UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de São José do Rio Preto

Luciano Peres

O uso de jogos como instrumento de ensino-aprendizagem de Matemática

São José do Rio Preto
2016

Luciano Peres

O uso de jogos como instrumento de ensino-aprendizagem de Matemática

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre, junto ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Ferreira Costa

São José do Rio Preto
2016

Peres, Luciano.
O uso de jogos como instrumento de ensino-aprendizagem de matemática / Luciano Peres. -- São José do Rio Preto, 2016
82 f.: il.

Orientador: João Carlos Ferreira Costa
Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Educação especial. 3. Jogos em educação matemática. 4. Jogos de tabuleiro. 5. Aprendizagem. 6. Tecnologia educacional. I. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. II. Título.

CDU – 51(07)

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do IBILCE
UNESP - Câmpus de São José do Rio Preto

Luciano Peres

O uso de jogos como instrumento de ensino-aprendizagem de Matemática

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre, junto ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. João Carlos Ferreira Costa
UNESP – São José do Rio Preto
Orientador

Prof. Dr. Marcus Augusto Bronzi
UFU – Uberlândia

Profa. Dra. Tatiana Miguel Rodrigues
UNESP – Bauru

São José do Rio Preto
02 de setembro de 2016

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE LUCIANO PERES, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL, DO INSTITUTO DE BIOCIÊNCIAS, LETRAS E CIÊNCIAS EXATAS.

Aos 02 dias do mês de setembro do ano de 2016, às 14:00 horas, no(a) UNESP-Câmpus de São José do Rio Preto, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOÃO CARLOS FERREIRA COSTA - Orientador(a) do(a) Departamento de Matematica / UNESP-Câmpus de São José do Rio Preto, Profa. Dra. TATIANA MIGUEL RODRIGUES DE SOUZA do(a) Departamento de MAtemática / UNESP/ Câmpus de Bauru, Prof. Dr. MARCUS AUGUSTO BRONZI do(a) Departamento de Matemática / Universidade Federal de Uberlândia, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de LUCIANO PERES, intitulada **O uso de jogos como instrumento de ensino-aprendizagem de Matemática**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

João Carlos F. Costa
Prof. Dr. JOÃO CARLOS FERREIRA COSTA

Tatiana Miguel Rodrigues de Souza
Profa. Dra. TATIANA MIGUEL RODRIGUES DE SOUZA

Marcus Augusto Bronzi
Prof. Dr. MARCUS AUGUSTO BRONZI

Dedico esse trabalho a memória dos meus pais, Cleiber Peres e Aparecida Rosa Parro, que não puderam colher comigo os frutos daquilo que ajudaram a plantar.

Que se destine meu aluno à carreira militar, à eclesiástica ou à advocacia pouco me importa. Antes da vocação dos pais, a natureza chama-o para a vida humana. Viver é o ofício que quero lhe ensinar. Saindo de minhas mãos, ele não será, concordo, nem magistrado, nem soldado, nem padre, será primeiramente um homem.

Jean Jacques Rousseau

AGRADECIMENTOS

À Deus, por colocar as pessoas certas em meu caminho e no qual busquei forças diante de tantas provações.

À minha esposa Solange Batista de Oliveira Peres e minha filha Bárbara Batista Peres, pela confiança, pelo incentivo e pela paciência nos momentos de ausência.

À Maria Odete de Paula Lessa Rocha e Márcia Cristina de Paula Jamberci de Oliveira, Diretora e Coordenadora Pedagógica, respectivamente, por acreditarem e não medirem esforços para que o trabalho se concretizasse.

Ao meu orientador Prof. Dr. João Carlos Ferreira Costa pela preciosa ajuda nas sugestões, revisões e pela competência tão necessária para a realização do trabalho.

À Profª. Dra. Tatiana Miguel Rodrigues, da UNESP de Bauru, pessoa de um coração imenso, por toda ajuda na elaboração do trabalho.

Ao Prof. Fabricio Pavin Lassi, exímio matemático, hoje mais que um amigo, por todas as contribuições e dicas que tanto enriqueceram meus conhecimentos.

Às equipes gestoras e aos professores que acreditaram nesse trabalho, abrindo as portas das escolas e me acolhendo durante toda a pesquisa.

RESUMO

O uso de algumas tecnologias como ferramentas de ensino em salas de aula já não causa tanto entusiasmo, pois dificilmente os softwares educacionais fazem frente aos jogos com os quais os alunos estão familiarizados. Dentro desse contexto, o resgate de jogos de tabuleiros como instrumentos de auxílio do processo ensino-aprendizagem de Matemática se torna muito útil e segue na contramão dos jogos de computadores, pois há uma maior interação entre os alunos, contribuindo também para aumentar a capacidade dos mesmos de tomarem decisões e criarem estratégias. O presente estudo tem como objetivo analisar os resultados da utilização desses jogos nas aulas de Matemática e também como os mesmos podem contribuir na educação de alunos que possuem Necessidade Educacional Especial. Para tanto foram trabalhados dois jogos cujas origens são de países distintos: o Mancala (origem africana) e o Quoridor (também conhecido como bloqueio, de origem italiana).

Palavras-chave: Matemática. Jogos para o ensino de Matemática. Processo de Ensino-Aprendizagem.

ABSTRACT

The use of some technologies as teaching tools do not cause a lot of enthusiasm by now, since educational softwares hardly meet the standards of the games students are familiarized. In this context, the renewal of interest for board games as tools for helping the process of Mathematics teaching and learning becomes useful and is in the opposite direction of computer games, since there are a better interaction between students, and it contributes to increase their capacity of decision and strategy-making. This study aims to analyze the results of the utilization of these board games in Mathematics classes and how they can contribute for the education of students with special needs. Thus, two board games, of two different origins, were analyzed: the Mancala (from Africa) and the Quoridor (also known as "bloqueio", of Italian origin).

Keywords: *Mathematics*. Games *for learning of Mathematics*. *Process Education-Learning*.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Começar um texto dizendo que a Matemática é a grande vilã entre as ciências se torna redundante e, são incalculáveis os esforços e horas de estudos e pesquisas nas mais variadas vertentes dedicadas a quebrar esse paradigma, porém, os resultados nem sempre são satisfatórios e em diversas situações, se tornam isolados.

Salas de aulas são ambientes extremamente heterogêneos e isso também é observado se ampliarmos nossa análise para o ambiente escolar, ao passo que se torna infinitamente heterogêneo se pensarmos em nível de estado ou país. Analisando dessa perspectiva é compreensível que tantos esforços e práticas pedagógicas, tão bem sucedidas em alguns lugares, não alcançam os mesmos resultados em outros, o que torna a dinâmica de uma aula uma batalha sem fim.

O objetivo desse trabalho é analisar o impacto dos jogos de tabuleiro nas aulas de matemática, observando os aspectos positivos e negativos dessa prática e como isso pode influenciar o cotidiano e o processo ensino-aprendizagem dos alunos. Há também uma abordagem teórica do jogo da velha e de sua relação com os quadrados mágicos.

A proposta foi apresentada em três escolas e o projeto teve duração entre 7 e 8 semanas, sendo uma aula por semana.

Foram trabalhados 2 jogos e a escolha entre eles ficou a cargo dos alunos, sendo que após algumas aulas foi proposta a troca para que todos tivessem contato com ambos.

As duplas também foram trocadas no decorrer das partidas para evitar que os adversários fossem sempre os mesmos, tornando assim as partidas e as estratégias mais imprevisíveis.

A análise dos resultados foi feita com três grupos distintos de estudantes que foram divididos de acordo com os segmentos de ensino que frequentam (Escola Municipal Paul Percy Harri, em São José do Rio Preto, Escola Estadual Profª. Maria Aparecida dos Santos Franco, em Riolândia e Colégio Santo André (Ensino Privado) em São José do Rio Preto, todas no estado de São Paulo. Ainda dentro desses três grupos, foi feita uma análise sobre os resultados dessa prática pedagógica com alunos que apresentam algum tipo de Necessidade Educacional Especial (NEE).

Ao término da pesquisa, após a análise individual de cada grupo, foi feito um estudo global, cruzando as informações para verificar o quanto o ambiente escolar pode influenciar na aprendizagem dos alunos.

Outro jogo estudado neste trabalho é o antigo Jogo da Velha. Foram analisados seus aspectos históricos e a bela e desconhecida relação que este jogo tem com a teoria Matemática dos quadrados mágicos.

O Jogo da Velha foi contemplado apenas de forma teórica, não tendo sido apresentado aos alunos. O trabalho está dividido em 9 capítulos.

No Capítulo 1 são apresentados os desafios da prática docente, nos quais fomento os fatores que motivaram a escrita desse trabalho.

O Capítulo 2 trata dos jogos de tabuleiro, onde são descritos os contextos históricos e as regras do Mancala e do Quoridor e também do Jogo da Velha, antigo jogo popularmente conhecido e praticado como passatempo, que não foi trabalhado com os alunos durante o desenvolvimento do trabalho, mas apresento sua relação com a teoria Matemática dos quadrados mágicos.

O Capítulo 3 traz as estratégias que auxiliam nas partidas de Mancala, Quoridor e Jogo da Velha e algumas curiosidades e questões acerca dos quadrados mágicos.

No Capítulo 4 são descritas as metodologias aplicadas em cada um dos segmentos de ensino nos quais o trabalho foi realizado.

O Capítulo 5 faz referência aos alunos com Necessidade Educacional Especial (NEE).

O Capítulo 6 apresenta as atividades que foram desenvolvidas com os alunos.

No Capítulo 7 temos as conclusões do trabalho, no qual são comparados os resultados observados nas redes municipal, estadual e privada de ensino e também resultados observados nos alunos com Necessidade Educacional Especial.

No apêndice são apresentadas as legislações e os fundamentos legais sobre a educação inclusiva no Brasil.

CAPÍTULO 1 DESAFIOS DA PRÁTICA DOCENTE

Não há dúvida em dizer que a indisciplina e a falta de motivação dos alunos são os maiores desafios enfrentados pelos professores em uma sala de aula.

Salas numerosas, falta de recursos, conteúdos descontextualizados e professores desmotivados são a combinação perfeita para aulas cada vez mais desestimulantes.

Conseguir despertar nos adolescentes de hoje algum estímulo para os estudos é uma tarefa árdua e exige muita dedicação por parte de todos os envolvidos nesse processo, mas a maior responsabilidade acaba ficando a cargo dos professores.

A dificuldade que os professores encontram em contextualizar os conteúdos que serão trabalhados contribui muito para o desinteresse cada vez maior nas aulas de Matemática, tornando assim essa disciplina a grande vilã do currículo escolar.

Procurar práticas pedagógicas inovadoras e compartilhá-las, independente de conseguir alcançar os objetivos esperados, pois os resultados são diferentes em contextos diferentes, se faz cada vez mais necessário para mudarmos os rumos da educação e principalmente do ensino de Matemática.

Dentre todos os desafios enfrentados diariamente por nós professores em nosso cotidiano nas salas de aula, a inclusão de alunos com algum tipo de necessidade especial ainda causa bastante inquietação.

Grande parte dos cursos de licenciatura traz em sua grade curricular disciplinas de estágios supervisionados apenas nos últimos anos da graduação, proporcionando assim ao futuro professor pouca experiência de sala de aula.

Ainda durante esses estágios, parte dos estudantes dos cursos de licenciatura depara-se com a resistência dos professores em aceitar um estagiário em sua aula e, quando aceitam, mudam completamente suas rotinas de aula, procurando diversificar suas técnicas para causar uma boa impressão.

Tudo isso é compreensível, mas acaba comprometendo a principal função do estágio, que é fazer com que o estagiário possa vivenciar a rotina de uma sala de aula com todos os problemas que possam surgir.

Depois de algum tempo, este estagiário passa a ser um professor, com suas próprias turmas para ministrar aulas e lidar com todos os desafios diários. Dentro desse contexto fica a impressão de que professor mais experiente “leva vantagem” sobre quem está começando, uma vez que o tempo de sala de aula e a maturidade provinda da idade contribuem muito para lidar com situações do cotidiano escolar.

A escolha por jogos de tabuleiros para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem em Matemática não foi feita por acaso.

Com o crescente avanço da tecnologia, os jogos eletrônicos têm ganhado grande espaço tanto entre os jovens quanto entre as crianças que, cada vez mais cedo, já utilizam smartphones, *tablets* e outros aparelhos eletrônicos. O apelo visual e a dinâmica desses jogos têm criado uma geração que cada vez mais procura respostas prontas e rápidas, dificultando assim a capacidade de tomarem decisões e pensarem em estratégias para resolução de situações.

Hoje existem vários programas e jogos de computadores que auxiliam no ensino de Matemática e que cumprem muito bem o papel aos quais se propõem, muitos deles de domínio público e disponíveis na maioria das escolas públicas e privadas, mas tais jogos não fazem frente aos que os alunos jogam no dia a dia, o que acaba tornando desestimulante o uso de alguns recursos tecnológicos no ensino de Matemática.

Esse fato aliado ao despreparo de muitos professores em relação ao uso da tecnologia faz com que jogos de computadores deixem de ser a melhor das alternativas como auxiliar no processo de ensino, pois num primeiro momento os alunos se motivam ao serem comunicados que serão levados até as salas de informática, mas após poucos minutos, começam a dispersar, perdendo o interesse pelos programas e, consequentemente, pela aula que ali está sendo ministrada.

Nesse contexto, os jogos de tabuleiros se apresentam como uma boa opção para enriquecer as aulas, sobretudo pela multidisciplinaridade que pode ser explorada, analisando as origens, os conceitos históricos e culturais e as lendas acerca dos mesmos.

Pelo pouco, ou em alguns casos, pela total falta de contato e conhecimento por parte dos alunos, os jogos de tabuleiros são muito bem aceitos e se tornam uma ferramenta muito útil para as aulas, tanto de Matemática quanto de outras disciplinas, cada qual com um objetivo específico planejado pelos professores.

Outra grande vantagem dos jogos de tabuleiros sobre os demais jogos é a socialização.

> O jogo é social quando estimula os alunos a se relacionarem entre si durante as partidas, bem como os incentiva a obedecerem às regras e limites do

> adversário. A área afetiva ocorre no respeito à vez do colega, durante a partida, bem como no “saber ganhar e no saber perder”, compreendendo que esta prática é inerente ao jogo, e que aquele que ganha, não é melhor do que aquele que perde. O lado cognitivo diz respeito às competências acadêmicas desenvolvidas pelo estudante com as jogadas, como por exemplo: habilidades de raciocínio, estratégia, comunicação, administração, inteligência emocional, liderança, concentração, negociação, entre outras. (SANTOS, 2013).

Os jogos eletrônicos ou jogos de informática tendem a criar indivíduos cada vez mais solitários, enquanto que jogos de tabuleiros, em sua grande maioria, devem ser jogados com no mínimo dois participantes e isso desenvolve nos alunos o respeito a regras, a capacidade de abstração ao prever jogadas do adversário para então traçar suas estratégias, aumenta a concentração e também permite que o jogador aprenda com seus erros, procurando outras formas de pensar em suas jogadas de modo a tentar vencer o adversário.

Essas são ações necessárias para a resolução de problemas em Matemática e daí a importância que os jogos de tabuleiro apresentam no processo de ensino-aprendizagem.

O livro *A arte de resolver problemas* publicado em 1945, é um dos primeiros trabalhos que cita a resolução de problemas como campo de investigação e é muito utilizado até hoje como referência para quem deseja estudar o tema.

Problemas de Matemática devem ser apresentados aos alunos como situações que devem ser resolvidas, mesmo que num primeiro contato não se saiba como proceder. O objetivo é proporcionar ao aluno possibilidades de pensar de forma produtiva, desenvolvendo assim seu raciocínio lógico, estimulando sua criatividade e proporcionando oportunidades de aplicações dos conhecimentos matemáticos adquiridos.

Para o desenvolvimento do trabalho foi escolhido um jogo de origem africana conhecido comumente como *“Mancala”,* um jogo de origem italiana chamado “Quoridor”, também conhecido por “Bloqueio” e, finalmente, o clássico ”Jogo da Velha”.

Essa opção foi feita por se tratarem de jogos cujas estratégias não dependem de sorte, apenas raciocínio lógico e alguns cálculos matemáticos.

Além disso, tanto o Mancala quanto o Quoridor são jogos cujos tabuleiros podem ser facilmente construídos com materiais de baixo custo, como EVA, isopor, cartela de ovos e grãos de feijão, por exemplo, o que facilita muito a utilização dos mesmos em escolas que possuam poucos recursos para adquirir os tabuleiros originais. E o Jogo da Velha é, em geral, um jogo conhecido por todos, e não requer a confecção de tabuleiro, podendo ser jogado utilizando-se apenas lápis e papel.

Ressaltamos que para testar a metodologia com os alunos em sala de aula, optamos por utilizar apenas o Mancala e o Quoridor. As razões para isso foram a possibilidade de explorar de forma um pouco mais profunda a parte histórica e cultural dos jogos como também a criatividade e arte na confecção dos tabuleiros. Desta forma foi possível trabalhar a interdisciplinaridade da Matemática com outras disciplinas, como é o caso da História e de Arte. Para o Jogo da Velha reservamos a parte mais teórica do trabalho, enfatizando e descrevendo com mais detalhes os elementos matemáticos.

CAPÍTULO 2 JOGOS DE TABULEIROS

2.1 MANCALA

Mancala é o nome dado a um conjunto de jogos que possuem algumas características em comum. Dependendo do lugar onde é jogado, o Mancala é tratado com um determinado nome, como por exemplo: *Wari*, no Sudão, Gâmbia, Senegal e Haiti; *Aware*, no Burkina, *Adi*, no Benin e Baulé, na Costa do Marfim e Filipinas.

Sua provável origem é no Egito e os tabuleiros mais antigos foram encontrados em escavações da cidade síria de Aleppo, no templo de *Karnak* (Egito) e *Theseum* (Atenas). No início, Mancala era tido como um jogo místico, relacionado a rituais sagrados, tanto que em alguns lugares, apenas homens ou sacerdotes podiam disputar partidas.

Figura 1 - Homens da Etnia Maasi (grupo étnico africano de seminômades localizado no Quênia e no norte da Tanzânia) jogando Mancala

Fonte: *Pitt Rivers Museum*[1]

O livro *Aprender com Jogos*, faz referência a duas vertentes distintas do Mancala, uma asiática, mais simples e que seria jogada principalmente por mulheres e crianças e uma vertente africana, com regras mais complexas e variadas, que seria jogada principalmente por homens.

Em nosso país o jogo foi trazido pelos escravos e era chamado de *Adi*.

[1] Disponível em: <http://www.prmprints.com/image/421184/maasai-men-playing-mancala> Acesso em 15 / 02 / 2016.

Atualmente o Mancala perdeu seu caráter mágico e religioso, embora países como a Costa do Marfim, ainda conservem esse sentido. Povos como os *Allandians* (etnia presente na Costa do Marfim), acreditam que só é possível jogar à luz do sol, e à noite os tabuleiros são oferecidos aos deuses para que os mesmos joguem.

Esse jogo é tão importante nessa etnia que uma partida entre os concorrentes ao trono do rei é utilizada como um dos fatores para escolha do sucessor.

O jogo de búzios, muito praticado pelos seguidores do Candomblé (religião de origem africana com muitos adeptos na Bahia), é uma das derivações do Mancala.

Mancala geralmente é jogado com pequenas pedras ou sementes em um tabuleiro de madeira que contem duas ou mais fileiras de concavidades alinhadas e a movimentação das peças sugerem um sentido de semeadura e colheita.

