Universidade Federal de Goiás
Regional Catalão
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Investigando a Modelagem Matemática no Ensino de Funções Afins e Exponenciais

Ricardo Nogueira Viana Narcizo

CATALÃO/GO
2016

sistema de bibliotecas ufg

UFG

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR ELETRONICAMENTE OS TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional**

2. Identificação do Trabalho

Autor (a):	RICARDO NOGUEIRA VIANA NARCIZO
E-mail:	ricardo.viana@ifb.edu.br
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página? [X]Sim [ ] Não	
Vínculo empregatício do autor	Docente do Instituto Federal de Brasília
Agência de fomento:	Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior — Sigla: CAPES
País: BRASIL	UF: DF — CNPJ: 00.889.834/0001-08
Título:	Investigando a Modelagem Matemática no Ensino de Funções Afins e Exponenciais
Palavras-chave:	Modelagem Matemática, Modelo, Função Afim, Função Exponencial
Título em outra língua:	Investigating Mathematical Modeling the Functions of Education and Allied Exponential
Palavras-chave em outra língua:	Mathematical Modeling, Model, Affine Function, Exponential Function
Área de concentração:	Matemática do Ensino Básico
Data defesa:	27/09/2016
Programa de Pós-Graduação:	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Orientador (a):	Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior
E-mail:	porfirio0806@gmail.com
Co-orientador(a):*	
E-mail:	

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [ ] NÃO[1]

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC do trabalho de conclusão de curso.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses, dissertações ou trabalhos de conclusão de curso, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Ricardo N. Viana Narcizo
Assinatura do (a) autor (a)

Data: 10 / 10 / 2016

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Ricardo Nogueira Viana Narcizo

Investigando a Modelagem Matemática no Ensino de Funções Afins e Exponenciais

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Unidade Acadêmica Especial de Matemática Tecnologia/ Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Área de concentração: Matemática do Ensino Básico.
Orientador: Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior.

CATALÃO/GO
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

NOGUEIRA VIANA NARCIZO, RICARDO
Investigando a Modelagem Matemática no Ensino de Funções Afins e Exponenciais [manuscrito] / RICARDO NOGUEIRA VIANA NARCIZO. - 2016.
84 f.

Orientador: Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Programa de Pós Graduação em Matemática, Catalão, 2016.
Bibliografia. Apêndice.
Inclui abreviaturas, gráfico, tabelas, lista de figuras.

1. Modelagem Matemática. 2. Modelo. 3. Função Afim. 4. Função Exponencial. I. Azevedo dos Santos Júnior, Porfírio , orient. II. Título.

CDU 51

Universidade Federal de Goiás–UFG
Regional Catalão
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia
Mestrado Profissional em Matemática

UFG PROFMAT

Ata da reunião da Banca Examinadora da Defesa de Trabalho de Conclusão de Curso do aluno Ricardo Nogueira Viana Narcizo. Aos vinte e sete dias do mês de setembro do ano de dois mil e dezesseis, (27/09/2016), às 14h20min, reuniram-se os componentes da Banca Examinadora, **Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior – Orientador, Prof. Dr. Márcio Roberto Rocha Ribeiro e Profa. Dra. Bianka Carneiro Leandro** para, sob a presidência do primeiro, e em sessão pública realizada no Miniauditório Congadas, do Câmpus I, da Regional Catalão, procederem a avaliação da defesa do trabalho intitulado: **"Investigando a Modelagem Matemática no Ensino de Funções Afins e Exponenciais"**, em nível de Mestrado, área de concentração Matemática do Ensino Básico, de autoria de Ricardo Nogueira Viana Narcizo, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal de Goiás. A sessão foi aberta pelo Presidente da banca, Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior, que fez a apresentação formal dos membros da banca. A seguir, a palavra foi concedida ao autor do TCC que, em quarenta e cinco minutos, procedeu a apresentação de seu trabalho. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o examinando, tendo-se adotado o sistema de diálogo sequencial. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da defesa. Tendo-se em vista o que consta na Resolução nº. 1403/2016 do Conselho de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura (CEPEC), que regulamenta os Programas de Pós-Graduação da UFG e procedidas as correções recomendadas, o trabalho de conclusão foi APROVADO por unanimidade, considerando-se integralmente cumprido este requisito para fins de obtenção do título de MESTRE EM MATEMÁTICA, na área de concentração Matemática do Ensino Básico pela Universidade Federal de Goiás. Cumpridas as formalidades de pauta, às 15h55min a presidência da mesa encerrou a sessão e, para constar, eu Elizângela Maria Marques Nahas, lavrei a presente Ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da Banca Examinadora em quatro vias de igual teor.

Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG
Presidente da Banca

Prof. Dr. Márcio Roberto Rocha Ribeiro
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG

Bianka Carneiro Leandro

Profa. Dra. Bianka Carneiro Leandro
Pontifícia Universidade Católica de Goiás – PUC

Ricardo Nogueira Viana Narcizo graduou-se em Matemática pelo Centro Universitário de Brasília – 2006, especializou-se em matemática pela Universidade de Brasília e atualmente docente do Instituto Federal de Brasília *campus* Gama.

Dedico este estudo a minha filha Carolina, a minha esposa Andréia, aos meus pais Antônio Viana e Maria Luzia, aos meus irmãos e amigos.

Agradecimentos

À Deus, pela saúde e vida, sempre guiando a minha vida.

À minha mãe, por ter me orientado em toda minha vida, para seguir o caminho certo.

Ao meu pai, pelas ajuda no financiamento do meus estudos, orientações e confiança.

À minha maravilhosa esposa, por estar sempre do meu lado.

À minha filha, meu motivo maior da minha vida.

Ao meu colegas de curso, principalmente Wanderley Vieira, Claúdia Ferreira, Karina Mazza e Renata Vilela.

Aos docentes da Regional Catalão- UFG pela dedicação neste ofício que é tão difícil, mas muito gratificante.

Ao meu orientador Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior pela participação ativa e principalmente pela paciência na orientação deste trabalho.

À coordenadora Prof. Dr. Élida Alves da Silva por estar sempre ao nosso lado nos informando e ajudando em todos os momentos.

À Universidade Federal de Goiás - UFG – Regional Catalão por oportunizar o mestrado.

À Coordenação e Aperfeiçoamento de Pessoal em Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudo, a qual me ajudou muito no meio de transporte.

Resumo

Este trabalho tem por objetivo investigar se a modelagem matemática pode contribuir ou colaborar com o ensino aprendizagem de função afim e, principalmente, de função exponencial. Sendo assim, na busca para alcançar esse objetivo foram feitos estudos, tendo como bibliografia alguns pesquisadores brasileiros e observamos que nessa metodologia os estudantes durante as aulas assumem uma postura ativa e o professor passa a ser mediador do processo de ensino aprendizagem. Na busca desse objetivo desenvolvemos atividades onde os estudantes tinham de pesquisar, confeccionar tabelas e gráficos e, por fim apresentar e validar um ou mais modelos matemáticos, para as situações problemas propostas pelo professor, seguindo assim as etapas para a apresentação de um modelo matemático de acordo com o referencial teórico estudado. Essas atividades foram desenvolvidas em uma turma de 2º ano do ensino médio do Instituto Federal de Brasília *campus* Gama, onde as duas primeiras foram direcionadas para serem trabalhadas com funções afins e as outras com funções exponenciais. Durante a aplicação da metodologia em cada atividade os alunos descobriram modelos matemáticos os quais eram funções exponenciais, conteúdo que ainda não eram do conhecimento deles, chegando ao modelo para o cálculo de juro composto.

Palavras chaves: Modelagem Matemática, Modelo, Função Afim, Função Exponencial.

Abstract

This study aims to investigate the mathematical modeling can contribute or collaborate with the function of learning and teaching related mainly to the exponential function. Thus, in seeking to achieve this objective studies have been done, with the bibliography some Brazilian researchers and observed that this methodology students during classes take an active approach and the teacher becomes a facilitator of learning teaching process. In pursuit of this objective we develop activities in which the students had to research, fabricate tables and graphs, and finally present and validate one or more mathematical models for situations problems proposed by the teacher, so following the steps for submitting a mathematical model according to the theoretical study. These activities were carried out in a class of 2nd year of high school at the Federal Institute of Brasilia campus Gama, where the first two were directed to be worked with similar functions and the other with exponential functions. During the application of the methodology for each activity the students discovered mathematical models which were exponential functions, content that were not of their knowledge, reaching the model for compound interest calculation.

Key words: Mathematical Modeling, Model, Affine Function, Exponential Function..

