}{ccccc} a & b & c & a & b \\ a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \end{array}}$$

ou

$$a\ b_1\ c_2 + b\ c_1\ a_2 + c\ a_1\ b_2 - c\ b_1\ a_2 - ac_1\ b_2 - ba_1\ c_2$$

Figura 10 – Capítulo 11 do livro de Gumercindo Lima
Fonte: Livro: Pontos de Matemática, 1938

Figura 11 – Capa do livro de Euclides Roxo, Roberto Peixoto, Haroldo Cunha e Dacorso Netto.

Fonte: Livro: Matemática, 2º ciclo.

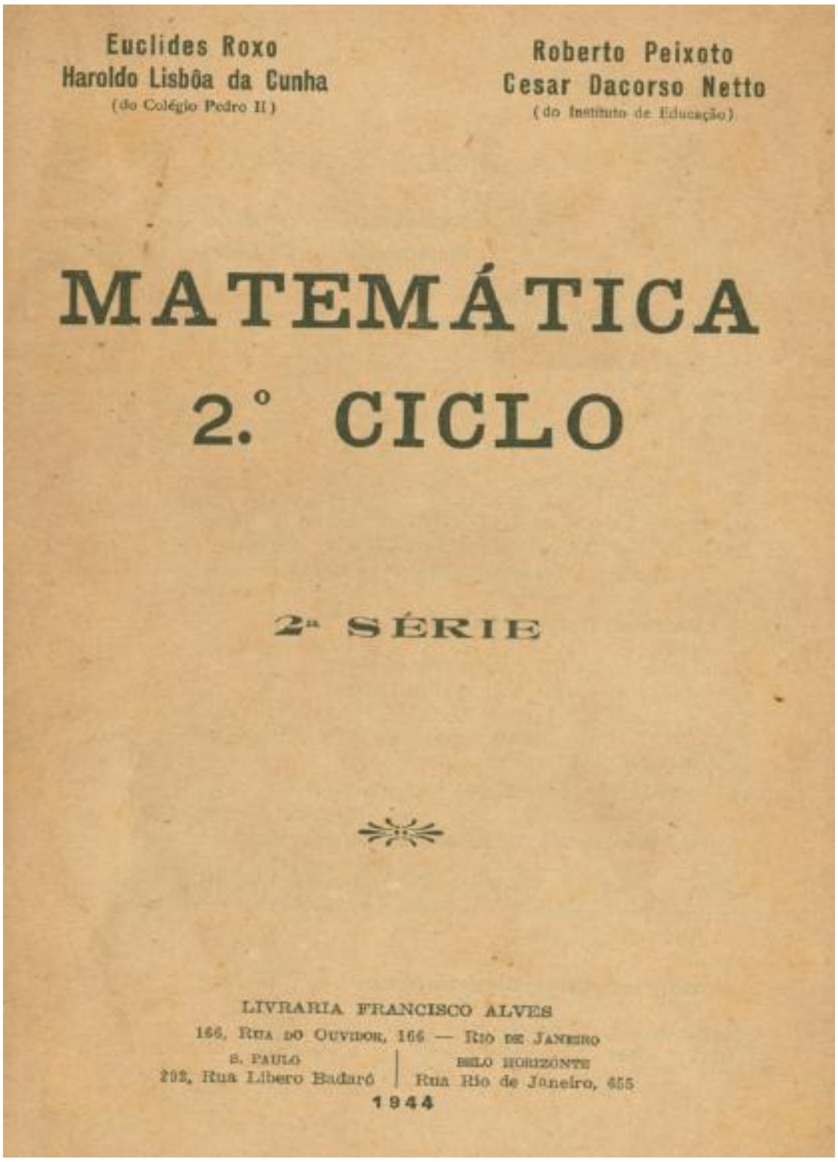


Figura 12 – Folha de rosto do livro de Euclides Roxo, Roberto Peixoto, Haroldo Cunha e Dacorso Netto.

Fonte: Livro: Matemática, 2º ciclo.

INDICE

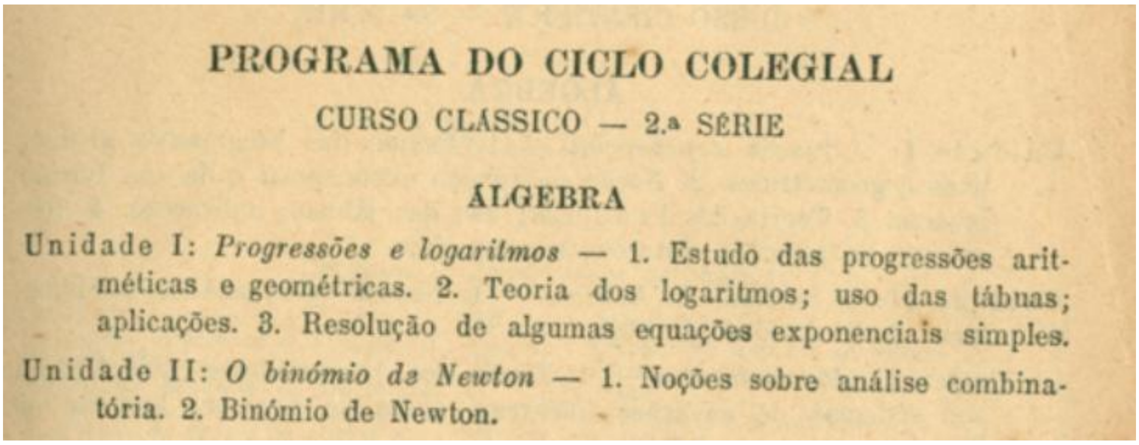
Figura 13 – Índice do livro de Euclides Roxo, Roberto Peixoto, Haroldo Cunha e Dacorso Netto.

Fonte: Livro: Matemática, 2º ciclo.

A década de 50 foi marcada pela popularização do ensino, através de um novo texto, regulamentado na Portaria Ministerial nº 966 de 2 de outubro de 1951, simplificando os programas do Ensino Secundário, fornecendo maior flexibilidade ao currículo e estabelecendo um limite mínimo para os programas nas instituições de ensino.

O ministro da Educação Simões Filho intitulou este programa básico para todas as disciplinas de *Programa Mínimo,* sendo a Congregação do Colégio Pedro II responsável pela elaboração e aprovação desses programas, deixando cada estado livre para elaborar seus planos de desenvolvimento dentro dos conteúdos mínimos, valorizando a qualidade em detrimento da quantidade.

Em relação ao conteúdo de Determinantes, a Portaria apresentava-os para a 2ª série do 2º ciclo, apenas para alunos do curso científico, da seguinte forma:



PROGRAMA DO CICLO COLEGIAL

CURSO CLASSICO — 2.ª SÉRIE

ÁLGEBRA

Unidade I: *Progressões e logaritmos* — 1. Estudo das progressões aritméticas e geométricas. 2. Teoria dos logaritmos; uso das tábuas; aplicações. 3. Resolução de algumas equações exponenciais simples.

Unidade II: *O binómio de Newton* — 1. Noções sobre análise combinatória. 2. Binómio de Newton.

Figura 14 – Programa do livro de Algacyr Munhoz Maeder.
Fonte: Livro: Curso de Matemática- 1951.

PROGRAMA DO CICLO COLEGIAL

CURSO CIENTÍFICO — 2.ª SÉRIE

ÁLGEBRA

Unidade I: *A função exponencial* — 1. Estudo das progressões aritméticas e geométricas. 2. Noção de função exponencial e de sua função inversa. 3. Teoria dos logaritmos; uso das tábuas; aplicações. 4. Resolução de algumas equações exponenciais.

Unidade II: *O binómio de Newton* — 1. Noções sobre análise combinatória. 2. Binómio de Newton.

Unidade III: *Determinantes* — 1. Teoria dos determinantes. 2. Aplicação aos sistemas de equações lineares; regras de Cramer; teorema de Rouché.

Unidade IV: *Fracções contínuas* — Noções sobre fracções contínuas.

Figura 15 – Programa do livro de Algacyr Munhoz Maeder.
Fonte: Livro: Curso de Matemática- 1951.

8 ÍNDICE

Capítulo VII: *Binómio de Newton*

Capítulo VIII: *Teoria dos determinantes*

Figura 16 – Índice do livro de Algacyr Munhoz Maeder.
Fonte: Livro: Curso de Matemática- 1951.

Em geral, os livros até esse período não fazem menção à teoria de Matrizes no que diz respeito a propriedades e operações. Elas aparecem, antecipando o estudo de determinante. Há livros que sequer usam o termo “Matriz”.

Segundo Valente (2004), no final da década de 50, surgiu um novo movimento de internacionalização do currículo de matemática, denominado Movimento da Matemática Moderna (MMM).

> Os acontecimentos que ocorriam no campo da economia e da política, mas que mantinham estreitas ligações com o campo científico-tecnológicos fundamentavam as ideias de mudanças apresentadas pelos idealizadores do Movimento da Matemática Moderna. A possibilidade de mensuração e quantificação pautada no rigor científico proposta por essa “nova matemática” permitia explicar, comprovar e generalizar os resultados observados em experiências, o que tornava possível comprovar na prática as teorias (Miorim, 1998).

Osvaldo Sangiorgi foi um dos ícones do MMM no Brasil, pois liderava o GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática e foi pioneiro dos livros didáticos de matemática que integravam os ideais deste movimento. (VALENTE, 2010a, p. 1)

Essa nova reformulação foi apresentada pelo GEEM no IV Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática, que ocorreu em 1962 na cidade de Belém do Pará, intitulada *Assuntos mínimos para um moderno programa de matemática.*

Neste Congresso, as Matrizes foram apresentadas como *novo assunto* para o currículo escolar e passaram a fazer parte de tal currículo.

> Para as três séries do colegial, são listados dezoito itens de conteúdos de ensino, seguidos de sugestões para apresentação dos mesmos. No 14º item, consta “Sistema de equações lineares. Noção de matrizes: aplicações”. A sugestão para o ensino destes conteúdos indica que “O estudo pode ser feito através da teoria dos determinantes ou preferivelmente, pelas matrizes. Ressaltar as estruturas algébricas das operações com matrizes (anel e espaço vetorial).” (VALENTE, 2008, p. 602).

Ainda em 1962, o GEEM produz o livro “Matemática Moderna para o ensino secundário”, que visava a atualização dos professores de matemática, onde continha as orientações metodológicas de como tratar os conteúdos sob o novo olhar moderno da matemática.

> A introdução de Matrizes constituiu exemplo do que poderíamos denominar novos conteúdos acrescidos à matemática escolar do colégio. A presença desse conteúdo parece ter representado uma das principais iniciativas para a escolarização da Álgebra Moderna no ensino elementar. Com a sua introdução, uma nova dimensão didático-pedagógica, e mesmo epistemológica, foi dada ao papel dos Determinantes (VALENTE, 2010, p. 3).

Nos livros anteriores ao MMM apenas o termo matriz era utilizado para indicar o quadro que contém os elementos de um determinante, enquanto nos livros posteriores ao MMM o estudo de Matrizes é feito de forma aprofundada, sendo introduzida a álgebra das Matrizes.

Com o Movimento da Matemática Moderna, a teoria das Matrizes que até então não tinha relevância observada em livros didáticos, passa a ser indispensável à resolução de sistemas lineares, podendo ser dispensada a teoria dos Determinantes.

Dessa forma, o estudo dos Determinantes passava a se relacionar ao de Matrizes e sistema de equações lineares, deixando a parte mais abstrata da teoria e a relação com a análise combinatória para cursos mais avançados, como os de ensino superior.

> A partir dos finais dos anos 60, boa parte dos livros didáticos voltados aos alunos da 2ª série do 2º ciclo do ensino secundário, incluía as matrizes em um capítulo à parte, apresentando tópicos tais como: operações entre matrizes e suas propriedades, tipos de matrizes etc. Além disso, foi acrescentada uma nova metodologia de resolução de sistemas lineares por meio da utilização das ideias de matrizes dos coeficientes de um sistema linear e de matrizes equivalentes, estabelecendo uma nova dimensão didática e epistemológica ao ensino de sistemas lineares. (VALENTE, 2010, p. 11).

Entre os anos de 1964 a 1968, os presidentes militares: Humberto Alencar Castello Branco e Arthur da Costa e Silva estabeleceram uma parceria com os americanos, através do MEC, realizando doze acordos com a Agência dos Estados Unidos para o Desenvolvimento Internacional

(USAID - United States International for Development). Esta parceria influenciou reformas e leis na área educacional brasileira.

Os acordos MEC/USAID visavam o fortalecimento do ensino primário, a acessoria técnica dos americanos para o aperfeiçoamento de melhorias no ensino médio, modernização administrativa, universitária, entre outros setores incluídos nas ideologias previstas pólos acordos MEC/USAID.

O regime militar implementou as reformas educacionais de 1968, a Lei n. 5.540, que reformulou a universidade, e também o ensino tecnicista ou seja, a educação nesse período foi um instrumento a serviço da racionalidade tecnocrática, com o objetivo de acelerar o processo de modernização do capitalismo brasileiro, formando pessoas preparadas para o mercado de trabalho.

As novas mudanças se concentraram apenas no Curso Ginasial, ficando o Curso Colegial sem mudanças em seus materiais didáticos, devido à dificuldade de elaborar um texto único para os ensinos clássico e científico.

Devido ao grande sucesso dos livros didáticos no 1º Ciclo do curso secundário e uma grande insistência para que fossem publicados livros para o 2º ciclo também, em 1970, foi lançado o primeiro volume para o 2º Ciclo que acabou sendo um fracasso.

> De pronto, ficou claro que os autores elaboraram um projeto que não teve eco na cultura escolar. Essa rejeição da proposta ligou-se a uma variedade de fatores: apenas um dos autores da obra coletiva (Renate Watanabe) reunia experiência didático pedagógica com as séries finais do ensino secundário (colégio). Sangiorgi, como se sabe, era um "autor do ginásio". Jacy Monteiro parece ter debutado na escrita de textos para a escola elementar. Seu público, apesar das consultorias que dava aos autores de obras didáticas, era o do ensino superior. Trazido por Sangiorgi, para a escrita dos textos iniciais do primeiro volume da coleção moderna para o colégio, Monteiro escreveu um texto árido, de caráter rigoroso, fazendo jus à sua autoridade matemática. Assim, a reunião de textos desses autores não sensibilizou o cotidiano escolar. (VALENTE, 2010, p.11)

Em meio às mudanças curriculares substantivas no Curso Ginasial, ainda precisa ser analisada como foi consolidada uma matemática escolar para o Colegial, à margem de diretivas nacionais e um tanto alheia ao papel do GEEM, que a partir de 1971 passou a ser denominado de 2º Grau. (VALENTE, 2010, p.12)

Essa mudança se deu devido à LDB 5692/1971, que dividiu o ensino em dois níveis. O primeiro grau, com duração de oito anos, unia o antigo primário e ginásio sem a necessidade de que o estudante se submetesse, como anteriormente, ao chamado Exame de Admissão que o habilitava a prosseguir os estudos depois dos quatro primeiros anos de escolarização. O 2º grau foi proposto como curso de preparação profissional, buscando desviar parte da demanda pelo ensino superior, que não oferecia vagas suficientes para todos os concluintes da escola secundária.

No Brasil temos como expoente do Movimento da Educação Matemática, Ubiratan D´Ambrósio. Em 1972, Ubiratan, assume a direção do IMECC-Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação na UNICAMP, neste mesmo ano, percebe que a Educação Matemática era prioritária para o Brasil e a partir de então começa sua trajetória, de forma efetiva, pela Educação Matemática.

No fim da década de 70 algumas pesquisas mostraram que a Matemática Moderna estava entrando em declínio devido ao baixo rendimento e o alto índice de reprovação dos alunos em matemática.

> No decorrer dos anos, a Ditadura Militar começa a dar os primeiros sinais de enfraquecimento e a insatisfação da população brasileira evidenciou-se através de manifestações em oposição ao regime vigente. Em 1978, o Presidente Geisel realizou o projeto de abertura política e a revogação do Ato Institucional nº5 (AI-5), começando um processo de liberdade social e oportunidade para mudanças no campo educacional. Assim, o país destina-se à democratização e a sociedade civil retoma seu espaço (NAPOLITANO,1998).

Apresento capas e índices de livros didáticos desse período evidenciando o assunto Matrizes:

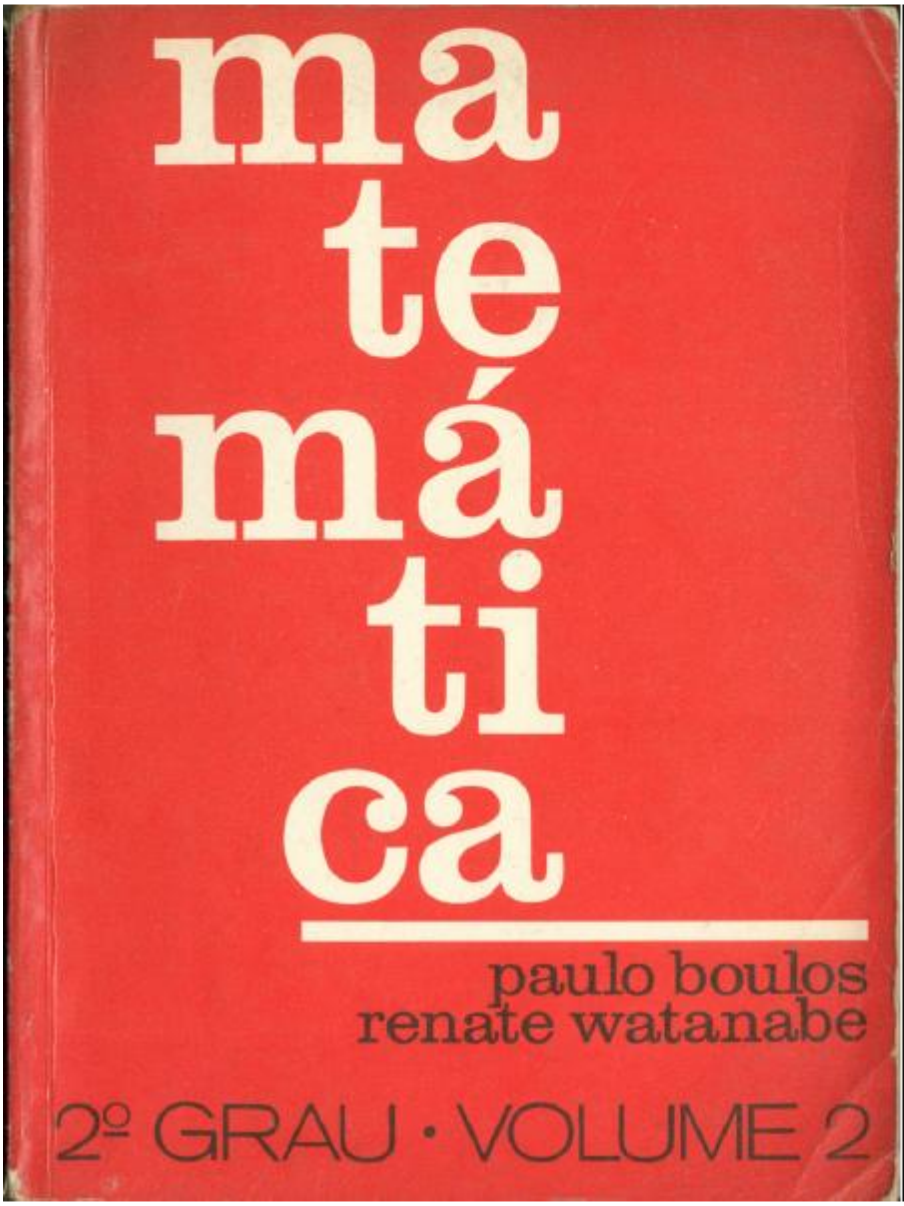


Figura 17 – Capa do livro de Paulo Boulos.
Fonte: Livro: Matemática - 1976.

Sumário

Figura 18 – Índice do livro de Paulo Boulos.
Fonte: Livro: Matemática - 1976.

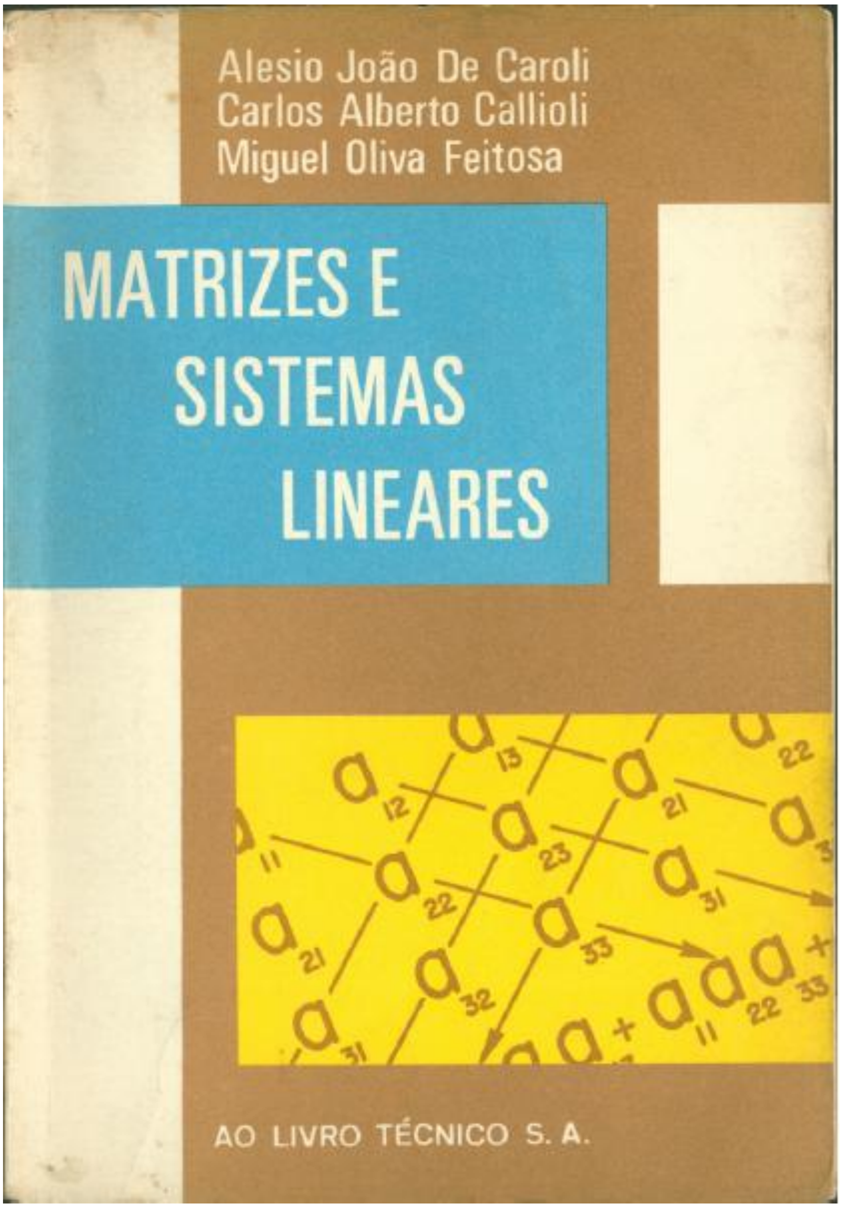


Figura 19 – Capa do livro de Alesio João De Caroli, Carlos Alberto Callioli e Miguel Oliva Feitosa.

