

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

LARISSA CRISTINA ALIANO

ANÁLISE DE UMA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM PARA O
ENSINO DE COORDENADAS CARTESIANAS

SÃO CARLOS

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

LARISSA CRISTINA ALIANO

ANÁLISE DE UMA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM PARA O
ENSINO DE COORDENADAS CARTESIANAS

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) – Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini

SÃO CARLOS

2016

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar
Processamento Técnico
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

A398a Aliano, Larissa Cristina
Análise de uma situação de aprendizagem para o ensino de coordenadas cartesianas / Larissa Cristina Aliano. -- São Carlos : UFSCar, 2016.
167 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2016.

1. Ensino de coordenadas cartesianas. 2. Situação de aprendizagem. 3. SARESP. 4. Material de apoio ao currículo do estado de São Paulo. I. Título.



Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Larissa Cristina Aliano, realizada em 06/09/2016:

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini
UFSCar

Profa. Dra. Miriam Cardoso Utsumi
USP

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Araújo Lima
UFSCar

Dedico esse trabalho as pessoas que amo e sempre me apoiaram: Deus, minha família, meu noivo, todos os amigos e professores do PROFMAT.

AGRADECIMENTOS

“Quando se diz obrigado, se dizem muitas coisas mais, que vêm de muito longe e de muito perto, de tão longe como a origem do indivíduo humano, de tão perto como o secreto pulsar do coração”. (NERUDA, 2013)

A Deus pelas bênçãos que em mim foram depositadas.

À minha família que sempre me compreendeu e deu apoio nas dificuldades.

A meu noivo Reinaldo, por todo o carinho dedicado nesses anos.

A meu orientador, Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini, que me deu apoio para a conclusão desta tão importante etapa de minha vida.

A todos os professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da UFSCar que durante esses anos contribuíram para minha formação.

A todos os colegas de classe pela amizade e companheirismo.

Aos alunos e professores de minha escola por possibilitar a construção desse trabalho.

Obrigada a todos.

RESUMO

Esta dissertação tem como objetivo principal analisar a Situação de Aprendizagem “Coordenadas cartesianas e transformações no plano” do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, Caderno do Aluno, apresentar proposta de uma sequência didática para o tema e verificar sua eficácia. A motivação para escolha desse tema surgiu de um estudo que fiz dos resultados do SARESP, que apresentam um baixo desempenho nas habilidades envolvendo esse assunto. O trabalho inicia com um estudo de questões sobre Coordenadas Cartesianas do SARESP e Prova Brasil, e de documentos oficiais como PCN e Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Também são apreciadas opiniões de alguns pesquisadores da área da educação sobre o ensino da Matemática. Fazemos ainda uma breve análise de como livros didáticos abordam o assunto. Em seguida descrevemos o planejamento da sequência didática que inclui as atividades do Caderno do Aluno assim como sua aplicação em duas classes de alunos de 8º Ano. Na aplicação das atividades organizamos os estudantes em duplas, de modo que puderam desenvolver os problemas com mais autonomia e com menor interferência do professor. Após a aplicação das atividades, os alunos foram avaliados por uma prova similar à do SARESP, com algumas questões extraídas desses testes e outras construídas por mim mesma. Usando os resultados apresentados pelos alunos nas atividades e na prova fiz uma análise dos acertos e erros. Ao final é possível concluir que nosso trabalho está validado, pois os alunos obtiveram resultados satisfatórios na avaliação, mostrando que a Situação de Aprendizagem aplicada no formato que propomos apresentou um resultado adequado comparado com o SARESP. Para validar nossa pesquisa seguimos, em grandes passos, a metodologia proposta pela engenharia didática. Esse produto didático está disponível para que docentes possam utilizá-lo diretamente em suas aulas.

Palavras-chave: Ensino de Coordenadas Cartesianas, Situação de Aprendizagem, SARESP, Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo.

ABSTRACT

This dissertation has main goal analyze the Learning Situation “Cartesian coordinates and transformations in the plane” of Material Support Curriculum of the State of São Paulo, Student notebook, submit a proposal of a didactic sequence to the topic and check their effectiveness. The motivation for choosing this theme came from a study made of the results of SARESP, which present a low performance in the abilities involving this subject. The work begins with a study of issues on Cartesian coordinates of SARESP and Brazil Test, and official documents as PCN and Curriculum Proposal of the State of São Paulo. They are also appreciated opinions of some researchers in the field of education on the teaching of mathematics. We also make a brief analysis of how textbooks address the issue. Then described the planning of the teaching sequence that includes the Student Notebook activities as well as its application in two classes of students in Year 8. In implementing the activities we organize students into pairs, so that they could develop problems more autonomy and less interference from the teacher. After the implementation of the activities, students were evaluated by a test similar to the SARESP with some questions drawn from these tests and others built for myself. Using the results presented by the students in the activities and evidence did an analysis of trial and error. At the end we can conclude that our work is validated, because the students have obtained satisfactory results in the assessment, showing that the learning situation applied in the format presented propose an appropriate outcome compared with SARESP. To validate our research follow in big steps, the methodology proposed by didactic engineering. This educational product is available so that teachers can use it directly in their classes.

Keywords: Teaching Cartesian Coordinates, learning situation, SARESP, Material Support Curriculum of the State of São Paulo.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Questão do SARESP 2009 – Exemplo 24 (Ensino Fundamental)	29
Figura 2 – Questão do SARESP 2009 – Exemplo 28 (Ensino Fundamental).....	30
Figura 3 – Questão do SARESP 2009 – Exemplo 5 (Ensino Médio)	31
Figura 4 – Questão do SARESP 2010 – Exemplo 6 (Ensino Fundamental).....	32
Figura 5 – Questão do SARESP 2010 – Exemplo 1 (Ensino Médio)	33
Figura 6 – Questão do SARESP 2011 (Ensino Médio).....	34
Figura 7 – Questão do SARESP 2013 – Exemplo 1 (Ensino Médio)	36
Figura 8 – Questão da Prova Brasil 2007 a	38
Figura 9 – Questão da Prova Brasil 2007 b	39
Figura 10 – Atividade de Localização	50
Figura 11 – Resposta da atividade1	51
Figura 12 – Atividade de Pesquisa	52
Figura 13 – Mapa da cidade	52
Figura 14 – Atividade Ponto de Referência.....	53
Figura 15 – Atividade de Leitura e análise de texto 1	55
Figura 16 – Atividade de Representação de figuras no plano	59
Figura 17 – Atividade Desenhando Polígonos	61
Figura 18 – Resposta da Atividade.....	63
Figura 19 – Atividade 6	63
Figura 20 – Atividade 7	64
Figura 21 – Atividade de Jogo da Batalha-naval.....	66
Figura 22 – Atividade de Leitura e análise de texto 2	69

Figura 23 – Atividade 9	70
Figura 24 – Atividade 10	72
Figura 25 – Resposta da Atividade 10, letra a	73
Figura 26 – Resposta da Atividade 10, letra b.....	73
Figura 27 – Atividade 11	74
Figura 28 – Atividade de Leitura.....	76
Figura 29 – Atividade 12	77
Figura 30 – Resposta da Atividade 12, letra a.....	78
Figura 31 – Resposta da Atividade 12, letra b.....	79
Figura 32 – Atividade 13	80
Figura 33 – Resposta da Atividade 13, letra a.....	82
Figura 34 – Resposta da Atividade 13, letra b.....	82
Figura 35 – Atividade 14	82
Figura 36 – Foto 1 do 1º Encontro	87
Figura 37 – Resposta correta do aluno 1	88
Figura 38 – Resposta correta do aluno 2	89
Figura 39 – Resposta correta do aluno 3	89
Figura 40 – Foto 2 do 1º Encontro	90
Figura 41 – Resposta parcialmente correta do aluno 4.....	91
Figura 42 – Resposta parcialmente correta do aluno 5.....	91
Figura 43 – Resposta correta do aluno 6	93
Figura 44 – Foto 1 do 2º Encontro	94
Figura 45 – Foto 2 do 2º Encontro	94
Figura 46 – Resposta correta do aluno 7	95
Figura 47 – Resposta parcialmente correta do aluno 8.....	96
Figura 48 – Foto 3 do 2º Encontro	98

Figura 49 – Resposta correta do aluno 9	98
Figura 50 – Resposta parcialmente correta do aluno 10.....	99
Figura 51 – Resposta parcialmente correta do aluno 11.....	100
Figura 52 – Resposta parcialmente correta do aluno 12.....	100
Figura 53 – Resposta correta do aluno 13	102
Figura 54 – Resposta incorreta do aluno 14	102
Figura 55 – Resposta incorreta do aluno 15	102
Figura 56 – Foto 1 do 3º Encontro	103
Figura 57 – Foto 2 do 3º Encontro	104
Figura 58 – Resposta correta do aluno 16	104
Figura 59 – Resposta correta do aluno 17	105
Figura 60 – Resposta correta do aluno 18	106
Figura 61 – Resposta parcialmente correta do aluno 19.....	106
Figura 62 – Foto 3 do 3º Encontro	108
Figura 63 – Resposta correta do aluno 20	108
Figura 64 – Resposta incorreta do aluno 21	109
Figura 65 – Foto 4 do 3º Encontro	110
Figura 66 – Resposta correta do aluno 22	111
Figura 67 – Resposta incompleta do aluno 23.....	111
Figura 68 – Resposta incorreta do aluno 24	112
Figura 69 – Foto 1 do 4º Encontro	113
Figura 70 – Foto 2 do 4º Encontro	114
Figura 71 – Resposta correta do aluno 25	114
Figura 72 – Resposta parcialmente correta do aluno 26.....	115
Figura 73 – Resposta correta do aluno 27	117
Figura 74 – Resposta incorreta do aluno 28	117

Figura 75 – Foto 3 do 4º Encontro	119
Figura 76 – Resposta correta do aluno 29	119
Figura 77 – Resposta parcialmente correta do aluno 30.....	119
Figura 78 – Folha 1 da Avaliação.....	122
Figura 79 – Folha 2 da Avaliação.....	123
Figura 80 – Folha 3 da Avaliação.....	124
Figura 81 – Folha 4 da Avaliação.....	125
Figura 82 – Foto 1 da Aplicação da Avaliação	126
Figura 83 – Foto 2 da Aplicação da Avaliação	127
Figura 84 – Resposta correta do aluno 1a.....	128
Figura 85 – Resposta incorreta do aluno 1b	128
Figura 86 – Resposta incorreta do aluno 1c	129
Figura 87 – Resposta correta do aluno 2a.....	130
Figura 88 – Resposta incorreta do aluno 2b	130
Figura 89 – Resposta correta do aluno 3a.....	131
Figura 90 – Resposta incorreta do aluno 3b	132
Figura 91 – Resposta correta do aluno 4a.....	132
Figura 92 – Resposta incorreta do aluno 4b	133
Figura 93 – Resposta correta do aluno 5a.....	134
Figura 94 – Resposta incorreta do aluno 5b	134
Figura 95 – Resposta incorreta do aluno 5c	135
Figura 96 – Resposta correta do aluno 6a.....	136
Figura 97 – Resposta incorreta do aluno 6b	136
Figura 98 – Resposta correta do aluno 7a.....	137
Figura 99 – Resposta correta do aluno 7b	137
Figura 100 – Resposta incorreta do aluno 7c	138
Figura 101 – Resposta correta do aluno 8a	139

Figura 102 – Resposta parcialmente correta do aluno 8b.....	139
Figura 103 – Resposta parcialmente correta do aluno 8c.....	140

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 1	88
Tabela 2 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 2	90
Tabela 3 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 3	92
Tabela 4 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 4	97
Tabela 5 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 5	99
Tabela 6 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 6	101
Tabela 7- Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 7	103
Tabela 8 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 9	107
Tabela 9 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 10	110
Tabela 10- Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 11	112
Tabela 11- Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 12	116
Tabela 12- Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 13	118
Tabela 13 - Respostas esperadas pelos alunos na Avaliação.....	126
Tabela 14 - Análise das respostas da questão 1	127
Tabela 15 - Análise das respostas da questão 2	129
Tabela 16 - Análise das respostas da questão 3	131
Tabela 17 - Análise das respostas da questão 4	132
Tabela 18 - Análise das respostas da questão 5	133
Tabela 19 - Análise das respostas da questão 6	135
Tabela 20 - Análise das respostas da questão 7	137
Tabela 21 – Comparação entre os resultados da Avaliação e SARESP	141

Tabela 22 – Comparação entre a média dos resultados da Avaliação e SARESP141

Tabela 23 – Comparação entre a média das porcentagens de aproveitamento nas Atividades, Avaliação e SARESP145

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	23
CAPÍTULO 1 - ANÁLISE DO ENSINO DE MATEMÁTICA E DE COORDENADAS CARTESIANAS	27
1.1. Introdução.....	27
1.2 Análise dos resultados do SARESP e Prova Brasil.....	27
1.2.1 Relatório Pedagógico do SARESP de 2009	29
1.2.2 Relatório Pedagógico do SARESP de 2010	31
1.2.3 Relatório Pedagógico do SARESP de 2011	34
1.2.4 Relatório Pedagógico do SARESP de 2012	35
1.2.5 Relatório Pedagógico do SARESP de 2013	35
1.2.6 Relatório Pedagógico do SARESP de 2014	37
1.2.7 Prova Brasil	37
1.3 O que os PCN e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo dizem sobre o ensino de Matemática	39
1.4 O Ensino da Matemática na visão dos pesquisadores	42
1.5 O que os livros didáticos apresentam sobre o tema Coordenadas Cartesianas	44
CAPÍTULO 2 – PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES	47
2.1 Introdução.....	47
2.2 Descrição da Situação de Aprendizagem sobre Coordenadas Cartesianas	47
CAPÍTULO 3 – APLICAÇÃO DA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM	85
3.1 Introdução.....	85
3.2 Descrição e realização das atividades.....	85
CAPÍTULO 4 – ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO	121
4.1 Introdução.....	121
4.2 Elaboração da Avaliação	121
4.3 Aplicação da Avaliação	126
4.4 Conclusão	140
CAPÍTULO 5 – VALIDAÇÃO DA PROPOSTA E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	143
5.1 Introdução.....	143
5.2 Resumo da Pesquisa	143

5.3 Ideias principais da proposta didática.....	144
5.4 Conexão da proposta didática com as oficiais	144
5.5 Resumo da análise da aplicação	145
5.6 Modificações no produto didático pós-aplicação	145
5.7 Sugestões de novas pesquisas.....	146
5.8 Conclusão Final	146
BIBLIOGRAFIA E REFERÊNCIAS.....	147
APÊNDICE: A Situação de Aprendizagem aplicada.....	149

INTRODUÇÃO

Apresento neste trabalho uma análise e aplicação em sala de aula da Situação de Aprendizagem 2 “Coordenadas Cartesianas e Transformações no Plano” do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, que se encontra no Caderno do Aluno de Matemática da 7ª série/8º ano, volume 2. Esse trabalho é minha dissertação de mestrado e é parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de São Carlos.

Sou professora de Matemática da rede pública estadual do Estado de São Paulo desde 2007 e estou como Professora Coordenadora do Ensino Fundamental desde 2013.

Analisando os resultados do SARESP – Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo e da Prova Brasil, fico incomodada devido ao baixo nível de desempenho na prova de Matemática. Outros professores da escola onde trabalho e outros educadores também têm essa mesma impressão. Essa situação me faz refletir e buscar estratégias para contribuir para a superação desse problema didático.

Ao iniciar meu trabalho de conclusão de curso, conversei com meu orientador sobre esses assuntos. Em busca de uma metodologia que traga resultados satisfatórios para o processo ensino aprendizagem, pensamos em várias estratégias e sequências didáticas que pudessem contribuir. Foi então que me lembrei do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo. Esse material foi implantado na rede estadual desde 2008. Nele são apresentadas situações de aprendizagem com textos explicativos e problemas sobre os temas de Matemática presentes no Currículo. O referido material ainda sofre resistência por grande parte dos professores de Matemática, que não gostam de utilizá-lo. Observei também que alguns professores que utilizam o material não seguem a metodologia ali proposta.

Nesse momento de minhas reflexões formulei a hipótese de que, se esse material de apoio fosse aplicado adequadamente, conseguiríamos uma aprendizagem mais significativa e eventualmente os alunos teriam melhores resultados nas avaliações citadas.

Considerando a época de pesquisa desse trabalho e observando os conteúdos de Matemática propostos no bimestre, resolvi delimitar minha pesquisa para um tema do 3º Bimestre da turma de 7ª série/8º ano. O tema selecionado foi Coordenadas Cartesianas. Trata-

se de um tema muito importante no ensino de Matemática e que recebe muita atenção na proposta curricular do estado.

Optamos assim pela seguinte sequência didática:

1- Aplicar a Situação de Aprendizagem 2 do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, Caderno do Aluno que trata do tema Coordenadas Cartesianas e Transformações no Plano para classes de estudantes.

2- Em seguida, aplicar para os mesmos estudantes uma avaliação similar à do SARESP sobre o tema Coordenadas Cartesianas.

Após essa sequência apresentamos uma avaliação desse trabalho com informações que nos ajudam a avaliar sua eficácia.

Levando em conta que esse trabalho de mestrado é uma pesquisa da área de ensino da Matemática, convém localizá-lo dentro das metodologias de pesquisa que são normalmente aceitas pela comunidade de especialistas. Para validação de nosso trabalho seguimos, em linhas gerais, os passos preconizados pela denominada Engenharia Didática.

Engenharia Didática é um termo criado na França, na década de 1980, para designar uma metodologia inspirada no trabalho do engenheiro. A partir de sua teoria é possível desenvolver um produto didático motivado pela união do conhecimento prático com o conhecimento teórico.

A metodologia de pesquisa indicada pela Engenharia Didática é composta, em linhas gerais, por quatro fases. Passamos a explicar brevemente cada uma das fases e indicar em que ponto do nosso trabalho ela se encontra.

Primeira fase: Análise prévia

É a fase do estudo teórico sobre o conteúdo de interesse, a análise das características do ensino tradicional e das principais dificuldades dos alunos. Analisamos aqui a importância do ensino do tema, como ele é proposto nos livros didáticos e quais são as principais dificuldades encontradas pelos alunos apontadas nos resultados do SARESP e Prova Brasil. Na nossa dissertação essa análise prévia está desenvolvida no Capítulo 1.

Segunda fase: Concepção da proposta e análise *a priori*

Nessa fase apresentamos as atividades propostas na Situação de Aprendizagem do Caderno do aluno, volume 2 do 8º Ano. Fazemos um estudo de como devem ser aplicadas aos alunos, a metodologia que será utilizada nas aulas, e fazemos uma previsão das possíveis dúvidas e dificuldades que os alunos possam ter ao desenvolver as atividades. Essa fase é desenvolvida no Capítulo 2 dessa dissertação. Pertence também a essa fase a preparação dos problemas que fizeram parte da avaliação. Essa preparação está descrita no Capítulo 4.

Terceira fase: Experimentação e Análise *a posteriori*

É a fase em que ocorre a aplicação da Situação de Aprendizagem e da avaliação. Descrevemos como se desenvolveu a aplicação das atividades propostas, como foram realizadas as intervenções, como aconteceu a participação dos alunos e a quantidade de alunos que participaram das aulas. Apresentamos as respostas dos alunos e as analisamos. Tudo isso está descrito no Capítulo 3 de nossa dissertação. No Capítulo 4 apresentamos as respostas dos alunos na avaliação e as analisamos, discutindo as possíveis causas dos erros. Apresentamos também a porcentagem de acertos e erros por questão.

Quarta fase: Conclusão e validação

A conclusão está descrita no Capítulo 5. A partir das observações descritas nos Capítulos anteriores procedemos à conclusão do experimento. Aqui a proposta didática é validada ou não. A validação ocorre pelo confronto das análises *a priori* e *a posteriori*. Pode ocorrer uma eventual correção da sequência didática.

A análise do índice do SARESP após a aplicação dessa sequência didática não foi possível de ser realizada na presente dissertação, pois os alunos participantes dessa experimentação são estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental e a prova do SARESP é destinada a alunos do 9º ano. Portanto esses alunos farão essa prova após o término dessa dissertação. Como Professora Coordenadora da escola, vou observar o desempenho desses alunos particularmente no tema Coordenadas Cartesianas, quando poderei complementar por mim mesma as conclusões dessa dissertação.

Finalizando essa introdução, observamos que o objetivo desse trabalho é verificar a efetividade do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, Caderno do Professor e Caderno do Aluno, aplicando a Situação de Aprendizagem 2 da 7ª série/ 8º ano,

volume 2. Desejamos chamar a atenção para ideia de que os docentes devem aplicar esses recursos de forma a permitir ao aluno ser autônomo e ativo, trabalhando em grupo, com a mínima intervenção. Tomando o problema como ponto de partida, o aluno pode utilizar seu raciocínio lógico e estimular sua criatividade, sendo possível assim que ocorra uma aprendizagem com melhores resultados.

CAPÍTULO 1

ANÁLISE DO ENSINO DE MATEMÁTICA E DE COORDENADAS CARTESIANAS

1.1 Introdução

Este Capítulo é dedicado à análise da abordagem do tema Coordenadas Cartesianas nos documentos oficiais, Relatório Pedagógico do SARESP, Matriz de Referência Prova Brasil, Parâmetros Curriculares Nacionais, Proposta Curricular do Estado de São Paulo, assim como em livros e artigos especializados. Esse Capítulo corresponde à primeira fase da Engenharia Didática.

Destaco as questões relacionadas a Coordenadas Cartesianas que foram utilizadas nas provas do SARESP e na Prova Brasil de diversos anos. Apresento as porcentagens de acertos e erros em todos eles, possibilitando a análise mais aprofundada acerca da problemática envolvendo o tema em questão.

Considero ainda neste Capítulo a importância do Ensino da Matemática, discorrendo um pouco sobre as modificações que este ensino vem sofrendo no decorrer do tempo através das mudanças no Currículo, até chegar ao Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, Caderno do Professor e Caderno do Aluno, destacando algumas das dificuldades para sua utilização.

Finalizo o Capítulo com um estudo sobre o Ensino da Matemática segundo alguns educadores e analiso o tema Coordenadas Cartesianas sobre o ponto de vista dos livros didáticos utilizados nas escolas públicas do Estado de São Paulo.

1.2 Análise dos resultados do SARESP e Prova Brasil

O SARESP é o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo que tem o objetivo de diagnosticar a situação das escolas básicas da rede pública paulista para nortear os gestores da educação a fim de melhorar a qualidade do ensino. Aplicado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, o SARESP avalia os estudantes do 2º, 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio com

provas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Redação.

A Prova Brasil é a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar que avalia de forma censitária alunos do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. Essa avaliação é direcionada para as escolas públicas das redes municipais, estaduais e federais desde que tenham no mínimo 20 alunos matriculados nas séries avaliadas. A prova mede os conhecimentos dos alunos nas disciplinas de Português e Matemática.

Os resultados do SARESP e da Prova Brasil são disponibilizados para todas as escolas participantes e através deles é possível analisar habilidades fragilizadas dos estudantes avaliados.

Segundo as Matrizes de referência para a avaliação do SARESP:

As habilidades possibilitam inferir, pela Escala de Proficiência adotada, o nível em que os alunos dominam as competências cognitivas, avaliadas relativamente aos conteúdos das disciplinas e em cada série ou ano escolares. Os conteúdos e as competências (formas de raciocinar e tomar decisões) correspondem, assim, às diferentes habilidades a serem consideradas nas respostas às diferentes questões ou tarefas das provas. (SÃO PAULO, 2009, p. 13)

Ainda nas Matrizes é explicado que:

A Matriz representa um recorte dos conteúdos do currículo e também privilegia algumas competências e habilidades a eles associadas. Ela não faz uma varredura de todas as aprendizagens que o currículo possibilita. Retrata as estruturas conceituais mais gerais das disciplinas e também as competências mais gerais dos alunos (como sujeitos do conhecimento), que se traduzem em habilidades específicas, estas sim responsáveis pelas aprendizagens. (SÃO PAULO, 2009, p. 14)

Podemos encontrar nas Matrizes as habilidades relacionadas ao ensino de Coordenadas Cartesianas.

Na 8ª série do Ensino Fundamental, espera-se que os alunos aprendam a:

“H22 - Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.” (SÃO PAULO, 2009, p.78).

“H28 - Usar o plano cartesiano para representação de pares ordenados; coordenadas cartesianas e equações lineares.” (SÃO PAULO, 2009, p.78).

E na 3ª série do Ensino Médio, espera-se que os alunos aprendam a:

“H20 - Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas.” (SÃO PAULO, 2009, p.84).

1.2.1 Relatório Pedagógico do SARESP de 2009

Analisando o Relatório Pedagógico do SARESP de 2009 verifica-se, através da correção de uma questão que envolve a habilidade de “usar o plano cartesiano para representação de pares ordenados; coordenadas cartesianas e equações lineares”, que apenas 25,6% dos alunos do 9º Ano Ensino Fundamental assinalaram a resposta correta.

Figura 1 – Questão do SARESP 2009 – Exemplo 24 (Ensino Fundamental)

Exemplo 24

Habilidade avaliada

H28 Usar o plano cartesiano para representação de pares ordenados; coordenadas cartesianas e equações lineares.

No plano cartesiano, os pontos que têm as ordenadas e abscissas iguais entre si, por exemplo $A(2,2)$ e $B(-1,-1)$, estão sobre

- o eixo das abscissas.
- o eixo das ordenadas.
- a bissetriz dos quadrantes ímpares.**
- a bissetriz dos quadrantes pares.

a	b	c	d
24,4%	30,6%	25,6%	19,2%

Fonte: Relatório Pedagógico do SARESP de 2009

Acredito que os alunos que erraram a questão desconheciam o termo bissetriz e quadrantes.

Outra questão avaliada, com a mesma habilidade, mostra que 34,4% dos alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental acertaram.

Figura 2 – Questão do SARESP 2009 – Exemplo 28 (Ensino Fundamental)

Exemplo 28

Habilidade avaliada

H28 Usar o plano cartesiano para representação de pares ordenados; coordenadas cartesianas e equações lineares.

Indique a equação que define a reta representada no plano cartesiano abaixo.

a. $x - y = 3$
 b. $-x - y = 3$
 c. $x + y = 3$
 d. $3x + 3y = 0$

a	b	c	d
24,7%	16,7%	34,4%	24,0%

Fonte: Relatório Pedagógico do SARESP de 2009

Outra observação que podemos fazer nas questões dos exemplos 24 e 28 é que as porcentagens de respostas em cada item estão muito próximas da média aritmética de 25%. Não sabemos se esse é um indicativo de que os estudantes assinalaram a resposta ao acaso.

Vejamos agora uma questão aplicada para os alunos da 3ª série do Ensino Médio, com a habilidade de “Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas”, mostra que 44,7% dos alunos acertaram.

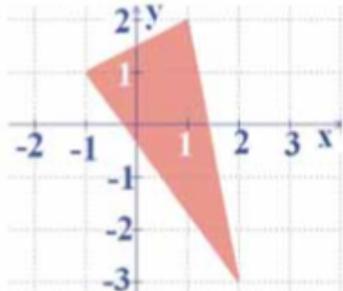
Figura 3 – Questão do SARESP 2009 – Exemplo 5 (Ensino Médio)

Exemplo 5

Habilidade avaliada

H20 Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas.

Observe a figura abaixo.



As coordenadas dos vértices do triângulo são:

- $(-1,1)$, $(1,2)$ e $(2,-3)$.
- $(1,-1)$, $(2,1)$ e $(-3,2)$.
- $(-1,1)$, $(-2,-1)$ e $(3,-2)$.
- $(1,-1)$, $(2,1)$ e $(3,-2)$.
- $(-1,1)$, $(1,2)$ e $(-3,2)$.

a	b	c	d	e
44,7%	19,1%	11,3%	8,7%	16,1%

Fonte: Relatório Pedagógico do SARESP de 2009

Essa questão deveria ter uma porcentagem de acerto maior, primeiro porque se destina ao Ensino Médio e depois porque exige apenas que o aluno determine as coordenadas de cada vértice dado no plano e esse conteúdo já vem sendo estudado desde o 9º Ano do Ensino Fundamental.

1.2.2 Relatório Pedagógico do SARESP de 2010

O relatório pedagógico do SARESP de 2010 apresenta a análise de duas questões sobre coordenadas cartesianas.

Quanto a primeira questão, o relatório informa que ela diz respeito à habilidade de “Usar o plano cartesiano para representação de pares ordenados; coordenadas cartesianas e equações lineares”. Vemos que essa questão foi respondida corretamente por 30% dos alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental. Observamos que essa questão também exige o reconhecimento de distâncias entre pontos no plano cartesiano.

Segue uma figura com a questão, conforme apresentada no relatório.

Figura 4 – Questão do SARESP 2010 – Exemplo 6 (Ensino Fundamental)

Exemplo 6

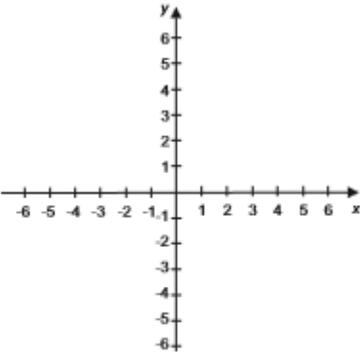
Habilidade avaliada

H28 Usar o plano cartesiano para representação de pares ordenados; coordenadas cartesianas e equações lineares.

Represente no sistema cartesiano os pontos $M(-1,2)$, $N(2,1)$, $P(-1,-3)$ e $Q(3,1)$.

Dentre estes pontos, o mais distante do ponto $(3, -4)$ é:

(A) M.
(B) N.
(C) P.
(D) Q.



GAB	% de resposta			
	A	B	C	D
A	30,0	20,3	27,2	22,5

Fonte: Relatório Pedagógico do SARESP de 2010

Uma possibilidade para o alto índice de erro dessa questão é que os estudantes se atrapalharam em observar qual era o ponto mais distante. Essa observação deve ser visual, pois não é costume dos livros didáticos e dos professores comentar a fórmula da distância entre dois pontos no plano cartesiano.

A segunda questão se refere à habilidade de “Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas”, conforme observado no relatório. Mas novamente fazemos a ressalva de que a questão exige também a habilidade de reconhecer o nome do quadrilátero. Vemos que apenas 12,4% dos alunos da 3ª série do Ensino Médio acertaram.

Figura 5 – Questão do SARESP 2010 – Exemplo 1 (Ensino Médio)

Exemplo 1**Habilidade avaliada**

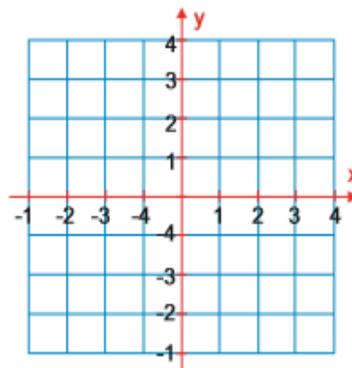
H20 Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas.

Sejam os pontos dados pelas suas coordenadas:

P (3, 0) Q (0, 3) T (-3, 0) V (0, -3)

P, Q, T e V são os vértices de um quadrilátero.

Represente esses pontos no referencial a seguir e una-os com segmentos de reta.



Você traçou um

- (A) **Quadrado** 4 lados iguais e 4 ângulos retos
- (B) Retângulo lados iguais 2 a 2 e 4 ângulos retos
- (C) Papagaio 2 pares de lados não opostos iguais
- (D) Paralelogramo lados iguais 2 a 2 e ângulos iguais 2 a 2
- (E) Trapézio escaleno 2 lados paralelos



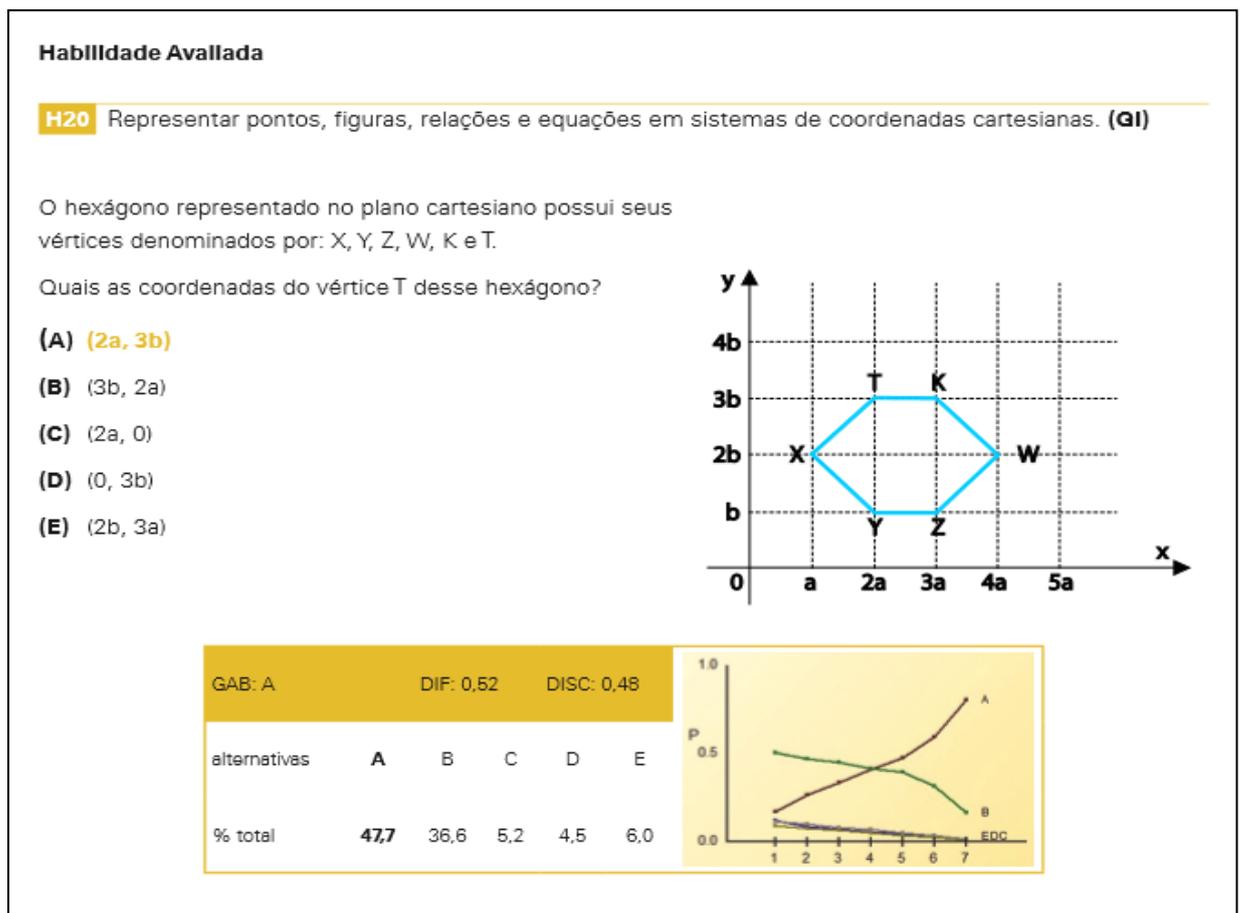
GAB	% de resposta				
	A	B	C	D	E
A	12,4	17,8	9,9	4,1	29,9

O Relatório considera que esse percentual de acerto é muito baixo por ser uma questão que deveria ser simples e fácil para um aluno da 3ª série do Ensino Médio. O Relatório não traz uma hipótese para explicar esse baixo índice de acerto.

1.2.3 Relatório Pedagógico do SARESP de 2011

No Relatório pedagógico do SARESP de 2011 encontramos apenas uma questão sobre o assunto Coordenadas Cartesianas. Na questão apresenta da figura 6 abaixo é considerada a habilidade “Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas”. Essa questão teve 47,7% de acerto pelos alunos da 3ª série do Ensino Médio. Aqui o índice de acerto foi maior, talvez porque a única habilidade necessária seja realmente a representação dos pontos. O Relatório considera insuficiente esse índice.

Figura 6 – Questão do SARESP 2011 (Ensino Médio)



O relatório não apresenta as outras questões sobre Coordenadas Cartesianas aplicadas nessa prova, mas apresenta uma tabela com a porcentagem de acertos por habilidade. A habilidade “resolver problema que envolve a representação de pontos no sistema cartesiano e a área de um triângulo (os pontos são os vértices)” teve 21,5% de acertos pelos alunos da 3ª série do Ensino Médio. A habilidade “identifica as coordenadas de um ponto no sistema cartesiano” teve 47,7% de acertos pela mesma série. E a habilidade “identificar pontos dadas as suas coordenadas cartesianas” apresentada para os alunos da 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental teve 48,4% de acertos.

1.2.4 Relatório Pedagógico do SARESP de 2012

No Relatório Pedagógico do SARESP de 2012 não foram divulgadas as questões que envolviam o tema Coordenadas Cartesianas. Apenas é apresentada uma porcentagem do desempenho dos alunos envolvendo esse tema. Essa porcentagem pode ser encontrada na Tabela 18 – Desempenho em Itens de Ligação Matemática – 9º Ano Ensino Fundamental – SARESP 2011 e 2012 do Relatório Pedagógico de 2012, p. 138. Observando essa tabela, podem-se verificar as seguintes habilidades:

“Localizar coordenadas do quarto vértice de um retângulo, dadas as coordenadas dos demais vértices” teve 54,9% de acertos em 2011 e 53,0% de acertos em 2012;

“Encontrar ponto a partir de suas coordenadas” teve 48,3% de acertos em 2011 e 47,5% de acertos em 2012.

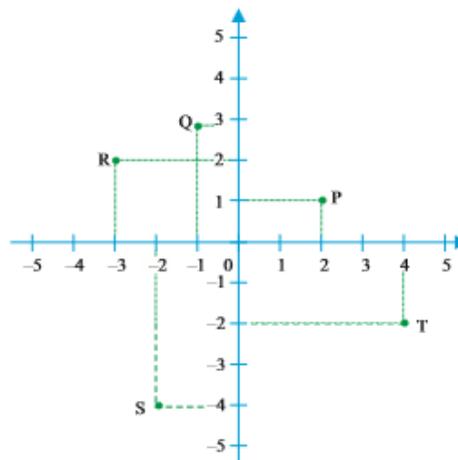
1.2.5 Relatório Pedagógico do SARESP de 2013

Em 2013, o Relatório Pedagógico do SARESP mostra em uma questão com a habilidade “Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas”, aplicada aos alunos da 3ª série do Ensino Médio, que 68% deles acertaram. Resultado que à primeira vista poderia ser satisfatório, no entanto, a questão é avaliada como fácil pelo próprio Relatório. Vemos que houve uma melhora em relação aos anos anteriores.

Figura 7 – Questão do SARESP 2013 – Exemplo 1 (Ensino Médio)

Exemplo 1³²**Habilidade Avaliada****H20** Representar pontos, figuras, relações e equações em sistemas de coordenadas cartesianas. **(GI)**

Num jogo de conquista de território, é usado um tabuleiro com o eixo das ordenadas e abscissas como base para o começo do jogo. Duas equipes são formadas (equipe 1 e equipe 2). Cada equipe recebe 5 cartas com as coordenadas geométricas para o posicionamento de suas peças. As peças da equipe 1 estão representadas no plano cartesiano pelos pontos P, Q, R, S, e T.



As coordenadas P, Q, R, S e T da equipe 1 são, respectivamente,

- (A) (2, 1); (1, 3); (3, 2); (-2, -3) e (4, 2).
(B) (2, 1); (-1, 3); (-3, 2); (-2, -4) e (4, -2).
 (C) (1, 2); (-1, -3); (3, 2); (2, 3) e (-4, 2).
 (D) (2, 1); (1, -3); (-3, 2); (-2, -3) e (4, -2).
 (E) (1, 2); (-1, 3); (3, 2); (2, -3) e (4, 2).

