

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Uma proposta de aplicativo para o ensino
do conceito de funções usando Smartphones
e Tablets**

por

Jandresson Dias Pires

Mestrado Profissional em Matemática - Vitória da Conquista - BA

Orientador: Prof. Dr. Júlio César dos Reis

Este trabalho contou com apoio financeiro da Capes
obtido através da SBM-PROFMAT-UESB.

Jandresson Dias Pires

**Uma proposta de aplicativo para o ensino do conceito de
funções usando Smartphones e Tablets**

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Matemática em Rede Nacional PROFMAT.

Orientador: Prof. Dr. Júlio César dos Reis

VITÓRIA DA CONQUISTA-BA
OUTUBRO/2016

P745p Pires, Jandresson Dias.

Uma proposta de aplicativo para o ensino do conceito de funções usando Smartphones e Tablets. / Jandresson Dias Pires, 2016.

80f. il.

Orientador (a): Dr. Júlio César dos Reis.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista - BA, 2016.

Inclui referências. 79-80.

1. Funções - Ensino. 2. Smartphones. 3. Tablets. Aplicativos I. Reis, Júlio César. II. Universidade Estadual Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista, III. T.

CDD: 515.7

Jandresson Dias Pires

**Uma proposta de aplicativo para o ensino do
conceito de funções usando Smartphones e Tablets**

Vitória da Conquista-BA, 04/10/2016

Comissão Examinadora



Prof. Dr. Júlio César dos Reis
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
- UESB
(Orientador)



**Prof. Dr. Roque Mendes Prado
Trindade**
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
- UESB



**Prof. Dr. Paulo Espinheira Menezes
de Melo**
Instituto Federal da Bahia - IFBA

Aos meus pais Jandésio e Maria Núbia, à minha esposa Simone e ao meu filho Taylor, que sempre me apoiaram durante esta importante etapa de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, ao qual sou muito grato por este presente maravilhoso que é a vida! Agradeço também pelas pessoas que o Senhor colocou em meu caminho. Algumas delas me inspiram, me ajudam, me desafiam e me encorajam a ser cada dia melhor. Eu Te agradeço, Senhor, por todas as coisas boas e más que me aconteceram. Cada uma delas, ao seu modo, me fizeram chegar onde eu cheguei, e me fizeram ser quem eu sou. Foi a minha jornada de tropeços, vitórias e derrotas, que me fez enxergar o verdadeiro significado e beleza da vida.

Aos meus amados pais Jandésio da Silva Pires e Maria Núbia Dias Pires e meu irmão Jonathas Dias Pires, pela minha formação moral, através de exemplos de uma vida digna, honesta e de fé.

Ao meu filho Taylor do Santos Pires, por ser o principal agente que me motiva nas minhas conquistas.

À minha amada esposa, Simone Dias dos Santos, que em todos os momentos de dificuldade me deu muito amor, carinho e tranquilidade, tendo paciência e compreensão.

Ao meu orientador, professor Dr. Júlio César dos Reis, pelos incentivos, ensinamentos e toda sua dedicação que, desde o tempo da graduação, demonstrou acreditar no meu potencial.

A todos os meus familiares e amigos, que sempre me apoiaram e incentivaram, em especial ao meu tio Marcelo da Silva Pires, que sempre vem acompanhando o meu desenvolvimento e me auxiliando nos estudos.

Aos meus colegas do Centro Educacional José Xavier de Amorim Primo, pelas conversas, críticas construtivas e amizade.

A Gabriel Barreto Gusmão e Silva, que me auxiliou no desenvolvimento dos códigos.

Aos professores do PROFMAT - UESB, que contribuíram de forma significativa na minha formação.

Aos meus colegas do PROFMAT, pelas várias conversas.

À agência de fomento Capes, pelo apoio financeiro.

Não consulte seus medos, mas suas esperanças e sonhos. Não pense sobre suas frustrações, mas sobre seu potencial não desenvolvido. Não se preocupe com os fracassos, acredite naquilo que você ainda realizará. (Papa João XXIII)

Uma proposta de aplicativo para o ensino do conceito de funções usando Smartphones e Tablets

RESUMO

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um aplicativo para dispositivos móveis, apresentando propostas de trabalho em sala de aula para o estudo do conceito de Função e Função Afim. Com a apresentação desta ferramenta ao professor, será evitada, de certo modo, a dispersão dos alunos. Com esta proposta, os dispositivos móveis podem servir de apoio pedagógico para as aulas sobre Funções, de forma a torná-las mais dinâmicas e a facilitar a missão do professor de ensinar e motivar os alunos na sua missão de aprender. Antes do desenvolvimento do Aplicativo, foram realizados estudos acerca das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), sobre o uso de Smartphone e Tablets e a dos Conceitos de Funções e Função Afim. Será realizado, assim, um trabalho de desenvolvimento de Aplicativos Móveis, no intuito da construção de um software, voltado especificamente para o estudo das funções, em que um aplicativo prático, útil, interativo e dinâmico atenda, assim, às necessidades do usuário. Ao final, são propostas duas sequências didáticas a serem realizadas com o XFunções para a assimilação dos conceitos relativos às funções estudadas.

Palavras-chave: Funções. Smartphones. Tablets. Aplicativos.

An application proposal for teaching the concept of functions using Smartphones and Tablets

ABSTRACT

This Master thesis aims to develop an application to mobile devices which are based on the study of Functions and Affine Functions, and are expected to be used in classroom tasks. According to this new proposal, this tool will enable the teacher to hold students' attention and somehow avoid their distractions in classroom. Such mobile devices are expected to be a pedagogical support related to Function classes in order to be more dynamic; thus, the teacher's mission to teach and encourage students to their learning process will be facilitated. Before developing the application, studies about Information and Communications Technology (ICT), as well as the use of Smartphone and Tablets, and finally the concepts of Functions and Affine Functions were carried out. Therefore, the purpose is to develop mobile devices to create mainly a software focused on the study of functions in order to be practical, useful, interactive and dynamic to the users and, at the same time, to attend their needs. At the end, two proposals of class plan about XFunctions are presented so concepts related to functions can be studied.

Keywords: Functions. Smartphones. Tablets. Applications.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Crescimento da venda de smartphones.	9
Figura 3.1 – Representação do ponto P no Plano Cartesiano	17
Figura 3.2 – A função f transforma $x \in A$ em $y \in B$	18
Figura 3.3 – Conjunto imagem	20
Figura 3.4 – Semicircunferência C_+	21
Figura 3.5 – Hipérbole equilátera	22
Figura 3.6 – Gráfico de $C(t) = \frac{5}{9}t - \frac{160}{9}$	27
Figura 4.1 – Play Store	30
Figura 4.2 – Play Store	30
Figura 4.3 – XFunções - App na <i>Play Store</i>	31
Figura 4.4 – XFunções - Instalação	32
Figura 4.5 – XFunções - Ícone	32
Figura 4.6 – XFunções - Tela inicial	33
Figura 4.7 – XFunções - Aulas	35
Figura 4.8 – XFunções - Exercícios e Informações	36
Figura 4.9 – XFunções - Funções	38
Figura 4.10–XFunções - Funções - Conteúdo	39
Figura 4.11–XFunções - Funções - Diagrama	41
Figura 4.12–XFunções - Funções - Atividades	43
Figura 4.13–XFunções - Função Afim	44
Figura 4.14–XFunções - Função Afim - Conteúdo	45
Figura 4.15–XFunções - Função Afim - Gráfico	46
Figura 4.16–XFunções - Função Afim - Brincando com os coeficientes	47
Figura 4.17–XFunções - Função Afim - Atividades	48
Figura 4.18–XFunções - Função Afim - Atividades - Resultado	49
Figura 5.1 – XFunções - Função - Definição	52
Figura 5.2 – XFunções	52
Figura 5.3 – XFunções	54
Figura 5.4 – XFunções	56
Figura 5.5 – XFunções	59
Figura 5.6 – XFunções	62
Figura 5.7 – XFunções - Exemplo	65
Figura 5.8 – XFunções - Exercício 1	66
Figura 5.9 – XFunções - Exercício 1	66
Figura 5.10–XFunções - Resultado da atividade	67
Figura 5.11–XFunções - Função Afim	70

Figura 5.12–XFunções - Função Afim - Coeficientes	71
Figura 5.13–XFunções - Função Afim - Gráfico	71
Figura 5.14–XFunções - Função Afim - Brincando com os coeficientes	72
Figura 5.15–XFunções - Exercício 2	73
Figura 5.16–XFunções - Resultado da atividade	74

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DCET	Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
FGV	Fundação Getúlio Vargas
IDC	International Data Corporation Pesquisa de Mercado e Consultoria Ltda
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação
UESB	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

SUMÁRIO

Lista de figuras	x
Introdução	1
1 – Uso das tecnologias da informação e comunicação no processo de ensino-aprendizagem	4
1.1 Tecnologias da Informação e Comunicação na educação	4
1.2 Objetos de Aprendizagem	5
1.3 Aprendizagem móvel	6
2 – Smartphones e Tablets	7
2.1 Surgimento dos Smartphones e Tablets	7
2.2 Popularidade dos Smartphones e Tablets no Brasil	8
2.3 A importância dos smartphones e tablets na sala de aula	10
2.4 Aplicativos Móveis - <i>Apps</i>	12
3 – Funções	14
3.1 Contexto histórico	14
3.2 O conceito de função	16
3.2.1 Definição	17
3.2.2 Domínio e Imagem	19
3.2.3 Zero de uma função	20
3.2.4 Gráfico de funções	20
3.3 Função Afim	23
3.3.1 Definição	24
3.3.2 Gráfico	24
3.3.3 Aplicação	25
3.3.4 Caracterização da Função Afim	27
4 – Apresentação do aplicativo XFunções	29
4.1 Instalação e apresentação do aplicativo XFunções	29
4.1.1 Instalação	29
4.1.2 Apresentação do XFunções	33
5 – Procedimento metodológico para a sequência didática desenvolvida com o App XFunções	50
5.1 Sequência didática	50

5.2 Sequência didática - Conceito de função	51
5.3 Sequência didática - Função Afim	69
6 – Considerações finais	76
6.1 Análise geral do trabalho desenvolvido	76
6.2 Possibilidades futuras	77
6.3 Conclusão	77
Referências	79

INTRODUÇÃO

Tendo em vista o enorme crescimento no uso de Smartphones e Tablets, acreditamos que essas novas tecnologias podem contribuir, significativamente, no processo de ensino-aprendizagem, pois com o uso dessas ferramentas tecnológicas é possível que o aluno construa o conhecimento através de simulações, construções e conjecturas. Segundo [Kesnki \(2011, p.19\)](#):

[...] na ação do professor na sala de aula e no uso que se faz dos suportes tecnológicos que se encontram à sua disposição, são novamente definidas as relações entre o conhecimento a ser ensinado, o poder do professor e a forma de exploração das tecnologias disponíveis para garantir melhor aprendizagem pelos alunos.

Com o uso demasiado dessas tecnologias, nos deparamos com certos problemas, entre eles o de que, em algumas escolas, o professor vem disputando com o smartphone a atenção dos alunos, tal disputa vem trazendo certo prejuízo ao ambiente e à aprendizagem do alunado. “A articulação linear da aula, em que o professor só fala, para depois responder às perguntas dos alunos, nem sempre produz os resultados esperados. Os alunos, principalmente os mais jovens, dispersam-se e começam a *zapear* em aula.”([KESNKI, 2011, p.54-55](#))

Sabemos que em um dispositivo móvel é possível armazenar livros didáticos, apostilas, dicionários, agendas e dezenas de instrumentos necessários para consultas diárias, por exemplo: encontrar uma série de aplicativos para produção de textos, calculadoras, planilhas e gráficos.

No tablet ou smartphone podemos realizar diversas simulações que nem sempre são possíveis de se fazer com lápis e papel. Exemplificando para o contexto deste trabalho é possível simular modelos de função matemática desde suas formas mais elementares, a partir da ideia de funcionalidade já adquirida pelo indivíduo, com um simples “toque”. Com ele podemos também virtualizar a aprendizagem sem as limitações de tempo ou lugar.

Hoje, cabe ao professor refletir suas práticas ao perceber que as novas tecnologias estão “invadindo” o seu espaço, disputando a atenção do aluno, para que assim possa aproveitá-las a seu favor no processo de ensino. A tecnologia está em constante evolução, não se trata apenas de uma mudança pessoal, mas indica que a sociedade mudou e evoluiu. O desafio do professor é manter o aluno interessado em buscar novos conhecimentos e, para isso, ele precisa entrar no meio tecnológico, aprendendo a se comunicar com esses “alunos multimídia”. Logo,

O desafio que se impõe hoje aos professores é reconhecer que os novos

meios de comunicação e linguagens presentes na sociedade devem fazer parte da sala de aula, não como dispositivos tecnológicos que imprimem certa modernização ao ensino, mas sim conhecer a potencialidade e a contribuição que as TICs podem trazer ao ensino como recurso e apoio pedagógico às aulas presenciais e ambientes de aprendizagem no ensino a distância. (PEÑA, S/D)

Neste trabalho foi desenvolvido um aplicativo como projeto piloto, pois é importante procurar entender como os aplicativos móveis podem auxiliar professores e alunos no ensino e na aprendizagem do conceito de função matemática. As funções são um conteúdo da Matemática que possuem várias aplicações e a compreensão clara e objetiva do seu conceito é fundamental para a evolução das habilidades necessárias para as suas aplicações no cotidiano do aluno e a Função Afim não foge desse padrão, afinal, segundo alguns autores tais funções já eram utilizadas pelos Babilônios, por volta de 2000 a.C, na resolução de problemas.

Nosso objetivo com a criação desse aplicativo parte da problemática encontrada em sala de aula com o uso inadequado dos dispositivos móveis, cabendo, assim, propor uma metodologia em que possa ser utilizada nessa necessidade que boa parte dos alunos tem para o uso do smartphone em prol do seu aprendizado. Para isso, simulamos modelos do conceito de função matemática e função afim de maneira relativamente lúdica e inovadora.

No aplicativo denominado “**XFunções**” será encontrada uma série de atividades propostas, bem como o conteúdo escrito, que facilita a busca das informações necessárias para o conhecimento na resolução de problemas. E para isso serem desenvolvidas duas sequências didáticas, uma voltada para o conceito de funções e outra para o ensino de função afim.

No capítulo 1 será abordado, um aporte teórico sobre o uso da Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) no processo de ensino/aprendizagem, enfatizando a sua importância e problemática, pois a utilização de computadores, celulares e da internet para a realização de tarefas do cotidiano é uma realidade que tem gerado grandes mudanças no nosso comportamento. (SUN, 2008)

Já no capítulo 2, apresentaremos um breve relato histórico sobre Smartphones e Tablets, bem como suas definições, e faremos explanação do uso desses aparelhos móveis no ambiente escolar, buscando elencar suas contribuições no processo de ensino-aprendizagem.

O capítulo 3, estudamos o Conceito de Funções, apresentando um breve resumo histórico e os conceitos inerentes ao conteúdo de maneira geral e mais especificamente sobre a Função Afim.

Nos capítulos 4 e 5, apresentamos o aplicativo que foi fruto desta pesquisa e o seu processo de instalação, bem como a sequência didática a ser desenvolvida pelo professor e pelo aluno, elencando os objetivos, a metodologia e o resultado esperado.

Por fim, no capítulo 6, apresentamos as considerações finais onde serão expostas uma análise geral da construção do *App*, possibilidades futuras para novas pesquisas e conclusões acerca das informações e limitações do estudo.

1 USO DAS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

1.1 Tecnologias da Informação e Comunicação na educação

Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) é uma expressão que se refere ao papel da comunicação, na qual, entende-se como um conjunto de recursos tecnológicos integrados que proporcionam, por meio das funções de hardware, software e telecomunicações, a automação e comunicação em diversos setores, em especial, na Educação.

A influência das TICs, de modo geral, tem adquirido grandes proporções na sociedade nos últimos anos. Esses recursos tecnológicos vêm provocando grandes mudanças na indústria, na economia, na educação, no Governo, na sociedade. Portanto, as TICs têm relevante importância no desenvolvimento econômico e social no mundo atual.

Para cada ambiente encontramos diversas TICs. Atualmente podemos citar como as mais utilizadas: os computadores, as câmeras digitais, a telefonia móvel e tablets, as TVs, o correio eletrônico, entre outras. Muitas dessas tecnologias são inseridas no ambiente escolar, o que têm levado a educação a um novo patamar, buscando inserir o sistema educacional em um ambiente mais dinâmico e aberto aos novos recursos digitais.

Para Moran (setembro-outubro 1995, p.6), as tecnologias permitem um novo encantamento na escola, ao abrir suas paredes e possibilitar que alunos conversem e pesquisem com outros alunos da mesma cidade, país ou do exterior, no seu próprio ritmo. O mesmo acontece com os professores. Os trabalhos de pesquisa podem ser compartilhados por outros alunos e divulgados instantaneamente na rede para quem quiser.

Moran (setembro-outubro 1995) ainda afirma que:

As tecnologias de comunicação não mudam necessariamente a relação pedagógica. [...]As tecnologias de comunicação não substituem o professor, mas modificam algumas das suas funções. A tarefa de passar informações pode ser deixada aos bancos de dados, livros, vídeos, programas em CD. O professor se transforma agora no estimulador da curiosidade do aluno por querer conhecer, por pesquisar, por buscar a informação mais relevante. Num segundo momento, coordena o processo de apresentação dos resultados pelos alunos. Depois, questiona alguns dos dados apresentados, contextualiza os resultados, os adapta à realidade dos alunos, questiona os dados apresentados. Transforma informação em conhecimento e conhecimento em saber, em vida, em sabedoria o conhecimento com ética.

Sendo assim, as Tecnologias da Informação e Comunicação contribuem significati-

vamente nesse contexto, cabendo ao professor conhecer e avaliar o potencial das diversas mídias proporcionando o uso consciente por seus alunos, tendo como objetivo envolver e apoiar na construção do conhecimento.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), o uso das Tecnologias da Informação abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. É fundamental que o professor aprenda a escolhê-las em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem.

1.2 Objetos de Aprendizagem

Os Objetos de Aprendizagem (OAs) não possuem um conceito bem definido, mas podem ser interpretados como recursos tecnológicos utilizados no processo ensino-aprendizagem. Segundo [Wiley \(2001\)](#) apud [PINTO, 2015](#)), um objeto de aprendizagem é “qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para o suporte ao ensino”.

[Spinelli \(2007\)](#) afimar que:

Um objeto virtual de aprendizagem é um recurso digital reutilizável que auxilie na aprendizagem de algum conceito e, ao mesmo tempo, estimule o desenvolvimento de capacidades pessoais, como, por exemplo, imaginação e criatividade. Dessa forma, um objeto virtual de aprendizagem pode tanto contemplar um único conceito quanto englobar todo o corpo de uma teoria. Pode ainda compor um percurso didático, envolvendo um conjunto de atividades, focalizando apenas determinado aspecto do conteúdo envolvido, ou formando, com exclusividade, a metodologia adotada para determinado trabalho.

Segundo [Wiley \(2001\)](#), para um instrumento ser considerado um Objeto de Aprendizagem e ser inserido em um determinado ambiente de ensino o mesmo deverá apresentar as seguintes características:

- a) Reusabilidade: reutilizável diversas vezes em diversos ambientes de aprendizagem;
- b) Adaptabilidade: adaptável a qualquer ambiente de ensino;
- c) Granularidade: conteúdo em pedaços, para facilitar sua reusabilidade;
- d) Acessibilidade: acessível facilmente via Internet para ser usado em diversos locais;
- e) Durabilidade: possibilidade de continuar a ser usado, independente da mudança de tecnologia;
- f) Interoperabilidade: habilidade de operar através de uma variedade de hardware, sistemas operacionais e browsers, intercâmbio efetivo entre diferentes sistemas.

Nessa perspectiva, os Objetos de Aprendizagem baseam-se em recursos utilizados com fins educativos, independente do ambiente de uso, podendo ser reutilizados para novas aprendizagens e, até mesmo, adaptados para outros ambientes. Criando, assim, mecanismos que ajudam o professor e o aluno no processo de ensino-aprendizagem, relacionando novos conhecimentos aos que já existentes, testando hipóteses, pensando onde aplicar um novo conhecimento, se expressando por meio de várias linguagens, aprendendo novos métodos, novos conceitos e sendo crítico. Além disso, os OAs motivam e contextualizam um novo conteúdo curricular a ser tratado.

1.3 Aprendizagem móvel

Há estudos destacando as possibilidades e benefícios na utilização das tecnologias móveis (Smartphones, Celulares, Tablets) para acesso aos conteúdos educacionais em qualquer lugar e horário. Esses estudos definem a aprendizagem móvel como a aprendizagem ampliada e apoiada a partir do uso dos dispositivos móveis. As principais características são a portabilidade desses dispositivos, sua integração com diferentes mídias e tecnologias digitais e a mobilidade e flexibilidade de acesso à informação e estudo aos sujeitos, independente de sua localização geográfica ou de espaços físicos formais de aprendizagem.

Para as *Diretrizes para as Políticas de Aprendizagem Móvel UNESCO (2014)*:

A aprendizagem móvel envolve o uso de tecnologias móveis, isoladamente ou em combinação com outras tecnologias de informação e comunicação (TIC), a fim de permitir a aprendizagem a qualquer hora e em qualquer lugar. A aprendizagem pode ocorrer de várias formas: as pessoas podem usar aparelhos móveis para acessar recursos educacionais, conectar-se a outras pessoas ou criar conteúdos, dentro ou fora da sala de aula. A aprendizagem móvel também abrange esforços em apoio a metas educacionais amplas, como a administração eficaz de sistemas escolares e a melhor comunicação entre escolas e famílias.