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema do Processo de Modelagem Matemática de Biembengut 16
Figura 2: Dinâmica da Modelagem Matemática de Biembengut 17
Figura 3: Esquema de um processo de modelagem segundo Bassanezi 18
Figura 4: Expressão matemática da Atividade 1 32
Figura 5: Expressão Matemática da Conta de Água/Esgoto Residencial do Distrito Federal 33
Figura 6: Gráfico da Atividade 3 " Gráfica de Cartão de Natal" 34
Figura 7: Expressão Matemática da Atividade 3 "Gráfica de cartão de Natal" 35
Figura 8: Tabela da Atividade 4 "Torre de Hanói" 36
Figura 9: Gráfico da Atividade 4 " Torre de Hanói"..37
Figura 10: Expressão Matemática da Atividade 4 "Torre de Hanói"........................37
Figura 11: Validação da Expressão Matemática da Atividade 4 "Torre de Hanói" ..38
Figura 12: Expressão Matemática da Atividade 5 39
Figura 13: Expressão Matemática para o Cálculo de Juros Compostos 40
Figura 14: Torre de Hanói 60
Figura 15: Horário de cobrança da Bandeira 1 e Bandeira 2 em dias úteis 65
Figura 16: Tabela da Bandeira 1 de Brasília 66
Figura 17: Tabela de Bandeira 2 de Brasília 66
Figura 18: Gráfico Bandeira 1 de Brasília 67
Figura 19: Modelo Matemático Bandeira 1 de Brasília...68
Figura 20: Modelo Matemático Bandeira 2 de Brasília...68
Figura 21: Conta de água/esgoto residencial do DF 70
Figura 22: Tabela das Tarifas da Caesb 70
Figura 23: Tabela de consumo residencial de água de 1m³ à 30m³.......................71
Figura 24: Gráfico no plano cartesiano do consumo de água/esgoto do DF...........72
Figura 25: Modelos Matemáticos para o consumo de 1m³ à 30m³ residencial do DF 73
Figura 26: Tabela da Atividade Gráfica de Cartões de Natal 74
Figura 27: Gráfico da Atividade Gráfica de Cartões de Natal.................................75
Figura 28: Modelo Matemático da Gráfica de Cartões de Natal.............................76
Figura 29: Tabela da Quantidade Mínima de movimentos da Torre de Hanói 78
Figura 30: Gráfico no plano cartesiano da Atividade "Torre de Hanói" 78
Figura 31: Modelo Matemático da Quantidade Mínima de movimentos da Torre de Hanói..79
Figura 32: Verificação do Modelo Matemático da Atividade 4................................79
Figura 33: Tabela da Progressão da dívida da Atividade 5....................................81
Figura 34: Gráfico da Atividade 5 81
Figura 35: Modelo matemático para o caso particular da Atividade 5 82
Figura 36: Modelo matemático para cálculo de qualquer situação que envolva juros composto 83
Figura 37: Verificação do Modelo Matemático para a situação particular 83

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 11

MODELAGEM MATEMÁTICA E O ENSINO DE FUNÇÕES AFINS E EXPONENCIAIS 13

1.1 Modelagem Matemática: Definições, Etapas, PCN e Formação do Professor....13

1.1.1 Etapas da Modelagem...15

1.1.2 PCN e a Modelagem Matemática...20

1.1.3 Formação do Professor de Matemática em relação a Modelagem Matemática..23

1.1.4 Modelagem Matemática no Ensino de Funções Afins e Exponenciais 24

PLANEJAMENTO, DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE..27

2.1 Planejamento e Desenvolvimento das Atividades com a Modelagem Matemática..27

2.2 Análise do Desenvolvimento das Atividades em Relação à Proposta.................31

CONSIDERAÇÕES FINAIS 42

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..45

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO...48

APÊNDICE B – PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES 53

APÊNDICE C – RELATÓRIOS DAS ATIVIDADES...65

INTRODUÇÃO

É de conhecimento geral que atualmente a maioria dos estudantes do ensino básico brasileiro estão desmotivados em relação ao ensino de matemática o que consequentemente afeta a aprendizagem. Sendo assim, na tentativa de buscar uma alternativa para motivá-los e melhorar a qualidade do ensino, escolhemos desenvolver este trabalho de investigação sobre a aplicação da metodologia de Modelagem Matemática, que é uma metodologia onde os estudantes são direcionados a desenvolverem atividades mais participativas e o professor é o mediador desse processo de ensino aprendizagem. Nessa metodologia, segundo alguns pesquisadores, os estudantes trabalham com situações reais e tentam extrair, compreender e analisar todas as informações com o objetivo de apresentar um modelo matemático. No entanto, existem outros pesquisadores que não consideram a criação do modelo matemático como o objetivo a ser alcançado pelos estudantes, e consideram que somente a análise das situações reais basta para falarmos que estamos trabalhando com modelagem matemática.