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	E	a	b	c
B	Fácil	Muito Boa	7,0	68,0	10,8	8,5	5,7	0,974	-0,562	0,073

Fonte: Relatório Pedagógico do SARESP de 2013

1.2.6 Relatório Pedagógico do SARESP de 2014

No relatório de 2014 não foi disponibilizada nenhuma questão envolvendo o tema aqui estudado. Podemos encontrar uma tabela que apresenta a porcentagem de acertos dos alunos em habilidades envolvendo o tema. É a Tabela com o título Desempenho em Itens de Ligação Matemática – 9º Ano Ensino Fundamental – SARESP 2013 e 2014, que pode ser encontrada na página 124. Analisando a tabela, encontra-se a seguinte habilidade:

“Encontrar coordenadas do quarto vértice de um retângulo, dadas as coordenadas dos demais vértices”. Essa habilidade teve 53,5% de acertos em 2013 e 58,0% de acertos em 2014.

1.2.7 Prova Brasil 2007

Nas Matrizes de Referência da Prova Brasil podemos encontrar itens que foram utilizados em provas com seus devidos percentuais de respostas.

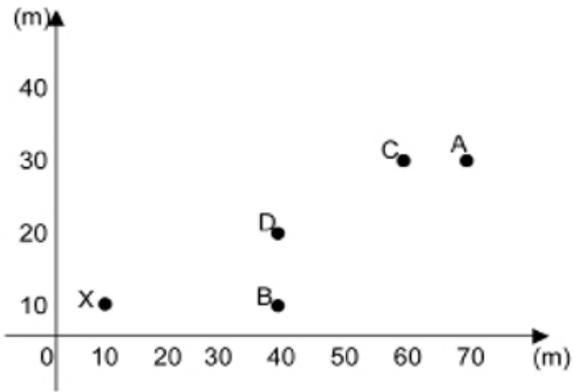
Analisando um item proposto aos alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental, onde a habilidade avaliada era a de “localizar-se ou movimentar-se a partir de um ponto referencial em mapas, croquis ou outras representações gráficas, utilizando um comando ou uma combinação de comandos: esquerda, direita, giro, acima, abaixo, na frente, atrás etc.” verifica-se que 36% dos alunos acertaram.

Figura 8 – Questão da Prova Brasil 2007 a

Exemplo de item:

A figura abaixo ilustra as localizações de alguns pontos no plano.

João sai do ponto X, anda 20 m para a direita, 30 m para cima, 40 m para a direita e 10 m para baixo.



Ao final do trajeto, João estará no ponto

➡ (A) A. (B) B. (C) C. (D) D.

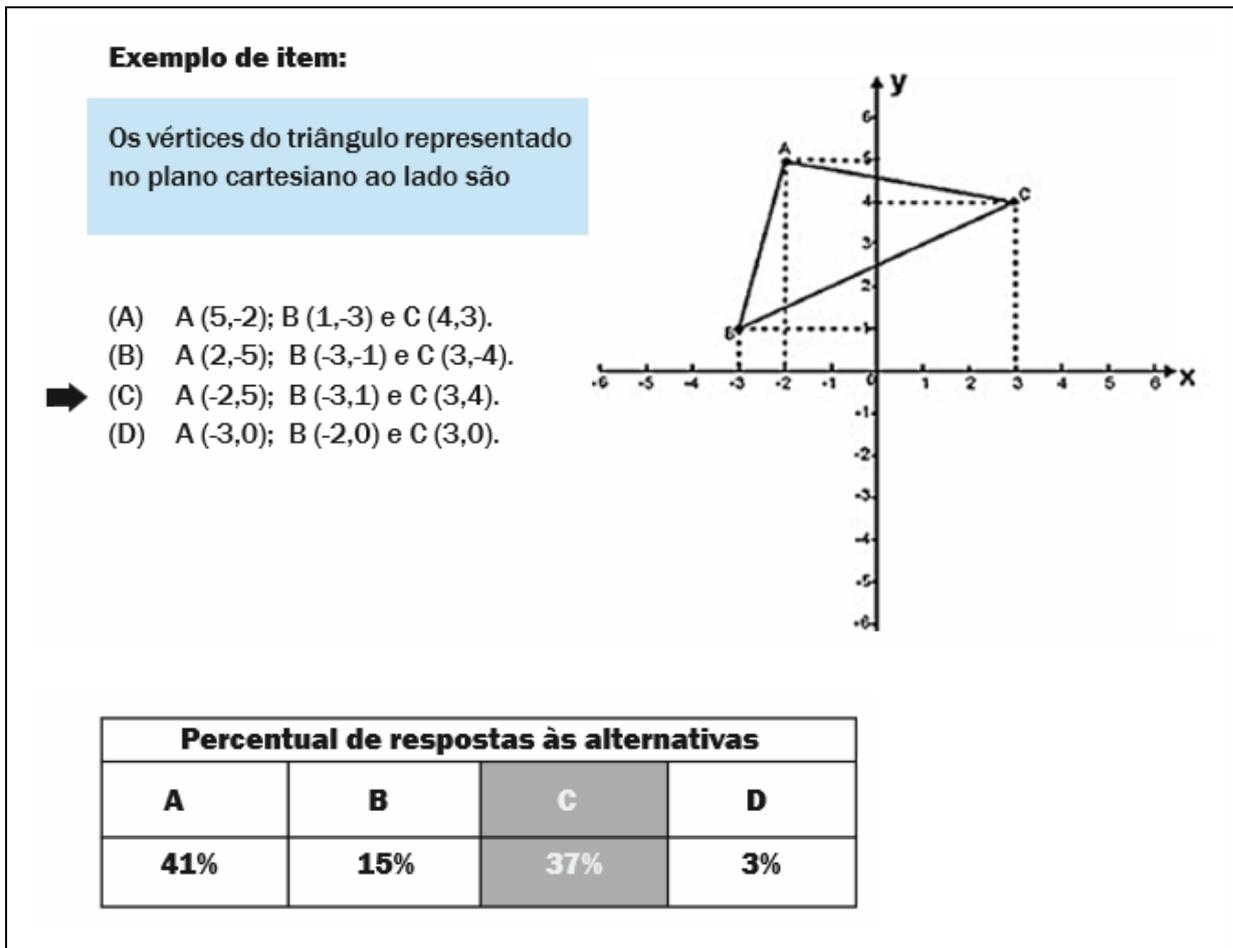
Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
36%	20%	19%	23%

Fonte: Matrizes de Referência da Prova Brasil

Pelo resultado, pode-se observar que os alunos apresentam dificuldades quanto à noção de direção de objetos localizados em um gráfico.

Para a mesma série foi apresentado um item com a habilidade de “localizar pontos em sistema cartesiano ou, a partir de pontos no sistema, identificar suas coordenadas”, e 37% dos alunos acertaram.

Figura 9 – Questão da Prova Brasil 2007 b



Fonte: Matrizes de Referência da Prova Brasil

O resultado mostra que a maioria dos alunos confunde a ordem das coordenadas dos pontos e há uma quantidade de alunos que não diferenciam coordenadas positivas de negativas.

1.3 O que os PCN e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo dizem sobre o ensino de Matemática

A partir da leitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) pode-se destacar a importância do ensino da Matemática. Através do ensino é possível desenvolver no aluno a capacidade de resolver problemas, o espírito de investigação, a capacidade de construir seus próprios conhecimentos matemáticos e de perseverar na busca de

soluções. Os PCN indicam o método da Resolução de Problemas como ponto importante para aprender Matemática.

O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las. (BRASIL, 1997, p. 32)

Nesse método é importante que o professor coloque o aluno como o protagonista para a construção de seu conhecimento e aprendizagem. Nesse contexto, os PCN revelam que o papel do professor é o de organizador da aprendizagem, ficando assim sob sua responsabilidade conhecer a competência cognitiva de seus alunos para escolher problemas que os desafiem e que possibilitem a construção do conhecimento.

Assim,

o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (BRASIL, 1997, p.26)

Os PCN falam da importância em aprender Geometria, pois é através dela que o aluno tem a possibilidade de compreender e representar o mundo no qual está inserido de forma organizada. Ainda, segundo os PCN, o estudo de Coordenadas Cartesianas e Plano Cartesiano na educação básica possibilitam ao estudante “utilizar diferentes registros gráficos — desenhos, esquemas, escritas numéricas — como recurso para expressar ideias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados.” (BRASIL, 1997, p. 56).

Segundo a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, os conteúdos a serem ensinados em Matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, se dividem em quatro blocos temáticos: Números, Geometria, Grandezas e Medidas, e Tratamento da Informação.

A Geometria é o bloco temático que contempla o ensino do Plano Cartesiano e Coordenadas Cartesianas. Segundo a Proposta Curricular do Estado de São Paulo espera-se que os alunos da 5ª e 6ª série conheçam as primeiras ideias associadas ao tema, utilizando o estudo de ampliação, redução e simetrias de figuras no plano ou localização em mapas com

coordenadas. Já na 7ª e 8ª série espera-se que os alunos tenham contato com a construção, análise e interpretação de gráficos.

Nesse contexto desejamos ressaltar a importância do instrumento didático denominado “Situações de Aprendizagem”. Vemos que ali estão reunidas explicações e atividades sobre um determinado tema. Para sua aplicação em sala de aula o professor pode organizar os alunos em grupos, ou mesmo solicitar deles um estudo individual. A ideia é substituir a aula expositiva que seria dada pelo professor sobre aquele tema. Dessa forma os estudantes trabalham durante a aula com a mínima interferência do professor. Pretende-se assim desenvolver a autonomia, o aprendizado em grupo e colaborativo. As aplicações das situações de aprendizagem mostram que os estudantes se interessam bastante.

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE/SP) em 2007 constatou pelos resultados do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) o baixo desempenho dos alunos em Matemática. Com o intuito de melhorar a aprendizagem e obter um ensino de qualidade, traçou um plano de dez metas a serem conquistadas em 2010. Para atingir as devidas metas, uma das ações propostas foi a distribuição do Material de Apoio para alunos, professores e gestores.

Nesse processo, professores e alunos receberam os cadernos produzidos por bimestre, intitulados “Caderno do Aluno” e “Caderno do Professor”, ambos contemplando a nova Proposta Curricular de 2008 no âmbito do plano de metas estabelecidas pela SEE/SP.

Assim, em 2008 a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo lançou a nova Proposta Curricular com o intuito de organizar o ensino de todo o estado. Essa proposta está apoiada na utilização de diversos materiais pedagógicos, entre eles o Caderno do Professor.

Cadernos do Professor, organizados por bimestre e por disciplina. Neles, são apresentadas situações de aprendizagem para orientar o trabalho do professor no ensino dos conteúdos disciplinares específicos. Esses conteúdos, habilidades e competências são organizados por série e acompanhados de orientações para a gestão da sala de aula, para a avaliação e a recuperação, bem como de sugestões de métodos e estratégias de trabalho nas aulas, experimentações, projetos coletivos, atividades extraclasse e estudos interdisciplinares. (FINI, 2008, p. 9)

Também faz parte desse material o Caderno do Aluno, que é destinado aos alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Nele são apresentados os conteúdos curriculares através de folhas de atividades denominadas Situações de Aprendizagem.

Analisando a proposta atual pode-se perceber que ela traz novas metodologias e tem intenção de mudar a concepção da escola, transformando a escola que ensina para a escola que também aprende.

Algumas fragilidades na implantação da proposta podem ser constatadas através de minha convivência escolar. Pode-se constatar que no início da implantação da proposta, ela foi bem recebida por todos os docentes, mas devido à falta de informação e dedicação aos estudos, muitos professores de Matemática acabaram deixando de lado a utilização do material, passando a utilizar apenas o livro didático para o preparo de suas aulas. Outra fragilidade ocorre com os professores que utilizam o material de forma incorreta. Ele explica primeiro pelo método habitual, e só depois pede aos alunos que resolvam as questões do caderno do aluno, o que pode significar que o professor não incorporou totalmente a proposta dos cadernos.

Para finalizar, vale ressaltar que:

parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho. (BRASIL, 1997, p. 22)

1.4 O Ensino da Matemática na visão dos pesquisadores

Aprender e ensinar matemática são processos que devem caminhar juntos e são essenciais para os saberes associados à prática do professor de Matemática. Logo, novas formas de ensinar e aprender Matemática devem ser uma das preocupações atuais dos docentes.

A aprendizagem não é o resultado do desenvolvimento: a aprendizagem é o próprio desenvolvimento. Ela requer invenção e auto-organização por parte do estudante.

Deste modo, os professores precisam permitir que os estudantes levantem suas próprias questões, gerem suas próprias hipóteses e modelos como possibilidades e testem suas viabilidades. (WALLE, 2009, p. 9)

Para Rosa (2009) o conhecimento lógico-matemático é construído através das relações que o aluno elabora na atividade de pensar o mundo, portanto esse conhecimento não deve ser ensinado através de repetição e memorização. Em seu artigo, Rosa (2009) fala que Jean Piaget criticava a escola tradicional, pois considerava o aluno um indivíduo passivo. O ensino deve estimular o raciocínio possibilitando ao aluno ser criativo. Cabe ao professor oportunizar situações que levem o aluno a buscar a sua própria solução, utilizando para isso trabalho em grupo ou individual de forma prática. Rosa (2009) ainda comenta sobre uma fala de Paulo Freire, é tarefa do professor ensinar o aluno a pensar certo.

Sobre o atual formato das aulas de Matemática:

sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor. (D'AMBRÓSIO, 1989, p.15).

Alguns motivos da dificuldade em aprender Matemática podem ser destacados:

dificuldades originadas no ensino inadequado ou insuficiente, seja porque a organização do mesmo não está bem sequenciado, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz. (SANCHES, 2004, p. 174)

Diversos educadores matemáticos asseguram que é necessário tornar a aprendizagem significativa para o aluno através da vivência de situações investigativas, de exploração e descoberta.

A metodologia a ser utilizada pelo docente deve ser a questão principal para transformar o saber científico em um saber que se possa ensinar. Ela deve ser muito bem estudada e aplicada.

A partir da leitura do artigo “Dificuldades de aprendizagem em matemática” de Santos (2012), podemos destacar que grande parte dos alunos tem dificuldades para aprender Geometria Analítica. Na Geometria Analítica podemos mencionar o tema Coordenadas Cartesianas. Segundo o autor, algumas das dificuldades dos alunos podem ser apontadas como localizar-se no espaço, representação mental, concentração, percepção entre outros problemas. Ainda segundo o autor, essas dificuldades estão ligadas a questões pedagógicas, didáticas e metodológicas. Assim a tarefa do professor é buscar novas metodologias para minimizar esse problema. (SANTOS, 2012)

Analisando os diversos artigos que li, pode-se dizer que o trabalho em sala de aula utilizando sequências didáticas que incluem Situações de Aprendizagem é muito interessante para melhorar o ensino. Através dele é possível favorecer a construção da autonomia do aluno, a interação e cooperação entre os colegas, compreender as diferentes percepções e opiniões dos alunos, avaliar o desenvolvimento do aluno continuamente e a própria prática docente. Entretanto a construção das chamadas Situações de Aprendizagem não é fácil. Colocar ali apenas exercícios de repetição de conceitos e técnicas acaba por repetir o procedimento do ensino tradicional. Se o professor desejar construir suas próprias folhas de atividades com situações de aprendizagem precisa encontrar problemas criativos para atrair a atenção dos alunos, assim como problemas que tenham um certo sabor investigativo.

1.5 O que os livros didáticos apresentam sobre o tema Coordenadas Cartesianas

Analisando o Guia de livros didáticos: PNLD de Matemática (2014), verifica-se que desde o 7º ano uma grande quantidade de livros inicia o estudo dos temas Coordenadas Cartesianas e Plano Cartesiano. Já no Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, Caderno do Professor e Caderno do Aluno, algumas ideias do tema podem ser observadas a partir da 6º ano, através da construção de gráficos.

O ensino de Coordenadas Cartesianas e Plano Cartesiano nos livros didáticos tradicionalmente acontece trabalhando o conceito e exemplos, em seguida com a resolução de exercícios, exigindo apenas a repetição de procedimentos. Esse método favorece com que o aluno apenas memorize o processo, mas não domine a habilidade.

Analisando os livros didáticos na área de Matemática, podemos perceber que a grande maioria estimula pouco a criatividade, o desenvolvimento do raciocínio lógico, a iniciativa pessoal e o trabalho em grupo.

Sobre o livro didático:

O livro deve ser visto como um (e não o único) importante auxiliar do professor que busca ensinar Matemática de modo mais significativo para o aluno, com assuntos de vivência dele, desenvolvendo conceitos com compreensão e situações-problema interessantes, contextualizadas e/ou interdisciplinares. (DANTE, 2009, p.6)

Observando as coleções: ‘Projeto Radix: Matemática’ de Ribeiro (2009), ‘Matemática e Realidade’ de Iezzi, Dolce e Machado (2009), ‘Matemática’ de Bianchini (2009) e ‘Tudo é Matemática’ de Dante (2009), podemos destacar que o tema Coordenadas Cartesianas é trabalhado de forma indireta através de exercícios e exemplos utilizando gráficos e tabelas. A contextualização do tema acontece de forma geral, com algumas atividades próximas da realidade do aluno. Pode-se verificar que as atividades propostas não estabelecem uma relação entre as diferentes formas de linguagem, por exemplo, texto, desenho de uma figura geométrica, expressão de uma fórmula entre outros. Segundo THIEL, nos volumes citados não é observada uma proposta que faça com que o aluno elabore um conceito tendo como ponto de partida a organização de ideias.

Concluimos que para o Ensino da Matemática ser mais significativo é necessário que o professor crie cenários para propiciar a autonomia e a resolução de problemas, para isso a ideia de criar uma sequência didática que inclua situações de aprendizagem parece ser a mais adequada para adotarmos nessa dissertação.

CAPÍTULO 2

PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES

2.1 Introdução

De minha experiência pessoal como Professora de Matemática e Professora Coordenadora do Ensino Fundamental, levando em conta tudo o que li, concluí que o material com o qual devemos trabalhar com nossos alunos deve ser contextualizado, dinâmico, com situações problemas; algumas simples e outras desafiadoras, que instiguem os alunos a pensar, desenvolvendo sua autonomia e criticidade. Escolhi para o desenvolvimento da Proposta Didática a Situação de Aprendizagem sobre o tema Coordenadas Cartesianas que consta no Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, Caderno do Aluno.

Esse Capítulo corresponde à segunda fase da Engenharia Didática, que objetiva a concepção e análise *a priori* da proposta.

Descrevo assim o planejamento da proposta didática, abordando as atividades a serem utilizadas, a metodologia a ser utilizada na sua aplicação e o cronograma de encontros para as aulas. Em seguida apresento as folhas de atividades contidas no material Caderno do Aluno, roteirizando toda sua execução. Discorro ainda sobre os objetivos almejados em cada atividade e respostas esperadas frente aos alunos que participarão do processo.

2.2 Descrição da Situação de Aprendizagem sobre Coordenadas Cartesianas

A proposta desse trabalho é aplicar as atividades contidas na Situação de Aprendizagem 2 do Caderno do Aluno de Matemática, 8º ano, volume 2.

Segundo a orientação geral do Caderno do Professor, na abordagem das atividades propostas no Caderno, busca-se evidenciar a contextualização dos conteúdos e desenvolver a competência leitora e escritora no aluno.

Na Situação de Aprendizagem aqui estudada é iniciada a apresentação do recurso da representação de figuras por meio de coordenadas.

A habilidade de representar informações em um plano com eixos orientados já foi trabalhada em anos anteriores, 6º e 7º ano. No entanto, é no 8º ano que essa habilidade será aprofundada e será inserida a ideia de representação utilizando coordenadas.

A Situação de Aprendizagem “Coordenadas Cartesianas e Transformações no Plano” tem a intenção de trabalhar com os seguintes conteúdos: coordenadas; plano cartesiano; pares ordenados e transformações geométricas. A partir das atividades pretende-se desenvolver a habilidade de “conhecer as principais características do sistema de coordenadas cartesianas”, “localizar pontos e figuras geométricas no plano cartesiano”, realizar transformações geométricas no plano usando operações com as coordenadas cartesianas”.

Para o desenvolvimento da Situação de Aprendizagem, a estratégia a ser utilizada será a análise e resolução de situações-problema, utilização de um jogo para que o aluno se familiarize com o plano cartesiano e representação de pontos e figuras no plano cartesiano. E a metodologia será baseada na resolução de problemas, sendo que a participação do aluno é o objetivo principal, para que o mesmo seja capaz de construir seu próprio conhecimento.

Nossa proposta é trabalhar com aulas diferenciadas nas quais o aluno tem maior participação através de realização de atividades e resolução de problemas. Essas aulas serão mais investigativas e menos expositivas.

A metodologia de resolução de problemas é de grande importância para o aprendizado do aluno.

“uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter”.

(POLYA, 1995, p.5).

Para o desenvolvimento da Situação de Aprendizagem, cada aluno receberá um Caderno do Aluno e serão organizados em duplas. Cada dupla deverá trabalhar em conjunto

para resolver as atividades e problemas propostos, no entanto cada aluno realizará as atividades em seu próprio Caderno para que cada um desenvolva a competência escritora.

Para a aplicação das atividades pretendo utilizar quatro encontros com duas aulas cada. Cada aula com duração de 50 minutos, totalizando 100 minutos por encontro.

1º Encontro

O primeiro encontro deverá acontecer no dia 19/10/2015 com a turma do 8º Ano B, e dia 20/10/2015 com a turma do 8º Ano A. Nesse encontro, com duração de duas aulas (100 minutos) iremos trabalhar as seguintes atividades:

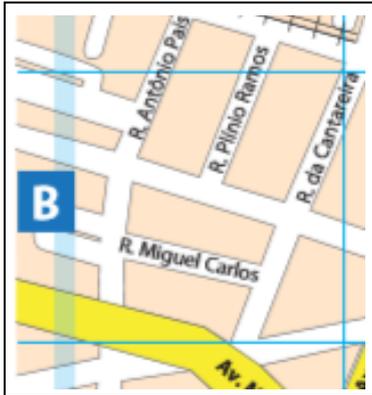
- representar uma determinada localidade pela combinação de letras e números.

Acredito que para resolver essa atividade os alunos não terão dificuldades.

As respostas esperadas na atividade são:

Figura 11 – Resposta da Atividade1

a)



Fonte: Caderno do Aluno

O aluno deve localizar essa rua no mapa e fazer alguma marcação mostrando que a encontrou.

b) C4

Imagino que a maioria dos estudantes dará a resposta C4, mas pode aparecer a resposta 4C, que também é correta. A ordem aqui não importa porque as duas direções perpendiculares são codificadas com símbolos diferentes. Talvez fosse o caso de ser apresentada outra atividade que use o código de letras nas duas direções. Nesse caso a ordem importaria para a correta localização.

Atividade 2

Figura 12 – Atividade de Pesquisa



PESQUISA INDIVIDUAL

2. Consulte um guia de ruas e localize a rua onde você mora e a rua de sua escola. Procure os seus nomes no índice alfabético e anote suas coordenadas (página, linha e coluna).

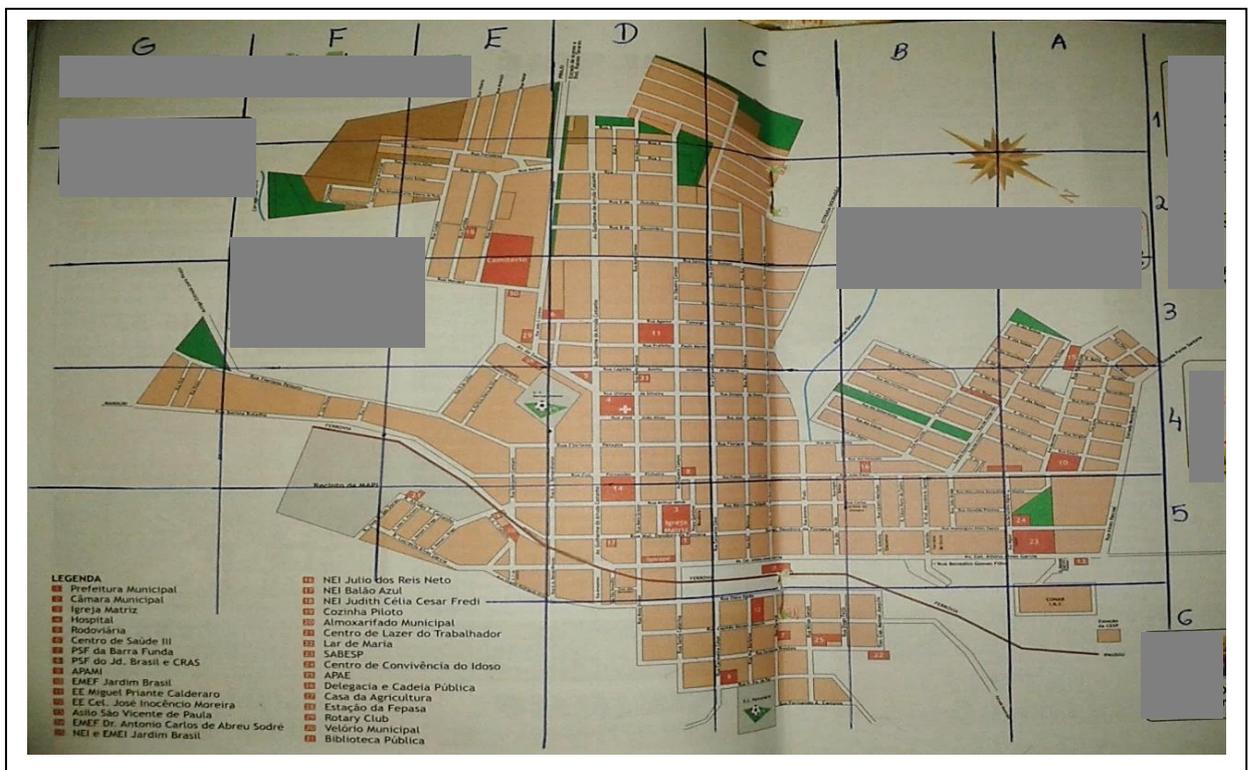
Casa: _____

Escola: _____

Fonte: Caderno do Aluno

Para essa atividade será disponibilizado aos alunos um mapa da cidade adaptado com as coordenadas, retirado da lista telefônica da cidade.

Figura 13 – Mapa da cidade



Fonte: Lista Telefônica da cidade

A atividade tem como objetivos:

- fazer com que o aluno consiga localizar em mapas pontos comum ao seu cotidiano;
- aperfeiçoar a forma de representação de pontos por coordenadas.

Nessa atividade, os alunos podem encontrar dificuldade para encontrar no mapa a rua onde moram e a rua da escola.

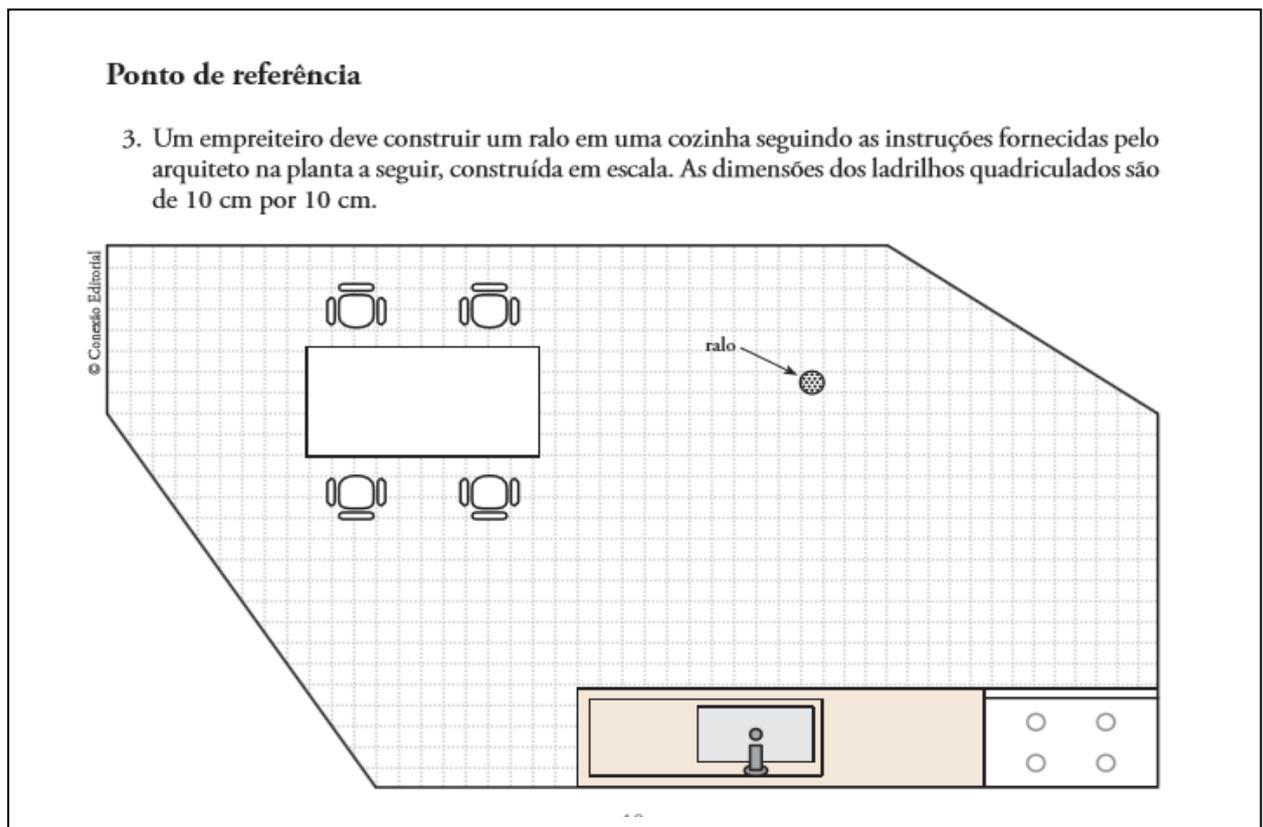
As repostas esperadas na atividade são:

Casa: resposta pessoal

Escola: C6 ou 6C

Atividade 3

Figura 14 – Atividade Ponto de Referência



<p>a) Como você faria para informar a localização precisa do ralo nessa planta?</p> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>b) Tendo como ponto de referência o canto superior esquerdo da planta, quais são as coordenadas horizontais e verticais do ralo?</p> <hr/> <hr/>
<p>c) Escolha outro ponto de referência na planta e escreva as coordenadas do ralo.</p> <hr/> <hr/>

Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivos:

- Verificar se o aluno consegue adotar algum ponto de referência para localização do objeto;
- Compartilhar as diferentes estratégias encontradas pelos alunos da dupla;
- Ampliar o conceito de ponto de referência;
- Ampliar o conceito de coordenadas horizontais e verticais.

Provavelmente, nesse momento, aparecerão inúmeras respostas diferentes. Cada aluno irá encontrar um ponto de referência diferente.

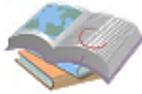
As respostas esperadas na atividade são:

- a) Resposta pessoal. Devemos verificar se o aluno adotou algum tipo de referência
- b) 3,1 ou 3,2 m na direção horizontal e 0,6 ou 0,7 m na direção vertical
- c) Resposta pessoal. O aluno deve descrever qual ponto de referência está usando.

Entendemos da atividade proposta que a palavra “precisa” que aparece no item a) tem um sentido relativo, e não significa necessariamente dar uma resposta exata do tipo localizar o centro do ralo. A confecção dessa questão deixou um pouco a desejar.

Atividade de Leitura e análise de texto

Figura 15 – Atividade de Leitura e análise de texto 1



Leitura e análise de texto

Localização e dimensões

Para encontrarmos o local de uma casa, precisamos do **endereço** dela. No caso, precisamos saber o nome da rua e o número da casa. Encontrada a rua, basta nos orientarmos pela numeração até localizarmos a casa. Por convenção, a numeração de uma rua segue um **sentido** crescente de numeração relacionado à distância em relação ao início dessa rua. Esse início é estabelecido por convenção, e a partir dele numeram-se as residências, com os números pares à direita e os ímpares à esquerda. Assim, a casa de número 250 fica no lado direito da rua, a aproximadamente 250 metros de seu início. Essa situação envolveu a localização de um ponto em determinado espaço de **uma dimensão**, a saber, da distância da casa até o início da rua.

No caso do guia de endereços, para localizar uma rua foram necessárias duas informações: a primeira em relação à direção horizontal (representada por letras), e a segunda, em relação à direção vertical (representada por números). O mesmo ocorre quando queremos informar a localização de um livro em uma estante. A prateleira informa a dimensão vertical e a posição do livro na prateleira, a dimensão horizontal. Tal livro encontra-se na 5ª prateleira de baixo para cima, e é o 5º da direita para a esquerda.

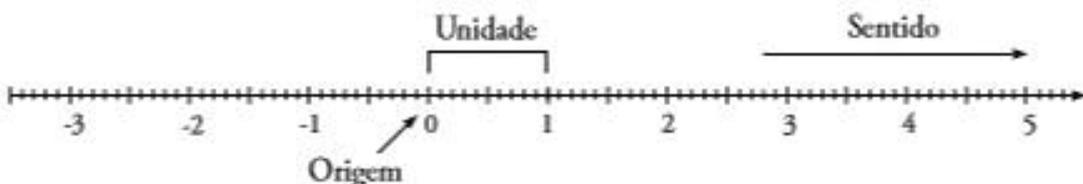
Um mapa geográfico também envolve a localização de duas direções: a vertical, chamada de latitude, e a horizontal, que é a longitude. O sentido de cada uma dessas direções foi estabelecido por convenção: Norte e Sul a partir da linha do Equador para a latitude, e Leste e Oeste a partir do meridiano de Greenwich para a longitude. A cidade de Santos, por exemplo,

encontra-se $23^{\circ} 57'$ ao Sul do Equador e $46^{\circ} 20'$ a Oeste do meridiano de Greenwich. As três situações descritas envolveram a localização em um espaço de **duas dimensões**.

Já a posição de um avião em pleno voo envolve a localização em um espaço de **três dimensões**. Além das coordenadas geográficas (latitude e longitude), precisamos determinar a altura em que o avião está viajando, completando, assim, três informações. Outro exemplo é a localização de um livro em uma biblioteca com várias fileiras de estantes. Precisamos informar a fileira em que se encontra a estante, a prateleira e a posição do livro na prateleira. Para três dimensões, três informações são necessárias.

Da reta numerada ao plano

O modelo matemático mais usado para localizar pontos em uma dimensão é a reta numerada (veja a figura a seguir). Para localizar um ponto com precisão em uma reta são necessários três elementos. O primeiro é um ponto de referência ou **origem**, a partir do qual serão feitas as comparações de distância. O segundo é um **sentido** de crescimento, de forma que seja possível estabelecer uma sequência crescente de numeração. E, por fim, uma **unidade** de medida, que servirá de parâmetro para a marcação de todos os outros pontos da reta.

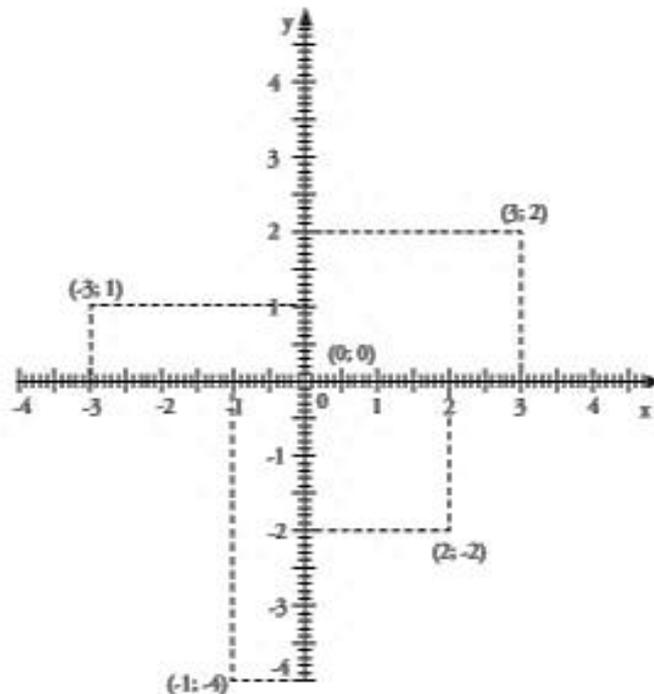


Parte-se do pressuposto de que é possível associar cada ponto da reta a um único número real e cada número real a um único ponto na reta. Essa afirmação não será justificada neste momento, uma vez que será aprofundada somente no estudo da construção e representação dos números reais, na 8ª série/9º ano. Por enquanto, basta que compreenda que é possível localizar e representar números inteiros e racionais na **reta numerada**.

Essa correspondência entre pontos e números define um sistema de coordenadas na reta. O número correspondente a um ponto da reta é chamado de **coordenada**. A coordenada nada mais é do que o **endereço** de um ponto na reta numerada.

A reta numérica, contudo, não é suficiente para localizar pontos em um espaço de duas dimensões. O modelo matemático mais utilizado para esse fim é o **plano**. O plano cartesiano consiste na junção de duas retas numeradas (eixos coordenados), uma horizontal e outra vertical, que se cruzam no ponto de origem.

Do mesmo modo que um número representava um ponto na reta numerada, um par de números representará um ponto no plano. Cada um desses números corresponderá a um ponto em um dos eixos coordenados. Assim, o **endereço** de um ponto no plano corresponde a um **par ordenado** de números. Essa ordenação foi convencionada da seguinte forma: o primeiro número corresponde ao eixo horizontal e o segundo, ao vertical. Por exemplo, o ponto correspondente ao par ordenado $(3; 2)$ encontra-se a 3 unidades de distância da origem na horizontal e a 2 unidades na vertical. O gráfico a seguir mostra a representação de alguns pares ordenados no plano cartesiano.



Por convenção, o **ponto de origem** do plano corresponde ao par ordenado $(0; 0)$, que é o ponto de interseção das duas retas numeradas. O sentido de crescimento no eixo horizontal é da esquerda para a direita e no vertical, de baixo para cima. Os números positivos são representados à direita e acima do ponto de origem, e os negativos, à esquerda e abaixo desse ponto. Os pontos do plano são representados pelos pares ordenados $(x; y)$, no qual x representa os valores associados ao eixo horizontal, e y , os valores associados ao eixo vertical.

No caso da representação de planos no **espaço**, acrescenta-se mais um eixo coordenado perpendicular ao plano, passando pela origem. Assim, no espaço, o **endereço** de um ponto é uma coordenada composta por três pontos ordenados $(x; y; z)$.

O nome do sistema de coordenadas cartesianas é uma homenagem ao seu criador, o filósofo e matemático francês **René Descartes**, que viveu no século XVII. A ideia de localizar pontos no plano por meio de um sistema de coordenadas representou um grande avanço no estudo da Geometria. A partir da criação do sistema de coordenadas cartesianas, a Geometria passou a se apoiar nas técnicas de representação algébrica, permitindo um estudo mais analítico das figuras geométricas. Além disso, a própria Álgebra se transformou, pois os valores de uma função puderam ser representados graficamente, permitindo uma análise geométrica das expressões algébricas.

As atividades a seguir têm como objetivo principal apresentar os principais elementos do sistema de coordenadas no plano, por meio da representação de figuras geométricas e das possíveis transformações que podem ser feitas a partir de operações com suas coordenadas: translações, reflexões, ampliações e reduções. Na atividade 5, serão introduzidos os termos **abscissa** e **ordenada** para designar as coordenadas dos eixos x e y , respectivamente.