Segundo a [UNESCO \(2014, p.09\)](#), longe de ser uma possibilidade teórica, a aprendizagem móvel é uma realidade concreta. Embora a tecnologia móvel não seja nem nunca venha a ser uma panaceia educacional, ela é uma ferramenta poderosa e frequentemente esquecida – entre outras ferramentas –, que pode dar apoio à educação de formas impossíveis anteriormente.

Vale ressaltar que os avanços tecnológicos vem evoluindo numa velocidade superior comparado com o ambiente escolar. Então, existe a necessidade de que a escola reflita e desperte para o momento em que vivemos, é necessário que se busque meios de atualizar os professores, instigando-os a conhecer o potencial e usar as novas tecnologias, mais especificamente dispositivos móveis (Smartphones, Ipad, Tablets etc) em prol da aprendizagem, sabendo que estes dispositivos já estão nas mãos dos alunos.

2 SMARTPHONES E TABLETS

O presente capítulo, apresentam informações sobre dispositivos móveis, pois o avanço da ciência implicou profundas mudanças na vida do ser humano e, cada vez mais, ficamos dependentes dos dispositivos móveis para o bem-estar, entretenimento e atuação profissional. Com o aumento de tecnologias gerou-se uma demanda em que se busca adicionar várias tecnologias em poucos aparelhos. Os smartphones¹ e tablets vêm sendo a solução em agregar funções de comunicação e processamentos.

Torna-se necessário entender qual a história dos dispositivos móveis até chegarem às mãos de 84% dos brasileiros que possuem celulares, segundo a pesquisa Consumidor Móvel, da Nielsen. Outro estudo, desta vez da empresa de consultoria International Data Corporation (IDC), dá conta que, entre abril e junho de 2014, o Brasil vendeu mais de 100 smartphones por minuto. (CIRILO, 2014)

2.1 Surgimento dos Smartphones e Tablets

Com a chegada da terceira geração (3G) os celulares ganharam novas tecnologias e novos conceitos, que visam unir o conforto e a praticidade para satisfazer o usuário. (BATISTA, 2011)

Morimoto (2009)² afirma que smartphones são a combinação de duas classes de dispositivos: os celulares e os assistentes pessoais (como os Palms e os PDAs³). Diferente dos antecessores, os smartphones podem se conectar à web através de conexões 3G, ou Wi-Fi, o que permite que eles ofereçam uma enorme variedade de recursos.

O Smartphone – telefone inteligente surgiu de uma combinação entre celulares e agendas eletrônicas. Eles possuem uma tecnologia mais avançada e seu próprio sistema operacional é escrito em código aberto, o que significa que qualquer pessoa pode simplesmente desenvolver programas que funcionam neste sistema operacional. (BATISTA, 2011)

¹ "Smart" é um termo da língua inglesa que significa esperto ou inteligente, enquanto "phone" significa telefone/telemóvel ou seja telemóvel inteligente é o equivalente a smartphone.

² Carlos E. Morimoto é o criador do <<http://www.hardware.com.br>>, o maior site técnico do país. Seu trabalho inclui mais de dois mil artigos, dicas e tutoriais publicados, projetos de desenvolvimento em Linux, cursos, palestras e a publicação de 17 livros técnicos sobre hardware, redes, servidores e Linux, entre eles os livros Hardware, o Guia Definitivo; Redes, Guia Prático; Servidores Linux, Guia Prático; Smartphones, Guia Prático; Linux, Entendendo o Sistema e Linux, Ferramentas Técnicas.

³ PDA – Personal digital assistants – assistente pessoal digital, ou palmtop, é um computador de dimensões reduzidas (cerca de A6), dotado de grande capacidade computacional, cumprindo as funções de agenda e sistema informático de escritório elementar, com possibilidade de interconexão com um computador pessoal e uma rede informática sem fios — Wi-Fi — para acesso a e-mail e internet.

Conforme foram evoluindo, os celulares passaram a incorporar as funções cada vez mais de dispositivos, tornando-se progressivamente mais importantes. Tinham processadores ARM de 300 a 400 MHz e 64 MB ou mais de memória RAM, superior ao de muitos computadores do final da década de 1990. Pelo grande número de funções disponíveis nos smartphones e com os constantes avanços da tecnologia, torna-se impossível definir um conjunto de características que o definem, mas podemos classifica-los como dispositivos que agregam conectividade, mobilidade e entretenimento. Pois, passaram a assimilar as funções de outros dispositivos, assim como no caso dos computadores, agendas eletrônicas, PDAs e os Palms, que, ao serem incorporados, deram origem aos smartphones que usamos atualmente. (MORIMOTO, 2009)

Ao contrário do que se imagina, o tablet não é um dispositivo recente. Sua história tem início bem antes da criação do famoso iPad, da Apple, mais precisamente no fim do século XIX. Mas, sem dúvidas, o lançamento do iPad, em 2010, foi um marco na história dos tablets, pois mostrou ao mundo as inúmeras possibilidades em que tais dispositivos poderiam ser úteis.

O [Dicionário](#) da Língua Portuguesa de Portugal, define *tablet* como “um dispositivo eletrônico em formato retangular e com ecrã táctil⁴, usado para organização pessoal, visualização e arquivo de vários tipos de ficheiros digitais, comunicação móvel e como entretenimento”. Já para [Pozzebon \(2011\)](#), “tablet, nada mais é do que um computador em forma de prancheta. O teclado está localizado na tela, esta que é sensível ao toque. Para tanto você pode digitar, enviar mensagens, conectar-se à internet, enfim, tudo o que um computador normal faz”.

2.2 Popularidade dos Smartphones e Tablets no Brasil

O uso de celulares está se tornando cada vez mais indispensável no nosso cotidiano. Segundo o jornal Folha de São Paulo, uma pesquisa realizada pelo Nielsen IBOPE, aponta que o número de brasileiros que possui um smartphone chegou a 72,4 milhões no segundo trimestre de 2015, representando um aumento de 4% em relação aos três meses anteriores.

De acordo com um estudo divulgado em abril de 2015, pela Fundação Getúlio Vargas (FGV),

[...], o nosso país conta atualmente com 306 milhões de dispositivos conectados à internet, sendo a maioria deles compostos por smartphones. O Brasil tem 152 milhões de computadores e tablets “em uso”, segundo o relatório, o que representa um total de três computadores para cada quatro habitantes. Desse total, 24 milhões são tablets, [...]. Para o futuro, o estudo acredita que o país terá um computador ou tablet para cada habitante, com um total de 208 milhões para o biênio 2017 - 2018.

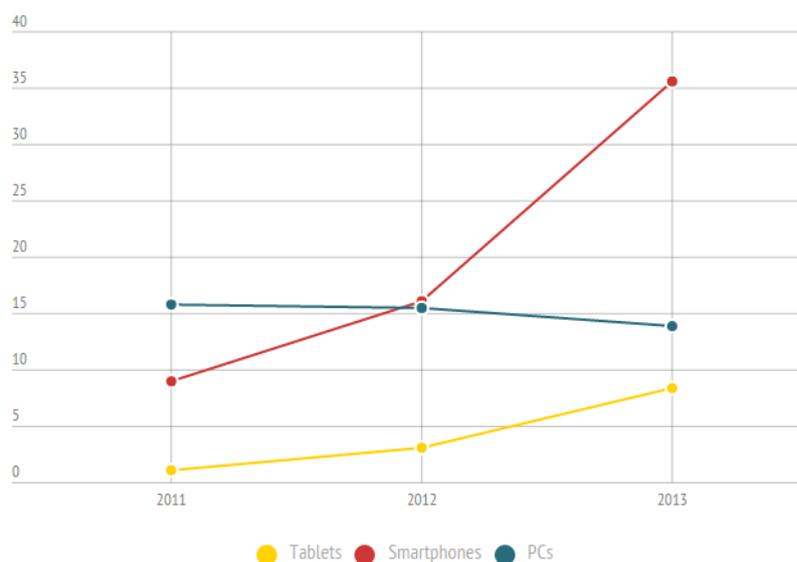
⁴ **Ecrã táctil** - superfície sensível ao toque, que é ativado pelo dedo ou por uma caneta própria, permitindo ao utilizador interagir com dispositivos como o computador ou o telemóvel.

O smartphone assumiu um lugar de destaque na rotina do consumidor brasileiro, tornando-se, cada vez mais, sua principal ferramenta digital – realidade que traz oportunidades e desafios para o mercado, principalmente para os setores de tecnologia, mídia e telefonia. Essa é uma das principais conclusões da *Global Mobile Consumer Survey*.

A IDC⁵ divulgou uma pesquisa em 2013, em que tablets e smartphones batem recorde de vendas no Brasil, enquanto PCs⁶ vêm perdendo espaço. Segundo a IDC Brasil, isso aconteceu não só devido a preços mais baixos, mas também aos projetos do governo que levam **tablets à sala de aula**, por exemplo.

Figura 2.1 – Crescimento da venda de smartphones.

Era pós-PC no Brasil



Fonte: IDC Brasil

Na Fig. 2.1, indica que foram comercializados 35,6 milhões de smartphones no Brasil, alta de 123% em relação ao ano anterior. Os tablets também passaram por um crescimento enorme: 8,4 milhões de unidades, alta de 157% em um ano. Enquanto isso os PCs continuam em queda livre. Foram 13,9 milhões de computadores vendidos no ano, queda de 10% em relação a 2012.

Outra pesquisa divulgada pela IDC Brasil em julho de 2016, entre os meses de janeiro e março deste ano foram comercializados 10.3 milhões de celulares no Brasil, sendo

⁵ **IDC** é a empresa líder em inteligência de mercado e consultoria nas indústrias de tecnologia da informação, telecomunicações e mercados de consumo em massa de tecnologia. Analisa e prediz as tendências tecnológicas para que os profissionais, investidores e executivos possam tomar decisões de compra e negócios nestes setores.

⁶ **PC** – Sigla para *Personal Computer* (computador pessoal). É um nome dado para computadores utilizados em casa e no escritório. O termo surgiu na década de 70, quando surgiram máquinas com menor tamanho e preço do que os gigantescos computadores existentes na época.

9,3 (89,8%) smartphones e 1 milhão (10.2%) *feature phones*⁷.

Para Goulart (2011):

Esse crescente avanço nas vendas dos dispositivos móveis abrem inúmeras possibilidades de aproveitar da melhor forma possível o uso desses aparelhos nas salas de aula. Eles têm tudo para cair no gosto popular e já viraram objeto de desejo: leves, práticos, permitem acessar sites, tirar fotos, acompanhar as redes sociais e, é claro, fazer ligações telefônicas.[...] Os smartphones permitem levar o trabalho e o lazer para qualquer lugar: na espera por um voo atrasado no aeroporto, por exemplo, é possível responder e-mails e recuperar um pouco do tempo perdido. Durante uma longa viagem de carro, as crianças podem baixar jogos e ver vídeos.

Segundo o Ministério da Educação (MEC), foram investidos cerca de R\$ 150 milhões em 2012 para a compra de 600 mil tablets, para uso dos professores do Ensino Médio de escolas públicas federais, estaduais e municipais. A doação dos equipamentos faz parte do projeto Educação Digital-Política e, de acordo com o Ministro da Educação Aloizio Mercadante Oliva (2012–2014), “o objetivo é oferecer instrumentos e capacitar professores e gestores das escolas públicas para o uso das tecnologias no processo de ensino. Na educação, a inclusão digital começa pelo professor. É evidente que a tecnologia não é um objetivo em si, nada substitui a relação professor-aluno”, disse Mercadante para o G1, em abril de 2014. Assim, o professor poderá fazer pesquisa, preparar a aula no tablet e transmitir o conteúdo em um dos projetores que serão entregues pelas secretarias para as escolas.

2.3 A importância dos smartphones e tablets na sala de aula

Esta nova geração de alunos, conhecida no meio digital como **Geração Z**⁸ ou **nativos digitais** e provavelmente sua sucessora, **Geração Alpha**, não quer ser apenas ouvinte na sala de aula. Os alunos sentem a necessidade de interagirem e contribuir, preferencialmente, pelo meio digital e as prováveis razões para o uso dos dispositivos móveis na educação são:

- A portabilidade torna-os apropriados para a educação;
- O custo global (comparação com os computadores);

⁷ **Feature phones** são celulares intermediários entre smartphones e celulares comuns. Normalmente possuem câmeras fotográficas e um player de música, com espaço para cartão microSD. Alguns possuem também tela de toque, Wi-Fi, GPS ou 3G. Também é possível distingui-los pelo seu acabamento e processamento, geralmente inferiores. São celulares ideais para quem procura preços baixos e as mesmas funções de um smartphone, só que sem contar com tamanhos de tela grandes e processamento poderoso. Alguns inclusive não possuem sistemas operacionais complexos como o Android.

⁸ **Geração Z** é a definição sociológica para definir geração de pessoas nascidas na década de 90 até o ano de 2010. As pessoas da Geração Z são conhecidas por serem **nativos digitais**, estando muito familiarizadas com a World Wide Web, compartilhamento de arquivos, telefones móveis e MP3 players, não apenas acessando a internet de suas casas, e sim também pelo celular, ou seja, extremamente conectadas à rede.

- Os alunos gostam de usar tecnologia tátil e interativa;
- Rápida aprendizagem na utilização dos smartphones e tablets, com independência e confiança.

De acordo com ([ARAÚJO, 2015](#)), dentre as funcionalidades e vantagens de utilizar tais equipamentos tecnológicos em sala de aula, destacamos:

- (a) **Ferramenta de pesquisa** – Devido ao tamanho das telas de smartphones e tablets, as mesmas servem como uma ótima ferramenta de pesquisas online em sala de aula.
- (b) **Fotografia de anotações** – As câmeras de alta resolução desses aparelhos são de grande utilidade para tirar fotografias das anotações do quadro, quando falta tempo para copiar tudo.
- (c) **E-reader** – Os E-books armazenados nesses dispositivos ocupam pouco espaço e se torna muito mais viável do que ter que carregar vários livros pesados na mochila.
- (d) **Troca de mensagens** – Grupos de mensagens instantâneas podem ser criados pelos professores em aplicativos de mensagem para promover a interação fora do ambiente escolar.
- (e) **Compartilhamento de arquivos** – Fotos, livros, listas de exercícios, eBooks, entre outros arquivos podem ser compartilhados para complementar a aprendizagem.
- (f) **Gerenciador de tarefas** - Apps de calendários, lembretes, listas e notas em smartphones e tablets ajudam o aluno a se organizar nos estudos.

Para [Moran, Masseto e Behrens \(2013, p.58\)](#), as tecnologias móveis, bem utilizadas, facilitam a interaprendizagem, a pesquisa em grupo, a troca de resultados, ao mesmo tempo em que facilitam as trocas banais, o narcisismo, o querer aprender, o consumismo fútil. Elas podem ajudar a desenvolver a intuição, a flexibilidade mental, a adaptação a ritmos diferentes. [...] a adaptação a novas situações, informações, emoções. Cada um pode construir trilhas fascinantes de aprendizagem, que, na troca, iluminam múltiplos caminhos.

Os próximos passos na educação estarão cada vez mais interligados à mobilidade, à flexibilidade e à facilidade de uso que os *tablets* e iPods oferecem a um custo mais reduzido e com soluções mais interessantes, motivadoras e encantadoras.

As tecnologias digitais móveis desafiam as instituições a sair do ensino tradicional, em que o professor é o centro, para uma aprendizagem mais participativa e integrada, como momentos presenciais e outros com atividades a distância, mantendo vínculos pessoais e afetivos, estando juntos virtualmente. ([MORAN; MASSETO; BEHRENS, 2013](#))

Segundo as *Diretrizes para as Políticas de Aprendizagem Móvel UNESCO (2014)*, a facilidade de acesso aos dispositivos e a crescente disseminação do uso na sociedade faz com que cada vez mais pessoas tenham, ao menos, um dispositivo ao seu dispor e saibam como utilizá-lo. Os dispositivos móveis potencialmente são ferramentas importantes para contribuir com a melhoria e ampliação da aprendizagem, principalmente para estudantes com escasso acesso à educação de qualidade em razão de fatores geográficos, econômicos e sociais.

Cabe ao professor realizar um planejamento adequado para que o uso do dispositivos móveis seja para atingir objetivos pedagógicos, e não para permitir ao aluno o livre acesso sem monitoramento.

2.4 Aplicativos Móveis - *Apps*

A utilização e o número de aplicativos está em forte crescimento. Essa tendência está associada com a venda de smartphones, que também evidencia um grande crescimento. O aplicativo móvel, cujo abreviatura conhecida por *App*, significa “aplicação de software” –, é um tipo de software que funciona como um conjunto de ferramentas desenhado para realizar tarefas e trabalhos específicos no dispositivo eletrônico móvel (smartphone, tablet), ou seja, acrescenta novas funções ao aparelho. Os aplicativos podem ser instalados no dispositivo, desde que o aparelho permita que ele seja baixado pelo usuário, através de uma *Store* (loja on-line), por exemplo a *Play Store* e *Windows Phone Store*. Parte dos aplicativos disponíveis são gratuitos.

Os aplicativos são usados para atender as necessidades específicas do usuário, esses serviços têm como objetivo informar ou entreter, usando ou não como apoio os recursos de um celular, como câmera, GPS, agenda, bluetooth etc.

[Fling \(2009 apud NONNENMACHER, 2012\)](#) explica os tipos de aplicativos existentes e os divide entre *application framework*, aplicativos móveis para web e aplicativos nativos.

Os *application frameworks* ou suporte para aplicativos são um suporte para a criação de aplicativos inserido no sistema operacional do dispositivo. Ele compartilha um núcleo de serviços como comunicação, mensagem, gráficos, localização, segurança e autenticação. A partir deles são criados aplicativos tais como jogos, navegadores e câmeras.

Os aplicativos móveis para web, são aplicativos que não precisam serem instalados ou compilados no dispositivo móvel. A grande motivação para o desenvolvimento deste tipo de aplicação é a oportunidade de fragmentação em diversos dispositivos, já que funcionam em mais tipos de aparelhos, sem necessitar de uma grande adaptação e de grandes testes, podendo ser atualizados sem a burocracia de aprovação pelo desenvolvedor que existe nas

aplicações nativas. Usando certas linguagens de programação, eles estão aptos para prover uma experiência positiva ao usuário final, enquanto rodam em qualquer navegador móvel. Aplicativos para web permitem aos usuários uma interação em tempo real, onde um clique ou toque é uma ação dentro do conteúdo visualizado.

Por fim, os aplicativos nativos estão disponíveis na maioria dos dispositivos, trabalhando *on-line* ou *off-line*, acessando serviços de localização e sistemas de arquivos. Por serem aplicações criadas utilizando-se os recursos de hardware disponibilizados, esse tipo de aplicação pode aproveitar de forma completa os diversos recursos que o dispositivo móvel oferece. Eles oferecem uma melhor experiência e *design* para os usuários. Deve-se destacar também que esse tipo de aplicativo permite que a utilização por parte do usuário ocorra mesmo com a ausência de uma conexão com a internet.

Por terem acesso aos recursos do aparelho, normalmente é requisitado que esse tipo de aplicativo passe por uma aprovação por parte da empresa desenvolvedora da plataforma, essa condição garante que nenhum aplicativo malicioso seja aprovado e liberado para instalação nos aparelhos.

Os dispositivos móveis juntamente com os aplicativos vieram com o propósito de agregar facilidades ao nosso cotidiano. Observando o número de downloads em uma *Store*, pode-se elencar que os tipos mais comuns de aplicativos e exemplos para dispositivos móveis mais utilizados pelos usuários são:

- **Redes sociais e comunicação** – WhatsApp, Imo, Skype, Twitter, Facebook etc.
- **Jogos e entretenimento** – Angry birds, Pou, Talking Tom etc.
- **Livros e educação** – Kindle, Google Play Livros, Geogebra etc.
- **Música, vídeos e fotos** – Spotify Music, Photo Lab. Google fotos etc.
- **Mapas e navegação** – Waze, Mapa GPS etc.
- **Notícias e revistas** – G1, Uol, Veja etc.
- **Esporte e saúde** – iCare, MSN Esportes etc.

3 FUNÇÕES

Neste capítulo, faremos a apresentação de alguns aspectos históricos que contribuíram para o desenvolvimento do conceito formalizado de função e algumas aplicações.

Para chegarmos ao conceito de função como a conhecemos atualmente houve uma evolução no decorrer do tempo a partir da contribuição de vários matemáticos. É claro que o conceito de função não é de fácil compreensão para o aluno, sendo assim, é necessário que seja fornecida tanto a definição formal do conteúdo como outras formas que o torne mais compreensível. Além das aplicações matemáticas como ferramenta para os professores dinamizarem o ensino-aprendizagem é possível desenvolver outras metodologias de ensino que torne o aluno capaz de compreender o conceito a partir da interatividade e manipulação visual de resultados.

3.1 Contexto histórico

O surgimento do conceito de função como o conhecemos hoje se desenvolveu a partir de várias gerações de matemáticos, filósofos e cientistas ao longo da história das civilizações, sendo motivados pelo interesse de compreender os fenômenos da natureza e as relações entre objetos.