Fonte: Livro: Matrizes e Sistemas Lineares, 1971.

PREFÁCIO

Nos últimos anos vem se acentuando cada vez mais o movimento de reformulação dos programas de Matemática nas escolas secundárias e nos primeiros anos dos cursos superiores. Tal reformulação é por muitos denominada: MATEMÁTICA MODERNA.

Qualquer que seja a denominação que se dê à reforma do ensino da MATEMÁTICA nas escolas, é indiscutível que ela se configura como necessária a fim de atender às perspectivas atuais do desenvolvimento técnico bem como à formação básica do estudante.

Ainda é corrente nos Cursos Colegiais fazer-se o estudo dos sistemas de equações lineares tomando como base a teoria dos determinantes. Ora, as circunstâncias atuais mostram que o estudo das MATRIZES tem muito maior importância que o dos determinantes e não apresenta maiores dificuldades do ponto de vista didático.

No presente texto, apresentamos um desenvolvimento elementar do estudo das MATRIZES e suas aplicações à resolução dos sistemas de equações lineares, dispensando a teoria dos determinantes.

Figura 20 – Prefácio do livro de Alesio João De Caroli, Carlos Alberto Callioli e Miguel Oliva Feitosa.

Fonte: Livro: Matrizes e Sistemas Lineares, 1971.

Figura 21 – Índice do livro de Alesio João De Caroli, Carlos Alberto Callioli e Miguel Oliva Feitosa.
Fonte: Livro: Matrizes e Sistemas Lineares, 1971.

Os autores dos livros posteriores ao MMM demonstram uma preocupação maior com a apresentação dos conteúdos, buscando atrair a atenção dos alunos com exemplos, exercícios e situações do dia-a-dia onde os tópicos estudados podem ser aplicados.

Em concordância com o texto de Tatiane Silva (2010), acredito que a teoria das Matrizes foi incluída no ensino secundário por ser um tópico de grande importância e aplicabilidade na área tecnológica, pois esta era uma das áreas que se pretendia aprimorar.

No final da década de 80, o número de pessoas interessadas em dar um novo rumo à Educação Matemática cresceu bastante, quando foi criada, então, a SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática - que agrega não somente os participantes de grupos, mas todos aqueles que querem participar das discussões sobre Educação Matemática brasileira. A partir de então, foram criados cursos acadêmicos de especialização, mestrado e doutorado em Educação Matemática.

A LDB (LEI de Diretrizes e Bases da Educação) de 1996 baseou-se nessas propostas e ficou estabelecido que todos os níveis de ensino, da pré-escola a pós-graduação, deveriam ser objeto de avaliação externa, qualitativa e quantitativa. Nessa lei o 2º grau passa a ser chamado de ensino médio.

Foram instalados também, alguns programas de avaliação, dentre eles o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) a partir de 1998, exame esse que pode nos informar algo sobre os conteúdos do ensino médio, e que segundo o INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais) seria um orientador da reforma em curso.

O ENEM veio para alavancar o ritmo acelerado das mudanças da década de 80, onde se passou ter a necessidade de profissionais capazes de dominar novas tecnologias, recaindo sobre o sistema de ensino a incumbência de preparar as pessoas para essas condições.

Nessa perspectiva, o ENEM sempre envolveu mais de uma área de conhecimento, objetivando analisar se o candidato era capaz de resolver questões similares às vividas na realidade. Foi desta forma que o ENEM se concretizou com questões contextualizadas, interdisciplinares e transversais.

Podemos perceber, então, que não é de hoje a tentativa de reformulação do ensino médio e que ainda não conseguimos alcançar o ponto desejado, faltando finalizar um currículo que seja atual, coerente com as necessidades atuais dos alunos e que promovam a real aplicabilidade de seus conteúdos.

O ENEM hoje é referência para as matérias dos cursos pré-vestibulares e dos livros didáticos, uma vez que a maioria das universidades no Brasil adotou parcial ou totalmente o ENEM como processo seletivo. Sobre o ENEM, falaremos mais adiante.

3. O ENEM (EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO)

3.1 AS MATRIZES DE REFERÊNCIAS (COMPETÊNCIAS, HABILIDADES E OBJETOS DE CONHECIMENTO) DO ENEM (EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO):

Segundo o INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), o ENEM foi criado em 1998 com o objetivo de avaliar o desempenho do estudante no final da educação básica, buscando a melhoria da qualidade deste.

Em 2009, o ENEM passou a ser utilizado como mecanismo de seleção para ingresso no ensino superior, buscando implementar mudanças que contribuíssem para a democratização das oportunidades de acesso, para a mobilidade acadêmica e para induzir a reestruturação dos currículos de ensino médio.

Devemos levar em consideração que o ENEM é um exame de suma importância em território nacional, pois a vida de milhares de pessoas é influenciada por ele e 127 instituições federais e estaduais de ensino superior[5] utilizam as notas obtidas pelos candidatos no Brasil de forma parcial ou integral em seus acessos.

O ENEM, por ter se tornado um grandioso processo seletivo, deveria nortear todo o currículo de ensino da Educação Básica, ajudando a desenvolver um plano de aula mais comprometido com a realidade que os alunos enfrentam nas provas para ingresso na graduação e diminuindo diversas discussões do por que aprender determinado assunto se ele não será cobrado diretamente no ENEM.

MEC (Ministério da Educação e Cultura) e INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais) atualmente, estão

[5] Dados obtidos do Portal Brasil Escola, onde podemos ter acesso a lista detalhada das instituições.

promovendo a ampla discussão de um currículo unificado para todo o território brasileiro, contemplando a opinião não só de mestres e doutores, mas também dos professores que estão presentes no dia a dia dos alunos.

O ENEM precisa ser aprimorado, embora seja o 2º maior exame de acesso à Universidade[6], levando em conta que duas de suas metas são influenciar e orientar a melhoria do ensino médio e servir como forma de acesso à Educação Superior.

No que diz respeito à prova de Matemática e suas Tecnologias, devido ao grande número de questões da prova, há questões muito parecidas em uma mesma prova, com baixo grau de dificuldade e contextualizadas de forma frágil, o que contraria a orientação da utilização de contextos reais.

Nota-se a ausência de assuntos significativos e uma quantidade considerável de questões que contemplam apenas assuntos do Ensino Fundamental, deixando de lado aspectos importantes e exaustivamente trabalhados no ensino médio.

Vale pontuar que a respeito do que é trabalhado em sala de aula e do que consta do edital do ENEM, constatamos que não há um programa unificado na área de Matemática, observando a existência de determinados conteúdos em alguns livros e total ausência em outros.

Nota-se uma exagerada intenção de avaliar neste exame apenas os conteúdos mais fáceis de serem contextualizados, não sendo exigidos os assuntos da matemática nos quais os alunos não vêem uma aplicação prática. Enquadra-se nesse contexto, entre outros assuntos, o estudo de Determinantes, Matrizes, Números Complexos, Polinômios e Funções Trigonométricas.

---

[6] A maior prova de acesso ao Ensino Superior do mundo é chamado *gaokoo*, realizado na China, com mais de 9 milhões de inscritos em 2015.

Como o ENEM tem o objetivo de nortear o ensino da Educação Básica, ele seria o ponto de partida para estabelecer um programa de Matemática unificado para todo o território brasileiro, considerando os principais itens a serem trabalhados, aqueles que contribuem significativamente para a formação humana e desconsiderando os que realmente podem ser trabalhados em cursos de graduação.

Ao usar menos temas, eles serão abordados com maior qualidade, aplicabilidade e profundidade, transformando a Matemática em objeto de estudo significativo e apreciado pelos estudantes de Ensino Médio.

O programa deveria ser compatível com os diversos currículos estaduais. Estes abordam de forma diferenciada os programas de ensino, provocando um desequilíbrio na forma de avaliar estudantes de diferentes regiões.

Apresento a Matriz de Referência para a prova de matemática do ENEM:

Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias:

Competência de área 1 – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1 – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 – Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 – Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 – Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2 – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 – Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 – Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 – Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 – Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 – Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12 – Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13 – Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14 – Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4 – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 – Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 – Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 – Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 – Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19 – Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 – Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 – Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 – Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos. Competência de área 6 – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 – Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 – Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 – Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7 – Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de

probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 – Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade. H29 – Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação. H30 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Assim, as matrizes de referência do ENEM nos ajudam a perceber as deficiências existentes na prova. O que precisa ser aprimorado e ser mudado para que este exame tão importante cumpra seu papel de avaliação do Ensino Médio e ingresso à Universidade.

Tal exame se torna referência para "aquilo" que será ensinado ou não, uma vez que ele se torna um parâmetro dos cursos pré-vestibulares e livros didáticos.

As matrizes de referência do ENEM não contemplam de forma direta os assuntos Determinantes e Matrizes, sugerindo de forma indireta que esses assuntos não façam mais parte do Ensino Médio.

Em dezoito anos de prova do ENEM, verifiquei a incidência de apenas uma questão, exame de 2012, sobre multiplicação sobre Matrizes e nenhuma questão envolvendo Determinantes.

Seria essa questão um "deslize" em relação à Matriz de Referência do ENEM, uma vez que ela não contempla o assunto? Acredito que isso só contribui para a afirmação de que "aquilo" que é avaliado e "aquilo" que é estudado não estão andando de mãos dadas.

Segue a questão em discussão:

ENEM – 2012- Caderno Amarelo

QUESTÃO 178

Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4x4, e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir.

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

A $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

B $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

C $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

D $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

E $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

Figura 22 – Questão 178 do ENEM 2012.
Fonte: Caderno amarelo da prova do ENEM 2012.

3.2 A INCIDÊNCIA DOS ASSUNTOS DETERMINANTES E MATRIZES NOS VESTIBULARES DA UERJ (UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO) E DA USP (UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO):

Algumas Universidades no Brasil não aderiram ou aderiram parcialmente ao ENEM como exame de acesso ao Ensino Superior. Em torno disso, a grande pergunta que poderia ser feita nesse momento é se os editais desses exames contemplam os mesmo assuntos do ENEM.

Para essa análise, escolhi dois exames de acesso ao Ensino Superior: o da UERJ (Universidade do Estado do Rio de Janeiro) e o da USP (Universidade de São Paulo).

A escolha pelo vestibular da UERJ se deu em função de ser uma Universidade no Rio de Janeiro, minha região de atuação como professora da Rede Estadual de Ensino do Rio de Janeiro e ter alunos que fazem esse exame. O segundo vestibular escolhido é o da USP por ele ser considerado um dos mais importantes no Brasil.

Vale ressaltar que ainda existem outras Universidades no Brasil que utilizam exames independentes como forma de acesso.

A análise que apresento é sobre a incidência ou não dos assuntos Determinantes e Matrizes em seus editais e apresento questões envolvendo tais assuntos.

- **O Vestibular da UERJ:**

A UERJ (Universidade do Estado do Rio de Janeiro) dispõe de vestibular próprio, ou seja, não utiliza a pontuação do ENEM como forma de ingresso em seus cursos de Ensino Superior. Atualmente, a prova é dividida em duas fases: uma prova objetiva, chamada de exame de qualificação, e uma prova discursiva.

Alguns questionamentos em torno dos assuntos trabalhados nesse trabalho de pesquisa surgem uma vez que esse é o único vestibular independente no Estado do Rio de Janeiro.

Será que essa prova apresenta a mesma estrutura do Enem no que diz respeito aos assuntos Determinantes e Matrizes? Ou seja, essa prova também não contempla esses assuntos em seu edital?

Para obter algumas respostas e conclusões em o torno dessas indagações, apresento uma análise das provas objetivas e discursivas no período 2011- 2016. Juntamente com essa análise estarei listando as partes dos editais com os conteúdos programáticos e conteúdos básicos ao longo desse período.

Vale ressaltar que todo esse material e informações estão disponíveis no site oficial da UERJ. Por isso a escolha deste período de tempo.

Inicialmente, apresento os conteúdos básicos (prova objetiva) e conteúdos programáticos (prova discursiva) ao longo dos anos e posteriormente apresento as questões.

UERJ- 2011, 2012 e 2013 - PROVA OBJETIVA- EXAME DE QUALIFICAÇÃO:

EIXOS INTERDISCIPLINARES

Bases Metodológicas e Instrumentais

- Método científico: observações, hipóteses, experimentos e leis
- Valores: estimativas e ordens de grandeza
- Descrição de dados: médias e medidas de dispersão; tabulações e interpretação de representações gráficas
- Princípios de aritmética e sistemas numéricos: conjuntos, operações, relações de pertinência e inclusão; dos números naturais aos reais; razões, proporções e porcentagem
- Relações de ordem e equivalência: expressões, equações, inequações e identidades
- Sucessões: progressões aritméticas e geométricas; juros simples e compostos
- Problemas de contagem: análise combinatória simples e cálculo de probabilidades
- Matrizes: representações, operações e equações
- Sistemas de equações: lineares e não lineares
- Funções: polinomiais de 1º e 2º graus, exponencial e logarítmica
- Funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente; relações trigonométricas
- Gráficos de relações: variações, pontos críticos, interpolações e translações
- Geometria plana: simetrias e homotetias; relações métricas; polígonos, circunferência e círculo (distâncias e ângulos, áreas e perímetros)
- Geometria espacial: poliedros; áreas e volumes de prismas, pirâmides e sólidos de revolução (cilindro, cone e esfera)

Figura 23 – Conteúdos básicos das provas da UERJ 2011, 2012 e 2013.
Fonte: Editais das provas da UERJ 2011, 2012 e 2013.

UERJ- 2014, 2015, 2016 e 2017- PROVA OBJETIVA- EXAME DE QUALIFICAÇÃO:

Álgebra

- Expressões algébricas: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação; identidades; equações; inequações
- Funções: afim; quadrática; exponencial e logarítmica; seno e cosseno; tangente; representações gráficas
- Sucessões: progressões aritméticas; progressões geométricas; juros simples e compostos
- Problemas de contagem: análise combinatória simples e com repetição; cálculo de probabilidades
- Matrizes: representações; adição e subtração; multiplicação; multiplicação por um número real
- Sistemas de equações: lineares; não lineares

Figura 24 – Conteúdos básicos das provas da UERJ 2014, 2015, 2016 e 2017.
Fonte: Editais das provas da UERJ 2014, 2015, 2016 e 2017.

UERJ- 2011 e 2012- PROVA DISCURSIVA:

5. Vetores e geometria analítica

- Coordenadas cartesianas de pontos no plano e no espaço
- Distância entre dois pontos
- Vetores em R^2 e R^3: adição, subtração e multiplicação por um escalar; produto escalar e ortogonalidade; produto vetorial e produto misto, e suas aplicações respectivamente, no cálculo de áreas e volumes
- Geometria analítica no R^2 e R^3: estudo de retas, cônicas (circunferência, elipse, hipérbole e parábola), plano e esfera
- Sistemas lineares de equações com 2 ou 3 incógnitas: interpretações geométricas e discussão de suas soluções
- Matrizes: operações; matrizes invertíveis (2 x 2 ou 3 x 3) e suas inversas; determinantes de matrizes quadradas de ordem 2 e 3 e suas relações, respectivamente, com o cálculo de áreas e volumes

Figura 25 – Conteúdos programáticos da prova da UERJ 2011 e 2012.
Fonte: Editais das provas da UERJ 2011 e 2012.

UERJ- 2013, 2014, 2015 e 2016 - PROVA DISRCUSIVA:

Vetores e geometria analítica

- Vetores em R^2 e em R^3: adição; subtração; multiplicação por um número real; produto escalar, vetorial e misto
- Geometria analítica no R^2: reta; circunferência; elipse; hipérbole; parábola
- Sistemas lineares de 2 ou de 3 incógnitas: determinação do conjunto-solução; interpretações do conjunto solução
- Matrizes: operações; determinantes de 2ª e de 3ª ordens

Figura 26 – Conteúdos programáticos da prova da UERJ 2013, 2014, 2015 e 2016.
Fonte: Editais das provas da UERJ 2013, 2014, 2015 e 2016.

Questões que abordam os assuntos Determinantes e Matrizes:

Prova Objetiva – 2012.

1°Exame de Qualificação- Prova Amarela - Questão 42:

questão 42

Três modelos de aparelhos de ar-condicionado, I, II e III, de diferentes potências, são produzidos por um determinado fabricante.

Uma consulta sobre intenção de troca de modelo foi realizada com 1 000 usuários desses produtos. Observe a matriz **A**, na qual cada elemento a_{ij} representa o número daqueles que pretendem trocar do modelo *i* para o modelo *j*.

$$A = \begin{pmatrix} 50 & 150 & 200 \\ 0 & 100 & 300 \\ 0 & 0 & 200 \end{pmatrix}$$

Escolhendo-se aleatoriamente um dos usuários consultados, a probabilidade de que ele não pretenda trocar seu modelo de ar-condicionado é igual a:

(A) 20%

(B) 35%

(C) 40%

(D) 65%

Figura 27 – Questão 42 da Prova Amarela Objetiva da UERJ de 2012.
Fonte: 1º Exame de Qualificação da UERJ de 2012.

Prova Objetiva – 2015.

2°Exame de Qualificação- Prova Amarela - Questão 29:

29 QUESTÃO

Observe a matriz A, quadrada e de ordem três.

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,47 & 0,6 \\ 0,47 & 0,6 & x \\ 0,6 & x & 0,77 \end{pmatrix}$$

Considere que cada elemento a_{ij} dessa matriz é o valor do logaritmo decimal de $(i + j)$.

O valor de x é igual a:

(A) 0,50

(B) 0,70

(C) 0,77

(D) 0,87

Figura 28 – Questão 29 da Prova Amarela Objetiva da UERJ de 2015.
Fonte: 2º Exame de Qualificação da UERJ de 2015.

Prova Objetiva – 2013, 2014, 2016, 2017.

Exame de qualificação - Sem incidência de questões dos assuntos Determinantes e Matrizes.

Prova Discursiva – 2011.

Questão 8:

08

Considere a matriz $A_{3\times 3}$ abaixo:

$$A=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 1 & 1 \\ a_{31} & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Cada elemento desta matriz é expresso pela seguinte relação:

$$a_{i,j} = 2 \times (\text{sen}\,\theta_i) \times (\cos\theta_j) \qquad \forall i,j \in \{1,2,3\}$$

Nessa relação, os arcos θ_1, θ_2 e θ_3 são positivos e menores que $\frac{\pi}{3}$ radianos.

Calcule o valor numérico do determinante da matriz **A**.

Figura 29 – Questão 8 da Prova Discursiva da UERJ de 2011.
Fonte: Exame Discursivo da UERJ de 2011.

Prova Discursiva - 2012.

Questão 6:

questão **06**

Para enviar mensagens sigilosas substituindo letras por números, foi utilizado um sistema no qual cada letra do alfabeto está associada a um único número n, formando a sequência de 26 números ilustrada na tabela:

Letra	A	B	C	D	E	...	W	X	Y	Z
Número n	1	2	3	4	5	...	23	24	25	26

Para utilizar o sistema, cada número n, correspondente a uma determinada letra, é transformado em um número $f(n)$, de acordo com a seguinte função:

$$f(n) = \begin{cases} 2n + 3, \text{ se } 1 \le n \le 10 \\ 50 - n, \text{ se } 11 \le n \le 26 \end{cases} \qquad \text{na qual } n \in \mathbb{N}$$

As letras do nome ANA, por exemplo, estão associadas aos números [1 14 1]. Ao se utilizar o sistema, obtém-se a nova matriz [$f(1)$ $f(14)$ $f(1)$], gerando a matriz código [5 36 5].

Considere a destinatária de uma mensagem cujo nome corresponde à seguinte matriz código: [7 13 5 30 32 21 24].

Identifique esse nome.

Figura 30 – Questão 6 da Prova Discursiva da UERJ de 2012.
Fonte: Exame Discursivo da UERJ de 2012.

Prova Discursiva – 2013 - Sem incidência de questões dos assuntos Determinantes e Matrizes.

Prova Discursiva – 2014.

Questão 5:

QUESTÃO **05**

Considere a sequência de matrizes (A_1, A_2, A_3, ...), todas quadradas de ordem 4, respectivamente iguais a:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 16 & 17 & 18 & 19 \\ 20 & 21 & 22 & 23 \\ 24 & 25 & 26 & 27 \\ 28 & 29 & 30 & 31 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 32 & 33 & 34 & 35 \\ 36 & 37 & 38 & 39 \\ 40 & 41 & 42 & 43 \\ 44 & 45 & 46 & 47 \end{pmatrix}, \ldots$$

Sabendo que o elemento $a_{ij} = 75432$ é da matriz A_n, determine os valores de n, i e j.

Figura 31 – Questão 5 da Prova Discursiva da UERJ de 2014.
Fonte: Exame Discursivo da UERJ de 2014.