A atividade tem como objetivos:

- Apresentar o plano cartesiano;
- Explicar termos específicos ao tema, como abscissa e ordenada;
- Representar os pares ordenados.

Nesse momento, pretendo fazer uma leitura compartilhada, onde alguns alunos serão escolhidos ao acaso para lerem um parágrafo do texto.

Espero que durante a leitura, os alunos se concentrem e façam perguntas.

Acredito que seja necessário explicar na lousa detalhadamente como localizar um ponto no plano cartesiano e pedir para os alunos localizar alguns pontos no plano cartesiano apresentado no texto, para que compreendam melhor o processo. Pedirei para que localizem os pontos: $(4,3)$; $(-2,3)$; $(1,-4)$; $(-4,0)$ e $(0,3)$.

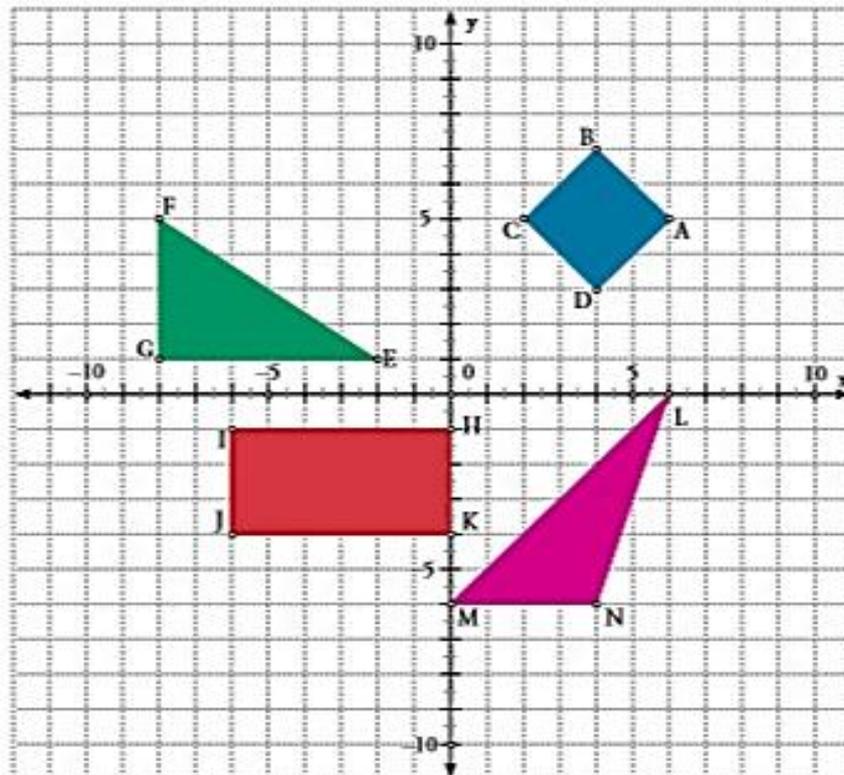
Estudando o material, percebi que não é explicado o conceito de quadrantes, assim farei nesse momento uma explanação na lousa sobre o assunto utilizando o plano cartesiano do texto.

Atividade 4

Figura 16 – Atividade de Representação de figuras no plano

Representação de figuras geométricas no plano

4. Observe as figuras geométricas representadas no plano a seguir. Podemos localizá-las por meio de coordenadas horizontais e verticais. Por exemplo, os vértices do quadrado ABCD têm as coordenadas: A (6; 5), B (4; 7), C (2; 5) e D (4; 3).



- a) Escreva as coordenadas dos vértices do triângulo EFG, do retângulo HIJK e do triângulo LMN.

- b) Quais pontos assinalados possuem a mesma coordenada x (*abscissa*)?

- c) Quais pontos assinalados possuem coordenada y (*ordenada*) igual a zero?

d) Qual ponto assinalado encontra-se mais próximo da origem?

e) E o mais afastado?

f) Quais pontos assinalados possuem todas as coordenadas negativas?

g) Quais pontos assinalados possuem abscissas negativas e ordenadas positivas?

h) Calcule a área de cada uma das figuras.



Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivos:

- Reconhecer a representação de figuras geométricas no plano;
- Escrever as coordenadas dos vértices das figuras geométricas representadas no plano;
- Calcular a área de figuras geométricas representadas no plano.

As respostas esperadas na atividade são:

- a) $E(-2,1)$; $F(-8,5)$; $G(-8,1)$
 $H(0,-1)$; $K(0,-4)$; $J(-6,-4)$; $I(-6,-1)$
 $L(6,0)$; $M(0,-6)$; $N(4,-6)$
- b) A e L, B e D e N, F e G, H e K e M, I e J.
- c) L
- d) H
- e) F

- f) J e I
- g) E, F e G
- h) Área do quadrado ABCD: 8
Área do triângulo EFG: 12
Área do retângulo HIJK: 18
Área do triângulo LMN: 12

Alguns dos possíveis erros que os alunos podem cometer são:

- Trocar a ordem das coordenadas
- Dificuldade em representar pontos que estão situados no eixo das abscissas ou no eixo das ordenadas

Acredito que alguns alunos não devem lembrar como calcular as áreas das figuras, assim, nesse momento farei uma retomada sobre o assunto utilizando a lousa.

Atividade 5

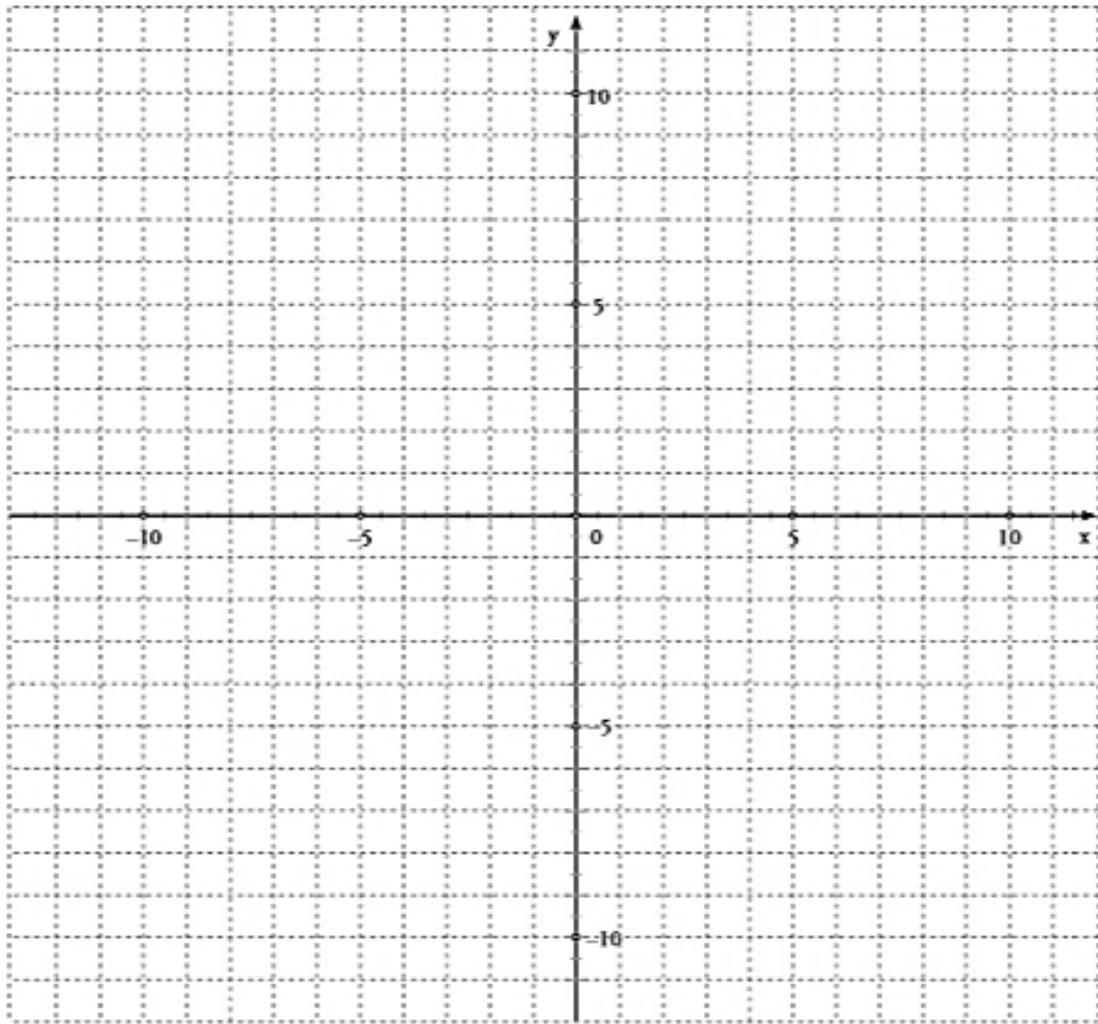
Figura 17 – Atividade Desenhando Polígonos

Desenhando polígonos

5. Desenhe os seguintes polígonos no plano cartesiano a partir das coordenadas de seus vértices:

- Triângulo ABC, sendo A (5; 2), B (7; 7) e C (1; 5).
- Quadrado DEFG, sendo D (-3; 2), E (-3; 7), F (-8; 7) e G (-8; 2).
- Hexágono HIJKLM, sendo H (-7; 0), I (-10; 0), J (-12; -3), K (-10; -6), L (-7; -6) e M (-5; -3).

- Quadrilátero NOPQ, sendo N (7; 0), O (0; -3), P (7; -6) e Q (5; -3).



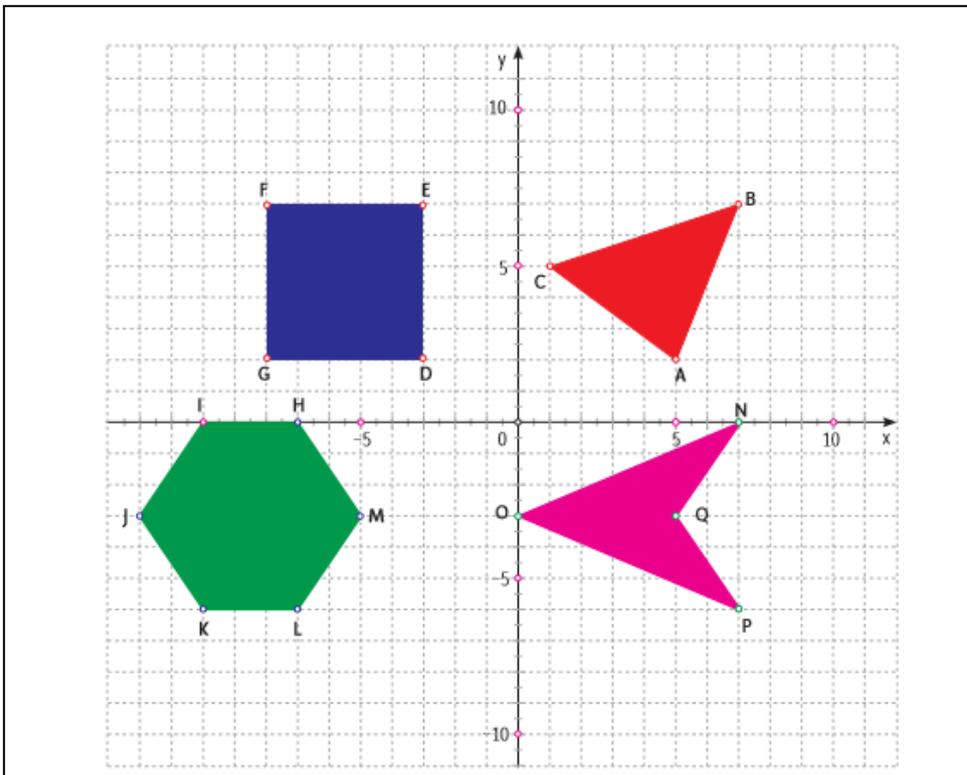
Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivos:

- Localizar pontos no plano cartesiano;
- Desenhar polígonos no plano, dados seus vértices.

As respostas esperadas na atividade são:

Figura 18 – Resposta da Atividade



Fonte: Caderno do Professor

Nessa atividade alguns alunos terão dificuldades em localizar os pontos do Hexágono HIJKLM e do Quadrilátero NOPQ por apresentarem coordenadas negativas e por serem polígonos com um número maior de vértices. Pedirei para os alunos fazerem com atenção e observarem bem o sinal das coordenadas.

Atividade 6

Figura 19 – Atividade 6

6. Com base nas figuras obtidas na atividade anterior, responda:

a) Quais pontos assinalados estão situados no eixo das abscissas?

b) O que eles têm em comum?

c) Quais pontos assinalados possuem ordenadas negativas e abscissas positivas?

d) Qual ponto assinalado encontra-se mais próximo da origem?

c) E o mais afastado?

f) Qual é a distância entre os vértices M e Q?

Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivos:

- Localizar pontos no eixo das abcissas;
- Encontrar os pontos mais próximos e mais afastados da origem;
- Determinar a distância entre dois pontos.

As respostas esperadas na atividade são:

- N(7,0); H(-7,0) e I(-10,0)
- As coordenadas y (ordenadas) iguais a 0.
- P(7,-6) e Q(5,-3)
- O(0,-3)
- J(-12,-3)
- 10 unidades

Acredito que nesse momento ainda haverá alunos que não compreenderam o significado de abscissa e ordenada. Pedirei para as duplas que estiverem com dificuldades voltarem na atividade 4, p. 59, e lerem o enunciado das questões, onde acontece a explicação.

Atividade 7

Figura 20 – Atividade 7

7. Determine o quadrante a que pertencem os seguintes pontos:

A (2; -3), B (7; 1), C (-1; -4), D (1,3; -0,5), E ($-\frac{5}{4}$; 2), F ($-1; -\frac{1}{2}$), G (2,5; 0,25).

1º quadrante: _____ 2º quadrante: _____

3º quadrante: _____ 4º quadrante: _____

Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivos:

- Avaliar a aprendizagem dos alunos quanto a localização de pontos no plano cartesiano;
- Determinar o quadrante de um ponto.

As respostas esperadas na atividade são:

1º quadrante: B, G

2º quadrante: E

3º quadrante: C, F

4º quadrante: A, D

Essa atividade é simples de ser realizada, não necessita que o aluno localize os pontos no plano minunciosamente, basta ele perceber os sinais das coordenadas. Farei essa orientação a eles.

2º Encontro

O segundo encontro deverá ocorrer no dia 22/10/2016 para as turmas do 8º Ano A e 8º Ano B. Com duração de 2 aulas (100 minutos), serão trabalhadas as seguintes atividades:

Atividade de Correção

Correção das atividades do 1º encontro:

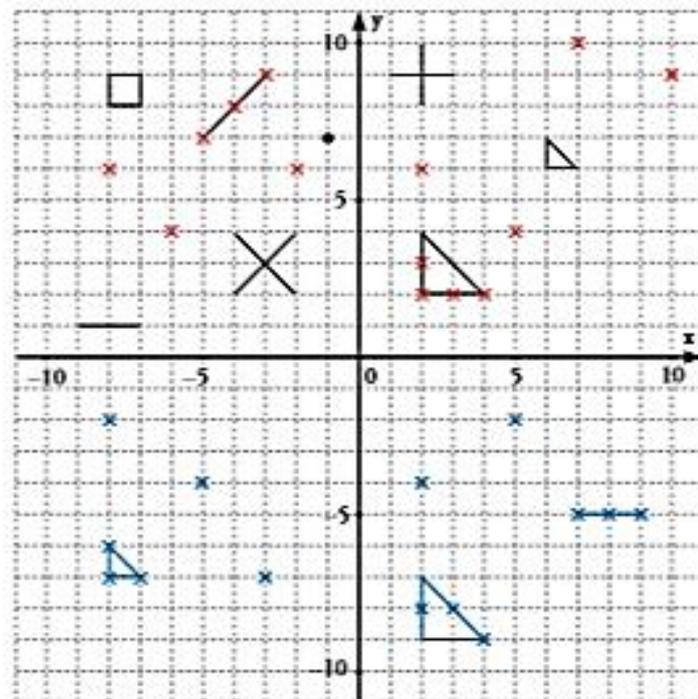
Nesse momento farei a correção das atividades utilizando a lousa, para que os alunos que erraram compreendam como deveriam ter feito e recupere as habilidades que não dominaram. Essa correção será realizada com a participação dos alunos e as anotações e correções serão anotadas nos cadernos de classe.

Objetivos:

- Socializar as diferentes respostas dadas por cada dupla de aluno, mostrando que não há uma única resposta correta;
- Discutir coletivamente os erros apresentados;
- Intervir nas respostas apresentadas de forma incorreta;
- Verificar quais foram as dúvidas mais comuns e analisar se a proposta estava clara;

- III. As extremidades de cada objeto devem situar-se no cruzamento de uma linha horizontal e vertical. As coordenadas devem ser números inteiros.
- IV. Não ultrapasse os limites do tabuleiro. Não posicione seus objetos sobre os eixos coordenados. Limites: Norte (abscissas entre -10 e 10 , ordenadas entre 1 e 10); Sul (abscissas entre -10 e 10 , ordenadas entre -10 e -1). Os símbolos não podem se interceptar.
- V. Cada jogador, na sua vez de jogar, terá direito a 3 "tiros", anunciando as coordenadas $(x; y)$ de localização. O adversário deverá dizer se os tiros acertaram algum alvo, indicando qual dos tiros e que objeto foi atingido. Se não houve nenhum acerto, bastará dizer que foi "água". Exemplo: Norte atira no Sul: $(-2; -3)$, $(4; -2)$, $(1; -7)$; Sul responde: $(-2; -3)$ e $(4; -2)$ deram "água"; $(1; -7)$ acertou o vértice de um triângulo menor.
- VI. Para afundar um alvo é preciso acertar as coordenadas de todos os seus pontos que estejam no cruzamento de uma linha e uma coluna. Por exemplo: o objeto $+$ (adição) possui 5 pontos (as 4 extremidades e o ponto central); o triângulo maior possui 6 pontos (3 vértices e 3 pontos situados no meio de cada lado).
- VII. O jogador atacado deverá informar se o objeto for "afundado".
- VIII. Os jogadores devem marcar (com um x) os tiros dados em seus respectivos tabuleiros para saber quais tiros foram dados e recebidos.
- IX. Ganha o jogo quem conseguir acertar a esquadra completa do outro jogador.

Veja o exemplo de um tabuleiro usado pelo jogador Norte e seus tiros dados (em azul) e recebidos (em vermelho).

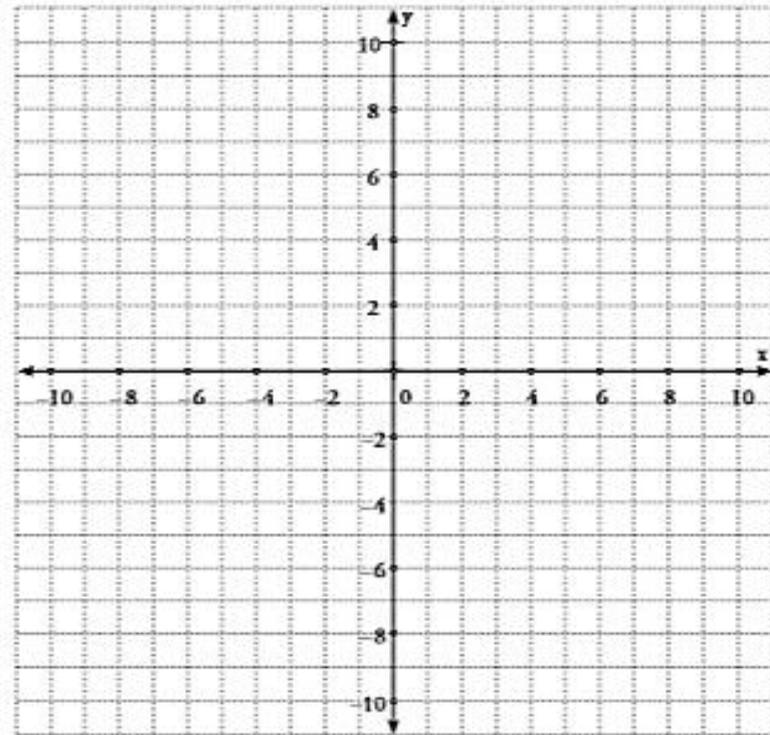




Observação!

É importante que cada jogador dê os tiros com as coordenadas correspondentes ao quadrante do adversário, caso contrário, poderá acertar a própria esquadra.

Tabuleiro



Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivos:

- Localizar pontos no plano cartesiano;
- Reconhecer o sinal das coordenadas nos quatro quadrantes do plano cartesiano;
- Despertar o interesse pelo tema utilizando jogos.

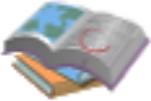
Nessa atividade farei a leitura em voz alta das regras do jogo com cada aluno acompanhando em seu material. Pedirei para que façam a escolha de quem será cada jogador e inicie o jogo.

A resposta esperada na atividade é pessoal. Cada aluno irá posicionar seus símbolos em coordenadas diferentes.

Essa atividade será bem prazerosa, os alunos se descontrairão e será possível analisar quais alunos ainda não localizam pontos no plano cartesiano corretamente para uma possível intervenção.

Atividade: Leitura e análise de texto

Figura 22 – Atividade de Leitura e análise de texto 2



Leitura e análise de texto

Chamamos **translação** o movimento de uma figura no plano em que todos os seus pontos são igualmente deslocados em uma determinada direção. A translação está associada a uma figura matemática denominada vetor, que indica a direção e a magnitude de um movimento.

Nesta atividade, vamos distinguir três tipos de translação. A **translação horizontal**, tanto no sentido da esquerda para a direita ($x + a$), quanto no sentido da direita para a esquerda ($x - a$). A **translação vertical**, de cima para baixo ($y - b$) ou de baixo para cima ($y + b$). E, finalmente, a **translação combinada**, que mescla movimentos na horizontal ou na vertical ($x \pm a; y \pm b$).

Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivo:

- Conhecer o significado de translação horizontal, translação vertical e translação combinada.

Nessa atividade pedirei para os alunos fazerem a leitura individualmente e discutirem com o colega da dupla a interpretação.

Atividade 9

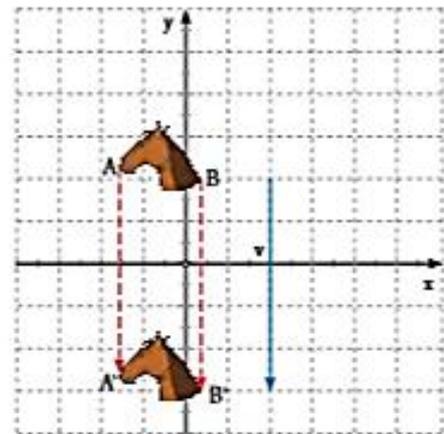
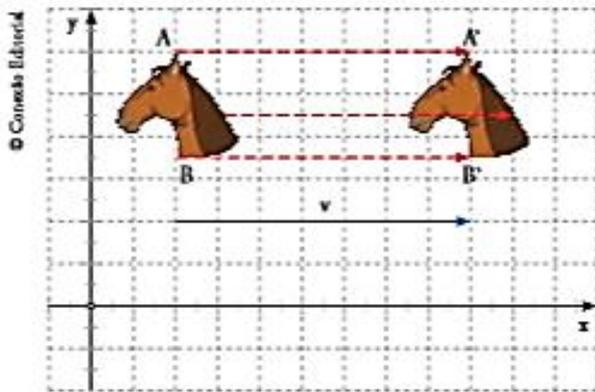
Figura 23 – Atividade 9

9. Relacione as figuras com as seguintes translações.

- Translação horizontal: $x + 7$ • Translação horizontal: $x - 7$ • Translação horizontal: $x - 10$
- Translação vertical: $y + 5$ • Translação vertical: $y - 5$ • Translação vertical: $y + 5$
- Translação combinada: $(x + 4; y - 3)$ • Translação combinada: $(x - 4; y + 3)$

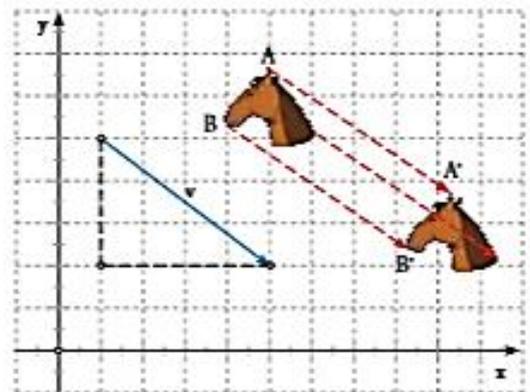
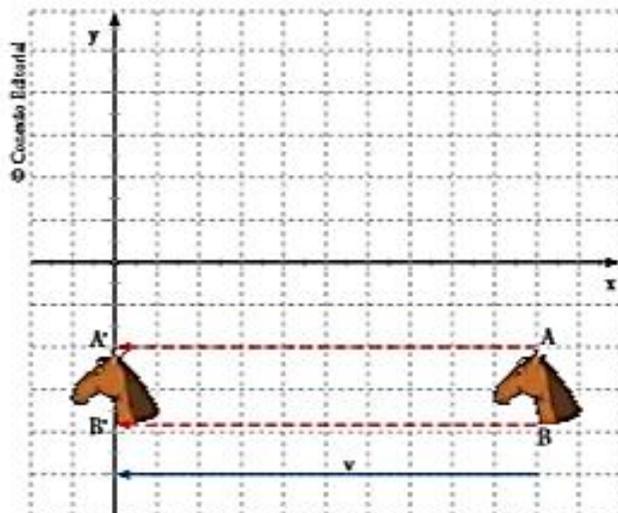
I. _____

II. _____



III. _____

IV. _____



Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivo:

- Verificar se o aluno relaciona corretamente os movimentos com as devidas translações.

As respostas esperadas na atividade são

- I. Translação horizontal: $x+7$
- II. Translação vertical: $y-5$
- III. Translação horizontal: $x-10$
- IV. Translação combinada: $(x+4, y-3)$

Acredito que os alunos não terão dificuldades para realizar a atividade.

Atividade 10

Figura 24 – Atividade 10

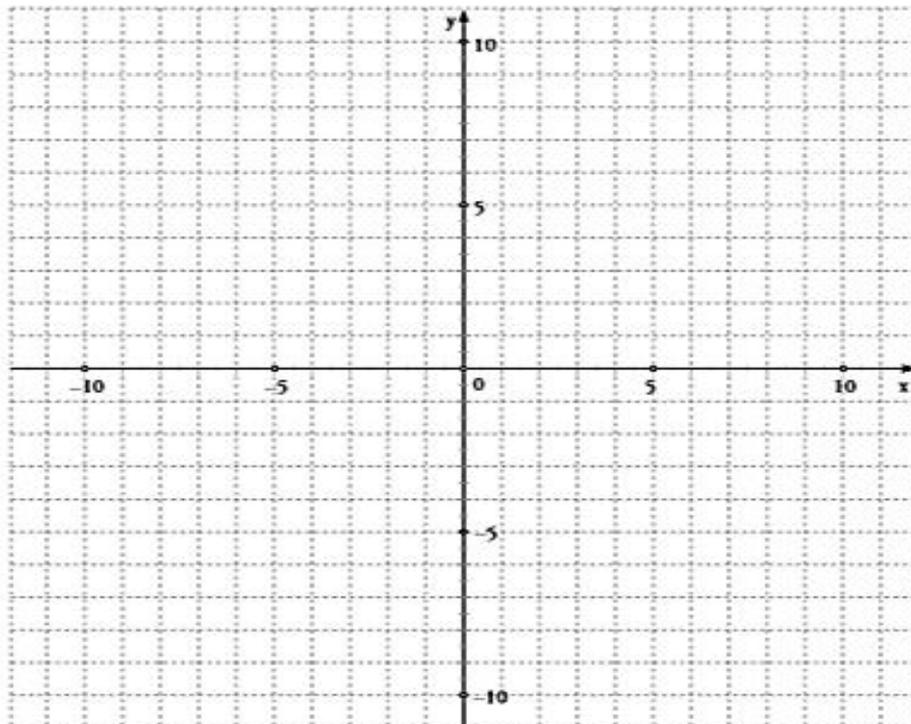
10. Desenhe, no plano cartesiano, um triângulo ABC cujos vértices têm coordenadas A(3; 2), B(7; 3) e C(4; 5).

a) A partir do triângulo ABC, aplique, sucessivamente, as seguintes translações:

I. Translação horizontal ($x - 6$), obtendo o triângulo $A'B'C'$.

II. Translação vertical ($y - 10$), obtendo o triângulo $A''B''C''$.

III. Translação combinada ($x + 8$; $y + 2$), obtendo o triângulo $A'''B'''C'''$.



b) Registre na tabela a seguir as novas coordenadas obtidas após cada translação.

ΔABC (x; y)		Translação horizontal $\Delta A'B'C'$ (x - 6; y)		Translação vertical $\Delta A''B''C''$ (x; y - 10)		Translação combinada $\Delta A'''B'''C'''$ (x + 8; y + 2)	
A	(3; 2)	A'		A''		A'''	
B	(7; 3)	B'		B''		B'''	
C	(4; 5)	C'		C''		C'''	

c) O que acontece com as coordenadas dos vértices na translação horizontal?

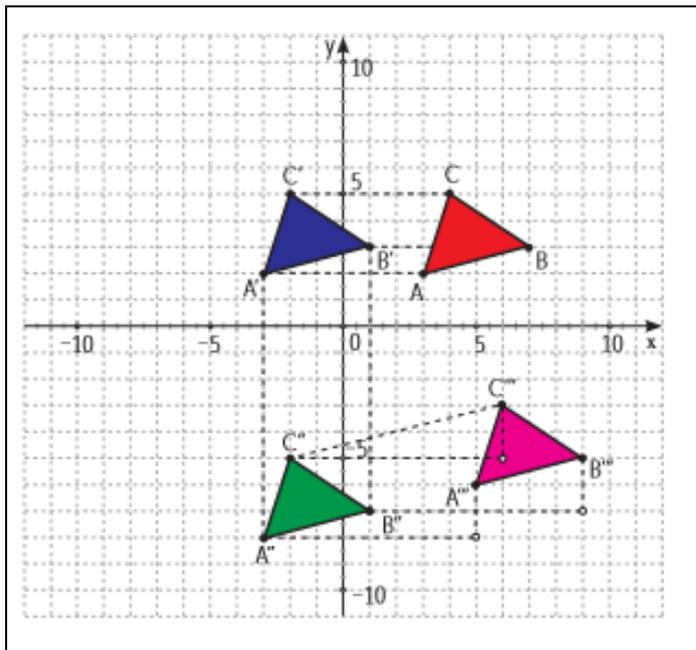
d) E na translação vertical?

A atividade tem como objetivos:

- Aplicar os movimentos de translação horizontal, translação vertical e translação combinada em uma figura;
- Escrever as coordenadas dos pontos;
- Mostrar ao aluno a mudança que ocorre nas coordenadas em cada translação.

As respostas esperadas na atividade são:

a) Figura 25 – Resposta da Atividade 10, letra a



Fonte: Caderno do Professor

b) Figura 26 – Resposta da Atividade 10, letra b

ΔABC (x; y)	Translação horizontal $\Delta A'B'C'$ (x - 6; y)	Translação vertical $\Delta A''B''C''$ (x; y - 10)	Translação combinada $\Delta A'''B'''C'''$ (x + 8; y + 2)
A (3; 2)	A' (-3; 2)	A'' (-3; -8)	A''' (5; -6)
B (7; 3)	B' (1; 3)	B'' (1; -7)	B''' (9; -5)
C (4; 5)	C' (-2; 5)	C'' (-2; -5)	C''' (6; -3)

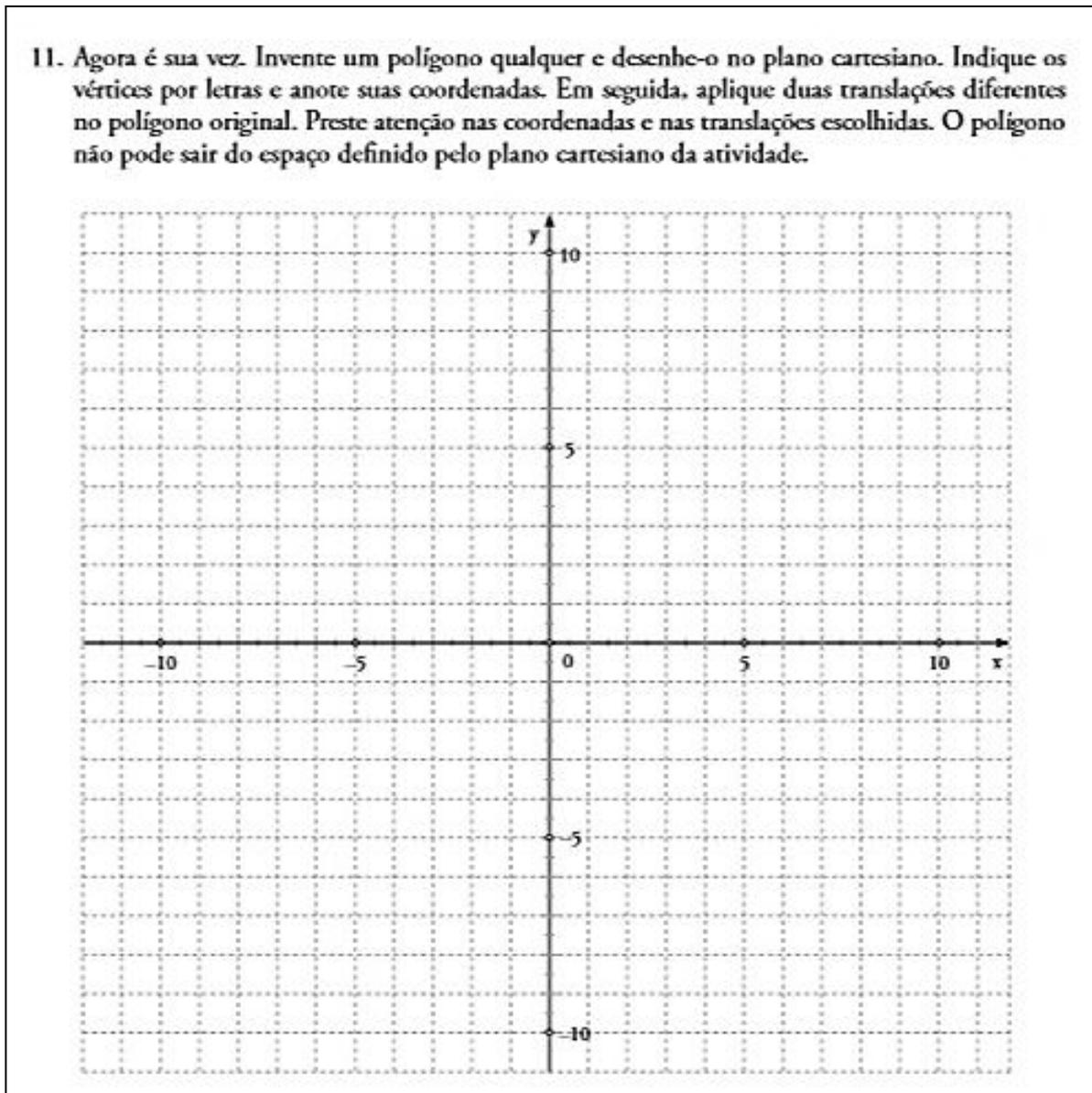
Fonte: Caderno do Professor

- c) Na translação horizontal, a coordenada x se altera, e a y permanece igual.
- d) Na translação vertical, a coordenada y se altera, mas a x permanece igual.

Essa atividade exige uma concentração maior para que apliquem as propriedades de cada translação e contem as unidades corretamente. Provavelmente alguns alunos terão dificuldades.

Atividade 11

Figura 27 – Atividade 11



A atividade tem como objetivos:

- Verificar se o aluno escolhe corretamente coordenadas que estejam delimitadas pelo desenho;
- Aplicar duas translações diferentes no polígono desenhado.

A resposta na atividade é pessoal.

Acredito que os alunos não terão dificuldades para inventar um polígono e desenharem dentro do plano cartesiano, entretanto alguns podem aplicar a propriedade da translação errada e assim escreverem as coordenadas da nova posição do polígono também errada.

3º Encontro

O terceiro encontro tem a previsão de acontecer no dia 29/10/2015 para a turma do 8º Ano A e 8º Ano B e terá duração de 2 aulas (100 minutos). As atividades a serem trabalhadas são:

Atividade de Correção

Correção das atividades do 2º encontro:

Nesse momento, farei a correção das atividades, utilizando a lousa, para que os alunos que erraram, compreendam como deveriam ter feito e recuperem as habilidades que não dominaram. A correção será realizada com a participação dos alunos, e os mesmos farão as anotações e correções no caderno de classe.

A atividade tem como objetivos:

- Socializar as diferentes respostas dadas por cada dupla de aluno, mostrando que não há uma única forma de resposta correta
- Discutir coletivamente os erros apresentados
- Intervir nas respostas apresentadas de forma incorreta
- Verificar quais foram as dúvidas mais comuns e analisar se a proposta estava clara
- Sanar as possíveis dúvidas quanto ao conteúdo

Atividade de Leitura e análise de texto

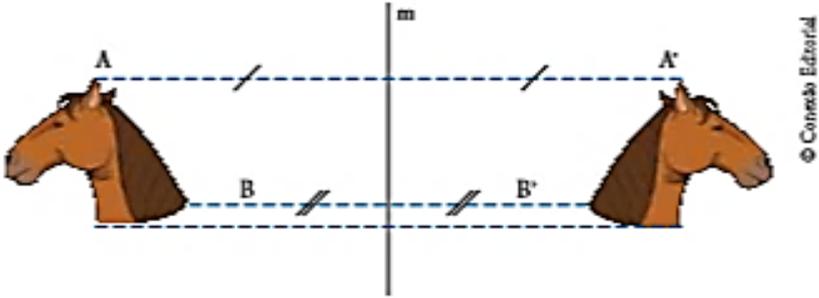
Figura 28 – Atividade de Leitura e análise de texto



Leitura e análise de texto

Reflexão é o movimento que transforma um objeto na sua imagem espelhada em relação a um determinado eixo de simetria. O ponto refletido mantém a mesma distância em relação ao eixo de simetria que o ponto original.

Veja o exemplo a seguir:



A imagem anterior foi refletida em relação à reta m . Portanto, a distância do ponto A até m é a mesma do ponto A' até m . O mesmo acontece em relação aos pontos B e B' e a todos os pontos da cabeça do cavalo e sua imagem. Nas próximas atividades, distinguiremos dois tipos de reflexão. A reflexão horizontal, quando a imagem do objeto é refletida tendo y como eixo de simetria, e a reflexão vertical, quando o eixo de simetria é x .

Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivo:

- Conhecer o significado de Reflexão

Essa atividade será realizada com uma leitura individual de cada aluno e discussão com o colega da dupla.

As atividades de leitura são importantes para o desenvolvimento da competência leitora do aluno e a discussão com o colega favorecer a habilidade de interpretação.