Os processos empregados eram frequentemente justificados com o argumento de que eles funcionavam. E só perto do fim do século XVIII, quando muitos absurdos e contradições tinham-se insinuado na matemática, sentiu-se que era essencial examinar as bases da análise para dar-lhes uma fundamentação lógica rigorosa. O cuidadoso esforço que se seguiu, visando a essa fundamentação, foi uma reação ao emprego descontrolado da intuição e do formalismo no século anterior. A tarefa se mostrou difícil, ocupando, em suas várias ramificações, a maior parte dos 100 anos seguintes. Como consequência desse empreendimento, verificou-se um trabalho semelhante e igualmente cuidadoso com os fundamentos de todos os outros ramos da matemática, bem como o refinamento de muitos conceitos importantes. Assim, **a própria ideia de função teve que ser esclarecida** e noções como as de limite, continuidade, diferenciabilidade e integrabilidade tiveram de ser cuidadosa e claramente definidas. (YVES, 2011, p.462, grifo nosso)

Atualmente, quando pensamos no conceito de função, algumas ideias nos vêm à mente. Por exemplo, a ideia de uma correspondência. Desse ponto de vista, poderíamos dizer que as tabelas babilônicas e egípcias já pressupunham, de alguma forma, a ideia de função, uma vez que se tratavam justamente de registros de correspondências (entre um número e o resultado das operações que envolvem este número). As tabelas astronômicas de Ptolomeu, similares às nossas tabelas de senos, também estabeleciam correspondências que consideramos hoje de natureza funcional. (ROQUE; PITOMBEIRA, 2012, p.208)

A definição de função como a conhecemos hoje iniciou sua formalização a partir do século XVIII, inclusive posteriormente das técnicas de derivação introduzidas por Leibniz (1646 - 1716) e Isaac Newton (1643 - 1727), porém, existem registros implícitos no decorrer da história, da utilização da ideia do conceito de função em civilizações anteriores à era Cristã. Por essa razão, afirma-se algumas vezes que a noção de função tem sua origem na matemática antiga. No entanto, do ponto de vista histórico, não ganhamos nada com essa associação.

Numa plaqueta feita em argila pelos babilônicos (os babilônios usavam tábuas de argila cozida), por volta de ano 2000 a.C, observa-se o uso de uma tabela com a expressão algébrica semelhante a $n^3 + n^2$, em que $n = 1, 2, 3, \dots, 30$. Fazendo uma associação com função, onde o domínio é o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 30\}$, temos que a lei de formação é dada por $f(n) = n^3 + n^2$. Podemos citar entre os gregos, as tabelas astronômicas de Ptolomeu (140 d.C), que desenvolveu ideias funcionais em sua obra *Almagesto* (“O maior”) que estabeleciam correspondências trigonométricas, semelhante a nossa tabela trigonométrica.

A ideia moderna de função se iniciou a partir de Galileu Galilei (1564-1642) e Isaac Newton (1642-1727), pois utilizaram em seus trabalhos algumas noções de lei e dependência, que estão intrinsecamente ligadas ao conceito de funções.

Segundo Boyer (1974), nesse período, o conceito de função, embora não tenha sido formalizado, esteve presente nos mais diversos resultados apresentados, em particular na física e na astronomia, entretanto, sua formalização dependia do desenvolvimento de uma linguagem algébrica que permitisse a sistematização adequada do conceito de função, na forma como utilizamos na contemporaneidade. De qualquer modo, o que foi produzido nessa época preparou o terreno para que Newton e Leibniz estabelecessem os fundamentos do Cálculo.

No século XVIII, Jean Bernoulli, matemático suíço (1667-1748) utilizou o termo função, assim designando os valores obtidos por operações entre variáveis e constantes ele também utilizou algumas notações, dentre elas “ ϕx ” e “ fx ”, para indicar um função de x . Ainda no século XVIII, Leonhard Euler (1707-1783) fez uso da notação atual “ $f(x)$ ”, mas foi Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) quem criou o termo função.

A palavra função, na sua forma latina equivalente, parece ter sido introduzida por Leibniz em 1694, inicialmente para expressar qualquer quantidade associada a uma curva, como, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio da curvatura de uma curva. Por volta de 1718, Johann Bernoulli havia chegado a considerar uma função como uma expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes; pouco tempo depois Euler considerou uma função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes. Esta última ideia corresponde ao conceito de função que a maioria dos alunos dos cursos elementares de matemática tem. (YVES, 2011)

Posteriormente, Lejeune Dirichlet (1805 - 1859) enunciou uma definição para função:

Uma *variável* é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x , corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y , então se diz que y é uma *função* (unívoca) de x . A variável x , à qual se atribuem valores à vontade, é chamada *variável independente* e a variável y , cujos valores dependem dos valores de x , é chamada *variável dependente*. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o *campo de definição* da função e os valores assumidos por y constituem o *campo de valores* da função. (YVES, 2011, p.661, grifo do autor)

Note que Dirichlet apresentou a ideia de variável, utilizando símbolos, no caso x e y , que representa todos os valores compreendidos num determinado intervalo, de um dado conjunto numérico. Logo, Dirichlet evidenciou o conceito de função como a conhecemos, **“Dados dois conjuntos A e B, não vazios. Tal que $x \in A$, e $y \in B$, existe uma função f de A em B se, e somente se, qualquer que seja $x \in A$, exista um único elemento $y \in B$, que esteja na relação considerada”**. Onde x é a variável independente e y a variável dependente.

3.2 O conceito de função

Em geral, trabalhamos com funções numéricas, o domínio e imagem são conjuntos numéricos, assim podemos definir com mais rigor o que é uma função matemática utilizando a linguagem da teoria dos conjuntos. Abodaremos tais conceitos de acordo com [Iezzi \(1993\)](#), [Giovanni \(2002\)](#) e [Lima \(2012\)](#).

Inicialmente vamos definir o que é *produto cartesiano*, uma *relação* entre dois conjuntos e o plano cartesiano.

- **Produto cartesiano**

Dados dois conjuntos não vazios A e B, denomina-se *produto cartesiano* (indica-se: $A \times B$) de A por B o conjunto formado pelos pares ordenados nos quais o primeiro elemento pertence a A e o segundo pertence a B. $A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ e } y \in B\}$

- **Relação**

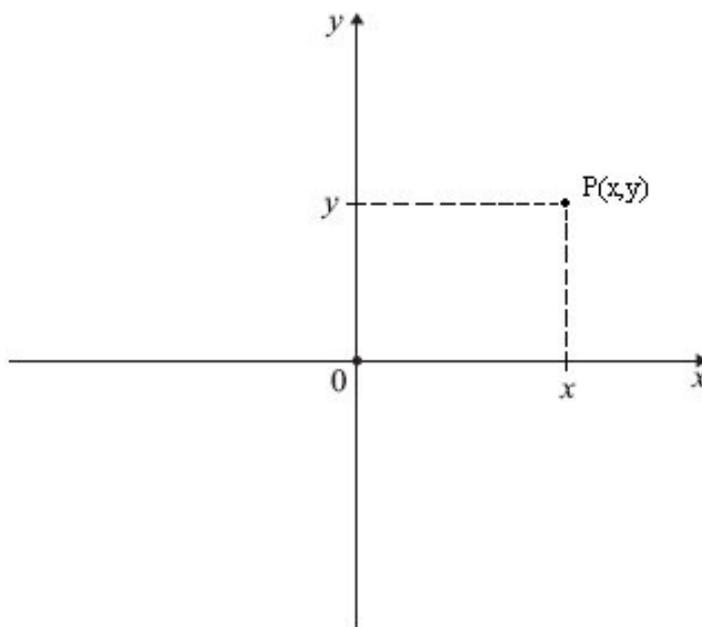
Dados dois conjuntos A e B, dá-se o nome de relação R de A em B a qualquer subconjunto de $A \times B$.

$$\mathbf{R \text{ é relação de A em B} \Leftrightarrow \mathbf{R \subset A \times B}}$$

- **O Plano Cartesiano**

Os elementos (x, y) de \mathbb{R}^2 são, naturalmente, os pares ordenados de números reais. Eles surgem como coordenadas cartesianas de um ponto P do plano Π ($x =$ abscissa, $y =$ ordenada) quando se fixa nesse plano um par de eixos ortogonais Ox e Oy , que se intersectam no ponto O, chamada a *origem* do sistema de coordenadas (Figura 3.1).

Figura 3.1 – Representação do ponto P no Plano Cartesiano



Fonte: LIMA, 2012, p.96.

Dado um ponto $P \in \Pi$, a abscissa de P é o número x , coordenada do pé da perpendicular baixada de P sobre o eixo Ox , enquanto a ordenada de P é a coordenada y do pé da perpendicular baixada de P sobre o eixo Oy . Diz-se então que (x, y) é o par de coordenadas do ponto P relativamente ao sistema de eixos Oxy . Os eixos Ox e Oy dividem o plano em quatro regiões, chamadas quadrantes, caracterizadas pelos sinais das coordenadas de seus pontos. No primeiro quadrante, tem-se $x \geq 0$ e $y \geq 0$; no segundo quadrante, $x \leq 0$ e $y \geq 0$; no terceiro quadrante, $x \leq 0$ e $y \leq 0$; no quarto quadrante $x \geq 0$ e $y \leq 0$.

3.2.1 Definição

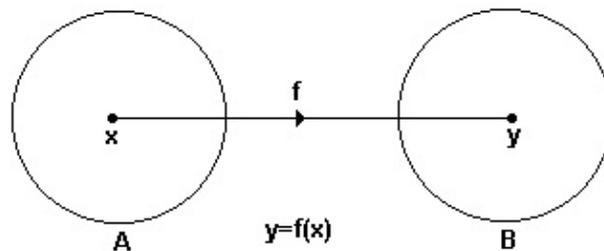
Dados dois conjuntos A e B, não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de *aplicação* de A em B ou *função definida em A com imagens em B* se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.

$$f \text{ é aplicação de A em B} \iff (\forall x \in A, \exists \mid y \in B \mid (x, y) \in f)$$

É importante observa que:

- A notação $f : A \rightarrow B$ (lemos “função f de A em B ”) indica que a função f leva A para B , ou que f é uma **aplicação** de A em B .
- Se y está definido em função de x , chamamos x de **variável independente** e y de **variável dependente**.
- Escreve-se $f(x)$, ou simplesmente y , para indicar o valor que a função f assume para x .

Figura 3.2 – A função f transforma $x \in A$ em $y \in B$.



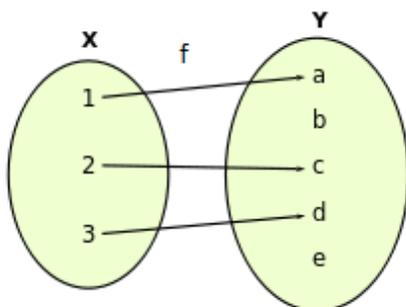
Fonte: <http://www.paulomarques.com.br>

- As funções podem ser definidas por uma **lei matemática**. Por exemplo, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 3x$

Exemplos

Verificar se os diagramas abaixo representam funções.

a)

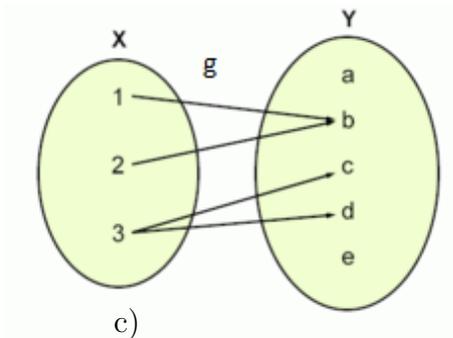


- Todo elemento de X tem um correspondente em Y .

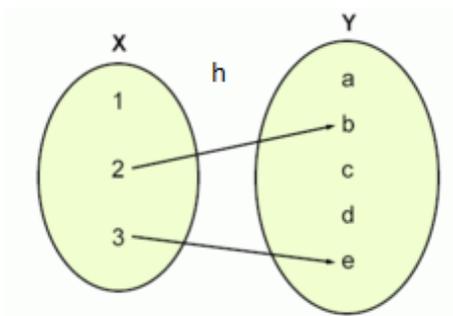
- Cada elemento de X está associado a um único elemento de Y .

Então, f é função de X em Y .

b)



c)



• Todo elemento de X tem um correspondente em Y.

• Um dos elementos de X (3) está associado a mais de um elemento de Y (aos elementos c e d).

Logo, g não é função de X em Y.

• Nem todo elemento de X tem um correspondente em Y (1 não associa a nenhum elemento de Y).

• Os demais elementos de X associam-se a um único elemento de Y.

Portanto, h não é função de X em Y.

Fonte: <https://upload.wikimedia.org>

3.2.2 Domínio e Imagem

Considerando que toda função f de A em B é uma relação binária, então f tem um *domínio* e uma *imagem*.

Domínio

Chamamos de *domínio* o conjunto D ou $D(f)$ dos elementos $x \in A$ para os quais existe $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$. Como, pela definição de função, todo elemento de A tem essa propriedade, temos nas funções:

domínio = conjunto de partida

isto é,

$$D = A$$

Imagem

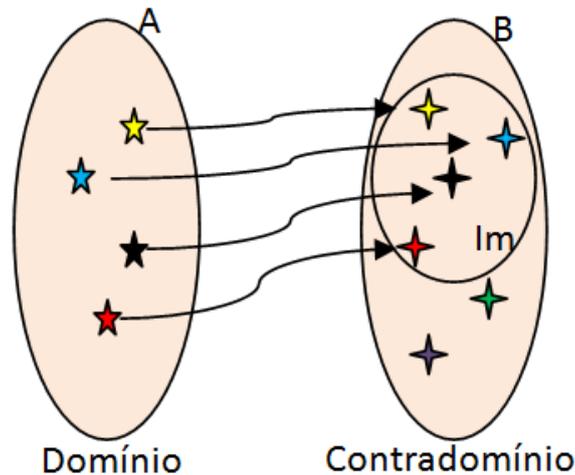
Chamamos *imagem* o conjunto Im ou $Im(f)$ dos elementos $y \in B$ para os quais existe $x \in A$ tal que $(x, y) \in f$; portanto:

imagem é um subconjunto do contradomínio

isto é,

$$Im \subset B$$

Figura 3.3 – Conjunto imagem



Fonte: Elaborada pelo autor

3.2.3 Zero de uma função

Zero de uma função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, $f(x) = 0$.

$$x \text{ é zero de } y = f(x) \Leftrightarrow f(x) = 0$$

Exemplos

- O zero da função $f(x) = 2x - 4$ é 2, pois: $f(2) = 2 \cdot 2 - 4 = 4 - 4 = 0$
- a função $m(x) = \frac{1}{x}$ não tem zero, pois não há valor de x que anule $m(x)$.

3.2.4 Gráfico de funções

O gráfico de uma função $f : X \rightarrow Y$ é o subconjunto $G(f)$ do produto cartesiano $X \times Y$ formado por todos os pares ordenados (x, y) , onde x é um ponto qualquer de X e $y = f(x)$.

$$G(f) = \{(x, y) \in X \times Y; y = f(x)\} = \{(x, f(x)); x \in X\}$$

A fim de que um subconjunto $G \subset A \times B$ seja gráfico de alguma função $f : A \rightarrow B$ é necessário e suficiente que G cumpra as seguintes condições:

G1. Para todo $x \in X$ existe um par ordenado $(x, y) \in G$ cuja a primeira coordenada é x .

G2. Se $p = (x, y)$ e $p' = (x, y')$ são pares pertencentes a G com a mesma primeira coordenada x então, $y = y'$ (isto é, $p = p'$).

Em suma, a terminologia que consideramos adequada é a seguinte: um subconjunto qualquer de $X \times Y$ é o *gráfico* de uma relação de X para Y . Se esse conjunto cumpre as condições G1 e G2, ele é o *gráfico* de uma função.

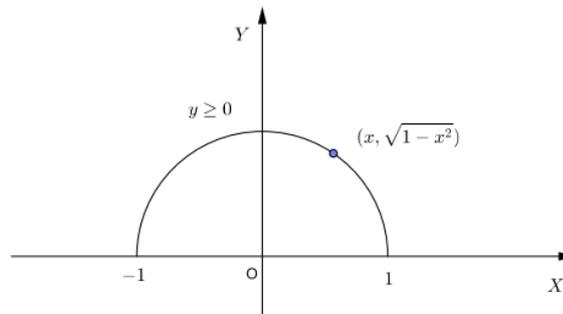
Exemplo 1. A fórmula da distância entre dois pontos serve para reconhecer que o gráfico G da função $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2}$$

é a semicircunferência C_+ (Figura 3.4), de centro na origem $= (0,0)$ e raio 1, situada no semiplano $y \geq 0$

Com efeito,

Figura 3.4 – Semicircunferência C_+



Fonte: LIMA, 2012, p.100.

$$\begin{aligned} (x, y) \in G &\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1 \text{ e } y = \sqrt{1 - x^2} \\ &\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1, y \geq 0 \text{ e } y^2 = 1 - x^2 \\ &\Leftrightarrow y \geq 0 \text{ e } x^2 + y^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow (x, y) \in C_+. \end{aligned}$$

No caso de funções reais de uma variável real, as condições G1 e G2 adquirem uma forma mais geométrica e são resumidas assim:

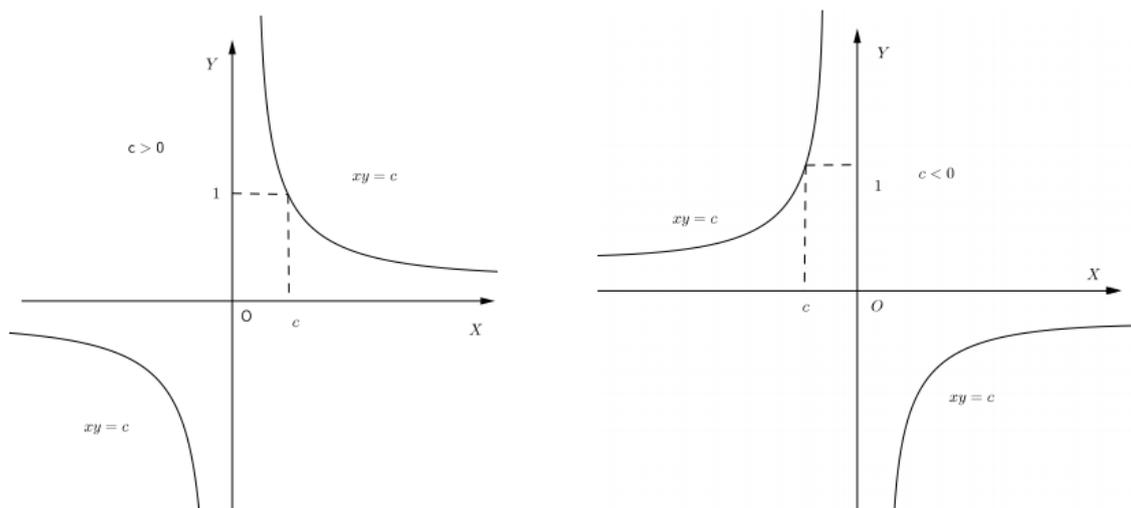
Seja $X \subset \mathbb{R}$ um conjunto que consideremos situado sobre o eixo horizontal. Um subconjunto $G \subset \mathbb{R}^2$ é o gráfico de uma função $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ se, e somente se, toda a reta paralela ao eixo vertical, traçada a partir de um ponto de X , intersecta G num único ponto.

Exemplo 2. Dado um número real $c \neq 0$, consideremos o conjunto G formado pelos pontos (x, y) de \mathbb{R}^2 tais que $xy = c$. Simbolicamente,

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; xy = c\}.$$

O conjunto G acima, denominamos hipérbole equilátera. A figura 3.5 mostra a forma de G nos casos $c > 0$ e $c < 0$. Para todo $x \neq 0$, a reta vertical que passa pelo ponto de abscissa x corta o conjunto G no único ponto $(x, c/x)$. Logo, G é o gráfico da função $f : \mathbb{R} - 0 \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = c/x$.

Figura 3.5 – Hipérbole equilátera



Fonte: LIMA, 2012, p.101.

Considerando a reta focal $y = x$, temos que o ponto de interseção das assíntotas é a origem de centro C , e seus focos são $F_1 = (-r, -r)$ e $F_2 = (r, r)$ para algum $r \in \mathbb{R}$, $r > 0$. Como $c = d(F_1, C) = d(F_2, C)$, $c^2 = a^2 + b^2$ e $a = b$, já que a hipérbole é equilátera, temos que:

$$a^2 + a^2 = c^2 = r^2 + r^2, \text{ ou seja, } a = r.$$

Assim, um ponto $P = (x, y) \in G \Leftrightarrow |d(P, F_1) - d(P, F_2)| = 2a = 2r$, então:

$$|\sqrt{(x+r)^2 + (y+r)^2} - \sqrt{(x-r)^2 + (y-r)^2}| = 2r$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+r)^2 + (y+r)^2} &= \pm 2r - \sqrt{(x-r)^2 + (y-r)^2} \\ (x+r)^2 + (y+r)^2 &= 4r^2 + (x-r)^2 + (y-r)^2 \pm 4r\sqrt{(x-r)^2 + (y-r)^2} \\ 2rx + 2ry &= 4r^2 - 2rx - 2ry \pm 4r\sqrt{(x-r)^2 + (y-r)^2} \\ x + y - r &= \pm r\sqrt{(x-r)^2 + (y-r)^2} \\ (x+y-r)^2 &= (x-r)^2 + (y-r)^2 \\ 2xy &= r^2 \\ xy &= r^2/2 = c \end{aligned}$$

Portanto, o conjunto G é o gráfico de uma hipérbole equilátera.

3.3 Função Afim

Depois de tratarmos das funções de uma forma genérica, poderíamos discutir sobre as funções que são usadas com maior frequência na modelagem de fenômenos reais, as funções polinomiais, exponenciais, logarítmicas e as funções trigonométricas. Neste trabalho, abordaremos, especificamente as funções que envolvem polinômios.

Obviamente, uma **função polinomial** é uma função que é dada por um polinômio ¹, conforme a definição abaixo:

Seja dado um número inteiro não negativo n , bem como os coeficientes reais a_0, a_1, \dots, a_n , com $a_n \neq 0$. A função definida por

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

é denominada **função polinomial de grau n** , com relação a x .