Sendo assim, a nossa investigação seguiu a linha dos pesquisadores que apresentam um modelo matemático como sendo o objetivo principal da modelagem matemática, e acrescentamos a essa linha de pesquisa a análise crítica das situações problemas (quando for o caso), seguindo portanto as ideias de Biembengut e Bassanezi na criação de um modelo matemático e a criticidade de Burak.

Nessa metodologia, o papel do professor é orientar os estudantes a apresentar modelos matemáticos para situações reais, onde eles (estudantes) partem do “zero” em relação aos conteúdos envolvidos nas atividades (não sabem quais conteúdos estão envolvidos no tema das atividades propostas pelo professor inicialmente). Os mesmos têm que realizar uma pesquisa exploratória e retirar todas as informações da situação, para em seguida associar a algum padrão e apresentar um modelo matemático. Trabalhando assim em um sentido diferente em relação às aulas tradicionais de matemática, onde normalmente parte-se da definição, resolvem-se alguns exercícios de fixação e somente por último (caso ainda haja tempo) é que se apresenta alguma situação real para ser modelada, mas sem a participação dos estudantes na coleta dos dados e na sua aplicação direta em situações do dia a dia.

Na busca por alcançar o objetivo proposto, elaboramos cinco atividades que foram desenvolvidas pelos estudantes no ambiente escolar (em decorrência da orientação que deve ser realizada pessoalmente e visto que a grande maioria dos estudantes não realizam atividades em casa). As primeiras atividades, que envolviam conhecimentos de funções afins serviram para os estudantes terem o contato direto com a modelagem matemática (pesquisando, analisando, associando e apresentando um modelo matemático para a situação problema proposta pelo professor) e as que envolviam conhecimentos de funções exponenciais serviram como meio de introdução/finalização do estudo desse conteúdo, mas sempre tentando associar a função exponencial ao conhecimento de Progressões Geométricas, pois esse conteúdo já foi estudado no primeiro ano do ensino médio por eles.

Sendo assim, o nosso trabalho foi dividido em duas seções, a primeira discorre sobre modelagem matemática e o ensino de funções afins e exponenciais, e a segunda sobre planejamento, desenvolvimento e análise da proposta do trabalho.

Na secção 1, procuramos definir modelagem matemática, modelo e as etapas para construção de um modelo matemático. Além disso, relatamos a formação dos professores de matemática em relação a essa metodologia e o quanto a modelagem matemática, da forma proposta, está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs.

Na secção 2, mostramos como foi o planejamento das atividades, como elas foram desenvolvidas em sala, analisamos também, o que aconteceu na aplicação das mesmas, observando principalmente se os estudantes se sentiram mais motivados, se eles conseguiram apresentar um ou mais modelos matemáticos para as atividades e a melhora do ensino aprendizagem.

MODELAGEM MATEMÁTICA E O ENSINO DE FUNÇÕES AFINS E EXPONENCIAIS

Nesta secção apresentamos a ideia de Modelagem Matemática, modelo matemático e as etapas para construção de um modelo matemático. Para isso, desenvolvemos um estudo sobre esta metodologia baseado em pesquisadores brasileiros com intuito de fundamentarmos teoricamente a investigação que propomos com este trabalho.

1.1 Modelagem Matemática: Definições, Etapas, PCN e Formação do Professor

O que é modelagem matemática? Para Bassanezi (2011, p. 16) “a Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos”. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

A ideia de Biembengut (2009, p. 13) é bem parecida com as ideias de Bassanezzi, para esta pesquisadora a modelagem matemática “é uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teoria”, nota-se que o objetivo principal para a autora, assim como de para Bassanezi é a obtenção de um modelo.