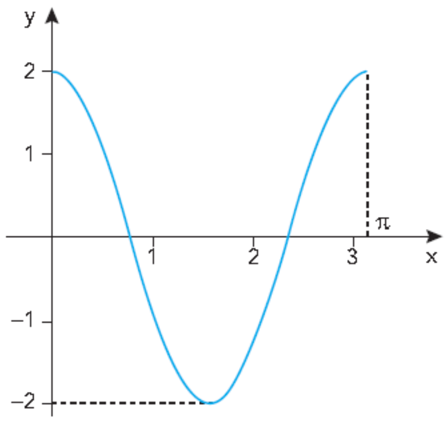
Prova Discursiva – 2015.

Questão 8:

08 Considere a função real f, de variável real x, definida pelo seguinte determinante:

$$f(x) = \begin{vmatrix} 2\cos(x) & 2 \\ 1 & 2\cos(x) \end{vmatrix} \quad \text{para } 0 \leq x \leq \pi$$

Observe o gráfico da função f.



Determine os valores de x para os quais f(x) = 1.

Figura 32 – Questão 8 da Prova Discursiva da UERJ de 2015.
Fonte: Exame Discursivo da UERJ de 2015.

Prova Discursiva – 2016.

Questão 6:

QUESTÃO 06

Considere uma matriz A com 3 linhas e 1 coluna, na qual foram escritos os valores 1, 2 e 13, nesta ordem, de cima para baixo.

Considere, também, uma matriz B com 1 linha e 3 colunas, na qual foram escritos os valores 1, 2 e 13, nesta ordem, da esquerda para a direita.

Calcule o determinante da matriz obtida pelo produto de A × B.

Figura 33 – Questão 6 da Prova Discursiva da UERJ de 2016.
Fonte: Exame Discursivo da UERJ de 2016

- **O Vestibular da USP:**

O vestibular da USP (Universidade de São Paulo) é considerado um dos maiores e mais importante vestibular do país. Ele é organizado pela FUVEST (Fundação para o Vestibular) e composto por duas etapas sendo uma prova objetiva e uma prova discursiva.

Até o ano de 2015, este vestibular foi independente do ENEM. Em 23 de junho de 2015, o conselho universitário da USP aprovou a adesão ao ENEM para o ingresso em alguns de seus cursos.

Para o ano de 2016, com caráter experimental, foram ofertadas 1489 vagas destinadas ao ENEM, o equivalente a 13,5% do total das vagas. A decisão de aderir ou não foi feita em cada unidade de ensino da USP, ou seja, das 45 unidades de ensino e pesquisa, 10 não disponibilizaram vagas para o ENEM.

Sobre os assuntos de Determinantes e Matrizes, pretende-se investigar a incidência desses assuntos neste exame durante o período de 2004 a 2016.

Apresento inicialmente parte do conteúdo programático que contempla o assunto de Matrizes e posteriormente, apresento as questões. O conteúdo programático manteve-se inalterado durante esse período e exclui Determinantes.

O que diz o programa sobre o assunto de Matrizes:

"Sistemas lineares e Matrizes como organização e sistematização de informações; discussão e resolução de sistemas lineares de até 4 equações e até 4 incógnitas por escalonamento ou por substituição de variáveis."

Questões sobre o assunto de Matrizes:

Prova objetiva – 2004.

Questão 28:

28 Uma matriz real A é ortogonal se $AA^t = I$, onde I indica a matriz identidade e A^t indica a transposta de A. Se $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & x \\ y & z \end{bmatrix}$ é ortogonal, então $x^2 + y^2$ é igual a:

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{3}{2}$

Figura 34 – Questão 28 da Prova Discursiva da USP de 2004.
Fonte: Exame Objetivo da USP de 2004.

Prova discursiva – 2005.

Questão 02:

Q.02

Diz-se que a matriz quadrada A tem **posto** 1 se uma de suas linhas é não-nula e as outras são múltiplas dessa linha. Determine os valores de a, b e c para os quais a matriz 3x3

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 3 \\ 3a - b + 2c & 1 & 6 \\ b + c - 3a & \frac{1}{2} & c - 2a + b \end{bmatrix}$$

tem posto 1.

Figura 35 – Questão 02 da Prova Discursiva da USP de 2005.
Fonte: Exame Discursivo da USP de 2005.

Prova objetiva – 2012.

Questão 64:

64 Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} a & 2a+1 \\ a-1 & a+1 \end{bmatrix},$$

em que a é um número real. Sabendo que A admite inversa A^{-1} cuja primeira coluna é

$$\begin{bmatrix} 2a-1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

a soma dos elementos da diagonal principal de A^{-1} é igual a

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

Figura 36 – Questão 64 da Prova Objetiva da USP de 2012.
Fonte: Exame Objetivo da USP de 2012.

Prova objetiva – 2013.

Questão 28:

28 Sejam α e β números reais com $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$ e $0 < \beta < \pi$. Se o sistema de equações, dado em notação matricial,

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{tg} \alpha \\ \cos \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2\sqrt{3} \end{bmatrix},$$

for satisfeito, então $\alpha + \beta$ é igual a

a) $-\dfrac{\pi}{3}$

b) $-\dfrac{\pi}{6}$

c) 0

d) $\dfrac{\pi}{6}$

e) $\dfrac{\pi}{3}$

Figura 37 – Questão 28 da Prova Objetiva da USP de 2013.
Fonte: Exame Objetivo da USP de 2013.

Desta forma, podemos perceber que existe uma disparidade entre as provas no que diz respeito aos assuntos Determinantes e Matrizes. E essa disparidade também ocorre com outros assuntos, causando uma grande confusão sobre aquilo que será ensinado e não ensinado no Ensino Médio. E essa é uma importante reflexão que deve ser feita.

4. CURRÍCULO ATUAL DO ENSINO MÉDIO:

Estudando a legislação atual para o ensino médio, pude reparar principalmente, que a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) de 1996 estabeleceu a reformulação do ensino médio no Brasil, regulamentada em 1998 pelas Diretrizes do Conselho Nacional de Educação e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs),

> a Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A Matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente. A atividade matemática não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade. O ensino da Matemática deve relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras) e também relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, deve favorecer conexões com outras disciplinas, com o cotidiano do aluno e também conexões com os diferentes temas matemáticos. O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem (BRASIL - b, 1997, p. 19).

Todavia esta proposta dos PCN´s não se concretiza. As crianças que chegam ao ensino fundamental gostam de matemática. Entretanto, o gosto e o interesse decrescem à medida que os alunos vão avançando os ciclos e muitos chegam ao ensino médio “detestando Matemática”.

Facilmente ouve-se dos próprios professores que “matemática é muito difícil e não é para qualquer um”, gerando essa aversão e contribuindo significativamente para que o trabalho do ensino de matemática enverede por um caminho tão árduo.

Essa reformulação busca estabelecer que o ensino médio deixe de lado sua natureza propedêutica, que buscava uma formação préuniversitária e profissionalizante, para ser então uma etapa conclusiva da educação básica.

Hoje o compromisso do ensino médio é de completar a educação básica preparando para a vida, qualificando para a cidadania e capacitando para o aprendizado permanente, fazendo com que esta fase do ensino seja de fato conclusiva para a vida dos alunos.

A matemática vai além da composição de seus instrumentos! O ensino de matemática contextualizado, integrado e interdisciplinar traz o desenvolvimento de competências e habilidades que estruturam o pensamento do aluno, dando a ele a capacidade de construir uma visão de mundo, juntamente com as demais Ciências da natureza, proporcionando situações de leitura, interpretação, investigação e resolução de situações ao longo da vida social e profissional.

Desenvolver competências e habilidades significa ser capaz de resolver problemas, enfrentando os diversos desafios propostos. Mas é importante deixar claro que isso não se desenvolve apenas com exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas, pois aí ocorre apenas uma transposição analógica, uma cópia de situações, não garantindo a capacidade de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

Para que a aprendizagem de conteúdos e competências aconteça, um conjunto de fatores deve estar bem organizado tais como: a seleção de temas e conteúdos, as atividades de sala de aula, os materiais didáticos apropriados e a metodologia de ensino.

Os professores deveriam ensinar a seus alunos que aprender matemática está muito além de memorizar resultados. Está no domínio de saber fazer e pensar Matemática, passando pelo processo de um trabalho minucioso de ensinar a resolver os problemas, e não somente chegar ao resultado de maneira mecânica.

Os exercícios de aprendizagem das técnicas matemáticas não devem ser eliminados, contudo situações reais devem ser cada vez mais introduzidas no dia a dia dos alunos, dando-lhes a oportunidade de perseverar na busca da solução mais adequada.

Matemática é ciência de tentativa, erro e alcance do resultado final. É como se fosse uma investigação, onde você analisa as informações mais importantes, raciocina qual seria a melhor forma de chegar ao resultado, faz uma tentativa de resolução do problema, chegando à sua conclusão ou fazendo uma nova tentativa.

Os alunos necessitam urgentemente saber que Matemática se aprende resolvendo problemas e que para isso precisam de uma habilidade chamada inteligência, que é um dom específico do homem. Logo, se este dom não está sendo estimulado pela educação posso concluir que essa está incompleta.

Para ajudar a desenvolver o pensamento e ensinar Matemática de forma efetiva pode-se utilizar juntamente com a resolução de problemas outras metodologias como atividades lúdicas e a história da Matemática, que trazem elementos bastante atraentes e ajudam a sistematizar o pensamento crítico e formal.

O gostoso da Matemática é essa capacidade e flexibilidade que tem das diversas alternativas para um mesmo resultado. Os alunos precisam ser ensinados e aprender a gostar desse espírito aventureiro que a matéria tem, entretanto estão ensinando a nossas crianças que Matemática é uma matéria chata, sem graça e muito difícil.

Segundo Braumann (2002),

> aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode

> ser inundado pela paixão "detetivesca" indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (BRAUMANN, 2002 apud PONTE et al., 2003, p.19).

Dessa maneira, se o objetivo do ENEM é nortear o ensino da educação básica que hoje tem caráter conclusivo e formativo para a vida, por que os conteúdos e competências trabalhadas não estão totalmente relacionados?

Se ENEM e ensino médio hoje buscam um cidadão critico-social e se há a proposta deles andarem juntos, porque há conteúdos cobrados nesta fase do ensino da educação básica que não compõem o conjunto de matrizes do ENEM?

Hoje, o ENEM tornou-se referência para as matérias dos cursinhos, norteia as aulas do ensino médio e seus resultados do ENEM possibilitam: "III - a criação de referência nacional para o aperfeiçoamento dos currículos do ensino médio" – Art. 2º – Portaria Nº 807, de 18 de junho de 2010 (BRASIL, 2010).

Dessa forma, o "cai" e "não cai" no ENEM pode levar à exclusão do ensino médio de tópicos importantes para a formação do estudante, reformulando seu currículo e provocando certa desvalorização do saber acadêmico.

Tudo isto vem prejudicando o trabalho dos educadores e a aprendizagem efetiva dos alunos, pois além de termos conteúdos exaustivos que não são trabalhados de forma adequada no ensino médio, gerando muitos conflitos de interesses com os alunos, há que se lembrar que alguns desses conteúdos não fazem parte dos conteúdos elencados pela prova do ENEM, jogando um peso subjetivo muito maior em uma prova que deveria avaliar objetivamente quem posteriormente pode entrar na graduação.

Sobre os assuntos de Determinantes e Matrizes, as orientações curriculares para o Ensino Médio de 2006, não faz menção à teoria das Matrizes e exclui os Determinantes:

> No estudo de sistemas de equações, além de trabalhar a técnica de resolução de sistemas, é recomendável colocar a álgebra sob o olhar da geometria. A resolução de um sistema 2 X 2 de duas equações e duas variáveis pode ser associada ao estudo da posição relativa de duas retas no plano. Com operações elementares simples, pode-se determinar a existência ou não de soluções desse sistema, o que significa geometricamente os casos de intersecção/coincidência de retas ou paralelismo de retas. A resolução de sistemas 2 X 3 ou 3 X 3 também deve ser feita via operações elementares (o processo de escalonamento), com discussão das diferentes situações (sistemas com uma única solução, com infinitas soluções e sem solução). Quanto à resolução de sistemas de equação 3 X 3, a regra de Cramer deve ser abandonada, pois é um procedimento custoso (no geral, apresentado sem demonstração, e, portanto de pouco significado para o aluno), que só permite resolver os sistemas quadrados com solução única. Dessa forma, fica também dispensado o estudo de determinantes. (ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO, 2006, P. 77 e 78).

Apresentamos a seguir as propostas curriculares de alguns estados brasileiros no que tange ao tema de Determinantes e Matrizes, salientando os estados que abordam o referido tema e mostrando também aqueles que não fazem referência a ele em momento algum.

Foram analisados os currículos de 21 estados, levando em consideração a dificuldade de encontrá-los. Dentre eles estão: Acre, Alagoas, Amapá, Amazonas, Bahia, Distrito Federal, Goiás, Maranhão, Mato Grosso, Mato Grosso do Sul, Paraná, Pernambuco, Piauí, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul, Rondônia, Roraima, Santa Catarina, São Paulo, Sergipe e Tocantins.

Reparem que dos 21 estados, os estados do Maranhão, de Pernambuco e Piauí não abrangem o assunto de Determinantes, Matrizes e sistemas lineares em nenhum momento. Já os outros abordam o tema no 2º ano do ensino médio, excetuando Sergipe que o aborda no 3º ano e o

Amapá que só faz a abordagem na modalidade de ensino EJA (Educação de Jovens e Adultos) e não há outra modalidade de ensino médio. Chama a atenção também o currículo do Rio Grande do Sul, que dentre todos é o mais completo em termos de desdobramento e complexidade dos conteúdos.

Assim, este é o cenário que temos hoje quando nos referimos aos currículos de referência dos estados brasileiros para o ensino médio. Há claramente uma disparidade de abordagens e interesses quando comparamos um currículo ao outro.

5. ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS:

A crise que a educação enfrenta e o cotidiano escolar atual são dois fatores que nos fazem perceber que há uma série de assuntos que não podem ser deixados de lado nas pautas das discussões dos docentes, dentre eles: a prática pedagógica e os livros didáticos.

Qualquer professor, seja de que matéria for, precisa pensar, refletir e buscar novas alternativas que promovam o aprendizado efetivo de seus alunos e o seu próprio desenvolvimento enquanto profissional e ser humano também.

Não pretendo promover uma discussão de quem está certo ou errado em todas as reformulações propostas para o ensino médio, mas sim de provocar o pensamento dos profissionais deste nível escolar e da graduação também.

No início do processo educacional tínhamos um professor tradicional, que era detentor do conhecimento e tinha apenas o papel de transmitir esse conhecimento da maneira que ele quisesse. Hoje, temos um professor que precisa ser capaz de construir o conhecimento junto com o aluno, respondendo seus questionamentos e refletindo sobre sua prática e propondo mudanças.

Fiorentini, Souza e Melo (1998) salientam as demandas colocadas hoje ao professor. Por um lado, "espera-se dele uma atitude investigadora e crítica em relação à prática pedagógica e aos saberes historicamente produzidos, por outro lado, passa a ser responsável pela produção de seus saberes e pelo desenvolvimento curricular da escola" (p.332).

Temos aí mais uma contradição, pois se temos um professor prático reflexivo porque alguns destes ainda insistem em práticas de ensino arcaicas, não tiram as dúvidas de seus alunos e ainda continuam ensinando matérias através de uma "contextualização forçada".

Nós, matemáticos, entendemos e utilizamos este termo de “contextualização forçada” para aquilo que é ensinado utilizando exemplos que não exemplificam de fato a sua aplicação, ou seja, utiliza-se como exemplo uma situação que não é para determinado fim.

A seguir temos uma abordagem frágil e fictícia para a multiplicação de Matrizes, que além de não ser natural complica desnecessariamente um problema simples, há muito tempo conhecido e resolvido pelos alunos de outra maneira. Neste exemplo espera-se que o aluno obtenha a pontuação de cada time no campeonato, multiplicando a matriz dos resultados (A) pela matriz da pontuação(B).

	Vitórias	Empates	Derrotas
Internacional	2	1	0
Cruzeiro	1	2	0
Avaí	2	0	1
Grêmio	0	1	2

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

	Pontuação
Vitória	3
Empate	1
Derrota	0

$$B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Figura 38 – Multiplicação de Matrizes
Fonte: Livro: A matemática na escola

Quando vemos alunos utilizarem Matrizes para calcular a pontuação de seus times? Acredito que apenas quando são “forçados” a isso na escola. Observe que este exemplo não justifica o uso de Matrizes, apenas serve de ilustração, pois esta situação pode ser resolvida de forma mais simples e óbvia sem o uso delas.

Embora seja notório o incentivo do governo federal nos diversos níveis do ensino de matemática, sendo esta uma das bases para o desenvolvimento de um país, percebemos que grande parte dos alunos que chegam à universidade tem pouco domínio sobre conteúdos previamente abordados.

Este fato só confirma a maneira errônea com que a matemática vem sendo trabalhada e, em consequência, sem alcançar seus objetivos, pois supõe-se que os alunos que se preparam para uma profissão que envolva a matemática em algum grau, no mínimo, eram interessados nessas aulas.

Nos documentos de orientações curriculares propostos pelo Ministério da Educação (MEC) – PCNEM, PCN+ (Parâmetros Curriculares Nacionais) e Orientações Curriculares (BRASIL, 2002a, 2002b, 2006) – há essa proposta de contextualização sociocultural, onde serão trabalhados os conteúdos clássicos e os denominados “temas transversais”, de caráter social.

No primeiro documento publicado em 1998, o MEC aponta como objetivos do Ensino Médio:

> Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. Para a área das Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologias, isto é particularmente verdadeiro, pois a crescente valorização do conhecimento e da capacidade de inovar demanda cidadãos capazes de aprender continuamente, para o que é essencial uma formação geral e não apenas um treinamento específico (BRASIL, 1998, p. 6).

A matemática faz parte da vida e há cada vez mais a necessidade de que a ela contribua para o desenvolvimento do cidadão que se deseja formar, correspondendo às exigências da vida contemporânea, que está cada dia mais complexa.

Na maioria dos livros didáticos o conceito de Matrizes é introduzido via conceito de tabela, seguido de definições algébricas formais. Segue-se, então, ensinando as operações seguidas da listagem das propriedades com o objetivo de treinar e memorizar o conceito.

Atualmente, o livro didático é um instrumento didático-pedagógico muito forte para o professor, pois além de sua distribuição ocorrer de forma gratuita nas escolas públicas nacionais, ele auxilia no trabalho educativo, contribuindo para o planejamento e execução das aulas, assim como referência para os saberes profissionais.

Já para o aluno, o livro didático tem o objetivo de consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos, auxiliando-o a desenvolver suas habilidades e competências e ajudando na sua formação social e cultural.

A análise de um livro deve ser feita com um objetivo principal, que deve estar na verificação dos processos metodológicos, que indicam como está o ensino de um referido conteúdo e como eles estão sendo trabalhados em sala de aula.

A seguir farei uma análise de quatro livros bastante utilizados como material de apoio para o ensino da matemática no ensino médio, principalmente no que tange ao assunto de Determinantes e Matrizes, que é o tema foco desta dissertação.

Os seguintes livros serão analisados:

- Livro 1: Matemática Ciência e Aplicações (2010) de I. Iezzi, Gelson. II. Dolce, Osvaldo. III. Degenszajn, David. IV. Périgo, Roberto. V. Almeida, Nilze de.

- Livro 2: Matemática: Contexto e Aplicações (2011) de Dante, Luiz Roberto.

- Livro 3: Matemática (2010) de I. Smole, Kátia Stocco. II. Diniz, Maria Ignez.

- Livro 4: Matemática Completa (2005) de I. Giovanni, José Ruy. II. Bonjorno, José Roberto.

Livro1:

O livro é objetivo no que diz respeito ao ensino de Determinantes e Matrizes. Ele começa por uma breve contextualização histórica, logo depois utiliza tabelas para exemplificar o uso de Matrizes, depois apresenta sistemas lineares e conclui com Determinantes. Cada tópico vem seguido de exemplos e, depois, os exercícios para serem praticados.

Na explicação do conteúdo são sempre utilizados exemplos e exercícios resolvidos para cada tópico, finalizando sempre com uma seção de exercícios para validar a aprendizagem do aluno e um roteiro de trabalho em grupo.

A linguagem utilizada mostra uma preocupação por parte do autor com o entendimento do aluno, pois utiliza um texto claro e conciso nas definições, conceitos e procedimentos. Porém, na linguagem matemática usa palavras cujo significado não é explicitado no texto, podendo gerar a falta de compreensão por parte do aluno.

A quantidade de exemplos e exercícios resolvidos utilizados pelo autor é mínima, limitando o aluno tanto na quantidade quanto na interação deste com o conteúdo. Já nos exercícios propostos, além de encontrarmos exercícios de aplicação, encontramos algumas questões contextualizadas, que promovem a interação professor aluno e a criatividade, mas sem dar muita ênfase às propriedades.

Livro 2:

O autor inicia a explicação com um texto que mostra uma grande utilidade de matriz no dia a dia e que também é uma importante ferramenta no campo da matemática denominado Álgebra linear. O livro apresenta as Matrizes, depois os Determinantes e segue para os sistemas lineares.

Faz-se uso de uma tabela para mostrar o que é matriz, definir e identificar a ordem das Matrizes. As definições são feitas de forma genérica, apresentando inicialmente a explicação dos tipos de Matrizes especiais, seguidas de exemplos para cada uma e logo depois segue-se os exercícios propostos.

O autor aproveita o tópico de igualdade de Matrizes para introduzir as operações com Matrizes, sempre seguidos de exercícios referentes aos exemplos dados. Na operação de adição mostra como funciona e define o algoritmo, porém sem comentar as propriedades. Quanto à multiplicação o autor deixa a critério do professor qual abordagem fará, deixando claro que não é um tópico fácil.

O diferencial deste livro são os tópicos que tratam das equações matriciais e das aplicações de Matrizes, embora sendo direcionados apenas à computação gráfica, mostram possíveis casos de aplicações em rotação, escala, translação e composição de transformações geométricas.