Sendo assim, temos que as funções:

$$g(x) = 2x^4 + 12x^3 - 6x + 13, \text{ é polinomial de grau 4;}$$

$$f(x) = -4x^6 + 5x^3 - 3x^2 + 19x - 6, \text{ polinomial de grau 6;}$$

$$h(x) = -x^3 + 8x^2 - 5x + 1, \text{ polinomial de grau 3;}$$

¹ **Definição de polinômio** - Dados um número $n \in \mathbb{N}$ e $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1$ e $a_0 \in \mathbb{C}$, denomina-se Polinômio em \mathbb{C} , onde \mathbb{C} é o conjunto dos números complexos, a função $P : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, definida por:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

sendo

- $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1$ e $a_0 \in \mathbb{C}$ chamados de coeficientes
- $x \in \mathbb{C}$ a variável.

$h(x) = -5$, polinomial de grau 0 (**função constante**).

3.3.1 Definição

Chama-se **função polinomial do 1º grau**, ou **função afim**, qualquer função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais dados e $a \neq 0$.

Na lei $f(x) = ax + b$, o número a é chamado **coeficiente** de x ou **coeficiente angular** e o número b é chamado **termo constante** ou **independente** ou **coeficiente linear**.

Exemplos:

a) $f(x) = 3x - 4$, onde $a = 3$ e $b = -4$

b) $g(x) = -2x + 1$, onde $a = -2$ e $b = 1$

c) $h(x) = 4x$, onde $a = 4$ e $b = 0$

A **Função Identidade** e a **Função Linear** são casos particulares de função afim. Vejamos cada um desses casos:

- $f(x) = ax + b$, com $b = 0$, denominamos função **linear**;

Exemplo:

► $f(x) = 3x$, onde $a = 3$ e $b = 0$

- $f(x) = ax + b$, com $a = 1$ e $b = 0$, denominamos função **identidade**.

Exemplo:

► $f(x) = x$, onde $a = 1$ e $b = 0$

3.3.2 Gráfico

Teorema

“O gráfico cartesiano da função $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) é uma reta.”

Demonstração

Sejam A, B e C três pontos quaisquer, distintos dois a dois, do gráfico cartesiano da função $y = ax + b$ ($a \neq 0$) e (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) , respectivamente, as coordenadas cartesianas desses pontos.

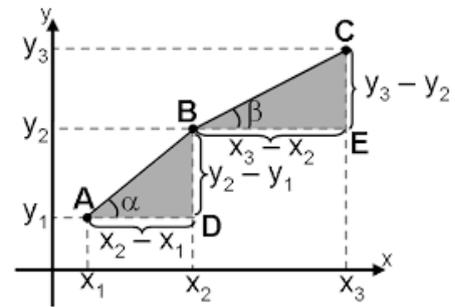
Para provarmos que os pontos A, B e C pertencem à mesma reta, mostremos, inicialmente, que os triângulos retângulos ABD e BCE são semelhantes.

De fato:

$$(x_1, y_1) \in f \Rightarrow y_1 = ax_1 + b \quad (1)$$

$$(x_2, y_2) \in f \Rightarrow y_2 = ax_2 + b \quad (2)$$

$$(x_3, y_3) \in f \Rightarrow y_3 = ax_3 + b \quad (3)$$



Subtraindo membro a membro, temos:

$$\left. \begin{array}{l} y_3 - y_2 = a(x_3 - x_2) \\ y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

Os triângulos ABD e BCE são retângulos e têm lados proporcionais, então são semelhantes e, portanto, $\alpha = \beta$. Segue-se que os pontos A, B e C estão alinhados.

3.3.3 Aplicação

Exemplo 1 – Custo do telefonema

Uma empresa telefônica cobra R\$ 0,60 por uma ligação de 15 minutos. Sabendo que o custo da ligação é diretamente proporcional à duração da conversa, determine o custo de um telefonema de t minutos.

Solução

Se o custo é diretamente proporcional ao tempo de ligação, então o custo por minuto corresponde à constante de proporcionalidade, sendo igual a

$$a = \frac{0,60 \text{ reais}}{15 \text{ min}} = 0,04 \text{ reais/min,}$$

ou seja, 4 centavos por minuto. Assim, para uma ligação t minutos, o custo, em reais, é dado pela função $C(t) = 0,04t$.

Usando essa função, a companhia telefônica é capaz de calcular facilmente o valor de qualquer ligação telefônica.

Exemplo 2 – Conversão de unidades

Em quase todos os países, a unidade de medida de temperatura é o grau Celsius ($^{\circ}\text{C}$). Entretanto, nos Estados Unidos e em algumas de suas possessões, a temperatura é apresentada em graus Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Escreva uma função afim que converta uma temperatura

em graus Fahrenheit para graus Celsius, sabendo que 32°F correspondem a 0°C, e que 212°F correspondem a 100°C. Em seguida, trace o gráfico da função.

Solução

O objetivo do problema é determinar a função

$$C(t) = at + b,$$

que converte uma temperatura t , em graus Fahrenheit, na temperatura correspondente em graus Celsius. Para que possamos encontrar os coeficientes a e b , o enunciado nos fornece duas informações:

$$C(32) = 0 \text{ e } C(212) = 100.$$

Com base nesses dados, escrevemos os pares ordenados

$$(x_1, y_1) = (32, 0) \text{ e } (x_2, y_2) = (212, 100),$$

que nos permitem obter a inclinação da reta:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100 - 0}{212 - 32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9},$$

logo,

$$C(t) = \frac{5}{9}t + b$$

Como, $C(32) = 0$, temos que

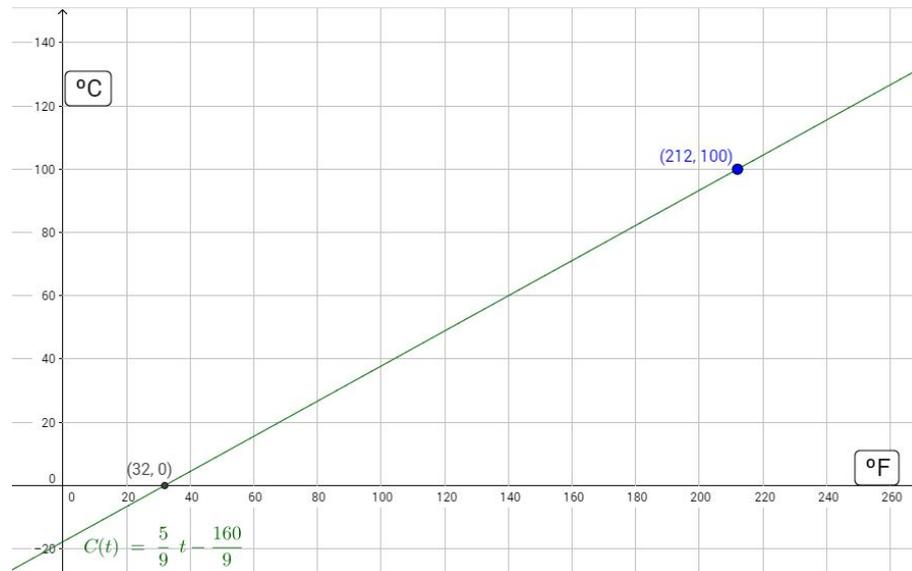
$$0 = \frac{5}{9}t + b \Rightarrow b = \frac{-160}{9}.$$

Portanto, a função é dada por:

$$C(t) = \frac{5}{9}t - \frac{160}{9}$$

Como a função C é afim, logo o seu gráfico é uma reta, podemos traçá-lo no plano usando apenas os dois pares ordenados já fornecidos.

Figura 3.6 – Gráfico de $C(t) = \frac{5}{9}t - \frac{160}{9}$



Fonte: Elaborada pelo autor

3.3.4 Caracterização da Função Afim

Como saber se, numa determinada situação, o modelo matemático a ser adotado é uma função afim? A partir desse questionamento, enunciaremos, o Teorema da Caracterização da Função Afim por Lima (2012, p.115) e apresentamos a utilização do teorema em uma aplicação.

Teorema da Caracterização da Função Afim.

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função monótona e injetiva. Se o acréscimo $f(x+h) - f(x) = \varphi(h)$ depender apenas de h , mas não de x , então f é uma função afim.

Demonstração: A demonstração deste teorema, é uma aplicação do Teorema Fundamental da Proporcionalidade². Suponhamos que f seja uma função crescente. Então, $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, também é crescente, com $\varphi(0) = 0$. Além disso, para quaisquer $h, k \in \mathbb{R}$ temos

$$\begin{aligned} \varphi(h+k) &= f(x+h+k) - f(x) \\ &= f((x+k)+h) - f(x+k) + f(x+k) - f(x) \\ &= \varphi(h) + \varphi(k) \end{aligned}$$

² **Teorema Fundamental da Proporcionalidade** – (Demonstração em Lima (2012, p.110)).

Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função crescente. As seguintes afirmações são equivalentes:

- (1) $f(nx) = n \cdot f(x)$ para todo $n \in \mathbb{Z}$ e todo $x \in \mathbb{R}$;
- (2) Pondo $a = f(1)$, tem-se $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathbb{R}$;
- (3) $f(x+y) = f(x) + f(y)$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$.

Logo pelo Teorema fundamental da Proporcionalidade, pondo-se $a = \varphi(1)$, tem-se $\varphi(h) = a \cdot h$ para todo $h \in \mathbb{R}$.

Observação. A recíproca do teorema acima é óbvia. Se $f(x) = ax + b$ então $f(x + h) - f(x) = ah$ não depende de x .

Aplicação - Física

Movimento uniforme: Quando uma partícula executa um movimento com velocidade constante em relação a um determinado referencial, dizemos que ela está em movimento uniforme (MU). Isso significa dizer que o objeto móvel percorre distâncias iguais para intervalos de tempos iguais. Nesse tipo de movimento, apenas o espaço percorrido sofre variação no tempo. A expressão matemática que corresponde a esta situação é da forma

$$S(t) = s_0 + v \cdot t$$

Onde, $S(t)$ é a distância percorrida no intervalo t de tempo, v é a velocidade do móvel. Observe que aplicando o Teorema da Caracterização da Função Afim temos que:

$$\varphi(h) = s(t + h) - s(t)$$

$$\varphi(h) = s_0 + v \cdot (t + h) - s_0 - v \cdot t$$

$$\varphi(h) = s_0 + v \cdot t + v \cdot h - s_0 - v \cdot t$$

$$\varphi(h) = v \cdot h$$

Onde o espaço percorrido no intervalo de tempo $[t, t + h]$ depende apenas de h , e não mais de t .

4 APRESENTAÇÃO DO APLICATIVO XFUNÇÕES

Neste capítulo será apresentado o aplicativo “XFunções”, desenvolvido especificamente para que tornasse o aprendizado mais simples e que prendesse a atenção dos alunos, visto que compreender o conceito e aplicações de Função e Função Afim, uma das mais importantes e simples funções da matemática junto ao ensino, é fundamental para que os alunos tenham um compreensão clara e objetiva, pois esse primeiro contato formal é essencial para o desenvolvimento de suas habilidades para as demais funções e aplicações no cotidiano. Vale ressaltar que o aplicativo foi desenvolvido como uma *ferramenta auxiliar para o processo ensino-aprendizagem*.

4.1 Instalação e apresentação do aplicativo XFunções

O aplicativo (App) *XFunções* teve o desenvolvimento inicial em Javascript, HTML5 e CSS3, para navegadores Web, em seguida foi adaptado para dispositivos móveis utilizando a IDE¹ *Intel XDK*. Por se tratar de um protótipo com objetivos de ampliações futuras ele se encontra, inicialmente, apenas na plataforma Android. O desenvolvimento para as demais plataformas será realizado após a conclusão deste projeto.

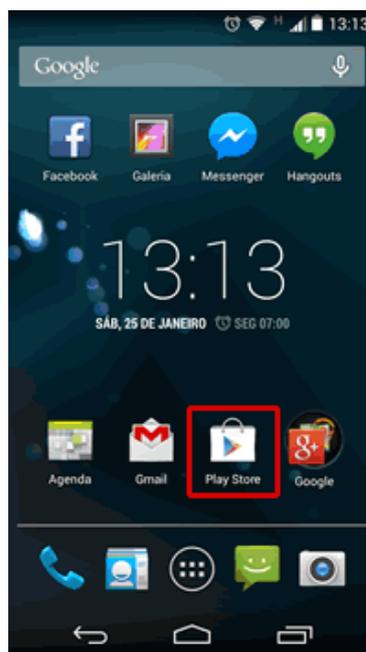
4.1.1 Instalação

Para iniciarmos a instalação do App é necessário que o dispositivo móvel esteja conectado à internet. Como mencionado anteriormente o aplicativo se encontra na plataforma Android e o processo de instalação será análogo para as demais plataformas após sua disponibilidade.

- Após certificar que o dispositivo móvel esteja conectado à internet, o usuário deverá abrir a loja de aplicativos do Android (Play Store), conforme ilustra a figura 4.1.

¹ **IDE**, do inglês Integrated Development Environment ou Ambiente de Desenvolvimento Integrado, é um programa de computador que reúne características e ferramentas de apoio ao desenvolvimento de software com o objetivo de agilizar este processo.

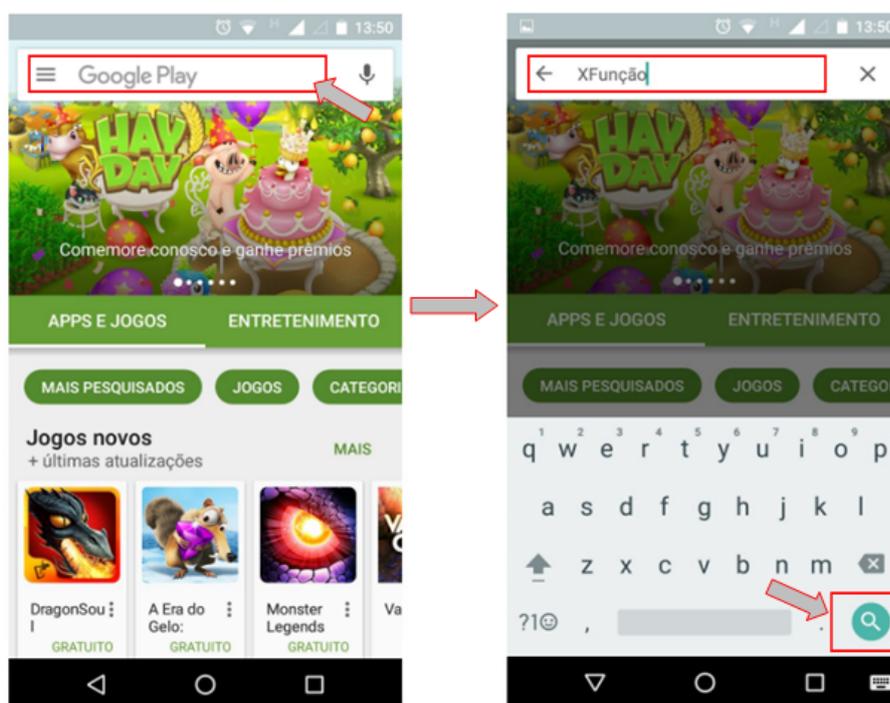
Figura 4.1 – Play Store



Fonte: Elaborada pelo autor

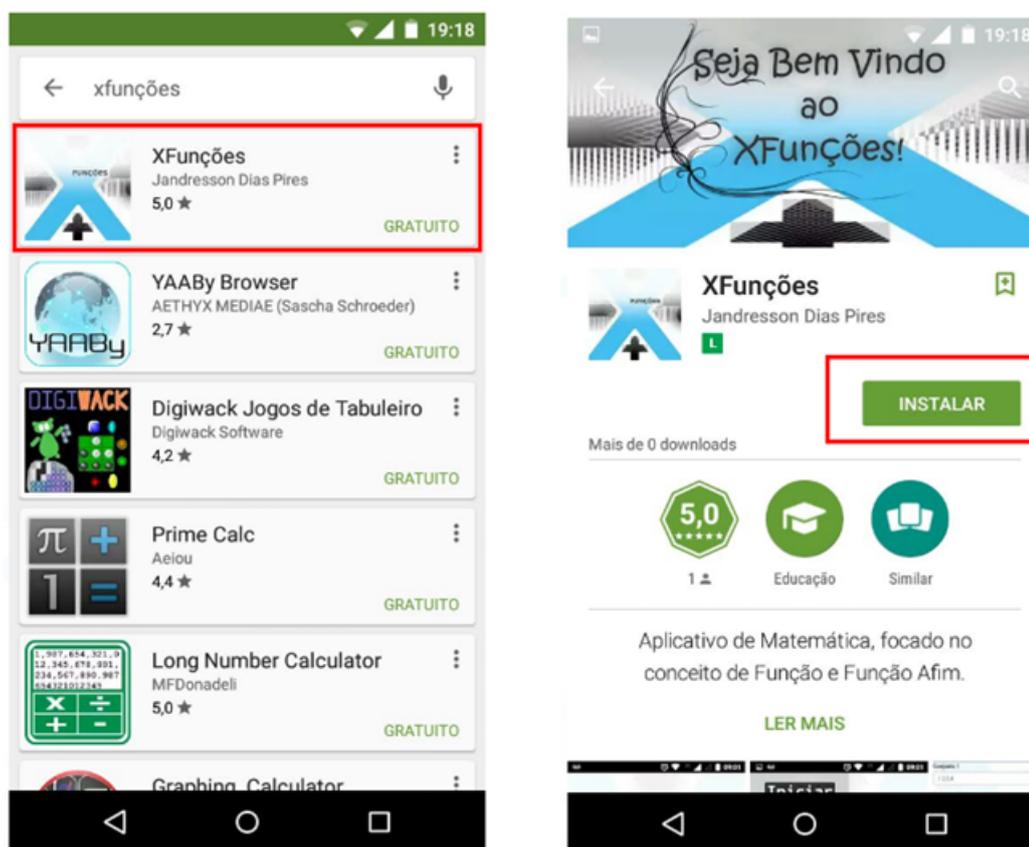
- Realizado o passo anterior, será aberta uma página semelhante à figura 4.2 e, neste caso, o usuário irá digitar na guia de busca o nome do App “XFunções” e “clique” na lupa para iniciar a busca.

Figura 4.2 – Play Store



Fonte: Google Play Store

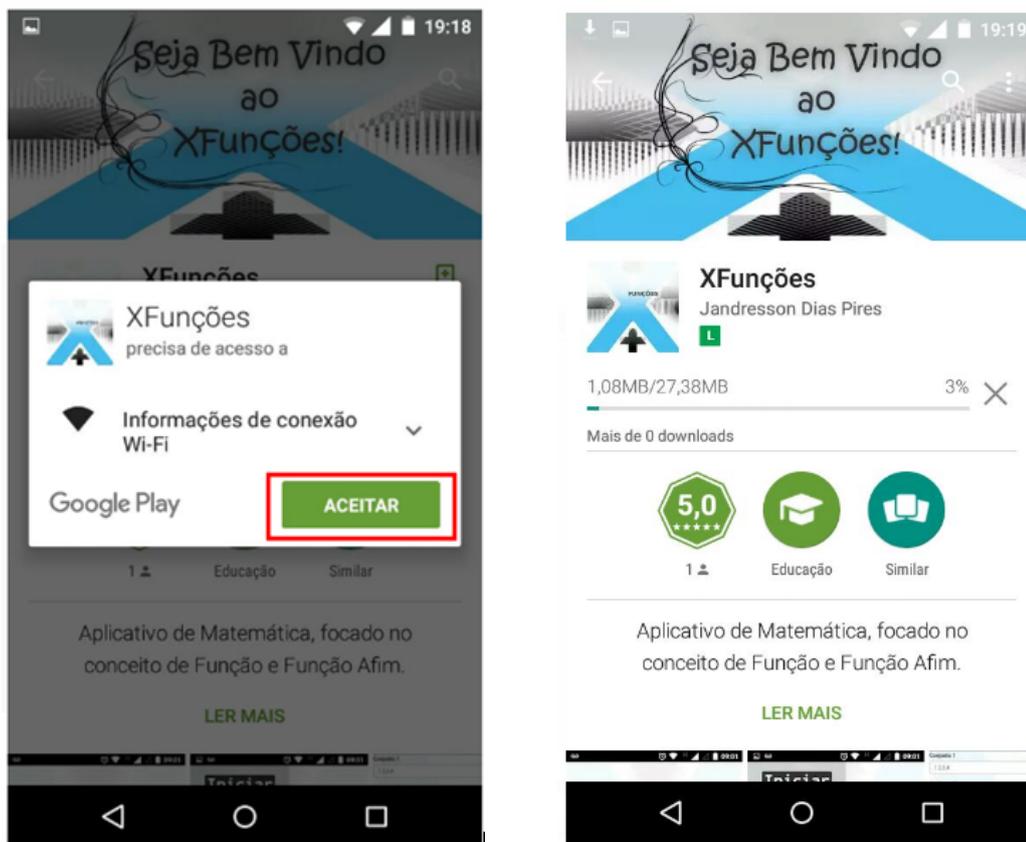
- Após “clique” na lupa, o ícone e nome do aplicativo irá aparecer na *Store* (fig. 4.3), o usuário deverá “tocar” na tela do dispositivo selecionando o XFunção e será aberta a janela de instalação e informações do App.

Figura 4.3 – XFunções - App na *Play Store*

Fonte: Google Play Store

- Ao abrir a tela com as informações do aplicativo, o usuário poderá ver um botão “Instalar” (fig. 4.3) e clicar-lo. Aparecerá uma nova janela solicitando o acesso a rede *Wi-Fi* (fig. 4.4), cabendo ao usuário aceitar para iniciar o *download* e instalação do XFunções.