Atividade 12

Figura 29 – Atividade 12

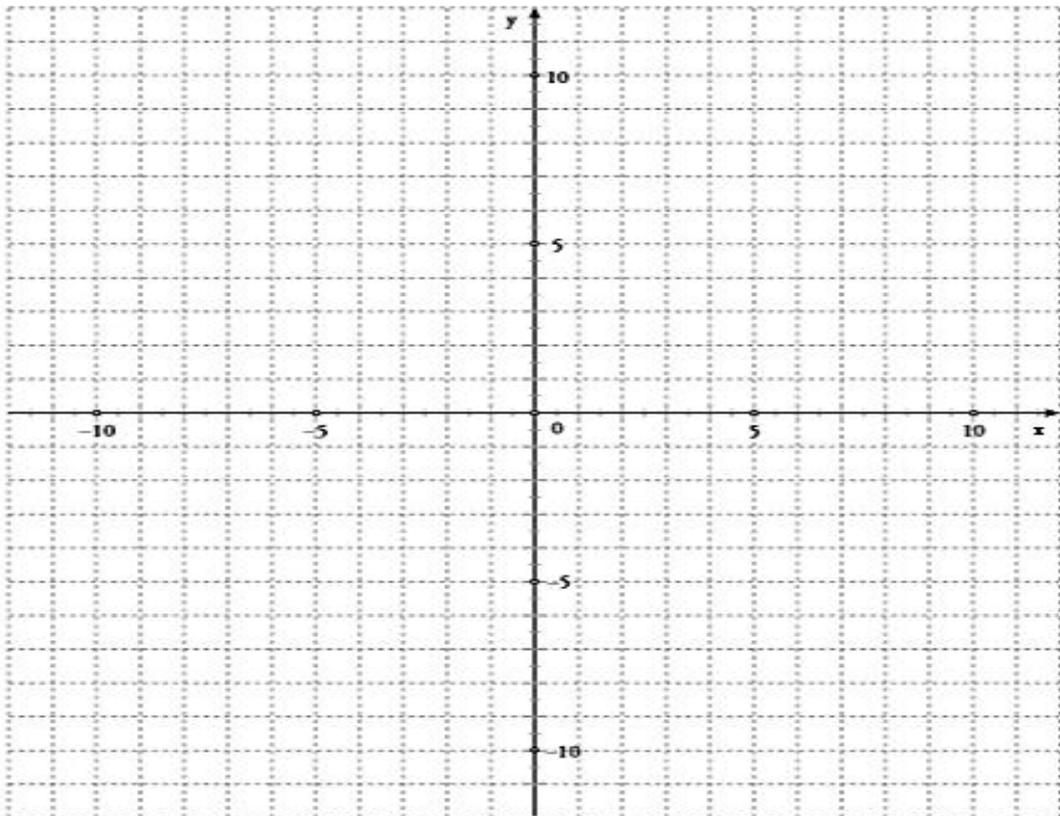
12. Desenhe, no plano cartesiano, um quadrilátero ABCD cujos vértices têm coordenadas A(2; 2), B(6; 3), C(2; 4) e D(4; 3).

a) A partir da figura obtida, realize as seguintes transformações:

I. Reflexão horizontal do quadrilátero ABCD, obtendo o quadrilátero A'B'C'D'.

II. Reflexão vertical do quadrilátero A'B'C'D', obtendo o quadrilátero A''B''C''D''.

III. Reflexão horizontal do quadrilátero A''B''C''D'', obtendo o quadrilátero A'''B'''C'''D'''.



b) Registre na tabela a seguir as novas coordenadas obtidas após cada reflexão.

	ABCD (x; y)	A'B'C'D' (;)	A''B''C''D'' (;)	A'''B'''C'''D''' (;)
A	(2; 2)	A'	A''	A'''
B	(6; 3)	B'	B''	B'''
C	(2; 4)	C'	C''	C'''
D	(4; 3)	D'	D''	D'''

c) O que acontece com as coordenadas dos vértices na reflexão horizontal?

d) E na vertical?

e) Com base nessas conclusões, e observando a tabela de coordenadas, qual será a posição do quadrilátero $A'''B'''C'''D'''$ depois de uma reflexão vertical?

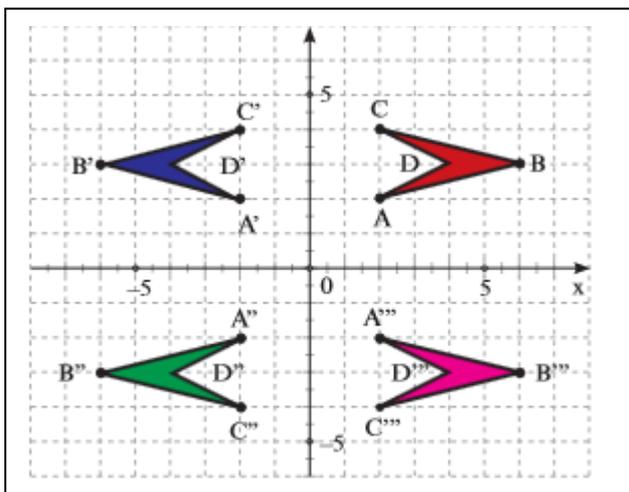
Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivos:

- Localizar pontos no plano cartesiano;
- Aplicar as propriedades da Reflexão;
- Escrever as coordenadas das figuras;
- Mostrar a diferença entre as coordenadas nas duas reflexões.

As respostas esperadas na atividade são:

a) Figura 30 – Resposta da Atividade 12, letra a



Fonte: Caderno do Professor

b) Figura 31 – Resposta da atividade 12, letra b

ABCD (x; y)		A'B'C'D' (-x; y)		A''B''C''D'' (-x; -y)		A'''B'''C'''D''' (x; -y)	
A	(2; 2)	A'	(-2; 2)	A''	(-2; -2)	A'''	(2; -2)
B	(6; 3)	B'	(-6; 3)	B''	(-6; -3)	B'''	(6; -3)
C	(2; 4)	C'	(-2; 4)	C''	(-2; -4)	C'''	(2; -4)
D	(4; 3)	D'	(-4; 3)	D''	(-4; -3)	D'''	(4; -3)

Fonte: Caderno do Professor

- c) x troca de sinal e y permanece igual
- d) y troca de sinal e x permanece igual
- e) A posição será a mesma do quadrilátero inicial ABCD

Creio que após todas as atividades já desenvolvidas, os alunos não terão dificuldades para desenhar os quadriláteros da atividade. A propriedade de reflexão é simples, assim a maioria realizará sem problemas.

Atividade 13

Figura 32 – Atividade 13

13. Nesta atividade, você vai proceder de maneira diferente das anteriores. Considere o triângulo MNO de coordenadas M (-4; 5), N (2; 1) e O (-2; 7).

a) Antes de representá-lo no plano, e tendo como base os resultados obtidos nas atividades 10 e 12 da seção *Você aprendeu?*, preencha a tabela com as coordenadas dos triângulos obtidos depois das seguintes transformações:

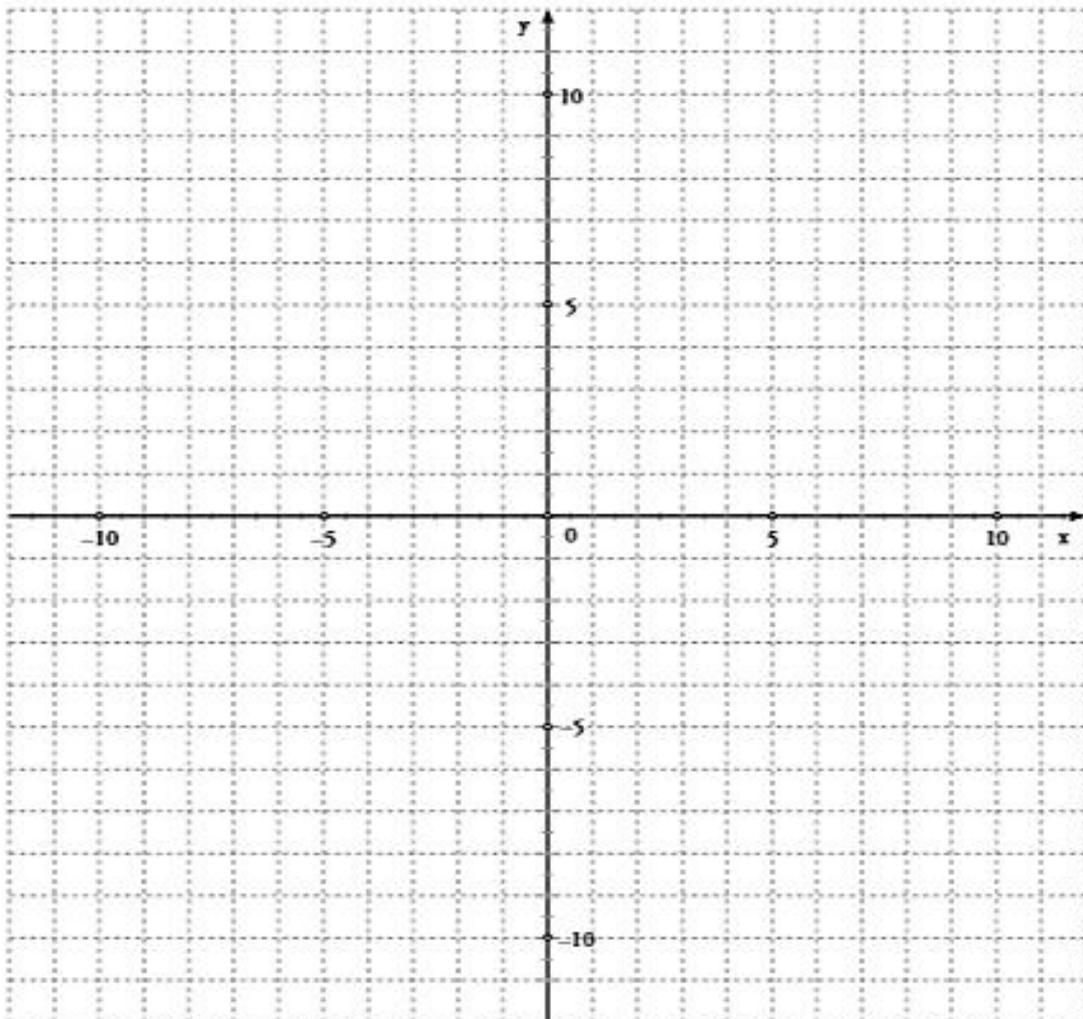
I. Reflexão horizontal do triângulo MNO, obtendo o triângulo M'N'O'.

II. Reflexão vertical do triângulo M'N'O', obtendo o triângulo M''N''O''.

III. Translação ($x - 6$; $y + 4$) do triângulo M''N''O'', obtendo o triângulo M'''N'''O'''.

ΔMNO (x; y)	$\Delta M'N'O'$ (;)	$\Delta M''N''O''$ (;)	$\Delta M'''N'''O'''$ (;)
M	M'	M''	M'''
N	N'	N''	N'''
O	O'	O''	O'''

b) Agora, desenhe o triângulo MNO no plano e aplique as transformações I, II e III. Em seguida, verifique se as coordenadas das figuras obtidas são as mesmas da tabela que você preencheu. Se forem, você já é capaz de fazer translações e reflexões sem o auxílio de um gráfico.



Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivo:

- Verificar se o aluno consegue aplicar a propriedade da rotação e translação nas coordenadas sem o auxílio do plano cartesiano.

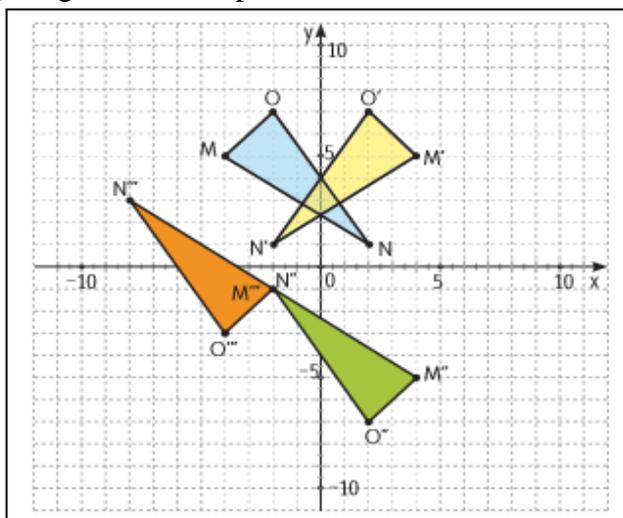
As respostas esperadas na atividade são:

a) Figura 33 – Resposta da atividade 13, letra a

DMNO (x; y)	DM'N'O' (-x; y)	DM''N''O'' (x; -y)	DM'''N'''O''' (x - 6; y + 4)
M (-4; 5)	M' (4; 5)	M'' (4; -5)	M''' (-2; -1)
N (2; 1)	N' (-2; 1)	N'' (-2; -1)	N''' (-8; 3)
O (-2; 7)	O' (2; 7)	O'' (2; -7)	O''' (-4; -3)

Fonte: Caderno do Professor

b) Figura 34 – Resposta da atividade 13, letra b



Fonte: Caderno do Professor

Alguns alunos podem errar o sinal das coordenadas e assim desenharem figuras incorretas no item b.

Atividade 14

Figura 35 – Atividade 14

14. Você já aprendeu que quando somamos ou subtraímos um mesmo número das coordenadas x e/ou y dos pontos de uma figura, o movimento decorrente é uma _____ . Quando trocamos o sinal da coordenada x de determinado ponto, o movimento é chamado de _____. E, quando trocamos o sinal da coordenada y , o movimento decorrente é uma _____ .

Fonte: Caderno do Aluno

A atividade tem como objetivo:

- Verificar se o aluno compreendeu a diferença que ocorre entre as coordenadas em cada movimento (Translação e Reflexão).

As respostas esperadas na atividade são, nessa ordem, respectivamente:

Translação, reflexão horizontal e reflexão vertical.

Essa atividade é simples e espero que os alunos não tenham dificuldades para respondê-la.

4º Encontro:

O quarto encontro tem a previsão de acontecer no dia 04/11/2015 para a turma do 8º Ano B e 05/11/2015 para a turma do 8º Ano A e terá duração de 2 aulas (100 minutos). As atividades a serem trabalhadas são:

Atividade de Correção

Correção das atividades do 3º encontro:

Nesse momento, farei a correção das atividades, utilizando a lousa, para que os alunos que erraram, compreendam como deveriam ter feito e recuperem as habilidades que não dominaram. A correção será realizada com a participação dos alunos, e os mesmos farão as anotações e correções no caderno de classe.

A atividade tem como objetivos:

- Socializar as diferentes respostas dadas por cada dupla de aluno, mostrando que não há uma única forma de resposta correta;
- Discutir coletivamente os erros apresentados;
- Intervir nas respostas apresentadas de forma incorreta;
- Verificar quais foram as dúvidas mais comuns e analisar se a proposta estava clara;
- Sanar as possíveis dúvidas quanto ao conteúdo.

Aplicação da Avaliação:

A aplicação da avaliação será descrita no capítulo 4.

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO DA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM

3.1 Introdução

Nesse Capítulo descrevo o ambiente na qual se desenvolveram os encontros, como ocorreu a aplicação da Situação de Aprendizagem e a participação dos alunos. Apresento ainda algumas respostas obtidas pelos alunos, fazendo uma breve análise dos resultados, comentando as dificuldades e facilidades de cada item.

3.2 Descrição e realização das atividades

A proposta didática foi aplicada na escola de uma cidade do interior do estado de São Paulo que possui 10.775 habitantes segundo o Censo Demográfico do ano de 2010. A referida escola possui um total de 389 alunos, distribuídos em oito salas de Ensino Fundamental, seis salas de Ensino Médio e duas salas da E.J.A.

Para a aplicação da Situação de Aprendizagem estudada nesse trabalho utilizou-se o Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, Caderno do Aluno e Caderno do Professor de Matemática, Ensino Fundamental anos finais 7ª série/8º ano, volume 2, sendo que o desenvolvimento da situação de aprendizagem ocorreu com as turmas do 8º ano A, com 27 alunos, e 8º ano B, com 20 alunos.

As atividades propostas no material estudado foram realizadas em quatro encontros com cada turma selecionada no período de 19/10/2015 a 05/11/2015, assim como previsto no Capítulo 2. Em cada encontro foram utilizadas duas aulas, com duração total de 100 minutos.

No planejamento das atividades descritas no Capítulo 2 foi projetado que quatro encontros seriam suficientes para a aplicação das atividades e avaliação. No entanto, houve a necessidade de nos reunirmos com os alunos em um quinto encontro para a aplicação

da avaliação. Esse quinto encontro ocorreu em 05/11/2015 para a turma do 8º ano B e 06/11/2015 para a turma do 8º Ano A.

Os alunos foram organizados em duplas de sua preferência para o desenvolvimento das atividades.

1º Encontro:

No primeiro encontro, o ambiente utilizado foi a sala de aula dos alunos onde organizamos as carteiras para que sentassem em duplas.

A abertura da aula aconteceu com minha apresentação como Professora de Matemática, pois grande parte dos alunos me conhecia apenas como Professora Coordenadora do Ensino Fundamental da Escola. Na sequência iniciei uma conversa motivacional, abordando a importância dos estudos em suas vidas e a relevância desta proposta didática para continuidade de meus estudos acadêmicos.

O início do estudo da Situação de Aprendizagem foi contemplado com uma sondagem dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema “Coordenadas Cartesianas e Transformações no Plano”, onde os alunos puderam expor suas ideias e dúvidas sobre o tema. Alguns alunos relacionaram o tema a mapas, gráficos, jogos de computadores, entre outros. Após a sondagem foram realizadas as atividades propostas no Caderno do Aluno.

Tema: Localização

Atividade 1

Descrição da aplicação da atividade:

No início da atividade cada aluno recebeu um “Caderno do Aluno” para responder. Orientei os alunos para que sentassem em duplas conforme sua escolha. Em seguida iniciei a leitura da atividade 1 e posterior explicação do mapa proposto na atividade, explicitando a importância da combinação de letras e números para localização das regiões desejadas (quadrados).

Logo após, pedi para que os alunos resolvessem os itens a) e b). No item a) sugeri que eles utilizassem uma caneta marca texto ou circulassem a rua encontrada. No item b) os orientei para explicitar a localização da rua em termos de coordenadas. Nesse momento percebi muita hesitação e uma certa paralisação da classe. Por isso decidi intervir um pouco mais do que o planejado, e sugeri a eles que iniciassem a indicação das coordenadas começando pela letra e depois o número. Interpreto essa hesitação pelo fato de que eles não estavam acostumados a participar desse tipo de aula. Nas outras atividades não precisei interferir muito e continuei seguindo o planejamento.

Figura 36 – Foto 1 do 1º Encontro



Fonte: Arquivo pessoal

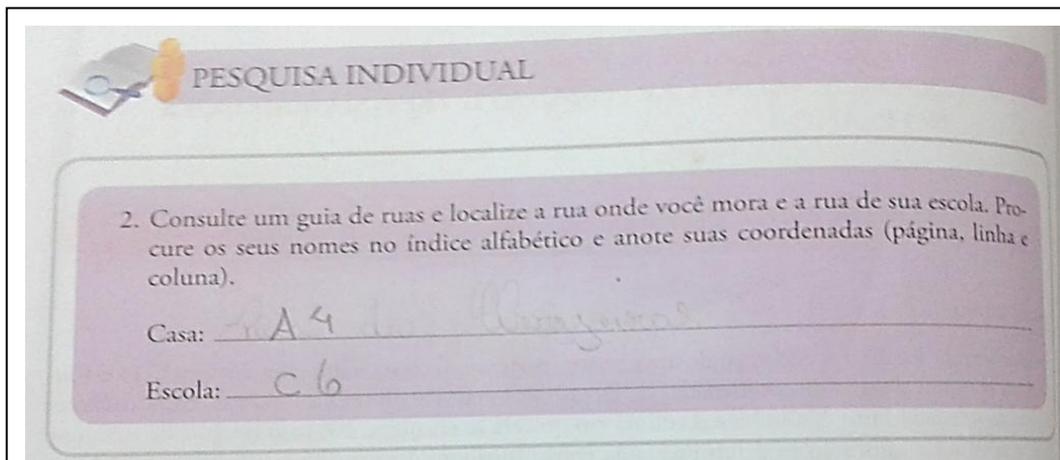
Seguem algumas respostas dos alunos:

residências e registrassem em seus cadernos a referida localização por meio de coordenadas. Durante a atividade, alguns alunos encontraram dificuldade para localizar a rua onde moravam. Alguns deles conseguiram responder com a ajuda do colega da dupla, mas um aluno não encontrou sua rua no mapa. Isso corresponde a uma porcentagem de um pouco mais de 2%. Lembramos que são 47 alunos e que a correção é individual, embora a atividade seja resolvida em duplas.

Foi uma atividade bem proveitosa e divertida, muitos alunos não conheciam o mapa da cidade.

Seguem algumas respostas dos alunos:

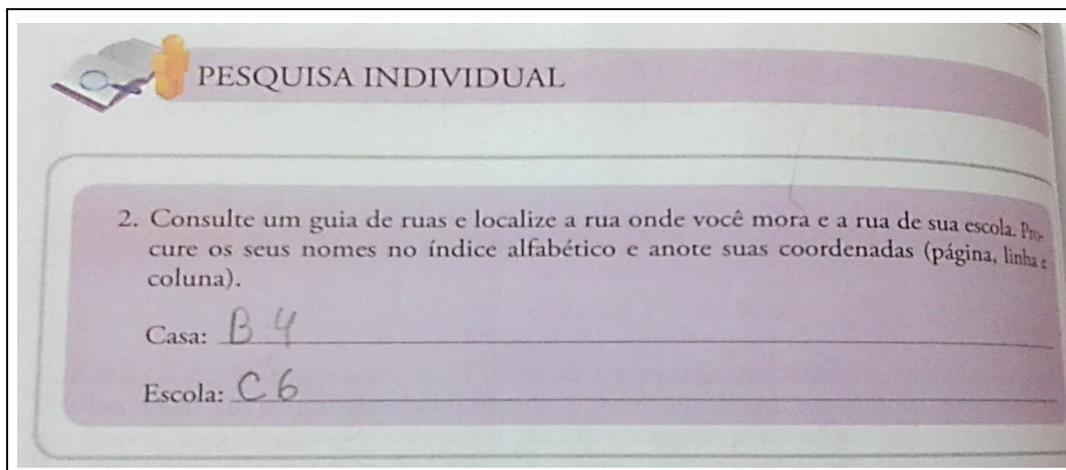
Figura 38 – Resposta correta do aluno 2



The image shows a worksheet titled "PESQUISA INDIVIDUAL" with a purple header. Below the title is a task instruction: "2. Consulte um guia de ruas e localize a rua onde você mora e a rua de sua escola. Procure os seus nomes no índice alfabético e anote suas coordenadas (página, linha e coluna)." Below the instruction, there are two lines for handwritten answers. The first line is labeled "Casa:" and has "A 4" written on it. The second line is labeled "Escola:" and has "C 6" written on it.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 39 – Resposta correta do aluno 3



The image shows a worksheet titled "PESQUISA INDIVIDUAL" with a purple header. Below the title is a task instruction: "2. Consulte um guia de ruas e localize a rua onde você mora e a rua de sua escola. Procure os seus nomes no índice alfabético e anote suas coordenadas (página, linha e coluna)." Below the instruction, there are two lines for handwritten answers. The first line is labeled "Casa:" and has "B 4" written on it. The second line is labeled "Escola:" and has "C 6" written on it.

Fonte: Arquivo pessoal

Tabela 2 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 2

Item	Porcentagem
Casa	98%
Escola	98%

Tema: Ponto de Referência

Atividade 3

Descrição da aplicação da atividade:

Nessa atividade foi proposto para cada dupla realizar a leitura do enunciado em voz baixa, interpretar e responder os itens a), b) e c) de acordo com sua interpretação.

Figura 40 – Foto 2 do 1º Encontro



Fonte: Arquivo pessoal

Seguem algumas respostas dos alunos:

Figura 41 – Resposta parcialmente correta do aluno 4

a) Como você faria para informar a localização precisa do ralo nessa planta?

Apartir da mesa 16 quadradinhos para baixo e ralo no canto.

b) Tendo como ponto de referência o canto superior esquerdo da planta, quais são as coordenadas horizontais e verticais do ralo?

32 horizontais
7 verticais

c) Escolha outro ponto de referência na planta e escreva as coordenadas do ralo.

6 horizontais
6 verticais do canto esquerdo

Fonte: Arquivo Pessoal

A resposta apresentada está parcialmente correta pois o aluno não adota um ponto de referência preciso no item a) e c). Apenas o item b) está correto.

Figura 42 – Resposta parcialmente correta do aluno 5

a) Como você faria para informar a localização precisa do ralo nessa planta?

Pega a mesa da cozinha e 120cm reta para fazer o ralo

b) Tendo como ponto de referência o canto superior esquerdo da planta, quais são as coordenadas horizontais e verticais do ralo?

H- 330 cm
V- 70 cm

c) Escolha outro ponto de referência na planta e escreva as coordenadas do ralo.

Pega a pia na vertical e sobe 150 cm

Fonte: Arquivo Pessoal

A resposta do aluno 5 está parcialmente correta pois ele não adota um ponto de referência preciso nos itens a) e c). No item b), o aluno responde corretamente apenas a coordenada da vertical.

Tabela 3 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 3

Item	Porcentagem
A	51%
B	81%
C	56%

Analisando as respostas dos alunos pode-se verificar que um grande percentual teve dificuldades para responder o item a). Eles não conseguiram adotar um tipo de referência precisa. Já no item b), a maioria conseguiu responder corretamente, já que bastava apenas uma contagem de ladrilhos na horizontal e na vertical. E no item c), novamente tiveram dificuldades. Assim, podemos concluir que parte dos alunos não conseguiu adotar referências por conta própria, necessitam de comando e intervenções do professor. Ainda não estão habituados a um tipo de atividade em que precisam ter autonomia. Por outro lado essa atividade pode trazer um pouco de confusão pelo fato do ralo não ocupar apenas um ponto. Sobre isso fazemos um Capítulo de conclusão.

Tema: Localização e dimensões

Atividade: Leitura e análise de texto

Descrição da aplicação da atividade:

Nessa atividade realizamos uma leitura compartilhada, onde eu escolhia ao acaso um aluno para realização da leitura de um parágrafo. Quando eu percebia alguma dificuldade quanto ao vocabulário, fazia uma intervenção com explicações.

Ao final da leitura, representei na lousa o mesmo plano cartesiano apresentado na atividade, explicando como localizar os pontos. Dando sequência propus aos alunos que realizassem a localização de alguns pontos extras, como (4,3), (-2,3), (1,-4), (-4,0) e (0,3).

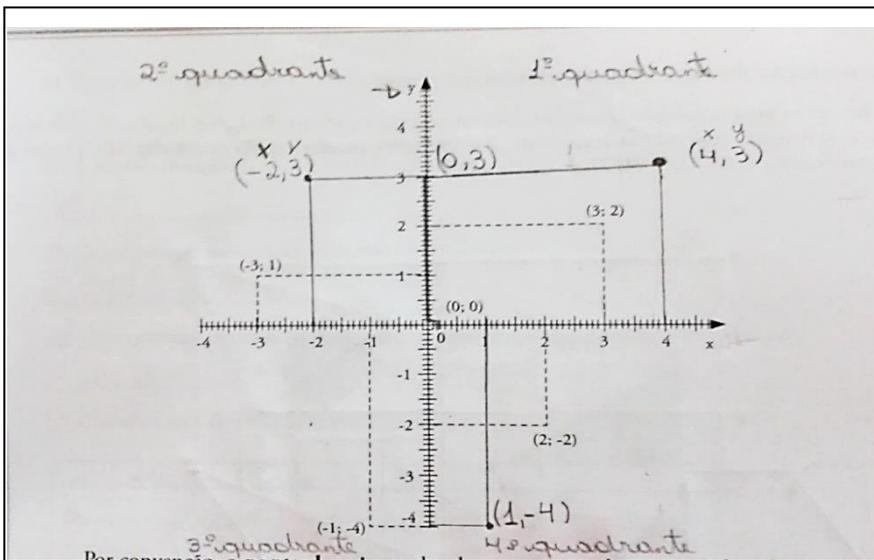
Como observado no Capítulo de planejamento, houve a falta de conteúdo específico, por exemplo a definição de quadrantes. Nesse momento intervi, realizando a explicação do tema, para que os alunos conseguissem realizar as atividades subsequentes.

Como forma de fixação dos quadrantes solicitei aos alunos que marcassem em seus Cadernos de atividades uma legenda, especificando a localização de cada quadrante no Plano Cartesiano.

Contudo, realizando-se a atividade de leitura percebi que a maioria dos alunos dispersam quando há textos longos com vocabulários ainda desconhecidos. Assim se justifica a necessidade de explicações utilizando a lousa sobre os termos apresentados no texto.

Seguem algumas anotações dos alunos:

Figura 43 – Resposta correta do aluno 6



Fonte: Arquivo pessoal

2º Encontro

No segundo encontro mudamos o ambiente de trabalho. Utilizamos a sala de leitura da escola para a realização das atividades, devido à organização das mesas e espaço físico, que eram mais adequados para realizar atividades em dupla.

Iniciei a aula fazendo a correção das atividades do 1º encontro, utilizando a lousa. A correção foi realizada com a participação dos alunos. Algumas duplas apresentaram suas respostas oralmente e explicaram como as encontraram. Os alunos que erraram fizeram a correção em um caderno pessoal. Fiz isso para não perder a informação do que foi feito na aula anterior, pois usei essas respostas para minha dissertação. Entretanto, em condições normais os alunos realizariam as correções no próprio Caderno do Aluno.

O momento da correção é de extrema importância para o aprendizado do aluno. Nesse modelo de aula em que o aluno tem mais autonomia e a interferência do professor é

mínima, é importante que haja uma boa correção e discussão das atividades para que todos consigam aprender e sanar dúvidas.

Em seguida iniciamos a realização das atividades.

Tema: Representação de figuras geométricas no plano

Atividade 4

Descrição da aplicação da atividade:

Nessa atividade a proposta inicial foi que os alunos observassem as figuras geométricas representadas no plano para responder aos itens a), b), c), d), e), f), g) e h).

Figura 44 – Foto 1 do 2º Encontro



Fonte: Arquivo pessoal

Novamente percebi que muitos alunos apresentaram dificuldades na interpretação do enunciado do problema, portanto, houve a necessidade de intervenção, ajudando o aluno a ler novamente o enunciado, sanando suas dificuldades interpretativas do plano cartesiano e localização das coordenadas.

Figura 45 – Foto 2 do 2º Encontro



Fonte: Arquivo pessoal

Seguem algumas respostas dos alunos:

Figura 46 – Resposta correta do aluno 7

a) Escreva as coordenadas dos vértices do triângulo EFG, do retângulo HIJK e do triângulo LMN.

$E(-2, 1)$ $F(-8, 5)$ $G(-8, 1)$
 $H(0, -1)$ $I(-6, -1)$ $J(-6, -4)$ $K(0, -4)$
 $L(6, 0)$ $M(0, -6)$ $N(4, -6)$

b) Quais pontos assinalados possuem a mesma coordenada x (abscissa)?

$A, D, B, D, N, J, I, H, K, M, G, F$

c) Quais pontos assinalados possuem coordenada y (ordenada) igual a zero?

$b = 0$

d) Qual ponto assinalado encontra-se mais próximo da origem?

H

e) E o mais afastado?

F

f) Quais pontos assinalados possuem todas as coordenadas negativas?

J, I

g) Quais pontos assinalados possuem abscissas negativas e ordenadas positivas?

F, G, E

h) Calcule a área de cada uma das figuras.

quadrada: $A, B, C, D = \frac{4 \times 4}{2} = \frac{16}{2} = 8$

triângulo: $E, F, G = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12$

retângulo: $H, I, J, K = 6 \times 3 = 18$

triângulo: $L, M, N = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12$

Fonte: Arquivo pessoal

A resposta do aluno 7 está correta. No item c) ele deveria ter colocado como resposta “ponto L”, no entanto ele escreveu as coordenadas do ponto L (6,0), assim considerei a resposta como correta.

Figura 47 – Resposta parcialmente correta do aluno 8

a) Escreva as coordenadas dos vértices do triângulo EFG, do retângulo HIJK e do triângulo LMN.

$E(-2, 1)$, $F(-8, 5)$, $G(-8, 1)$, $H(0, -1)$, $I(-6, -1)$
 $J(-6, -4)$, $K(0, -4)$, $L(6, 0)$, $M(0, -6)$, $N(4, -6)$

b) Quais pontos assinalados possuem a mesma coordenada x (abscissa)?

$A, L, B, N, D, F, G, H, K, M, I, J$

c) Quais pontos assinalados possuem coordenada y (ordenada) igual a zero?

$L(6, 0)$

d) Qual ponto assinalado encontra-se mais próximo da origem?

H

e) E o mais afastado?

B

f) Quais pontos assinalados possuem todas as coordenadas negativas?

I, J

g) Quais pontos assinalados possuem abscissas negativas e ordenadas positivas?

E, F, G

h) Calcule a área de cada uma das figuras.

quadrado ABCD = $4 \cdot 4 = \frac{16}{2} = 8$
 triângulo EFG = $6 \cdot 4 = \frac{24}{2} = 12$
 retângulo HIJK = $6 \cdot 3 = \frac{18}{2} = 9$
 triângulo LMN = $6 \cdot 4 = \frac{24}{2} = 12$

Fonte: Arquivo pessoal

O aluno 8 errou o item e), pois o ponto mais afastado é o F, e calculou errada a área do retângulo HIJK que teria como resposta correta 18. Seu erro no cálculo da área ocorreu porque ele dividiu o resultado por 2, provavelmente confundiu a área do retângulo com a área do triângulo.

No item h), a maioria dos alunos não recordavam a fórmula da área das figuras pedidas, então fiz uma intervenção, explicando na lousa a fórmula da área do quadrado, triângulo e retângulo.

Tabela 4 – Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 4

Item	Porcentagem
A	95%
B	76%
C	87%
D	89%
E	70%
F	87%
G	91%
H	76%

A tabela 4 evidencia que pelo menos 70% dos alunos acertaram todos os itens. O item e) mostrou-se o mais difícil para o grupo, acredito que seja porque os alunos ainda não têm a habilidade de calcular a distância entre dois pontos.

Tema: Desenhando Polígonos

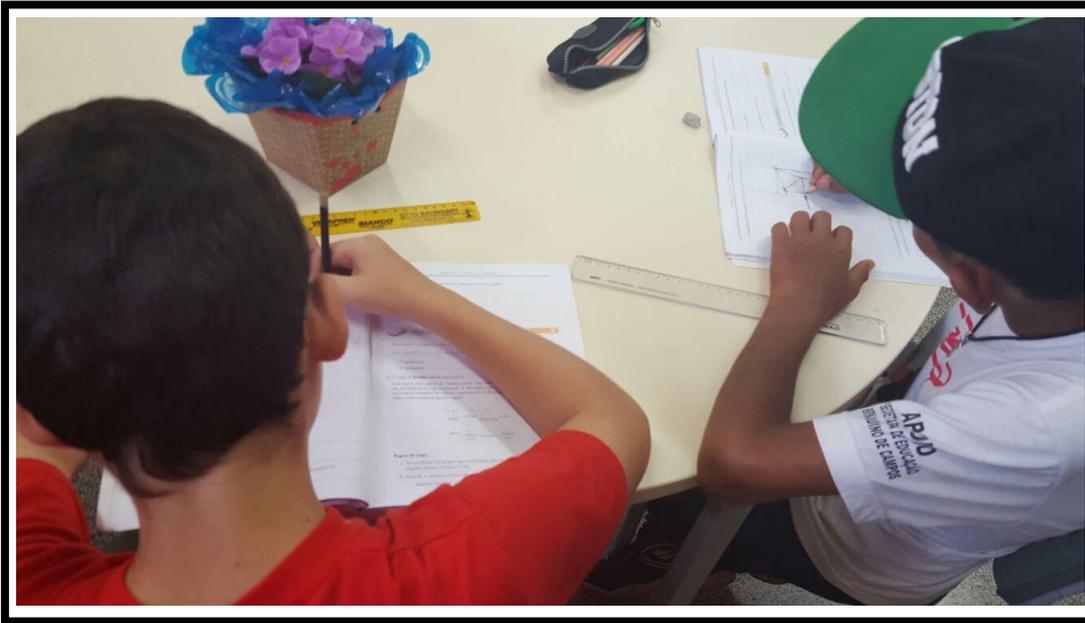
Atividade 5:

Descrição da aplicação da atividade:

Nesta atividade orientei os alunos para que lessem o enunciado, o interpretassem e resolvessem os itens conforme sua interpretação, que neste caso era a construção de figuras geométricas a partir das coordenadas de seus vértices.

Para a realização dessa atividade forneci réguas, pois os alunos não costumam tê-las.

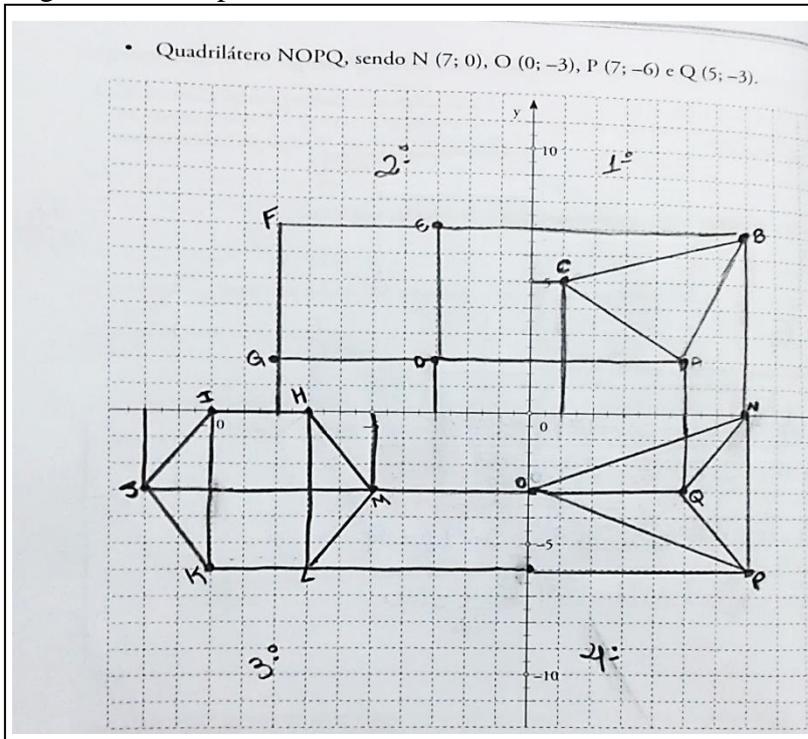
Figura 48 – Foto 3 do 2º Encontro



Fonte: Arquivo pessoal

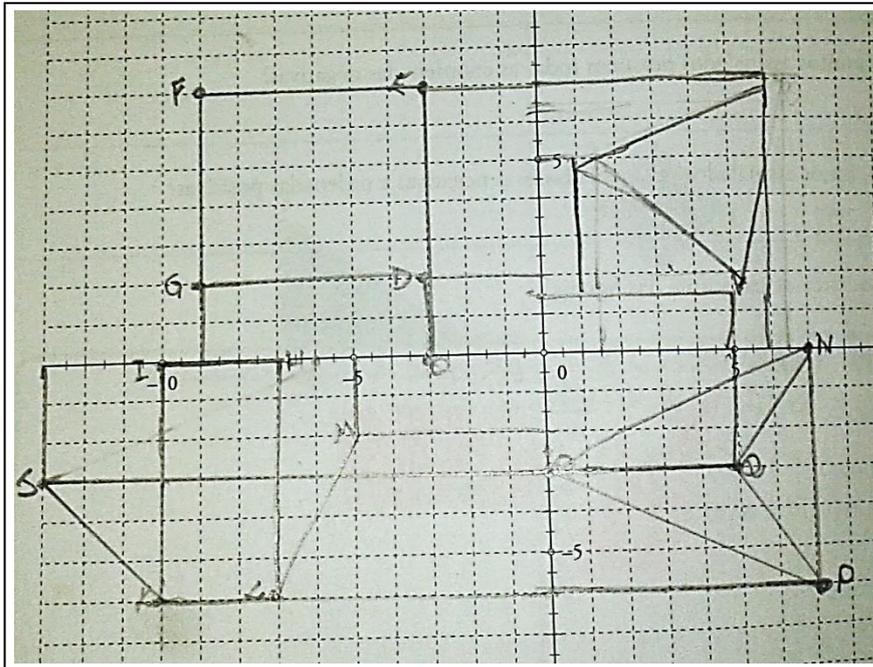
Segue algumas das Respostas dos alunos:

Figura 49 – Resposta correta do aluno 9



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 50 – Resposta parcialmente correta do aluno 10



Fonte: Arquivo pessoal

A resposta do aluno 10 mostrada acima está parcialmente correta pois os pontos B, F, G, J, L e M foram localizados incorretamente.