O autor tem a preocupação de relacionar os conhecimentos novos com os conhecimentos prévios dos alunos, que é algo que ganha bastante expressividade no livro. No capítulo que se refere aos Determinantes tudo acontece seguindo o mesmo rigor técnico. O diferencial é que são apresentadas as propriedades dos Determinantes e sua aplicação em vetores mesmo como leitura optativa.

Livro 3:

A autora do livro inicia a parte algébrica com sistemas lineares, avança para Matrizes e finaliza com Determinantes, relacionando-os aos sistemas lineares. Ela mostra como as Matrizes podem simplificar a resolução de sistemas com mais equações e variáveis.

O conteúdo é introduzido com linguagem simples, texto claro e de fácil interpretação, sempre com a preocupação de ilustrar os exemplos através de tabelas e suas aplicações em planilhas de Excel.

Os exercícios são estritamente de fixação e sem qualquer contextualização com outras áreas em que as Matrizes podem ser usadas.

A autora exemplifica os conteúdos, porém não o desenvolve muito, principalmente no que se refere às propriedades. Há apenas um quadro complementar no qual é feito uma rápida conexão dessa área da matemática com a computação gráfica.

Na parte que se refere aos Determinantes, a explanação acontece basicamente da mesma maneira, porém os Determinantes são apresentados como uma outra forma de resolução de sistemas lineares, tentado fazer com que o aluno seja capaz de escolher qual o melhor método a ser utilizado.

Livro 4:

Este livro também traz uma abordagem simples e rápida dos conteúdos, começando por Matrizes, depois Determinantes e finalmente sistemas lineares, mostrando apenas a relação existente entre Determinantes e Matrizes.

Não há contextualização histórica dos conteúdos, nem sua relação com as aplicações tecnológicas. Tudo muito compacto e com poucos exemplos e exercícios que não promovem a criatividade e o pensamento matemático.

Não desenvolve de forma mais compreensível as propriedades das Matrizes, mas o faz com as propriedades dos Determinantes, contudo com um número ínfimo de exemplos.

Além dos livros didáticos, existe hoje no Rio de Janeiro um material de apoio disponibilizado pelo governo do estado e intitulado: "Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada", que vem sendo amplamente utilizado por muitos professores do ensino médio como único material de apoio. Este documento encontra-se na íntegra disponível no site: www.conexaoprofessor.rj.gov.br.

No que se refere ao assunto desta dissertação, é para ser utilizado no 3º bimestre do 2º ano do ensino médio e, na parte de Matrizes, ele não menciona nenhuma aplicação ou questão contextualizada sobre o assunto e em Determinantes ele só menciona a existência dos Determinantes de ordem 2 e 3.

Vale destacar também, que a parte de sistemas lineares que está no material do 4° bimestre só trata de sistemas com 2 equações e 2 incógnitas e apresenta a regra de Cramer apenas para aplicação de sistemas desse tipo, fazendo o aluno acreditar que só existam sistemas dessa forma.

Dessa maneira, podemos perceber que a tarefa do professor vai além de ensinar utilizando os materiais de apoio citados anteriormente entre outros. Contudo, está na forma que julga ser a mais acertada para explicar um determinado conteúdo de forma contextualizada, promovendo o entendimento e a sua aplicação.

Vale destacar, que em algumas escolas do estado do Rio de Janeiro não são utilizados livros didáticos e sim Cadernos de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada. E apenas a título de informação, não tendo o objetivo de analisá-los, apresento a seguir as capas desses cadernos utilizados.

2° Série | 3° Bimestre

Disciplina	Curso	Bimestre	Série
Matemática	Ensino Médio	3°	2°
Habilidades Associadas			
1. Identificar e representar os mais diversos tipos de matrizes.			
2. Efetuar cálculos envolvendo operações com matrizes.			
3. Calcular determinantes de matrizes quadradas de ordem 2 e 3.			
4. Reconhecer e nomear pirâmides e cones.			
5. Resolver problemas envolvendo o cálculo de área lateral e área total de pirâmides e cones.			
6. Resolver problemas envolvendo o cálculo do volume de pirâmides e cones			

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO
SOMANDO FORÇAS

Figura 39 – Capa do caderno do 3º bimestre do 2º ano
Fonte: Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada

2° Série | 4° Bimestre

Disciplina	Curso	Bimestre	Série
Matemática	Ensino Médio	4°	2°
Habilidades Associadas			
1. Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações problemas para a linguagem matemática.			
2. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.			
3. Classificação do sistema linear.			
4. Compreender a definição de superfície esférica e de esfera.			

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO
SOMANDO FORÇAS

Figura 40 – Capa do caderno do 4º bimestre do 2º ano
Fonte: Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada

6. FUTURA BASE NACIONAL CURRICULAR COMUM:

No dia 16 de setembro de 2015, o Ministério da Educação (MEC) liberou a primeira proposta para um currículo comum para alunos do 1º ano do ensino fundamental até o 3º ano do ensino médio. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), detalha o que cada criança tem o direito de aprender a cada ano, independentemente do canto do país em que viva e da situação econômica de sua família.

A ideia é que esse conteúdo comum corresponda a 60% do que os alunos aprenderão, sendo os outros 40% correspondentes à parte diversificada do currículo, respeitando a diversidade, as particularidades e os contextos de cada localidade.

É válido deixar claro que a BNCC não é um currículo e, sim, uma parte dele e orienta a formulação do projeto Político-Pedagógico. É a indicação das aprendizagens esperadas em termos de competências e habilidades que todo aluno deve constituir e dos conhecimentos que dão substância a essas competências e habilidades.

Desde a Constituição de 1988, no Art. 210, quando o direito à escola passou a ser assegurado por lei, há a necessidade de formar um currículo para o país, porém isso ainda não aconteceu. Anos depois ela também é prescrita na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDBEN de 1996) em seu Artigo 26.

Além desses documentos, temos as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs), nas quais a base curricular é efetivamente detalhada, ajudando a inspirá-la e organizá-la. Temos também as Conferências Nacionais de Educação (CONAE) e o Plano Nacional de Educação (PNE) que também evidenciam a necessidade da BNCC.

Esta é apenas uma proposta inicial da BNCC; é um primeiro passo para o envolvimento de pais e educadores na discussão. Esse documento preliminar foi elaborado a partir de reuniões promovidas pela Secretaria de Educação Básica com Conselho Nacional de Secretários de Educação (Consed); União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime); Fórum Nacional dos Conselhos Estaduais de Educação (FNCE); União Nacional dos Conselhos Municipais de Educação (UNCME); União Brasileira dos Estudantes Secundaristas (UBES); Fórum Nacional de Educação (FNE) e as muitas e importantes associações profissionais e científicas da área.

Vale ressaltar a participação da SMB (Sociedade Brasileira de Matemática), que na reunião de 28 de novembro de 2014 seu Conselho Diretor decidiu relançar os estudos visando a elaboração de propostas curriculares por professores universitários e da educação básica para o ensino fundamental, médio e da licenciatura em Matemática.

O documento referente ao ensino médio, que é o mais avançado, já foi endossado pelo Conselho Diretor da SBM e apresentado ao debate do tema na comunidade e à construção da Base Nacional Curricular Comum (BNCC) que está sendo levada a cabo pelo Governo Federal.

Na fase atual, a Secretaria de Educação Básica do Ministério da Educação conta com um Comitê de Assessores que trabalha na produção de uma proposta preliminar da BNC, com o apoio de uma comissão de 116 especialistas, organizados em comissões por área/componente curricular/etapa da educação básica.

Essa comissão é responsável pela redação dos objetivos de aprendizagem. Ela é composta por representantes de 35 universidades e 2 Institutos Federais de Educação; professores das redes públicas estaduais dos 26 estados e do Distrito Federal, indicados pelas secretarias estaduais de educação; gestores das redes públicas estaduais, também indicados pelas secretarias estaduais.

Os professores das universidades que compõem a equipe de especialistas foram indicados pelo grupo de assessores a partir dos seguintes critérios: ser professor doutor de universidades, envolvidos com atividades de pesquisa, ensino e extensão relacionadas à educação básica, ter participação anterior em políticas do MEC voltadas à educação básica (PNAIC, PNLB, PACTO do Ensino Médio, PNBE, dentre outras), ter participação em processos de elaboração de currículos municipais e/ou estaduais.

Os principais objetivos da BNCC são: (re)orientar as políticas de Avaliação da Educação Básica; (re)pensar e atualizar os processos de produção de materiais didáticos e, também, colaborar na discussão da política de formação inicial e continuada de professores.

Com uma parte do currículo apresentando os mesmos conteúdos formalizados, fará com que os livros didáticos sejam materiais fortemente embasados, oportunizando a diminuição das desigualdades de aprendizagem e de oportunidade.

Como exemplo de avaliação posso citar um item provocador de grande discussão: o ENEM. Com os alunos tendo que aprender as mesmas coisas em todo o território nacional, a disputa ficará menos desigual e mais forte, dando a todo o ensino médio brasileiro, seja público ou privado, uma característica de uniformidade.

Com essa mudança, os professores poderão melhorar sua formação inicial. Além dessa, a BNCC propõe contribuir para um plano de carreira consistente, atrelado a avaliações de desempenho, tornando a profissão mais atraente.

Os objetivos gerais da matemática explicitados pelo novo documento são: estabelecer conexões entre os eixos da Matemática e entre esta e outras áreas do saber; resolver problemas, criando estratégias próprias para sua resolução, desenvolvendo imaginação e criatividade;

raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar; comunicar-se, utilizando as diversas formas de linguagem empregadas em matemática e utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio.

Dessa forma, apresento a seguir a proposta final da base curricular para o 1º, 2º e 3º ano do ensino médio na parte de álgebra e funções que abrange o tema foco desta dissertação que é Determinantes e Matrizes. Esta proposta foi apresentada em Junho de 2016

Para o 1º ano:

- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre duas ou mais grandezas, inclusive problemas envolvendo escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação.
- Compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, as ideias de domínio e de imagem, associando-a a representações gráfica e/ou algébrica.
- Reconhecer função afim em suas representações algébrica e gráfica, identificando variação (taxa, crescimento e decrescimento), pontos de intersecção de seu gráfico com os eixos coordenados e o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Descrever função linear como um tipo especial de função afim e associá-la a relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas.
- Associar sequências numéricas de variação linear (PA) a funções afins de domínios discretos.
- Reconhecer função quadrática em suas representações algébrica e gráfica, considerando domínio, imagem, ponto de máximo ou mínimo, intervalos de crescimento e decrescimento, pontos de intersecção com os eixos.

Para o 2º ano:

- Resolver problemas que envolvam sistemas de três equações de primeiro grau e três incógnitas (por substituição e escalonamento).
- Reconhecer função exponencial em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínio, imagem e crescimento e pontos de interseção com os eixos coordenados e associar sequências numéricas (PG) a funções exponenciais de domínio discreto.
- Reconhecer funções definidas por mais de uma sentença (exemplos: função modular, tabela de imposto de renda etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento.
- Reconhecer funções seno e cosseno em suas representações algébricas e gráficas, e descrevê-las considerando domínios de validade, imagem e características especiais como periodicidade, amplitude, máximos e mínimos.
- Compreender e descrever transformações que ocorrem na forma gráfica ao se alterarem os parâmetros da forma algébrica de funções. (exemplo: o que ocorre com o gráfico da função $y = ax + b$ ou $y = b + a.senx$, quando se altera o valor de a e/ou de b?), com o apoio de tecnologias digitais.

Para o 3º ano:

- Utilizar funções para representar situações reais, com ou sem o uso de tecnologias digitais.
- Compreender e descrever transformações que ocorrem na forma gráfica ao se alterarem os parâmetros da forma algébrica de funções. (exemplo: o que ocorre com o gráfico da função $y = ax + b$ ou $y = b$

+ a.senx quando se altera o valor de a e/ou de b?), com o apoio de tecnologias digitais.

Reparem que em nenhum momento o conteúdo Determinantes e Matrizes é explicitado direta ou indiretamente, ficando apenas como assunto complementar da formação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo fazer uma reflexão sobre a evolução do ensino de Determinantes e Matrizes na Educação Básica, observando as mudanças curriculares no que diz respeito aos assuntos mencionados, passando por importantes momentos históricos do ensino da matemática no Brasil.

Na década de 20, o ensino de Determinantes estava relacionado à Teoria de Permutações. Ele permaneceu no currículo desta forma até a década de 60, sem mudanças expressivas. Mas, sempre houve o questionamento em torno da permanência ou não do assunto. Euclides Roxo era um dos que defendia sua permanência como preparação dos alunos ao Ensino Superior.

Com o Movimento da Matemática Moderna (década de 60) as Matrizes são introduzidas no currículo, dando uma nova apresentação aos Determinantes. Estes passaram a estar relacionados a Teoria de Matrizes e Sistemas Lineares. Até hoje, é desta forma que podemos encontrar as teorias dos Determinantes e Matrizes relacionados nos livros didáticos.

A implantação do Enem é também um importante divisor de águas para o ensino no Brasil. Inicialmente, ele era uma prova para avaliar o Ensino Médio. Hoje, além disso, é o exame que dá acesso ao Ensino Superior e se tornou o mais importante exame com essa finalidade no Brasil. Desta forma, é natural que os currículos, cursinhos e professores sejam influenciados por tal exame sobre aquilo que vão ensinar ou não.

As Matrizes de Referência do Enem não contemplam os assuntos Determinantes e Matrizes, evidenciando uma forte tendência em excluir esses assuntos do currículo do Ensino Médio.

Em 18 anos de prova do Enem, há apenas uma questão sobre Matrizes. Seria essa questão uma contradição em relação ao Edital?

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) dispensam do currículo o ensino de Determinantes e não aborda a teoria das Matrizes. Mas o que percebo é que essas orientações não surtiram efeitos práticos, pois observamos que os Determinantes ainda figuram em quase todos os currículos nos estados do Brasil e fazem parte dos livros didáticos adotados.

Diante do Enem e das Orientações Curriculares (2006) alguns questionamentos surgem: Não seria o momento de retirar os Determinantes dos currículos estaduais do Ensino Médio?

Por outro lado também devemos pensar: E os vestibulares independentes que ainda contemplam os assuntos em seus exames? Deveriam esses se adequar ao Enem e excluir tais assuntos?

Vários outros questionamentos sobre a permanência e retirada dos assuntos do currículo surgem, principalmente, por que estamos em um momento de discussão e planejamento para futuras mudanças no currículo do Ensino Brasileiro.

Os materiais didáticos precisam continuar sendo reformulados, contribuindo para um melhor aprendizado e entendimento por parte dos alunos dos conceitos matemáticos trabalhados.

O ENEM ainda precisa ser aprimorado, reformulado, para que, sendo um dos maiores exames de avaliação para entrada na universidade, seja um exame em consonância com os conteúdos trabalhados no ensino médio.

Para que isso aconteça os currículos também precisam ser revistos. Sendo assim, surge a BNCC, com o objetivo de que toda a comunidade docente e discente participe da construção democrática de um currículo mais coerente com as necessidades sociais.

Assim, espero que, fazendo parte ou não do currículo o ensino de Determinantes e Matrizes, os professores se empenhem no ensino de forma efetiva e que os alunos estejam dispostos a aprender além da simples resolução de uma questão, que queiram aprender as possibilidades e as maravilhas que a matemática pode proporcionar.

Espero que estes questionamentos e esta pesquisa ajudem outros profissionais da educação a repensarem suas aulas e suas atitudes, pois quando não ensinamos o caminho de se chegar ao resultado tiramos do aluno a capacidade de errar, pensar, de questionar e acertar e, em consequência, formamos adultos conformados e apenas com capacidade de reproduzir e não tentar outra vez.

É necessário que a matemática renasça com um novo olhar pedagógico no meio escolar, utilizando novas ferramentas e tecnologias no processo ensino-aprendizagem, através de um planejamento bem elaborado, voltado às necessidades dos alunos, estabelecendo uma relação direta com sua realidade.

> É preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que tornam a linguagem de comunicação e ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistema de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos infinitos ligados às aplicações.(BRASIL, 1999, p. 251)

Acredito também que o ensino de matemática no ensino médio pode oferecer ferramentas e despertar curiosidades para aqueles que futuramente venham estudar matemática de alguma forma, seja por prazer ou pela necessidade de sistematizar algum assunto dos cursos do Ensino Superior.

Sendo assim, qual será o futuro do ensino de Determinantes e Matrizes no Ensino Médio?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

PORTAL DO MEC, BNCC. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/conhecaDisciplina?disciplina=AC_MAT&tipoEnsino=TE_EM. Acesso em 29 de setembro de 2015. Acesso em 20/04/2016

www.conexaoprofessor.rj.gov.br Acesso em 25/04/16

http://editorarealize.com.br/revistas/ebrapem/trabalhos/0cc580e7a3ae2b066 Acesso em 25/04/16

http://www2.unifesp.br/centros/ghemat/DVD s/HISTORIA/inicio.html Acesso em 10/06/16

http://vestibular.brasilescola.uol.com.br/enem/lista-adesao-enem.html Acesso em 10/06/16

http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=31151 Acesso em 10/06/16

http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/edital/2016/edital_enem_2016.pdf Acesso em 10/06/16

http://www.fuvest.br/ Acesso em 10/06/16

http://www.vestibular.uerj.br/ Acesso em 10/06/16

http://www.usp.br/imprensa/ Acesso em 10/06/16 http://www.apm.pt/files/05.pdf Acesso em 10/06/2016

http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf Acesso em 19/06/2016

http://vestibular.brasilescola.uol.com.br/enem/lista-adesao-enem.htm acesso em 23/06/2016

_____ .Secretaria de Educação Básica (SEB). **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, v. 2.Brasília: MEC, 2006.

______. **PCN+: Ensino Médio - orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 2002b.

______. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2006.

______. Revista Época. **A Presidente Sem Poder**. Rio de Janeiro: Editora Globo, n. 902, set.2015.

Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada de Matemática – 03. Rio de Janeiro: Secretaria de Educação do Governo do Estado do Rio de Janeiro.

Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada de Matemática – 04. Rio de Janeiro: Secretaria de Educação do Governo do Estado do Rio de Janeiro.

BERTOLINI, Marcel Vinhas. **Aspectos da Matemática Chinesa: Os Nove Capítulos,** São Paulo, Editora IME - USP, 2004.

BOULOS,P.; WATANABE, R. **Matemática - 2 º Grau** - Vol. 2, 1976.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, 1974.

BURAK, D. . **Modelagem Matemática: experiências vividas**. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática - CNMEM, 2005, Feira de Santana - BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana - BA : Editora da UEFS,2005.

BRASIL. MEC. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCNEM: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2002a.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Média e Tecnológica (SEMTEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**, v. 3. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Programa Mínimo – Portaria 1951. **Diário Oficial da União**, Brasil, p. 7, 22 fev. 1952.

BRASIL. Portaria ministerial n. 807. **Diário Oficial da União**, Brasil, 18 jun. 2010.

CAROLI, CALLIOLI, FEITOSA. **Matrizes e Sistemas Lineares**, 1971.

CONTADOR, Paulo R. M.; **Matemática uma breve história**, vol III, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2005.

D' AMBRÓSIO, U. **Educação para uma sociedade em transição** [Livro]. - Campinas-SP: Papirus, 2001. 2ª ed.

DASSIE, B. A. **A matemática do curso secundário na Reforma Gustavo Capanema**. 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – PUC-Rio, Rio de Janeiro – RJ, 2001.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

Espírito Santo (Estado). Secretaria da Educação. **Ensino médio : área de Ciências da Natureza / Secretaria da Educação**. – Vitória : SEDU, 2009. 128 p. ; 26 cm. – (Currículo Básico Escola Estadual ; v. 02).

FIORENTINI, D.; SOUZA Jr.; MELO, G. F. A. de. **Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos.** In: SERALDI, C.M.G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA,E.M. de A. (Org.). Cartografias do trabalho docente: professor (a)- pesquisador (a). Campinas: Mercado das Letras, ALB, 2000. p. 307-335.

GUSSI, João Carlos. **O ensino da matemática no brasil: Análise dos programas de ensino do Colégio Pedro II (1837 a 1931).** Piracicaba - SP, 2011.

LIBANEO, Jose Carlos. **Didática** [Livro]. - São Paulo: Cortez, 1994. – 19 ed.

LOPES, Marcelo dos Reis. **Matrizes: história de um conteúdo escolar.** 2012. 101 f. Tese (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2012.

LORENZ, Karl Michael; VECHIA, Ariclê. **Os livros didáticos de matemática na escola secundária brasileira no século XIX.** Pelotas - RS, 2004.

MACHADO, Maria Gisela de Bom. **Dificuldades encontradas pelos alunos de 5ª a 8ª série do 1º grau no processo de aprendizagem da matemática**. Monografia (especialização em Educação Matemática) [Livro]. - Criciúma - SC: Universidade do Extremo Sul Catarinense, Santa Catarina. 1992.

MARQUES, A. **Tempos pré-modernos: a matemática escolar dos anos 1950.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da PUC-SP, 2005.

MIGUEL, A.; MIORIM, M.A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 198p. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

MIORIM, M.A. **Introdução à história da Educação Matemática.** São Paulo, Atual Editora, 1998.

NEVES, K. C. R. **Um exemplo de transposição didática: o caso das Matrizes**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação para as Ciências e a Matemática) – UEM, Maringá – PR. 2009.

RIBEIRO, D. F. C. **Dos cursos complementares aos cursos clássico e científico: a mudança na organização dos ensinos de matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da PUC-SP, São Paulo. 2006.

PONTE, J. P. BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas em Sala de Aula.** Belo Horizonte, Autêntica, 2003.

SANTOS, Reginaldo J. **Diagonalização de Matrizes 2x2 e Sistemas de Equações Lineares**. Departamento de Matemática-ICEx, Universidade Federal de Minas Gerais, p. 1-36, set.2002.

SCHUBRING, G. **O primeiro movimento internacional de reforma curricular em Matemática e o papel da Alemanha: um estudo de caso na transmissão de conceitos.** In: Zetetiké. Campinas, SP: FE/UNICAMP. Vol. 7, nº 11, 1999.