Para Burak (2012, p. 88), a Modelagem Matemática constitui-se em “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões”. Durante sua fase de mestrado ele tinha proposto seu trabalho em termos de criar um modelo, por influência da matemática aplicada. Já durante o doutorado Burak acrescenta dois princípios básicos em sua concepção: o interesse do grupo e a obtenção de informações e dados no ambiente, onde se encontra o interesse do grupo.

O pensamento de Barbosa (2007, p.27), é que Modelagem Matemática "é um ambiente de aprendizagem o qual os estudantes são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações reais, não se importando com a criação de um modelo matemático", assim como Burak atualmente não se preocupa se os estudantes apresentam um ou mais modelos matemáticos para a situação problema em análise, o importante para eles é o contato dos estudantes com situações reais.

Observa-se que a Modelagem Matemática tem o *status de* uma metodologia, pois etimologicamente, temos que metodologia é uma palavra grega *methodos*, que significa META (Objetivo, finalidade) e HODOS (caminho, intermediação), isto é caminho para se atingir um objetivo. Já LOGIA é conhecimento, estudo. Portanto, metodologia significa o estudo dos métodos, dos caminhos a percorrer, tendo como objetivo o alcance de uma meta, objetivo ou finalidade.

> O *status* de uma metodologia significa estudos de caminhos, fundamenta-se em um entendimento de Ciência e em uma visão de conhecimento que contemple e respeite as características e natureza do humano e do natural, bem como com a clareza de que cada objetivo deve ser estudado de modo global, assistidos e subsidiado por áreas do conhecimento que promovam essa possibilidade (BURAK, 2012, p.87).

Verifica-se que não há um consenso na definição sobre Modelagem Matemática, segundo os pesquisadores dessa metodologia. Em relação aos dicionários da língua portuguesa, modelagem é a operação de modelar e modelar, por sua vez, significa fazer ou representar por meio de modelo. Como não há um consenso na definição do que seja modelagem matemática, em nossa investigação usamos partes das ideias de pesquisadores tais como: Barbosa (2007) para quem, a modelagem matemática é um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes são convidados a problematizar e investigar, sendo que essa investigação pode ser feita por meio de pesquisa, experiência com objetos concretos; e Burak (2012), na parte que ele fala que a obtenção das informações e dados é no ambiente, onde se encontra o interesse do grupo, o ambiente não deve se restringir a sala de aula, mas toda sua vida em sociedade e utilizaremos as etapas para construção de um modelo matemático de Bassanezi e da Biembengut, pois os mesmos utilizam uma série de procedimentos, a serem seguidos para a obtenção de um modelo matemático e esses procedimentos serão mostrados no decorrer do trabalho. A partir de agora, toda vez que falarmos em Modelagem Matemática estaremos usando o que foi exposto acima, sendo que tudo isso voltado ao estudo aplicado de funções afins e exponenciais.

1.1.1 Etapas da Modelagem

Observa-se também que os pesquisadores Biembengut, Bassanezi e o próprio Burak, falam que o principal objetivo da modelagem matemática, além de ser uma metodologia que visa mais a participação ativa dos estudantes, é a criação de modelo matemático, mas o que é um modelo matemático? Segundo os dicionários a palavra modelo significa imagem, desenho ou objeto que serve para ser imitado. Outro significado dos dicionários e que está mais aplicado ao nosso contexto é o de molde, esse significado é o que mais se encaixa no contexto de modelagem matemática. Bassanezi (2011, p.20) define modelo matemático como sendo um “conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” Já Biembengut (2009, p.11), trabalha com a ideia de que a “modelagem suscita a imagem de um escultor trabalhando com argila, produzindo um objeto. Esse objeto é um modelo”.

Neste sentido, desenvolvemos atividades com os estudantes da pesquisa em diversas situações, por exemplo, podemos pedir aos estudantes pesquisarem em alguma instituição de cartão de crédito a taxa de juro aplicada durante um determinado período de tempo e eles construírem uma expressão matemática que represente esta situação, ou seja, o modelo matemático.

Para a apresentação de um modelo matemático pelos estudantes, os pesquisadores Biembengut e Bassanezi apresentam em seus trabalhos, esquemas de como trabalhar modelagem matemática em sala de aula.