Tabela 5 – Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 5

Item	Porcentagem
Triângulo ABC	93%
Quadrado DEFG	93%
Hexágono HIJKLM	83%
Quadrilátero NOPQ	91%

Analisando as respostas verifica-se que grande parte dos alunos que erraram a questão foi devido à dificuldade em localizar pontos sobre o eixo das abscissas e pontos com coordenadas negativas.

Atividade 6

Descrição da atividade:

A principal dificuldade do aluno nessa atividade foi a leitura e interpretação do enunciado. Os alunos tinham que observar os polígonos do exercício anterior de acordo com

os temas específicos relacionados aos planos cartesianos, para em seguida conseguirem responder aos itens a), b),c),d),e) e f).

Figura 51 – Resposta parcialmente correta do aluno 11

a) Quais pontos assinalados estão situados no eixo das abscissas? <i>(x)</i>	<u>I, H, N</u>
b) O que eles têm em comum?	<u>ordenada 0</u>
c) Quais pontos assinalados possuem ordenadas negativas e abscissas positivas? <i>(y)</i> <i>(x)</i>	<u>P, O, Q</u>
d) Qual ponto assinalado encontra-se mais próximo da origem?	<u>O</u>
e) E o mais afastado?	<u>J</u>
f) Qual é a distância entre os vértices M e Q?	<u>10</u>

Fonte: Arquivo pessoal

O aluno 11 considerou no item c) o ponto $O(0,-3)$ como tendo abscissa positiva. Talvez não estivesse claro para ele que “positiva” significa estritamente maior que 0.

Figura 52 – Resposta parcialmente correta do aluno 12

6. Com base nas figuras obtidas na atividade anterior, responda:	
a) Quais pontos assinalados estão situados no eixo das abscissas?	<u>I, H, M</u>
b) O que eles têm em comum?	<u>H/I, J/M, K/L</u>
c) Quais pontos assinalados possuem ordenadas negativas e abscissas positivas?	<u>O, P, Q</u>

d) Qual ponto assinalado encontra-se mais próximo da origem?	O
e) E o mais afastado?	I
f) Qual é a distância entre os vértices M e Q?	10

Fonte: Arquivo pessoal

Analisando a resposta do aluno 12, não conseguimos compreender a resposta do item b). No item c) o aluno apresenta o mesmo erro do aluno 12 que considera o ponto O como resposta, e no item e) o aluno coloca como resposta o ponto I, sendo que o correto é o ponto J.

Tabela 6 – Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 6

Item	Porcentagem
A	87%
B	79%
C	83%
D	89%
E	91%
F	93%

Analisando as respostas apresentadas pelos alunos verifica-se que tiveram facilidade para realizar a atividade. A maior porcentagem de erro ocorreu no item b).

Atividade 7

Descrição da aplicação da atividade:

Nesta atividade os alunos observaram os pontos apresentados no enunciado para determinar em qual quadrante se localizavam. Para efetivação dessa atividade orientei para que atentarem ao plano da atividade 5 a fim de conseguirem localizar mais facilmente os quadrantes dos respectivos pontos.

Tabela 7 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 7

Item	Porcentagem
1º quadrante	83%
2º quadrante	83%
3º quadrante	66%
4º quadrante	85%

Pode-se perceber pelas respostas dos alunos que os erros aconteceram por descuidos ou dificuldades com números não inteiros ou negativos. Muitos não marcaram o ponto F como sendo do 3º quadrante, o que acarretou uma porcentagem mais alta de erros.

3º Encontro

Neste encontro a metodologia foi mantida, utilizando-se ainda o mesmo local de aprendizagem, a sala de leitura.

Iniciei a aula fazendo a correção das atividades do 2º encontro utilizando a lousa. A correção foi realizada com a participação dos alunos. Diversas duplas apresentaram suas respostas oralmente e explicaram como as encontraram. Os alunos que erraram fizeram a correção no caderno pessoal.

Em seguida iniciamos a realização das atividades:

Figura 56 – Foto 1 do 3º Encontro



Fonte: Arquivo pessoal

Atividade 8: O jogo da Batalha Naval matemática

Descrição da aplicação da atividade:

Nessa atividade realizei a leitura das regras do jogo para os alunos, uma vez que nem todos sabiam como jogar. Quando todos entenderam as regras do jogo, deram início às batalhas navais em duplas, utilizando-se de tabuleiros disponíveis em seus Cadernos do Aluno.

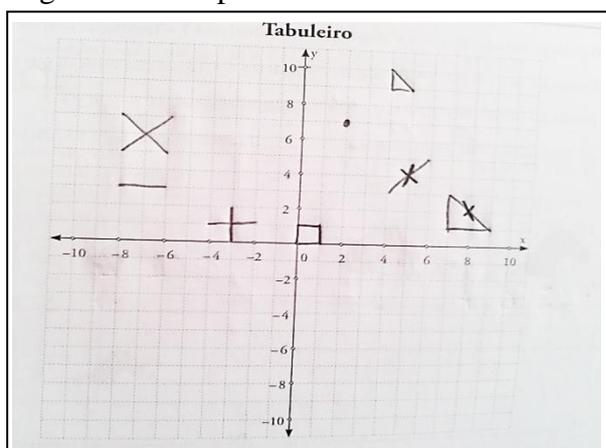
Figura 57– Foto 2 do 3º Encontro



Fonte: Arquivo pessoal

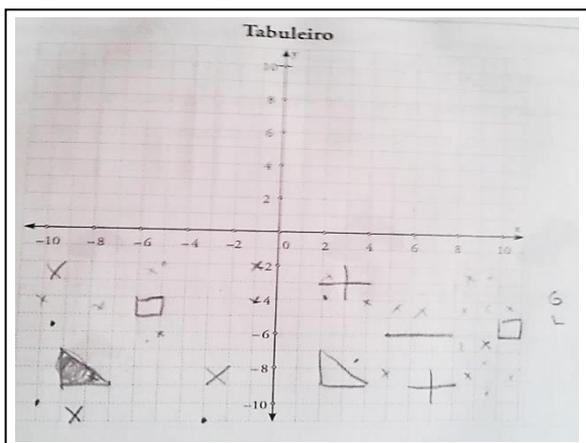
Seguem algumas respostas dos alunos:

Figura 58 – Resposta correta do aluno 16



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 59 – Resposta correta do aluno 17



Fonte: Arquivo pessoal

Todos os alunos conseguiram realizar a atividade e interagiram bem com o colega. Foi possível observar que alguns ainda estavam com dificuldades para localizar algumas coordenadas.

Tema: Translação

Atividade: Leitura e análise de texto

Descrição da aplicação da atividade:

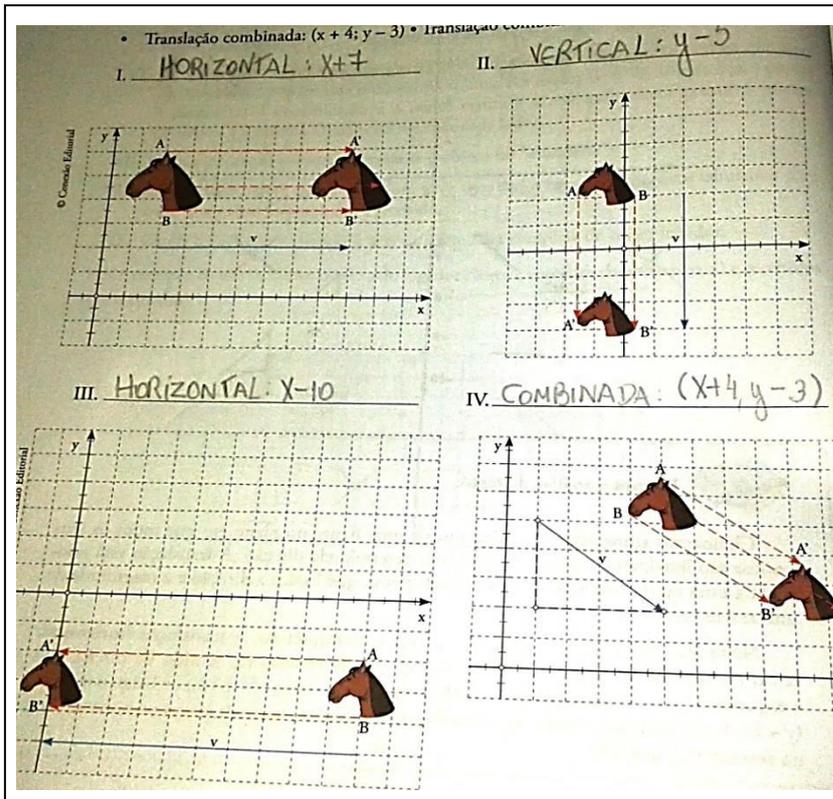
A proposta dessa atividade consistiu da leitura individual do texto e sua interpretação. Cada dupla realizou a leitura e discutiram entre si.

Atividade 9

Descrição da aplicação da atividade:

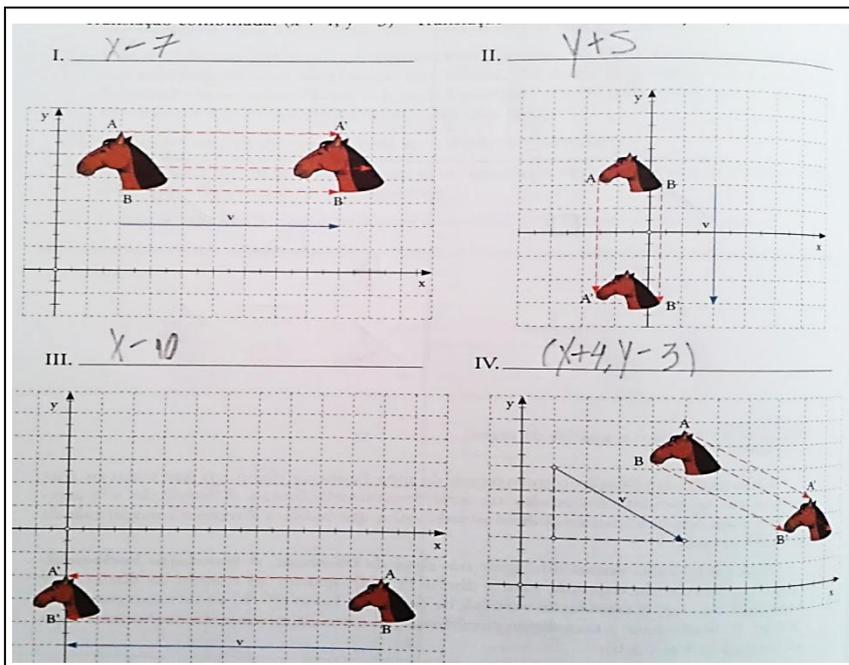
Nesta atividade os alunos leram o enunciado, o interpretaram e em seguida, trabalhando em duplas relacionaram as figuras à sua translação correspondente.

Figura 60 – Resposta correta do aluno 18



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 61 – Resposta parcialmente correta do aluno 19



Fonte: Arquivo pessoal

O aluno 19 respondeu incorretamente o item I escrevendo $x-7$ quando deveria ser $x+7$. No item II respondeu $y+5$ quando deveria ser $y-5$.

Tabela 8 – Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 9

Item	Porcentagem
I	82%
II	81%
III	82%
IV	79%

Pelas respostas dos alunos verifica-se que alguns não compreenderam o conceito de translação, pois apresentaram respostas incoerentes. Por exemplo, o aluno 19 no item I colocou $x-7$, errando o sentido da translação, mas no item III ele acertou o sentido.

Atividade 10

Descrição da aplicação da atividade:

Nessa atividade, as duplas realizaram a leitura do enunciado e em seguida, responderam aos itens a), b), c) e d). No item a) os alunos deveriam desenhar o triângulo ABC seguindo as coordenadas apresentadas na atividade, e em seguida realizar as translações I, II e III.

No item b) deveriam registrar na tabela as novas coordenadas do triângulo após cada translação. Para finalizar nos itens c) e d) cada dupla formularia uma resposta para explicar o que acontece com as coordenadas após cada translação.

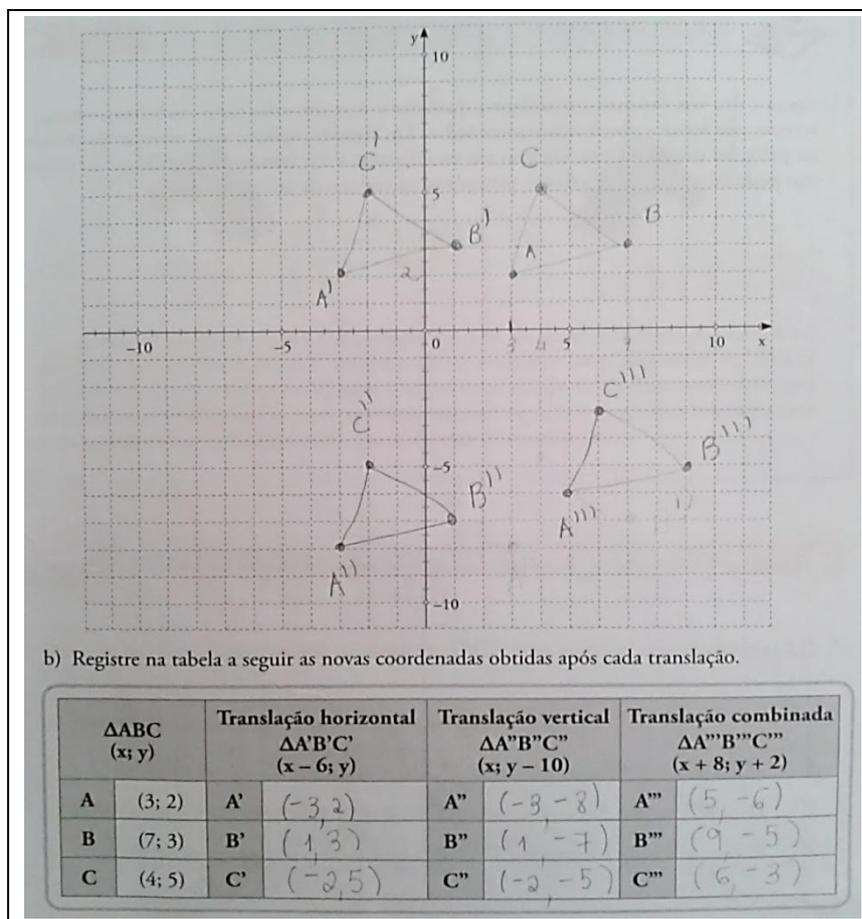
Figura 62 – Foto 3 do 3º Encontro

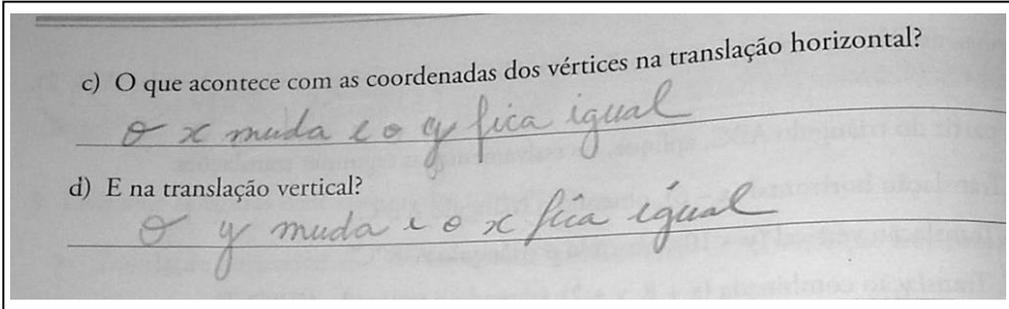


Fonte: Arquivo pessoal

Seguem algumas respostas dos alunos:

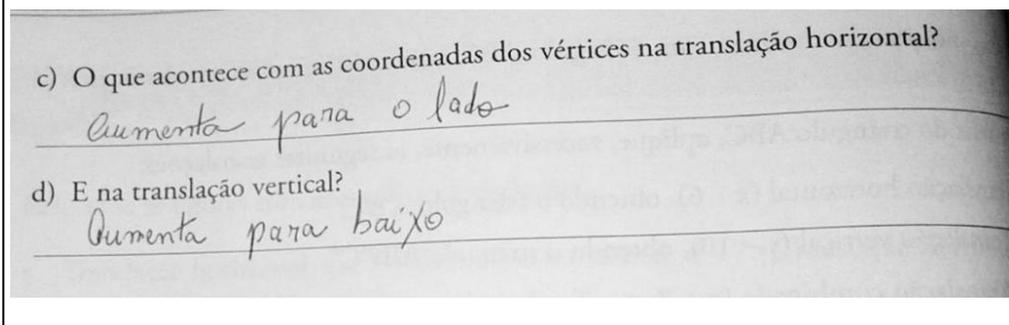
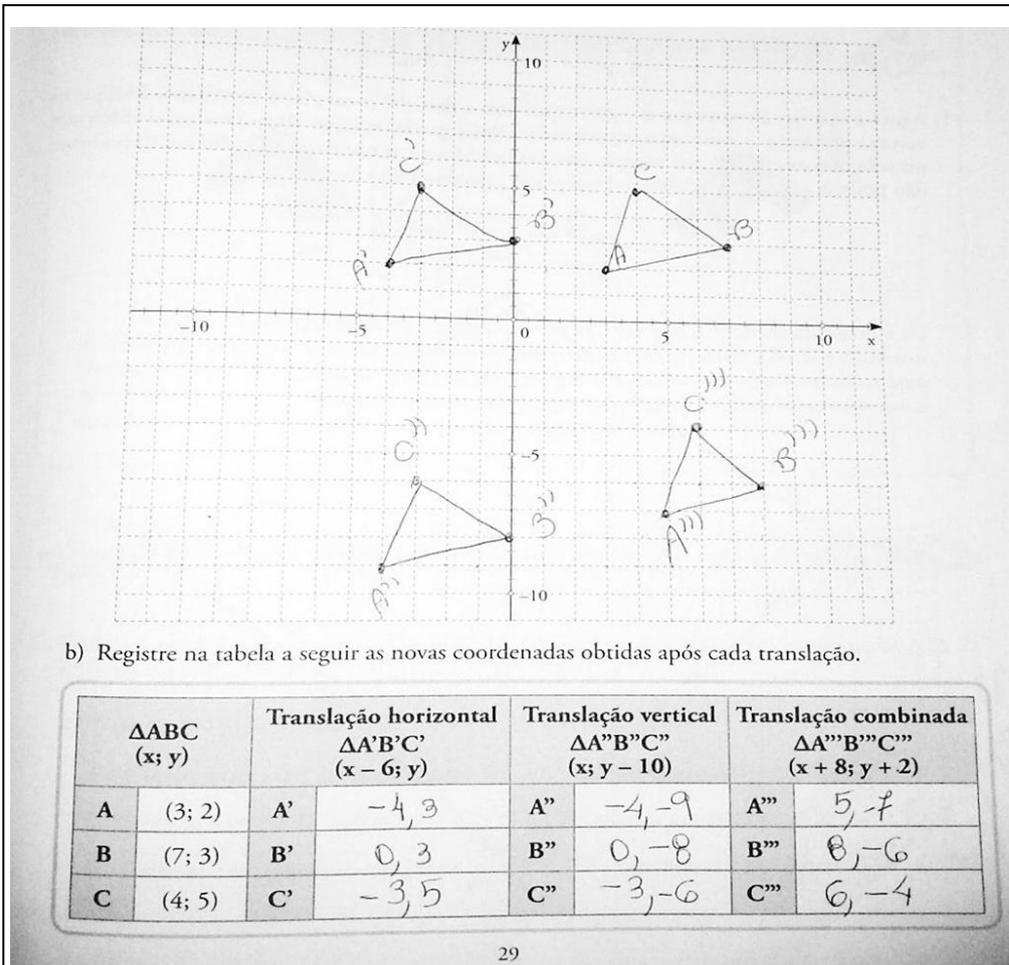
Figura 63 – Resposta correta do aluno 20





Fonte: Arquivo pessoal

Figura 64 – Resposta incorreta do aluno 21



Fonte: Arquivo pessoal

O aluno 21, ao aplicar a translação horizontal, subtrai 7 do valor do x ao invés de 6. Devido a esse erro inicial ele prossegue escrevendo os pontos seguintes de forma incorreta. Nos itens c) e d) ele não consegue explicar de forma correta o que acontece com as coordenadas dos vértices em cada translação. Os erros cometidos por outros estudantes são análogos aos desse aluno.

Tabela 9 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 10

Item	Porcentagem
A	89%
B	82%
C	79%
D	79%

Atividade 11

Descrição da aplicação da atividade

Essa atividade prevê uma resposta individual pois cada um deveria inventar um polígono e aplicar duas translações.

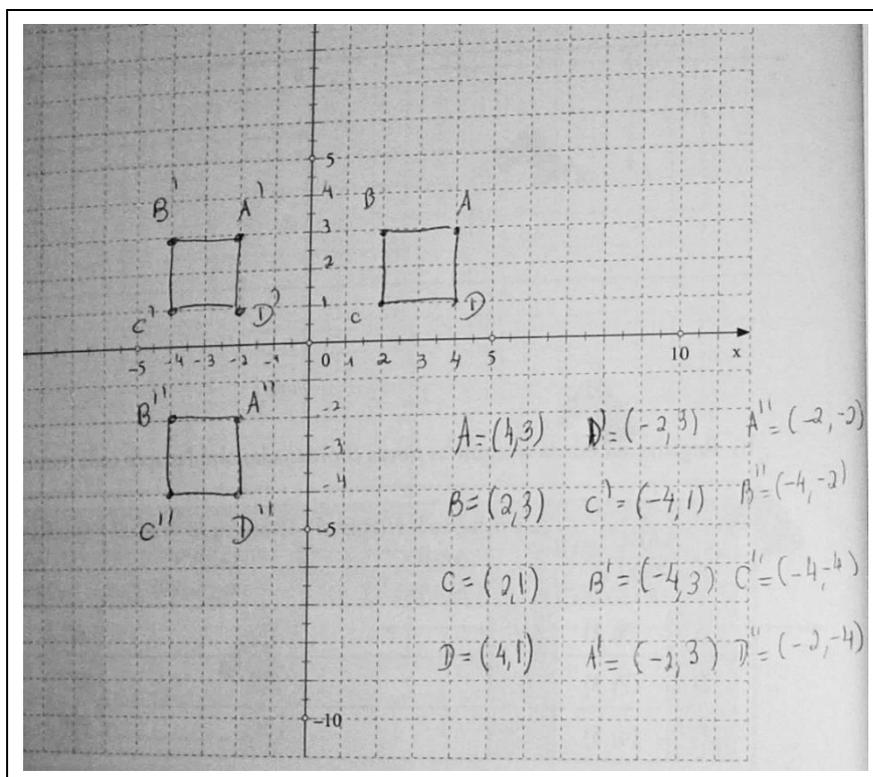
Figura 65 - Foto 4 do 3º Encontro



Fonte: Arquivo pessoal

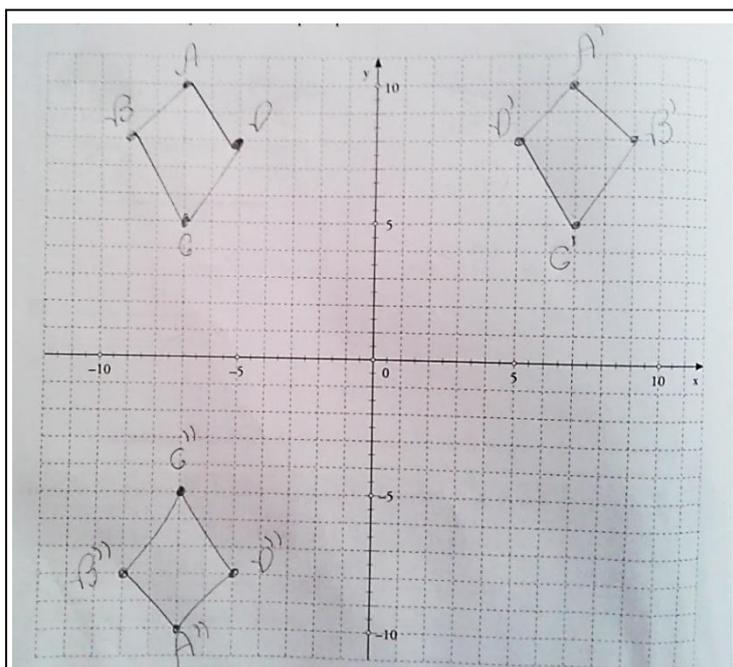
Seguem algumas respostas dos alunos:

Figura 66 – Resposta correta do aluno 22



Fonte: Arquivo pessoal

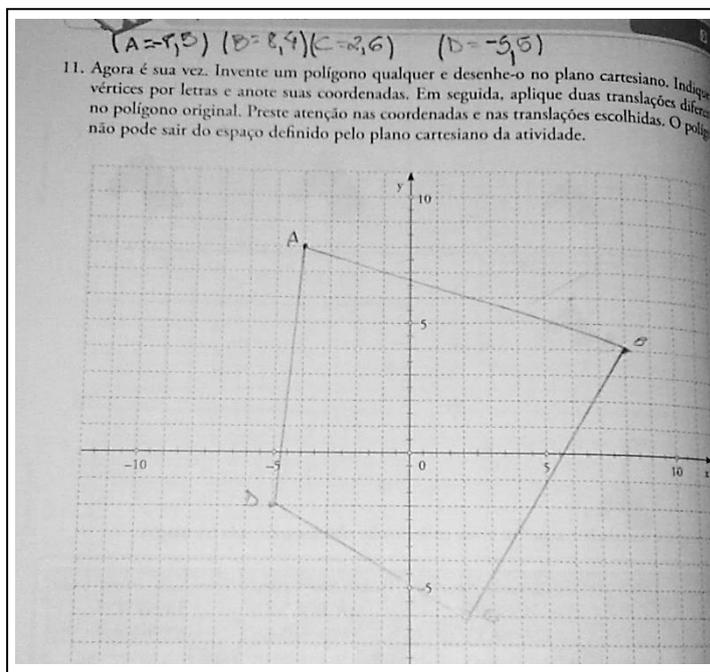
Figura 67 – Resposta incorreta do aluno 23



Fonte: Arquivo pessoal

A resposta do aluno 23 está incorreta pois ele não escreve as coordenadas dos vértices e não aplica corretamente as translações.

Figura 68 – Resposta incorreta do aluno 24



Fonte: Arquivo pessoal

A resposta do aluno 24 está incorreta pois ele não aplica nenhuma translação em seu polígono.

Tabela 10 – Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 11

Item	Porcentagem
Anotar as coordenadas	91%
Aplicar duas translações	71%

Vemos que os alunos tiveram mais facilidade em anotar as coordenadas de um polígono. Observamos que a maioria dos polígonos escolhidos foi um quadrilátero. A maioria dos alunos que erraram as translações foi porque aplicaram a primeira translação de forma incorreta ou não fizeram nenhuma translação.

4º Encontro

No 4º encontro mantive a mesma metodologia e utilizei o mesmo local para desenvolver as atividades.

Iniciei a aula com a correção das atividades do 3º encontro utilizando a lousa. Os alunos participaram da correção. Diversas duplas apresentaram suas respostas oralmente e explicaram como as encontraram. Os alunos que erraram fizeram a correção no caderno individual.

Em seguida iniciamos a realização das atividades.

Atividade de Leitura e Análise de texto - Reflexão

Descrição da atividade:

Iniciei a leitura do texto proposto nessa atividade, e em seguida escolhi um aluno para finalizar. Após a leitura expliquei o movimento de reflexão utilizando o desenho apresentado na figura do texto.

Figura 69 – Foto 1 do 4º Encontro



Fonte: Arquivo pessoal

Atividade 12

Descrição da aplicação da atividade:

Nessa atividade os alunos realizaram a leitura do enunciado e resolveram os itens a) e b) sem dificuldades.

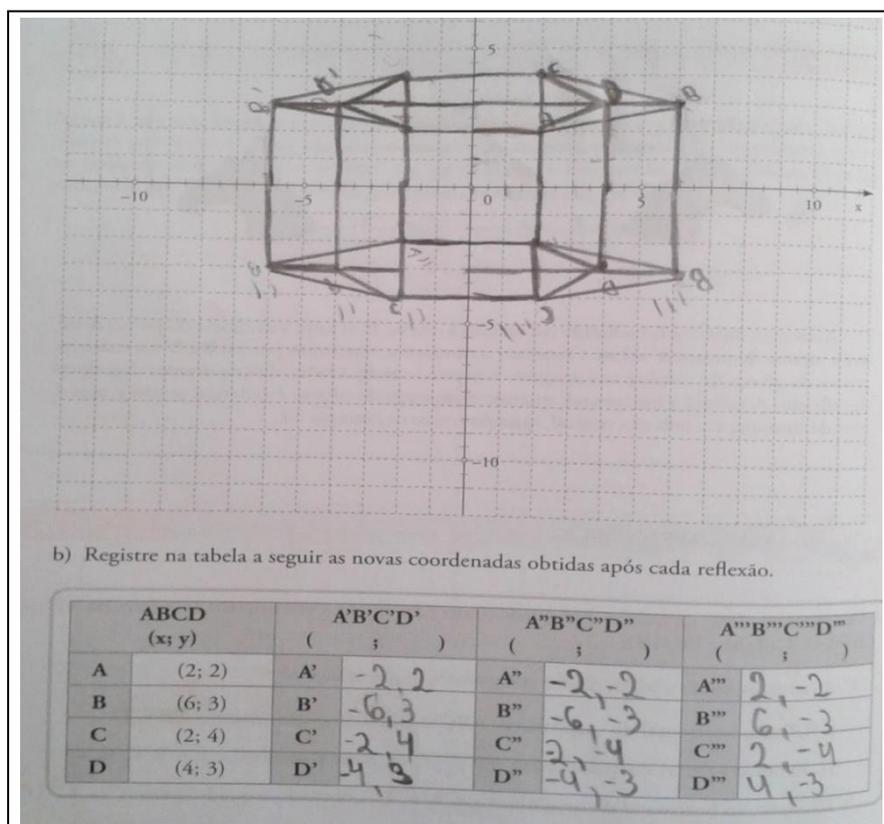
Ao responder os itens c), d) e e), algumas duplas não chegaram a conclusões corretas, antes de comentar vejamos algumas digitalizações.

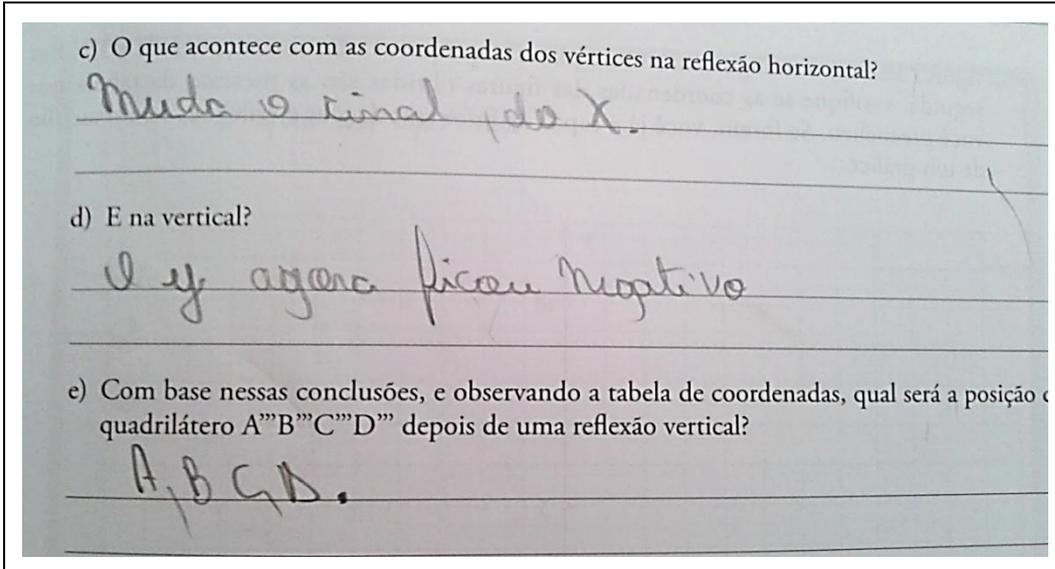
Figura 70 – Foto 2 do 4º Encontro



Fonte: Arquivo pessoal

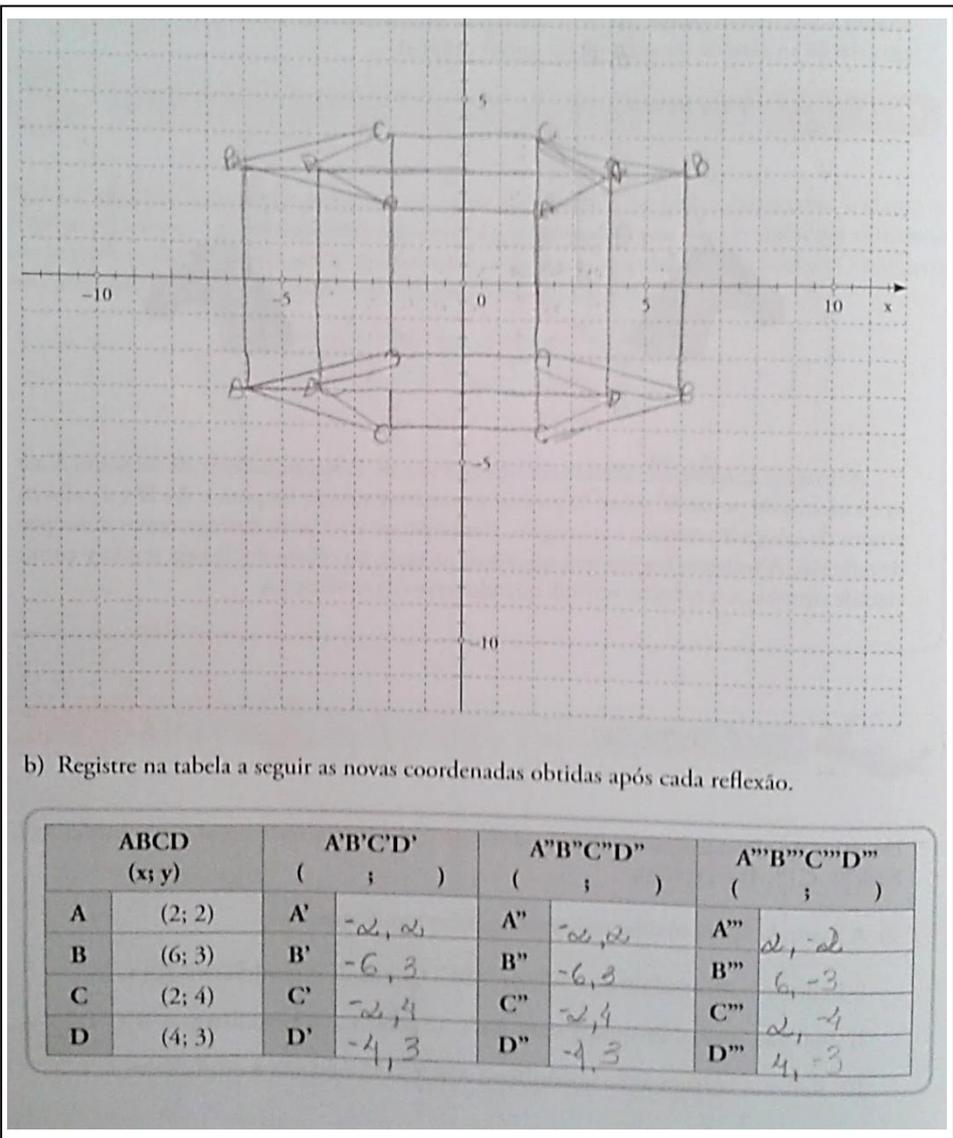
Figura 71 – Resposta correta do aluno 25





Fonte: Arquivo pessoal

Figura 72 – Resposta parcialmente correta do aluno 26



c) O que acontece com as coordenadas dos vértices na reflexão horizontal?
O x está ficando negativo.

d) E na vertical?
Os dois ficaram negativo.

e) Com base nessas conclusões, e observando a tabela de coordenadas, qual será a posição do quadrilátero A''B''C''D'' depois de uma reflexão vertical?
3º quadrante.

Fonte: Arquivo pessoal

O aluno 26 errou as coordenadas do quadrilátero A''B''C''D''.

Tabela 11 – Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 12

Item	Porcentagem
A	91%
B	73%
C	85%
D	87%
E	79%

Analisando as respostas verifica-se que a maioria dos alunos tem dificuldades nos itens em que é preciso analisar a resposta e explicar. Em geral eles não conseguem expressar através da escrita o que observam. Em problemas de aplicação de propriedades como o item a), no qual é necessário aplicar a propriedade da reflexão, eles costumam ter mais facilidade.

Alguns alunos erraram o sinal das coordenadas no registro da tabela do item b), o que acarretou para esse item uma porcentagem menor de acertos..

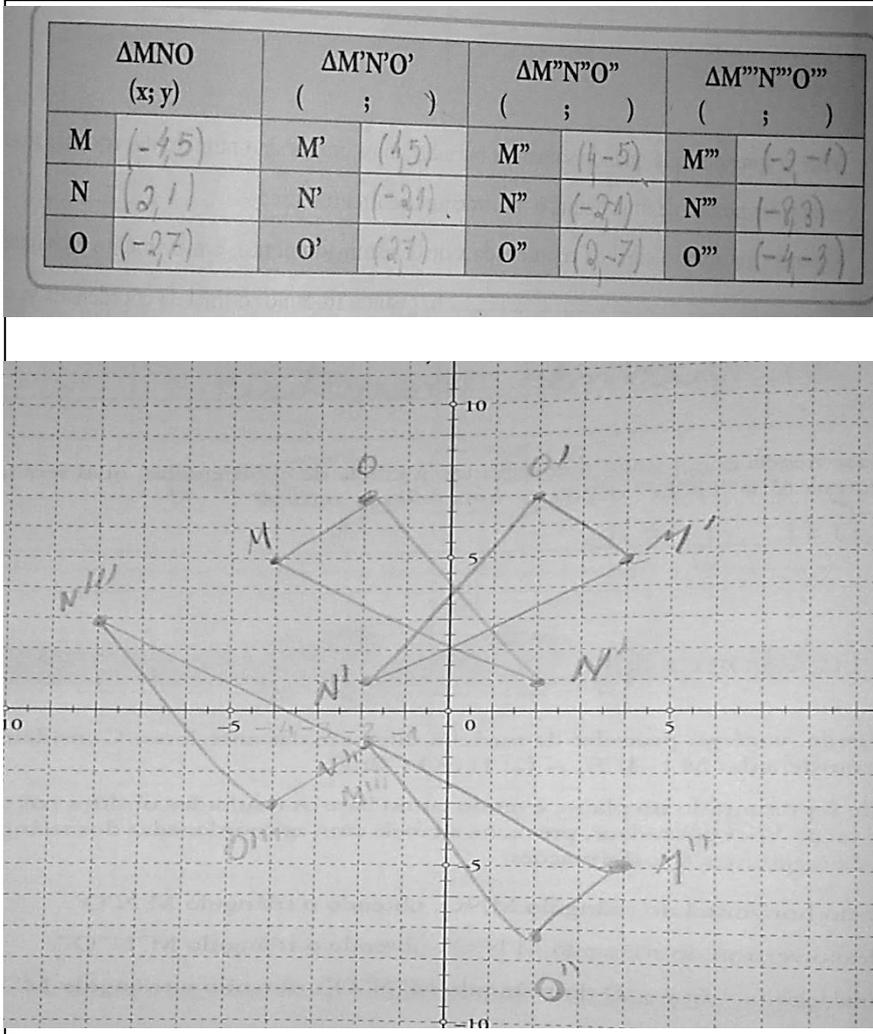
Atividade 13

Descrição da aplicação da atividade:

Nessa atividade os alunos realizaram a leitura do enunciado e começaram a responder os itens a) e b).