De forma resumida, cada jogador é obrigado a recolher sementes, que ainda não pertencem a nenhum dos jogadores, e com elas semear tanto suas casas, quanto as casas do adversário no tabuleiro, seguindo determinadas regras. Em certo momento do jogo, são feitas as “colheitas” das sementes que passam a ser suas. Ao término do jogo, o vencedor será aquele que tiver mais sementes.

Uma curiosidade bastante inusitada sobre o jogo é que um jogador não pode deixar seu adversário sem sementes em seu campo. Se isso acontecer, será necessário “dar de comer” ao adversário, como é dito popularmente, fazendo uma jogada que recoloque sementes no campo dele.

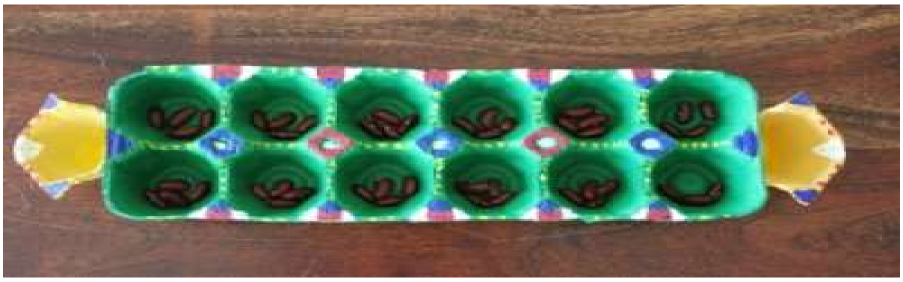
As regras do jogo serão apresentadas mais adiante num capítulo dedicado apenas a essa finalidade.

Nesse jogo não há fator sorte envolvida. As estratégias são puramente matemáticas e exclusivas de raciocínio lógico, exigindo concentração, antecipação e esforço intelectual.

Figura 2 – Tabuleiro de Mancala Feito em Madeira

Fonte: Wikipedia[2]

Figura 3 – Tabuleiro de Mancala Feito com Cartela de Ovos



Fonte: *Fun Family Crafts*[3]

2.1.1 Regras do Mancala

Existem várias maneiras de se jogar Mancala. Aqui será apresentada uma delas, a mais difundida no ocidente.

Mancala é jogado em um tabuleiro com 6 casas na horizontal e 2 na vertical (6 x 2) e mais duas casas maiores, chamadas de "*kalaha*" nas extremidades do tabuleiro onde serão acomodadas as "sementes" capturadas. Em cada casa são colocadas 4 sementes no início.

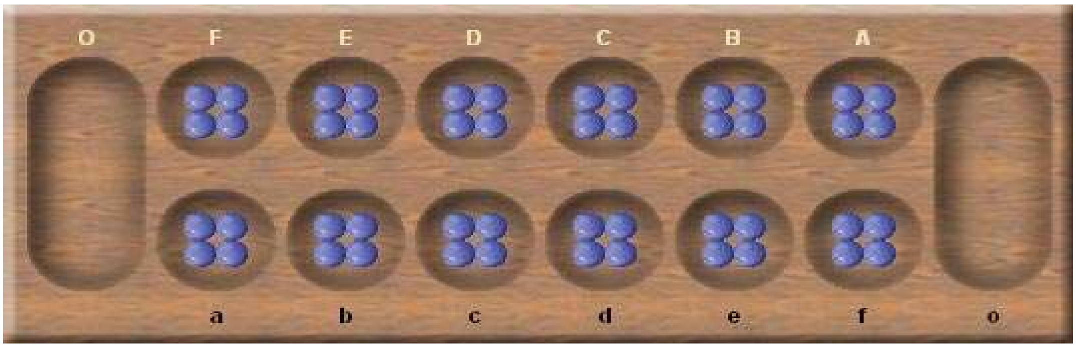
- Número de jogadores: 2
- Material necessário: 1 tabuleiro 6 x 2 (6 casas na horizontal e 2 na vertical) e 48 sementes ou missangas.
- Objetivo: Capturar o maior número de sementes.
- As jogadas se alternam entre os jogadores que farão um lance de cada vez.
- Tempo estimado: 10 minutos.

[2] Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Mancala> Acesso em: 15 / 02 / 2016.
[3] Disponível em: <http://funfamilycrafts.com/mancala-oware-game/> Acesso em: 15 / 02 / 2016.

2.1.2 Início do Jogo

Inicialmente, dispõe-se 4 sementes em cada casa dos dois lados do tabuleiro, conforme figura abaixo.

Figura 4 – Tabuleiro Organizado para o Início da Partida

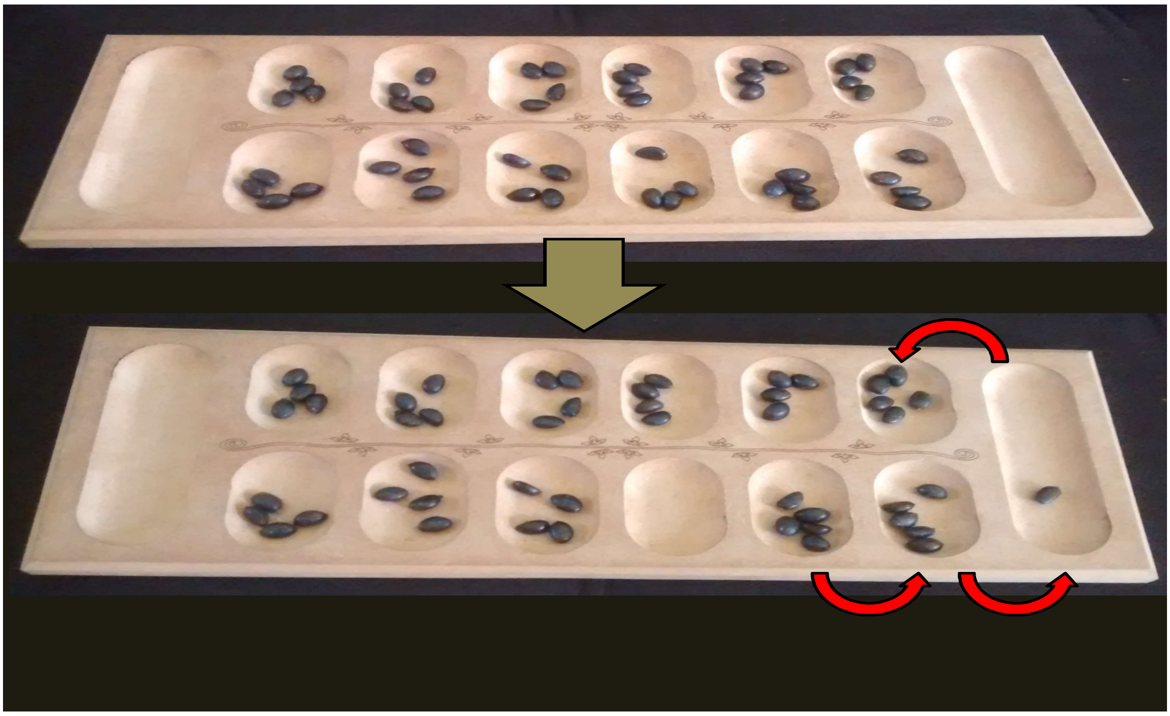


Fonte: Africa Games[4]

O jogador que iniciará a partida irá escolher uma das casas do seu lado e retirar todas as sementes dessa casa, distribuindo-as ou “semeando-as” pelas casas seguintes, devendo colocar uma semente em cada casa subsequente, podendo chegar até as casas do seu adversário.

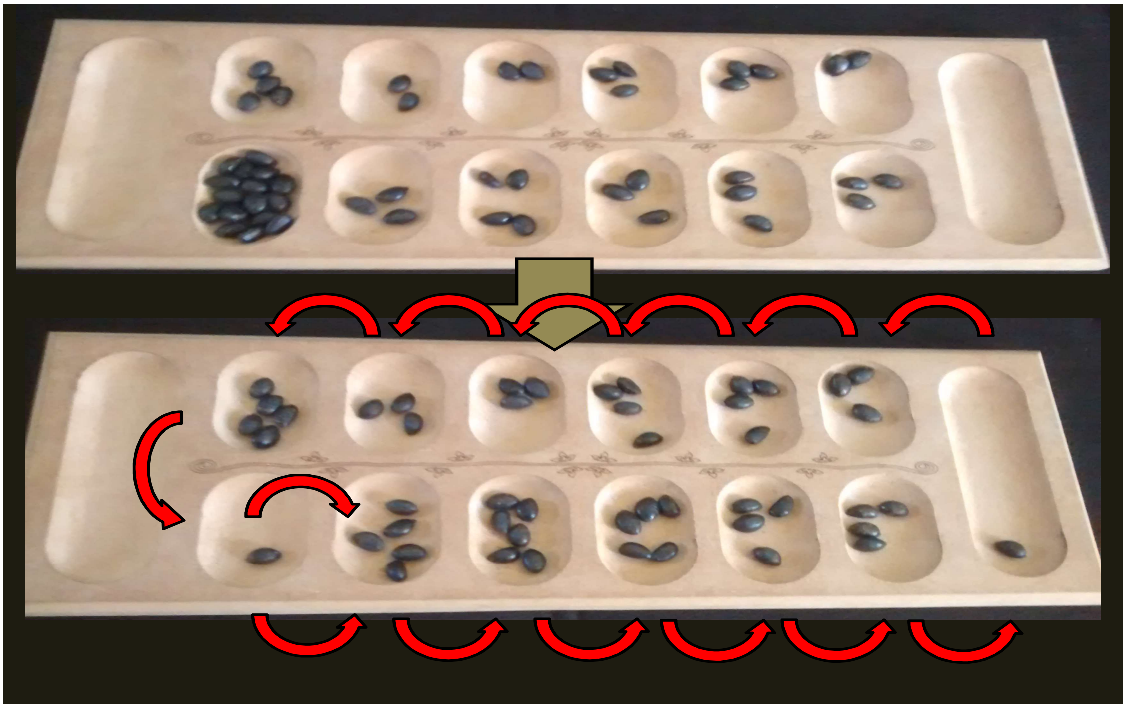
[4] Disponível em: <http://www.africa-games.com/mancala.html> Acesso em :15 / 02 / 2016.

Figura 5 – Simulação da Semeadura do Jogador que Inicia a Partida



As casas do tabuleiro devem ser percorridas no sentido anti-horário. Se em determinada jogada o número de sementes a serem distribuídas for suficiente para uma volta completa no tabuleiro, não podem ser deixadas sementes na *kalaha* do adversário, devendo ser distribuídas nas casas seguintes.

Figura 6 - Semeadura partindo de uma casa com mais de 11 sementes.



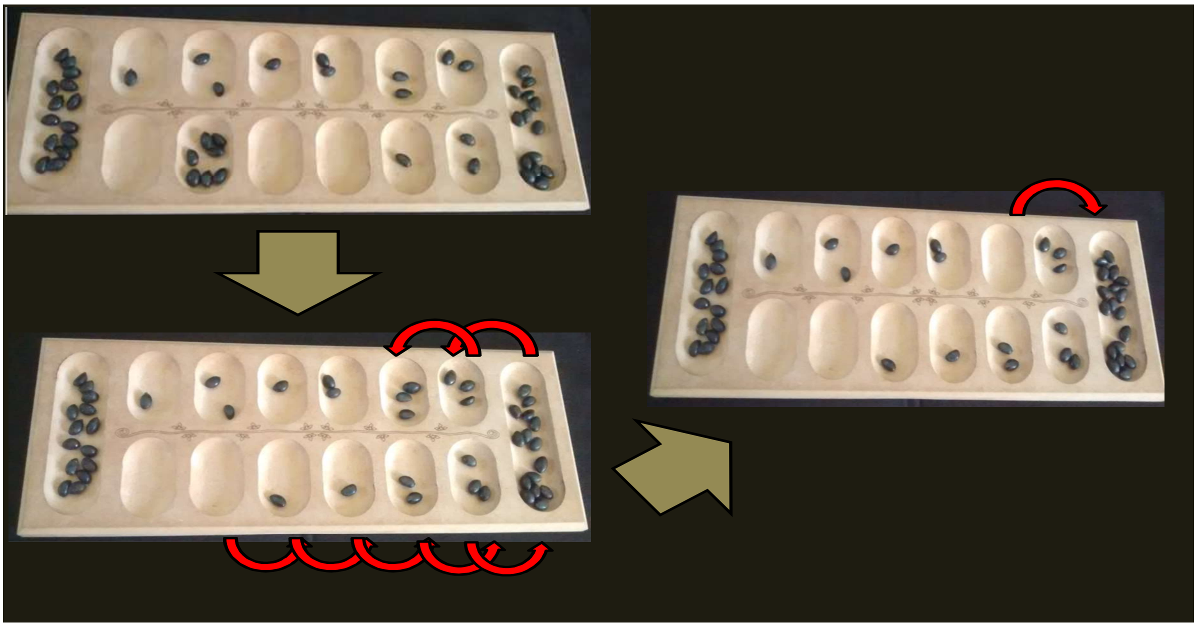
2.1.3 Captura

A captura de sementes só é possível em uma das situações abaixo:

1º situação: A casa onde será deixada a última das sementes que estão sendo distribuídas deverá estar no lado do adversário e deverá conter 2 ou 3 sementes no total, já levando em conta a semente que acabou de ser distribuída.

2º situação: Após uma volta completa no tabuleiro, a última semente é depositada em uma casa vazia no lado do jogador que está distribuindo as sementes.

Figura 7 - Captura de sementes



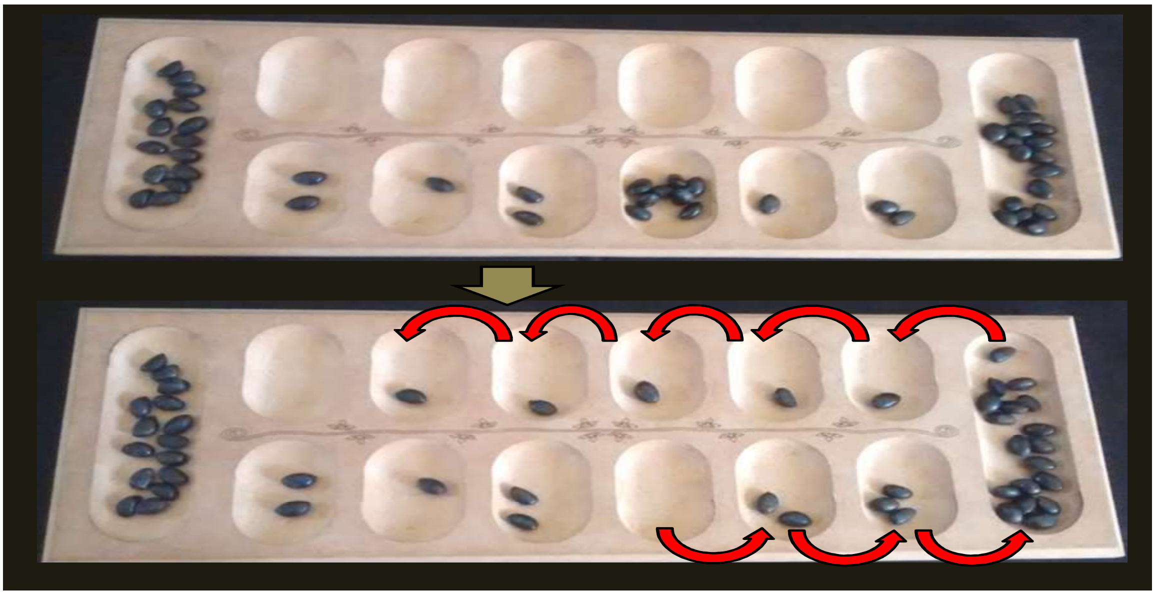
Na 2º situação, o jogador captura para si a última semente depositada e todas as que estiverem na casa simétrica do adversário.

As sementes que são capturadas ficam na *kalaha* do jogador que as capturou. A *kalaha* de cada jogador fica sempre à direita do mesmo.

Enquanto houver casas com mais de uma semente, o jogador não poderá mexer naquelas que possuem apenas uma semente.

Uma regra importante e que torna o jogo bastante interessante do ponto de vista social, é que um jogador nunca pode deixar seu adversário sem sementes em seu campo. Caso um jogador, após movimentar suas sementes fique com casas vazias, seu adversário em sua jogada é obrigado a realizar um movimento de modo a semear as casas vazias de seu oponente.

Figura 8 - Semeando o campo do adversário.



Se um jogador realizar uma captura e deixar o seu adversário sem sementes, ele será obrigado, caso tenha sementes suficientes, a colocar sementes nas casas do adversário (Figura 8). Caso isso não seja possível por não possuir quantidade suficiente de sementes, o jogo se encerra (Figura 9).

Figura 9 – Situação na qual não é possível semear as casas do adversário.

É importante ressaltar que essa é uma regra única e comum a todas as vertentes dos jogos de Mancala, estando presente em todas as diferentes formas de jogar.

2.1.4 Final do Jogo

O jogo termina quando alguma das situações descritas abaixo acontece (Figuras 10 a e 10 b).

1º situação: Quando um jogador capturar a maioria das sementes (25 ou mais).

2º situação: Quando um jogador ficar sem sementes e o adversário não puder efetuar uma jogada de modo a colocar sementes na casa desse jogador. Nessa situação, o jogador recolhe para a *kalaha* as sementes que estão em seu campo.

3º situação: restarem no tabuleiro uma quantidade de sementes onde não é mais possível fazer nenhuma captura. Nesse caso, as sementes devem permanecer nas casas, não sendo possível recolhê-las. Essas sementes não serão contabilizadas para nenhum jogador. O vencedor será aquele que tiver a maior quantidade de sementes em sua *kalaha.*

Figura 10 a - Término do jogo.

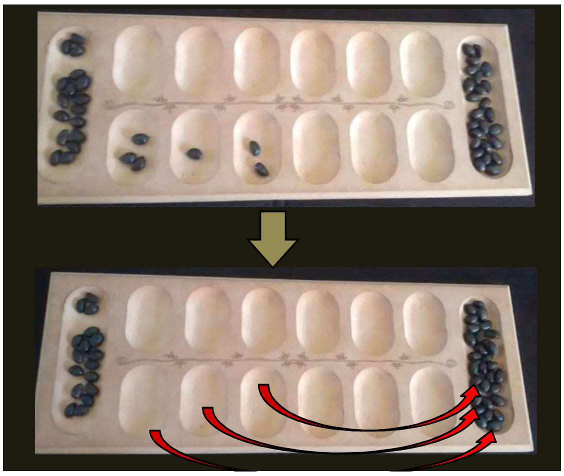
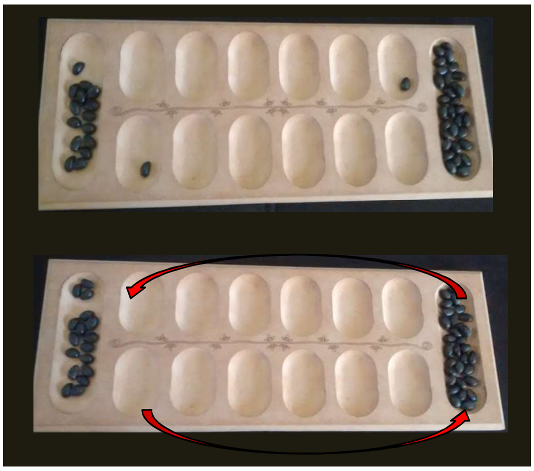


Figura 10 b – Término do jogo.