SILVA, TATIANE. **Matrizes e suas cercanias: um estudo histórico a partir de livros didáticos de matemática.** 2010. Fapesp, Bauru, São Paulo, 2010.

SOARES, Maria Susana Arrosa. O acesso à educação superior e sua cobertura demográfica. In: SOARES, Maria Susana Arrosa (coord.). **A Educação Superior no Brasil**. Porto Alegre, 2002.

VALENTE, W. R.. **A Matemática Escolar: perspectivas históricas.** In: 2o. Congresso Luso-Brasileiro de História da Ciência e da Tecnologia, 2003, Rio de Janeiro. Anais do 2o. Congresso Luso-Brasileiro de História da Ciência e da Tecnologia, 2003.

VALENTE, W. R. **Era uma vez o cálculo dos determinantes: tempos pré-modernos do ensino de matemática no colégio.** Caxambu, MG: Anais da 33ª. Reunião Anual da ANPEd, 17 a 20 de outubro de 2010.

VALENTE, W. R. **Euclides Roxo e a constituição da educação matemática no Brasil.** 2008. Tese de doutorado, Rio de Janeiro, 2008.

VALENTE, W. R. **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil.** Editora Universidade de Brasília, BSB, 2004.

VALENTE, Wagner Rodrigues; LOPES, Marcelo dos Reis. **Um Estudo do Processo de Introdução das Matrizes no Ensino Secundário a partir da Análise de Livros Didáticos dos Anos 1940-1970.** Editora Realize. Disponível em: http://editorarealize.com.br/revistas/ebrapem/trabalhos/0cc580e7a3ae2b066f3409baf89ac0a8.pdf

VALENTE, W. R.. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930.** Fapesp – SP, 1999.

VASCONCELOS, Simão Dias; LIMA, Kênio Erithon Cavalcante. Inclusão social e acesso às Universidades Públicas: o programa Professores do Terceiro Milênio. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, s.n., n. 29, p. 67-86, jan.-jun. 2004.

ZAGO, Nadir. Do acesso à permanência no ensino superior: percursos de estudantes universitários de camadas populares. **Revista Brasileira de Educação**, v. 11, n. 32, maio-ago 2006.

APÊNDICE A: CURRÍCULOS DO ENSINO MÉDIO DOS ESTADOS BRASILEIROS.

Acre:

Identificar e classificar matrizes, operar com elas, determinar sua inversa e calcular o determinante de uma matriz quadrada.	• Organização de dados numéricos em tabelas denominadas matrizes. • Reconhecimento de elementos de uma matriz, como as linhas, colunas, diagonal, e de matrizes especiais, como a nula, a quadrada, a identidade, a diagonal, a transposta, a simétrica. • Interpretação e resolução de situações-problema que permitam utilizar operações com matrizes: adição e subtração e suas propriedades, multiplicação de um número real por uma matriz, multiplicação de matrizes e suas propriedades, matriz inversa. • Exploração de determinante de uma matriz de uma dada ordem. • Interpretação e cálculo de determinantes de ordem 1, 2 ou 3. • Atividades que permitam a exploração e aplicação do Teorema de Laplace, Teorema de Binet, Teorema de Jacobi. • Interpretação e simplificação no cálculo de determinantes.	• Desenvolvimento e resolução de situações-problema em que é possível organizar dados numéricos em matrizes. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam reconhecer elementos de uma matriz como linhas, colunas, diagonal. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam reconhecer matrizes iguais. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam identificar matrizes especiais como a nula, a quadrada, a identidade, a diagonal, a transposta, a simétrica. • Exploração, desenvolvimento e resolução de situações-problema que permitam utilizar para sua resolução as operações de adição e/ou de subtração com matrizes. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam reconhecer a matriz oposta de uma matriz dada. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema que permitam identificar propriedades da adição de matrizes como a comutativa, a associativa, a existência do elemento neutro, a existência do elemento oposto e a lei de cancelamento. • Exploração, desenvolvimento e resolução de situações-problema que permitam utilizar para sua resolução multiplicação de um número real por uma matriz. • Exploração, desenvolvimento e resolução	Propostas que permitam verificar como o aluno: • organiza dados numéricos de situações-problema em matrizes; • reconhece elementos de uma matriz como linhas, colunas, diagonal; • reconhece matrizes iguais; • identifica matrizes especiais como a nula, a quadrada, a identidade, a diagonal, a transposta, a simétrica; • utiliza as operações de adição e/ou de subtração com matrizes na resolução de situações-problema; • reconhece matriz oposta de uma matriz dada; • identifica propriedades da adição de matrizes como a comutativa, a associativa, a existência do elemento neutro, a existência do elemento oposto e a lei de cancelamento; • utiliza multiplicação de um número real por uma matriz na resolução de situações-problema; • utiliza multiplicação de matrizes em situações-problema; • identifica propriedades da multiplicação de matrizes como a associativa, distributiva à direita e distributiva à esquerda; • reconhece e calcula uma matriz inversa;

		situações-problema que permitam utilizar para sua resolução multiplicação de matrizes. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam identificar propriedades da multiplicação de matrizes como associativa, distributiva à direita e à esquerda. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam reconhecer e calcular uma matriz inversa. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam exploração de determinante de uma matriz e identificação da ordem do determinante. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam o cálculo de determinantes de matrizes de ordem 1, 2 ou 3. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam: a exploração e aplicação dos Teoremas de : Laplace; Bineti e Jacobi. • Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam a simplificação do cálculo de determinantes de ordem maior que 3 com uma fila nula, com filas paralelas iguais ou proporcionais, com o uso do determinante da matriz transposta, com o produto de uma fila por uma constante.	• identifica a ordem de um determinante; • calcula determinantes de matrizes de ordem 1, 2 ou 3; • explora e aplica o Teorema de Laplace; • explora e aplica o Teorema de Bineti; • explora e aplica o Teorema de Jacobi; • calcula determinantes de ordem maior que 3 usando propriedades como a das filas iguais ou proporcionais, com o uso do determinante da matriz transposta, com o produto de uma fila por uma constante.
Representar e resolver situações-problema por meio de sistemas lineares, reconhecendo e classificando-os, relacionando-os à equação matricial, e aplicar o método de Cramer e o método do escalonamento na resolução dos sistemas lineares.	• Análise, interpretação e resolução de problemas por meio de sistemas lineares. • Análise, interpretação e resolução de situações-problema que permitem classificar um sistema linear em possível e determinado, possível e indeterminado, impossível. • Representação matricial de um sistema. • Exploração e utilização da Regra de	• Desenvolvimento e resolução de situações-problema em atividades que permitam a identificação de um sistema linear necessário para resolver uma situação-problema. • Exploração de situações-problema que permitam classificar um sistema linear em possível e determinado, possível e indeterminado, impossível. • Atividades que permitam aos alunos relacionar a representação matricial com um sistema linear.	Propostas que permitam verificar como o aluno: • identifica um sistema linear necessário para resolver uma situação-problema; • classifica um sistema linear em possível e determinado, possível e indeterminado, impossível; • relaciona a representação matricial com um sistema linear;

	Cramer em sistemas lineares na resolução de problemas. • Exploração de sistemas lineares equivalentes e escalonamento de sistemas lineares. • Discussão de um sistema linear.	• Exploração de situações-problema que permitam a utilização da Regra de Cramer no sistema linear que resolve o problema. • Exploração de situações-problema que permitam a utilização do processo de escalonamento do sistema linear que resolve o problema. • Exploração de situações em que há necessidade de discussão de um sistema linear e de indicar para quais valores de um ou mais parâmetros esse sistema é possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível.	• utiliza a regra de Cramer no sistema linear que resolve o problema; • utiliza o processo de escalonamento do sistema linear que resolve o problema; • analisa um sistema linear e indica para quais valores de um ou mais parâmetros esse sistema é possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível.

Figura 41,42 e 43 – Proposta Curricular de Matemática do Acre – 2º ano
Fonte: Orientações Curriculares para o Ensino Médio, Caderno 1 – Matemática

Alagoas:

Componente Curricular Matemática — 2ª Série — Ensino Médio			
DIREITOS DE APRENDIZAGEM			
Atitudes			
• Empenho na compreensão de conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitem desenvolver estudos posteriores e ampliar a formação geral; • Empenho no uso dos conhecimentos matemáticos em situações diversas, utilizando -os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas; • Valorização das informações provenientes de diferentes fontes, a partir de fer ramentas matemáticas que permitam formar uma opinião própria e expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade; • Predisposição ao uso de capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comu nicação, bem como o espírito crítico e criativo; • Confiança nos próprios procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos; • Empenho em utilizar a expressão oral, escrita e gráfica em situações matemáticas e valorização da precisão da linguagem nas demonstrações em Matemática; • Interesse em estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo; • Flexibilidade para reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações; • Satisfação pessoal e confiança em relação às próprias capacidades matemáticase ao desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.			
COMPET ÊNCIAS	EIXOS	HABILIDADES	CONTEÚDOS CONCEITUAIS
- Visualizar e descrever propriedades e relações por meio da análise e comparação de figuras espaciais. - Fazer pequenas inferências e deduções em geometria demonstrando teoremas simples da geometria espacial.	ESPAÇO E FORMA	· Realizar construções geométricas de polígonos, sólidos e lugares geométricos, por meio de régua e compasso e geometria dinâmica; · Reconhecer relações entre elementos de figuras semelhantes e homotéticas; · Resolver problemas geométricos utilizando construções, envolvendo lugares geométricos, congruência e propriedades de sólidos geométricos de Platão (Tetraedro, icosaedro, hexaedro, octaedro e dodecaedro), pirâmides, cones e troncos de cones e cilindros; · Justificar e analisar os processos utilizados nas construções geométricas; · Reconhecer os eixos espaciais e usá-los para representar pontos no espaço.	· Figuras geométricas no plano espacial. · Congruência, semelhança e homotetia. · Representação de pontos por meio de coordenadas espaciais. · Trigonometria nos triângulos e na circunferência com suas respectivas propriedades e aplicações.
- Compreender conceitos e aplicações de grandezas e suas medidas em diversas situações-problemas.	GRANDEZAS E MEDIDAS	· Resolução de problemas envolvendo os conceitos de perímetro, área e volume no estudo das funções; · Medidas de comprimento, área, volume, massa, tempo, etc. a partir das relações de função.	· Resolução de problemas envolvendo os conceitos de perímetro, área e volume no estudo das funções relacionando-as com as figuras espaciais; · Medidas de comprimento, área, volume, massa, tempo, etc. a partir das relações de função.
- Reconhecer as matrizes, determinantes e sistemas lineares com suas diferentes representações relacionando-as entre si e suas aplicações. - Compreender as propriedades das matrizes, determinantes e sistemas lineares. - Compreender as propriedades da Análise Combinatóriae Probabilidade e saber usá-las em situações concretas. - Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica para expressar relações, modelando situações problemas.	NÚMEROS, ÁLGEBRA E OPERAÇÕES	· Aplicação de conhecimentos sobre análise combinatória e probabilidade em diferentes contextos. · Resolver operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de sistemas lineares e matrizes. · Compreender o conceito de análise combinatória e probabilidade como relação entre processos de contagem e raciocínio lógico. · Aplicar os conhecimentos sobre análise combinatória e probabilidade para resolver situações problemas. · Realizar análise de problemas utilizando elementos da teoria de análise combinatória e probabilidade. · Reconhecer as funções trigonométricas e suas aplicações. · Utilizar o princípio multiplicativo e aditivo para a resolução de problemas.	· Operações de Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão com a respectiva definição e configuração de Matrizes. · Cálculo da matriz inversa por meio de determinantes. · Classificação de um sistema linear (utilizando o processo do escalonamento). · Utilização dos teoremas de Cramer, Binet, Sarrus, Laplace e Chió, para calcular determinantes e sistemas lineares. · Cofator de uma matriz. Condições para equivalência de sistemas lineares. · Determinante de matriz de ordem 1, 2 ou 3 e os métodos de determinação. · Matriz, diagonal, inversa, quadrada, simétrica, complementar identidade, oposta e transposta e suas respectivas propriedades. · Análise combinatória: Principio aditivo e multiplicativo, arranjos, combinações e permutações e suas respectivas propriedades e aplicações. · Probabilidade: Definição, espaço amostral, Conceito e aplicações em conjuntos. · Binômio de Newton: Propriedades e aplicações relações com a análise combinatória. · Estudo da trigonometria: como função e aplicações.

Figura 44 e 45: Proposta Curricular de Matemática de Alagoas – 2º ano
Fonte: Referencial Curricular da Educação Básica de Alagoas

Amapá:

EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Modalidade EJA Médio
1ªetapa
Eixo 1: Matemática e Sociedade
V – UNIDADE: **Elementos de Matrizes**
1.1- Generalidades
1.2- Notação Genérica
1.3 -Igualdade de Matrizes
1.4 - Matriz Nula
1.5- Matriz Oposta

Modalidade EJA Médio
2ªetapa
Eixo 1: Matemática e Sociedade
III- UNIDADE – Sistemas Lineares
3.1 **-** Equação Linear
3.2 – Sistemas de Equações Lineares
3.3 – Classificação dos Sistemas Lineares
3.4 – Sistema Homogêneo
3.5 – Matrizes de um Sistema
3.6 – Sistema Normal
3.7 – Resoluções de Sistemas Normais

Eixo 2: Álgebra: uso, significados e modelos matemáticos

II – UNIDADE: **Determinantes**
2.1 – Determinante de uma Matriz Quadrada
2.2 – Determinante de uma Matriz Quadrada de ordem n(n3)
2.3 – Propriedades

Figura 46: Proposta Curricular de Matemática do Amapá do EJA
Fonte: Plano Curricular da Educação Básica

Amazonas:

Eixo Temático: A matemática e as práticas sociais				
	COMPETÊNCIAS	HABILIDADES	CONTEÚDOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
1º BIMESTRE	• Compreender a importância das tabelas para a organização do pensamento e para a resolução eficiente de situações-problema; • Modelar e resolver problemas que envolvam representações algébricas.	• Aplicar o produto de matrizes para resolver situações-problema; • Calcular o determinante de uma matriz quadrada; • Construir um sistema de equações a partir de uma situação-problema; • Utilizar diferentes métodos de resolução de sistemas.	**Matrizes e sistemas** • Conceito • Operações determinantes • Sistemas lineares:	• Resolvendo situações-problema; • Pesquisando sobre aplicações de matrizes; • Resolvendo situações-problema, usando a criatividade; • Discutindo e encontrando a solução dos problemas apresentados.

Figura 47: Proposta Curricular de Matemática do Amazonas – 2º ano
Fonte: Proposta Curricular de Matemática para o Ensino Médio

Bahia:

ENSINO MÉDIO – 2ª Série

➢ **Números, Contagem e Analise de Dados**
- Sequências e Progressões;
- Análise Combinatória;
- Matrizes, determinantes e sistemas lineares;
- Representação e análise de dados;
- Medidas de tendência central (médias, moda e mediana);
- Desvios e variância;
- Probabilidade.

➢ **Funções Elementares e Modelagem**
- Trigonometria nos triângulos quaisquer;
- Relações no ciclo trigonométrico;
- Funções trigonométricas;
- Distribuição de frequência e gráficos;
- Sequências e progressões.

➢ **Geometria e Medidas**
- Geometria espacial de posição;
- Simetrias de figuras planas ou espaciais.
- Geometria espacial métrica.

Figura 48: Proposta Curricular de Matemática da Bahia – 2º ano
Fonte: Conteúdos Referenciais para o Ensino Médio

Distrito Federal:

ENSINO MÉDIO		MATEMÁTICA
Multiletramentos, Cultura, Sociedade, Meio Ambiente e Ética		
A Matemática interfere na vida cotidiana uma vez que seus modelos procuram descrever e entender a realidade na qual está inserida, tendo como finalidade capacitar o estudante a analisar as informações criticamente. Assim sendo, os conteúdos abordados neste eixo devem proporcionar um conjunto de saberes que possibilitem interpretar informações organizadas em diferentes formatos, levando, em diferentes conjecturas, a extrair informações e inferir sobre as mesmas.		
1ª ano	**2ª ano**	**3ª ano**
•Noções de Matemática Financeira: Razão, proporção, porcentagem; Juros simples e compostos; Descontos; Taxas e Financiamentos	•Matrizes: Aplicações com matrizes; Operações; Determinante de uma matriz. •Sistemas Lineares: Formas lineares, escalonados, equivalentes e homogêneos; Tipos de soluções: regra de Cramer, escalonamento e outros. •Sequências e Progressões: Sequências; Progressões aritméticas e geométricas. •Análise Combinatória: Princípio da contagem; Arranjos, permutações e combinações.	•Probabilidade: Espaço amostral e evento; Probabilidades. •Noções de Estatística: Coleta de dados; Variáveis; Construção de tabelas e gráficos; Distribuição de frequências; Médias estatísticas (aritmética ponderada e harmônica); Moda, mediana e desvio padrão.

ENSINO MÉDIO		MATEMÁTICA
Multiletramentos, Lógica, Análise e Representação		
Os conteúdos trabalhados nesta dimensão partem da convicção de que o raciocínio lógico é capaz de romper com os processos de simples memorização de fórmulas e tabelas, pois desenvolve a capacidade de construir conceitos a partir de observações e de experiências vivenciadas dentro e fora da escola. A ideia de "algebrizar" está relacionada à capacidade de simbolizar, de operar simbolicamente e de interpretar relações simbólicas. É o grande início da modelagem matemática. A lógica algébrica permite ao indivíduo traduzir uma situação-problema em linguagem matemática a partir da qual são aplicadas rotinas de cálculos e algoritmos. Esse raciocínio contribui para a análise dos fatos, promove o pensamento científico e desenvolve ações de manipulação de objetos de aprendizagem, de operacionalização, de representação e de abstração. Nesse contexto, a representação assume, na Matemática, o papel de construir modelos simbólicos de diversos fenômenos, contribuindo para a percepção do conhecimento no âmbito dos multiletramentos. Dessa forma, a lógica, a análise e a representação devem atuar em conjunto, colaborando para que os estudantes possam ter uma visão crítica e coerente ao interpretar e agir sobre os fatos.		
1ª ano	**2ª ano**	**3ª ano**
• Conjuntos: Revisão de conceitos fundamentais; Conjuntos numéricos; Intervalos; Resolução de situações-problema. • Funções: Definição; Gráficos de funções; Crescimento e decrescimento; Domínio e imagem dos intervalos. • Função Polinomial de 1º Grau: Definição e gráficos; Zero da função e equação de 1º grau; Construção de gráficos, tabelas e quadros utilizando informações do cotidiano. • Função Polinomial de 2º Grau: Definição e gráficos; Zeros da função e equação de 2º grau; Estudo da parábola. • Inequações: Aplicações e operações com inequações	•Revisão de Potencial. • Função Exponencial: Equação exponencial; Função exponencial; Inequação exponencial; Aplicação a matemática financeira com uso de calculadora científica; Situações problemas. •Função Logarítmica: Definição de logaritmo e propriedades; Equações logarítmicas; Definição de função logarítmica; Representação gráfica; Inequações logarítmicas. •Trigonometria: Razões trigonométricas (seno, cosseno, tangente e seus correspondentes trigonométricos); Relações trigonométricas; Funções trigonométricas; Leis dos senos e cossenos.	•Números Complexos: Parte imaginária e real; Operações com números complexos; Aplicações dentro do conjunto complexo. •Polinômios: Função polinomial; Valor numérico e polinômio nulo; Operações com polinômios; Equações polinomiais (ou algébricas).

Figura 49 e 50: Proposta Curricular de Matemática do Distrito Federal – 2º e 3º ano

Fonte: Currículo em Movimento da Educação Básica do Distrito Federal

Goiás:

Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

GOVERNO DE GOIÁS

	2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO		
	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	**EIXOS TEMÁTICOS**	**CONTEÚDOS**
1º BIMESTRE	• Identificar e representar os diferentes tipos de matrizes. • Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes. • Reconhecer matrizes especiais. • Determinar a inversa de uma matriz. • Resolver problemas utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial. • Calcular o determinante de matrizes de ordem 2 ou 3. • Aplicar a Regra de Sarrus e o Teorema de Laplace. • Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. • Distinguir sistemas lineares e associá-los a matrizes. • Determinar a solução de um sistema linear associando-o à uma matriz. • Resolver sistemas lineares e classificá-los. • Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas. • Utilizar escalonamento e (ou) a Regra de Cramer na resolução dos sistemas lineares. • Resolver problemas utilizando sistemas lineares.	Números e Operações	• Matrizes. • Determinantes. • Sistemas lineares.