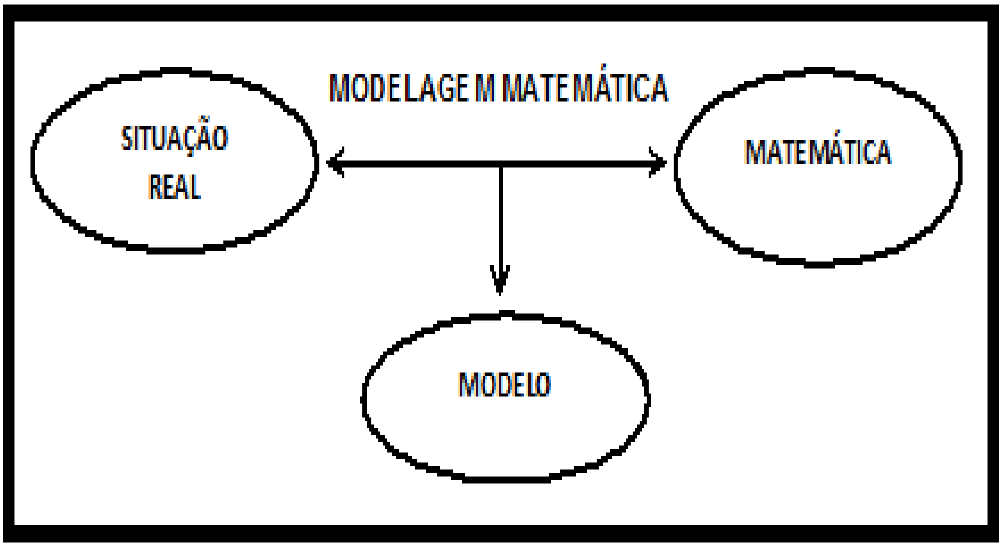
Na concepção de Biembengut (2009, p.12),

> A elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Tanto maior o conhecimento matemático, maiores serão as possibilidades de resolver questões que exijam uma matemática mais sofisticada. Porém o valor do modelo não está restrito à sofisticação matemática.

Biembengut considera que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos, separados, e a modelagem matemática é um meio de fazê-lo interagir. Portanto, temos um problema (situação real), colocar os estudantes para pesquisarem, em seguida solicita que busquem todas as informações, manipulem os dados, e por fim apresentem uma expressão matemática, ou seja, levar o estudante a construir um modelo matemático, com isso interagirmos a situação real com a matemática.

Neste sentido, por exemplo, podemos pedir aos estudantes que pesquisem como é feito o cálculo de uma corrida de táxi (situação real), e depois solicitar que apresentem uma expressão matemática desta situação (matemática), ou seja, apresentar um modelo matemático.

Figura 1: Esquema do Processo de Modelagem Matemática de Biembengut.



Fonte: Biembengut (2009, p. 13).

Para a construção de um modelo matemático, Biembengut (2009, p.13) utiliza alguns procedimentos em seus trabalhos, que são agrupadas em três etapas, subdivididas em seis subetapas, são elas:

A primeira etapa “**Interação”,** que é subdividida em *reconhecimento da situação-problema* e *familiarização* é o momento em que delineamos a situação que se pretende estudar, fazemos um estudo sobre o assunto de modo indireto (por meio de livros e revistas especializadas, entre outros) ou direto, *in loco* (por meio da experiência em campo, de dados experimentos obtidos com especialistas da área).

A segunda etapa **Matematização**, a mais complexa e “desafiante”, em geral, subdivide-se em *formulação do problema* e *resolução*. É aqui que se dá a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática. Intuição, criatividade e experiência acumulada são elementos indispensáveis neste processo.