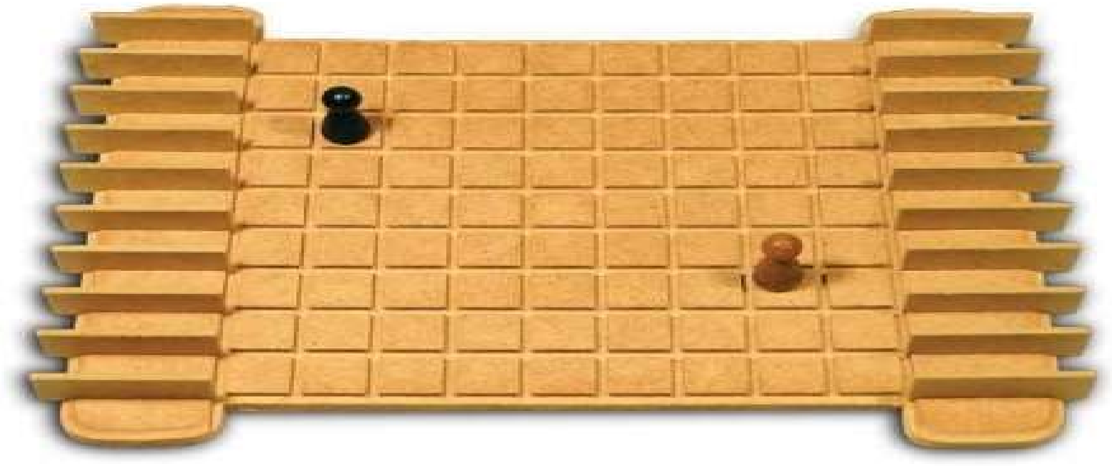
O Quoridor é um jogo que, assim como o Mancala, não depende de sorte para vencer e sim raciocínio e jogadas calculadas. Ele é conhecido no Brasil como Bloqueio e é um jogo bastante recente e, embora já existissem diversos jogos de labirinto, tornou-se popular devido a sua simplicidade, o que o aproxima muito dos clássicos jogos de tabuleiros.

O jogo foi criado em Milão pelo italiano *Mirko Marchesi* em 1995 e em sua primeira versão tinha um tabuleiro de madeira muito grande com 40 barreiras e era conhecido como “*Pinko Plallino*”, e foi inspirado em um jogo de computador que o próprio *Marchesi* havia criado anos antes.

Uma empresa francesa de jogos, chamada *Gigamic* foi quem começou a fabricar comercialmente o jogo e propôs algumas mudanças como a diminuição do tabuleiro e do número de peças, o que tornou as partidas mais rápidas e deixou o jogo mais dinâmico. Foi proposta também uma versão para quatro jogadores e a mudança do nome para Quoridor. A partir daí o jogo começou a ser mais divulgado.

O jogo consiste de dois peões de cores distintas - para o caso de dois jogadores - um tabuleiro de madeira dividido em 10 linhas e 10 colunas e 20 barrinhas chamadas de barreiras.

Figura 11 – Tabuleiro de Quoridor



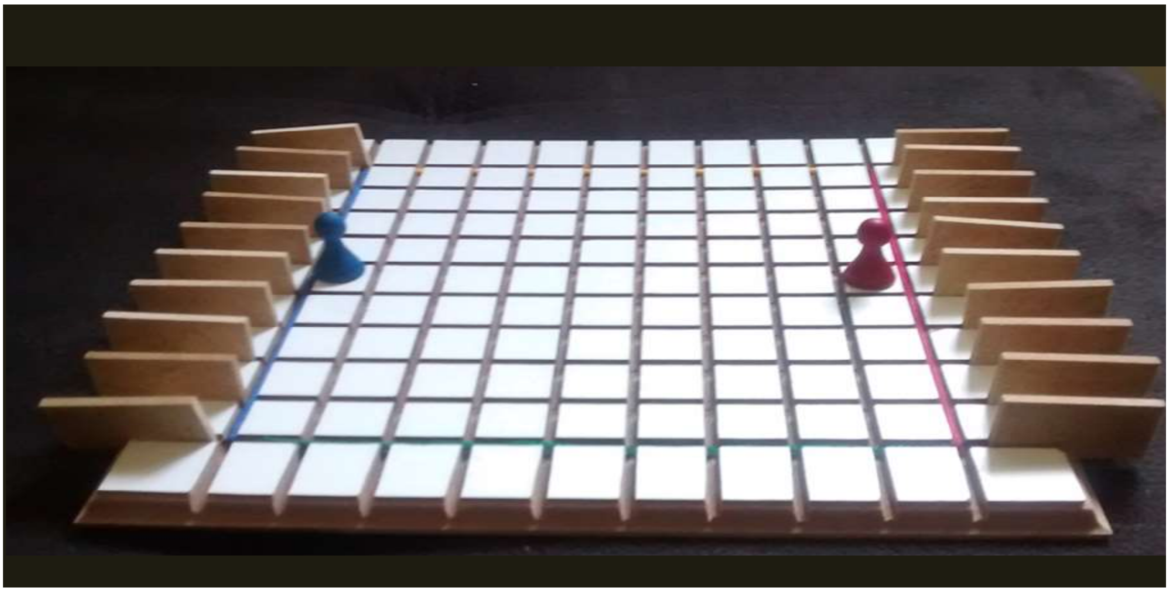
Para iniciar a partida, cada jogador recebe 10 bloqueios que deverão ser posicionados na área de armazenamento destinada aos mesmos, ao lado de cada um dos jogadores.

Os jogadores ficam de lados opostos no tabuleiro e devem posicionar o seu peão no centro de sua linha de saída.

O tempo estimado para o término de uma partida é de 15 a 20 minutos.

Existe uma variante para o jogo na qual participam 4 jogadores. Essa versão faz com que as partidas se tornem mais demoradas e também perde parte das estratégias de jogo, permitindo que o jogador realize suas jogadas objetivando apenas que um dos seus oponentes não vença a partida.

Figura 12 – Tabuleiro do Quoridor no início da partida.



Deve ficar acordado entre os jogadores ou decidir na sorte quem será o primeiro a jogar.

2.2.1 Regras do Quoridor (ou Bloqueio)

O objetivo do jogo é ser o primeiro a chegar ao lado oposto do tabuleiro.

- Na sua vez, cada jogador deve escolher entre duas possíveis opções de jogar.
- Mover sua peça para frente, para trás ou para os lados (movimentos diagonais são permitidos somente em situações específicas).
- Dispor uma barreira em uma das linhas vazias do tabuleiro, na horizontal ou na vertical, deixando assim duas casas bloqueadas.

As barreiras devem ser colocadas entre dois lados de dois quadrados.

Os peões devem dar a volta nas barreiras. Não é permitido saltar por sobre uma barreira.

Não é permitido no jogo dispor as barreiras de forma que todas as rotas possíveis do oponente sejam fechadas. Aumentar a rota é válido, mas não o bloqueio total. Um acesso para o objetivo sempre deve ser deixado aberto.

As figuras abaixo ilustram o posicionamento das barreiras (Figura 13) e os movimentos dos peões durante a partida (Figura 14).

Figura 13 – Posicionamento das barreiras.

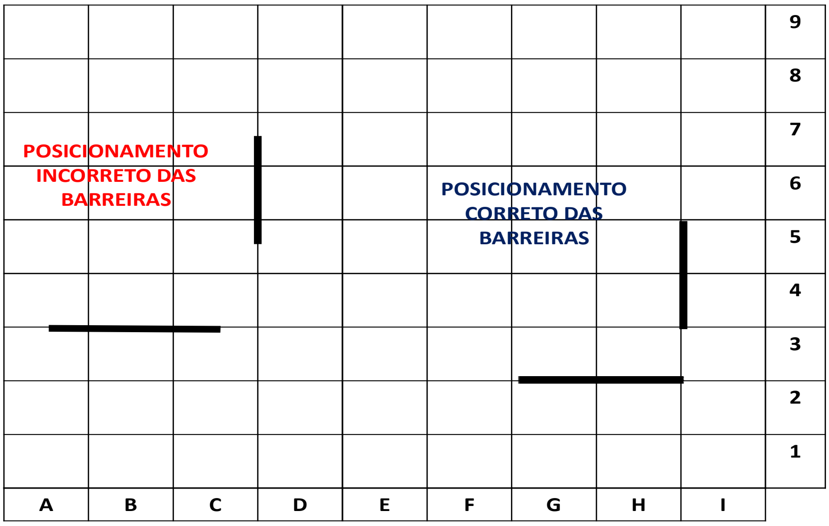
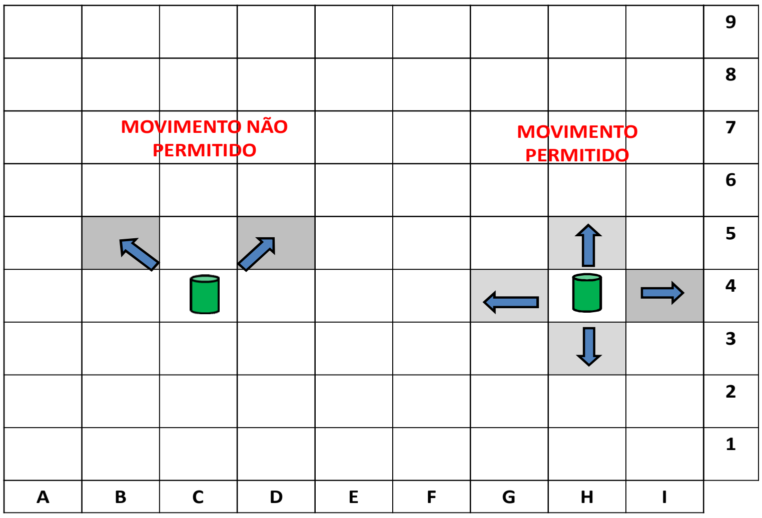


Figura 14 – Movimentação do peão, em que movimento diagonal não é permitido.



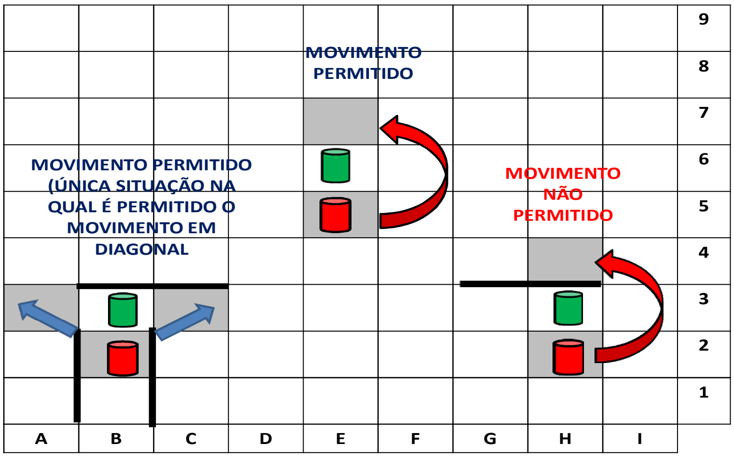
Quando dois peões ficam frente a frente um com o outro, o jogador pode pular o peão do seu adversário, posicionando seu peão atrás do dele. Nessa situação o jogador avança uma casa a mais.

Isso só é permitido caso não haja nenhuma barreira atrás do peão do adversário.

Caso exista uma barreira atrás do peão do oponente, o jogador deverá colocar seu peão do lado esquerdo ou direito do outro peão. Essa é a única situação em que é permitido o movimento em diagonal.

A Figura 15 ilustra as situações nas quais são permitidos os movimentos em diagonal, assim como os movimentos que não são permitidos no caso de dois peões ficarem frente a frente.

Figura 15 - Movimentos do peão. Frente a frente.



2.3. O JOGO DA VELHA

Pensando nos jogos como ferramentas lúdicas, um jogo em particular chama a atenção, tanto pela sua popularidade e simplicidade das regras quanto pela beleza matemática que o envolve e que por vezes passa despercebida, comumente conhecido como Jogo da Velha.

Esse jogo não foi aplicado nas salas de aula nas quais o projeto foi desenvolvido, mas faço referência aqui pela sua versatilidade, o que o torna uma boa ferramenta para as aulas de matemática.

Não se sabe exatamente a origem do jogo, porém a referência mais antiga a esse passatempo é datada do século XIV antes de Cristo, encontradas em escavações do templo de Kurna, no Egito (Mundo Estranho, 2011). Existem indícios de que o jogo se desenvolveu independentemente em diversos povos de diferentes regiões do planeta.

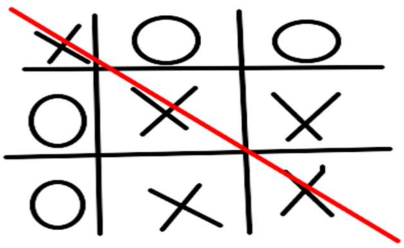
O nome pelo qual o jogo é popularmente conhecido – Jogo da Velha – tem como origem provável a Inglaterra, onde, segundo contam, mulheres se reuniam para conversar e bordar. As mulheres mais idosas, que possivelmente por apresentarem problemas de visão não conseguiam mais bordar, jogavam esse jogo. Daí a referência ao mesmo como Jogo da Velha.

O jogo é bastante simples em suas regras, e é disputado por dois jogadores em um tabuleiro em forma de uma matriz 3 x 3.

Os jogadores escolhem entre um xis (X) ou um círculo (O) para marcação e em sua vez, usam o símbolo escolhido para marcar uma casa vazia do tabuleiro.

O jogo termina quando um dos jogadores consegue dispor três dos seus símbolos em sequência no tabuleiro, na horizontal, na vertical ou em diagonal.

Figura 16 - Partida de jogo da velha com o "X vencedor.



CAPÍTULO 3 ESTRATÉGIAS E CONCEITOS MATEMÁTICOS RELACIONADOS AOS JOGOS

A seguir serão apresentadas algumas estratégias dos jogos que nas intervenções feitas durante as partidas, foram propostas aos alunos com o objetivo de tornar as partidas mais competitivas.

Após tomarem conhecimento das estratégias, os movimentos começaram a ser mais calculados e menos aleatórios, tanto no Mancala quanto no Quoridor, tornando as partidas mais demoradas.

3.1 ESTRATÉGIAS DO MANCALA

Como já foi visto anteriormente, no Mancala o objetivo do jogo é capturar a maior quantidade de sementes possíveis. Para tanto, existem algumas estratégias que podem contribuir.

Para que se tornem mais clara as simulações de algumas jogadas, nas quais serão apresentadas estratégias tanto de captura quanto de “defesa”, estão definidos dois termos que serão citados com bastante frequência.

Jogada evitável – quando é possível prever um movimento do adversário que levará à captura de sementes ou à possibilidade de jogar novamente (quando a última semente é depositada em sua *kalaha*) e mover as suas para anular tal jogada.

Jogada inevitável – quando mesmo prevendo um movimento do adversário que resultará na captura de sementes ou na possibilidade de jogar novamente, não há nada que possa ser feito para neutralizar a jogada.

As simulações a seguir retratam uma ***jogada inevitável***. O Jogador 1 possui em seu lado do tabuleiro as casas **A**, **B**, **C**, **D**, **E** e **F** e o Jogador 2, as casas **G**, **H**, **I**, **J**, **K**, **L**.

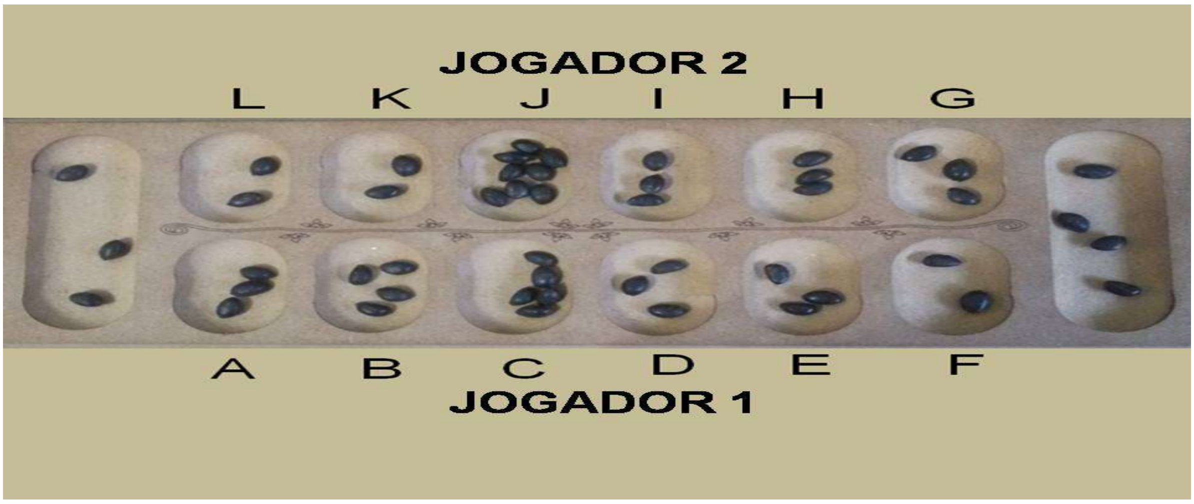
Situação 1: O Jogador 1 possui em suas casas 3, 4, 5, 3, 3 e 2 sementes respectivamente e 3 em sua *kalaha.* O Jogador 2 possui em suas casas 3, 3, 3, 8, 2 e 2 sementes e 3 em sua *kalaha* (Figura 17).

O Jogador 1 poderá começar a distribuir suas sementes a partir da **casa D** (onde há 3 sementes), depositando assim a última em sua *kalaha*, onde, além de capturar uma semente, ele irá jogar novamente.

O Jogador 2 pode anular esse movimento distribuindo as suas a partir da **casa J** (onde há 8 sementes), depositando assim 1 semente na **casa D** do adversário, que passa a ter 4 sementes nessa casa. Isso torna ineficiente os movimentos do Jogador 1 partindo dessa casa.

Porém, durante esse movimento do Jogador 2, a **casa B** do Jogador 1 (onde há 4 sementes) passará a ter 5 sementes, possibilitando o movimento a partir dessa casa com o depósito da última em sua *kalaha,* e podendo assim jogar novamente.

Figura 17 - Jogada inevitável do Jogador 1.



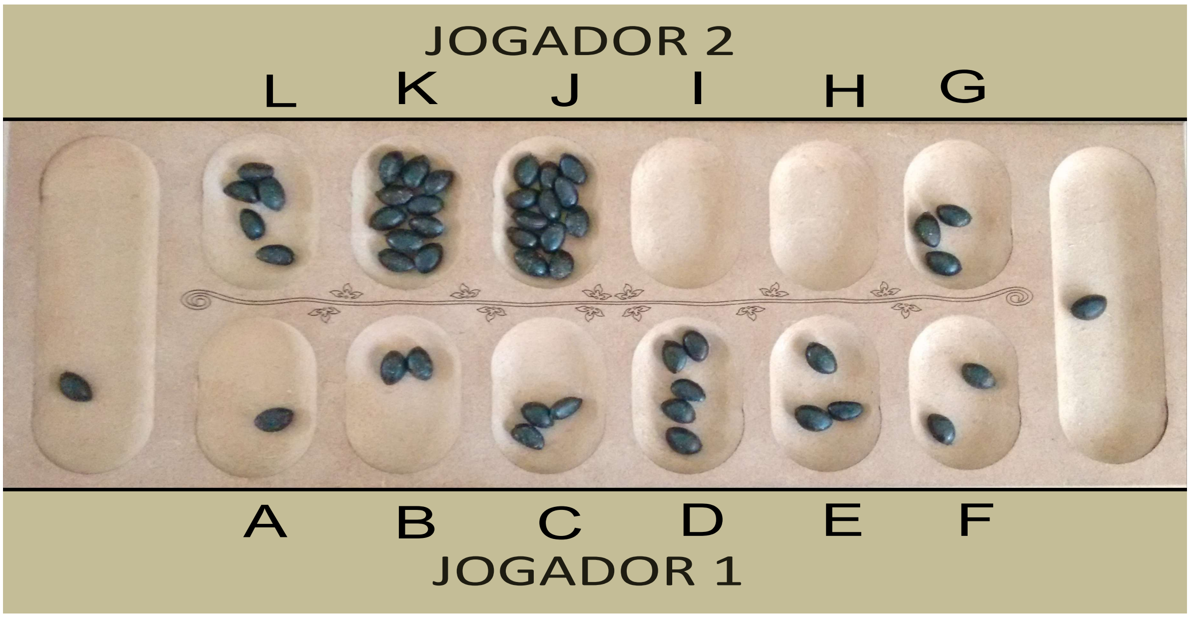
Situação 2: O Jogador 1 possui 1, 2, 3, 5, 3, 2 sementes em suas casas e uma em sua *kalaha* e o Jogador 2 possui 3, 0, 0, 12, 10, 5 sementes em suas casas e uma em sua *kalaha* (Figura 18).