Figura 51: Proposta Curricular de Matemática de Goiás – 2º ano
Fonte: Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás

Maranhão:

ÁREA DO CONHECIMENTO: MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS - DISCIPLINA: MATEMÁTICA - EM			
O QUE DEVERÁ SER APRENDIDO	O QUE DEVERÁ SER ENSINADO	COMO DEVERÁ SER ENSINADO	O QUE DEVERÁ SER AVALIADO
Reconhecer no contexto social diferentes significados e representações dos números, suas operações e propriedades; Compreender os diferentes significados das operações fundamentais; Conhecer as variáveis de uma função e análise a dinâmica da variação interdependente entre elas; Utilizar variáveis para generalizar padrões aritméticos na construção de problemas.	NUMEROS, ÁLGEBRA E FUNÇÕES	Explore cada centro de interesse, uma estratégia muito fecunda é a via da problematizarão, da formulação e do equacionamento de problemas, da tradução de perguntas formuladas em diferentes contextos em equações a serem resolvidas; Problematize situações práticas do cotidiano nas resoluções situações-problema de função no contexto da vivencia do aluno.	Avalie conhecimentos significativos nas operações em conjuntos numéricos em diferentes contextos do cotidiano do aluno. Elabore atividades em que os alunos utilizem os diferentes modos como uma grandeza pode variar em função da outra
Resolver problemas utilizando diferentes unidades de medidas. Estabelecer relação entre os sistemas de medidas bem como resolver situações-problema relacionadas com seu cotidiano.	GRANDEZAS E MEDIDAS	Provoque o aluno fazendo questionamentos e discussões para que ele perceba o grau de dificuldade da aprendizagem nos sistemas de medidas, oportunizando o manuseio de material concreto alternativo ou industrializado para compreensão e identificação dos conceitos e propriedades de grandezas e medidas.	A compreensão das relações entre os sistemas de medidas e suas aplicações na resolução de problemas do cotidiano.
Compreender as relações e propriedades existentes entre as figuras geométricas, dando significado às suas formas, relacionando-as com o convívio social e utilizando-as para resolver problemas do cotidiano; Perceber a geometria presente em nosso meio e relacionando-a com outras áreas do conhecimento.	GEOMETRIA	Criar espaço de discussão na sala de aula para debates de questões relacionadas à aprendizagem de espaço e forma de cada figura estudada, usando os recursos necessários, como régua, esquadro, transferidor, compasso e calculadora.	Os conhecimentos significativos aprendidos em figuras geométricas, bem como a capacidade em mobilizá-los nos diferentes contextos para a solução de situações-problemas do seu cotidiano.
Associar informações apresentadas em listas, gráficos e/ou tabelas simples que as representam o desenvolvimento da construção do raciocínio lógico; Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.	TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	Simule uma pesquisa de campo, explore a capacidade de leitura, interpretação e análise gráficos e tabelas das informações obtidas.	Desenvolva a capacidade interpretar, analisar dados que possibilitem a construção do pensamento lógico, investigativo, crítico, criativo na resolução de atividades propostas

Figura 52: Proposta Curricular de Matemática do Maranhão
Fonte: Diretrizes Curriculares da Rede Estadual do Maranhão

Mato Grosso:

2 Trigonometria: Consiste nos estudos a serem realizados no triângulo retângulo, num triângulo qualquer e a análise do comportamento na primeira volta do círculo trigonométrico. O desenvolvimento dessa temática permite ao estudante utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problemas que envolvam medições geodésicas, em especial, o suporte para o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. É fundamental ainda para compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas desde as mais remotas épocas e sua evolução nas diferentes épocas e contextos sociais até às contribuições relativas ao estudo das mais avançadas relações astronômicas atuais.

Apesar dessa importante contribuição, a trigonometria é normalmente apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo mecânico e algé-

brico das identidades e equações, deixando de considerar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurada são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial, o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondam a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente, com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas.

As outras funções trigonométricas devem ser mencionadas, quando possível, em caráter de curiosidade, justificando-se apenas suas principais relações e, comportamento. O que vale frisar é sua evolução histórica e importância pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou atualmente, na Agrimensura, na Geodésia, na Astronomia, etc. Esse nível de atividade possibilita ainda desenvolver e aprofundar o conhecimento dos estudantes sobre números e operações, sem se desconectar dos outros conceitos, ou seja, podem-se envolver os números decimais e fracionários mantendo de perto a relação estreita com problemas que envolvem medições, cálculos aproximados e porcentagens; assim como os números irracionais devem se ligar ao trabalho com geometria e medidas, coerências entre estimativas, cálculos exatos e aproximados, tendo como referência o instrumento a ser utilizado.

Nesse mesmo bloco de conhecimento, tradicionalmente a Matemática do Ensino Médio faz a ampliação do conjunto numérico, introduzindo os números complexos. Como esse tema, isolado da resolução de equações, perde seu sentido para os que não continuarão seus estudos na área, ele pode ser tratado na parte flexível do currículo das escolas. Ele assume, no entanto, grande importância quanto ao valor do conhecimento histórico e ao desenvolvimento de um dos grandes paradigmas que acompanharam e incomodaram a evolução da Matemática, que foi como caracterizar e entender os números imaginários.

Temos ainda, com relação à álgebra, o estudo de equações polinomiais e de sistemas lineares. Esses dois conteúdos devem receber um tratamento que enfatize sua importância cultural, isto é, estender os conhecimentos que os estudantes possuem sobre a resolução de equações de primeiro e segundo graus e sobre a resolução de sistemas de duas equações e duas incógnitas para sistemas lineares 3 por 3, fazendo, talvez, uma menção ao conceito básico de matrizes como forma estruturada de representação e aplicando esse estudo à resolução de problemas simples de outras áreas do conhecimento, principalmente no que se refere a processos de otimização, que é uma das grandes áreas da aplicação Matemática. Fica também, como sugestão, a realização de uma abordagem mais qualitativa e profunda, feita dentro da parte flexível do currículo, como opção específica de cada unidade escolar.

Figura 53 e 54: Proposta Curricular do Mato Grosso
Fonte: Orientações Curriculares da Educação Básica do Mato Grosso

Mato Grosso do Sul:

2º BIMESTRE

CONTEÚDOS

NÚMEROS E OPERAÇÕES

- ✓ Sequências Numéricas
  - conceituação
  - progressão aritmética (PA)
  - termo geral (PA)
  - soma dos "n" primeiros termos de uma PA
  - progressão geométrica (PG)
  - termo geral (PG)
  - soma dos "n" primeiros termos de uma PG
  - soma dos infinitos termos de uma PG

Matemática

- ✓ Matrizes
  - representação
  - matrizes especiais
  - operações com matrizes
  - matriz inversa

COMPETÊNCIAS/HABILIDADES

- Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.
- Identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades.

3º BIMESTRE

CONTEÚDOS

NÚMEROS E OPERAÇÕES

- ✓ Determinantes
  - determinante de uma matriz
  - teorema de Laplace
  - propriedades dos determinantes
- ✓ Sistemas Lineares
  - equação linear
  - sistema linear
  - classificação de um sistema linear
  - resolução de sistemas por escalonamento
  - sistema linear homogêneo
  - regra de Cramer
  - discussão de um sistema

COMPETÊNCIAS/HABILIDADES

- Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.
- Tomar decisões diante de situações problemas, baseado no uso de determinante.
- Elaborar argumentos consistentes, de diferentes naturezas, fazendo uso das operações com determinantes.

Figura 55 e 56: Proposta Curricular de Matemática de Mato Grosso do Sul- 2º ano

Fonte: Diretrizes Curriculares para o Ensino Fundamental e Médio

Paraná:

MATEMÁTICA - ENSINO MÉDIO

ABORDAGEM TEÓRICO-METODOLÓGICA: Os Conteúdos Básicos de Matemática no Ensino Médio, deverão ser abordados articuladamente, contemplando os conteúdos ministrados no ensino fundamental e também através da intercomunicação dos Conteúdos Estruturantes.
As tendências metodológicas apontadas nas Diretrizes Curriculares de Matemática sugerem encaminhamentos metodológicos e servem de aporte teórico para as abordagens dos conteúdos propostos neste nível de ensino, visando desenvolver os conhecimentos matemáticos a partir do processo dialético que possa intervir como instrumento eficaz na aprendizagem das propriedades e relações matemáticas, bem como as diferentes representações e conversões através da linguagem e operações simbólicas, formais e técnicas. É importante a utilização de recursos didático-pedagógicos e tecnológicos como instrumentos de aprendizagem.
Os procedimentos e estratégias a serem desenvolvidas pelo professor objetivam garantir ao aluno o avanço em estudos posteriores, na aplicação dos conhecimentos matemáticos em atividades tecnológicas, cotidianas, das ciências e da própria ciência matemática.
Em relação às abordagens, destacam-se a análise e interpretação crítica para resolução de problemas, não somente pertinentes à ciência matemática, mas como nas demais ciências que, em determinados momentos, fazem uso da matemática.

CONTEÚDOS ESTRUTURANTES	CONTEÚDOS BÁSICOS	AVALIAÇÃO
NÚMEROS E ÁLGEBRA	• Números Reais; • Números Complexos; • Sistemas lineares; • Matrizes e Determinantes; • Polinômios; • Equações e Inequações Exponenciais, Logarítmicas e Modulares.	• Amplie os conhecimentos sobre conjuntos numéricos e aplique em diferentes contextos; • Compreenda os números complexos e suas operações; • Conceitue e interprete matrizes e suas operações; • Conheça e domine o conceito e as soluções de problemas que se realizam por meio de determinante; • Identifique e realize operações com polinômios; • Identifique e resolva equações, sistemas de equações e inequações, inclusive as exponenciais, logarítmicas e modulares.

Figura 57: Proposta Curricular de Matemática do Paraná
Fonte: Diretrizes Curriculares da Educação Básica

Pernambuco:

Geometria:

10º ANO

- Associar modelos de sólidos a suas planificações.
- Construir vistas de uma figura espacial e, dadas suas vistas, representá-la em perspectiva.
- Determinar a medida de ângulos de polígonos regulares inscritos na circunferência.
- Obter a transformação de uma figura no plano por meio de reflexão, translação e rotação e identificar elementos que permanecem invariantes nessas transformações.
- Compreender e aplicar o Teorema de Tales na resolução de problemas.
- Utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo (inclusive o Teorema de Pitágoras) e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo diagonais de prismas e alturas de pirâmides.
- Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo e utilizá-las para resolver e elaborar problemas.
- Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer, classificar e identificar propriedades dos poliedros.
- Reconhecer, classificar e identificar propriedades dos corpos redondos (cilindro, cone, tronco de cone e esfera).
- Representar projeções ortogonais sobre um plano.
- Associar pontos representados no plano cartesiano a suas coordenadas.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) as suas representações geométricas e vice-versa.
- Dividir segmentos em partes proporcionais, usando esquadros, compasso e *software*.
- Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista

11º ANO

- Construir vistas de uma figura espacial e, dadas suas vistas, representá-la em perspectiva.
- Reconhecer simetrias (reflexão, translação e rotação) em conjuntos de figuras, incluindo a composição de transformações.
- Desenhar figuras obtidas por simetria (reflexão, translação e rotação).
- Compreender e aplicar o Teorema de Tales para resolver e elaborar problemas.
- Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer posições relativas entre duas retas, entre dois planos, e entre retas e planos.
- Representar projeções ortogonais sobre um plano.
- Identificar figuras poligonais por meio das coordenadas de seus vértices.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo a distância entre dois pontos do plano cartesiano, sem o uso de fórmulas.
- Associar uma reta representada no plano cartesiano a sua representação algébrica e vice-versa.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) às suas representações geométricas e vice-versa.
- Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção de segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto do ponto de vista algébrico (caracterizado por suas coordenadas).

12º ANO

- Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Representar projeções ortogonais sobre um plano.
- Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista

- Identificar figuras poligonais por meio das coordenadas de seus vértices.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo a distância entre dois pontos do plano cartesiano.
- Associar uma reta representada no plano cartesiano a sua representação algébrica e vice-versa.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) às suas representações geométricas e vice-versa.
- Associar a equação de uma circunferência a sua representação no plano cartesiano.
- Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção de segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto do ponto de vista algébrico (caracterizado por suas coordenadas).
- Relacionar as operações realizadas com as coordenadas de um vetor (soma e multiplicação por um escalar) com sua representação geométrica.

Estatística e Probabilidade:

10º ANO

- Realizar uma pesquisa considerando todas as suas etapas (planejamento, seleção de amostras, elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, organização e representação dos dados, interpretação, análise crítica e divulgação dos resultados).
- Selecionar uma amostra adequada para uma determinada pesquisa.
- Determinar frequências relativas, acumuladas e acumuladas relativas de dados agrupados.
- Calcular e interpretar medidas de tendência central (média, moda e mediana) para um conjunto de dados numéricos não agrupados.
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha, histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
- Resolver e elaborar problema que envolva a interpretação de tabelas e gráficos de diferentes tipos.
- Calcular e interpretar medidas de dispersão (amplitude, desvio médio, variância e desvio padrão) para um conjunto de dados numéricos não agrupados.
- Determinar a probabilidade de ocorrência de um evento, explorando representações diversas.

- Determinar a probabilidade da união de dois eventos, explorando representações diversas.

11º ANO

- Realizar uma pesquisa considerando todas as suas etapas (planejamento, seleção de amostras, elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, organização e representação dos dados, interpretação, análise crítica e divulgação dos resultados).
- Selecionar uma amostra adequada para uma determinada pesquisa.
- Determinar frequências relativas, acumuladas e acumuladas relativas de dados agrupados.
- Calcular e interpretar medidas de tendência central (média, moda, mediana e quartil) para um conjunto de dados numéricos agrupados ou não agrupados.
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha, histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
- Resolver e elaborar problema que envolva a interpretação de tabelas e gráficos de diferentes tipos.
- Organizar tabelas com dados numéricos agrupados ou não agrupados.
- Determinar a probabilidade de ocorrência de um evento.
- Determinar a probabilidade da união de dois eventos.

12º ANO

- Realizar uma pesquisa considerando todas as suas etapas (planejamento, seleção de amostras, elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, organização e representação dos dados, interpretação, análise crítica e divulgação dos resultados).
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha, histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.

- Resolver e elaborar problema que envolva a interpretação de tabelas e gráficos de diferentes tipos.
- Organizar tabelas com dados numéricos agrupados ou não agrupados.
- Calcular e interpretar medidas de tendência central (média, moda, mediana e quartil) para um conjunto de dados numéricos agrupados ou não agrupados.
- Calcular e interpretar medidas de dispersão (amplitude, desvio médio, variância e desvio-padrão) para um conjunto de dados numéricos agrupados ou não agrupados;
- Determinar a probabilidade da união e da intersecção de eventos.
- Determinar a probabilidade condicional.

Álgebra e Funções:

10º ANO

- Construir e/ou analisar gráficos associados a uma situação do mundo natural ou social.
- Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade (por exemplo: reconhecer que a grandeza tempo não pode ter domínio negativo ou que, um gráfico que relaciona o valor a pagar em função do número de cópias tiradas numa copiadora, não pode ser representado por uma linha e sim por pontos).
- Identificar crescimento e decrescimento pela análise de gráficos de situações realísticas.
- Reconhecer função como modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas do mundo natural ou social.
- Reconhecer a relação entre a proporcionalidade direta e a função linear.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função afim.
- Resolver e elaborar problema envolvendo função afim.
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento linear a uma função de domínio discreto.
- Reconhecer o zero, o coeficiente linear e o coeficiente angular de uma função afim no plano cartesiano.
- Reconhecer as transformações sofridas pela reta no plano cartesiano em função da variação dos coeficientes (por exemplo: reconhecer que se o coeficiente angular é negativo, a reta é decrescente ou que quanto maior for o valor absoluto do coeficiente angular, maior será a inclinação da reta).
- Associar duas retas no plano cartesiano à representação de um sistema de duas equações de primeiro grau e duas incógnitas.
- Compreender as propriedades da invariância das igualdades (multiplicação e divisão por um mesmo número e adição e subtração de igualdades).

- Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por sistemas de equações de primeiro grau.
- Resolver sistema de duas equações de primeiro grau e duas incógnitas por escalonamento (método da adição).
- Resolver sistema de três equações de primeiro grau e três incógnitas por escalonamento.
- Resolver e elaborar problema envolvendo função definida por mais de uma sentença polinomial do primeiro grau.
- Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações de segundo grau.
- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau por fatoração.
- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau pelo método de completar quadrados.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função quadrática, associando a curva a uma parábola.
- Reconhecer, na representação gráfica da função do segundo grau, elementos como zeros, intersecção com o eixo das ordenadas, eixo de simetria, concavidade e pontos de máximo/mínimo.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função de segundo grau com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica, (por exemplo: utilizando recursos tecnológicos, observar que, ao variar o valor do coeficiente c na representação algébrica $y = ax^2 + bx + c$, a parábola sofre translações).
- Reconhecer a função de segundo grau como um modelo para o movimento uniformemente variado.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função exponencial associando-a ao seu padrão de crescimento.
- Diferenciar o modelo de crescimento/decrescimento da função exponencial em relação às funções lineares e quadráticas.

- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função exponencial com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica (por exemplo, ao considerar a expressão $y = b^x + c$, é conveniente usar *software* para verificar os efeitos provocados pela alteração dos parâmetros b e c).
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento exponencial a uma função de domínio discreto.

11º ANO

- Identificar crescimento e decrescimento pela análise de gráficos de situações realísticas.
- Reconhecer função como modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas do mundo natural ou social.
- Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade de funções lineares, quadráticas e exponenciais.
- Reconhecer a relação entre a proporcionalidade direta e a função linear.
- Resolver e elaborar problema envolvendo uma ou mais funções afim.
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento linear a uma função de domínio discreto.
- Reconhecer as transformações sofridas pela reta no plano cartesiano em função da variação dos coeficientes (por exemplo: utilizando recursos tecnológicos, observar que, ao variar o valor do coeficiente b na representação algébrica $y = ax + b$, a reta sofre translações).
- Associar a região do plano cartesiano à solução de um sistema de duas inequações de primeiro grau e duas incógnitas.
- Resolver sistema de três equações de primeiro grau e três incógnitas por escalonamento.
- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau por fatoração.
- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau pelo método de completar quadrados.

- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau utilizando a fórmula de Bhaskara.
- Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações de segundo grau.
- Reconhecer, na representação gráfica da função do segundo grau, elementos como zeros, intersecção com o eixo das ordenadas, eixo de simetria, concavidade e pontos de máximo/mínimo.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função de segundo grau com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica, (por exemplo: utilizando recursos tecnológicos, observar que, ao variar o valor do coeficiente c na representação algébrica $y = ax^2 + bx + c$, a parábola sofre translações).
- Reconhecer a função de segundo grau como um modelo para o movimento uniformemente variado.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função exponencial.
- Diferenciar o modelo de crescimento/decrescimento da função exponencial em relação às funções lineares e quadráticas.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função exponencial com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica (por exemplo, ao considerar a expressão $y= bx + c$, é conveniente usar *software* para verificar os efeitos provocados pela alteração dos parâmetros b e c).
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento exponencial a uma função de domínio discreto.

12º ANO

- Construir e/ou analisar gráficos associados a uma situação do mundo natural ou social.
- Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade das diferentes funções.
- Reconhecer as transformações sofridas pelos gráficos das funções lineares, quadráticas e exponenciais em decorrência

da variação dos parâmetros, preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.

- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau por fatoração, pelo método de completar quadrados ou utilizando a fórmula de Bhaskara.
- Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função seno.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função seno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica [por exemplo, utilizando um *software,* verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro **a** na expressão y = sen(ax)].
- Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função cosseno.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função cosseno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica [por exemplo, utilizando um *software*, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro a na expressão y = cos(ax)].
- Reconhecer as funções trigonométricas como modelos para o movimento circular.

Grandezas e Medidas:

10º ANO

- Compreender a ideia de grandeza, inclusive a noção de grandeza formada por relações entre outras grandezas (densidade, aceleração etc.) e resolver e elaborar problemas envolvendo essas ideias.
- Reconhecer as relações de dependência e de independência entre a figura geométrica (segmentos, linhas, figuras planas, sólidos etc.) a grandeza associada (comprimento, área e volume) e a medida dessa grandeza (número real).
- Mobilizar conceitos e propriedades para estabelecer as fórmulas para determinação da medida da área e do volume de figuras geométricas e utilizá-las na resolução e elaboração de problemas.
- Calcular a área do círculo, de setores circulares e coroas, relacionando-as com ângulo central e o comprimento do raio.
- Calcular a medida da área e do perímetro de figuras planas limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência.

11º ANO

- Mobilizar conceitos e propriedades para estabelecer as fórmulas para determinação da medida da área e do volume de figuras geométricas e utilizá-las na resolução de problemas.
- Compreender o princípio de Cavalieri e utilizá-lo para estabelecer as fórmulas para o cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide e cone).
- Resolver e elaborar problemas de cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide).

12º ANO

- Compreender o princípio de Cavalieri e utilizá-lo para estabelecer as fórmulas para o cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide, cone e esfera).
- Resolver e elaborar problemas de cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide, cone e esfera).

Números e Operações:

10º ANO

- Reconhecer características dos diferentes números, operações e suas propriedades e a necessidade de ampliação dos conjuntos numéricos.
- Compreender o conjunto dos números reais como a união entre os irracionais com os racionais.
- Compreender as diferentes representações de um mesmo número real (fração, radical, potência etc.), inclusive associando-o a um ponto na reta numérica.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo números em notação científica.
- Compreender os algoritmos formais das operações aritméticas e realizar cálculos com esses algoritmos.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo as ideias de juros simples e compostos e a determinação de taxa percentual, relacionando representação percentual e decimal (por exemplo, entender que multiplicar por 1,20 corresponde a um aumento de 20%; multiplicar por 2,40 equivale a um aumento de 140%; multiplicar por 0,70 corresponde a um desconto de 30% etc.).
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, incluindo problemas com escalas e taxa de variação.
- Resolver e elaborar problemas de contagem, envolvendo as ideias de permutação, combinação e arranjo, usando estratégias diversas, sem uso de fórmulas.

11º ANO

- Compreender características dos diferentes números, operações e suas propriedades, bem como sua organização em conjuntos numéricos.

- Compreender as diferentes representações de um mesmo número real, inclusive associando-o a um ponto na reta numérica.
- Compreender as propriedades dos números e de suas operações, incluindo a ideia de densidade, completude.
- Compreender os algoritmos formais das operações aritméticas e realizar cálculos com esses algoritmos.
- Resolver problemas envolvendo porcentagem, incluindo cálculo de acréscimos e decréscimos, determinação de taxa percentual e porcentagem de porcentagem.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, incluindo problemas com escalas e taxa de variação.
- Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de permutação (estratégias básicas de contagem).
- Resolver e elaborar problema de combinatória envolvendo a ideia de combinação.
- Resolver e elaborar problema de combinatória envolvendo a ideia de arranjo.

12º ANO

- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo cálculo de acréscimos e decréscimos, determinação de taxa percentual, e porcentagem de porcentagem.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade, incluindo duas ou mais grandezas direta e/ou inversamente proporcionais.
- Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de permutação (estratégias básicas de contagem).
- Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de combinação.
- Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de arranjo.