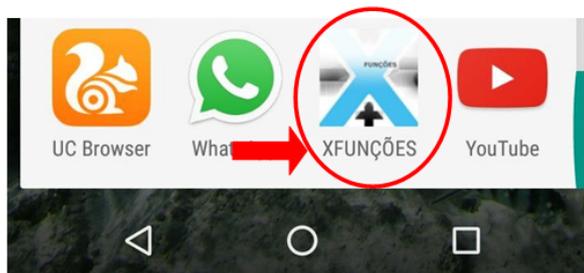
Figura 4.4 – XFunções - Instalação



Fonte: Google Play Store

Após a conclusão da instalação, o usuário terá na sua lista de Apps, o XFunções, conforme a figura 4.5.

Figura 4.5 – XFunções - Ícone

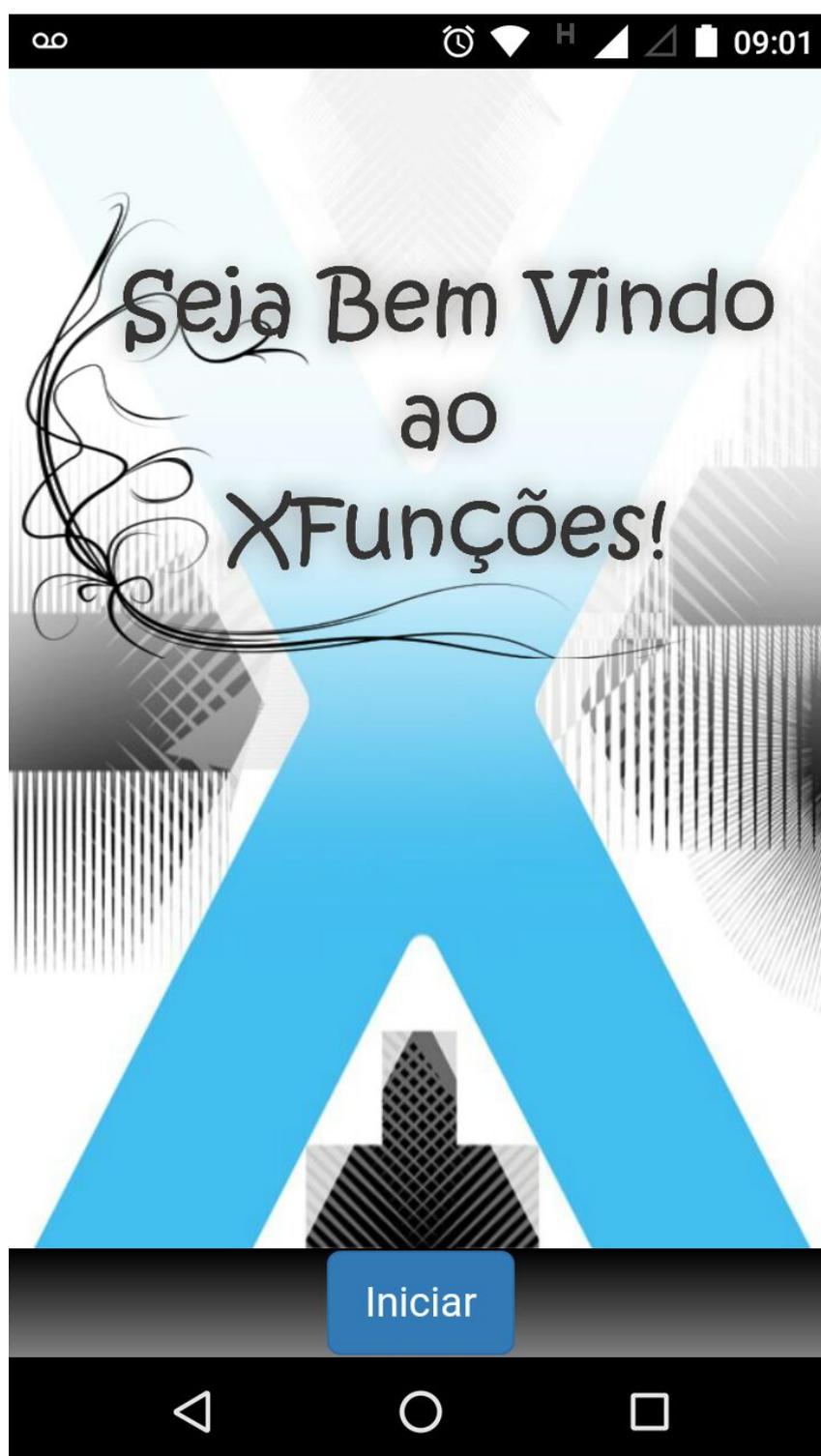


Fonte: Elaborada pelo autor

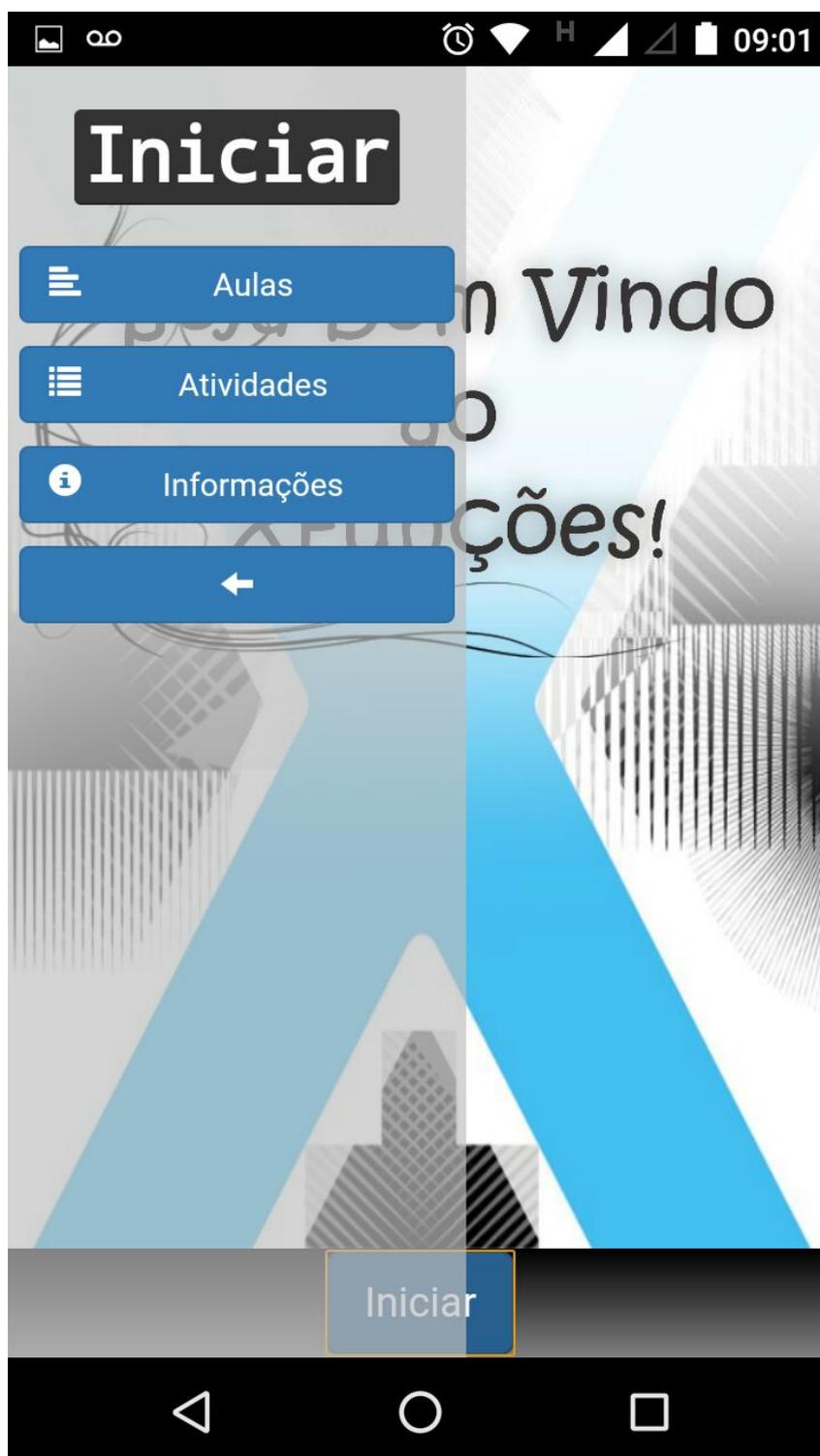
4.1.2 Apresentação do XFunções

A figura 4.6 mostra a tela inicial do aplicativo desenvolvido para este trabalho. Nesse primeiro contato com o **XFunções** será apresentado uma tela de boas-vindas ao usuário e a opção de iniciar o ambiente de ensino.

Figura 4.6 – XFunções - Tela inicial



Ao clicar em *Iniciar* será aberto um menu lateral exibindo algumas opções para escolha do usuário.



Ao optar pelo item *Aulas* será aberto o ambiente para escolha do conteúdo, a princípio temos: **Funções** e **Função Afim**.

Figura 4.7 – XFunções - Aulas



Em *Atividades* será oferecido uma série de exercícios de acordo com os conteúdos disponíveis no aplicativo. Já em *Informações*, consta apenas detalhes de construção do App, conforme a figura 4.8.

Figura 4.8 – XFunções - Exercícios e Informações





Retornando ao ambiente “Aulas” (fig. 4.7), vamos abrir o ítem “**Funções**”, aqui o usuário será redirecionado à tela apresentada na figura 4.9, onde irá mostrar as opções: Conteúdo, Diagrama de flechas e Atividades.

Figura 4.9 – XFunções - Funções



- Na opção “Conteúdo” será apresentado um resumo sobre o conceito de funções e exemplos de aplicações. (figura 4.10)

Figura 4.10 – XFunções - Funções - Conteúdo

CONCEITO DE FUNÇÕES

IDEIA INTUITIVA DE FUNÇÃO

O conceito de função é um dos mais importantes da matemática. Ele está sempre presente na relação entre duas grandezas variáveis. Assim são exemplos de funções:

- O valor a ser pago numa corrida de táxi é função do espaço percorrido;
- A área de um quadrado é função da medida do seu lado;
- O consumo de energia em função do tempo de aparelhos eletrônicos ligados.

DEFINIÇÃO

Dados dois conjuntos, A e B, não-vazios, dizemos que a relação f de A em B é função se, e somente se, para qualquer x pertencente ao conjunto A, existe, em correspondência, um único y pertencente a B, tal que o par ordenado (x, y) pertença a f.

Simbolicamente:

$f \text{ é função de } A \text{ em } B \Leftrightarrow (\forall x \in A, \exists y \in B | (x, y) \in f)$

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ verifique se as leis a seguir representa uma função de A em B:

a) $y = x + 1$

Resolvendo:

x	y
0	0+1=1
1	1+1=2
2	2+1=3
3	3+1=4

Não é função, pois o elemento 3 do conjunto A não está relacionado a nenhum elemento do conjunto B.

Não é função

b) $y = x - 1$

Resolvendo:

x	y
0	0-1=-1
1	1-1=0
2	2-1=1
3	3-1=2

É função, pois todos os elementos do conjunto A está relacionado a um único elemento do conjunto B.

09:02

ESTUDO DO DOMÍNIO DE UMA FUNÇÃO REAL

Temos que uma função consta de três componentes: domínio, contradomínio e lei de correspondência. Quando é citada uma função f de A em B , já ficam subentendidos o domínio (A) e o contradomínio (B).

No entanto, às vezes é dada somente a lei da função f sem que A e B sejam citados. Nesses casos consideramos o contradomínio $B = \mathbb{R}$ e o domínio A como o "maior" subconjunto de \mathbb{R} ($A \subset \mathbb{R}$) tal que a lei dada defina uma função $f: A \rightarrow \mathbb{R}$. Observe os seguintes exemplos:

**1ª) $f(x) = 2x$,
 $D = \mathbb{R}$**

O domínio é o conjunto dos números reais, pois podemos atribuir qualquer número real para x que teremos uma imagem.

2ª) $f(x) = \frac{2}{x}$

Sabemos que o denominador de uma fração tem que ser diferente de zero, pois não existe divisão por zero. Nesse caso, temos que ter $x \neq 0$ para que $\frac{2}{x}$ seja possível em \mathbb{R} .

Para cada $x \neq 0$, o valor $\frac{2}{x}$ sempre existe e é único.

Logo, $D(f) = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$.

3ª) $f(x) = \sqrt{x-4}$

Sabemos que no conjunto dos números reais (\mathbb{R}), não existe raiz quadrada de número negativo.

Portanto, temos que ter $x - 4 \geq 0$ para que $\sqrt{x-4}$ seja possível em \mathbb{R} .

$$x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$$

Para cada $x \geq 4$, $f(x) = \sqrt{x-4}$ existe e é único.

Logo, $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 4\} = [4, +\infty[$

4ª) $f(x) = \frac{\sqrt{7-x}}{\sqrt{x-2}}$

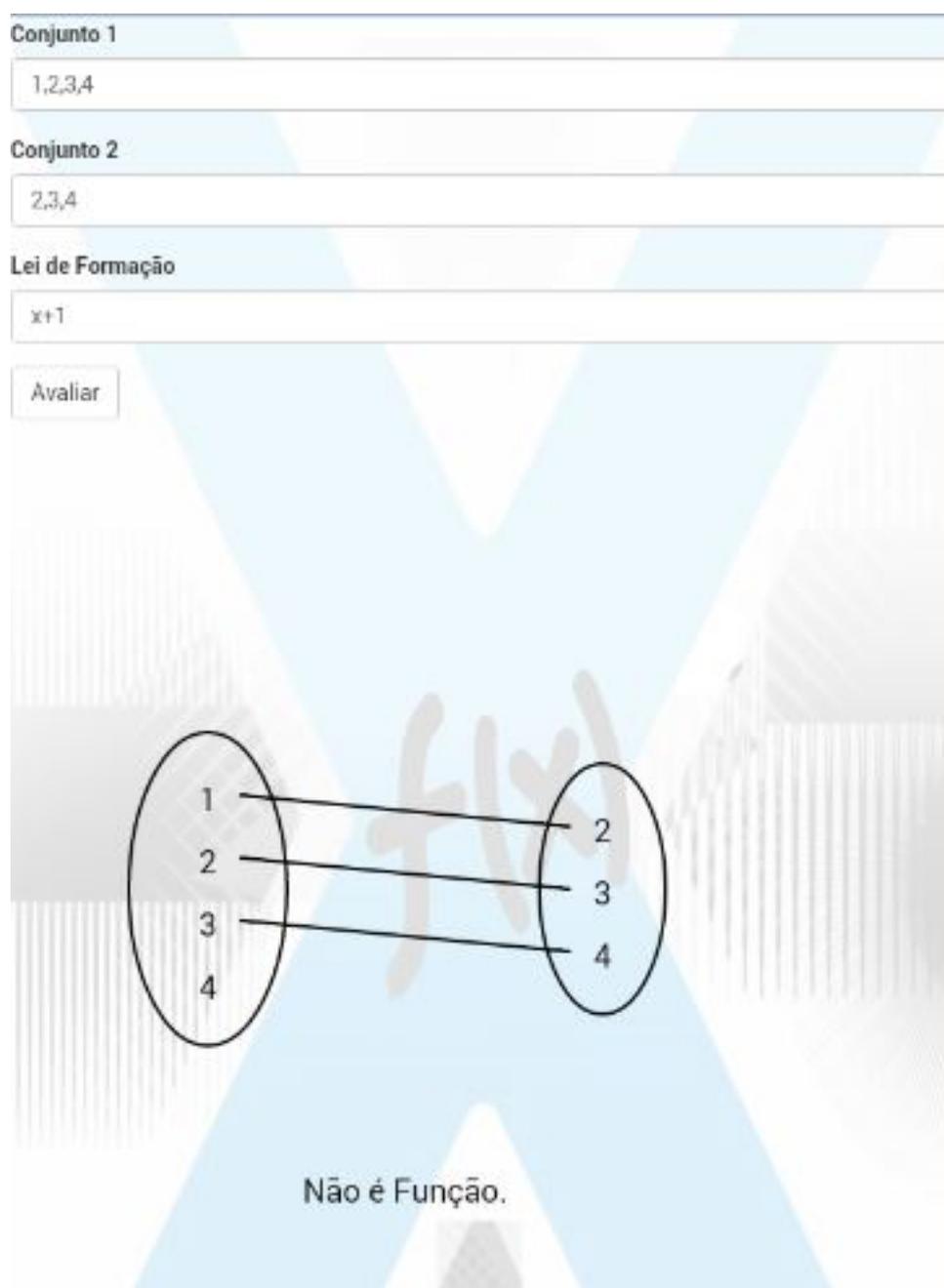
Nesse caso, devemos ter:

$$(I) 7 - x \geq 0 \Leftrightarrow -x \geq -7 \Leftrightarrow x \leq 7 \quad \text{e} \quad (II) x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$$

(I)

- Na opção “Diagrama de flechas”(fig. 4.9) será apresentada uma atividade lúdica (fig. 4.11) sobre o conceito de funções, usando os Diagramas. Uma proposta metodológica para essa atividade será explanada posteriormente.

Figura 4.11 – XFunções - Funções - Diagrama



Conjunto 1
1,2,3

Conjunto 2
2,3,4,5

Lei de Formação
 $x+2$

Avaliar

É Função.
Domínio: {1,2,3}.
Imagem: {3,4,5}.

The diagram illustrates a function $f(x) = x + 2$ between two sets. The domain is $\{1, 2, 3\}$ and the codomain is $\{2, 3, 4, 5\}$. The mapping is as follows:

Elemento do Domínio	Elemento da Imagem
1	3
2	4
3	5

- No ítem Atividades (fig. 4.9) será apresentada uma sequência de exercícios (fig. 4.12) para avaliar o desempenho do aluno no conteúdo proposto até aqui.

Figura 4.12 – XFunções - Funções - Atividades

Exercício sobre Funções

1 - Dados $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-8, -6, -4, -3, 0, 3, 6, 7\}$ e a relação f que define uma função de A em B é:

- $f(x) = x - 1$
- $f(x) = x - 2$
- $y = 2x$
- $f(x) = 3x$
- $y = 2x - 1$

Você acertou!

A resposta correta é: $f(x) = 3x$

Solução

x	y = 3x
-2	$y = 3 \cdot (-2) = -6$
-1	$y = 3 \cdot (-1) = -3$
0	$y = 3 \cdot (0) = 0$
1	$y = 3 \cdot (1) = 3$
2	$y = 3 \cdot (2) = 6$

Observe que os elementos do conjunto A (domínio) está ligado a um único elemento do conjunto B (contradomínio), por isso a lei $y = 3x$ define uma função de A em B .

Se você verificar para a demais expressões, notará que nem todos os elementos do conjunto A está relacionado a algum elemento do conjunto B e por não termos uma função de A em B .

2 - Dados $A = \{-3, -\frac{2}{3}, 0, 3\}$ e uma relação expressa pela fórmula $f(x) = x + 2$, com x pertencendo a A determine a imagem do elementos do conjunto A .

- $-1, \frac{8}{3}, 2, 5$
- $-5, -\frac{4}{3}, 0, 5$
- $-1, -\frac{4}{3}, 2, 5$
- $1, \frac{4}{3}, 2, 5$
- $-5, \frac{8}{3}, 2, 5$

Você errou!

A resposta correta é : $1, -\frac{4}{3}, 2, 5$

Solução

x	f(x) = x + 2
---	--------------

Retornando à tela “Aulas” (fig. 4.7), vamos conhecer o item “Função Afim”. Neste espaço, conforme a figura 4.13, são apresentadas as seguintes opções:

Figura 4.13 – XFunções - Função Afim



Na opção “Conteúdo” (fig. 4.13), assim como na aula anterior, será apresentado o resumo sobre o conceito de Função Afim e exemplos de aplicações.

Figura 4.14 – XFunções - Função Afim - Conteúdo

FUNÇÃO AFIM

DEFINIÇÃO

Uma função é chamada de função **Afim** se sua sentença for dada por $f(x) = ax + b$, sendo a e b constantes reais com $a \neq 0$, onde x é a variável independente e $y = f(x)$ é a variável que depende de x .

Observação:

- 1) A constante a é chamada de coeficiente angular e representa a variação de y correspondente a um aumento do valor de x ;
- 2) A constante b é chamada de coeficiente linear e representa, no gráfico, o ponto de intersecção da reta com o eixo Y ;
- 3) É comum chamar uma função afim de função do 1º grau.