Como o Jogador 2 tem 12 sementes na **casa J**, ao distribuí-las será dada uma volta completa no tabuleiro, sendo que a última será depositada na **casa I**, que está vazia. Dessa forma, ele irá capturar as 5 sementes da **casa D** do Jogador 1, além daquela que está na **casa I**.

Se o Jogador 1 começar a distribuir suas sementes a partir da **casa D,** evitando assim a captura pois deixará a casa vazia, o Jogador 2 começará a distribuir suas sementes a partir da **casa K**, depositando sua última semente na **casa H,** do seu lado do tabuleiro, capturando para si as sementes da **casa E** do seu adversário.

Essa também é uma jogada inevitável, pois não há como o Jogador 1 se livrar da captura, porém, se o Jogador 1 iniciar seus movimentos a partir da **casa D**, a quantidade de sementes capturadas pelo seu adversário será menor, amenizando assim os danos da inevitável captura.

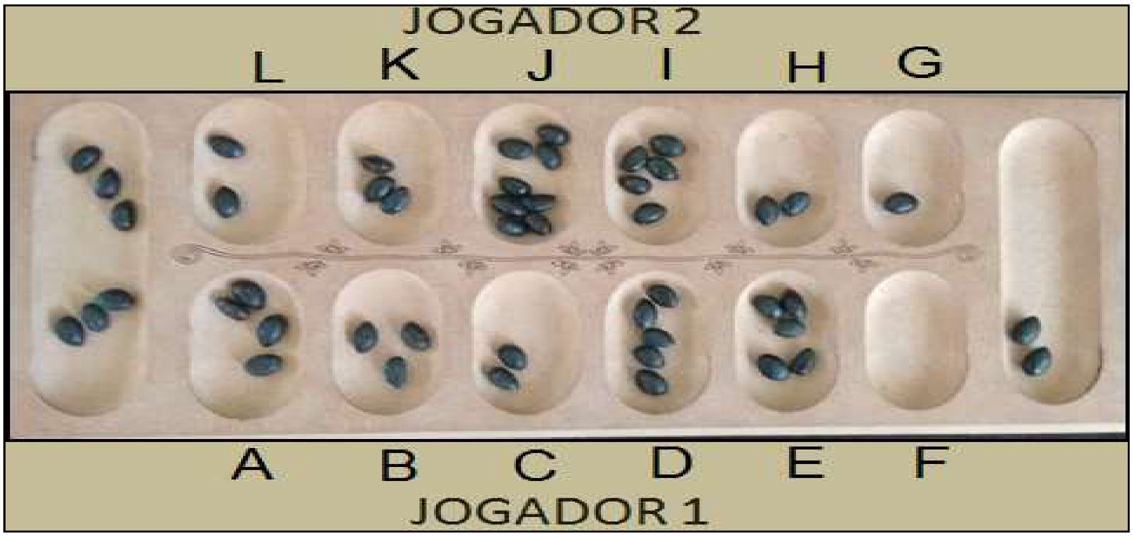
Figura 18 - Jogada que não pode ser evitada pelo Jogador 1.



Situação 3: O Jogador 1 possui em suas casas 4, 3, 2, 5, 5 e 0 sementes respectivamente e 2 em sua *kalaha*. O Jogador 2 possui 1, 2, 5, 8, 3 e 2 sementes em suas casas e 6 em sua *kalaha* (Figura 19).

O Jogador 1 ameaça seu adversário se distribuir suas sementes a partir da **casa D**, pois dessa forma depositará sua última semente na **casa H**, capturando para si tanto as sementes dessa casa quanto as sementes da **casa G.** O Jogador 2 pode evitar essa ameaça distribuído suas sementes a partir da **casa J**. Esse é uma ameaça evitável.

Figura 19 - Ameaça que pode ser evitada pelo Jogador 2.



Existem algumas “dicas” que também podem auxiliar nas estratégias do jogo. Elas servem tanto para capturar quanto para evitar capturas.

Essas dicas estão enunciadas de acordo com suas prioridades, ou seja, das mais relevantes para as menos relevantes. Essas dicas se tornam úteis desde que exista a possibilidade de colocá-las em prática durante a partida.

Dica 1 – Fazer jogadas que depositem a última semente na sua *kalaha*, permitindo assim que o jogador jogue novamente.

Dica 2 – Durante a distribuição das sementes, procurar fazer com que a última seja depositada em uma casa vazia do seu lado do tabuleiro, possibilitando assim a captura das sementes que estão na casa simétrica, no lado do adversário.

Dica 3 – Depositar a última semente no lado do adversário em uma casa onde haja apenas uma ou duas sementes, possibilitando assim a captura.

Dica 4 – Começar a distribuir as sementes pelas casas da esquerda.

Dica 5 – Não deixar casas vazias no lado do adversário, evitando assim que em uma jogada, ele possa depositar sua última semente em uma dessas casas.

Dica 6 – Não deixar casas com uma ou duas sementes do seu lado do tabuleiro, evitando assim que seu adversário deposite a última semente de sua distribuição em uma dessas casas.

Ao desenvolver as estratégias do Mancala, é possível trabalhar com os alunos vários tópicos matemáticos, entre eles simetria, números e operações elementares; sequências; progressões aritméticas e geométricas e explorar suas propriedades elementares. Vários conceitos combinatórios e de probabilidade também podem ser trabalhados com as atividades do Mancala. Aqui não descreveremos a teoria Matemática destes tópicos por termos optado em dar mais ênfase na utilização de raciocínio lógico para explorar estas estratégias com os alunos.

3.1.1 Estratégias do Quoridor

Como já foi apresentado nas regras, durante sua vez um jogador pode optar por mover seu peão ou utilizar uma barreira. As situações apresentadas nas figuras abaixo simulam jogadas que visam impedir o avanço do adversário.

Serão também apresentadas simulações que objetivam se defender contra possíveis bloqueios. Na Figura 20, temos uma situação na qual o jogador verde poderá impedir o avanço do jogador vermelho forçando-o a movimentar seu peão para trás, caso utilize um bloqueio em sua vez de jogar (Figura 21).

Figura 20 - Disposição do tabuleiro na vez do jogador vermelho.

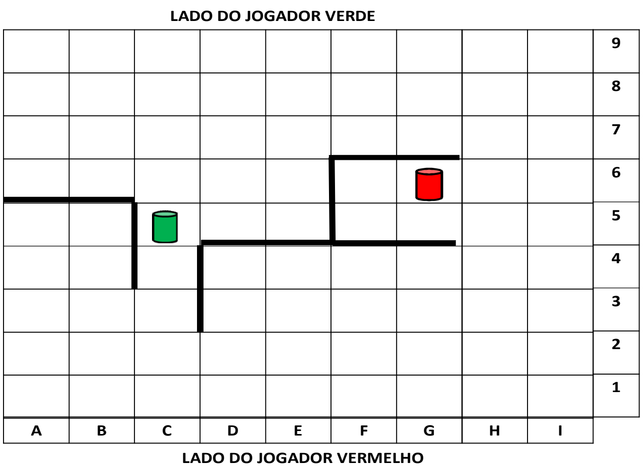
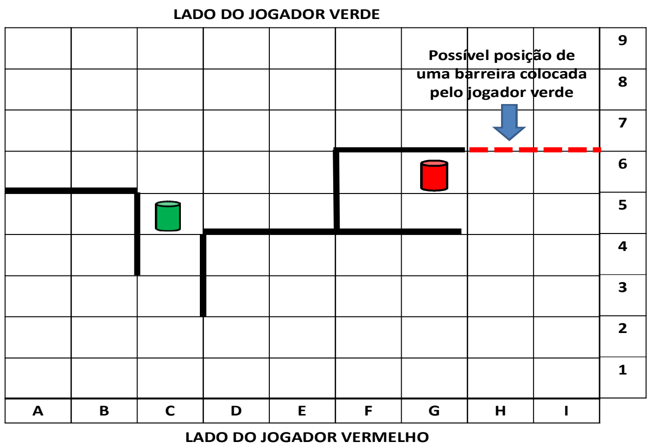
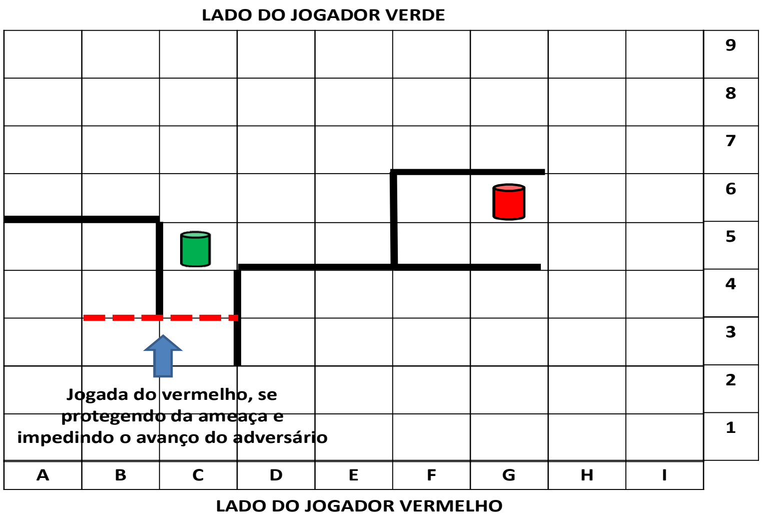


Figura 21 - Simulação de um bloqueio imposto pelo jogador verde.



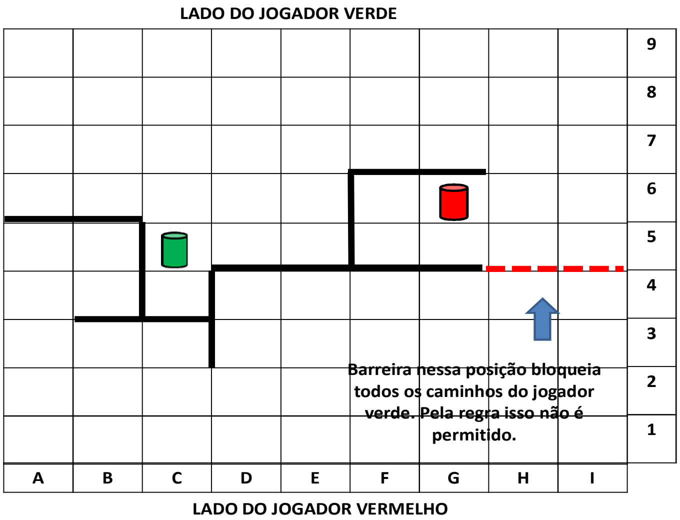
Supondo que é a vez do jogador vermelho, ele poderá neutralizar a ameaça utilizando uma barreira. Dessa forma, além de impedir o avanço do adversário, ele se protege (Figura 22).

Figura 22 - Jogador vermelho neutraliza a ameaça imposta pelo jogador verde.



Após a jogada do vermelho, o jogador verde não poderá mais colocar a barreira na posição pretendida, pois isso não deixaria caminhos possíveis, o que é contra as regras (Figura 23).

Figura 23 - Posicionamento da barreira não permitido pela regra.



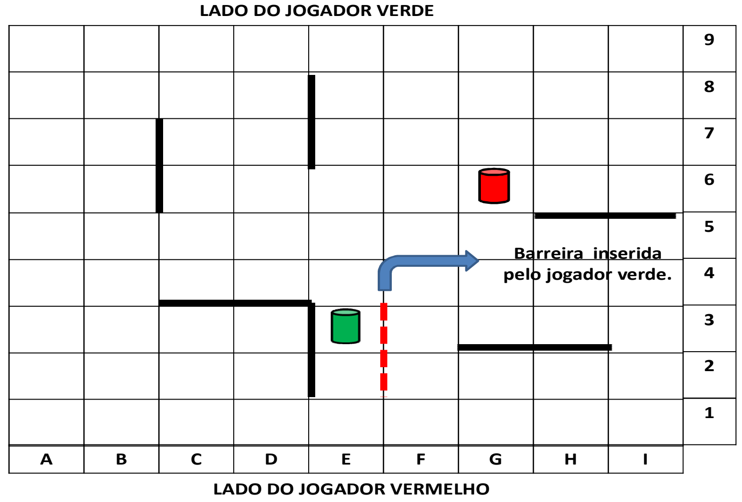
Outra estratégia bastante eficiente é a utilização de barreiras para traçar um caminho ao invés de tentar bloquear o adversário, embora os movimentos do peão de um jogador não dependam apenas dele. Essa estratégia deve ser usada com cautela para que o jogador não utilize todas as suas barreiras.

Como acontece em outros jogos de tabuleiros, como por exemplo, no xadrez, é necessário o sacrifício de uma peça para que possamos capturar numa próxima jogada, uma peça melhor. No Quoridor não é diferente.

Usar uma barreira para bloquear a própria peça visando evitar um bloqueio do adversário também é uma estratégia interessante.

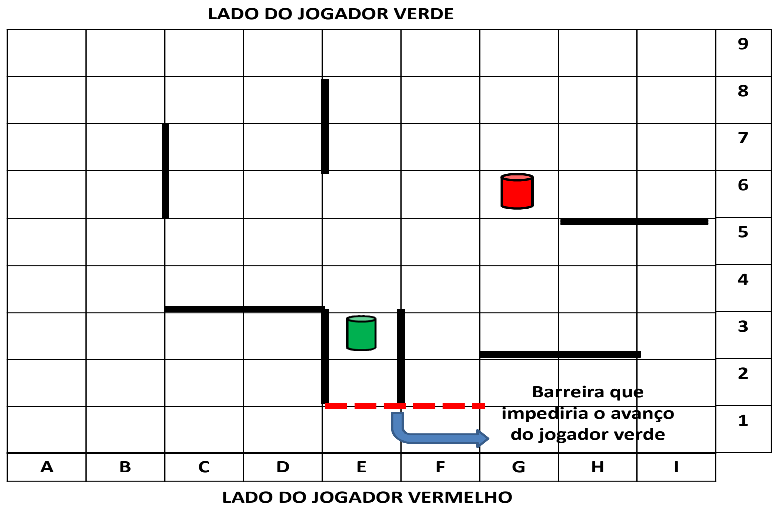
A Figura 24 exemplifica uma situação na qual o jogador verde usa uma barreira para bloquear o próprio peão ao invés de bloquear o jogador vermelho, evitando assim um bloqueio do seu adversário na próxima jogada.

Figura 24 - Jogador verde usando uma barreira para se beneficiar.



Ao posicionar a barreira, o jogador verde impede que o jogador vermelho, em sua vez de jogar, insira uma barreira na posição que o impediria seu avanço (Figura 25).

Figura 25 - Jogador verde prestes a vencer a partida.



Do ponto de vista matemático, através das estratégias do Quoridor é possível trabalhar com os alunos os conceitos de perímetro – ao planejar os caminhos mais curtos a serem trilhados – e análise combinatória, que se apresenta nas opções entre mover o peão (e nas opções de casa que ele pode ocupar) ou usar um bloqueio.

Assim como no Mancala, as teorias Matemáticas envolvidas não serão descritas, pois a ênfase nesse jogo também foi o raciocínio lógico envolvido nas estratégias.

3.2 ESTRATÉGIAS DO JOGO DA VELHA

Uma questão que pode ser levantada acerca do Jogo da Velha e que envolve combinatória é: “qual o número total de disposições finais distintas para se preencher todos os espaços do jogo?”. Para isso, não levaremos em conta as rotações do tabuleiro. Vamos considerá-lo fixo em uma única posição.

Para tanto é necessário entendermos o conceito de fatorial de um número natural n. A noção de fatorial está relacionada ao problema de permutação simples, isto é, de quantos modos podemos ordenar em fila n objetos.

Definição 1. Seja $n \in N$, definimos como *fatorial de n*, denotado por n!, o produto de n por todos seus antecessores, até chegar na unidade, isto é,

$$n! = n.\,(n-1).(n-2).(n-3).\ \ldots\ .\,3.2.1.$$

Pensando apenas no tabuleiro do jogo, no qual temos 9 posições para preencher, se dispuséssemos de 9 elementos distintos para serem alocados sobre estas 9 posições, teríamos 9 possibilidades de escolha para o primeiro elemento, 8 para o segundo e assim sucessivamente, até o último elemento que não possibilita escolha, o que resultaria num total de 9! = 362 880 possibilidades.

Mas no jogo, não dispomos de elementos distintos ou numéricos. Utilizamos os símbolos xis (X) e círculo (O). Ou seja, há uma repetição de elementos. Se considerarmos que o jogo se inicie com um xis (X), o mesmo aparecerá 5 vezes enquanto que o círculo (O) aparecerá 4 vezes. Isso leva a uma repetição de elementos. Esse fato faz com que a troca de elementos iguais não altere a configuração. Nessa perspectiva, podemos formular outra questão: “De quantas maneiras podemos trocar os xis (X) em um tabuleiro completo?”

Pensando nas 5 vezes que o xis (X) aparecerá, temos 5 posições para o primeiro, quatro para o segundo, três para o terceiro, dois para o segundo e apenas um para o último, o que nos daria 5! = 120 possibilidades, mas se os trocarmos de lugar entre as casas já ocupadas, a disposição seria a mesma. Logo, tal disposição deve ser contada apenas uma vez.

Da mesma forma, para os círculos (O) teríamos 4! = 24 possibilidades de disposição, devendo ser contados apenas uma vez.

Assim, para cada tabuleiro completo teríamos 5!.4! possibilidades iguais, incluindo ela própria, devendo assim o total de possibilidades 9! Ser dividido pelas repetições, o que resultaria em $\frac{9!}{5!.4!}$ = 126 maneiras diferentes de disposições no jogo da velha. Isso nos leva a outro conceito importante em Análise Combinatória que é o de permutação com repetição.

Definição 2. O número de permutações de n objetos, dos quais a são iguais a A, b são iguais a B, c são iguais a C, etc..., é definido por $P_n^{a,b,c,\ldots} = \frac{n!}{a!.b!.c!\ldots}$.

Após explorar um pouco da Análise Combinatória do Jogo da Velha, um fato curioso e que passa desapercebido pelas pessoas e alunos com quem já falei sobre o jogo, é tentar observar a semelhança com um outro jogo, menos conhecido, chamado em muitos lugares de 15 de 3 (em inglês, “15 out of 3”).