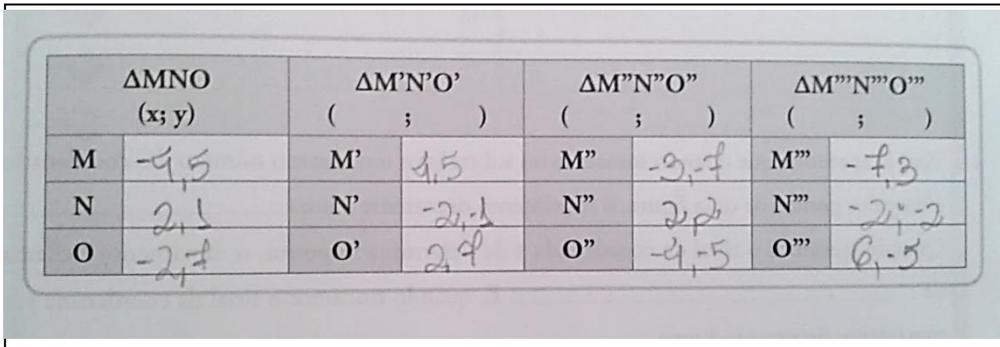
Não houve muitas dificuldades na realização da atividade.

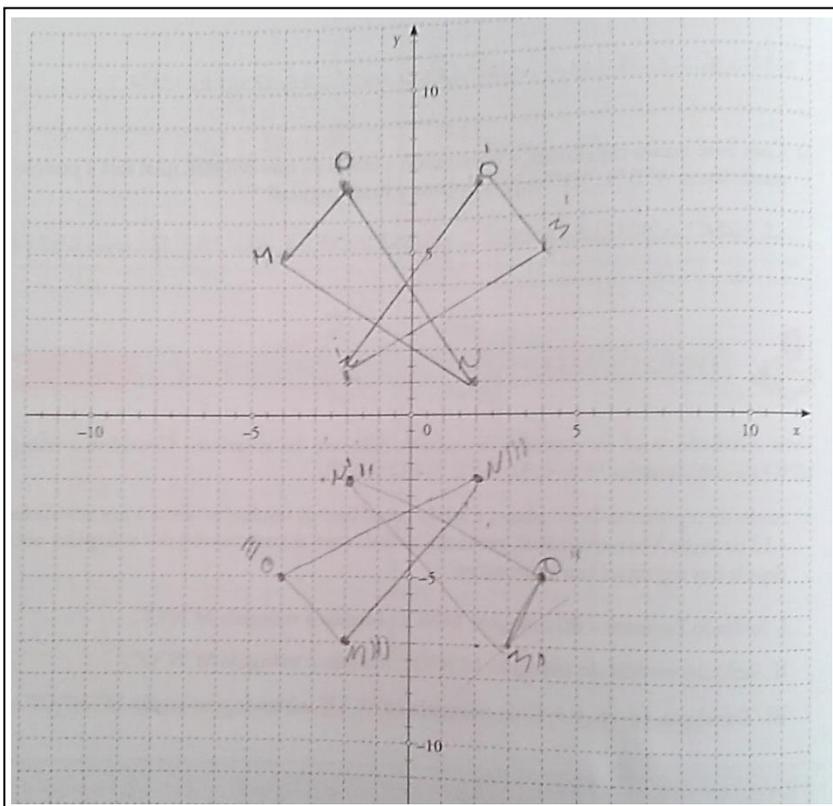
Figura 73 – Resposta correta do aluno 27



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 74 – Resposta incorreta do aluno 28





Fonte: Arquivo pessoal

O aluno acima errou as coordenadas do triângulo $M''N''O''$ e $M''''N''''O''''$, conseqüentemente desenhou os dois triângulos de forma incorreta.

Tabela 12 - Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade 13

Item	Porcentagem
A	91%
B	95%

Observamos que os acertos do item 13 foram maiores porque nessa atividade não foi exigida nenhuma interpretação. Os erros nessa atividade em geral devido ao fato de que a tabela deveria ser preenchida antes da representação das figuras, o que exigia uma maior abstração.

Atividade 14

Descrição da aplicação da atividade:

Os alunos realizaram a leitura da atividade, mas muitos ficaram em dúvida quanto ao preenchimento das lacunas. Nesse momento pedi para que voltassem no texto da página 27 e

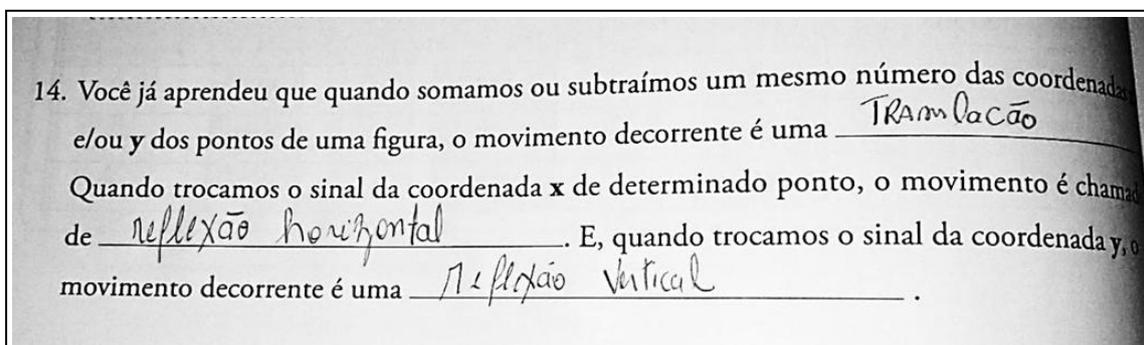
da página 31 para que observassem o que acontece com as coordenadas x e y em cada movimento.

Figura 75 – Foto 3 do 4º Encontro



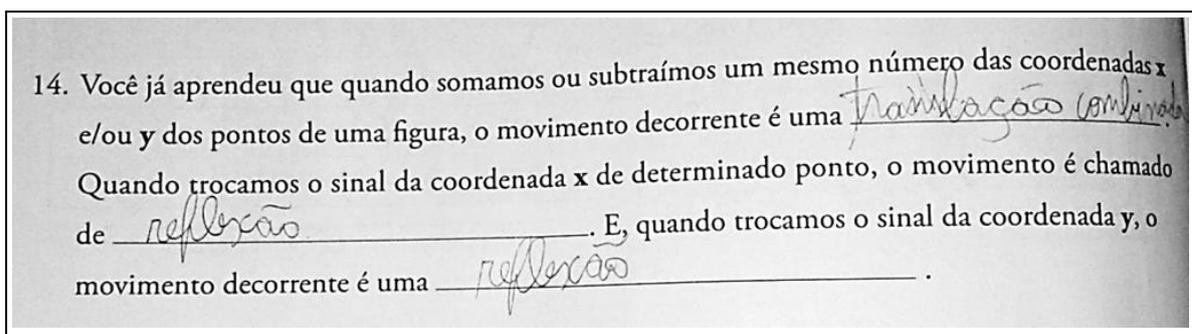
Fonte: Arquivo pessoal

Figura 76– Resposta correta do aluno 29



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 77 – Resposta parcialmente correta do aluno 30



Fonte: Arquivo pessoal

O aluno acima conseguiu diferenciar o movimento de translação do movimento de reflexão. No entanto ele teve dificuldades para classificar o tipo de reflexão apresentado na atividade.

Porcentagem das respostas dos alunos:

95% dos alunos responderam corretamente as três lacunas.

Concluindo o 4º Encontro, realizamos a correção das atividades propostas para esse dia. A correção ocorreu utilizando a lousa e com a participação dos alunos. Os alunos realizaram a correção em seu caderno de classe.

CAPÍTULO 4

ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO

4.1 Introdução

Nesse Capítulo descrevo como foi elaborada a avaliação e como ocorreu sua aplicação. Ainda apresento a porcentagem das respostas dos alunos em cada questão e analiso as respostas de alguns alunos.

4.2 Elaboração da Avaliação

A avaliação foi elaborada tendo como base questões e habilidades do SARESP e Prova Brasil. Ela é composta de quatro questões idênticas ao SARESP, sendo elas as questões 1, 3, 4 e 5 e uma questão da Prova Brasil, que é a questão 7. Com o intuito de avaliar outras habilidades contempladas na Situação de Aprendizagem trabalhada, utilizei ainda uma questão do Exame Supletivo do Ensino Médio da Secretaria de Educação de Minas Gerais, sendo esta a questão 2. Além dessas criei duas questões que são as de número 6 e 8 para contemplar um maior número de habilidades na avaliação.

O objetivo de propor questões idênticas ao SARESP e Prova Brasil é para comparar os resultados obtidos pelos nossos alunos após a aplicação da proposta com os resultados apresentados no Capítulo 1.

Segue imagem da Avaliação.

Figura 78 – Folha 1 da Avaliação

NOME: _____ SÉRIE/ANO: _____ TURMA: _____ Prof.ª LARISSA

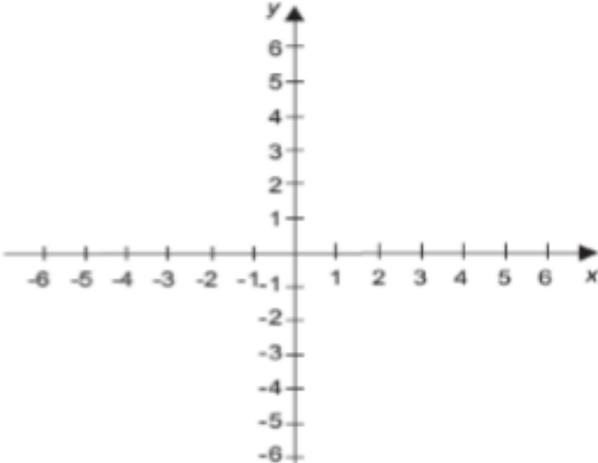
AVALIAÇÃO



*Acredite
no seu potencial!*

**BOA
AVALIAÇÃO!!!**

1) (SARESP – 2010) Represente no sistema cartesiano os pontos $M(-1,2)$, $N(2,1)$, $P(-1,-3)$ e $Q(3,1)$. Dentre estes pontos, o mais distante do ponto $(3, -4)$ é:



(A) M.

(B) N.

(C) P.

(D) Q.

Faça o rascunho aqui

2) No plano cartesiano, o quadrado PQRS tem três de seus vértices nos pontos $P(-1, 3)$, $Q(3, 3)$ e $R(3, -1)$. Quais as coordenadas do vértice S desse quadrado?

A) $(-1, 1)$.

B) $(-3, 1)$.

C) $(-3, -1)$.

D) $(-1, -1)$.

E) $(-3, -3)$

Faça o rascunho aqui

Figura 79 – Folha 2 da Avaliação

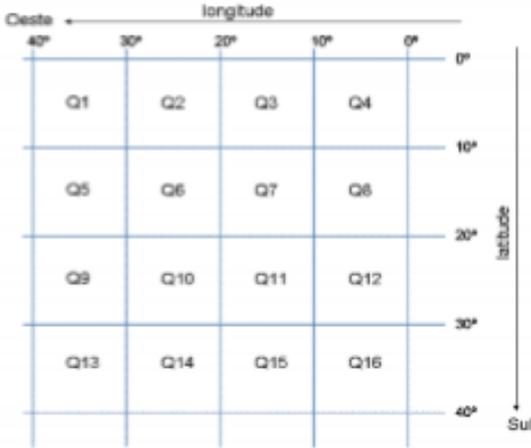
3) (SARESP – 2009) No plano cartesiano, os pontos que tem as ordenadas e abscissas iguais entre si, por exemplo $A(2,2)$ e $B(-1,-1)$, estão sobre:



(A) o eixo das abscissas.
 (B) o eixo das ordenadas.
 (C) a bissetriz dos quadrantes ímpares.
 (D) a bissetriz dos quadrantes pares.

Faça o rascunho aqui

4) (SARESP – 2008) GPS é um sistema que permite, por meio de satélites, obter as coordenadas em latitudes e longitudes de um objeto na face da terra. Se a leitura do GPS informa que um objeto se encontra na latitude $22,5^\circ$ e na longitude de $38,7^\circ$, então, na figura abaixo (que imita a tela de um radar) o objeto estará em qual quadrante:

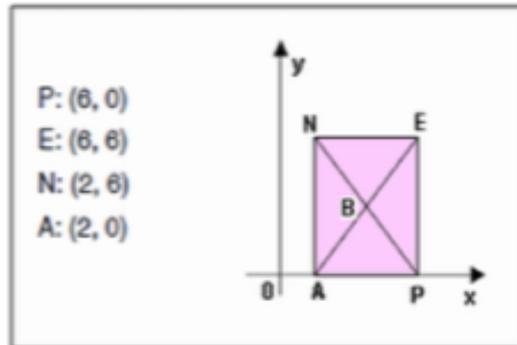


A) Q1.
 B) Q11.
 C) Q9.
 D) Q4.

Faça o rascunho aqui

Figura 80 – Folha 3 da Avaliação

5) (SARESP – 2007) O retângulo PENA, representado no plano cartesiano, tem vértices com as seguintes coordenadas:

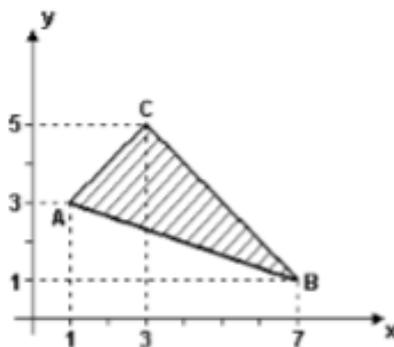


Quais são as coordenadas do ponto B, intersecção entre as diagonais do retângulo PENA?

- (A) (4, 3)
- (B) (4, 2)
- (C) (3, 4)
- (D) (3, 3)
- (E) (4, 4)

Faça o rascunho aqui

6) Quais são as coordenadas dos vértices A' , B' e C' , sabendo que $A'B'C'$ é uma reflexão horizontal em relação ao eixo OY do triângulo ABC ?



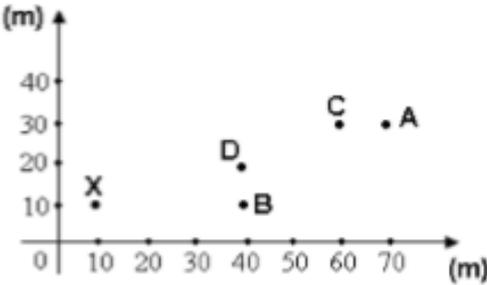
- (A) $A'(1,3)$, $B(7,1)$ e $C'(3,5)$
- (B) $A'(-1,-3)$, $B(-7,1)$ e $C'(-3,5)$
- (C) $A'(-1,-3)$, $B(-7,-1)$ e $C'(-3,-5)$
- (D) $A'(-1,3)$, $B(7,-1)$ e $C'(3,5)$
- (E) $A'(-1,3)$, $B'(-7,1)$ e $C'(-3,5)$

Faça o rascunho aqui

Figura 81 – Folha 4 da Avaliação

7) A figura abaixo ilustra as localizações de alguns pontos no plano.

João sai do ponto X, anda 20 m para a direita, 30 m para cima, 40 m para a direita e 10 m para baixo.

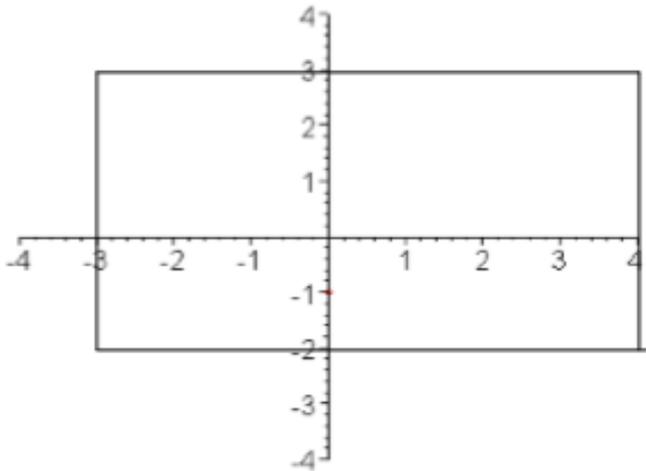


Ao final do trajeto, João estará no ponto:

(A) A
(B) B
(C) C
(D) D

Faça o rascunho aqui

8) Na figura destacada no plano cartesiano abaixo, determine:



a) Os vértices, usando pares ordenados.
b) Sua área.

Faça o rascunho aqui

Tabela 13 - Respostas esperadas pelos alunos na Avaliação:

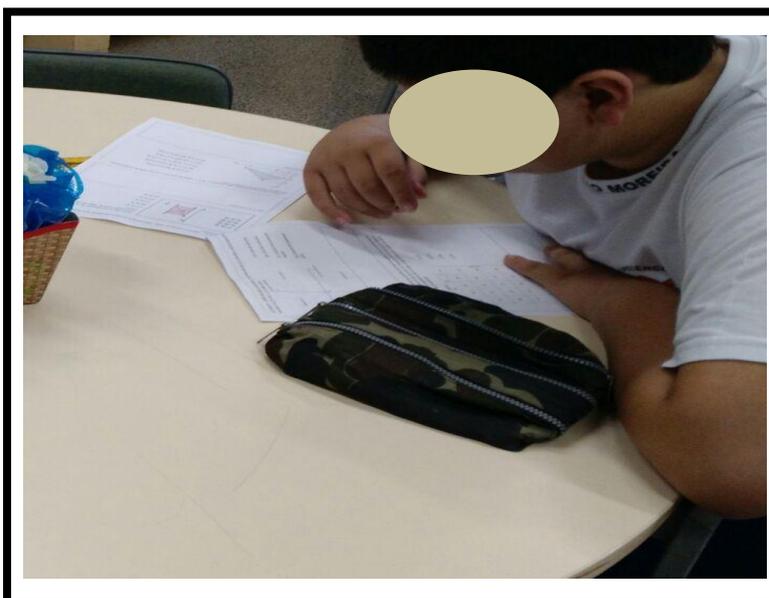
Número da Questão	Resposta Correta
1	A
2	D
3	C
4	C
5	A
6	E
7	A
8	A = (4, -2); (-3, 3); (-3, -2); (4, 3)
	B = 35

4.3 Aplicação da Avaliação

A aplicação da avaliação ocorreu no 5º encontro, dia 05/11/15 para a turma do 8º Ano B, e dia 06/11/15 para a turma do 8º Ano A, e teve duração de uma aula de 50 minutos.

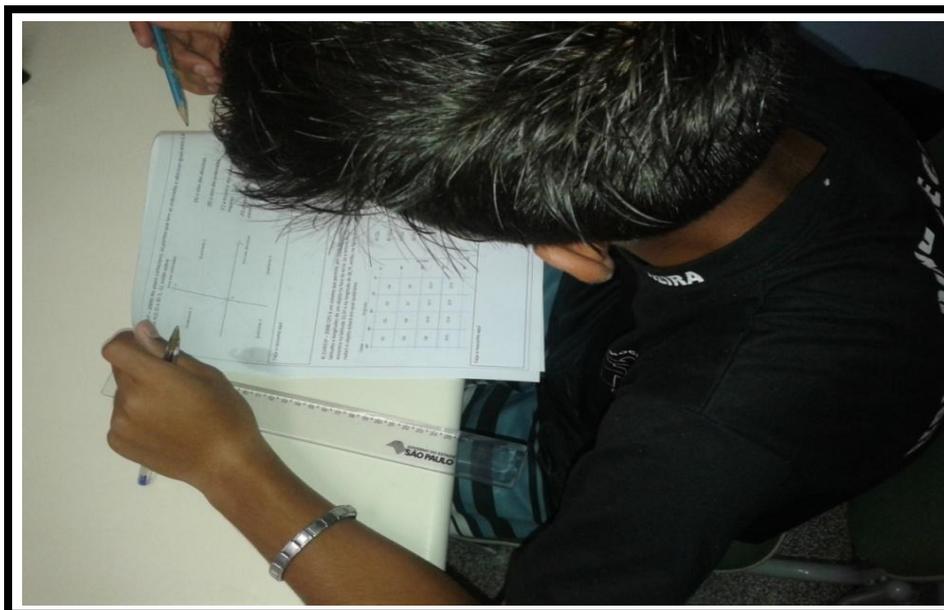
Os alunos foram organizados em fileiras e responderam as questões da avaliação individualmente.

Figura 82 – Foto 1 da Aplicação da Avaliação



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 83 – Foto 2 da Aplicação da Avaliação



Fonte: Arquivo pessoal

Análise das respostas dos alunos em cada questão

Questão 1

Tabela 14 - Análise das respostas da questão 1

Alternativas	A	B	C	D
Porcentagem total	79%	2%	17%	2%

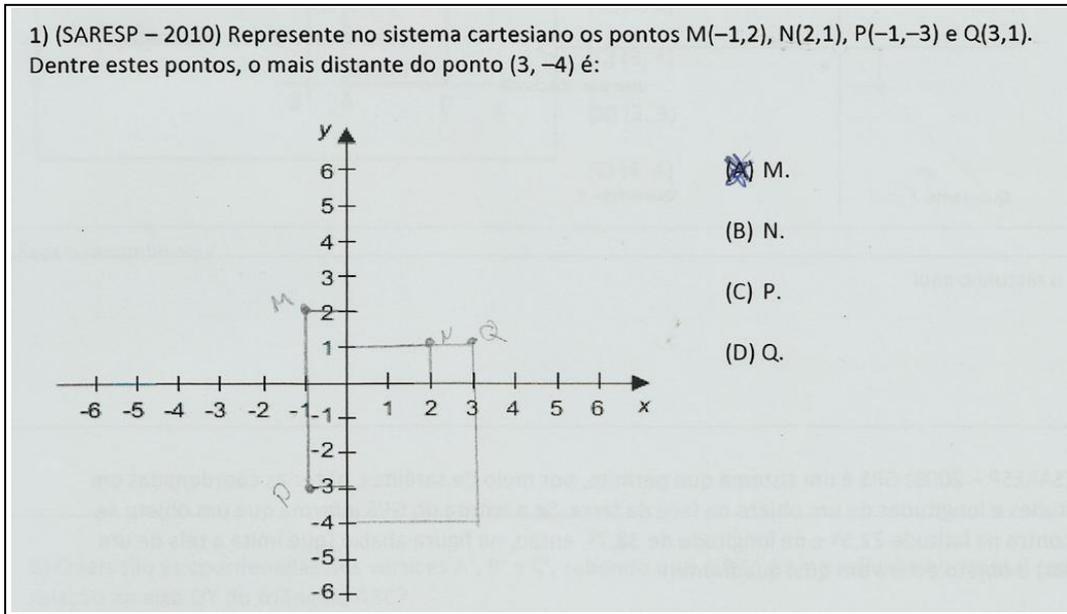
Na questão 1, do total de 47 alunos, 37 marcaram a alternativa correta, ou seja, aproximadamente 79% dos alunos acertaram a questão.

Podemos comparar nosso resultado com o resultado do SARESP de 2010, onde essa questão teve 30% de acerto. Portanto, conseguimos alcançar um melhor resultado.

Analisando as respostas dos alunos observa-se que os 79% que acertaram a questão conseguiram localizar os pontos no plano cartesiano corretamente e identificaram qual era o ponto mais distante. Os alunos que erraram possivelmente não conseguiram

encontrar qual era o ponto mais distante de $(3,-4)$, já que a habilidade de determinar a distância entre dois pontos ainda não foi estudada por eles.

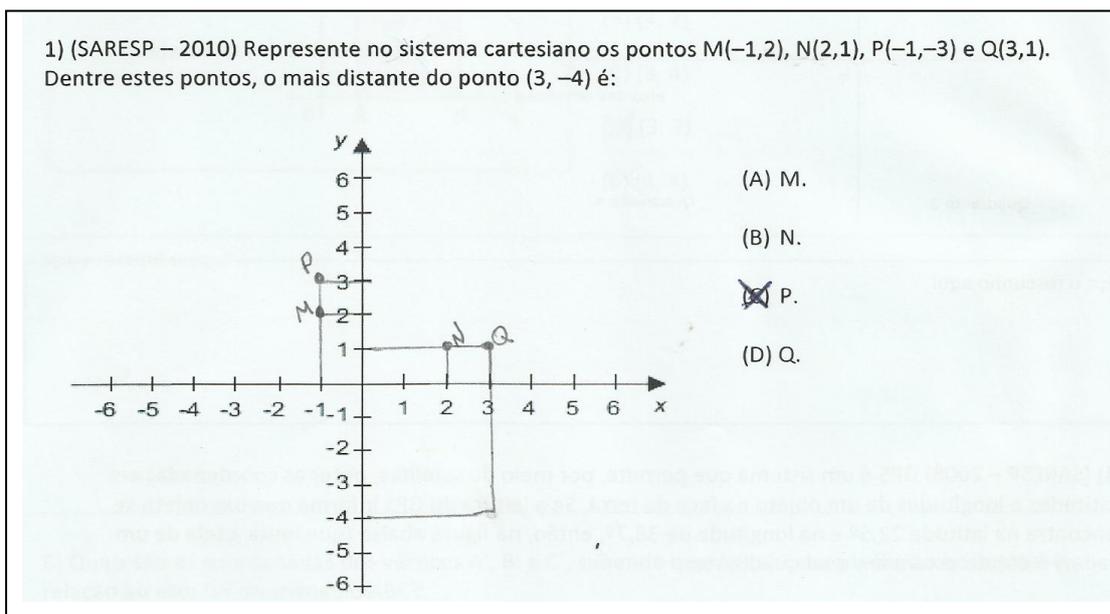
Figura 84 – Resposta correta do aluno 1a



Fonte: Arquivo pessoal

Entretanto, os 21% de alunos que erraram a questão, localizaram alguns pontos nos quadrantes errados.

Figura 85 – Resposta incorreta do aluno 1b

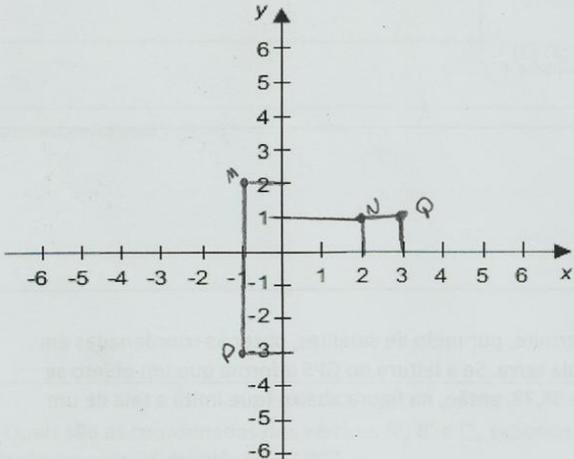


Fonte: Arquivo pessoal

O aluno localizou o ponto P (-1,-3), no segundo quadrante. Provavelmente o aluno ainda não consegue localizar corretamente pontos com coordenadas negativas.

Figura 86 - Resposta incorreta do aluno 1c

1) (SARESP – 2010) Represente no sistema cartesiano os pontos M(-1,2), N(2,1), P(-1,-3) e Q(3,1). Dentre estes pontos, o mais distante do ponto (3, -4) é:



(A) M.
(B) N.
 (C) P.
(D) Q.

Faça o rascunho aqui
O ponto P está mais distante porque o número está negativo.

Fonte: Arquivo pessoal

O aluno localizou todos os pontos corretamente, mas por não ter localizado o ponto (3,-4) não encontrou a resposta correta.

Questão 2

Tabela 15 - Análise das respostas da questão 2

Alternativas	A	B	C	D	E	Branco
Porcentagem total	11%	2%	2%	81%	2%	2%

Nessa questão, 38 alunos marcaram a alternativa correta, resultando em 81% de acertos.

Figura 87 – Resposta correta do aluno 2a

2) No plano cartesiano, o quadrado PQRS tem três de seus vértices nos pontos $P(-1, 3)$, $Q(3, 3)$ e $R(3, -1)$. Quais as coordenadas do vértice S desse quadrado?

Faça o rascunho aqui

A) $(-1, 1)$.
 B) $(-3, 1)$.
 C) $(-3, -1)$.
 D) $(-1, -1)$.
 E) $(-3, -3)$

Fonte: Arquivo pessoal

Analisando os resultados verificamos que a maioria dos alunos que erraram a questão localizaram os pontos P, Q e R corretamente, mas não identificaram as coordenadas corretamente do vértice S.

Figura 88 – Resposta incorreta do aluno 2b

2) No plano cartesiano, o quadrado PQRS tem três de seus vértices nos pontos $P(-1, 3)$, $Q(3, 3)$ e $R(3, -1)$. Quais as coordenadas do vértice S desse quadrado?

Faça o rascunho aqui

A) $(-1, 1)$.
 B) $(-3, 1)$.
 C) $(-3, -1)$.
 D) $(-1, -1)$.
 E) $(-3, -3)$

Fonte: Arquivo pessoal

O aluno localizou corretamente os 3 pontos, no entanto confundiu as coordenadas do vértice S, trocando o sinal da ordenada.

Questão 3

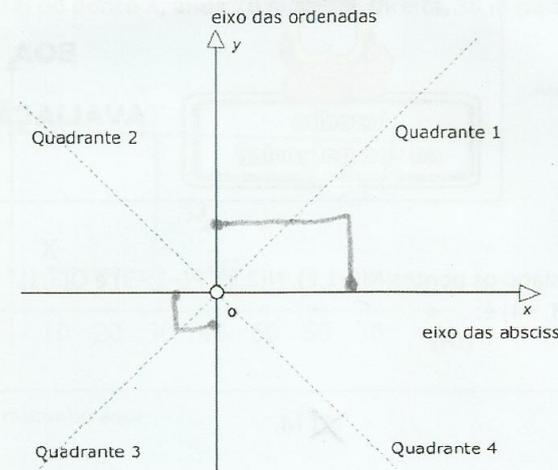
Tabela 16 - Análise das respostas da questão 3

Alternativas	A	B	C	D
Porcentagem total	2%	2%	92%	4%

Essa questão teve um alto índice de acerto. Do total de 47 alunos, 43 marcaram a alternativa correta.

Figura 89 – Resposta correta do aluno 3a

3) (SARESP – 2009) No plano cartesiano, os pontos que tem as ordenadas e abscissas iguais entre si, por exemplo $A(2,2)$ e $B(-1,-1)$, estão sobre:



(A) o eixo das abscissas.

(B) o eixo das ordenadas.

(C) a bissetriz dos quadrantes ímpares.

(D) a bissetriz dos quadrantes pares.

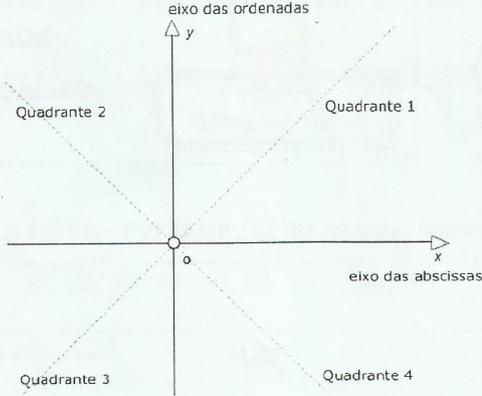
Fonte: Arquivo pessoal

Na resposta acima o aluno encontrou a resposta certa, mas seu desenho não representa a localização correta do ponto $A(2,2)$.

Os alunos que erraram provavelmente não entenderam o conceito de quadrante, abscissa e ordenada, ou não conheciam o termo bissetriz.

Figura 90 - Resposta incorreta do aluno 3b

3) (SARESP – 2009) No plano cartesiano, os pontos que tem as ordenadas e abscissas iguais entre si, por exemplo A(2,2) e B(-1,-1), estão sobre:



(A) o eixo das abscissas.
 (B) o eixo das ordenadas.
 (C) a bissetriz dos quadrantes ímpares.
 (D) a bissetriz dos quadrantes pares.

Fonte: Arquivo pessoal

Questão 4

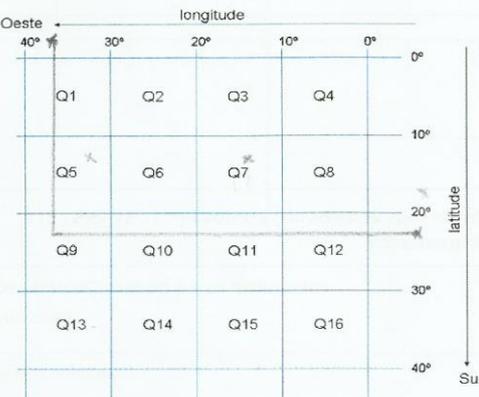
Tabela 17 - Análise das respostas da questão 4

Alternativas	A	B	C	D
Porcentagem total	4%	2%	90%	4%

Essa questão teve um acerto de 90% dos alunos, ou seja, 42 alunos obtiveram a resposta correta.

Figura 91 – Resposta correta do aluno 4a

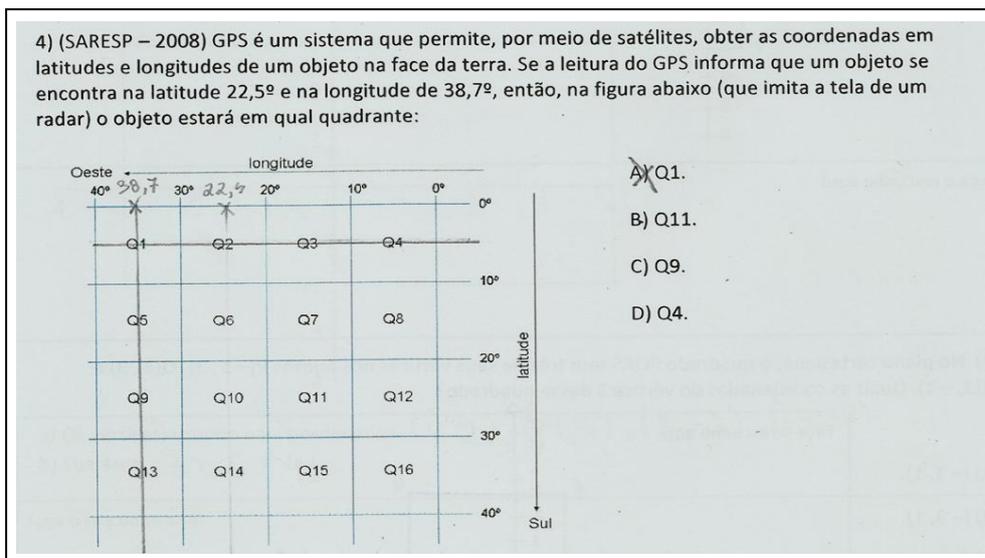
4) (SARESP – 2008) GPS é um sistema que permite, por meio de satélites, obter as coordenadas em latitudes e longitudes de um objeto na face da terra. Se a leitura do GPS informa que um objeto se encontra na latitude 22,5° e na longitude de 38,7°, então, na figura abaixo (que imita a tela de um radar) o objeto estará em qual quadrante:



A) Q1.
 B) Q11.
 C) Q9.
 D) Q4.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 92 – Resposta incorreta do aluno 4b



Fonte: Arquivo pessoal

Analisando a resposta e rascunho do aluno acima, podemos observar que ele localizou as duas coordenadas na longitude, logo o mesmo não compreendeu o enunciado da questão.

Questão 5

Tabela 18 - Análise das respostas da questão 5

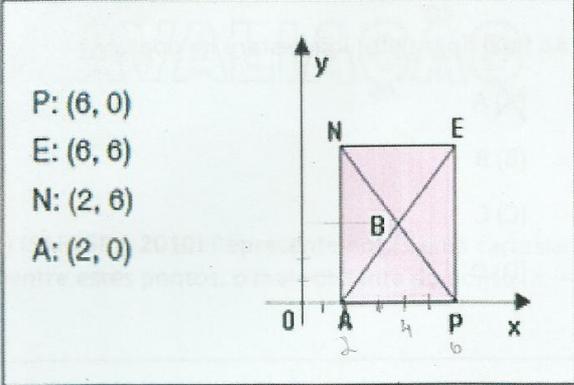
Alternativas	A	B	C	D	E
Porcentagem total	73%	2%	17%	8%	0%

Nessa questão, 34 alunos encontraram a resposta correta.

Figura 93 – Resposta correta do aluno 5a

5) (SARESP – 2007) O retângulo PENA, representado no plano cartesiano, tem vértices com as seguintes coordenadas:

P: (6, 0)
E: (6, 6)
N: (2, 6)
A: (2, 0)



Quais são as coordenadas do ponto B, intersecção entre as diagonais do retângulo PENA?

(A) (4, 3)

(B) (4, 2)

(C) (3, 4)

(D) (3, 3)

(E) (4, 4)

4, 3

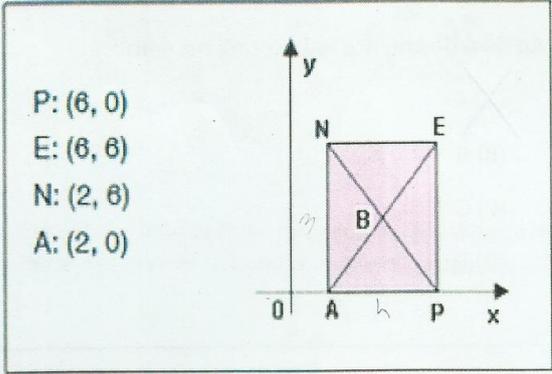
Fonte: Arquivo pessoal

Os alunos que erraram a questão inverteram as coordenadas ou não encontraram corretamente a coordenada x e y do ponto B.

Figura 94 - Resposta incorreta do aluno 5b

5) (SARESP – 2007) O retângulo PENA, representado no plano cartesiano, tem vértices com as seguintes coordenadas:

P: (6, 0)
E: (6, 6)
N: (2, 6)
A: (2, 0)



Quais são as coordenadas do ponto B, intersecção entre as diagonais do retângulo PENA?