ZERO OU RAÍZ DA FUNÇÃO:

É o valor de x para qual a função se anula: $f(x) = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}$;

Exemplo:

$$\begin{aligned} > f(x) = 2x + 6 \\ 2x + 6 = 0 \rightarrow 2x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \end{aligned}$$

Observação:

São funções afins:

- a) As funções identidade $f(x) = x$;
- b) As funções lineares $f(x) = ax$;

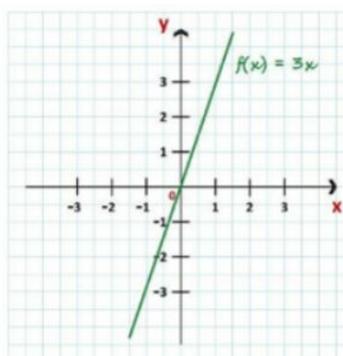
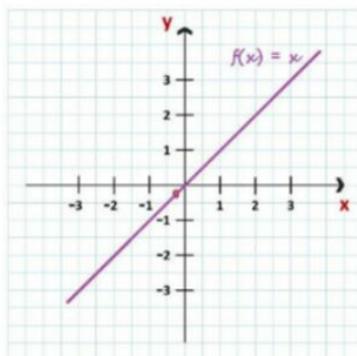
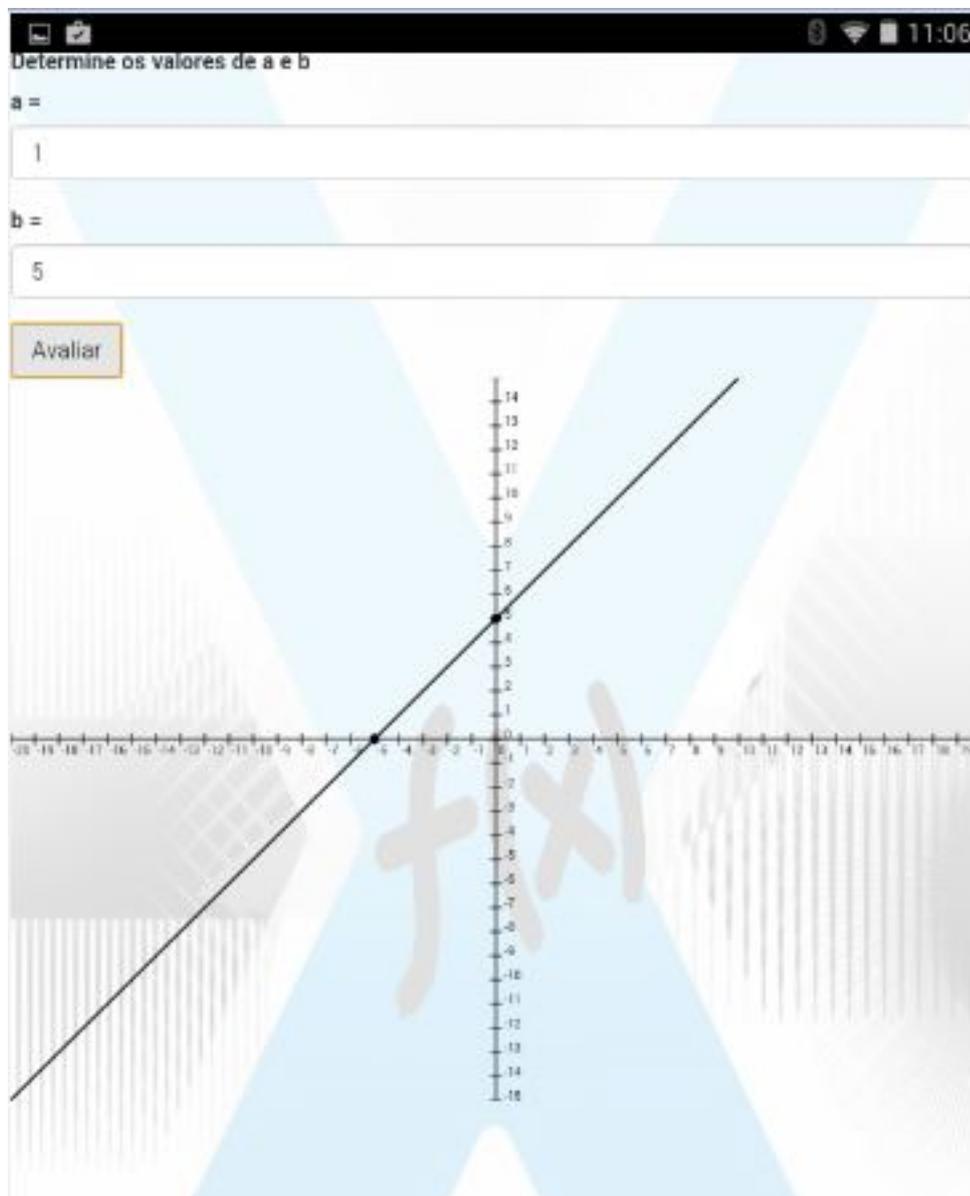


GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

O gráfico de uma função Afim $f(x) = ax + b$ é a reta que passa pelo ponto $(0, b)$ e corta o eixo x no ponto $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$. A função será crescente se $a > 0$ e

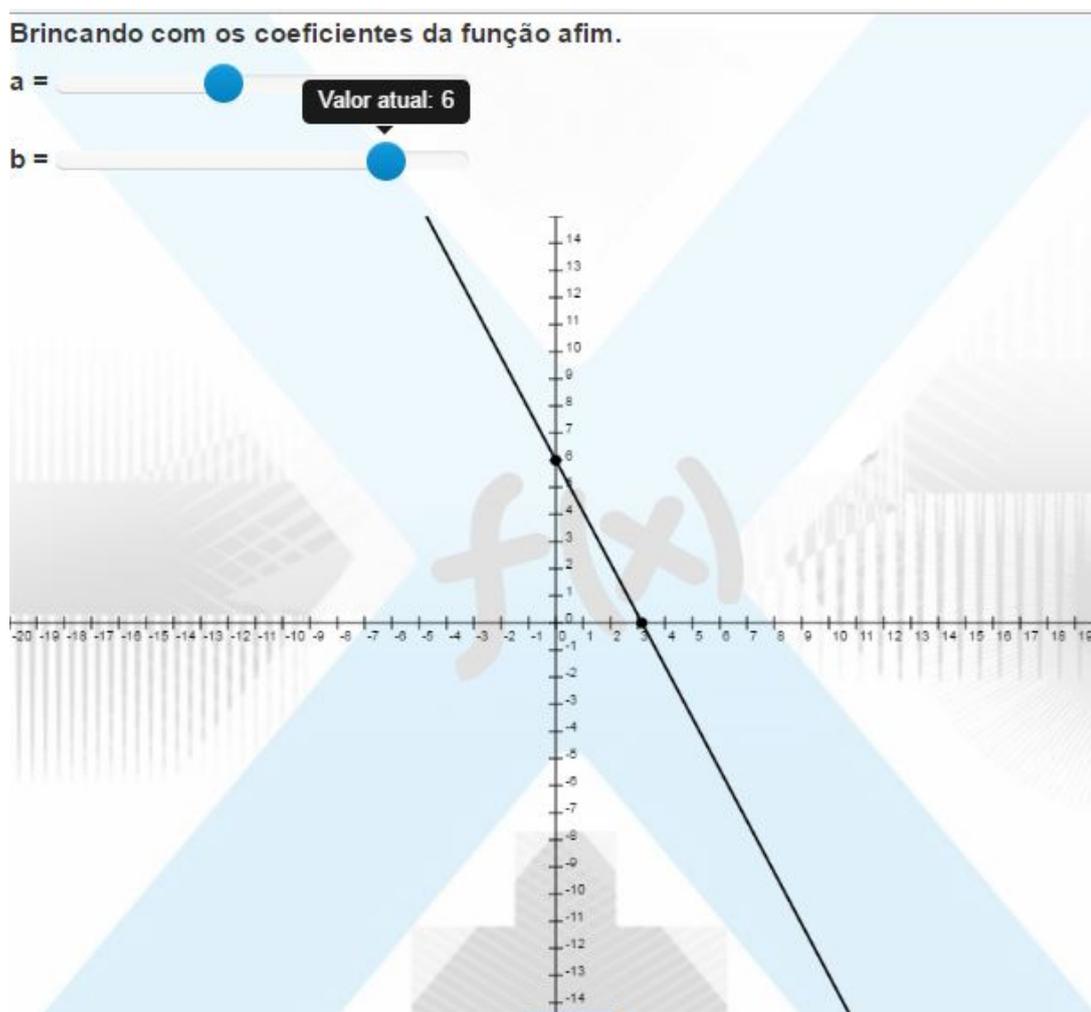
Na opção “Gráfico de uma Função Afim” (fig. 4.13), será apresentado um espaço para construções de gráficos das funções afins dados os coeficientes a e b .

Figura 4.15 – XFunções - Função Afim - Gráfico



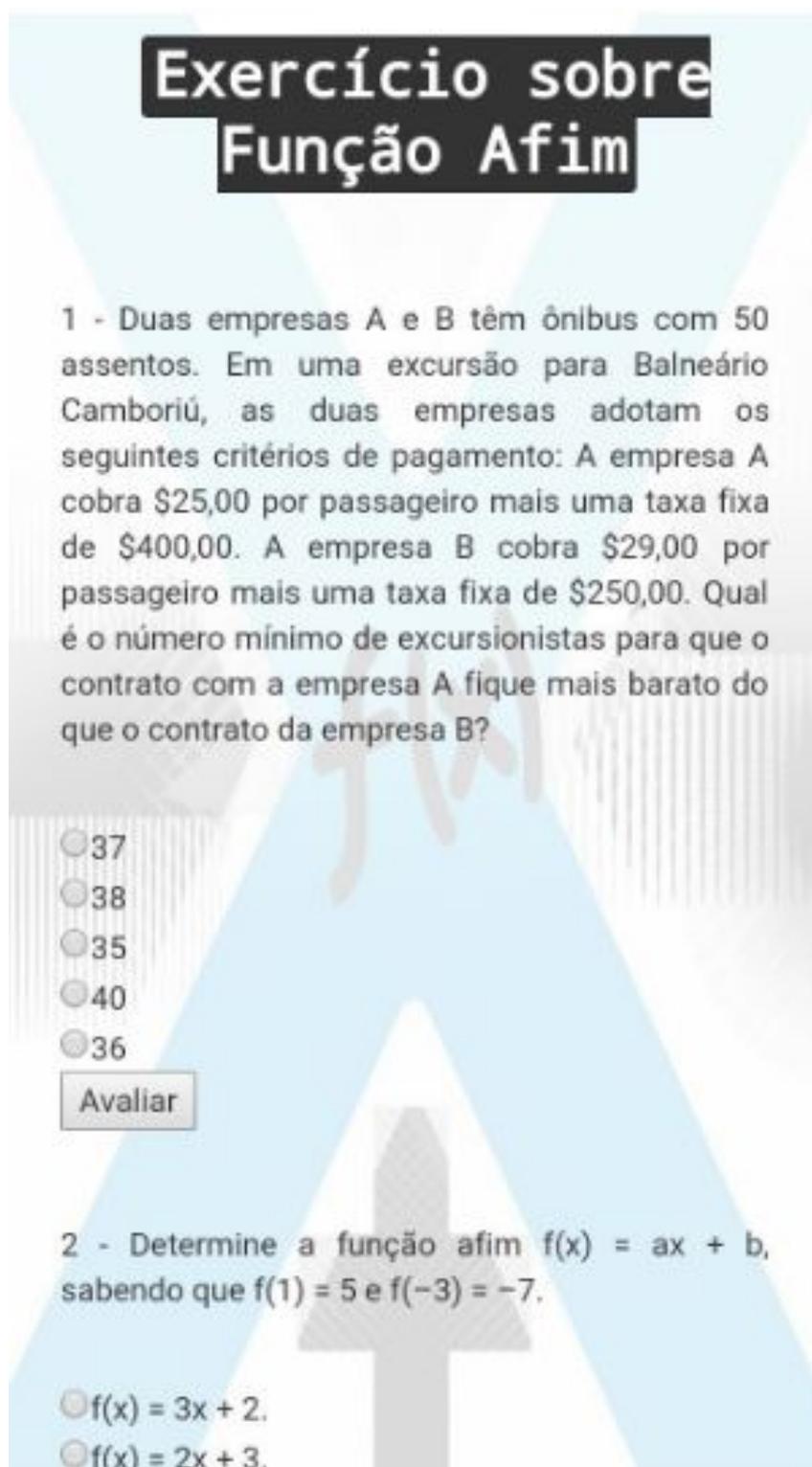
Na opção “Coeficientes de uma Função Afim” (fig. 4.13), será apresentado um ambiente destinado para que o usuário analise a influência dos coeficientes a e b de uma função afim no gráfico. Aqui o usuário poderá brincar com os coeficientes.

Figura 4.16 – XFunções - Função Afim - Brincando com os coeficientes



Na opção “atividades”(fig. 4.13) será apresentada uma série de exercícios para avaliar o desempenho do aluno sobre Função Afim. (fig. 4.17)

Figura 4.17 – XFunções - Função Afim - Atividades



Exercício sobre Função Afim

1 - Duas empresas A e B têm ônibus com 50 assentos. Em uma excursão para Balneário Camboriú, as duas empresas adotam os seguintes critérios de pagamento: A empresa A cobra \$25,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$400,00. A empresa B cobra \$29,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$250,00. Qual é o número mínimo de excursionistas para que o contrato com a empresa A fique mais barato do que o contrato da empresa B?

37
 38
 35
 40
 36

2 - Determine a função afim $f(x) = ax + b$, sabendo que $f(1) = 5$ e $f(-3) = -7$.

$f(x) = 3x + 2$.
 $f(x) = 2x + 3$.

Cada atividade proposta na versão 1.0 do XFunções apresenta 5 questões cada, a medida que o usuário for respondendo as questões e clicando em “Avaliar” irá aparecer na tela do dispositivo móvel se houve acerto ou erro, bem como o processo de resolução da questão. Ao final será apresentado o percentual de acertos e se o resultado for menor ou igual a 50% o App solicitará que o usuário deverá estudar um pouco mais. Caso o usuário obtenha mais de 50% de acerto será dado os “Parabéns!”.

Figura 4.18 – XFunções - Função Afim - Atividades - Resultado

$f(x) = ax + b$
 $150 = 5x + b$ (I)
 $f(x) = ax + b$
 $50 = 30x + b$ (II)
Fazendo (II) - (I):
 $25a = -100$
 $a = -4$

Substituindo em (I):
 $150 = 5x + b$
 $150 = 5 \cdot (-4) + b$
 $150 + 20 = b$
 $b = 170$

$f(x) = -4x + 170$
 $f(20) = -4 \cdot 20 + 170$
 $f(20) = 90$
 $90/20 = 4,5$
Resposta: R\$ 4,50

Parabéns, você acertou 60% das questões

5 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO PARA A SEQUÊNCIA DIDÁTICA DESENVOLVIDA COM O APP XFUNÇÕES

5.1 Sequência didática

Uma Sequência Didática é um conjunto de atividades a serem aplicadas numa determinada ordem a um grupo de alunos, com o objetivo de ensinar determinado conteúdo verificando a evolução da aprendizagem, a partir de observações feitas antes e depois da aplicação da sequência.

As sequências didáticas são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores quanto pelos alunos. (ZABALA, 1998)

Zabala (1998), defende, ainda, que um dos caminhos mais acertados para melhorar a prática educativa é pensar na configuração das sequências didáticas. Sendo assim, os conteúdos trabalhados devem contribuir para a formação de cidadãos conscientes, informados e agentes de transformação da sociedade em que vivem.

Desta forma, as sequências didáticas podem ser uma excelente ferramenta no processo de ensino-aprendizagem, pois detalham os passos que serão seguidos para a efetivação do que se espera alcançar no número específico de aulas.

Pais (2002), afirma que uma sequência didática é formada por um número de aulas planejadas e analisadas previamente, com a finalidade de observar situações de aprendizagem. Sendo assim, as sequências permitem que o professor desenvolva sua aula a partir de um planejamento que considere os objetivos que ele tem para aquela turma, mediante o conteúdo a ser abordado.

Portanto, nas sequências didáticas é necessário efetuar um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos e, a partir desses, planejar uma variedade de aulas com desafios e/ou problemas diferenciados permitindo assim um fazer pedagógico que se distancie do improvisado, da falta de planejamento e do despreparo, dando lugar a uma prática docente, cujo desenvolvimento busca garantir a experimentação, generalização, abstração e formação de significados das ações a serem executadas ao longo da aula, aos objetivos a serem atingidos e as intervenções do professor com os discentes.

5.2 Sequência didática - Conceito de função

Definindo uma função: uma sequência didática usando dispositivos móveis para a definição de função pelo diagrama de flechas.

ÁREA: Matemática e suas tecnologias

DISCIPLINA: Matemática

SÉRIE: 1º Ano do ensino médio

CONTEÚDO: Funções

OBJETIVOS:

Geral

- Identificar e compreender uma função.

Específicos

- Construir o conceito de função usando a relação de dependência entre duas grandezas e estabelecer, quando possível, a lei que forneça a relação entre elas;
- Estabelecer e compreender o domínio e imagem de uma função a partir de sua lei;
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos;
- Formular hipóteses e prever resultados;

TEMPO ESTIMADO: 3 aulas

DESCRICÃO DA SEQUÊNCIA

1ª Etapa: 2 aulas

Atividade 1: Antes de iniciar o desenvolvimento da atividade o professor deve apresentar o aplicativo e definir o conceito de funções.

Desenvolvimento

- Inicialmente o professor irá solicitar que os alunos abram o App e selecionem no menu “*Conceito de Funções*”, para abrir a opção “*Conteúdo*”, onde será apresentado ao aluno todo o conteúdo a ser trabalhado do assunto proposto. Cabe ao professor, explanar mais uma vez utilizando o App a definição de funções.
- Retornar ao menu anterior para iniciar a próxima tarefa.

- Abra a opção “*Definição de Função*”. Neste ambiente será apresentada a tela conforme a figura 5.1

Figura 5.1 – XFunções - Função - Definição

Conjunto A: 1,2,3,4

Conjunto B: 2,3,4,5

Lei de Formação: x+1

Avaliar

Neste momento, o professor irá definir uma lei de formação que deverá ser adicionada pelo aluno no local indicado, por exemplo: $f(x) = x + 2$ e solicitar a seguinte sequência para o alunos:

1. Coloquem um elemento (número) no conjunto A e um elemento no conjunto B e cliquem em **Avaliar**. Em seguida, observe se aparece escrito “*É função*” ou “*Não é função*”, caso algum aluno relate que apareceu “*Não é função*” solicite para digitar novos elementos nos conjuntos de modo que apareça escrito “*É função*”. Ao realizar esta tarefa o aluno verá uma tela semelhante à figura 5.2.

Figura 5.2 – XFunções

Conjunto A: 3

Conjunto B: 5

Lei de Formação: x+2

Avaliar

3 ————— 5

É Função.
Domínio: {3}.
Imagem: {5}.

Conjunto A Conjunto B

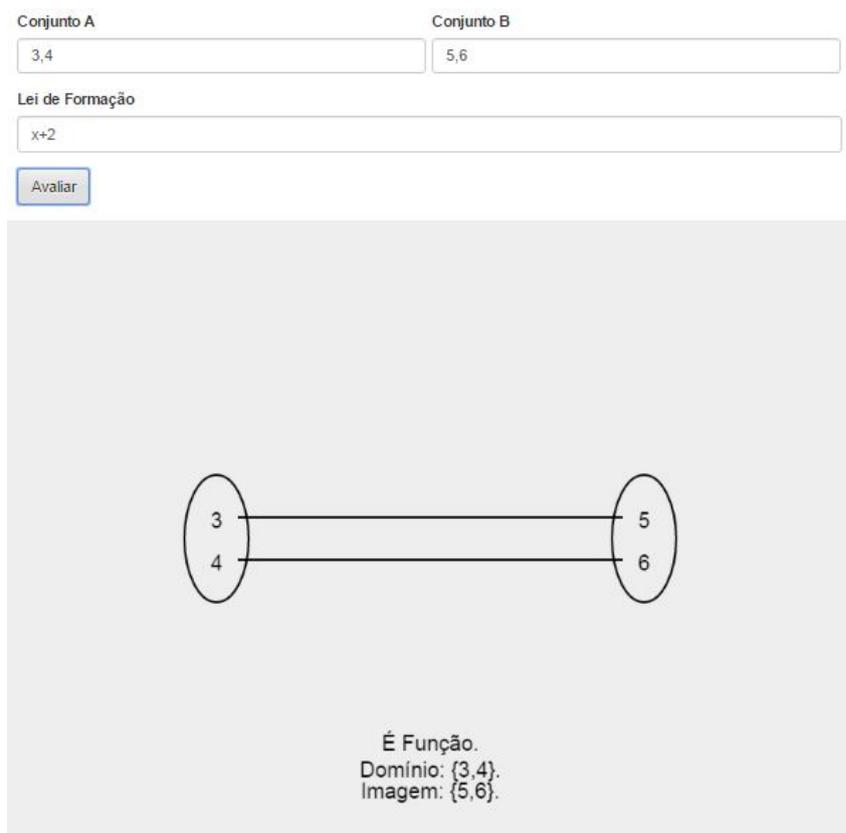
Lei de Formação

3 4

Não é Função.

2. Agora, coloquem dois elementos (números) no conjunto A e dois elementos no conjunto B (separe os números por uma vírgula) e cliquem em **Avaliar**. Em seguida, observem se aparece escrito “*É função*” ou “*Não é função*”. Caso algum aluno relate que apareceu “*Não é função*” solicite para digitar novos elementos nos conjuntos de modo que apareça escrito “*É função*”. Ao realizar essa tarefa o aluno terá uma tela semelhante à figura 5.3.

Figura 5.3 – XFunções



Conjunto A Conjunto B

Lei de Formação

Não é Função.

Conjunto A Conjunto B

Lei de Formação

Não é Função.

3. Analogamente aos passos anteriores, o professor irá solicitar sejam colocados três e quatro elementos respectivamente em cada conjunto e perguntar aos alunos o que acontece no diagrama de flechas quando aparece escrito “*É função*” ou “*Não é função*”. Ao realizar essa tarefa o aluno terá uma tela semelhante à figura 5.4.