No jogo 15 de 3 colocamos os números de 1 a 9 em um papel, ou em forma de fichas sobre uma mesa ou tabuleiro. Dois jogadores alternadamente escolhem números para si (sem repetição) e ganha quem primeiro completar 15 somando três de seus números.

Num primeiro momento, a intuição nos leva a crer que o primeiro jogador tem melhores chances de ganhar do que o segundo, pois vai receber mais números ao final. De fato, isso está correto. Jogando aleatoriamente com os números na mesa, muitas vezes os jogadores não conseguem pensar em estratégias para vencer o jogo. Parece mais um jogo de sorte. No entanto, basta observarmos um pouco mais atentamente para perceber que o jogo nada mais é do que resolver um quadrado mágico 3 x 3. Vendo como quadrado mágico, o jogo torna-se mais fácil!

Definição 3. Um *quadrado mágico* n x n consiste em arranjar números dentro de uma matriz quadrada n x n, de modo que a soma dos números das linhas, das colunas ou das diagonais seja sempre a mesma. Essa constante obtida da soma dos termos é chamada de *constante mágica*.

Por exemplo, a Figura 26 a seguir representa um quadrado mágico 3 x 3.

Figura 26 - Quadrado Mágico 3 x 3.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Há diversas versões sobre a origem dos quadrados mágicos, no entanto, pensa-se que a sua origem tenha vindo da China e da Índia. Acredita-se que os quadrados mágicos tenham surgido há cerca de 3000 anos (na China e da Índia). O nome quadrado mágico foi dado na época em que as pessoas pensavam que este tipo de quadrado tivesse poderes especiais. Por exemplo, os chineses acreditaram durante vários anos que quem possuísse um quadrado mágico teria sorte e felicidade para toda a vida.

Para resolver um quadrado mágico é necessário determinar o valor da constante mágica. Essa constante é uma função do número de linhas ou colunas, ou seja, da ordem da matriz quadrada.

Teorema 1. *A constante mágica de um quadrado mágico nxn é dada por* $\frac{n.(n^2+1)}{2}$ *, onde n é a ordem da matriz que define o quadrado.*

Demonstração: Os números que irão compor um quadrado mágico n x n pertencem ao conjunto {1, 2, 3, ..., n^2}.

Tais números podem ser escritos como os termos de uma Progressão Aritmética (PA) de razão 1, onde $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 3$, ..., $a_{n^2} = n^2$.

Para simplificar os índices, vamos inicialmente considerar S a soma dos n primeiros termos dessa PA, isto é,

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n \qquad \text{(I)}$$

Essa soma também pode ser representada por:

$$S = a_n + a_{n-1} + \cdots + a_3 + a_2 + a_1. \qquad \text{(II)}$$

Somando as expressões (I) e (II), temos:

$$2S = (a_1 + a_n) + (a_{n-1} + a_2) + \cdots + (a_1 + a_n)$$

Como a soma dos termos equidistantes dos extremos de uma Progressão Aritmética é constante, temos que $(a_1 + a_n) = (a_{n-1} + a_2) = \ldots = (a_1 + a_n)$, ou seja,

$$2S = n.(a_{1+}a_n)$$

Logo, $S = \frac{n.(a_1 + a_n)}{2}$ é exatamente a fórmula da soma dos n primeiros termos da Progressão Aritmética. No entanto, nosso problema inicial era somar os n^2 primeiros termos desta Progressão Aritmética, o que nos fornece o número $\frac{n.(1+n^2)}{2}$, como queríamos demonstrar. ■

Assim, para um quadrado mágico 3x3, temos que a constante mágica é 15 e os números que serão utilizados variam de 1 a 9.

Agora, voltando ao Jogo da Velha, se pensarmos então que o primeiro jogador marca xis (*X)* sobre os números do quadrado mágico e o segundo jogador marca círculo (*O)*, o objetivo do jogo passa a ser completar uma linha, coluna ou diagonal com seus símbolos. Com isso, o jogo 15 de 3 ou o quadrado mágico 3 x 3 nada mais é do que uma formulação equivalente, belíssima e engenhosa, do milenar jogo da velha. Este é um fato bastante curioso e mostra como a Matemática é fascinante.

Agora algumas perguntas naturais que surgem são as seguintes:

“Quantos quadrados mágicos 3 x 3 existem? Há uma estratégia vencedora para o jogo?”

Antes de responder a estas questões vamos pensar em estratégias para resolver um quadrado mágico 3 x 3.

Para tentar traçar uma estratégia para resolver um quadrado mágico 3x3, vamos começar encontrando uma terna de números cuja soma seja 15. Para isso tomemos como exemplo uma linha do quadrado (poderia ser uma coluna). Vamos iniciar colocando o número 1 na 1ª posição desta linha. Agora, devemos encontrar dois possíveis valores para ocupar as duas casas restantes dessa linha. Os possíveis candidatos são os números 5 e 9 ou 6 e 8, formando assim as linhas [1 5 9] ou [1 6 8], cuja soma é 15.

Nesse caso os números 2, 3 e 4 ficam de fora (pois se um deles fosse usado na mesma linha do 1, a soma não atingiria 15).

Da mesma forma, não poderíamos usar o número 7, pois para chegar em 15 deveríamos repeti-lo, o que não é permitido.

Se iniciamos uma linha com o número 2, teríamos como candidatos às próximas casas os números 4 e 9; 5 e 8 ou 6 e 7, formando assim as linhas [2 4 9]; ou [2 5 8] ou [2 6 7].

Nesse caso, os números 1 e 3 não seriam utilizados nas linhas em que figura o número 2.

Iniciando uma linha com o número 3, teríamos como possíveis candidatos os números cuja soma é 12. Ou seja, seriam os números 4 e 8 ou 5 e 7. As linhas assim formadas seriam [3 4 8] ou [3 5 7]. E os números 1, 2, 6 e 9 não seriam utilizados nessas linhas.

Iniciando uma linha com 4, os candidatos a preencherem essa linha seriam os números cuja soma é 11. São eles 2 e 9; ou 3 e 8 ou 5 e 6. As linhas assim formadas seriam [4 2 9]; ou [4 3 8] ou [4 5 6]. Os números 1 e 7 não seriam utilizados nessa linha.

Iniciando uma linha com o número 5, os candidatos a preencherem a linha são números cuja soma é 10. Teríamos então os números 1 e 9; ou 2 e 8; ou 3 e 7 ou 4 e 6. Com isso, teríamos as linhas [5 1 9]; ou [5 2 8]; ou [5 3 7] ou [5 4 6]. Podemos observar que todos os nove números poderiam ser usados para formar linha.

Iniciando com o número 6, os candidatos a preencherem uma linha são os números cuja soma é 9. Ou seja, as duplas 1 e 8; ou 2 e 7 ou 4 e 5. Com isso, as linhas seriam [6 1 8]; ou [6 2 7] ou [6 4 5]. Os números 3 e 9 não podem compor essas linhas.

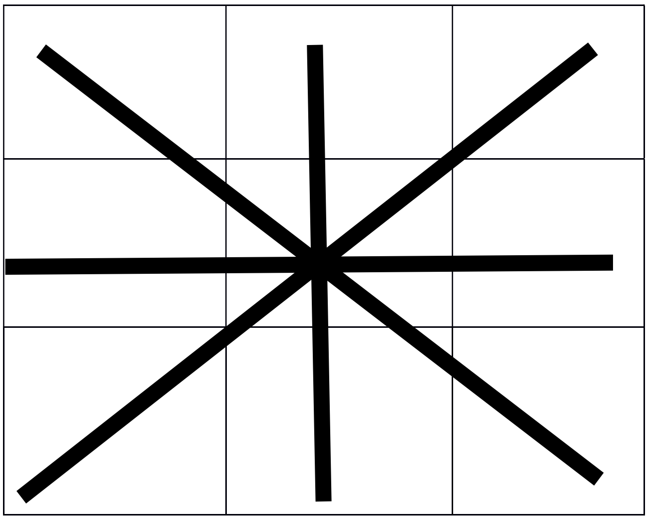
Iniciando com o número 7, a soma dos dois números restantes deverá ser 8. Logo, as duplas seriam 2 e 6 ou 3 e 5. As linhas seriam [7 2 6] ou [7 3 5]. Os números 1, 4, 8 e 9 não podem compor essas linhas.

Iniciando com o número 8, a soma dos números restantes deverá ser 7, ou seja, os candidatos são 1 e 6; ou 2 e 5 ou 3 e 4. As linhas seriam [8 1 6]; ou [8 2 5] ou [8 3 4]. Os números 7 e 9 não figuram nessas linhas.

Finalmente, iniciando com o número 9, a soma dos números restantes deverá ser 6, ou seja, 1 e 5 ou 2 e 4. As linhas seriam [9 1 5]; ou [9 2 4] ou [9 3 6]. Os números 7 e 8 não compõem essas linhas.

Se observarmos o quadrado mágico (Figura 27), notamos que a célula central figura simultaneamente nas duas diagonais e também na linha e na coluna central.

Figura 27 - Quadrado mágico.



Para ocupar essas quatro posições formadas pelas duas diagonais, pela linha e pela coluna central, devemos encontrar 4 grupos de números dos quais um seja comum a todos.

Se observarmos as combinações anteriores notaremos que as linhas iniciadas pelo 5 são as únicas onde isso ocorre.

Isso faz com que o 5 deva ocupar a posição central do quadrado mágico. Com isso temos, de forma prática, provado o seguinte resultado:

Teorema 2. Dado um quadrado mágico 3x3, o número do centro do quadrado é o 5.

Podemos notar que as linhas iniciadas com os números 2, 4, 6 ou 8 formam três combinações de números e as linhas iniciadas com os números 1, 3, 7 e 9 formam duas combinações de números. Em todas essas combinações figura o número 5.

Dos vértices do quadrado partem sempre 3 combinações de números, que ocupam uma linha, uma coluna e uma diagonal. Sendo assim, os algarismos que iniciam as linhas que formam três combinações devem figurar nessas posições, ou seja, os números 2, 4, 6 e 8, como ilustrado na Figura 28.

Figura 28 - Quadrado mágico com o número 5 na posição central.

8		6
	5	
4		2

Resta agora distribuir os números 1, 3, 7 e 9, tomando o cuidado de verificar que a soma em cada fila é 15. Isso pode ser feito como observado na figura abaixo:

Figura 29 - Uma das soluções do quadrado mágico.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Se considerarmos um eixo de rotação perpendicular a folha na qual o quadrado está desenhado e rotacionarmos no sentido anti-horário, obteremos um novo quadrado mágico a cada 90° de rotação (Figura 30).

Figura 30 - Quadrados obtidos por rotação da Figura 29.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

2	9	4
7	5	3
6	1	8

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Se considerarmos agora um eixo vertical, que pertença ao plano do quadrado mágico, e que passe pela coluna central, ao rotacionarmos 180° obtemos a solução abaixo.

Figura 31 - Solução obtida de uma rotação vertical de 180°.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Partindo da solução apresentada na Figura 37 e considerando novamente um eixo perpendicular ao plano que contém o quadrado, podemos realizar mais 3 rotações de 90°, obtendo assim mais 3 soluções distintas.

Figura 32 - Soluções obtidas pela rotação de 90° em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura.

8	3	4
1	5	9
6	7	2

4	9	2
3	5	7
8	1	6

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Temos assim as 8 soluções possíveis de um quadrado mágico 3x3. No entanto, acabamos de provar, empiricamente, o seguinte resultado:

Teorema 3. *A menos de rotações e reflexões, existe apenas um quadrado mágico.*

Fazendo novamente a relação com o jogo da velha, podemos notar que não há estratégia vencedora, o que significa que se os dois jogadores jogarem de maneira correta, sempre teremos um empate.

Como foi possível observar nessa seção, vários conceitos matemáticos podem ser explorados com o Jogo da Velha, sobretudo as propriedades derivadas dos quadrados mágicos. Acreditamos que esta pode ser uma fonte inspiradora para os alunos, para abordar conceitos de Análise Combinatória, Progressão Aritmética e Progressão Geométrica, simetrias, matrizes, entre outros.

3.3 CURIOSIDADES SOBRE QUADRADOS MÁGICOS

O Teorema 1 nos diz que a constante mágica depende apenas de n, a ordem do quadrado mágico. Assim, para quadrados mágicos de ordem n = 3, 4, 5, 6, 7, 8 … a constante mágica será 15, 34, 65, 111, 175, 265… respectivamente.

Outras propriedades interessantes e que podem ser discutidas e trabalhadas com os alunos em sala são as seguintes:

1. Um quadrado mágico permanece mágico se qualquer número fixo é somado a todo número do quadrado mágico?

2. Um quadrado mágico permanece mágico se qualquer número fixo é multiplicado a todo número do quadrado mágico?

3. O transposto de um quadrado mágico (isto é, pensando-o como uma matriz) é também um quadrado mágico?

4. Um quadrado mágico permanece mágico se duas linhas ou colunas equidistantes do centro são trocadas?

5. Há várias classificações de quadrados mágicos: Simples (como os que estamos trabalhando aqui).

> Hipermágicos – são aqueles que além das regras básicas, possui outras particularidades, como por exemplo, com a troca de duas colunas, obtemos um novo quadrado mágico. Imperfeitos – são aqueles que não seguem todas as regras dos quadrados tradicionais, por exemplo, a soma das linhas não é igual às somas das colunas e diagonais. Diabólicos – são aqueles que possuem regras complexas e que pelo grau de dificuldade em formá-los, recebe esse nome. (MELO, 2016).

CAPÍTULO 4. METODOLOGIA

Os jogos foram aplicados a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II, em três segmentos distintos de ensino básico: ensino estadual, ensino municipal e ensino privado.

A escolha das séries foi a mesma em todos os segmentos para que fosse possível comparar a relevância da utilização do jogo no cotidiano dos alunos, procurando assim contemplar estudantes de uma mesma faixa etária de diferentes ambientes escolares.

4.1 REDE PÚBLICA MUNICIPAL

A proposta para a escola municipal seria trabalhar os dois jogos, tanto o Quoridor quanto o Mancala, porém algumas já possuem um projeto voltado a aplicação de jogos em sala de aula, o que facilitou muito a pesquisa.

Além dos dois jogos, outros também são trabalhados pelos professores da rede municipal de forma sistemática.

Os alunos já estão habituados ao uso de jogos de tabuleiros e as estratégias dos jogos em questão já eram conhecidas, o que tornara as partidas muito acirradas.

Os professores participam de capacitações para que possam trabalhar com jogos de tabuleiros nas aulas e algumas escolas municipais contam com a ajuda de estagiários.

Embora a escola possua diversos jogos que foram comprados, os professores optaram por construírem com os alunos aqueles que são mais utilizados (Figura 33). Esse fato, segundo o relato de uma das professoras, faz com que os alunos tenham um cuidado maior com a conservação das peças e dos tabuleiros.

Devido ao conhecimento prévio dos alunos e do trabalho sistemático que os professores fazem com os jogos, a pesquisa nessa escola se resumiu a observações e troca de experiências com os professores de Matemática.

Apesar de todas as séries participarem do projeto com os jogos na rede municipal, as observações foram feitas apenas com alunos de 9º ano do Ensino Fundamental II, para que não houvesse discrepância em relação aos resultados observados nos demais segmentos.

Figura 33 - Jogos construídos pelos alunos.

Por disporem de apenas 4 aulas de Matemática na semana, os jogos são trabalhados, em média, duas vezes no mês.

Depois que aprendem as regras e as estratégias, os alunos acabam perdendo o interesse pelo jogo. Esse fato levou os professores a fazerem um rodízio dos jogos a serem trabalhados.

Uma inovação dos professores dessa escola foi a formação de alunos multiplicadores. São escolhidos 5 alunos para os quais são passadas as regras dos jogos que serão trabalhados e cabe a esses alunos explicar aos demais colegas essas regras.

Em alguns casos esses alunos fazem esse trabalho em diferentes salas de diferentes séries.

O fato dos alunos encararem as aulas com jogos como uma recreação ajuda a controlar a indisciplina, pois em algumas situações, essas aulas são negociadas, fazendo com que os mesmos adquiram postura e comportamento mais adequados.

Isso somado ao objetivo do uso de jogos, como desenvolvimento de raciocínio, entre outras coisas, torna o projeto muito eficiente.

4.2 REDE PÚBLICA ESTADUAL

A proposta foi apresentada inicialmente à equipe de direção da escola e, após autorização, aos professores durante uma reunião de ATPC (Aula de Trabalho Pedagógico Coletivo). A proposta inicial era de um trabalho em parceria com os professores de Matemática, mas durante a apresentação professores de outras disciplinas também se mostraram interessados no projeto, visando a possibilidade de um trabalho multidisciplinar.

Foi solicitada uma aula na semana, para que os jogos fossem trabalhados com os alunos de modo a não atrapalhar o desenvolvimento dos conteúdos.

Ficou acordado que os professores de História falariam das origens dos jogos, suas particularidades e curiosidades. Isso contribuiu muito para o desenvolvimento dos trabalhos, despertando grande entusiasmo nos alunos, antes mesmo de terem contato com os tabuleiros.

A escola possui alunos com Necessidades Educacionais Especiais (NEEs) inclusos em salas regulares. Esses alunos também participaram do projeto junto dos demais e as observações serão apresentadas num capítulo dedicado a esse tema.

O trabalho todo teve duração de 5 semanas, ou seja, 5 aulas (A previsão era de 7 a 8 semanas). Tempo necessário para que os professores conseguissem notar os primeiros resultados.

Pude notar que ainda existe muita resistência dos professores de Matemática em relação a práticas pedagógicas que envolvam jogos no contexto da sala de aula (a escola dispõe de vários jogos das mais diversas disciplinas).

Existem muitas barreiras a serem quebradas. Alguns professores ainda não compreenderam que as tradicionais metodologias isoladas de outros recursos já não prendem a atenção, tampouco despertam o interesse dos alunos, assim se faz necessária a busca incessante de inovação didático pedagógica. No desenrolar do projeto, fica muito claro que o trabalho e o contato diário do professor coordenador nas salas de aula possibilitam o envolvimento e o acompanhamento dos professores que, aos poucos, começam a se organizar e planejar suas aulas de modo que atendam significativamente as necessidades dos alunos.

A coordenadora da escola relatou que essas questões estão sendo sanadas e o grupo como um todo, constitui-se como um elemento catalisador das necessidades de repensar as práticas docentes, os resultados e a melhoria da qualidade de ensino, analisando as peculiaridades e a realidade presente.

A professora do 9º ano do Ensino Fundamental II, série na qual foi aplicado os jogos, demonstra ser uma profissional com uma visão diferente dos demais docentes da escola, fazendo uso constante de recursos tecnológicos em suas aulas e procurando sempre contextualizar os conteúdos trabalhados ao cotidiano dos alunos. Isso facilitou muito o desenvolvimento do projeto, tendo grande aceitação por parte dos alunos que manifestavam ansiosamente o desejo pela próxima aula em que seriam utilizados os jogos.

As “aulas de jogos”, como os alunos se referiam ao projeto eram sempre às sextas-feiras e foi sugerido pela própria coordenadora da escola, por se tratar de um dia no qual o número de faltas era muito alto e, esperávamos que, com uma aula inovadora, esse problema fosse sanado. Nos últimos dias do projeto, notou-se uma redução significativa do número de alunos faltosos.