Figura 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71 e 72: Proposta Curricular de Matemática de Pernambuco

Fonte: Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco

Piauí:

MATRIZ DISCIPLINAR DO ENSINO MÉDIO
ÁREA DO CONHECIMENTO: MATEMÁTICA – MATEMÁTICA

ETAPAS DE ENSINO	O QUE DEVERÁ SER APRENDIDO	O QUE DEVERÁ SER ENSINADO	COMO DEVERÁ SER ENSINADO	O QUE DEVERÁ SER AVALIADO
1ª SÉRIE	• Fazer uso da linguagem matemática na interpretação de gráficos. • Usar o conceito de dependência, estabelecendo relação entre grandezas discretas, contínuas proporcionais ou não identificadas em linguagem gráfica. • Interpretar o comportamento de funções classificando-as quanto ao seu crescimento ou decrescimento, identificando os pontos de máximos e de mínimos. • Construir modelos funcionais lineares úteis ao estudo de situações novas. • Reconhecer e analisar padrões em sequência numérica do dia-a-dia. • Identificar os elementos geométricos, as formas e suas relações. • Elaborar conceitos geométricos, fazendo conexões entre eles e outras áreas do conhecimento. • Manusear instrumentos medição. • Realizar construções geometricamente. • Reconhecer figuras simétricas, semelhança. • Estimar e fazer generalizações	• Variação de grandezas: noções de função; funções analíticas e não analíticas; representação e análise gráfica; sequências numéricas: progressões e noção de infinito; variações exponenciais ou logarítmicas; funções seno, cosseno e tangente; taxa de variação de grandezas. • Trigonometria: Triângulo retângulo; triângulo qualquer; primeira volta.	Utilizando os recursos tecnológicos disponíveis. Analisando gráficos e tabelas divulgadas pelos meios de comunicações. Fazendo correspondência entre as grandezas Aplicando o conceito de função. Criando, analisando e interpretando modelos lineares. Identificando, elaborando modelos de situações problemas. Observando as atividades do dia-a-dia. Interpretando os fenômenos naturais, físicos e sociais. Observando e manipulando objetos Compondo e decompondo figuras geométricas. Identificando aplicação dos conceitos de paralelismo, perpendicularismo no cotidiano. Realizando medidas, comparações de objetos concretos. Efetuando cálculo de perímetros, áreas e volumes de modelos geométricos do cotidiano. Observando, comparando e relacionando figuras planas. Interpretando, analisando as informações no contexto socioeconômico	Uso da linguagem matemática. Leitura e interpretação dos fenômenos naturais, físicos, socioeconômicos, exprimindo-os, oral, textual e graficamente. Uso dos processos de resolução de problemas matemáticos. Enfrentamento de novas situações problema. Capacidade de fazer conjecturas, questionar processos físicos, naturais, sociais, econômicos e socioculturais, produzindo argumentação lógica. Uso dos conhecimentos matemáticos para intervir de modo crítico no contexto sociocultural.

ETAPAS DE ENSINO	O QUE DEVERÁ SER APRENDIDO	O QUE DEVERÁ SER ENSINADO	COMO DEVERÁ SER ENSINADO	O QUE DEVERÁ SER AVALIADO
2ª SÉRIE	• Identificar e aplicar padrões multiplicativos e situações problemas. • Conceber função como eixo do conhecimento matemático. • Reconhecer simetria e periodicidade no estudo das funções. • Utilizar o conceito de função no estudo da álgebra. • Reconhecer e elaborar modelos problemas relacionados aos fenômenos físicos, sociais e naturais. • Resolver situações problemas, envolvendo operações com alguns tipos de tabela de dupla entrada. • Identificar objetos geométricos, formas e suas relações. • Realizar aferições de dimensões. • Interpretar corretamente situações problemas. • Percebe como teorias e práticas matemáticas foram criadas e desenvolvidas em contexto específico de sua época.	• Geometria Plana: semelhança e congruência; representações de figuras. • Geometria espacial elementos dos poliedros, suas classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos. • Métricas; área e volumes; estimativa, valor exato e aproximação. • Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.	Analisando funções do tipo exponencial e logarítmicas em estudo de situações específicas. Representado e analisando variáveis, construindo tabelas, estabelecendo relações. Aplicando conceito de funções, construindo gráfico, identificando intervalos de periodicidade. Escrevendo na linguagem funcional problemas do dia-a-dia. Usando o sistema trigonométrico em situações da vida. Relacionando função periódica com as demais áreas do conhecimento. Interpretando situações, relacionando variáveis. Montando, desmontando, remontando, cortando e recortando sólidos geométricos. Medindo, comparando, estimando e relacionando as dimensões de objetos de seu meio. Resolvendo situações-problema de outras áreas do conhecimento. Relacionando aos conceitos estudados, o processo de produção dos mesmos, bem como a aplicação deles no contexto atual.	Uso de aplicadores padrões multiplicativos e situações problemas. Resolução de problemas envolvendo funções, fenômenos físicos, sociais e naturais. Elaboração de modelos problemas relacionados aos fenômenos físicos, sociais e naturais. Resolução de situações problemas, envolvendo operações com alguns tipos de tabela de dupla entrada. Discriminação de objetos geométricos, formas e suas relações. Capacidade de realizar aferições de dimensões. Uso de teorias matemáticas na resolução de situações-problema.

ETAPAS DE ENSINO	O QUE DEVERÁ SER APRENDIDO	O QUE DEVERÁ SER ENSINADO	COMO DEVERÁ SER ENSINADO	O QUE DEVERÁ SER AVALIADO
3ª SÉRIE	• Estabelecer conexões entre conceitos inerentes a geometria, funções e continuidade. • Utilizar o conhecimento geométrico analítico na interpretação e compreensão de fatos, buscando intervir no contexto atual. • Aplicar os princípios aditivos e multiplicativos de contagem em situações problemas. • Compreender, analisar matematicamente a probabilidade de ocorrência de um fato. • Reconhecer, prognosticar, inferir e fazer análise de padrões estatísticos em situações do dia-a-dia, construindo gráficos e tabelas. • Realizar aplicações que envolvam funções polinomiais. • Perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época.	• Estatística: descrição de dados; representações gráficas e análise de dados. • Contagem: princípio multiplicativo; problemas de contagem. • Probabilidade: possibilidade e cálculo de probabilidades.	• Aplicando os conceitos da geometria analítica na observação, análise e interpretação de situações problemas. • Relacionando os parâmetros das funções com os conceitos de paralelismo e perpendicularismo, explorando o cálculo da distância. • Interpretando significado e a utilização dos conhecimentos geométricos na solução de situações problemas. • Manuseando instrumentos de desenho e medidas, bem como outros recursos tecnológicos. • Montando esquemas de análise das possibilidades de ocorrência de um evento, interpretando jogos, correlacionando o princípio aditivo com as operações da teoria dos conjuntos. • Aplicando conceitos sobre ocorrências, probabilidades e combinações em situações problema, envolvendo outras áreas. • Discutindo informações divulgadas pelos meios de comunicação, utilizando as novas tecnologias. • Analisando medidas de tendência central quando da análise de dados. • Construindo gráficos, criando e analisando modelos de situações do dia-a-dia. • Relacionando aos conceitos estudados, o processo de produção dos mesmos, bem como a aplicação deles no contexto atual.	A habilidade para fazer conexões entre conceitos inerentes a geometria, funções e continuidade. O uso do conhecimento geométrico e analítico na interpretação e compreensão de fatos, buscando intervir no contexto atual. A aplicação dos princípios aditivos e multiplicativos de contagem em situações problemas. A capacidade para analisar matematicamente a probabilidade de ocorrência de um fato. A construção de gráficos e tabelas. Aplicações que envolvam funções polinominais. Argumentações sobre como as teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época e na atualidade.

Figura 73, 74 e 75: Proposta Curricular de Matemática do Piauí
Fonte: Matrizes Disciplinares do Ensino Médio

Rio de Janeiro:

3° Bimestre

Campo Algébrico Simbólico	Matrizes e Determinantes
Habilidades e Competências	-Identificar e representar os diferentes tipos de matrizes. -Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes. -Resolver problemas utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial. -Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 e 3 .
Campo Geométrico	**Geometria espacial: Pirâmides e Cones**
Habilidades e Competências	-Reconhecer e nomear pirâmides e cones. -Resolver problemas envolvendo o cálculo de área lateral e área total de pirâmides e cones. -Resolver problemas envolvendo o cálculo do volume de pirâmides e cones.

4° Bimestre

Campo Algébrico Simbólico	Sistemas Lineares
Habilidades e Competências	- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. - Resolver problemas utilizando sistemas lineares.
Campo Geométrico	**Geometria Espacial: Esferas**
Habilidades e Competências	- Compreender a definição de superfície esférica e de esfera. - Resolver problemas utilizando o cálculo da área da superfície esférica e do volume de uma esfera.

Figura 76: Proposta Curricular de Matemática do Rio de Janeiro – 2º ano
Fonte: Currículo Mínimo de Matemática

Rio Grande do Sul:

<table>
<tr><th>Habilidades/ Competências</th><th>Conteúdos/Conceitos Estruturantes</th><th>Situações de Aprendizagem</th></tr>
<tr><td>Relacionar um quadro de dupla entrada a uma matriz retangular.</td><td>Noção intuitiva de matriz, elementos, vocabulário, diferentes notações de uma matriz</td><td>

Conversar, inicialmente, com os alunos sobre o novo conteúdo a ser trabalhado: matrizes.

No nosso dia a dia, lidam-se, frequentemente, com elementos dispostos em linhas (filas horizontais) e colunas (filas verticais), que formam uma tabela ou um quadro retangular. Em linguagem matemática, este quadro ou tabela é denominada de matriz.

Perguntar se os alunos teriam ideia de algum exemplo do uso de matrizes utilizado no estudo de alguma ciência ou no mundo do trabalho. Dar alguns exemplos como:

</td></tr>
<tr><td>Representar uma matriz e interpretar informações nela contidas.</td><td>Tipos de matrizes</td><td>

Exemplo 1: O número de carros vendidos em uma agência, durante uma semana, representado em um quadro e na forma de uma matriz:

<table>
<tr><th>Dia / Modelo</th><th>2ª feira</th><th>3ª feira</th><th>4ª feira</th><th>5ª feira</th><th>6ª feira</th><th>Sábado</th></tr>
<tr><td>A</td><td>2</td><td>1</td><td>4</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td></tr>
<tr><td>B</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>C</td><td>3</td><td>1</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr>
</table>

A matriz tem três linhas e seis colunas, é uma matriz 3x6 e pode ser escrita da seguinte forma:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Exemplo 2: As notas de um aluno em diferentes disciplinas nos quatro bimestres.

<table>
<tr><th>Bimestre / Disciplina</th><th>1º bimestre</th><th>2º bimestre</th><th>3º bimestre</th><th>4º bimestre</th></tr>
<tr><td>Português</td><td>5,8</td><td>8,5</td><td>7,0</td><td>8,5</td></tr>
<tr><td>Matemática</td><td>6,0</td><td>4,0</td><td>7,5</td><td>7,0</td></tr>
<tr><td>Ciências</td><td>8,4</td><td>9,2</td><td>7,0</td><td>6,8</td></tr>
</table>

</td></tr>
<tr><td>Identificar os elementos de uma matriz bem como seus usos.

Dominar a linguagem matricial e a sua simbologia, utilizando os novos termos na resolução de exercícios e de situações-problema.</td><td></td><td>

A matriz tem três linhas e quatro colunas, é uma matriz de ordem 3x4 da seguinte forma:

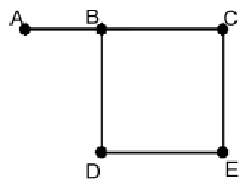
$$B=\begin{pmatrix} 5{,}8 & 8{,}5 & 7{,}0 & 8{,}5 \\ 6{,}0 & 4{,}0 & 7{,}5 & 7{,}0 \\ 8{,}4 & 9{,}2 & 7{,}0 & 6{,}8 \end{pmatrix}$$

Exemplo 3:

Dois trens de números 1 e 2, respectivamente, transportam material de construção indo de duas localidades L_1 e L_2 até o local C, da construção. O primeiro trem faz 10 viagens de L_1 até C e 8 de L_2 até C. O segundo, faz 4 viagens de L_1 até C e 6 de L_2 até C.

</td></tr>
</table>

Habilidades/ Competências	Conteúdos/Conceitos Estruturantes	Situações de Aprendizagem
	Linguagem matricial	Podemos resumir o problema usando a seguinte disposição tabular: $\begin{array}{cc\|c} & 1 & 2 \\ \hline L_1 \to C & 10 & 4 \\ \hline L_2 \to C & 8 & 6 \\ \hline \end{array}$ Representa-se o quadro acima por $\begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$. e também pode ser representado por $\begin{Vmatrix} 10 & 4 \\ 8 & 6 \end{Vmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$. Na 1ª linha, os elementos são 10 e...... Na 2ª, linha, os elementos são .... Na 1ª coluna, os elementos são............ Na 2ª coluna, os elementos são.......... Esta matriz têm 2 linhas e 2 colunas, sua ordem é 2x2. Como o número de linhas é igual ao número de colunas, esta matriz é denominada Matriz quadrada de ordem 2. O elemento da 1ª linha e 1ª coluna é 10. O elemento da 1ª linha e 2ª coluna é..... O elemento da 2ª linha e 1ª coluna é...... O elemento da 2ª linha e 2ª coluna é..... Dada a matriz $\begin{bmatrix} 7 & -2 & 4 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, completar: Ordem.:........ Elemento da 2ª linha e 3ª coluna:.... Elemento da 2ª linha e 1ª coluna:....
Adicionar matrizes. Subtrair matrizes, encontrando a matriz oposta ou simétrica. Reconhecer, diferenciar e nomear vários tipos de matrizes. Significar termos matemáticos relacionados a matrizes	Adição e subtração de matrizes Definição de matriz Tipos de matrizes Vocabulário matemática	Solicitar que os alunos, em duplas, criem matrizes, que as denominem com letras maiúsculas do nosso alfabeto, que identifiquem a sua ordem, usando a notação correta. No grande grupo, cada dupla apresenta as suas matrizes. Deve-se incentivar que os alunos especifiquem a ordem da matriz, empregando corretamente as palavras fila, linha, coluna, matriz retangular, matriz quadrada de ordem 2, 3, 4... Este é um bom momento para introduzir a linguagem de matrizes e as notações corretas. O professor pode, também, se achar conveniente, com os alunos, generalizar por m as linhas e por n as colunas e elaborar, coletivamente, a definição formal de matriz. Desafiar os alunos a criarem, consultando livros didáticos, diferentes tipos de matrizes: matriz linha, coluna, diagonal, matriz quadrada, especificando as diagonais principal e secundária. Pode-se, ainda, solicitar que eles pesquisem, definam e deem exemplos de matrizes nulas, matrizes identidade, transposição de matrizes e igualdade de matrizes.

Habilidades/ Competências	Conteúdos/Conceitos Estruturantes	Situações de Aprendizagem
Empregar corretamente termos e conceitos relacionados ao estudo das matrizes.	Igualdade de matrizes Multiplicação de matrizes, condição de multiplicabilidade, ordem de matriz resultante	É interessante, selecionar alguns exercícios, para que os alunos apliquem os conceitos pesquisados, o que também é excelente oportunidade para se revisar alguns cálculos algébricos, como equações e sistemas de equações. Alguns exemplos desses exercícios: Calcular:
Reconhecer e determinar matriz transposta.		a) os elementos da diagonal principal para que A= $\begin{bmatrix} 2x-y & y+5 \\ x+3 & x+y \end{bmatrix}$ seja uma matriz diagonal.
Revisar conhecimentos algébricos na resolução de exercícios e situações-problema, envolvendo igualdade de matrizes.	Operações com matrizes	b) os valores de *a*, *b* ,*c* e *d* para que a matriz A= $\begin{bmatrix} a-b & 3c-2d \\ 2a-3b & c+d-9 \end{bmatrix}$ seja matriz identidade. c) os valores de x, y, z e w para que se verifique a igualdade: $\begin{bmatrix} x & x+y \\ 2x+z & y+2w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ Selecionar alguns problemas para os alunos resolverem em que eles tenham que adicionar, subtrair matrizes e multiplicar um número real por uma matriz. Ao fazer a correção coletiva, o professor pode chamar a atenção, por exemplo, que só se adicionam matrizes de mesma ordem, que só há diagonais em matrizes quadradas, que, ao subtrair duas matrizes, A e B, temos $A - B = A + (-B)$, sendo -B a matriz simétrica de B. Propor aos alunos que leiam e interpretem a situação-problema proposta a seguir e, observando o esquema, montem os diferentes caminhos solicitados: O esquema a seguir representa o mapa rodoviário entre cinco municípios: A, B, C, D e E.  Montar diferentes caminhos que ligam os municípios dois a dois, destacando, em cada caso, quais os dois municípios considerados.
Utilizar a linguagem matricial e as operações com matrizes como instrumento de análise e interpretação de dados da realidade.		Exemplo: AB ABC $\rightarrow$ AC ABD $\rightarrow$ AD ABCD $\rightarrow$ AE ABDE $\rightarrow$ AE Completar a tabela da próxima página e, a seguir, expressar a matriz correspondente (A), considerando as seguintes condições:

<table>
<tr><th>Habilidades/ Competências</th><th>Conteúdos/Conceitos Estruturantes</th><th>Situações de Aprendizagem</th></tr>
<tr>
<td>Compor matrizes genéricas.</td>
<td>Representação genérica de uma matriz

Matriz genérica

Construção de matrizes</td>
<td>
Se duas cidades têm ligação direta, o elemento que corresponde à linha e à coluna da matriz em que ele se localiza (elemento a_{ij}) será 1.
Se duas cidades têm ligação indireta, o elemento a_{ij} será zero.
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th></tr>
<tr><td>A</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>C</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>D</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>E</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
$$A=\begin{pmatrix} 1\ 1\ 0\ 0\ 0 \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$
Observação: O elemento denominando a_{ij} é o elemento de uma determinada linha e uma determinada coluna.
Exemplo: $a_{ij} = a_{12}$ é o elemento da primeira linha, segunda coluna que se refere à ligação da cidade A com a cidade B.
Propor aos alunos a seguinte leitura:
Matrizes são formas simplificadas de escrever uma informação. Em que situação a forma matricial facilita a informação?
Por exemplo, se, no mapa, houvesse 1.000 cidades para consultar a comunicação direta 2 a 2, uma matriz 1.000 por 1.000 poderia estar armazenada em um computador e seria fácil consultá-la, encontrando as que se ligam diretamente, bem como as possíveis conexões entre elas.
(Adaptado de Smole, 2003).

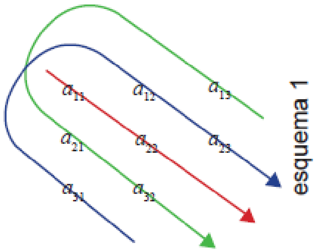
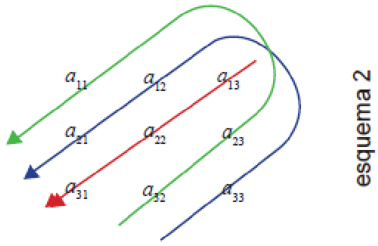
Esta situação de aprendizagem é preparatória para representar matrizes com elementos genéricos (matriz genérica).
Muitas vezes, para resolver questões que envolvem matrizes, é conveniente compor matrizes com elementos genéricos, isto é, usando letras minúsculas seguidas de índices numéricos que indicam a linha e a coluna, respectivamente.
Propor aos alunos exercícios como os que seguem:
Completar os índices dos elementos das matrizes e responder as perguntas abaixo:
$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a \\ a & a \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} b & b & b \\ b & b & b \\ b & b & b \end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix} c & c \\ c & c \\ c & c \end{pmatrix}$$
1) Qual o elemento da 2ª linha e 3ª coluna da matriz B?
2) Qual o elemento da 2ª linha e 1ª coluna da matriz C?
3) Qual a ordem da matriz A?..........................Da matriz B?...............Da matriz C?................
4) Quais os elementos da diagonal principal da matriz A?...........E da matriz B?.............
As três matrizes indicadas acima são chamadas de matrizes genéricas de ordem 2 (A), de ordem 3 (B) e de ordem 3x2 (C).
Para cada exercício proposto a seguir, inicialmente, montar a matriz genérica para, observando os índices i, j de cada
</td>
</tr>
</table>

Habilidades/ Competências	Conteúdos/Conceitos Estruturantes	Situações de Aprendizagem
Resolver exercícios interpretando a simbologia realacionada ao estudo de matrizes	Multiplicação de matrizes	elemento, montar a matriz solicitada. Exercícios: Construir as matrizes indicadas a seguir: a) $A = (a_{ij})_{2x3}$ tal que, se $i + j$ for par, o elemento da matriz é 1, se $i + j$ for ímpar o elemento da matriz é zero. b) $B = (b_{ij})_{3x3}$ tal que cada elemento $b_{ij} = 2i + j$ c) A_{3x3} em que $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$ d) B_{2x3} em que $b_{ij} = i + j + 3$ e) C_{4x2} em que $c_{ij} = \begin{cases} 3i - 2, & \text{se } i \geq j \\ 3j + 2, & \text{se } i < j \end{cases}$ f) D_{2x4} em que $d_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i > j \\ 2i + 3j, & \text{se } i < j \\ 1, & \text{se } i = j \end{cases}$ g) E_{2x2} em que $e_{ij} = i^2 - 3j$ h) F_{3x2} em que $f_{ij} = \begin{cases} i^2 - j^2 + 1, & \text{se } i \neq j \\ 3i, & \text{se } i = j \end{cases}$
Reconhecer a condição de multiplicabilidade de duas matrizes e encontrar a ordem da matriz resultante.	Condição de multiplicabilidade de duas matrizes Ordem da matriz resultante	**Multiplicação de matrizes** Para que o aluno construa uma estratégia para multiplicar duas matrizes, o professor deve criar situações-problema, a partir das quais o aluno entenda que para resolvê-las, é necessário multiplicar duas matrizes. Só é possível multiplicar duas matrizes **A** e **B**, se o número de colunas de **A** for igual ao número de linhas de **B**, isto é, sendo A de ordem **mxn**, **B** deverá ser de ordem **nxp**, ficando a matriz produto **AxB** com ordem **mxp** (p=m ou p $\neq$ m e p> 0). Assim, por exemplo, se: $A_{(2 \text{ x } 2)}$ *e* $B_{(2 \text{ x } 3)}$ igual → condição de multiplicidade 2 x 3 → ordem da matriz resultante A matriz produto $AxB_{(2x3)}$ é representada genericamente por $A \times B_{(2\times3)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$. Nesta matriz, o elemento a_{11} é a soma dos produtos dos

Habilidades/ Competências	Conteúdos/Conceitos Estruturantes	Situações de Aprendizagem
Compreender e aplicar o algoritmo da multiplicação de matrizes. Calcular as quantidades totais de areia e cascalho que serão trasportadas Resolver situações-problema que envolvam multiplicação de matrizes.	Algoritmo da multiplicação de matrizes.	elementos da 1ª linha da matriz A pelos elementos da 1ª coluna da matriz B, o elemento a_{12} é a soma dos produtos dos elementos da 1ª linha da matriz A, pelos elementos da 2ª coluna da matriz B, e assim, sucessivamente. Observar a seguinte situação-problema: Considerando o exemplo dos trens 1 e 2, que transportam material de construção, a matriz obtida foi A= $\begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}_{2\times2}$ Suponhamos agora que os dois trens transportem toneladas de areia e cascalho, conforme a especificação na tabela abaixo: (tabela) — areia / cascalho trem 1: 100 / 20 trem 2: 60 / 40 Calcular as quantidades totais de areia e cascalho que serão trasportadas. Temos a matriz B = $\begin{pmatrix} 100 & 20 \\ 60 & 40 \end{pmatrix}$ Queremos calcular as quantidades totais de areia e cascalho que são carregadas de L_1 para C e de L_2 para C. A resposta é obtida através da operação multiplicação de matrizes. Para efetuar a multiplicação, é interessante fazer um dispositivo prático, como o que segue: $B = \begin{pmatrix} 100 & 20 \\ 60 & 40 \end{pmatrix}_{2\times2}$ $A = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}_{2\times2}$ $A \times B = \begin{pmatrix} 1000+240 & 200+160 \\ 800+360 & 160+240 \end{pmatrix}_{2\times2}$ *Então* $A \times B = \begin{bmatrix} 1240 & 360 \\ 1160 & 400 \end{bmatrix}_{2\times2}$ Verificar que: $1.240\ (a_{11}) = 10 \text{ x } 100 + 4 \text{ x } 60 = 1.000 + 240$ $360\ (a_{12}) = 10 \text{ x } 20 + 4 \text{ x } 40 = 200 + 160$ $1160\ (a_{21}) = 8 \text{ x } 100 + 6 \text{ x } 60 = 800 + 360$ $400\ (a_{22}) = 8 \text{ x } 20 + 6 \text{ x } 40 = 160 + 240$ Assim, para multiplicar duas matrizes, a partir da ordem da matriz resultante, constrói-se a matriz genérica da matriz produto e, a partir dela, cada elemento é calculado, observando seus índices. Por exemplo, para calcular o elemento a_{11} da matriz A x B, multiplicam-se, um a um, os elementos da primeira linha da matriz da matriz A pelos elementos da primeira coluna da matiz B e somam-se os produtos. A partir do exemplo dado, propor exercícios e situações-problema que sistematizem o algoritmo da multiplicação de duas matrizes.