Figura 5.4 – XFunções

Conjunto A

1,2,3

Conjunto B

3,4,5

Lei de Formação

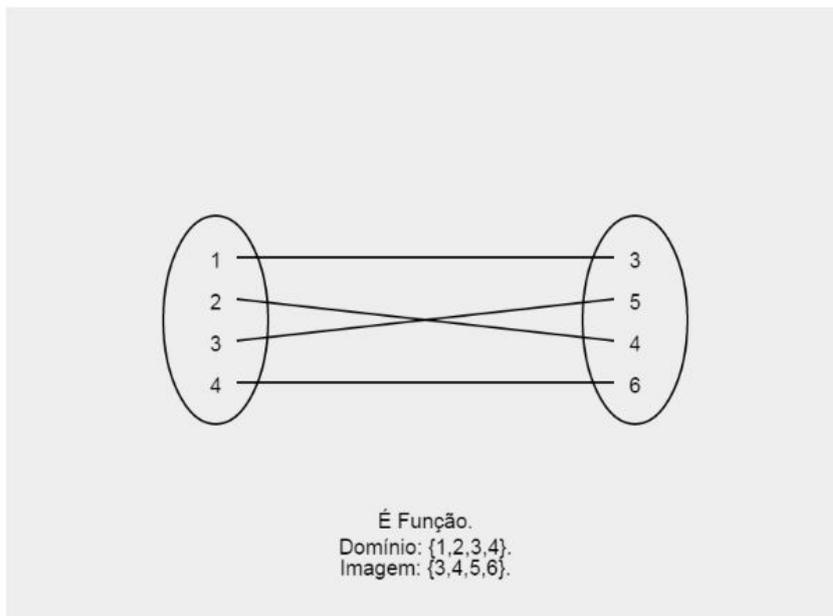
$x+2$

Avaliar

É Função.
Domínio: {1,2,3}.
Imagem: {3,4,5}.

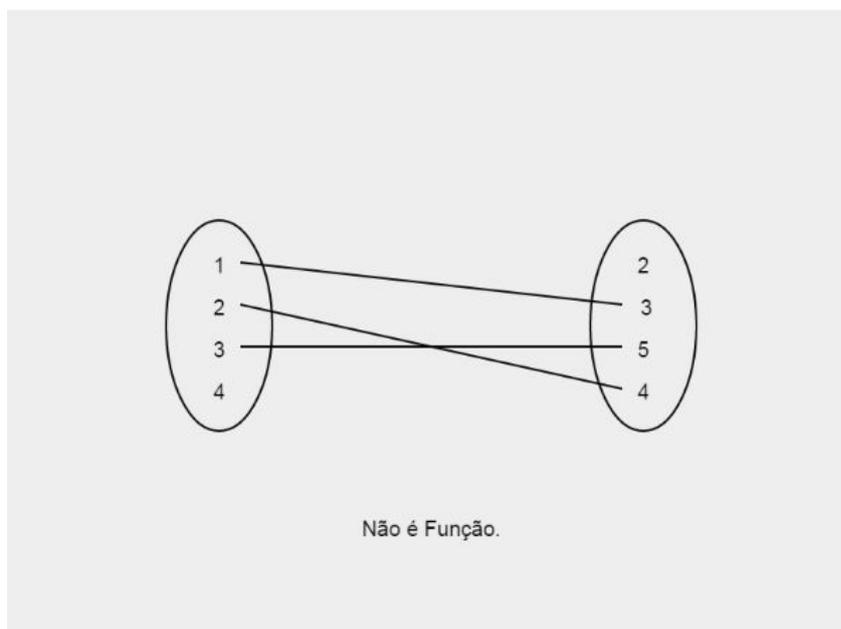
Conjunto A Conjunto B

Lei de Formação



Conjunto A Conjunto B

Lei de Formação



Conjunto A: 1,2,3,4

Conjunto B: 5,7,6,8

Lei de Formação: $x+2$

Avaliar

Não é Função.

Uma das possíveis respostas que o professor poderá ouvir é que “Só é função quanto tem ‘flechas’ ligando todos os elementos do conjunto A a todos do conjunto B.

- Em seguida, o professor solicitará aos alunos que coloquem quantidades de elementos diferentes em cada conjunto, semelhante à situação apresentada na figura 5.5.

Figura 5.5 – XFunções

Conjunto A:

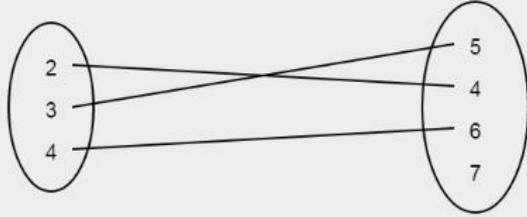
Conjunto B:

Lei de Formação:

É Função.
Domínio: $\{-1,0,1,2,3\}$.
Imagem: $\{1,2,3,4,5\}$.

Conjunto A Conjunto B

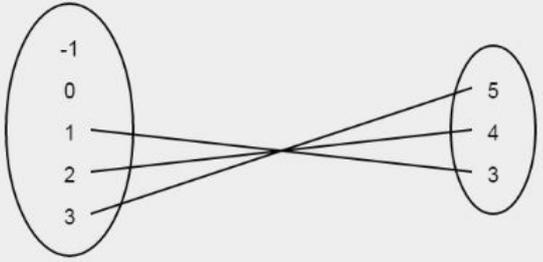
Lei de Formação



É Função.
Domínio: {2,3,4}.
Imagem: {4,5,6}.

Conjunto A Conjunto B

Lei de Formação



Não é Função.

Conjunto A Conjunto B

Lei de Formação

Não é Função.

Conforme apresentado na figura 5.5 e por intermédio do professor, espera-se que o aluno conclua que para ser definida uma função, é necessário que exista uma dependência exclusiva dos elementos do conjunto A, compreendendo assim a definição de função:

*“Dado dois conjuntos não vazios A e B, chama-se função (ou aplicação) de A em B, representada por $f : A \rightarrow B; y = f(x)$, a qualquer relação binária que associa a **cada elemento de A**, um **único** elemento de B.*

Atividade 2: Compreendido pelos alunos o conceito de função, nesta atividade serão desafiados a buscar definir uma *lei de formação* dado os elementos do conjunto A e conjunto B.

Desenvolvimento

- No mesmo ambiente de aprendizagem da atividade anterior, o professor irá apresentar aos alunos dois conjuntos, semelhante ao exemplo abaixo:

$$A = \{1, 2, 3\}; B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Caberá aos alunos testarem expressões algébricas com a variável x , e verificar no App se a lei define uma função para os conjuntos apresentados.

Figura 5.6 – XFunções

Conjunto A: 1,2,3

Conjunto B: 5,4,3,2,1

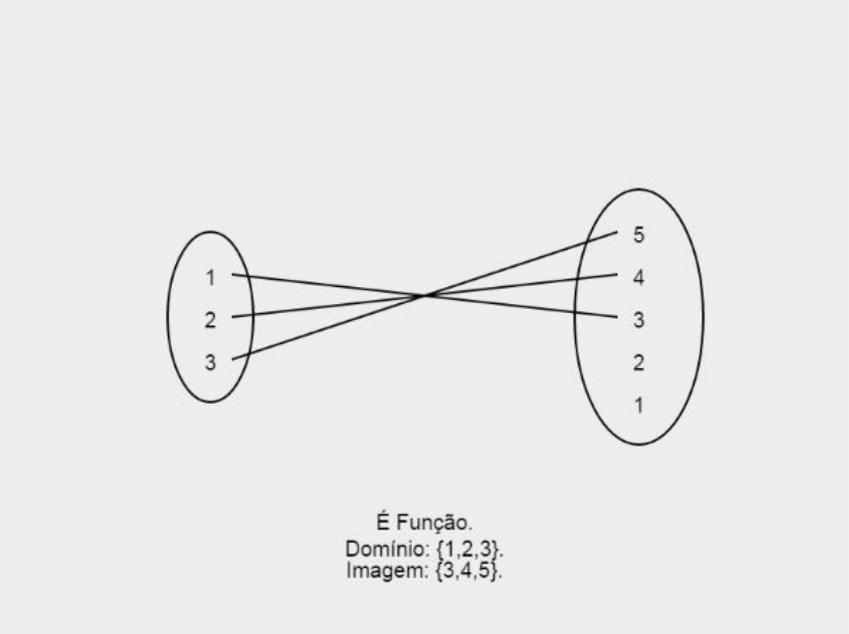
Lei de Formação: $y=4-x$

Avaliar

É Função.
Domínio: {1,2,3}.
Imagem: {3,2,1}.

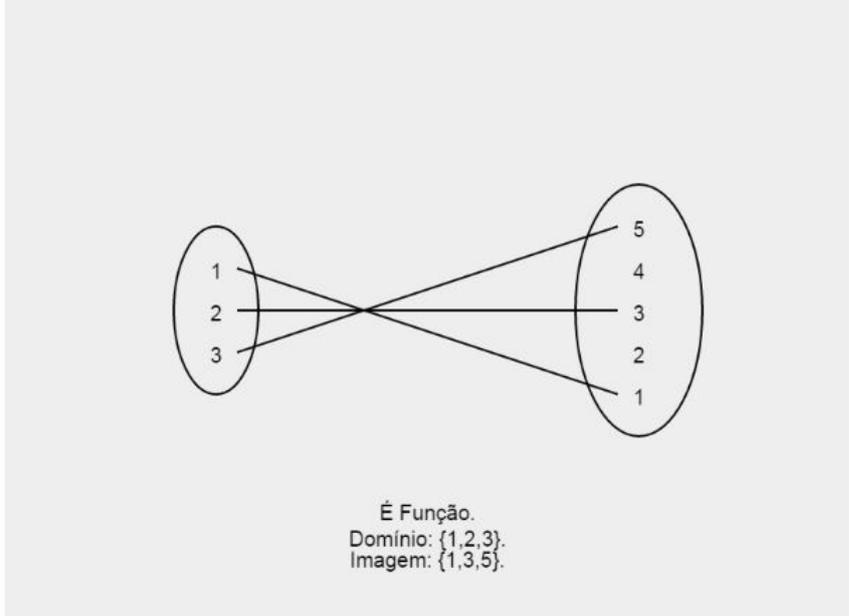
Conjunto A Conjunto B

Lei de Formação



Conjunto A Conjunto B

Lei de Formação



Conjunto A: 1,2,3

Conjunto B: 5,4,3,2,1

Lei de Formação: $f(x) = 2x-2$

Avaliar

Não é Função.

- Com a intervenção do professor o aluno determinará que os valores de $x \in A$ (Conjunto A) e deverá verificar se os resultados obtidos (valores de y) pertencem ao conjunto B.

Cabe ao professor mostrar aos alunos vários exemplos para as atividades apresentadas até aqui, para que haja uma maior provocação dos desafios para fixação do conteúdo.

2ª Etapa: 1 aula

Atividade 3: Nesta atividade os alunos serão motivados a compreender a ideia de domínio e imagem de uma função.

Desenvolvimento

- Ainda no mesmo ambiente de aprendizagem, o professor irá apresentar aos alunos dois conjuntos (A e B) e definir uma função f , em seguida os alunos deverão adicionar as informações apresentadas pelo professor no XFunções e clicar em “Avaliar”. Segue o exemplo para a observação da figura 5.7:

Dados os conjuntos $A = \{3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{7, 9, 11, 13, 15, 17\}$ e a função $f : A \rightarrow B$ definida por $y = 2x + 1$.

Figura 5.7 – XFunções - Exemplo

Conjunto A: 3,4,5,6

Conjunto B: 7,9,11,13,15,17

Lei de Formação: $y = 2x+1$

Avaliar

É Função.
Domínio: {3,4,5,6}.
Imagem: {7,9,11,13}.

- Em seguida o professor solicitará aos alunos o conjunto domínio e imagem apresentado no App. De acordo com o exemplo apresentado e pela figura 5.7 será obtida a resposta: Domínio = {3, 4, 5, 6} Imagem = {7, 9, 11, 13}
- Em seguida o professor apresentará novos exemplos e solicitará novamente o domínio e a imagem da função apresentada em cada exemplo e aguardará a resposta dos alunos.
- O passo seguinte é oferecer aos alunos outros exemplos e agora sem o auxílio do App, solicitando o domínio e imagem da função, verificando se a resposta dada pelos alunos está correta e questionando como eles chegaram à conclusão do conjunto domínio e conjunto imagem.

Nesse momento, espera-se que os alunos afirmem que o domínio é o conjunto A e a imagem são os elementos do conjunto B que estão ligados com o conjunto A. E, por fim, o professor irá formalizar o conceito de domínio e imagem de uma função.

Atividade 4: Momento do aluno se auto avaliar após as atividades propostas até aqui, através do exercício que se encontra no App.

Desenvolvimento

No ambiente de aprendizagem “Conceito de Função” o estudante irá no menu “Atividades” e deverá resolver as questões apresentadas marcando uma das alternativas e clicando em “Avaliar” conforme a figura 5.8.

Figura 5.8 – XFunções - Exercício 1

Atividade sobre funções

1 - Dados $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-8, -6, -4, -3, 0, 3, 6, 7\}$ e a relação f que define uma função de A em B é:

$f(x) = x - 1$
 $f(x) = x - 2$
 $y = 2x$
 $f(x) = 3x$
 $y = 2x - 1$

Avaliar
 Você errou!
 A resposta correta é : $f(x) = 3x$

Solução

x	y = 3x
-2	$y = 3 \cdot (-2) = -6$
-1	$y = 3 \cdot (-1) = -3$
0	$y = 3 \cdot (0) = 0$
1	$y = 3 \cdot (1) = 3$
2	$y = 3 \cdot (2) = 6$

Observe que os elementos do conjunto A (domínio) está ligado a um único elemento do conjunto B (contradomínio), por isso a lei $y = 3x$ define um função de A em B .

Se você verificar para a demais expressões, notará que nem todos os elementos do conjunto A está relacionado a algum elemento do conjunto B e por não teremos um função de A em B .

Atividade sobre funções

1 - Dados $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-8, -6, -4, -3, 0, 3, 6, 7\}$ e a relação f que define uma função de A em B é:

$f(x) = x - 1$
 $f(x) = x - 2$
 $y = 2x$
 $f(x) = 3x$
 $y = 2x - 1$

Avaliar
 Você acertou!
 A resposta correta é : $f(x) = 3x$

Solução

x	y = 3x
-2	$y = 3 \cdot (-2) = -6$
-1	$y = 3 \cdot (-1) = -3$
0	$y = 3 \cdot (0) = 0$
1	$y = 3 \cdot (1) = 3$
2	$y = 3 \cdot (2) = 6$

Observe que os elementos do conjunto A (domínio) está ligado a um único elemento do conjunto B (contradomínio), por isso a lei $y = 3x$ define um função de A em B .

Se você verificar para a demais expressões, notará que nem todos os elementos do conjunto A está relacionado a algum elemento do conjunto B e por não teremos um função de A em B .

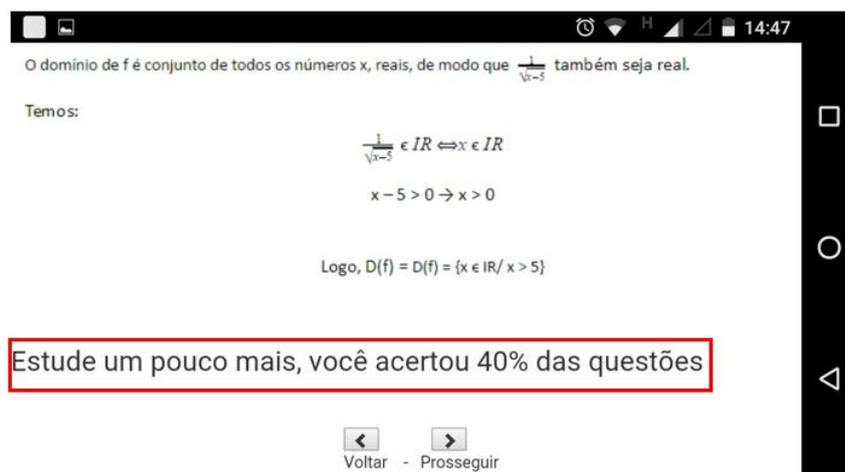
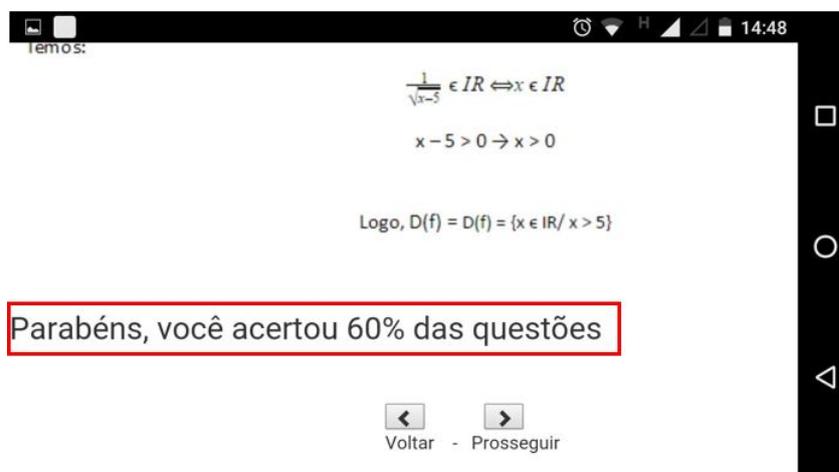
Figura 5.9 – XFunções - Exercício 1

Observe que quando se clicar em “Avaliar”o App irá informar ao usuário se ele “Errou” ou “Acertou” e será apresentado o processo de resolução do problema proposto.

Uma outra funcionalidade desde ambiente é que ao final da resolução de todas as questões, será apresentado no App o rendimento do usuário, conforme mostra a figura

5.10.

Figura 5.10 – XFunções - Resultado da atividade



Com base no resultado obtido, o aluno terá conhecimento imediato, tanto do seu resultado, como também, quais foram o seus erros, podendo revisar o conteúdo a qualquer momento.

AVALIAÇÃO

A avaliação ocorrerá durante as etapas desenvolvidas ao longo das aulas, o resultado obtido no *App* e considerando a participação dos alunos nas discussões e nas atividades de consolidação dos conhecimentos construídos.

RECURSOS

Lousa, marcador para quadro, projetor multimídia, livro didático, dispositivo móvel.

REFERÊNCIAS

IEZZI, Gelson (et al.). **Fundamentos da Matemática Elementar** – Volume 1, 9ª edição. Editoria Atual. 2013.

Dante, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações**, Volume único. São Paulo, editora Ática –2014.

5.3 Sequência didática - Função Afim

Função Afim: uma sequência didática usando dispositivos móveis para o trabalho com função afim.

ÁREA: Matemática e suas tecnologias

DISCIPLINA: Matemática

SÉRIE: 1º Ano do ensino médio

CONTEÚDO: Função Afim

OBJETIVOS:

Geral

- Permitir que o aluno traduza e generalize padrões aritméticos, estabeleça relações entre grandezas variáveis, compreenda e utilize diversos significados do uso da função de 1º grau.

Específicos

- Através da análise de gráficos e utilizando os conhecimentos prévios dos alunos sobre funções, construir o conceito de função afim;
- Construir gráficos de função afim;
- Identificar os coeficientes numéricos da função e sua influência no gráfico da função;

TEMPO ESTIMADO: 2 aulas

DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA

1ª Etapa: 1 aula

Atividade 1: Com o conteúdo disponível no App, será apresetada a definição de função afim.

Desenvolvimento

- Na página inicial do App XFunções, o professor solicitará aos alunos que abram o menu - *Função Afim* - e neste ambiente abram o item - *Conteúdo*.

Figura 5.11 – XFunções - Função Afim

FUNÇÃO AFIM

DEFINIÇÃO

Uma função é chamada de função **Afim** se sua sentença for dada por $f(x) = ax + b$, sendo a e b constantes reais com $a \neq 0$, onde x é a variável independente e $y = f(x)$ é a variável que depende de x .

Observação:

- 1) A constante a é chamada de coeficiente angular e representa a variação de y correspondente a um aumento do valor de x ;
- 2) A constante b é chamada de coeficiente linear e representa, no gráfico, o ponto de intersecção da reta com o eixo Y ;
- 3) É comum chamar uma função afim de função do 1º grau.

ZERO OU RAÍZ DA FUNÇÃO:

É o valor de x para qual a função se anula: $f(x) = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}$;

Exemplo:

> $f(x) = 2x + 6$
 $2x + 6 = 0 \rightarrow 2x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3$

Observação:

São funções afins:

- a) As funções identidade $f(x) = x$;
- b) As funções lineares $f(x) = ax$;

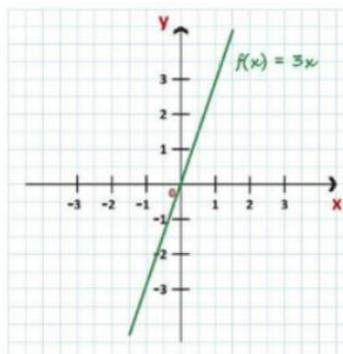
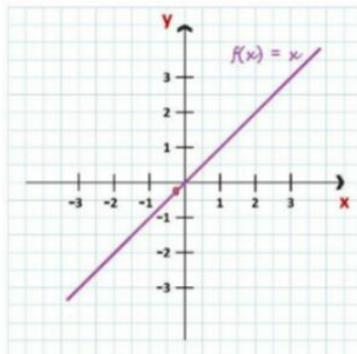


GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

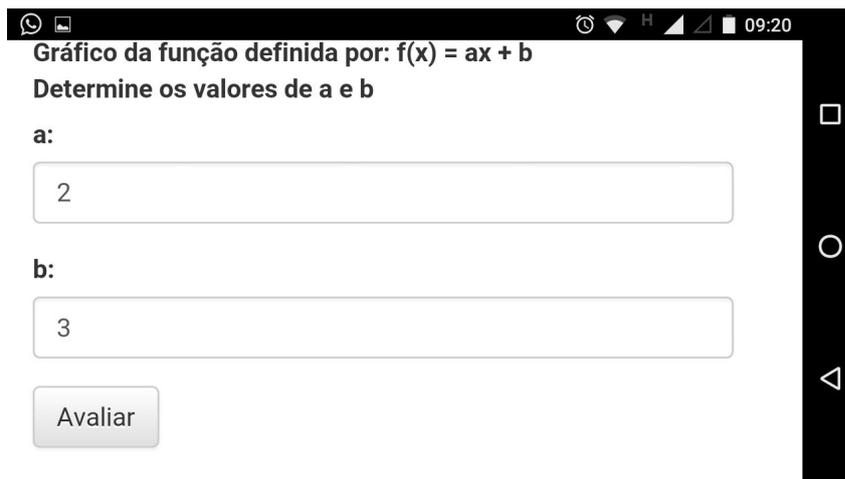
O gráfico de uma função Afim $f(x) = ax + b$ é a reta que passa pelo ponto $(0, b)$ e corta o eixo x no ponto $(-\frac{b}{a}, 0)$. A função será crescente se $a > 0$ e

- Conforme a figura 5.11 será apresentado todo o conteúdo escrito com diversos exemplos para fixação do conteúdo. O professor será o mediador na explanação dos conceitos apresentados no ambiente.