Foram apresentados os dois jogos aos alunos, o “Mancala” e o “Quoridor” e coube a eles decidirem qual iriam jogar. Devido à curiosidade que se instalou acerca das origens do Mancala, todos queriam jogá-lo e poucos se interessaram pelo Quoridor. Para resolver esse impasse, foi proposto que a cada duas partidas fossem trocados os adversários e, na aula seguinte, fossem trocados os jogos. Assim, todos os alunos tiveram contato com os dois jogos ao longo do projeto.

Os tabuleiros dos jogos foram levados por mim, mas a professora de Arte, percebendo o entusiasmo dos alunos e o interesse da coordenação em dar sequência no trabalho, começou a confeccionar alguns tabuleiros com isopor, EVA e outros materiais disponíveis na escola.

Após conhecerem as regras do jogo, os tabuleiros foram distribuídos, um para cada dupla de alunos, e foi permitido que os mesmos jogassem sem que fosse feita nenhuma intervenção.

Depois de algumas disputas foram feitas algumas intervenções:

“Foi possível perceber alguma estratégia que permita levar vantagem nos jogos?”

“Vocês se arriscaram para tentar vencer a partida?”

“É possível associar as tentativas e erros das disputas com a construção do conhecimento matemático ao longo da história da humanidade?”

Depois dos questionamentos uma calorosa discussão se instalou nas salas, onde todos queriam falar ao mesmo tempo e com a maioria dizendo que não perceberam estratégias para vencer e nem padrões nas jogadas. Até esse momento as partidas eram extremamente rápidas, fato já previsto e esperado no primeiro contato com o jogo.

Quando foram discutidas com os alunos algumas estratégias que poderiam ser usadas, assim como alguns métodos para tentar evitar que o oponente vença, as partidas começaram a levar mais tempo e um silêncio durante as mesmas se fez presente na sala de aula, com alunos concentrados e alguns até usando folhas de papel para simular movimentos.

Todos os alunos participaram ativamente dos jogos, compreenderam a dinâmica da aula e muitos relataram que a aprendizagem se torna mais significativa e prazerosa quando o professor inova a aula.

4.3 REDE DE ENSINO PRIVADO

A proposta foi apresentada inicialmente à equipe de direção e, após autorização, encaminhada a direção do setor Ensino Fundamental II. A coordenação conduziu a apresentação aos professores de Matemática, Arte e História, compreendendo as áreas envolvidas na execução do projeto.

Tais professores demonstraram satisfação, pois a busca de inovação para o trabalho em sala de aula, sobretudo com alunos portadores de NEE, uma vez inclusos, representam desafio permanente para o desenvolvimento de aulas produtivas.

Embora a resistência ainda exista no tocante à inovação das práticas pedagógicas, neste contexto ela não foi evidenciada, contrariamente, recebida como possibilidade de novas conquistas e resultados satisfatórios. É importante salientar que o estímulo constante da coordenação representa um fator extremamente positivo.

O início do trabalho se deu com a aula de História, que abordou as origens, os povos, a região, a época, bem como sua forma de crença e representação do jogo, naquele contexto. Assim como na rede estadual de ensino, o Mancala foi o jogo que inicialmente mais chamou a atenção dos alunos.

Na sequência os professores de Arte e Matemática, em conjunto, apresentaram o material que seria utilizado, explorando em cada área, sua respectiva representação.

Os tabuleiros utilizados não foram confeccionados pelos alunos, porém despertou o desejo de confeccionar tabuleiros extras para que possam ser doados aos projetos sociais desenvolvidos por essa escola (nos quais alunos carentes da rede municipal vão em horário adverso para receberem aulas de reforço escolar e participam de atividades recreativas entre outras coisas) contemplando a participação de seus alunos.

O trabalho foi desenvolvido nas aulas de Matemática durante 7 semanas, sob minha coordenação em 3 salas de 9º ano do EF II. Os alunos se referiam ao projeto como “aula de jogos”, criavam expectativas positivas e se empenhavam nas partidas de maneira muito motivada.

Depois de apresentadas as regras, os tabuleiros foram distribuídos, um para cada dupla de alunos e foi permitido que jogassem sem que fossem feitas intervenções.

No início, todos jogavam ansiando apenas pelo final da partida, não havendo preocupação com estratégias. Na segunda aula, foi proposta uma discussão sobre algumas estratégias e oferecida aos alunos uma tabela (Figura 34) para que registrassem as jogadas do Mancala. O objetivo dessa tabela era a análise das partidas após o término, de modo a compreender os possíveis erros que poderiam ter sido evitados, assim como os movimentos que levavam à vitória.

As tabelas com os registros eram levadas pelos alunos para que pudessem ser analisadas com tempo, permitindo assim, que algumas estratégias fossem pensadas com mais calma, porém verificou-se que era necessária uma tabela para cada jogada, o que tornou inviável a utilização das mesmas nas aulas decorrentes.

Alguns alunos relataram que adquiriram o jogo para poder “treinar em casa” e, com o auxílio das tabelas, conseguiam levar certa vantagem sobre os demais.

Figura 34 - Tabela utilizada pelos alunos para anotarem as jogadas do Mancala.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
A	4													
B		4												
C			4											
D				4										
E					4									
F						4								
G							0							
H								4						
I									4					
J										4				
K											4			
L												4		
M													4	
N														0

A figura 34 mostra a tabela com a disposição inicial das sementes no jogo representadas na diagonal. As casas de A até F representam o lado do jogador 1 enquanto que as casas de H até M representam o lado do jogador 2. As casas G e H representam respectivamente as Kalahas dos jogadores 1 e 2.

A cada jogada o aluno apaga o número correspondente a casa que irá começar a mover as sementes e vai anotando os valores nas linhas e colunas do seu lado da tabela, indicando assim a quantidade de sementes em cada casa após o término de sua jogada. Esse processo se assemelha a súmula de uma partida de xadrez.

As partidas que anteriormente eram rápidas passaram a ser mais longas e levavam a uma maior concentração. Os alunos passaram a criar estratégias para vencer o jogo e não houve percepção de alunos que não desejassem participar das “aulas de jogos”.

CAPÍTULO 5. ALUNOS COM NECESSIDADE EDUCACIONAL ESPECIAL (NEE)

Quando nos deparamos com alunos com necessidade especial, mesmo professores com muitos anos de sala de aula, sentem-se despreparados para lidar com tal situação.

Hoje muito se fala em igualdade e direito das pessoas em todos os âmbitos. Não diferentes são os direitos assegurados por lei às pessoas com Necessidade Educacional Especial (NEE). Quando pensamos em inclusão na educação nos deparamos com uma gama de variáveis que somadas tornam ainda mais árduo o trabalho não só dos profissionais diretamente ligados ao aluno, mas também de todos aqueles envolvidos nesse processo, como pais, orientadores educacionais, coordenadores e equipe gestora.

"*Inclusão*" significa, segundo o dicionário Aurélio, *ato ou efeito de incluir.*

> O termo inclusão já traz implícito a ideia de exclusão, pois só é possível incluir alguém que já foi excluído. A inclusão está respaldada na dialética inclusão/exclusão, com a luta das minorias na defesa dos seus direitos. **(**PEREIRA, 2008).

Esse fato pode ser observado na resistência ainda presente de pais que por vezes, omitem a deficiência de seus filhos, temendo a aceitação por parte dos alunos, professores e demais membros da equipe escolar.

A resistência dos pais é compreensível, pois boa parte dos professores encontram dificuldades para lidar com alunos com NEEs, e começamos aqui um círculo vicioso onde cada um procura transferir a responsabilidade para o outro, procurando assim, justificar erros e despreparo para lidar com essas situações.

Na maioria das vezes, os professores são os primeiros a notar, durante suas aulas, os alunos que apresentam algum tipo dificuldade, mas devido a falta de formação específica, demoram a fazer esse diagnóstico e, não raras as vezes, confundem alunos indisciplinados ou com defasagem de aprendizagem com alunos portadores das NEEs.

Quando pensamos na disciplina de Matemática, tal identificação se torna ainda mais difícil, pois muitos alunos avançam nas séries sem dominar conteúdos básicos, que por vezes leva o professor a diagnosticar erroneamente um aluno com defasagem com um aluno com NEE.

Cabe ressaltar que não é papel dos professores identificarem esse tipo de aluno, mas como já citado, muitos chegam à escola sem laudo médico e o professor é quem acaba percebendo nesse aluno algo que destoa dos demais da sala, embora a equipe de direção tenha papel fundamental.

> Para quebrar antigos paradigmas e incluir de verdade, todo diretor tem um papel central. Afinal, é da gestão escolar que partem as decisões sobre a formação dos professores, as mudanças estruturais e as relações com a comunidade (LOPES, 2010).

Com a instituição da modalidade *Educação Inclusiva* em 2009, as escolas começaram a receber alunos com necessidades especiais e incluí-los em salas regulares para que, dentro de um ambiente heterogêneo, todos pudessem aprender com as diferenças.

Mas foi só a partir de 2010, através da NOTA TÉCNICA – SEESP/GAB/Nº 11/2010, que as escolas começaram a receber materiais pedagógicos específicos, equipamentos de informática e mobiliários para contemplar alunos com NEE, ficando sob responsabilidade do sistema de ensino a organização de um espaço adequado para apoiar no Atendimento Educacional Especializado – AEE.

Esse tipo de sala é dirigida por um profissional qualificado e treinado para lidar com alunos que apresentem algum tipo de necessidade especial, incluindo-se aí altas habilidades/superdotação. Desde então, algumas escolas passaram a contar com uma Sala de Recursos Multifuncionais para atender alunos com NEE e também auxiliar professores de turmas com algum aluno com necessidades especiais.

Os professores das disciplinas do currículo que recebem em suas turmas um aluno com NEE devem fazer um plano de adaptação curricular, contemplando alguns dos conteúdos do currículo, que deverão ser os mesmos trabalhados com os demais alunos na sala.

Tanto o plano de adaptação curricular quanto as atividades desenvolvidas pelo aluno, assim como as observações sobre seus avanços são registrados em um material a parte, disponibilizado a todos os professores que recebem em suas salas alunos com NEE. Esses registros são acompanhados pela coordenação da escola e pela professora responsável pela SRM.

Ao se iniciar um novo conteúdo em sala de aula, o professor deve sempre fazer uma sondagem para saber o quanto a turma já conhece sobre o assunto que será trabalhado, para então traçar as estratégias e metas de onde se espera chegar com essa turma. Quando há nessa turma um aluno com NEE, essa postura não deve ser diferente. É necessário fazer um levantamento sobre o que o aluno já conhece para então planejar as etapas que se espera alcançar, e esse diagnóstico não deve se basear apenas em laudos médicos, evitando assim uma preocupação excessiva e permitindo que o professor crie situações desafiadoras para descobrir o quanto esse aluno consegue avançar.

É muito complicado transportar um diagnóstico médico para a sala de aula. Ele ajuda, mas não pode ser um rótulo que se tenha de carregar e impeça o aprendizado, afirma Simone Kubric, educadora do Trapézio - Grupo de Apoio à Escolarização, em São Paulo.

O diagnóstico feito pelo professor com um aluno com NEE não deve ser diferente do diagnóstico feito com os demais alunos da sala. É importante que as atividades propostas sejam as mesmas para toda a turma, evitando assim que o aluno com necessidades especiais seja tratado de forma diferente. A maneira de apresentar as atividades e de abordar os conteúdos deve sim, ser adequadas as necessidades do aluno, mas não se deve perder o foco de que tal aluno não pode ser visto como diferente dos demais.

Ao se pensar em inclusão faz-se necessário uma advertência – integração não é inclusão. Embora os dois verbos pareçam, num primeiro momento, denominar a mesma coisa, ambos são bem diferentes quando pensamos em alunos com NEE. Integrar significa passar a fazer parte de um grupo ou coletividade; sentir-se parte de alguma coisa enquanto que Incluir significa introduzir, acrescentar, passar a pertencer (DICIO, 2009).

Integrar um aluno depende exclusivamente dele. Para integrar-se a um grupo, cabe ao aluno adaptar-se as características dos membros ao qual se deseja inserir, ao passo que para incluir, todo o sistema deve ser modificado, se adaptando ao aluno que irá receber. O aluno deixa de ser o elemento a ser transformado tornando-se o elemento transformador. Mas para que isso funcione de maneira eficaz é necessário que tanto professores quanto alunos mudem suas concepções sobre inclusão.

Se pensarmos na heterogeneidade de uma sala de aula, onde os ritmos de aprendizado são diferentes e cada um aprende no seu tempo, os professores já trabalham de forma diferenciada. Muitas vezes, um mesmo conteúdo deve ser abordado de forma diferente em salas diferentes, pois cada sala tem sua característica. Não de forma diferente, as estratégias devem ser mudadas à todo momento dentro de uma mesma aula para atingir alunos com defasagens ou com níveis de compreensão diferentes.

O processo de inclusão deve ser encarado dessa mesma forma. Um aluno com NEE não deve ser visto pelo professor como alguém incapaz de aprender, mas sim como alguém que não aprende no mesmo ritmo que a maioria da sala, embora em alguns casos, professores relataram que se surpreenderam com o desempenho dos alunos com necessidades especiais. Muitas vezes somos surpreendidos pelo desempenho dos alunos com deficiência, pois já vivenciamos situações em que eles conseguem se sair melhor do que os outros em algumas atividades", relatou uma professora de Ciências da escola estadual na qual o trabalho com os jogos foi desenvolvido.

A inclusão deve atender a todos sem distinções, pelo menos é isso o que se espera, mas tal processo exige transformações profundas na forma como fazemos educação, pois as práticas pedagógicas estão distantes das necessidades dos educandos e isso gera uma tremenda insatisfação para todos os envolvidos nesse processo. De um lado, temos a família dos alunos com necessidades especiais que não conseguem enxergar nas escolas regulares o atendimento especializado a que seus filhos têm direito legal. De outro, temos professores e gestores que se sentem desamparados para lidar com tais alunos e argumentos não faltam, para justificar essa sensação de desamparo.

Mesmo com o auxílio de profissionais especializados das Salas de Recursos Multifuncionais (SRM), os professores ainda se sentem despreparados para trabalhar com alunos que necessitam de um olhar diferenciado.

CAPÍTULO 6. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM OS ALUNOS

Nas salas da Rede Estadual de Ensino, as atividades foram desenvolvidas atendendo a realidade da turma. Todo trabalho esteve sobre minha orientação e supervisão, mas a proposta de trabalho seguiu a sugestão da professora da sala, que preferiu que os alunos apenas “jogassem”, sem que fosse propostos campeonatos ou algo que pudesse levar mais tempo do que o previsto para o desenvolvimento.

Na Rede Privada, o fato de eu ser o professor da sala contribuiu significativamente para o desenvolvimento do projeto, pois a flexibilidade dos horários e o planejamento das ações possibilitaram um trabalho melhor assistido.

Para as primeiras partidas, as regras foram descritas na lousa e ficaram expostas para que os alunos pudessem consultá-las sempre que necessário (Figuras 35 e 36).

Figura 35 - Regras do Mancala.

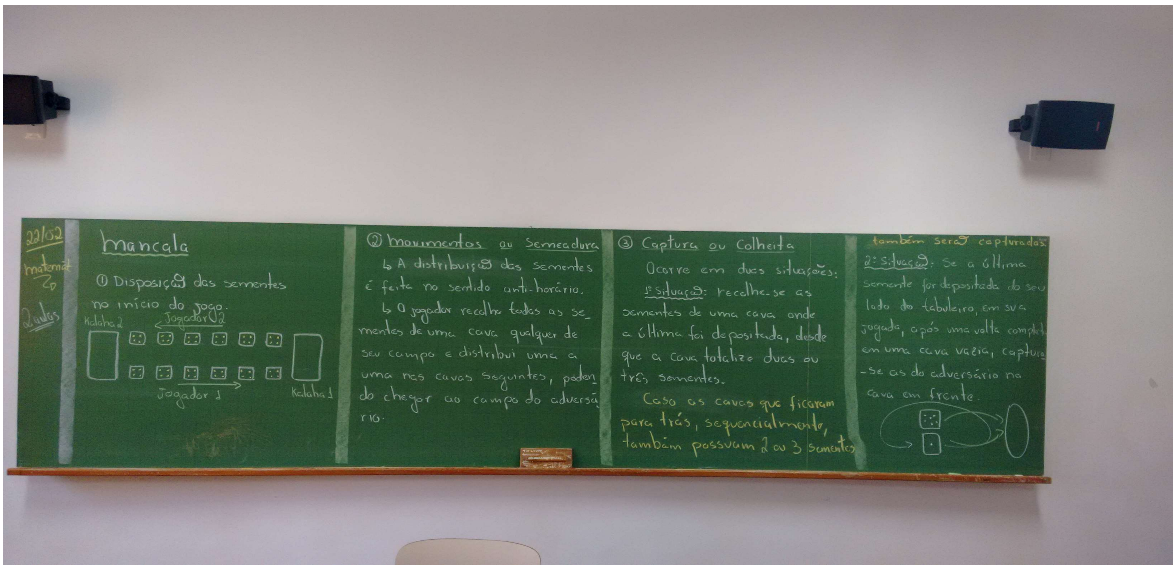
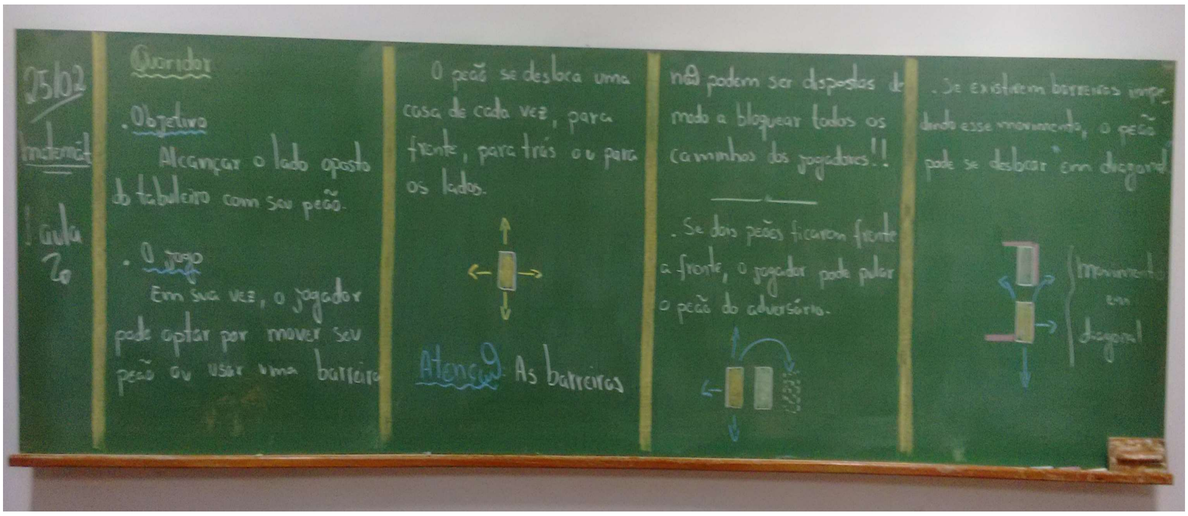


Figura 36 - Regras do Quoridor.



As regras foram sendo explicadas já com os tabuleiros montados e com os alunos simulando os movimentos. Isso facilitou bastante o desenvolvimento das partidas.

Após os alunos se familiarizarem com os jogos e as estratégias terem sido discutidas foram sugeridos pelos próprios estudantes campeonatos, nos quais a premiação seria algo revertido em nota que compusesse a média.

Como um dos objetivos do projeto é não excluir, pontuar na média dos vencedores poderia ter um efeito negativo sobre aqueles que não conseguissem vencer, muito embora tenha sido trabalhada a questão das frustrações e do "não se pode ganhar sempre".