(A) (4, 3)

(B) (4, 2)

(C) (3, 4)

(D) (3, 3)

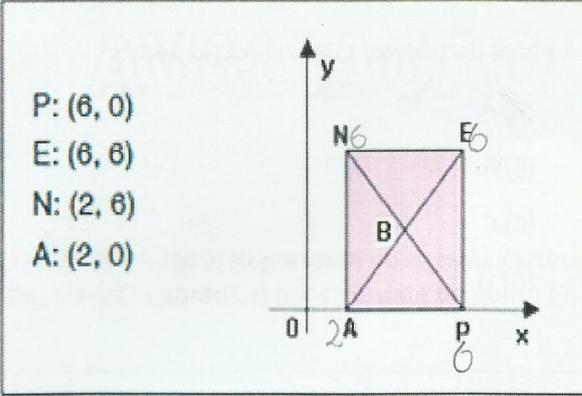
(E) (4, 4)

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 95 – Resposta incorreta do aluno 5c

(SARESP – 2007) O retângulo PENA, representado no plano cartesiano, tem vértices com as seguintes coordenadas:

P: (6, 0)
E: (6, 6)
N: (2, 6)
A: (2, 0)



Quais são as coordenadas do ponto B, intersecção entre as diagonais do retângulo PENA?

(A) (4, 3)
(B) (4, 2)
(C) (3, 4)
 (D) (3, 3)
(E) (4, 4)

Fonte: Arquivo pessoal

O aluno acima pensou que para encontrar a coordenada do ponto B deveria dividir o número 6, que é a coordenada do ponto P, por 2.

Questão 6

Tabela 19 - Análise das respostas da questão 6

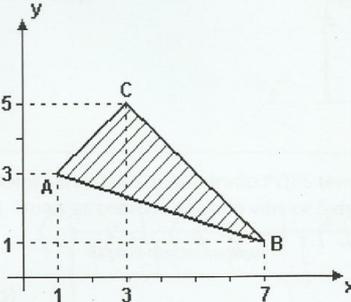
Alternativas	A	B	C	D	E
Porcentagem total	13%	8%	6,5%	6,5%	66%

A questão 6 foi a que apresentou a menor porcentagem de acerto.

Analisando as respostas dos alunos verificamos que 13% dos alunos acharam que ABC era A'B'C'. Os alunos que marcaram as alternativas B, C e D inverteram os sinais das coordenadas, ou seja, não compreenderam o movimento correto de reflexão horizontal.

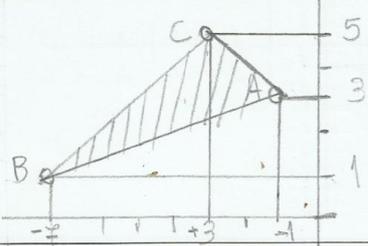
Figura 96 – Resposta correta do aluno 6a

6) Quais são as coordenadas dos vértices A' , B' e C' , sabendo que $A'B'C'$ é uma reflexão horizontal em relação ao eixo OY do triângulo ABC ?



(A) $A'(1,3)$, $B(7,1)$ e $C'(3,5)$
 (B) $A'(-1,-3)$, $B(-7,1)$ e $C'(-3,5)$
 (C) $A'(-1,-3)$, $B(-7,-1)$ e $C'(-3,-5)$
 (D) $A'(-1,3)$, $B(7,-1)$ e $C'(3,5)$
 (E) $A'(-1,3)$, $B'(-7,1)$ e $C'(-3,5)$

Faça o rascunho aqui

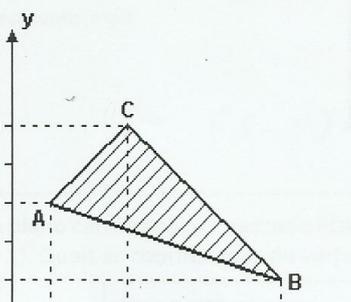


Fonte: Arquivo pessoal

Alguns alunos não fizeram o desenho do triângulo após a aplicação da reflexão horizontal. Acredito que esse seja um motivo que contribuiu para seu erro.

Figura 97 – Resposta incorreta do aluno 6b

6) Quais são as coordenadas dos vértices A' , B' e C' , sabendo que $A'B'C'$ é uma reflexão horizontal em relação ao eixo OY do triângulo ABC ?



(A) $A'(1,3)$, $B(7,1)$ e $C'(3,5)$
 (B) $A'(-1,-3)$, $B(-7,1)$ e $C'(-3,5)$
 (C) $A'(-1,-3)$, $B(-7,-1)$ e $C'(-3,-5)$
 (D) $A'(-1,3)$, $B(7,-1)$ e $C'(3,5)$
 (E) $A'(-1,3)$, $B'(-7,1)$ e $C'(-3,5)$

Fonte: Arquivo pessoal

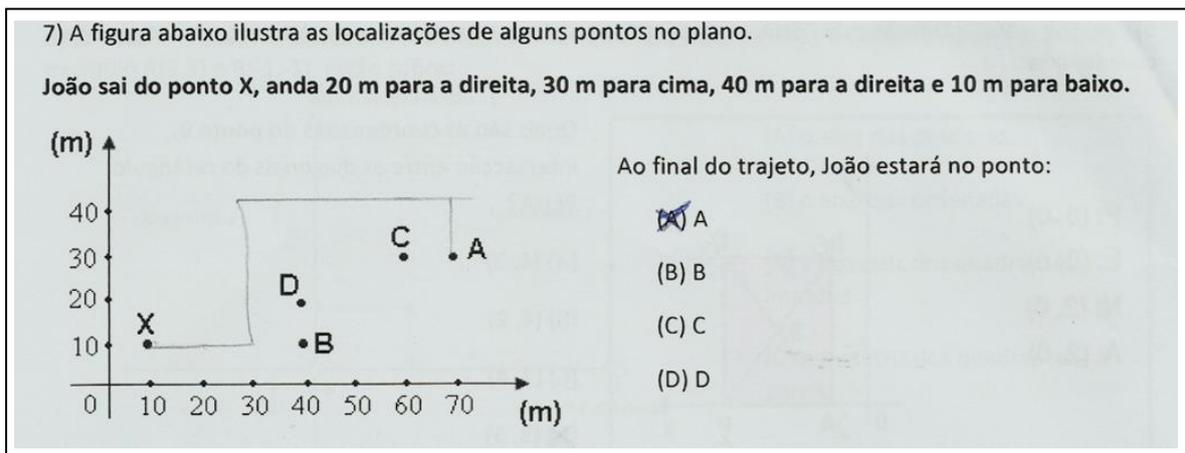
Questão 7

Tabela 20 - Análise das respostas da questão 7

Alternativas	A	B	C	D
Porcentagem total	85%	6%	4,5%	4,5%

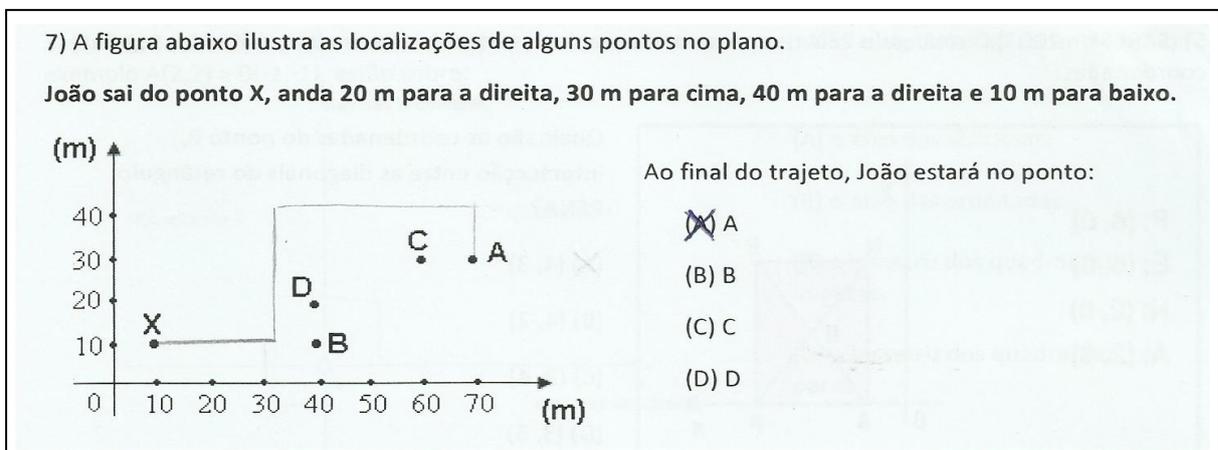
Comparando o resultado obtido por nossos alunos com o resultado da Prova Brasil de 2009, onde a porcentagem de acerto da questão foi de 36%, percebemos um significativo avanço.

Figura 98 – Resposta correta do aluno 7a



Fonte: Arquivo pessoal

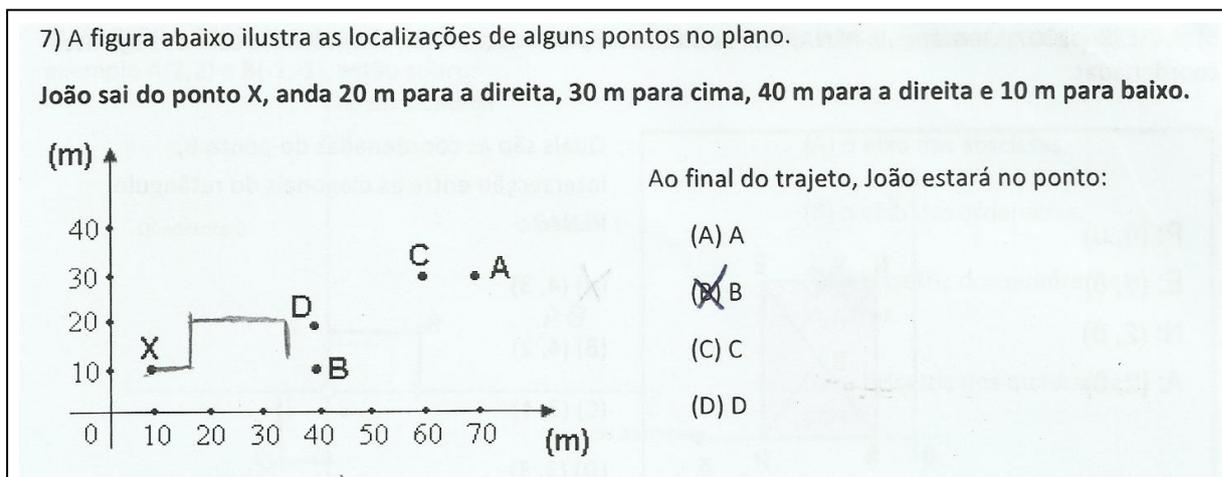
Figura 99 – Resposta correta do aluno 7b



Fonte: Arquivo pessoal

Os alunos que erraram a questão não andaram a quantidade de metros correta de um ponto ao outro. Acredito que para andar os 20 m para a direita que foi solicitado, os alunos confundiram com o ponto 20 do eixo y.

Figura 100 – Resposta incorreta do aluno 7c



Fonte: Arquivo pessoal

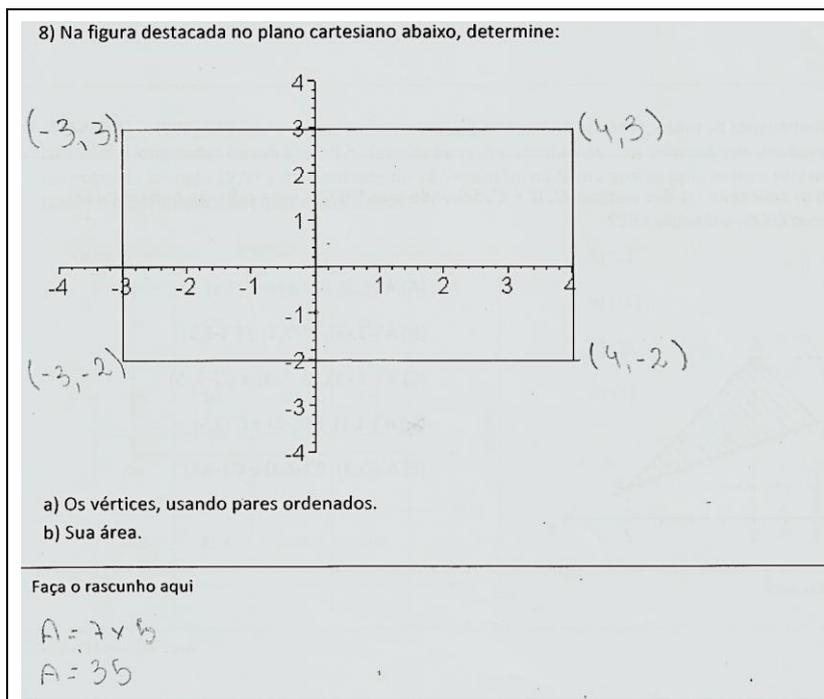
Questão 8

A) 70% dos alunos acertaram

B) 81% dos alunos acertaram

Pelos resultados vemos que 33 alunos acertaram o item A e 38 o item B.

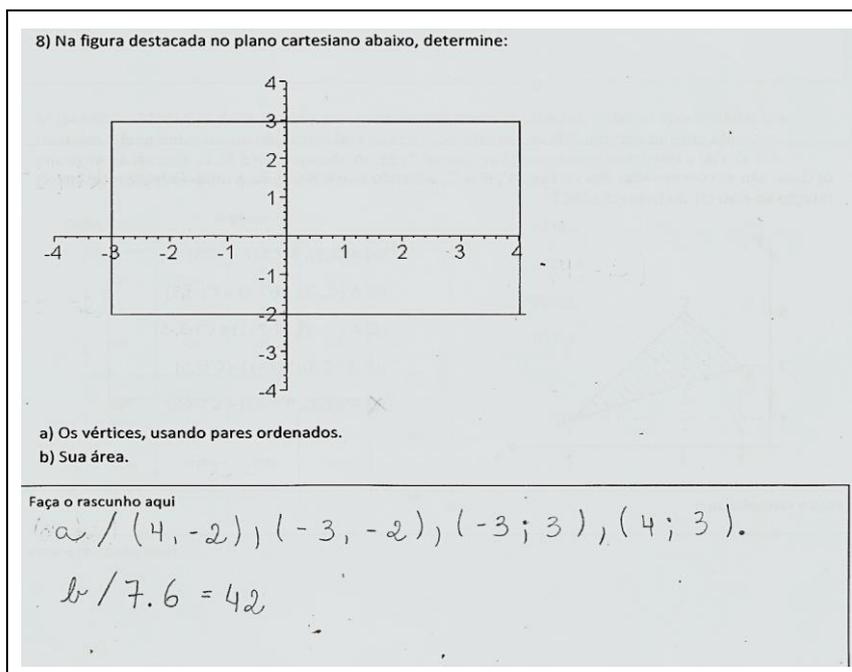
Figura 101 – Resposta correta do aluno 8a



Fonte: Arquivo pessoal

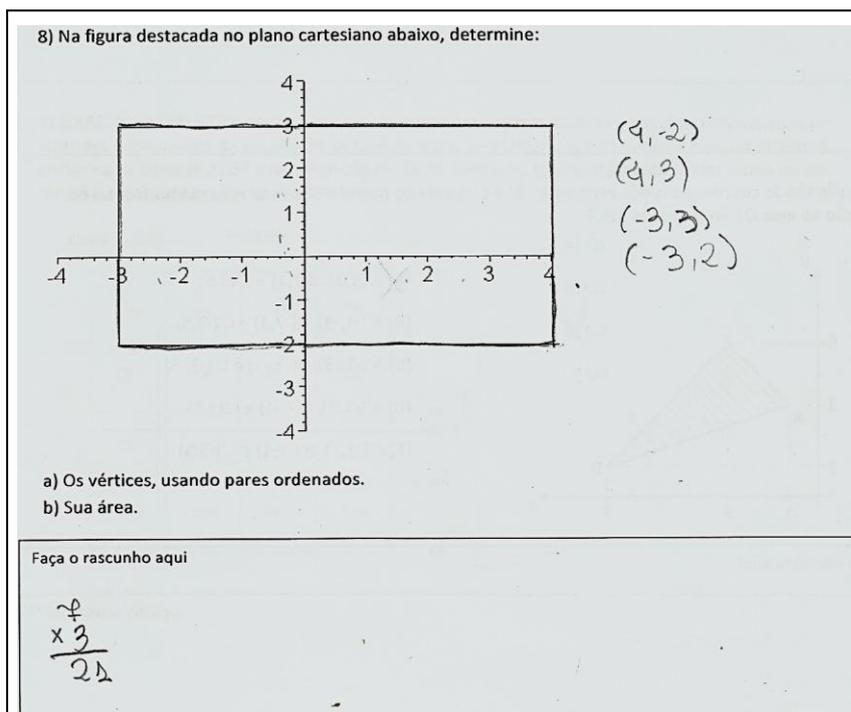
Dos alunos que erraram a questão, a maioria trocou o sinal das coordenadas no item A, e no item B não encontrou as medidas corretas para calcular a área.

Figura 102 – Resposta parcialmente correta do aluno 8b



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 103 – Resposta parcialmente correta do aluno 8c



Fonte: Arquivo pessoal

4.4 Conclusão

Ao aplicar essa avaliação tive a percepção pessoal de que ela mostrou que a aprendizagem foi muito boa. Para fazer uma avaliação mais quantitativa dos resultados, podemos usar os índices do SARESP, embora as situações sejam diferentes. Nossos estudantes, ao realizar a nossa avaliação estavam com uma lembrança imediata dos conceitos, pois havíamos acabado de estudá-los. Por outro lado na prova do SARESP ocorre uma distância temporal de aproximadamente um ano. Por outro lado, para contrabalançar isso, algumas das nossas questões que também foram aplicadas no SARESP foram resolvidas por estudantes do Ensino Médio, enquanto os nossos estudantes ainda estão no 8º Ano.

Segue a tabela que permite uma visualização mais fácil dos índices da nossa avaliação e o do SARESP naquelas questões que foram comuns.

Tabela 21 – Comparação entre os resultados da Avaliação e SARESP

Porcentagem de alunos que acertaram a questão		
	Nossa Avaliação	SARESP
Questão 1	79%	30%
Questão 3	92%	25,6%
Questão 4	90%	47%
Questão 7	85%	36%
Média	86,5%	34,5%

Podemos também comparar a média dos resultados de todas as questões de nossa avaliação com a média das questões sobre Coordenadas Cartesianas do SARESP apresentadas no Capítulo 1.

Tabela 22 - Comparação entre a média dos resultados da Avaliação e SARESP

Média da porcentagem de alunos que acertaram a questão	
Nossa Avaliação	SARESP
79,6%	40,6%

CAPÍTULO 5

VALIDAÇÃO DA PROPOSTA E CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 Introdução

Neste Capítulo descrevemos um resumo da pesquisa, bem como as ideias principais da proposta e sua conexão com os documentos oficiais. Fazemos também um resumo da análise da aplicação das atividades propostas na Situação de Aprendizagem e suas modificações pós-aplicação com o objetivo de aperfeiçoar a didática adotada visando uma melhor aprendizagem dos alunos. As modificações surgiram de observações feitas no decorrer da aplicação das atividades.

Finalizamos o Capítulo apresentando sugestões de novas pesquisas e a conclusão final do trabalho, bem como suas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem.

5.2 Resumo da pesquisa

A pesquisa desse trabalho consistiu em analisar e aplicar em sala de aula a Situação de Aprendizagem 2 “Coordenadas Cartesianas e Transformações no Plano” do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, que se encontra no Caderno do Aluno de Matemática da 7ª série/8º ano, volume 2.

A partir da análise do SARESP de diversos anos foi possível observar o baixo desempenho dos alunos em questões que envolviam o tema Coordenadas Cartesianas. Assim, tentando buscar uma metodologia que trouxesse resultados satisfatórios para o processo de ensino aprendizagem, pensamos em trabalhar com o Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo. Nesse material são apresentadas situações de aprendizagem com textos explicativos e problemas sobre os temas de Matemática presentes no Currículo. Como esse material é pouco usado pelos professores, pensamos que, com essa proposta, poderíamos socializar nossa experiência e convencer os professores a incorporá-la em suas práticas cotidianas.

O trabalho seguiu a sequência didática:

1- Aplicação da Situação de Aprendizagem 2 do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, Caderno do Aluno.

2- Em seguida, aplicação para os mesmos estudantes de uma avaliação similar à do SARESP sobre o tema Coordenadas Cartesianas.

Além de verificar a efetividade do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo desejamos também chamar a atenção para a ideia de que os docentes devem aplicar as atividades de forma a permitir ao aluno ser autônomo e ativo, trabalhando em grupo, com a mínima intervenção de sua parte.

Ao final mostramos que nosso trabalho está validado a partir dos resultados dos alunos nas atividades e na avaliação. Concluimos que se a Situação de Aprendizagem for aplicada no formato que propomos teremos um resultado bem melhor do que aquele obtido com a aplicação exclusiva de aulas expositivas.

5.3 Ideias principais da proposta didática

A ideia principal é trabalhar as atividades propostas de forma a permitir ao aluno uma maior autonomia e incentivar o trabalho em dupla. O professor deve interferir o mínimo possível.

Acreditamos que o ensino de Matemática deve acontecer através de Situações de Aprendizagem no formato proposto, em que o aluno é o protagonista na construção do conhecimento e o professor é o organizador da aprendizagem, sendo sua responsabilidade criar e escolher problemas que desafiem os alunos e aplicar sequências de aprendizagem mais estimulantes.

5.4 Conexão da proposta didática com as oficiais

Nossa proposta didática está em consonância com o Currículo do Estado de São Paulo. O Currículo é a base do Material de Apoio utilizado para o desenvolvimento das atividades.

As atividades aplicadas aos estudantes são apresentadas no material disponibilizado para eles em cada semestre, o chamado Caderno do Aluno.

A avaliação aplicada ao final do trabalho é similar à do SARESP que também contempla a proposta do Currículo.

Pensamos assim que nossa pesquisa contribui para a utilização correta do material que professores e alunos devem trabalhar nas escolas estaduais de São Paulo.

5.5 Resumo da análise da aplicação

As atividades foram aplicadas em duas classes de 8º Ano do Ensino Fundamental em uma escola estadual de uma pequena cidade do interior do Estado de São Paulo. Aplicamos as atividades em quatro encontros de 100 minutos cada, e uma avaliação no 5º encontro com duração de 50 minutos.

Constatamos uma ótima participação das duas turmas. As turmas tiveram um aproveitamento médio de 85%, que foi calculado através dos dados apresentados nas tabelas: “Porcentagem de alunos que apresentaram respostas corretas na Atividade” do Capítulo 3.

Podemos comparar as médias das porcentagens de aproveitamento dos alunos nas atividades, na avaliação com o SARESP.

Tabela 23 - Comparação entre a média das porcentagens de aproveitamento nas Atividades, Avaliação e SARESP

Atividades da Situação de Aprendizagem	Nossa Avaliação	SARESP (questões de Coordenadas Cartesianas)
85%	79,6%	40,6%

Podemos observar que os alunos desenvolveram e participaram muito bem das atividades propostas. E o mais importante é que conseguiram aprender o conteúdo de forma satisfatória.

5.6 Modificações no produto didático pós-aplicação

Quanto a atividade 2 uma modificação que sugerimos é que seja pedida a localização do centro do ralo. Da forma como esta pode causar alguma confusão na hora de localizar em centímetros.

Uma modificação que sugerimos é a substituição do texto “Localizações e dimensões” por outro menos extenso, pois durante a leitura do mesmo em sala de aula os alunos se dispersaram dificultando assim sua interpretação. Nesse momento, sugerimos também que seja solicitado aos alunos que localizem pontos com coordenadas não inteiras, por exemplo $(-0,5;2)$, $(2,9; 0)$, $(2, -1/4)$, no plano cartesiano apresentado no texto.

Para o desenvolvimento da Situação de Aprendizagem, há a necessidade de explicarmos o conceito de bissetriz, abscissas e ordenadas e revisarmos área de quadriláteros.

5.7 Sugestões de novas pesquisas

Pretendo aplicar outras Situações de Aprendizagem contidas no Caderno do Aluno, em outras séries escolares, utilizando a mesma metodologia por nós proposta.

Utilizarei a ATPC (Aula de Trabalho Pedagógico Coletivo) de minha escola para mostrar os resultados alcançados com essa proposta, com o objetivo de incentivar os professores a utilizá-la.

5.8 Conclusão Final

Finalizando este trabalho percebemos que não se trata de uma estratégia de aplicação de atividade fácil de ser realizada, tanto pelo desafio apresentando aos alunos quanto aos professores, que na maioria dos casos não me parecem estar habituados a este formato de atividade, a qual requer uma intervenção mínima dos professores ao mesmo tempo em que os alunos devem ser estimulados em realizar os desafios que as atividades propõem.

Analisando e observando a participação dos alunos durante as atividades propostas nesse trabalho, podemos concluir que os resultados apresentados vão ao encontro às expectativas esperadas.

Concluo reafirmando a importância da realização deste trabalho, tanto para minha formação acadêmica e profissional, quanto para servir de base de pesquisa para aqueles que de uma forma ou de outra acreditam que possam melhorar o ensino da Matemática.

BIBLIOGRAFIA E REFERÊNCIAS

CARNEIRO, V. C. G. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática**. Zetetike. Campinas UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática: 8º ano**. São Paulo: Ática, 2009.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. Brasília: SBEM. Ano II. N2. 1989. P. 15-19.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 17 de jan. 2016.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/prova-brasil-sp-1699645092>>. Acesso em: 21 de jan. 2016.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Guia de Livros Didáticos: PNLD 2014 : Matemática**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 21 jan. 2016.

PONTE, J. P. da. **Investigar, Ensinar e Aprender**. Actas do ProfMat (CD-ROM, p.25-39). Lisboa: APM, 2003.

ROSA, R. S. da. **Piaget e a Matemática**. Portal Só Pedagogia, 2009. Disponível em: http://www.pedagogia.com.br/artigos/piaget_matematica/index.php?pagina=0. Acesso em: 04 de maio de 2016.

SANCHEZ, J. N. G. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. Artmed. Porto Alegre, 2004.

SANTOS, M. P. dos. **Dificuldades de aprendizagem em matemática**. Jornal de Educação Nota 10, 2013. Disponível em: http://www.nota10.com.br/Artigos-detalhesNota10_Publicacoes/434/dificuldades_de_aprendizagem_em_matematica%20pdf. Acesso em: 19 de abril de 2016.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Proposta Curricular para Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio**. Disponível em: <http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portais/18/arquivos/Prop_MAT_COMP_re_d_md_20_03.pdf>. Acesso em: 17 jan. 2016.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Matrizes de Referência para a Avaliação Saesp: documento básico – Ensino Fundamental e**

Médio. Disponível em:

<http://saesp.fde.sp.gov.br/2009/pdf/Saesp2008_MatrizRefAvaliacao_DocBasico_Completo.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2016.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Relatório Pedagógico 2009 SARESP - Matemática.** Disponível em:

<http://saesp.fde.sp.gov.br/2009/ArquivosPdf/Relatorios/2_Saesp2009-RelatorioPedagogico_Matematica.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2016.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Relatório Pedagógico 2010 SARESP - Matemática.** Disponível em:

<http://saesp.fde.sp.gov.br/2010/Pdf/Relat/Relatorio_Pedagogico_Matematica_2010.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2016.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Relatório Pedagógico 2011 SARESP - Matemática.** Disponível em:

<http://saesp.fde.sp.gov.br/2011/Pdf/Relatorio_Pedagogico_Matematica_2011.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2016.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Relatório Pedagógico 2012 SARESP - Matemática.** Disponível em:

<<https://drive.google.com/file/d/0B8N6u74xOQxXVVhEcFpPQk1UeUE/view?pref=2&pli=1>>. Acesso em: 21 jan. 2016.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Relatório Pedagógico 2013 SARESP- Matemática.** Disponível em:

<http://file.fde.sp.gov.br/saesp/saesp2013/Arquivos/SARESP2013_RelatorioPedagogico_Matematica.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2016.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. **Material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo: Caderno do Aluno – Matemática.** Ensino Fundamental – anos finais, 7ª série/8º ano, volume 2. São Paulo: SE, 2014.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. **Material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo: Caderno do Professor – Matemática.** Ensino Fundamental – anos finais, 7ª série/8º ano, volume 2. São Paulo: SE, 2014.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. **Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau.** Zetetiké: Revista de Educação Matemática, 2013. Disponível em: <http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/4327>. Acesso em: 13 de junho de 2016.

THIEL, A. A. **Práticas matemáticas no plano cartesiano: um estudo da coordenação de registros de representação.** Florianópolis, 2013.

WALLE, J. A. V. **Matemática no Ensino Fundamental Formação de Professores e Aplicação em sala de aula.** 6ª ed. Artmed. Porto Alegre, 2009.

APÊNDICE: A Situação de Aprendizagem aplicada

Apresentamos a seguir a Situação de Aprendizagem com todas as atividades no formato em que foram aplicadas nas aulas.



SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

COORDENADAS CARTESIANAS E TRANSFORMAÇÕES NO PLANO

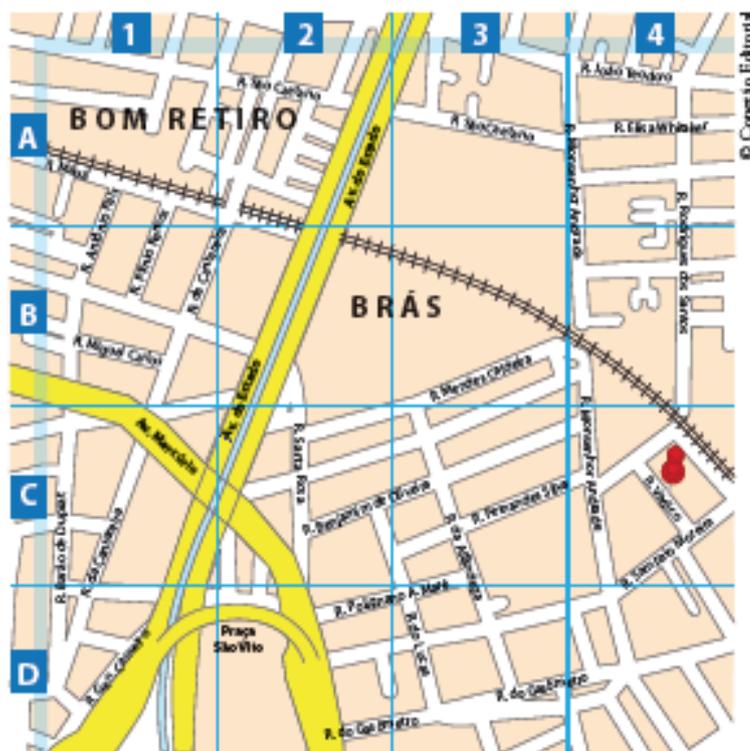


VOCÊ APRENDEU?



Localização

- Se quisermos localizar o endereço de uma pessoa, podemos recorrer a um guia de ruas. O guia funciona com um sistema de coordenadas de linhas e colunas. Para localizar uma rua, basta conhecer suas coordenadas, isto é, a linha e a coluna em que ela se encontra. No caso do guia de ruas, esse cruzamento de informações determina uma região (quadrado) na qual a rua (ou parte dela) está localizada. Além disso, é preciso saber o número da página em que ela se encontra. O mapa a seguir foi extraído da página de um guia de ruas da cidade de São Paulo. Faça o que se pede:



- As coordenadas da Rua Miguel Carlos são **B1**. Localize-a no mapa.
- A Rua Vadico está indicada no mapa. Dê a sua localização em termos de coordenadas.



PESQUISA INDIVIDUAL

2. Consulte um guia de ruas e localize a rua onde você mora e a rua de sua escola. Procure os seus nomes no índice alfabético e anote suas coordenadas (página, linha e coluna).

Casa: _____

Escola: _____

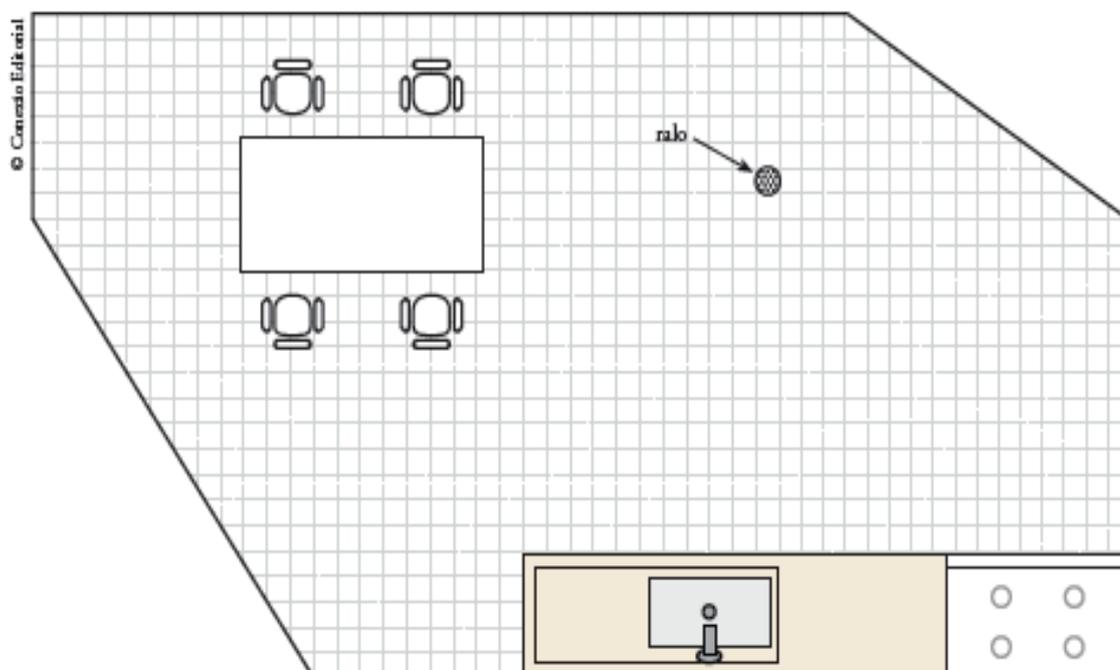


VOCÊ APRENDEU?



Ponto de referência

3. Um empreiteiro deve construir um ralo em uma cozinha seguindo as instruções fornecidas pelo arquiteto na planta a seguir, construída em escala. As dimensões dos ladrilhos quadriculados são de 10 cm por 10 cm.



a) Como você faria para informar a localização precisa do ralo nessa planta?

b) Tendo como ponto de referência o canto superior esquerdo da planta, quais são as coordenadas horizontais e verticais do ralo?

c) Escolha outro ponto de referência na planta e escreva as coordenadas do ralo.



Leitura e análise de texto

Localização e dimensões

Para encontramos o local de uma casa, precisamos do endereço dela. No caso, precisamos saber o nome da rua e o número da casa. Encontrada a rua, basta nos orientarmos pela numeração até localizarmos a casa. Por convenção, a numeração de uma rua segue um sentido crescente de numeração relacionado à distância em relação ao início dessa rua. Esse início é estabelecido por convenção, e a partir dele numeram-se as residências, com os números pares à direita e os ímpares à esquerda. Assim, a casa de número 250 fica no lado direito da rua, a aproximadamente 250 metros de seu início. Essa situação envolveu a localização de um ponto em determinado espaço de uma dimensão, a saber, da distância da casa até o início da rua.

No caso do guia de endereços, para localizar uma rua foram necessárias duas informações: a primeira em relação à direção horizontal (representada por letras), e a segunda, em relação à direção vertical (representada por números). O mesmo ocorre quando queremos informar a localização de um livro em uma estante. A prateleira informa a dimensão vertical e a posição do livro na prateleira, a dimensão horizontal. Tal livro encontra-se na 5ª prateleira de baixo para cima, e é o 5º da direita para a esquerda.

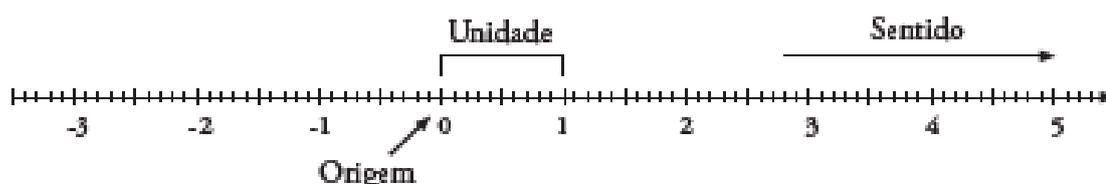
Um mapa geográfico também envolve a localização de duas direções: a vertical, chamada de latitude, e a horizontal, que é a longitude. O sentido de cada uma dessas direções foi estabelecido por convenção: Norte e Sul a partir da linha do Equador para a latitude, e Leste e Oeste a partir do meridiano de Greenwich para a longitude. A cidade de Santos, por exemplo,

encontra-se $23^{\circ} 57'$ ao Sul do Equador e $46^{\circ} 20'$ a Oeste do meridiano de Greenwich. As três situações descritas envolveram a localização em um espaço de duas dimensões.

Já a posição de um avião em pleno voo envolve a localização em um espaço de três dimensões. Além das coordenadas geográficas (latitude e longitude), precisamos determinar a altura em que o avião está viajando, completando, assim, três informações. Outro exemplo é a localização de um livro em uma biblioteca com várias fileiras de estantes. Precisamos informar a fileira em que se encontra a estante, a prateleira e a posição do livro na prateleira. Para três dimensões, três informações são necessárias.

Da reta numerada ao plano

O modelo matemático mais usado para localizar pontos em uma dimensão é a reta numerada (veja a figura a seguir). Para localizar um ponto com precisão em uma reta são necessários três elementos. O primeiro é um ponto de referência ou **origem**, a partir do qual serão feitas as comparações de distância. O segundo é um **sentido** de crescimento, de forma que seja possível estabelecer uma sequência crescente de numeração. E, por fim, uma **unidade** de medida, que servirá de parâmetro para a marcação de todos os outros pontos da reta.

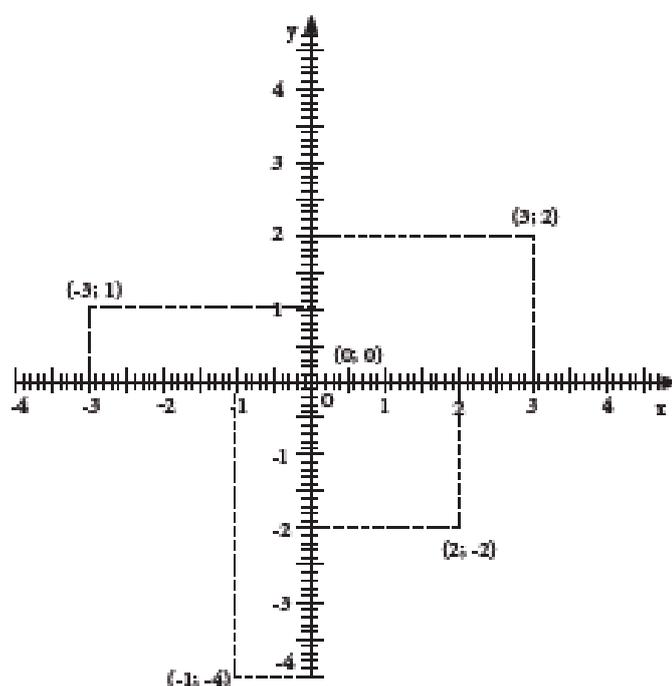


Parte-se do pressuposto de que é possível associar cada ponto da reta a um único número real e cada número real a um único ponto na reta. Essa afirmação não será justificada neste momento, uma vez que será aprofundada somente no estudo da construção e representação dos números reais, na 8ª série/9º ano. Por enquanto, basta que compreenda que é possível localizar e representar números inteiros e racionais na **reta numerada**.

Essa correspondência entre pontos e números define um sistema de coordenadas na reta. O número correspondente a um ponto da reta é chamado de **coordenada**. A coordenada nada mais é do que o **endereço** de um ponto na reta numerada.