Atividade 2: Esta atividade consiste na construção do gráfico de uma função afim.

Desenvolvimento

- Ainda no ambiente de aprendizagem “Função Afim”, o aluno deverá abrir o menu - *Gráfico*.
- Será solicitado ao usuário que digite os coeficientes a e b da função definida por $f(x) = ax + b$, conforme mostra a figura 5.12



The screenshot shows the app's input screen. At the top, it says "Gráfico da função definida por: $f(x) = ax + b$ " and "Determine os valores de a e b". Below this, there are two input fields: the first is labeled "a:" and contains the number "2"; the second is labeled "b:" and contains the number "3". At the bottom left, there is a button labeled "Avaliar". The app's status bar at the top shows the time as 09:20.

Figura 5.12 – XFunções - Função Afim - Coeficientes

- Ao clicar em “Avaliar” será gerado o gráfico da função afim (figura 5.13).

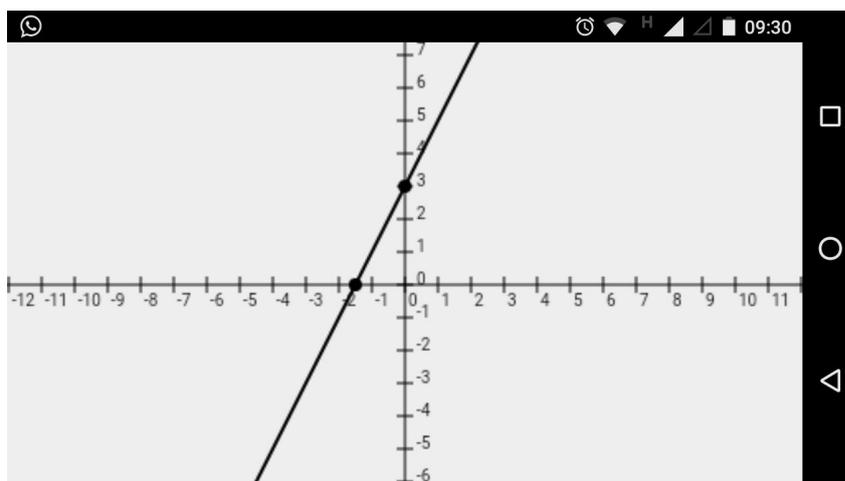


Figura 5.13 – XFunções - Função Afim - Gráfico

Observação: É importante que o professor mostre aos alunos o processo de construção do gráfico da função e utilize esse ambiente para verificação da aprendizagem do mesmo.

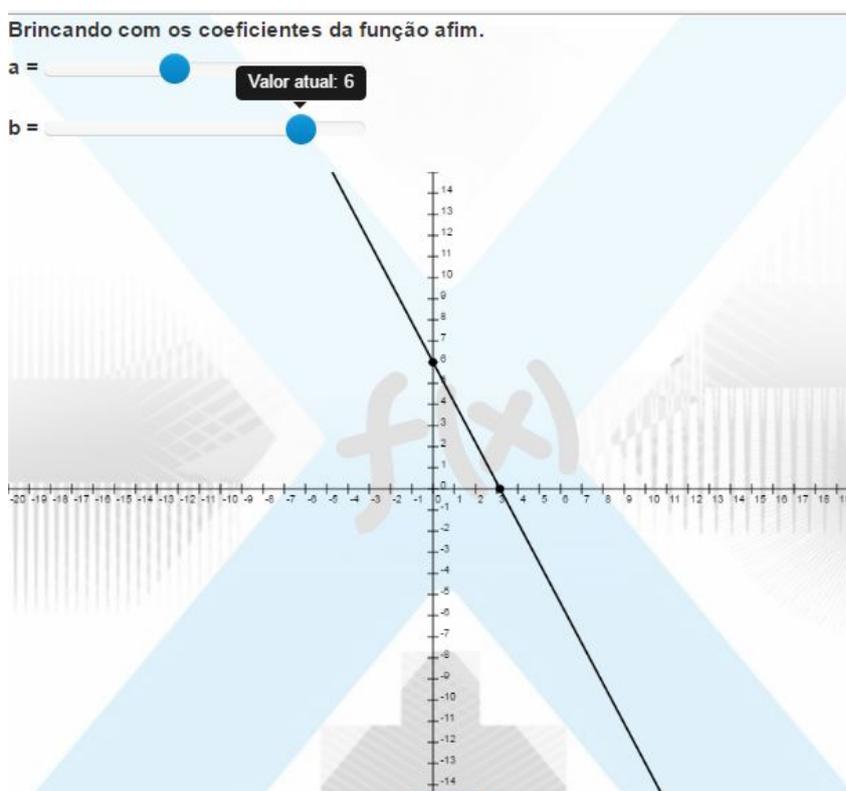
2ª Etapa 1 aula

Atividade 3: Analisar a influência dos coeficientes da função afim no gráfico.

Desenvolvimento:

No ambiente de aprendizagem - Função Afim - o aluno irá abrir a opção - *Coefficientes de uma Função Afim* - e será direcionado à tela como mostra a figura 5.14.

Figura 5.14 – XFunções - Função Afim - Brincando com os coeficientes



Observe que no topo do ambiente aparece um controle deslizante para o valores a e b .

- Usando a ferramenta controle deslizante pode-se alterar o valor dos coeficientes a e b e analisar o comportamento da função mediante esta variação.
- Neste momento o professor pode, através de alguns questionamentos orientadores, induzir os alunos a diferenciar o conceito de função afim em linear, identidade e constante, simultaneamente promoverá uma reconciliação integrativa entre estes conceitos.
- Exemplos de perguntas orientadoras:
 1. O que acontece quando o coeficiente a é igual a zero?
 2. O que o coeficiente b representa no gráfico da função?
 3. O que determina o crescimento e o decrescimento da função afim?

4. O que significa o zero (ou raiz) da função no gráfico?

No ambiente do software, através da mediação do professor, o aluno poderá testar suas hipóteses, amadurecer sua compreensão ressignificando os conceitos aprendidos, encontrar soluções e provar os resultados.

Atividade 4: Momento do aluno se auto avaliar, após as atividades propostas até aqui utilizando o exercício que se encontra no *App*.

Desenvolvimento

No ambiente de aprendizagem “Função Afim” o estudante irá no menu “Atividades” e deverá resolver as questões apresentadas marcando uma das alternativas e clicando em “Avaliar” conforme a figura 5.15.

Figura 5.15 – XFunções - Exercício 2

Atividade sobre funções

1 - Dados $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-8, -6, -4, -3, 0, 3, 6, 7\}$ e a relação f que define uma função de A em B é:

- $f(x) = x - 1$
- $f(x) = x - 2$
- $y = 2x$
- $f(x) = 3x$
- $y = 2x - 1$

Avaliar

Você errou!

A resposta correta é : $f(x) = 3x$

Solução

x	y = 3x
-2	$y = 3 \cdot (-2) = -6$
-1	$y = 3 \cdot (-1) = -3$
0	$y = 3 \cdot (0) = 0$
1	$y = 3 \cdot (1) = 3$
2	$y = 3 \cdot (2) = 6$

Observe que os elementos do conjunto A (domínio) está ligado a um único elemento do conjunto B (contradomínio), por isso a lei $y = 3x$ define um função de A em B .

Se você verificar para a demais expressões, notará que nem todos os elementos do conjunto A está relacionado a algum elemento do conjunto B e por não termos um função de A em B .

Atividade sobre funções

1 - Dados $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-8, -6, -4, -3, 0, 3, 6, 7\}$ e a relação f que define uma função de A em B é:

- $f(x) = x - 1$
- $f(x) = x - 2$
- $y = 2x$
- $f(x) = 3x$
- $y = 2x - 1$

Avaliar
 Você acertou!
 A resposta correta é : $f(x) = 3x$

Solução

x	y = 3x
-2	y = 3.(-2) = -6
-1	y = 3.(-1) = -3
0	y = 3.(0) = 0
1	y = 3.(1) = 3
2	y = 3.(2) = 6

Observe que os elementos do conjunto A (domínio) está ligado a um único elemento do conjunto B (contradomínio), por isso a lei $y = 3x$ define um função de A em B .

Se você verificar para a demais expressões, notará que nem todos os elementos do conjunto A está relacionado a algum elemento do conjunto B e por não termos um função de A em B .

Observe que quando se clicar em “Avaliar” o App irá informar ao usuário se ele “Errou” ou “Acertou” e será apresentado o processo de resolução do problema proposto.

Uma outra funcionalidade desde ambiente é que ao final da resolução de todas as questões será apresentado no App o rendimento do usuário, conforme mostra a figura 5.16

Figura 5.16 – XFunções - Resultado da atividade

temos:

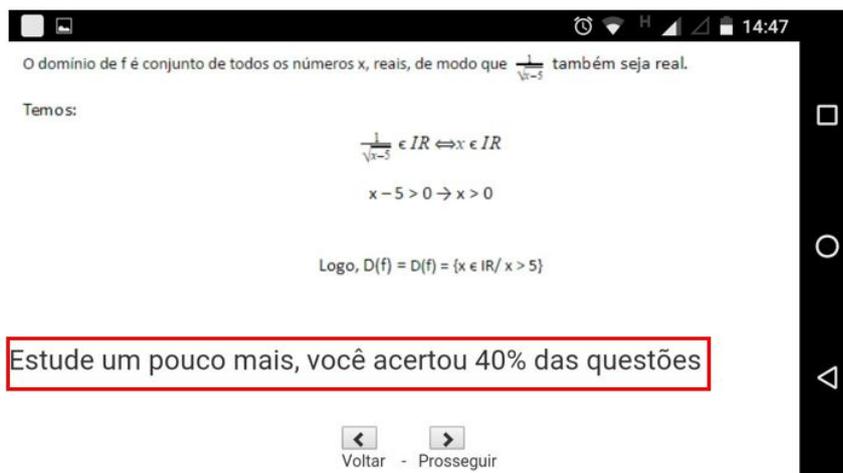
$$\frac{1}{\sqrt{x-5}} \in IR \Leftrightarrow x \in IR$$

$$x - 5 > 0 \rightarrow x > 5$$

Logo, $D(f) = D(f) = \{x \in IR / x > 5\}$

Parabéns, você acertou 60% das questões

Voltar - Prosseguir



Com base no resultado obtido, o aluno terá conhecimento imediato, tanto do seu resultado, como poderá também identificar quais foram os seus erros, podendo revisar o conteúdo a qualquer momento.

AVALIAÇÃO

A avaliação ocorrerá durante as etapas desenvolvidas ao longo das aulas, considerando a participação dos alunos nas discussões e nas atividades de consolidação dos conhecimentos construídos.

RECURSOS

Lousa, marcador para quadro, projetor multimídia, livro didático, dispositivo móvel.

REFERÊNCIAS

IEZZI, Gelson (et al.). **Fundamentos da Matemática Elementar** – Volume 1, 9ª edição. Editora Atual. 2013.

Dante, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações**, Volume único. São Paulo, editora Ática –2014.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As considerações finais e conclusões do produto são apresentadas nesta seção. Com a exposição dos seguintes pontos: Uma análise geral da construção do *App*; possibilidades futuras para novas pesquisas; E conclusões acerca das informações e limitações do estudo.

6.1 Análise geral do trabalho desenvolvido

O objetivo desse trabalho foi o desenvolvimento de um aplicativo chamado *XFunções* para dispositivos móveis procurando auxiliar professores e alunos no ensino e na aprendizagem do conceito de função matemática e função afim, enfrentando a problemática encontrada por muitos na sala de aula, que é o uso inadequado dos dispositivos móveis. A proposta é sanar este problema com uma metodologia na qual se utilize o smartphone em prol do aprendizado do aluno, simulando modelos do conceito de função de maneira relativamente prática, lúdica e inovadora.

A princípio, o objetivo deste trabalho era desenvolver um aplicativo para os conteúdos focados na geometria plana e espacial, porém, ao realizar uma pesquisa na loja de aplicativos, foi observado que já existia *Apps* com as características pensadas para este desenvolvimento. Então, numa vasta pesquisa de aplicativos voltados para o conteúdo Funções, pode-se observar que a maioria deles estão focados apenas no conteúdo escrito e na plotagem de gráficos e nenhum dos *Apps* testados abordava a simulação do conceito de funções. Sentindo assim, a necessidade de desenvolver um *App* que além das características encontradas na maioria deles também abordasse a simulação do conceito de funções.

Ao longo da realização do trabalho, houve a necessidade de realizar diversos estudos sobre as linguagens de programação *JAVA*, *C++* e *JAVA Script* e das ferramentas e tecnologias disponíveis para o uso. Inicialmente houve a tentativa do desenvolvimento usando a linguagem *JAVA* utilizando a IDE NetBeans, porém devido à complexidade da linguagem e falta de experiência, não se obteve o sucesso, buscando-se, assim, a buscar outro meio para o desenvolvimento.

Com os avanços das pesquisas em como construir aplicativos móveis, houve a orientação em tentar a construção pela IDE Intel XDK, no qual o desenvolvedor só precisa conhecer HTML5, CSS3 e Java Script para iniciar a construção, pois o software de maneira rápida e sem complicações cria, executa e compila o código, definindo assim a tecnologia e um escopo para o *XFunções* do modelo estabelecido. Esse escopo permitiu que o modelo de aplicação proposto fosse testado na plataforma mobile Android, satisfazendo a sua capacidade de resolver o problema definido como objetivo do trabalho.

Por fim, o *XFunções* na plataforma Android em sua versão 1.0 foi publicado na *Play Store*, ficando disponível para qualquer usuário que possua um dispositivo móvel na plataforma Android. Para as demais plataformas futuramente o App se encontrará no Google Drive.

6.2 Possibilidades futuras

Como possibilidades futuras para a continuação deste trabalho ficam todos os requisitos não atingidos e funcionalidades pensadas, porém não desenvolvidas, com destaque para as demais funções: Quadrática, Modular, Exponencial e Logarítmica, bem como o desenvolvimento de um projeto de pesquisa para a construção de *Apps*, voltados para todos os conteúdos do Ensino Fundamental II e Médio.

6.3 Conclusão

Apesar de não termos aplicado nenhuma das propostas em sala de aula, é nossa vontade efetua-las futuramente. Acreditamos que o uso de aplicativos em dispositivos móveis, em especial tablets e smartphones, poderá promover e facilitar o ensino-aprendizagem tanto do conceito de função matemática, como dos demais conteúdos propostos para o Ensino Fundamental e Médio, levando em consideração as expectativas criadas a partir do incontestado potencial das TICs nesse processo.

Creemos que o objetivo do trabalho foi alcançado e que, através de esforço e dedicação, foi possível desenvolver um aplicativo que auxilie educandos e professores na construção do conhecimento sobre funções, embora o *XFunções* foi testado na plataforma Android ele não está preso a nenhuma plataforma mobile específica. Com o Intel XDK é permitido sua implementação em outras plataformas como o IOS e Windows Mobile.

Esperamos que o educador esteja numa constante busca por aperfeiçoamento, através de cursos de formação no uso das tecnologias no processo educacional com vistas a melhorar a sua prática docente, contribuindo para que suas aulas sejam mais atrativas e dinâmicas, de forma a integrar seus discente no processo de aprendizagem. Porém, cabe ao Governo e Instituições de Ensino criarem meios de aperfeiçoamento para a práxis pedagógica e cabe ao professor pesquisar e procurar se manter sempre atualizado, explorando novas metodologias e técnicas de inserção desses recursos em sala de aula.

Por fim, considerando as dificuldades encontradas e as potencialidades observadas no desenvolvimento deste trabalho, ressaltamos a necessidade de se continuar os estudos sobre o uso de dispositivos móveis, bem como a construção de aplicativos com enfoque no ensino de matemática, buscando desenvolver novos trabalhos que venham a contribuir para uma aprendizagem mais significativa. Com isso, acreditamos ter fomentado no leitor

o interesse pelo desenvolvimento de novos estudos sobre o tema, entendemos que a partir deste trabalho motivamos o desenvolvimento de novas pesquisas sobre o uso das tecnologias, em especial de aplicativos móveis, no ensino da Matemática.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. R. d. S. *Uso de smartphones e tablets como ferramenta do ensino de matemática: O software geogebra*. Rio Branco, AC: UFAC, Dissertação de Pós – Graduação Matemática em Rede Nacional, PROFMAT, 2015.
- BATISTA, G. *Saiba tudo sobre Smartphones*. 2011. Disponível em: <<http://www.artigonal.com/telefoniam-e-celular-artigos/saiba-tudo-sobre-os-smartphones-4601618.html>>. Acesso em: 12 de fevereiro de 2016.
- BOYER, C. B. *História da Matemática*. São Paulo, SP: Universidade de São Paulo, 1974.
- CIRILO, F. *De onde vem e para onde vai seu smartphone?* 2014. Disponível em: <<http://www.revistaforum.com.br/2015/04/10/de-onde-vem-e-para-onde-vai-seu-smartphone/>>. Acesso em: 12 de fevereiro de 2016.
- DICIONÁRIO, d. L. P. c. A. O. e. l. *Tablet in*. Porto: Porto Editora, 2003–2016. Disponível em: <<http://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/Tablet>>. Acesso em: 13 de fevereiro de 2016.
- FLING, B. *Mobile Design and Development*. Sebastopol: O'Reilly: [s.n.], 2009. Disponível em: <<http://konigi.com/notebook/read-mobile-design-development-free-online>>.
- GIOVANNI, J. R. *Matemática fundamental: uma nova abordagem*. São Paulo, SP: FTD, 2002. José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno e José Ruy Giovanni Jr., Ensino médio: volume único.
- GOULART, M. *Popularidade de smartphones estimula criação de malwares*. Universitário, 2011. Disponível em: <<http://www.universitario.com.br/noticias/n.php?i=11112>>. Acesso em: 15 de fevereiro de 2016.
- IEZZI, G. *Fundamentos de matemática elementar, 1: Conjuntos, Funções*. 7ª. ed. São Paulo, SP: Atual editora, 1993. Gelson Iezzi e Carlos Murakami.
- KESNKI, V. M. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. 3ª. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2011.
- LIMA, E. L. *A matemática do Ensino Médio*. 10ª. ed. Rio de Janeiro, RJ: SBM, 2012. Volume 1 e 4/ Elon Lages Lima, Paulo Cesar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto Cezar Morgado.
- MORAN, J. M. *Novas tecnologias e o re-encantamento do mundo*. Rio de Janeiro: Revista Tecnologia Educacional., setembro–outubro 1995. 24-26 p. Vol. 23, n.126.
- MORAN, J. M.; MASSETO, M. T.; BEHRENS, M. A. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas, SP: Papyrus, 2013.
- MORIMOTO, C. E. *Smartphones: guia prático*. Porto Alegre, RS: GDH Press e Sul Editores, 2009.

- NONNENMACHER, R. F. *Estudo do comportamento do consumidor de aplicativos móveis*. Porto Alegre, RS: [s.n.], 2012. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/78327/000891977.pdf>>. Acesso em: 27 de julho de 2016.
- PAIS, L. C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2002.
- PEÑA, M. D. L. D. J. *Ambientes de aprendizagem virtual: O desafio à prática docente*. S/D.
- PINTO, E. B. *Combinatória no ensino médio: Concentrando o ensino nos objetos de aprendizagem*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2015.
- POZZEBON, R. *De que forma os Tablets influenciam nas nossas vidas*. Oficina Net, 2011. Disponível em: <http://www.oficinadanet.com.br/artigo/tecnologiade_que_forma_os_tablets_influenciam_nas_nossas_vidas>. Acesso em: 13 de fevereiro de 2016.
- ROQUE, T.; PITOMBEIRA, J. B. *Tópicos de História da Matemática, Coleção PROFMAT*. 1ª. ed. Rio de Janeiro, RJ: SBM, 2012. Edição digital.
- SPINELLI, W. *Os Objetos Virtuais de Aprendizagem: Ação, Criação e Conhecimento*. [S.l.: s.n.], 2007.
- SUN, S. *An examination of disposition, motivation, and involvement in the new technology context computers in human behavior*. Shanghai, China: Fudan University, 2008. 10 p.
- UNESCO. *Diretrizes de políticas da UNESCO para a aprendizagem móvel*. 2014. Disponível em: <<http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002277/227770por.pdf>>. Acesso em: 18 de fevereiro de 2016.
- WILEY, D. A. *Connecting learning objects to instructional design theory: A definition a metaphor, and a taxonomy*. 2001. Disponível em: <<http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>>. Acesso em: 26 de julho de 2016.
- YVES, H. *introdução a história da matemática*. 5ª. ed. Campinas, SP: Unicamp, 2011.
- ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre, RS: Artmed, 1998.