O campeonato ocorreu conforme sugerido pelos alunos e, mesmo sem o almejado ponto na média, foi encarado com grande seriedade.

O espaço físico utilizado para a realização foi um bosque existente nas dependências do colégio, sendo o mesmo explorado para múltiplas atividades, com o objetivo de promover o aprendizado e a integração em ambientes diversos.

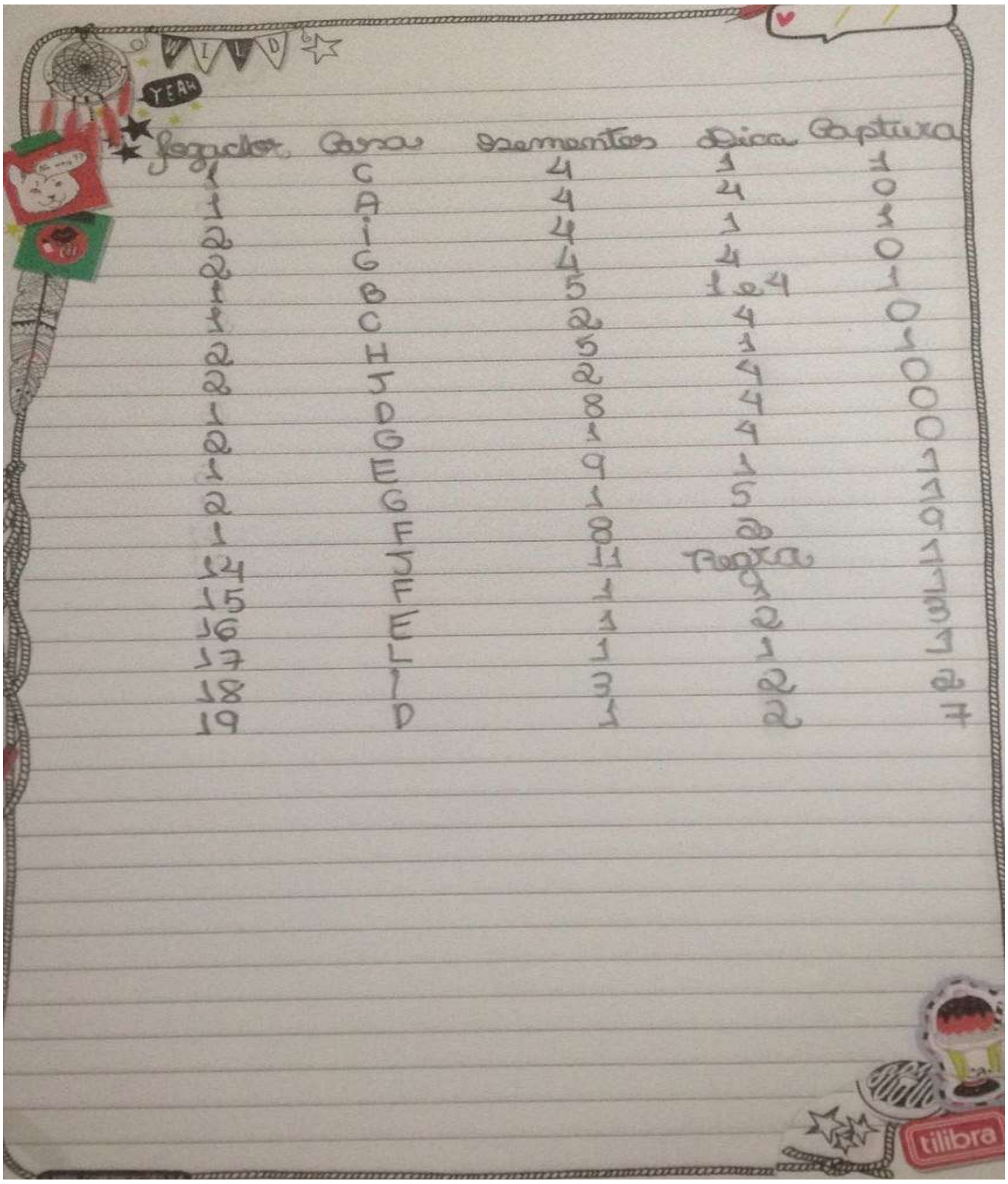
Para a realização do campeonato, as partidas aconteceram primeiro entre alunos da mesma sala e, num segundo momento, a disputa foi entre salas. Uma importante observação foi que mesmo se tratando da "competição", e é claro que a felicidade do ganhador era visível em cada partida, havia entre eles sempre o desejo de que o outro compreendesse a jogada, ou seja, discutiam a razão, ou a "estratégia" utilizada para vencer. Assim, a promoção do diálogo, era um momento precioso entre os pares, o grupo como um todo e o espaço de intervenção educativa acerca dos conceitos matemáticos, estratégias e valores envolvidos. Todos eram parte daquele momento, além da integração entre os pares da mesma sala de aula, ocorreu entre as outras salas também, favorecendo criação de vínculos e senso de cooperativismo.

Figura 37 - Alunos disputando partidas com os jogos.

Figura 38 - Alunos durante o campeonato promovido com os jogos.

Durante as primeiras partidas do campeonato, antes da disputa entre salas, alguns alunos pediram para que outros colegas fossem anotando as jogadas que estavam sendo realizadas, como uma espécie de súmula de jogo de xadrez, para que pudessem se preparara melhor para as próximas partidas (Figura 39). Nessas anotações estavam presentes as dicas que foram passadas junto com as estratégias.

Figura 39 - Registro de uma partida feito por um dos alunos.



Jogador	Casa	Sementes	Dica	Captura
1	C	4	1	1
1	A	4	4	0
2	i	4	1	1
2	G	4	4	0
1	B	5	1 e 4	1
1	C	2	4	0
2	H	5	1	1
2	J	2	4	0
1	D	8	4	0
2	G	1	4	0
1	E	9	1	1
2	G	1	5	1
1	F	8	2	9
14	J	11	Regra	1
15	F	1	1	1
16	E	1	2	3
17	L	1	1	1
18	I	3	2	2
19	D	1	2	7

CAPÍTULO 7. RESULTADOS OBSERVADOS

No decorrer do projeto, foram observadas algumas particularidades de cada um dos segmentos de ensino. Tais particularidades não tiveram influência direta nos resultados, mas ainda assim, valem o relato.

As redes estadual e municipal de ensino possuem, em sua maioria, alunos que provêm de famílias de baixa renda. Embora as escolas possuam laboratórios de informática, os professores pouco os utilizam devido a diversos fatores, tais como a resistência no que diz respeito ao uso de tecnologias, a falta de domínio de informática, a indisciplina dos alunos num ambiente externo ao da sala da aula, entre outros. Tudo isso aliado ao fato de poucos alunos possuírem computadores em suas residências e, quando possuem, não terem acesso a uma internet, faz com que os jogos de informática chamem mais a atenção do que os jogos de tabuleiros.

Na rede particular de ensino, ao contrário dos demais segmentos, o uso de computadores e outras tecnologias estão presentes no dia a dia dos alunos tanto no ambiente escolar quanto fora dele. Esse fato despertou interesse imediato pelos jogos de tabuleiro, pois muitos nunca haviam tido contato com jogos desse tipo.

Outro fato relevante em relação aos jogos trabalhados foi o interesse da maioria dos alunos pelo Mancala. Embora ele seja um jogo com regras um pouco mais complexas em relação ao Quoridor, o contexto histórico e a introdução feita pelos professores de História fez com que ele ser tornasse o preferido pelos alunos.

Do ponto de vista matemático, os dois jogos são de extrema relevância no que diz respeito a concentração, tomada de decisões, análise de resultados e estratégias, habilidades importantes e necessárias na resolução de problemas.

O receio, o sentimento de não ser capaz de aprender e o bloqueio com relação à Matemática reduziu consideravelmente. Os alunos foram ganhando confiança durante o desenvolvimento do projeto, pois tinham suas opiniões respeitadas e, ao vencerem partidas, sentiam-se como sujeitos ativos no contexto da sala de aula.

A troca de adversários e o rodízio dos jogos também são bastante importantes, pois após algumas partidas nota-se que o interesse dos alunos vai diminuindo.

Em momentos como esse foi pedido aos alunos que parassem as partidas por uns instantes e então algumas estratégias foram apresentadas e discutidas.

Após tomarem conhecimento da existência de estratégias que, se bem aplicadas, poderiam contribuir significativamente para vencer a partida, o interesse pelos jogos retomava.

Isso mostra que as estratégias devem ser usadas como “uma carta na manga” pelos professores.

As regras devem estar muito claras antes do início das partidas, mas as estratégias devem ser apresentadas apenas em momentos oportunos, propiciando assim que os alunos busquem meios próprios de vencerem.

7.1 RESULTADOS NA REDE MUNICIPAL

Na rede municipal já é desenvolvido um trabalho com jogos como ferramenta pedagógica.

As escolas possuem grande quantidade de jogos e os professores, além de participarem de capacitações, dispõem de estagiários e um Centro de Formação voltado para o aperfeiçoamento das práticas pedagógicas.

Isso tem impactado de forma positiva os resultados nas aulas de todas as disciplinas. A redução da evasão escolar, o cuidado com o patrimônio e o zelo pelos jogos são alguns fatores que puderam ser observados desde que os professores começaram a inovar suas práticas.

O primeiro resultado observado pelos professores de matemática foi a redução de erros que envolviam operações básicas, como multiplicações e adições.

Nas avaliações, os alunos tinham domínio dos conteúdos abordados, mas erravam questões por ansiedade e por não se concentrarem na hora de fazer cálculos. Erravam multiplicações que em geral não errariam durante a aula e terminavam as provas muito tempo antes do previsto. Isso mostra que os exercícios eram resolvidos sem muito comprometimento.

Após o uso sistemático dos jogos, o tempo que levavam para realização das avaliações aumentou e a concentração na resolução das atividades propostas nas aulas também pôde ser observada.

Os alunos que antes esperavam que o professor passasse a correção das atividades na lousa para depois copiarem começaram a tentar resolvê-las e, mesmo sem chegar a um resultado correto, apresentavam maneiras diferentes de resolução.

Alunos desmotivados e com baixa autoestima começaram a participar ativamente das aulas, expressando opiniões e tentando resolver as atividades que eram propostas nas aulas de Matemática.

De modo geral, o uso dos jogos não apresentou nenhum aspecto negativo. A interação entre alunos, professores e demais funcionários da escola e o aumento significativo do desempenho e das médias reforçam a ideia da necessidade de rever as práticas pedagógicas.

7.2 RESULTADOS NA REDE ESTADUAL

O desenvolvimento do projeto na rede estadual de ensino teve como facilitador o comprometimento e a afinidade da professora de Matemática com os alunos.

Houve certa dificuldade para motivar os alunos no início e alguns se mostraram bem resistentes, se negando a participar das partidas. A professora da sala queria intervir, sugerindo atribuir notas aos alunos que participassem do trabalho, mas optei por não impor a participação.

Já na segunda semana todos os alunos da sala estavam participando e ao término, alguns comentaram que o fato de não se sentirem pressionados, podendo escolher participar ou não, “tornou o jogo legal”.

Assim como na rede municipal, a frequência às aulas de sexta-feira também aumentou após o início do projeto, fato elencado pela direção como muito positivo, independente dos demais resultados.

Os alunos não conheciam os jogos que foram utilizados e a escolha entre Mancala e Bloqueio ficou bem distribuída.

A escola dispõe de uma sala de informática e de diversos jogos de tabuleiros que foram adquiridos pela direção, a pedido dos professores, mas o grande rodízio de docentes nessa unidade escolar limita o uso dos mesmos.

Figura 40 - Alguns dos jogos disponíveis e a sala de informática.

Por se tratar de uma escola situada em uma cidade pequena, com pouco mais de 10 mil habitantes, cuja economia gira em torno da mão de obra dos trabalhadores rurais que trabalham nas usinas de cana de açúcar, a comunidade escolar é bastante heterogênea e flutuante.

A escola recebe grande quantidade de alunos que vem de outros estados, principalmente do norte do país, o que dificulta muito o trabalho do professor, pois a diferença de conteúdos já estudados por eles é muito grande.

Ao introduzir os jogos nas aulas de Matemática essa diferença se desfez, pois todos se sentiram pertencentes ao ambiente no qual estão inseridos, reduzindo o sentimento de incapacidade que muitos apresentam em relação a essa disciplina.

Quando comecei a usar os jogos na sala de aula, o barulho foi inevitável, mas é um processo natural e esperado, pois só através de discussões é possível chegar-se a resultados convincentes.

É preciso encarar esse barulho de forma construtiva; sem ele, dificilmente haveria clima ou motivação para os jogos.

Por meio do diálogo, com troca das duplas e, principalmente, enfatizando a importância das opiniões contrárias para descobertas de estratégias vencedoras, as partidas começaram a ser disputadas num ambiente mais silencioso.

Os jogos trabalhados não foram usados como ferramentas para o desenvolvimento de um conteúdo específico, mas, como já previsto, houve uma significativa mudança na postura dos alunos no comprometimento com as atividades propostas, na concentração para a resolução de exercícios e a participação ativa daqueles que apresentavam mais dificuldade e sempre se omitiam nos questionamentos feitos durante as aulas.

Esses foram alguns dos pontos positivos elencados pelos professores ao término do trabalho.

Conclui-se que o trabalho desenvolvido atingiu os resultados esperados e que cada professor neste momento já é capaz de repensar a sua prática docente, os dificultadores e os facilitadores do processo de ensino aprendizagem, assim como a necessidade de utilizar ferramentas, recursos e mídias no planejamento de aulas tornando-as significativa, contextualizada e aplicada à vivência da realidade escolar.

7.3 RESULTADOS NA REDE PRIVADA

O desenvolvimento do projeto na rede privada, especificamente no colégio onde o mesmo foi realizado, teve como marco inicial positivo o fato de professores apresentarem um olhar diferenciado para a inovação das práticas pedagógicas, não obstante o diferencial que a coordenação pedagógica representa, reflete de maneira extremamente significativa na viabilidade de sua aplicação e desenvolvimento.

Foram criados espaços para a discussão de resultados entre os professores, bem como do fazer diário, da maneira que cada um percebeu a utilização do recurso caracterizando uma inovação.

Não houve resistência por parte dos alunos em geral, aliás encontravam-se sempre motivados para “jogar”, como assim, diziam. Vale ressaltar, que essa clientela é bastante heterogênea, prevalecendo um número alto de alunos que tem acesso facilitado aos jogos eletrônicos, virtuais, entre outros. Ainda assim, o interesse não foi em momento algum prejudicado, ao contrário, representava um diferencial, uma forma nova de praticar a Matemática, através de jogos que provavelmente sozinhos, não teriam acesso diante da intensa propagação das mídias tecnológicas. Outro dado importante, foi a maneira com que as dificuldades antes enfrentadas pelos alunos com NEEs, estavam diluídas, em nenhum momento foi percebido a falta de desejo de estar com um colega que costumeiramente apresenta uma dificuldade, na constituição dos pares. Este sim, já representa um grande ganho, todos participaram igualmente.

Conclui-se que a utilização de jogos, considerados recursos lúdicos para a aprendizagem, enriquecem de fato as práticas pedagógicas possibilitando inclusive a integração entre alunos.

Amplia-se a visão e concretiza com eficiência a real finalidade da inclusão, não existem alunos que permaneçam marginalizados, o déficit de atenção deixa de ser algo presente e dá espaço para a compreensão da diversidade, desperta a cooperação e promove o comprometimento entre os pares.

É fato que ganhar é desejado, mas percebe-se satisfação quando aqueles que “nunca ganham, nunca se envolvem”, sentem-se pertencentes e são descobertos capazes.

Os conteúdos matemáticos aprendidos, conquistados, são ainda maiores pois são permeados de sentido, acontecendo de forma compreendida e prazerosa. Esta sim, Matemática para a vida.

7.4 RESULTADOS OBSERVADOS NOS ALUNOS COM NEE

A relevância do projeto no cotidiano escolar dos alunos com necessidade educacional especial foi tão significativa que os resultados observados merecem um olhar especial.

Como já foi mencionado, o maior desafio dos professores em lidar com alunos com NEE é conseguir integrá-los no ambiente da sala de aula, uma vez que as atividades trabalhadas com esses alunos devem ser diferenciadas, de modo a contemplar suas necessidades.

Mas como um paradoxo, o uso de atividades diferenciadas acaba muitas vezes por sugerir uma exclusão, pois o aluno acaba recebendo tratamento diferente de todos os outros colegas da sala e, por vezes, isso gera desmotivação e desinteresse, afastando-o cada vez mais da rotina da aula.

Nesse cenário, o uso dos jogos se encaixou perfeitamente, pois, como ferramenta educacional, afastam-se completamente as diferenças existentes, principalmente, embora não só, nos alunos com NEE.

Após o uso dos jogos, as salas se tornaram um ambiente mais democrático para todos. Alunos com NEE passaram a interagir mais com os demais colegas, deixando de lado a passividade para se tornarem elementos ativos, inclusive nos projetos extra classe desenvolvidos pelos professores, nos quais tais alunos sempre se negavam a participar.

Na escola municipal, o uso dos jogos mudou completamente não só o cotidiano e a dinâmica das aulas das mais diversas disciplinas, mas principalmente o olhar dos alunos às pessoas com necessidades especiais, tanto dentro quanto fora da escola.

Nessa escola, dentre os diversos alunos com NEE, numa das salas de 9º Ano há um com deficiência visual.

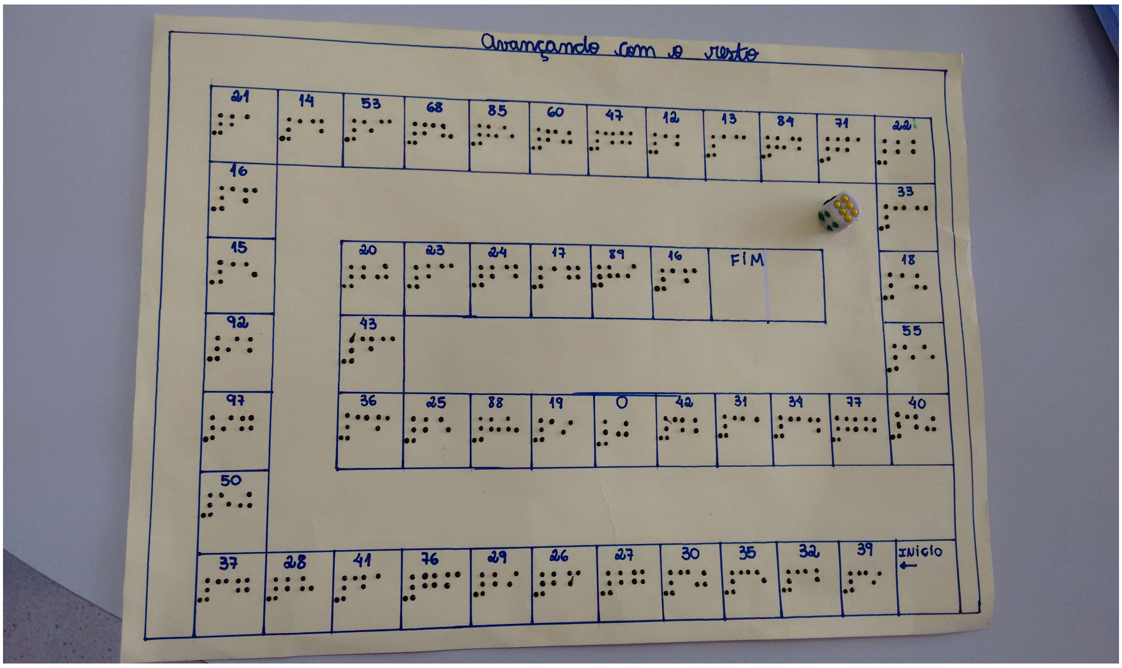
Os professores encontravam bastante dificuldade para trabalhar e quando eram propostos jogos e atividades de geometria, por exemplo, onde a análise visual é necessária, o aluno não participava.