A reta numérica, contudo, não é suficiente para localizar pontos em um espaço de duas dimensões. O modelo matemático mais utilizado para esse fim é o **plano**. O plano cartesiano consiste na junção de duas retas numeradas (eixos coordenados), uma horizontal e outra vertical, que se cruzam no ponto de origem.

Do mesmo modo que um número representava um ponto na reta numerada, um par de números representará um ponto no plano. Cada um desses números corresponderá a um ponto em um dos eixos coordenados. Assim, o **endereço** de um ponto no plano corresponde a um **par ordenado** de números. Essa ordenação foi convencionalizada da seguinte forma: o primeiro número corresponde ao eixo horizontal e o segundo, ao vertical. Por exemplo, o ponto correspondente ao par ordenado $(3; 2)$ encontra-se a 3 unidades de distância da origem na horizontal e a 2 unidades na



Por convenção, o ponto de origem do plano corresponde ao par ordenado $(0; 0)$, que é o ponto de interseção das duas retas numeradas. O sentido de crescimento no eixo horizontal é da esquerda para a direita e no vertical, de baixo para cima. Os números positivos são representados à direita e acima do ponto de origem, e os negativos, à esquerda e abaixo desse ponto. Os pontos do plano são representados pelos pares ordenados $(x; y)$, no qual x representa os valores associados ao eixo horizontal, e y , os valores associados ao eixo vertical.

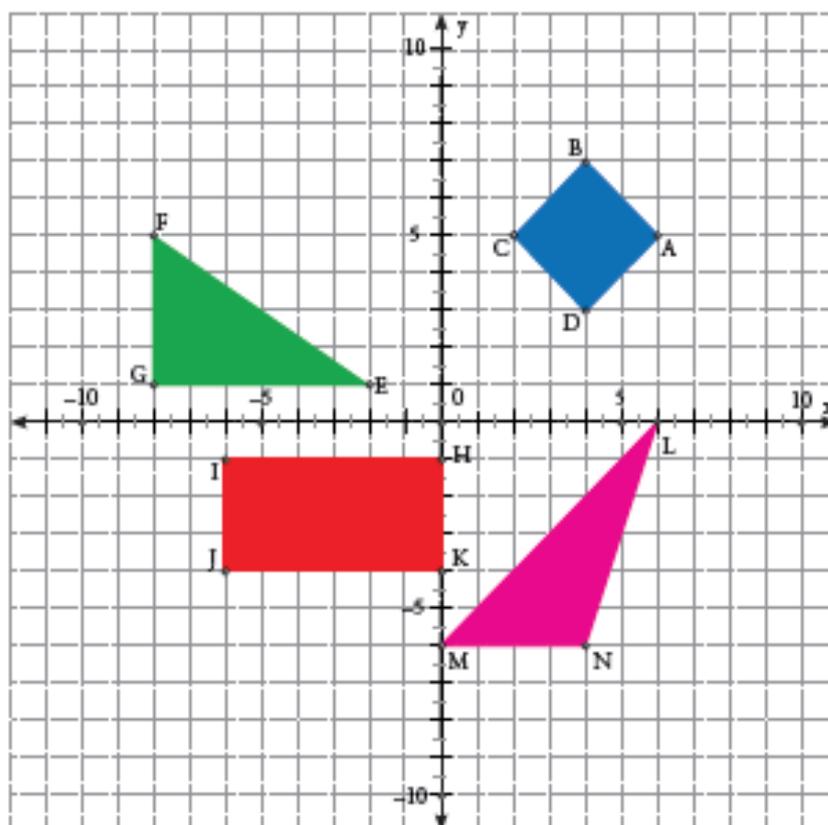
No caso da representação de planos no espaço, acrescenta-se mais um eixo coordenado perpendicular ao plano, passando pela origem. Assim, no espaço, o endereço de um ponto é uma coordenada composta por três pontos ordenados $(x; y; z)$.

O nome do sistema de coordenadas cartesianas é uma homenagem ao seu criador, o filósofo e matemático francês René Descartes, que viveu no século XVII. A ideia de localizar pontos no plano por meio de um sistema de coordenadas representou um grande avanço no estudo da Geometria. A partir da criação do sistema de coordenadas cartesianas, a Geometria passou a se apoiar nas técnicas de representação algébrica, permitindo um estudo mais analítico das figuras geométricas. Além disso, a própria Álgebra se transformou, pois os valores de uma função puderam ser representados graficamente, permitindo uma análise geométrica das expressões algébricas.

As atividades a seguir têm como objetivo principal apresentar os principais elementos do sistema de coordenadas no plano, por meio da representação de figuras geométricas e das possíveis transformações que podem ser feitas a partir de operações com suas coordenadas: translações, reflexões, ampliações e reduções. Na atividade 5, serão introduzidos os termos *abscissa* e *ordenada* para designar as coordenadas dos eixos x e y , respectivamente.

Representação de figuras geométricas no plano

4. Observe as figuras geométricas representadas no plano a seguir. Podemos localizá-las por meio de coordenadas horizontais e verticais. Por exemplo, os vértices do quadrado ABCD têm as coordenadas: A (6; 5), B (4; 7), C (2; 5) e D (4; 3).



- a) Escreva as coordenadas dos vértices do triângulo EFG, do retângulo HIJK e do triângulo LMN.

- b) Quais pontos assinalados possuem a mesma coordenada x (*abscissa*)?

- c) Quais pontos assinalados possuem coordenada y (*ordenada*) igual a zero?

d) Qual ponto assinalado encontra-se mais próximo da origem?

e) E o mais afastado?

f) Quais pontos assinalados possuem todas as coordenadas negativas?

g) Quais pontos assinalados possuem abscissas negativas e ordenadas positivas?

h) Calcule a área de cada uma das figuras.



LIÇÃO DE CASA

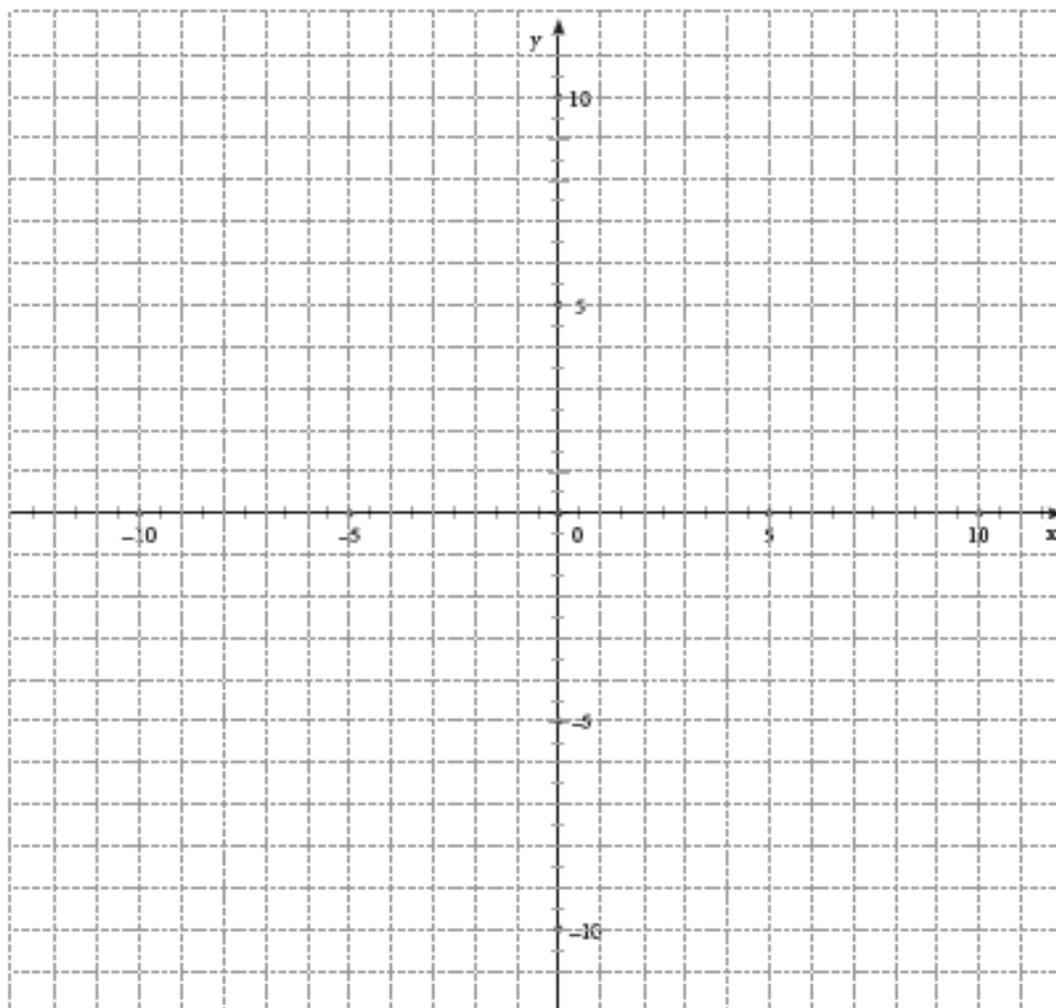


Desenhando polígonos

5. Desenhe os seguintes polígonos no plano cartesiano a partir das coordenadas de seus vértices:

- Triângulo ABC, sendo A (5; 2), B (7; 7) e C (1; 5).
- Quadrado DEFG, sendo D (-3; 2), E (-3; 7), F (-8; 7) e G (-8; 2).
- Hexágono HIJKLM, sendo H (-7; 0), I (-10; 0), J (-12; -3), K (-10; -6), L (-7; -6) e M (-5; -3).

- Quadrilátero NOPQ, sendo N (7; 0), O (0; -3), P (7; -6) e Q (5; -3).



6. Com base nas figuras obtidas na atividade anterior, responda:

- a) Quais pontos assinalados estão situados no eixo das abscissas?

- b) O que eles têm em comum?

- c) Quais pontos assinalados possuem ordenadas negativas e abscissas positivas?

d) Qual ponto assinalado encontra-se mais próximo da origem?

e) E o mais afastado?

f) Qual é a distância entre os vértices M e Q?



VOCÊ APRENDEU?



7. Determine o quadrante a que pertencem os seguintes pontos:

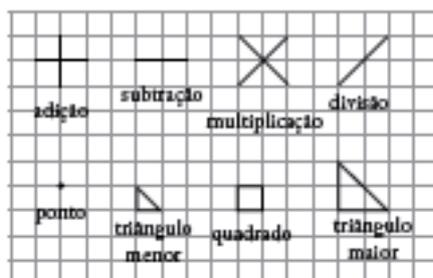
A (2; -3), B (7; 1), C (-1; -4), D (1,3; -0,5), E ($-\frac{5}{4}$; 2), F (-1 ; $-\frac{1}{2}$), G (2,5; 0,25).

1^a quadrante: _____ 2^a quadrante: _____

3^a quadrante: _____ 4^a quadrante: _____

8. O jogo da **batalha-naval** matemática.

Este jogo é uma espécie de “batalha-naval” cujo tabuleiro é um plano coordenado xy . As regras são similares às do jogo tradicional. A diferença é que, em vez de navios e submarinos, os objetos a serem atingidos são objetos matemáticos. Cada jogador terá uma frota composta por oito deles, como mostra a figura a seguir.



Regras do jogo:

I. Seu professor vai propor que você forme uma dupla com um colega. Um de vocês será o jogador Norte e o outro, o Sul.

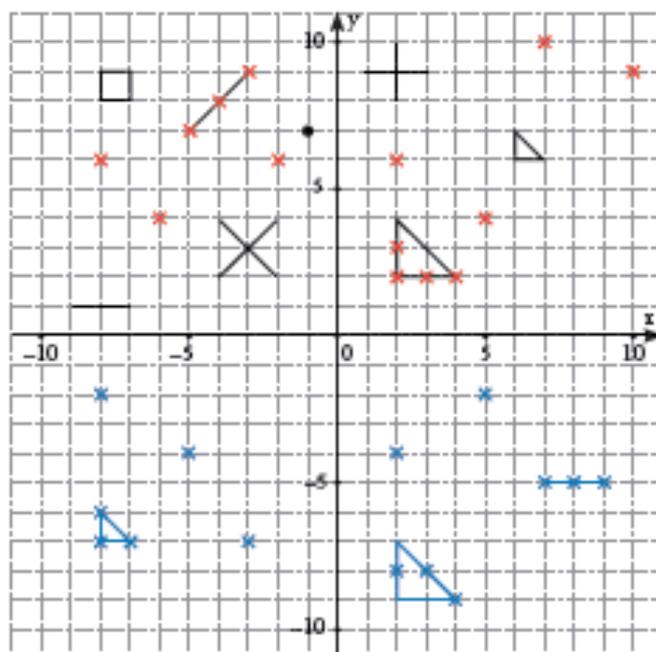
II. Usando o tabuleiro fornecido a seguir, posicione os oito símbolos da seguinte forma:

Jogador Norte: 1^a e 2^a quadrantes

Jogador Sul: 3^a e 4^a quadrantes

- III. As extremidades de cada objeto devem situar-se no cruzamento de uma linha horizontal e vertical. As coordenadas devem ser números inteiros.
- IV. Não ultrapasse os limites do tabuleiro. Não posicione seus objetos sobre os eixos coordenados. Limites: Norte (abscissas entre -10 e 10 , ordenadas entre 1 e 10); Sul (abscissas entre -10 e 10 , ordenadas entre -10 e -1). Os símbolos não podem se interceptar.
- V. Cada jogador, na sua vez de jogar, terá direito a 3 “tiros”, anunciando as coordenadas $(x; y)$ de localização. O adversário deverá dizer se os tiros acertaram algum alvo, indicando qual dos tiros e que objeto foi atingido. Se não houve nenhum acerto, bastará dizer que foi “água”. Exemplo: Norte atira no Sul: $(-2; -3)$, $(4; -2)$, $(1; -7)$; Sul responde: $(-2; -3)$ e $(4; -2)$ deram “água”; $(1; -7)$ acertou o vértice de um triângulo menor.
- VI. Para afundar um alvo é preciso acertar as coordenadas de todos os seus pontos que estejam no cruzamento de uma linha e uma coluna. Por exemplo: o objeto + (adição) possui 5 pontos (as 4 extremidades e o ponto central); o triângulo maior possui 6 pontos (3 vértices e 3 pontos situados no meio de cada lado).
- VII. O jogador atacado deverá informar se o objeto for “afundado”.
- VIII. Os jogadores devem marcar (com um x) os tiros dados em seus respectivos tabuleiros para saber quais tiros foram dados e recebidos.
- IX. Ganha o jogo quem conseguir acertar a esquadra completa do outro jogador.

Veja o exemplo de um tabuleiro usado pelo jogador Norte e seus tiros dados (em azul) e recebidos (em vermelho).

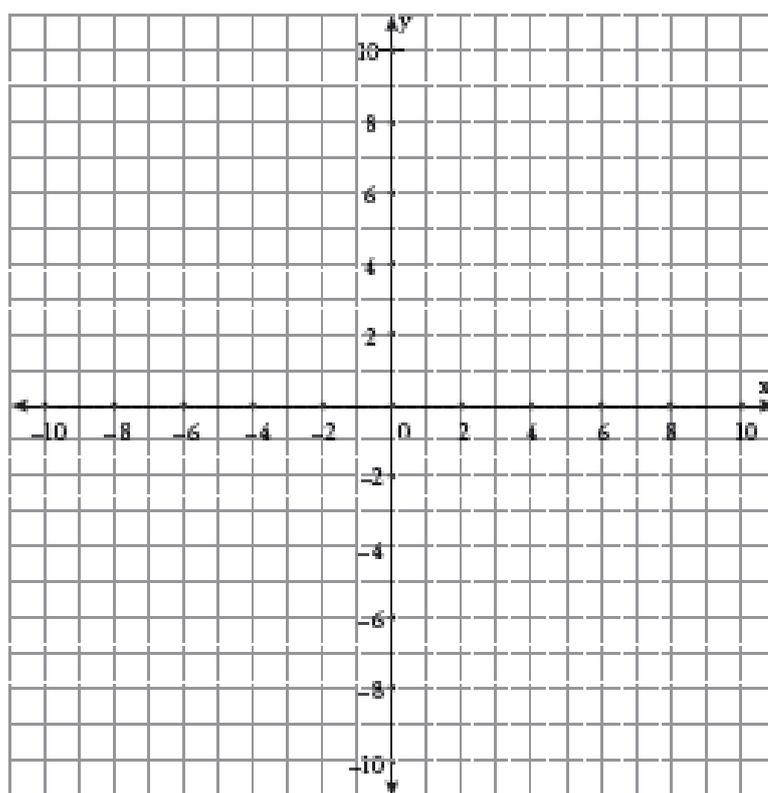




Observação!

É importante que cada jogador dê os tiros com as coordenadas correspondentes ao quadrante do adversário, caso contrário, poderá acertar a própria esquadra.

Tabuleiro



Leitura e análise de texto

Chamamos **translação** o movimento de uma figura no plano em que todos os seus pontos são igualmente deslocados em uma determinada direção. A translação está associada a uma figura matemática denominada vetor, que indica a direção e a magnitude de um movimento.

Nesta atividade, vamos distinguir três tipos de translação. A **translação horizontal**, tanto no sentido da esquerda para a direita ($x + a$), quanto no sentido da direita para a esquerda ($x - a$). A **translação vertical**, de cima para baixo ($y - b$) ou de baixo para cima ($y + b$). E, finalmente, a **translação combinada**, que mescla movimentos na horizontal ou na vertical ($x \pm a; y \pm b$).


VOCÊ APRENDEU?
D

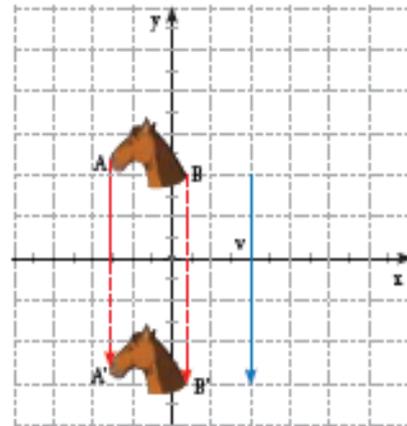
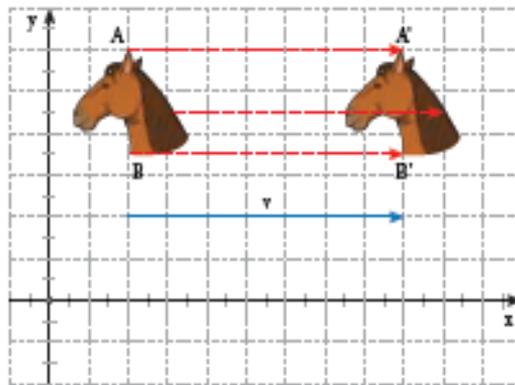
9. Relacione as figuras com as seguintes translações.

- Translação horizontal: $x + 7$ • Translação horizontal: $x - 7$ • Translação horizontal: $x - 10$
- Translação vertical: $y + 5$ • Translação vertical: $y - 5$ • Translação vertical: $y + 5$
- Translação combinada: $(x + 4; y - 3)$ • Translação combinada: $(x - 4; y + 3)$

I. _____

II. _____

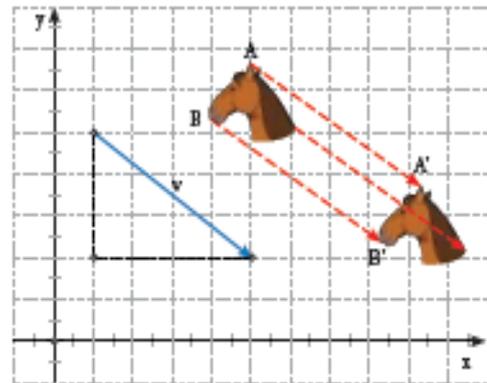
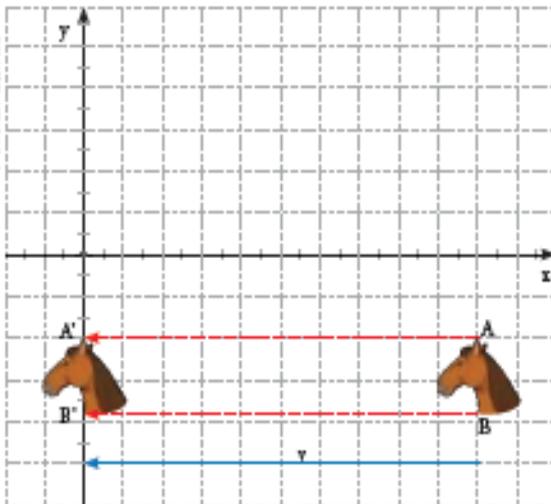
© Conexao Editorial



III. _____

IV. _____

© Conexao Editorial



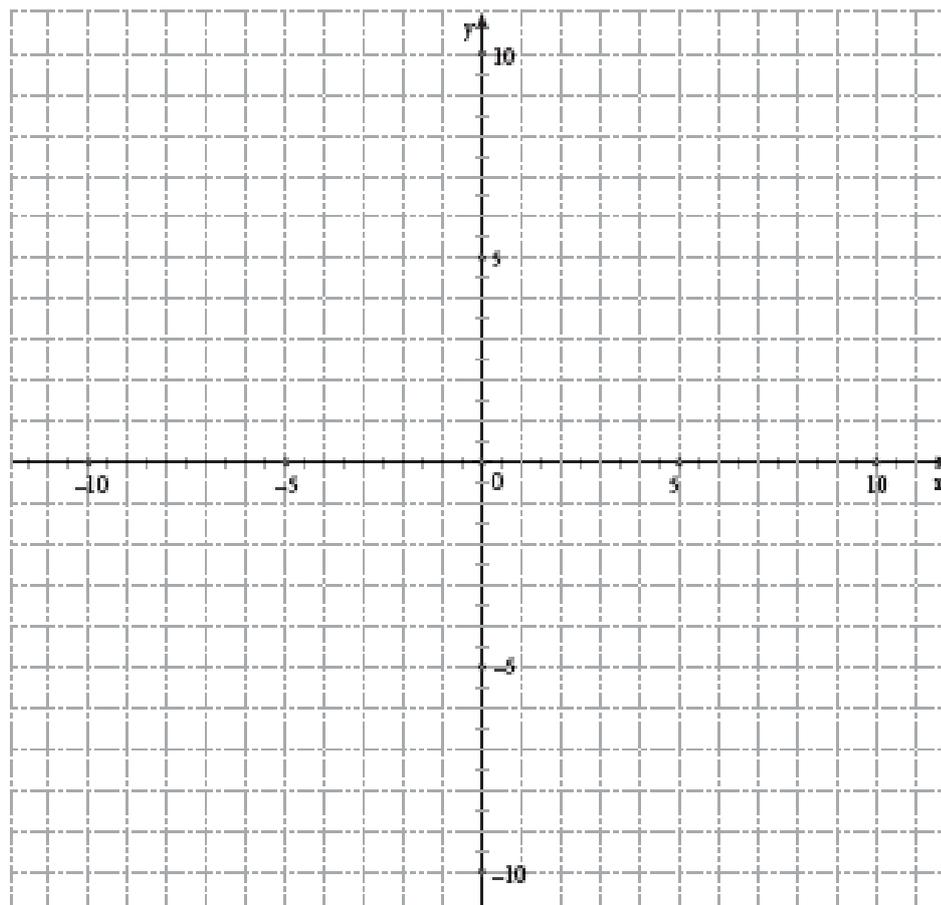
10. Desenhe, no plano cartesiano, um triângulo ABC cujos vértices têm coordenadas A(3; 2), B(7; 3) e C(4; 5).

a) A partir do triângulo ABC, aplique, sucessivamente, as seguintes translações:

I. Translação horizontal ($x - 6$), obtendo o triângulo A'B'C'.

II. Translação vertical ($y - 10$), obtendo o triângulo A''B''C''.

III. Translação combinada ($x + 8$; $y + 2$), obtendo o triângulo A'''B'''C'''.



b) Registre na tabela a seguir as novas coordenadas obtidas após cada translação.

ΔABC (x; y)		Translação horizontal $\Delta A'B'C'$ (x - 6; y)		Translação vertical $\Delta A''B''C''$ (x; y - 10)		Translação combinada $\Delta A'''B'''C'''$ (x + 8; y + 2)	
A	(3; 2)	A'		A''		A'''	
B	(7; 3)	B'		B''		B'''	
C	(4; 5)	C'		C''		C'''	

c) O que acontece com as coordenadas dos vértices na translação horizontal?

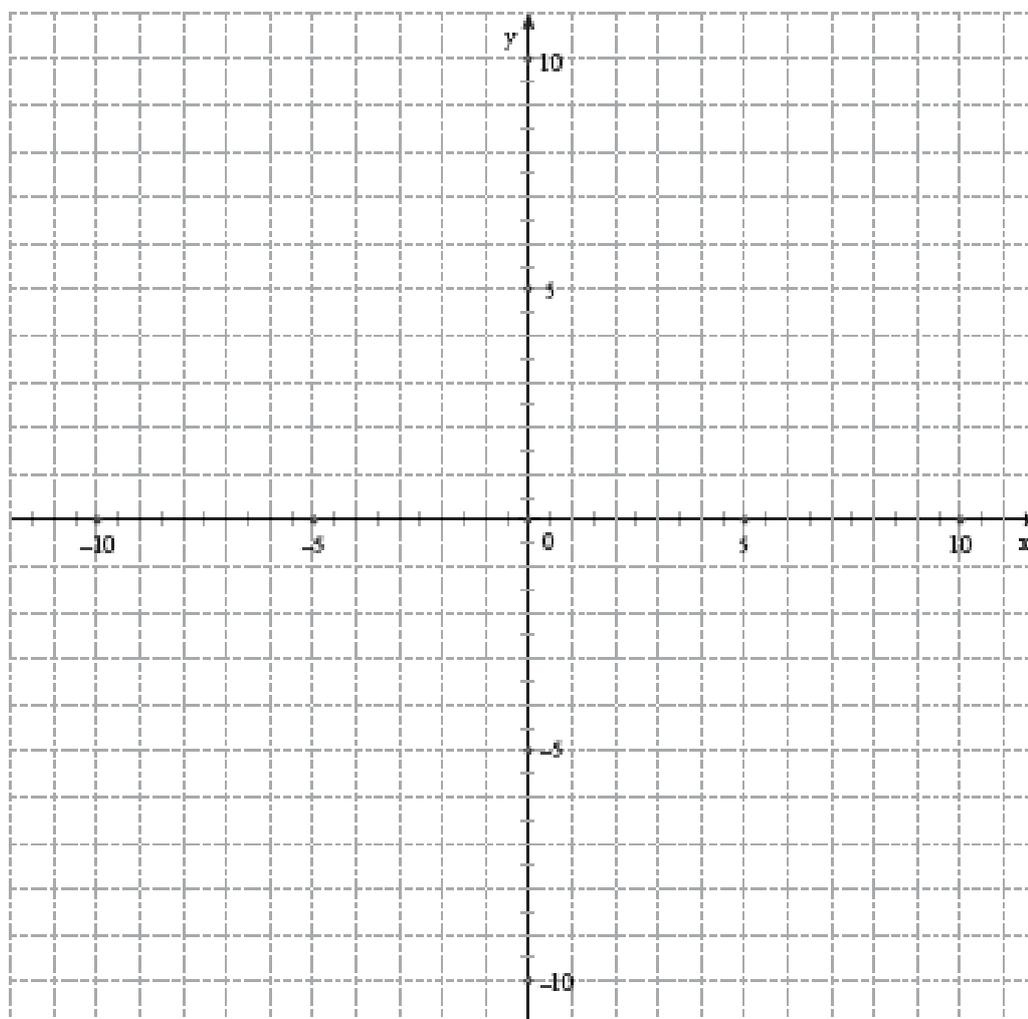
d) E na translação vertical?



LIÇÃO DE CASA



11. Agora é sua vez. Invente um polígono qualquer e desenhe-o no plano cartesiano. Indique os vértices por letras e anote suas coordenadas. Em seguida, aplique duas translações diferentes no polígono original. Preste atenção nas coordenadas e nas translações escolhidas. O polígono não pode sair do espaço definido pelo plano cartesiano da atividade.

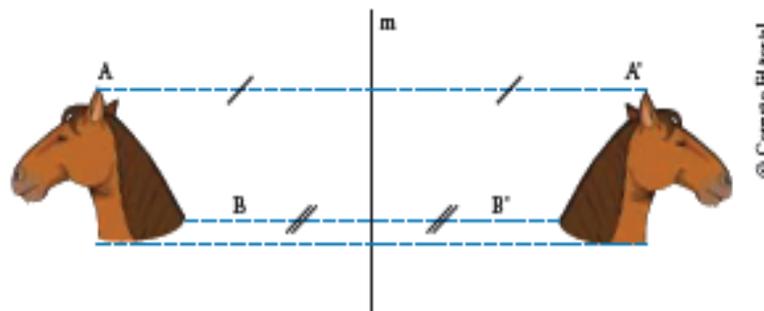




Leitura e análise de texto

Reflexão é o movimento que transforma um objeto na sua imagem espelhada em relação a um determinado eixo de simetria. O ponto refletido mantém a mesma distância em relação ao eixo de simetria que o ponto original.

Veja o exemplo a seguir:



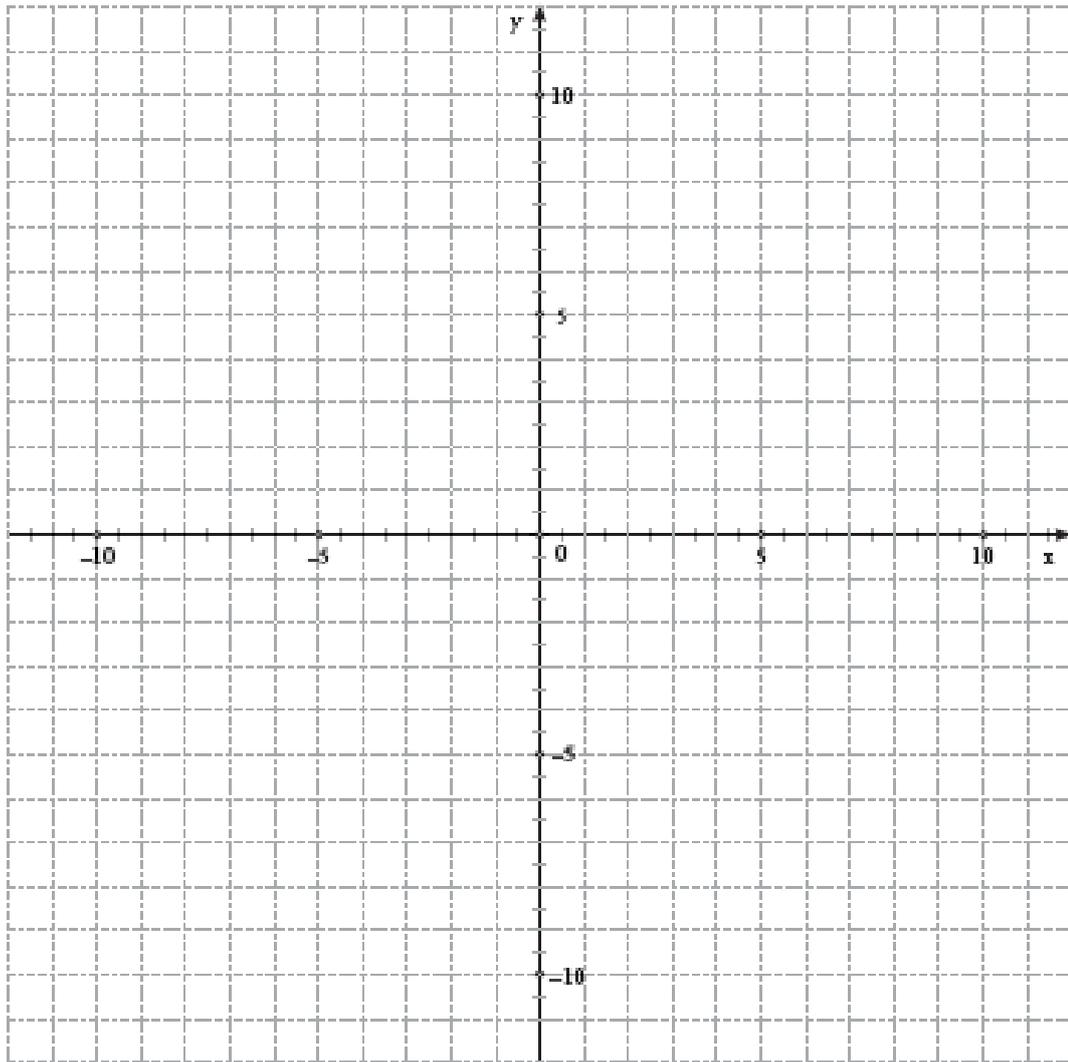
A imagem anterior foi refletida em relação à reta m . Portanto, a distância do ponto A até m é a mesma do ponto A' até m . O mesmo acontece em relação aos pontos B e B' e a todos os pontos da cabeça do cavalo e sua imagem. Nas próximas atividades, distinguiremos dois tipos de reflexão. A reflexão horizontal, quando a imagem do objeto é refletida tendo y como eixo de simetria, e a reflexão vertical, quando o eixo de simetria é x .



VOCÊ APRENDEU?



12. Desenhe, no plano cartesiano, um quadrilátero $ABCD$ cujos vértices têm coordenadas $A(2; 2)$, $B(6; 3)$, $C(2; 4)$ e $D(4; 3)$.
- a) A partir da figura obtida, realize as seguintes transformações:
- I. Reflexão horizontal do quadrilátero $ABCD$, obtendo o quadrilátero $A'B'C'D'$.
 - II. Reflexão vertical do quadrilátero $A'B'C'D'$, obtendo o quadrilátero $A''B''C''D''$.
 - III. Reflexão horizontal do quadrilátero $A''B''C''D''$, obtendo o quadrilátero $A'''B'''C'''D'''$.



b) Registre na tabela a seguir as novas coordenadas obtidas após cada reflexão.

ABCD (x; y)		A'B'C'D' (;)		A''B''C''D'' (;)		A'''B'''C'''D''' (;)	
A	(2; 2)	A'		A''		A'''	
B	(6; 3)	B'		B''		B'''	
C	(2; 4)	C'		C''		C'''	
D	(4; 3)	D'		D''		D'''	

c) O que acontece com as coordenadas dos vértices na reflexão horizontal?

d) E na vertical?

e) Com base nessas conclusões, e observando a tabela de coordenadas, qual será a posição do quadrilátero $A''B''C''D''$ depois de uma reflexão vertical?



LIÇÃO DE CASA



13. Nesta atividade, você vai proceder de maneira diferente das anteriores. Considere o triângulo MNO de coordenadas $M(-4; 5)$, $N(2; 1)$ e $O(-2; 7)$.

a) Antes de representá-lo no plano, e tendo como base os resultados obtidos nas atividades 10 e 12 da seção *Você aprendeu?*, preencha a tabela com as coordenadas dos triângulos obtidos depois das seguintes transformações:

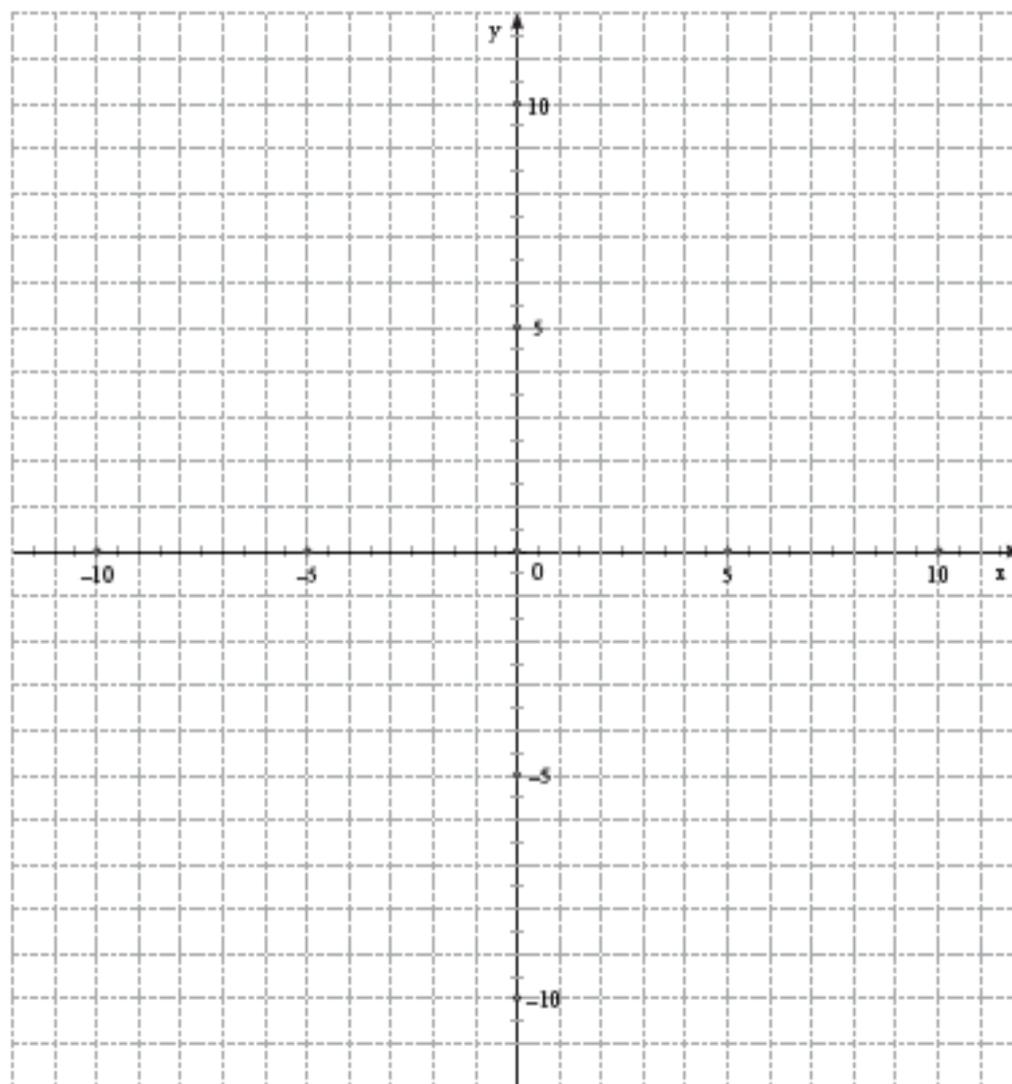
I. Reflexão horizontal do triângulo MNO, obtendo o triângulo $M'N'O'$.

II. Reflexão vertical do triângulo $M'N'O'$, obtendo o triângulo $M''N''O''$.

III. Translação $(x - 6; y + 4)$ do triângulo $M''N''O''$, obtendo o triângulo $M'''N'''O'''$.

ΔMNO ($x; y$)		$\Delta M'N'O'$ (;)		$\Delta M''N''O''$ (;)		$\Delta M'''N'''O'''$ (;)	
M		M'		M''		M'''	
N		N'		N''		N'''	
O		O'		O''		O'''	

- b) Agora, desenhe o triângulo MNO no plano e aplique as transformações I, II e III. Em seguida, verifique se as coordenadas das figuras obtidas são as mesmas da tabela que você preencheu. Se forem, você já é capaz de fazer translações e reflexões sem o auxílio de um gráfico.



14. Você já aprendeu que quando somamos ou subtraímos um mesmo número das coordenadas x e/ou y dos pontos de uma figura, o movimento decorrente é uma _____ . Quando trocamos o sinal da coordenada x de determinado ponto, o movimento é chamado de _____. E, quando trocamos o sinal da coordenada y , o movimento decorrente é uma _____ .