Habilidades/ Competências	Conteúdos/Conceitos Estruturantes	Situações de Aprendizagem
Resolver situações-problemas, utilizando sistemas lineares. Calcular determinantes de matrizes quadradas de 2ª e 3ª ordens. Utilizar o cálculo de determinante para a resolução e discussão de sistemas lineares. Identificar sistemas homogêneos. Resolver genericamente um sistema linear definindo determinantes de 2ª ordem.	Sistemas lineares de 2 incógnitas Determinantes de 2ª e 3ª ordens Resolução de sistemas Determinantes Matrizes relacionadas a sistemas lineares: Matriz completa Matriz incompleta Determinantes de matrizes de ordem 2	**Sistemas lineares e determinantes** Solicitar que os alunos resolvam uma situação-problema cuja solução necessite que se trabalhe com um sistema linear de duas incógnitas. Por exemplo: Num estacionamento há 42 veículos: algumas bicicletas e alguns carros. Ao todo, são 148 rodas. Quantos carros e quantas bicicletas há no estacionamento? Equacionando o problema, tem-se: $\begin{cases} x+y=42 \\ 2x+4y=148 \end{cases}$ Solicitar que os alunos resolvam o sistema. Discutir as diferentes soluções dadas. Comentar sobre sistemas lineares com duas incógnitas e as diferentes formas de solucioná-los (adição, comparação, substituição). Em especial, relembrar o método da adição. Uma sugestão, para desencadear o estudo de determinantes que pode ser explorado em uma aula expositiva dialogada: Considerar um sistema linear genérico com duas variáveis: $\begin{cases} ax+by=c & (linha\ 1) \\ dx+ey=f & (linha\ 2) \end{cases}$ em que **x** e **y** são incógnitas, **a, b, d, e,** são os coeficientes das incógnitas e **c, f** são os termos independentes das equações. A esse sistema, podem-se associar duas matrizes: a matriz $A=\begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}$ de ordem 2 cujos elementos são os coeficientes das incógnitas e é chamada matriz incompleta e a matriz $B=\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$ de ordem 2x3 que é chamada matriz completa, e contém os termos independentes das equações. Resolvendo genericamente o sistema, de uma certa forma, utilizando o método de adição e, como tal, escolhendo convenientemente os multiplicadores, tem-se para x, efetuando as multiplicações e somando membro a membro, as equações: $\begin{cases} ax+by=c & (\times e) \\ dx+ey=f & (\times -b) \end{cases}$ $\begin{array}{r} aex+\cancel{bey}=ec \\ -bdx-\cancel{bey}=-bf \\ \hline aex-bdx=ec-bf \end{array}$ $x(ae-bd)=ec-bf$; considerando $(ae-bd)\neq 0$, temos $x=\dfrac{ec-bf}{ae-bd}$ tem-se ainda para y: $\begin{cases} ax+by=c & (\times -d) \\ dx+ey=f & (\times -a) \end{cases}$ $\begin{array}{r} -\cancel{adx}-bdy=-dc \\ \cancel{adx}+aey=af \\ \hline aey-bdy=-dc+af \end{array}$

Habilidades/ Competências	Conteúdos/Conceitos Estruturantes	Situações de Aprendizagem
Generalizar a fórmula de cálculo de determinante de 2ª ordem. Resolver sistemas lineares de duas variáveis.	Resolução de sistemas lineares de duas variáveis por determinantes: Regra de Cramer	*y(ae-bd)= af - cd; considerando (ae-bd) ≠ 0,* temos $y = \dfrac{af - cd}{ae - bd}$ Observando os denominadores das frações anteriores e a matriz $A = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}$, verifica-se que eles são a soma do produto dos elementos da diagonal principal da matriz incompleta com o oposto do produto dos elementos da diagonal secundária dessa mesma matriz. A esse número dá-se o nome de determinante, nota-se e calcula-se da seguinte forma: $\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - bd$ Observando os numeradores das mesmas frações, verifica-se que, para **x**, o numerador é o determinante da matriz **Ax** de ordem 2 em que os coeficientes de **x** na matriz incompleta foram substituídos pelos termos independentes $Ax = \begin{bmatrix} c & b \\ f & e \end{bmatrix}$, $\det Ax = \begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix} = ec - bf$ e que, para, y, o numerador é o determinante da matriz Ay ordem 2 em que os coeficientes de y da matriz incompleta foram substituídos pelos termos independentes $Ay = \begin{bmatrix} a & c \\ d & f \end{bmatrix}$, $\det Ay = \begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix} = af - cd$ Assim pode-se calcular os valores das incógnitas através de determinantes. Solicitar aos alunos que resolvam por determinantes o sistema relacionado aos veículos. Matriz incompleta $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ $1 \cdot 4 - 1 \cdot 2 = 4 - 2 = 2$ Matriz $Ax = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 148 & 4 \end{bmatrix}$ $\det Ax = \begin{vmatrix} 42 & 1 \\ 148 & 4 \end{vmatrix} = 42 \cdot 4 - 148 \cdot 1 = 168 - 148 = 20$ Matriz $Ay = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 148 \end{bmatrix}$ $\det Ay = \begin{vmatrix} 1 & 42 \\ 2 & 148 \end{vmatrix} = 1 \cdot 148 - 2 \cdot 42 = 148 - 84 = 64$ Calculando $x = \dfrac{\det Ax}{\det A} = \dfrac{20}{2} = 10$ e $y = \dfrac{\det Ay}{\det A} = \dfrac{64}{2} = 32$

Habilidades/ Competências	Conteúdos/Conceitos Estruturantes	Situações de Aprendizagem
		Entende-se que esta forma de resolver sistemas só é válida para aqueles em que o determinante da matriz incompleta não é nulo. Para o determinante de 3ª ordem, a definição é um pouco diferente, pois tanto a diagonal principal como a diagonal secundária têm diagonais paralelas (as que têm a mesma direção) que devem ser consideradas no cálculo do determinante. Vejamos a matriz genérica **A** de ordem 3:
	Determinantes de matrizes de ordem 3 Determinantes de matrizes de ordem 3 (Regra de Sarrus)	$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ 
Generalizar a forma de cálculo de determinante de 3ª ordem.		Observando o esquema 1 referente à diagonal principal, tem-se que $a_{11}\ a_{22}\ a_{33}$; $a_{13}\ a_{21}\ a_{32}$; $a_{31}\ a_{12}\ a_{23}$ são a diagonal principal e suas paralelas. Observando o esquema 2, referente à diagonal secundária, tem-se que $a_{13}\ a_{22}\ a_{31}$; $a_{11}\ a_{23}\ a_{32}$; $a_{33}\ a_{12}\ a_{21}$ são a diagonal secundária e suas paralelas.  Como é, então, o determinante de ordem 3? O determinante de ordem 3 é a soma dos produtos dos elementos da diagonal principal e suas paralelas somado ao oposto da soma dos produtos da diagonal secundária e suas paralelas.
	Regra de Sarrus	$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} + a_{31} \cdot a_{12} \cdot a_{23} - (a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} + a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} + a_{33} \cdot a_{12} \cdot a_{21})$
Compreender e aplicar a Regra de Sarrus no cálculo de determinantes de 3ª ordem.		Determinar, dessa forma, as diagonais com a mesma direção da principal e da secundária pode parecer um pouco mais complicado e dar margem a erros. Pode-se, então, mostrar para os alunos um dispositivo prático conhecido como "Regra de Sarrus", que é o seguinte: à direita da matriz **A**, copiam-se a 1ª e a 2ª colunas da referida matriz, o que torna fácil, conforme o esquema abaixo, achar as diagonais e suas paralelas.

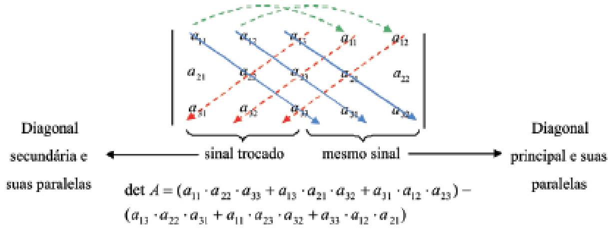
Habilidades/ Competências	Conteúdos/Conceitos Estruturantes	Situações de Aprendizagem
Resolver sistemas lineares de três variáveis.	Resolução de sistemas lineares de três variáveis por determinantes	 Solicitar que os alunos calculem alguns exemplos numéricos de determinantes de ordem 3 e resolvam sistemas lineares de três incógnitas, usando as orientações da resolução dos sistemas lineares de duas incógnitas. Na medida do tempo e do perfil da turma, o professor pode trabalhar com as propriedades dos determinantes (o que facilita os cálculos), discutir sistemas, trabalhar com sistemas lineares homogêneos. Um tema bastante interessante que pode, também, ser trabalhado, é a resolução e a discussão de sistemas lineares por escalonamento, o que fica o critério do professor, tendo em vista que a preferência é que se trabalhem inicialmente os conteúdos mínimos de cada unidade proposta.

Figura 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85 e 86: Proposta Curricular de Matemática do Rio Grande do Sul – 2º ano.

Fonte: Referencial Curricular de Matemática do Ensino Médio

Rondônia:

EIXO TEMÁTICO	CONTEÚDOS	COMPETÊNCIAS	HABILIDADES
ALGÉBRICO-SIMBÓLICO	- Matrizes, Sistemas Lineares e Determinantes.	- Expressar algebricamente modelo matemático que representam variações de grandezas; - Identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representado em gráficos, diagramas ou expressões algébricas.	- Estudar sistemas lineares com duas incógnitas, com interpretação geométrica no plano e passando para o espaço; - Definir e operar com matrizes; - Aprender a resolução pelo método de escalonamento da matriz do sistema, mostrando que é o processo utilizado na resolução de sistemas nos computadores; - Entender que os sistemas de determinantes e da Regra de Cramer são utilizados apenas de forma teórica, na Geometria Analítica; - Comparar operações algébricas definidas como matrizes com aquelas com números reais; - Compreender que a notação matricial surge em outros campos de aplicações; - Entender determinante de matriz quadrada, que será retomado na Geometria Analítica.

Figura 87: Proposta Curricular de Matemática de Rondônia – 2º ano
Fonte: Referencial Curricular de Matemática do Ensino Médio

Roraima:

CONTEXTOS GERAIS				
CULTURA, DIVERSIDADE E O SER HUMANO. CIÊNCIA, MEIO AMBIENTE E TECNOLOGIA: AVANÇOS E CONTRADIÇÕES. TRABALHO, CONSUMO E LUTA POR DIREITOS. POLÍTICA, ÉTICA E CIDADANIA.				
CONTEÚDOS ESTRUTURANTES	**BLOCO DE CONTEÚDOS**	**1º ano**	**2º ano**	**3º ano**
NÚMEROS E OPERAÇÕES	• Noções Elementares d conjuntos • Operações com conjuntos • Conjuntos numéricos • Intervalos • Matrizes • Determinantes • Sistemas lineares • Números complexos • Polinômios	• Noções elementares de conjuntos • Operações com conjuntos • Conjuntos Numéricos • Intervalos	• Matrizes Determinantes • Sistemas lineares	• Números complexos • Polinômios

Figura 88: Proposta Curricular de Matemática de Roraima
Fonte: Referencial Curricular Estadual para o Ensino Médio

Santa Catarina:

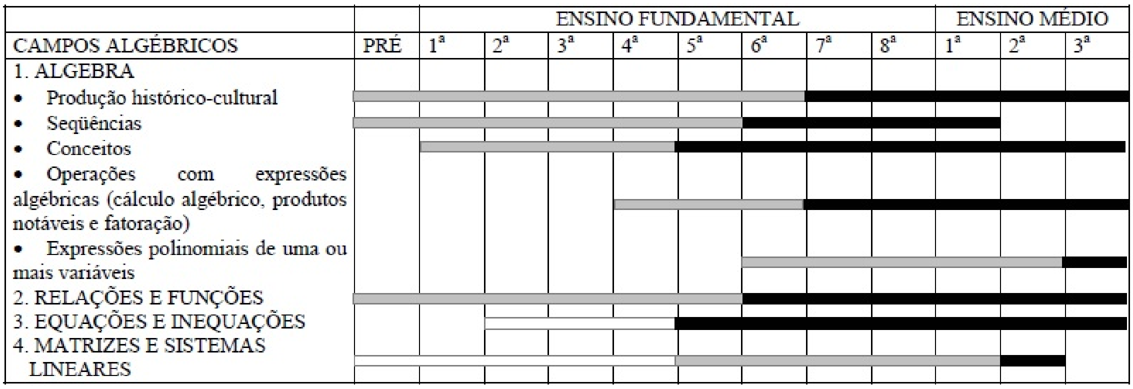


Figura 89: Proposta Curricular de Matemática de Santa Catarina – 2º ano
Fonte: Proposta Curricular de Matemática

São Paulo:

2ª série do Ensino Médio		
	Conteúdos	**Habilidades**
1º Bimestre	**Relações** Trigonometria • Fenômenos periódicos • Funções trigonométricas • Equações e inequações • Adição de arcos	• Reconhecer a periodicidade presente em alguns fenômenos naturais, associando-a às funções trigonométricas básicas • Conhecer as principais características das funções trigonométricas básicas (especialmente o seno, o cosseno e a tangente), sabendo construir seus gráficos e aplicá-las em diversos contextos • Saber construir o gráfico de funções trigonométricas como $f(x) = a\operatorname{sen}(bx) + c$ a partir do gráfico de $y = \operatorname{sen} x$, compreendendo o significado das transformações associadas aos coeficientes a, b e c • Saber resolver equações e inequações trigonométricas simples, compreendendo o significado das soluções obtidas, em diferentes contextos
2º Bimestre	**Números/Relações** Matrizes, determinantes e sistemas lineares • Matrizes: significado como tabelas, características e operações • A noção de determinante de uma matriz quadrada • Resolução e discussão de sistemas lineares: escalonamento	• Compreender o significado das matrizes e das operações entre elas na representação de tabelas e de transformações geométricas no plano • Saber expressar, por meio de matrizes, situações relativas a fenômenos físicos ou geométricos (imagens digitais, *pixels* etc.) • Saber resolver e discutir sistemas de equações lineares pelo método de escalonamento de matrizes • Reconhecer situações-problema que envolvam sistemas de equações lineares (até a 4ª ordem), sabendo equacioná-los e resolvê-los

Figura 90: Proposta Curricular de Matemática de São Paulo – 2º ano
Fonte: Currículo do Estado de São Paulo

Sergipe:

- Formular hipótese e prever resultados. - Relacionar questões geométricas a situações algébricas.	parábola; - Resolver problemas que envolvam as cônicas e suas equações; - Construir e identificar equações lineares e sistemas lineares; - Classificar sistemas lineares; - Resolver problemas que envolvam sistemas lineares; - Desenvolver o conceito de matriz; - Representar e interpretar uma tabela de números como matriz, identificando seus elementos e os tipos mais freqüentes de matrizes; - Reconhecer e aplicar as propriedades das operações com matrizes; - Conceituar determinante de uma matriz; - Aplicar as propriedades dos determinantes; - Utilizar o cálculo de determinantes para resolver sistemas lineares; - Compreender o conceito e a importância dos números complexos; - Identificar um número complexo na sua forma algébrica e representá-lo no plano de Argand-Gauss; - Operar os complexos na forma algébrica; - Identificar um número complexo na forma trigonométrica; - Operar com os complexos na forma trigonométrica; - Resolver problemas do cotidiano através de rotação de vetores complexos; - Solucionar problemas que ocorrem naturalmente e envolvam as equações algébricas;	3.3 Hipérbole; 3.4 Parábola. 4. Sistema de Equações Lineares 4.1 Sistemas com duas incógnitas; 4.2 Duas equações com três incógnitas; 4.3 Três equações com três incógnitas; 4.4 Escalonamento. 5. Matrizes e Determinantes 5.1 Introdução; 5.2 Multiplicação de matrizes; 5.3 Determinantes; 5.4 A regra de Cramer; 5.5 Determinante do produto de duas matrizes. 6. Números Complexos 6.1 Surgimentos dos números complexos; 6.2 A forma algébrica dos complexos; 6.3 A forma trigonométrica dos complexos; 6.4 Raízes da unidade;	Determinante. - Forma algébrica dos números complexos; Imagem e afixo; Forma trigonométrica dos números complexos; Teorema e fórmula de DE Moivre; vetores, rotação de vetores. - Polinômio; Grau de um polinômio; Divisão de polinômios; Dispositivo de Briot-Ruffini; Raízes de um polinômio; Teorema Fundamental da Álgebra.

continua >>>

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO www.seed.se.gov.br

Figura 91: Proposta Curricular de Matemática de Sergipe – 3º ano
Fonte: Referencial Curricular de Sergipe

Tocantins:

2º SERIE – 4º BIMESTRE		
EIXO: PENSAMENTO ALGEBRICO		
COMPETÊNCIAS	HABILIDADES	CONTEÚDOS BÁSICOS/MINIMOS
- Permitir que o aluno traduza e generalize padrões aritméticos, estabeleça relações entre grandezas variáveis, compreenda e utilize diversos significados do uso da simbologia em situações novas e, muitas vezes, inesperadas, bem como serva de ferramenta para resolver problemas que tenham aplicações diretas.	- Construir, classificar e operar matrizes; e resolver sistemas lineares. - Resolver problemas que envolvam equações matriciais e Sistemas Lineares com aplicação de Matrizes.	Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares: - Construção de Matrizes - Operações com Matrizes - Sistemas Lineares e suas Soluções - Resolvendo Sistemas Lineares por meio de substituição e pelo método de Adição - Determinante de Matrizes - Propriedades dos Determinantes
EIXO: PENSAMENTO NUMÉRICO/ ARITMÉTICO		
- Identificar na matemática financeira a possibilidade de desenvolver conhecimentos ligados diretamente ao dia-a-dia do mundo comercial e ás relações entre capital e trabalho.	- Relacionar os conhecimentos sobre porcentagem, lucro, desconto, acréscimo e juros ás situações-problema do dia a dia. - Utilizar o conceito de porcentagem em situações-problema. - Diferenciar os conceitos de juros simples e compostos.	Matemática Financeira: - Porcentagem - Juros Simples e compostos - Lucro - Desconto - Acréscimos sucessivos
EIXO: TRATAMENTO DE INFORMAÇÃO		
COMPETÊNCIAS	HABILIDADES	CONTEÚDOS BÁSICOS/MINIMOS
- Entender sobre o propósito e a lógica das investigações estatísticas, bem como o entendimento intuitivo e formal das principais idéias matemáticas implícitas em representações estatísticas.	- Utilizar conceito de polígono de freqüência e analisar dados em um gráfico. - Ler, construir e interpretar diferentes tipos de gráficos estatísticos. - Ler e interpretar tabelas. - Resolver problemas que envolvam conceitos com variáveis discretas e contínuas.	Estatística: - Conceito - Histograma - Calculo da média com variáveis discretas e contínuas - Polígono de Freqüências - Gráficos na Estatística

Figura 92: Proposta Curricular de Matemática de Tocantins – 2º ano
Fonte: Proposta Curricular do Ensino Médio