O respeito ao próximo e a disposição, somados a criatividade e ao desejo de fazer diferente, tanto dos alunos quanto dos professores e dos estagiários mudaram completamente essa realidade. Alguns jogos, como por exemplo, “Avançando com o Resto” (Figura 41), foram adaptados para a linguagem Braile para que o aluno com deficiência visual possa participar das aulas e das atividades sem nenhuma distinção.

As razões trigonométricas no triângulo retângulo, um dos conteúdos estudados no 9º ano e o dado utilizado nos jogos também foram adaptados para o Braile (Figura 42).

Ações como essa não devem ficar isoladas. A satisfação estampada no rosto desses alunos ao poderem participar ativamente das aulas, não só pelo esforço dos professores, mas principalmente pelo envolvimento dos alunos, seus colegas de sala, são imagens que jamais serão esquecidas.

Figura 41 - Jogo “Avançando com o resto” na linguagem Braile.



Como foi relatado, na rede municipal não houve intervenções, pois já existe um projeto sendo desenvolvido pelos professores. Pudemos observar que, com os jogos e as atividades adaptadas, criou-se um ambiente sem distinções, onde os alunos com necessidades especiais conseguem participar ativamente das aulas.

Na rede estadual, havia dois alunos com NEE nas salas contempladas com o projeto. Ambos participaram ativamente das partidas de Mancala e Quoridor, mas após a apresentação das estratégias, apenas um deles conseguiu aplicá-las. Esse fato não deve, necessariamente, ser atribuído a NEE, pois outros alunos também não conseguiram utilizá-las, disputando as partidas apenas como diversão.

Na rede privada, os alunos com NEE também participaram das partidas e do campeonato sem apresentarem qualquer fato relevante que os destoasse dos demais, embora não tenha sido possível observar avanços significativos na aprendizagem.

Com a socialização desses alunos em relação aos demais colegas de sala, inclusive participando da confecção dos jogos que serão doados aos projetos sociais assistidos pelo colégio, os resultados positivos que serão percebidos nas aulas, são apenas questão de tempo.

Figura 42 - Dado e razões trigonométricas adaptados para o Braile.

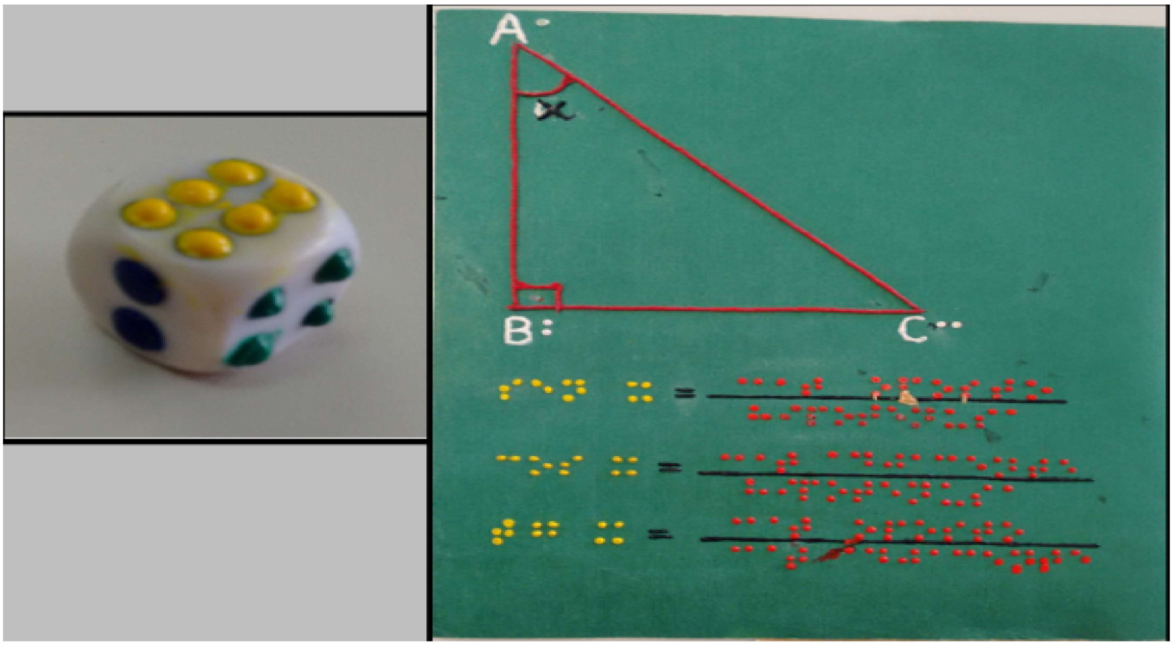
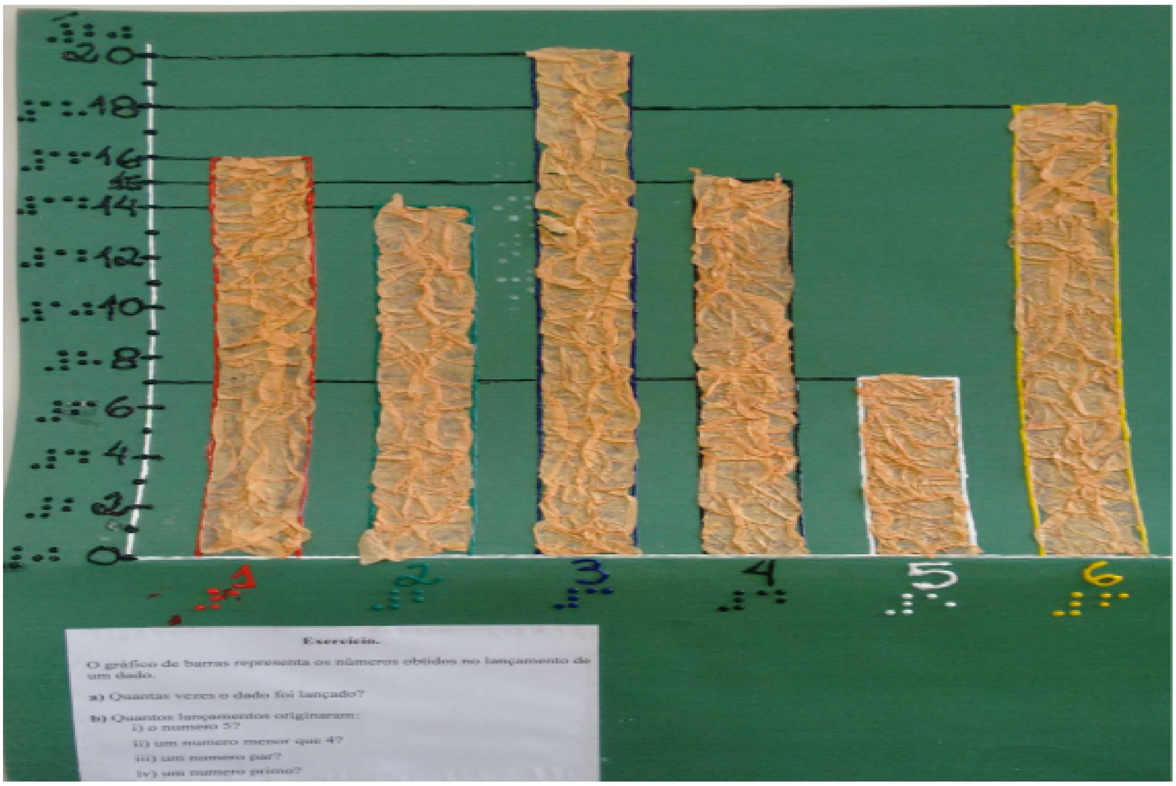


Figura 43 - Gráfico de barras em Braile construído pelos alunos.



CAPÍTULO 8. CONCLUSÕES

Com o desenvolvimento do projeto conclui-se que o ambiente escolar no qual o aluno está inserido não tem influência significativa sobre o aprendizado. Os resultados mostraram que o que realmente faz diferença são os professores, que são os sujeitos ativos no processo de ensino-aprendizagem.

O que pode ser notado é que tanto os alunos da rede municipal quanto da rede estadual preferem jogos de computador, enquanto que os alunos da rede privada se empolgaram muito como os jogos de tabuleiros. Esse fato pode se justificado pelo fácil acesso a computadores, vídeo games, celulares e outros aparatos eletrônicos, por alunos que provêm de famílias com maior poder aquisitivo.

Alunos com NEE também apresentaram grande avanço nas aulas decorrentes, principalmente na questão da socialização e da integração com os demais alunos da sala.

Os avanços matemáticos também foram significativos, pois os alunos passaram a usar as estratégias dos jogos, como observação, tentativas e erros e previsão de resultados, na resolução dos mais diversos problemas e conteúdos abordados em sala.

Outro aspecto bastante relevante, resultado do uso dos jogos na rede privada, que se tornou um legado, foi a proposta e a disposição dos alunos em confeccionar os tabuleiros para serem doados aos projetos sociais atendidos pelo colégio.

Além da confecção, os alunos serão também monitores, ficando encarregados por capacitar os professores desses projetos para uma boa utilização dos jogos.

Boas práticas pedagógicas levam a resultados impressionantes e a carência de recursos e verbas para aquisição de materiais, problema tão presente no cotidiano das escolas públicas, se torna ínfimo diante da incessante busca pelo conhecimento promovida por educadores que se propõem a fazer algo para mudar a realidade dos alunos que estão sobre seus cuidados.

> “Vou apenas repetir aquilo que falei mais de uma vez. Não sei o que vai acontecer. O que sabemos é o que a escola não inclusiva produz, o que a escola não inclusiva conseguiu ser até agora. O que essa nova escola – que se abre para outros desafios – vai obter, o que essa nova escola vai ser, qual será a nova cara dessa nova escola, o que esse novo professor – que somos todos nós – terá que ser, como ele vai precisar alterar os seus relacionamentos, ainda não sabemos. Mais que isso, estamos entrando em contato com os problemas, com tudo o que deve ser modificado e repensado.

As soluções ou respostas são poucas e nem sempre generalizáveis. Estamos nos preparando para esse dia.”

Lino de Macedo

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BATISTA, Cláudio Roberto. **A inclusão e seus sentidos: entre edifícios e tendas**. Disponível em: <http://www.proinesp.ufrgs.br/files/palestras/palestraclaudio.pdf.>. Acesso em: 06/04/2016.

BECKER, F. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola**. Petrópolis: Vozes, 2ª edição, 1994.

BICUDO, M. A. V. (org.) **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: CAEM-USP, 3ª edição, 1998.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental.** Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUGÈRE, G. **Jogo e educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

COLEGIO GLAUCIA COSTA. **Mancala: o jogo mais antigo do mundo**. Disponível em:http://www.colegioglauciacosta.com.br/moodle/file.php/1/Regras_Awele_CLMasse.pdf. Acesso em: 06/04/2016.

COLL, César; MARCHESI, Álvaro; PALACIOS, Jesus. **Desenvolvimento psicológico e educação: transtornos do desenvolvimento e necessidades educativas especiais**. 2º edição. Porto Alegre: Artmed Editora, 2005. 3v.

D'AMBRÓSIO, U. Como ensinar matemática hoje? In: **Temas & Debates.** Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Ano II, nº 2, 1989.

E.A.S, Carneiro. Jogos e feijoada no São Paulo's. **Revista Eureka** (OBM) n. 27, 13-16, 2008.

FRAIMAN, Leo. **Como ensinar bem a crianças e adolescentes de hoje – Teoria e prática.** São Paulo: Editora Metodologia OPEE, 2015.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto de sala de aula**. São Paulo: Papirus, 2004.

GROENWALD, Cláudia L. O.; TIMM, Ursula Tatiana. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula**. Fevereiro, 2002. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br>. Acesso em: 06/04/2016.

KAMII, Constance; DECLARK, Geórgia. **Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. São Paulo: Papirus, 1992.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. **O jogo e a educação infantil**. São Paulo: Pioneira, 1994.

LARA, Isabel Cristina M. **Jogando com a matemática de 5ª a 8ª série**. São Paulo: Rêspel, 2003.

LEONTIEV, A. N. **Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil**. São Paulo: Ícone, 1988.

LOPES, Noêmia. **24 respostas para as principais dúvidas sobre inclusão: as soluções para os dilemas que o gestor enfrenta ao receber alunos com deficiência.** Gestão Escolar. Joinvile, SC. Disponível em: <http://gestaoescolar.abril.com.br/formacao/24-respostas-principais-duvidas-inclusao-759360.shtml>. Acesso em: 16/12/2016.

MACEDO, Lino de. **Ensaios Pedagógicos: como construir uma escola para todos?** Porto Alegre: Artmed Editora, 2005.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia Sicoli; PASSOS, Christe. **Aprender com Jogos e Situações-Problema.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

MACHADO, N. J. **Matemática e educação: alegorias, tecnologias e temas afins**. São Paulo: Cortez, 1995.

MICOTTI, Maria. C. de Oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, Maria A. Viggiani. (Org). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: UNESP, 1999.

MELO, Priscila. Quadrados Mágicos. Estudo Kids. Disponível em:<http://www.estudokids.com.br/quadrados-magicos-origem-definicao-e-dicas-de-como-resolver/>. Acesso em 14 / 07 / 2016>.

MITTLER, Peter. **Educação Inclusiva: contextos sociais**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

MOURA, M. O. de. In: KISHIMOTO, Tizuko Morchida. **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação**. São Paulo: Cortez, 1999.

________. O. de. O jogo na educação matemática. In: **O jogo e a construção do conhecimento.** São Paulo: FDE, n.10, p. 45-53, 1991.

MUNDO ESTRANHO. **Qual a origem do jogo da velha?** 18 de abril de 2011. Disponível em: <http://mundoestranho.abril.com.br/historia/qual-e-a-origem-do-jogo-da-velha/>. Acesso em: 06 / 04 / 2016>.

PEREIRA, Marilú Mourão. **Inclusão escolar: um desafio entre o ideal e o real.** Portal Educação. 01 de janeiro de 2008. Disponível em: <http://www.portaleducacao.com.br/pedagogia/artigos/2284/inclusao-escolar-um-desafio-entre-o-ideal-e-o-real>. Acesso em: 16/12/2015.

PERRENOUD, Philippe. **A pedagogia na escola das diferenças: fragmentos de uma sociologia do fracasso**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

PIAGET, J. **Aprendizagem e conhecimento**. Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1973.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Brasil: Editora Interciência, 1995.

SANTOS, Daniela Silva dos. **O papel dos jogos de tabuleiro na aprendizagem**. 2013. Disponível em: <http://meuartigo.brasilescola.uol.com.br/pedagogia/o-papel-dos-jogos-tabuleiro-na-aprendizagem.htm>. Acesso em:13 / 08 / 2016.

STAINBACK, Susan; STAINBACK, Willian. **Inclusão: um guia para educadores**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. Rio de Janeiro: Record, 1968.

APÊNDICE

INCLUSÃO ESCOLAR NO BRASIL – UM OLHAR CRONOLÓGICO

Falar de inclusão escolar ainda é um grande desafio para pesquisadores, educadores e professores. Hoje o assunto é discutido em diversos congressos educacionais e devido a grandes esforços dos mais diversos segmentos, tanto políticos quanto científicos, podem ser observadas mudanças significativas no cotidiano das escolas que recebem alunos com necessidades especiais.

Mas o assunto não é tão novo quanto aparenta. Há muito já se fala de inclusão em todos os setores, não apenas na educação, e existem leis que regulamentam o direito de pessoas com necessidades especiais.

A Constituição Federal de 1988 em seu Artigo 208, Inciso I, estabelece que é dever do Estado garantir educação gratuita a todos e no Inciso III, garante atendimento especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino. Esse artigo só se transformaria em lei 11 anos mais tarde.

Para entendermos melhor os processos e esforços da implementação das leis que regulamentam a educação inclusiva, estão apresentados no apêndice em ordem cronológica as leis e decretos sobre o assunto.

1989 – Lei nº 7.853, de 24 de outubro de 1989.

Dispõe sobre o apoio às pessoas portadoras de deficiência, sua integração social, sobre a Coordenadoria Nacional para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência - Corde, institui a tutela jurisdicional de interesses coletivos ou difusos dessas pessoas, disciplina a atuação do Ministério Público, define crimes, e dá outras providências.

2001 - Decreto nº 3.956, de 08 de outubro de 2001.

Promulga a Convenção Interamericana para a Eliminação de Todas as Formas de Discriminação contra as Pessoas com Deficiência.

2004 - Decreto nº 5.296, de 02 dezembro de 2004.

Regulamenta as Leis nº 10.048 e nº 10.098 de 2000 e estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade para pessoas com deficiência e mobilidade reduzida.

2005 - Decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005.

Regulamenta a Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras, e o art. 18 da Lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000.

2007 - Decreto nº 6.214, de 26 de setembro de 2007.

Regulamenta o Benefício da Prestação Continuada – BPC.

2009 - Decreto nº 6.949, de 25 de agosto de 2009.

Promulga a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência e seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova York, em 30 de março de 2007–ONU.

2009 - Resolução nº 04 CNE/CEB, de 02 de outubro de 2009.

Institui as Diretrizes Operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, modalidade Educação Especial.

2011 - Decreto nº 7.611, de 17 de novembro de 2011.

Dispõe sobre o Atendimento Educacional Especializado – AEE.

A seguir detalhamos alguns pontos da Resolução CNE/CEB de 2009:

Art. 5º. *Consideram-se educandos com necessidades educacionais especiais os que, durante o processo educacional, apresentarem:*

I - dificuldades acentuadas de aprendizagem ou limitações no processo de desenvolvimento que dificultem o acompanhamento das atividades curriculares, compreendidas em dois grupos:

a) aquelas não vinculadas a uma causa orgânica específica;

b) aquelas relacionadas a condições, disfunções, limitações ou deficiências;

II – dificuldades de comunicação e sinalização diferenciadas dos demais alunos, demandando a utilização de linguagens e códigos aplicáveis;

III - altas habilidades/superdotação, grande facilidade de aprendizagem que os leve a dominar rapidamente conceitos, procedimentos e atitudes.

Com a instituição da modalidade *Educação Inclusiva* em 2009, as escolas começaram a receber alunos com necessidades especiais e incluí-los em salas regulares para que, dentro de um ambiente heterogêneo, todos pudessem aprender com as diferenças.

Mas foi só a partir de 2010, através da NOTA TÉCNICA – SEESP/GAB/Nº 11/2010, que as escolas começaram a receber materiais pedagógicos específicos, equipamentos de informática e mobiliários para contemplar alunos com NEE, ficando sob responsabilidade do sistema de ensino a organização de um espaço adequado para apoiar no Atendimento Educacional Especializado – AEE.

Esse tipo de sala é dirigida por um profissional qualificado e treinado para lidar com alunos que apresentem algum tipo de necessidade especial, incluindo-se aí altas habilidades/superdotação.

Desde então, algumas escolas passaram a contar com uma Sala de Recursos Multifuncionais para atender alunos com NEE e também auxiliar professores de turmas com algum aluno com necessidades especiais.