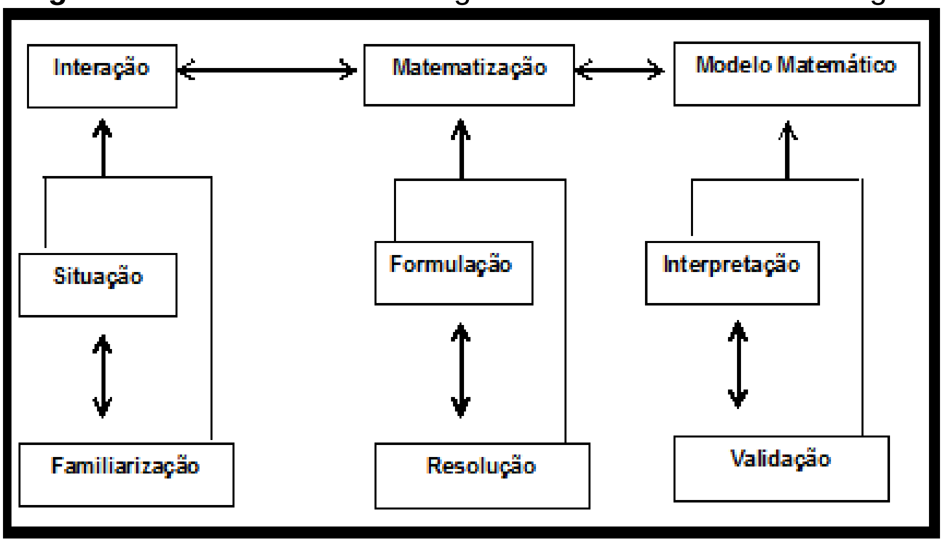
A terceira etapa **Modelo matemático**, é o momento de uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada e, a partir daí, verificar também o grau de confiabilidade na sua utilização. Dessa forma, faz-se:

1. A interpretação do modelo, analisando as implicações da solução derivada daquele que está sendo investigado;

2. A verificação de sua adequabilidade, retornando à situação-problema investigada e avaliando quão significativa e relevante é a solução – validação.

Se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa - matematização - mudando-se ou ajustando hipóteses e variáveis.

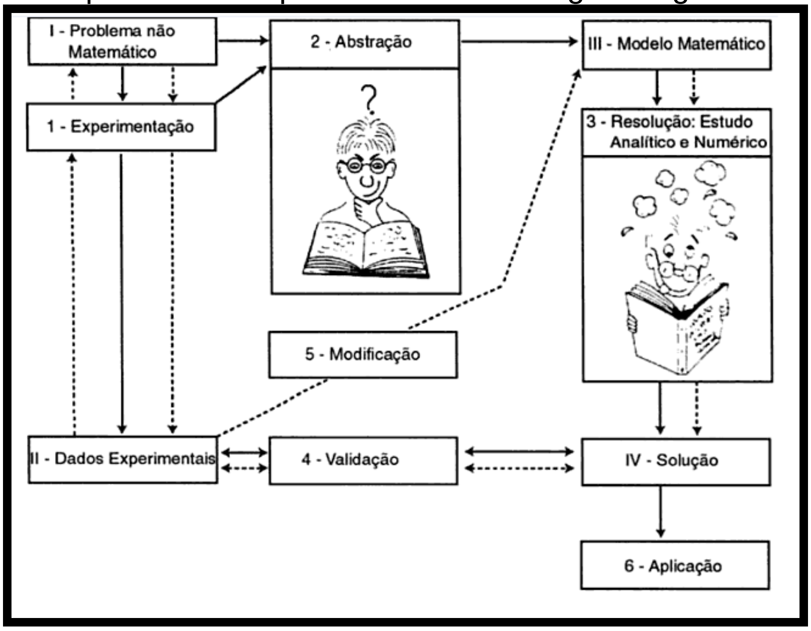
Figura 2: Dinâmica da Modelagem Matemática de Biembengut.



Fonte: Biembengut (2009, p.15)

Segundo Bassanezi (2011, p. 26), a “modelagem matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas”, simplificadamente visualizadas no esquema a seguir:

Figura 3: Esquema de um processo de modelagem segundo Bassanezi.



Fonte: Bassanezi, (2011, p.27)

Para Bassanezi (2011, p. 26), a modelagem matemática é dividida em cinco etapas: "**Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação"** sendo que esse processo não é muito rígido, podemos estar na fase de validação e voltar para a de experimentação. Segue abaixo o detalhamento de casa fase:

A etapa de **Experimentação** é uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados, é o momento da coleta das informações da coisa a ser modelada, no nosso caso é a pesquisa ou manipulação dos objetos.

Na segunda etapa, **Abstração,** são os procedimentos que devem levar à formulação do Modelo Matemático. Nesta fase, procura-se estabelecer a *Seleção das variáveis, formulação das hipóteses, ou seja,* é o momento em que vamos manipular as informações que foram colhidas na fase da experimentação (confecção de tabelas e gráficos).

Já na terceira etapa, **Resolução,** que é o momento da criação do modelo matemático, e o momento dos estudantes apresentarem as expressões matemática para a situação problema analisada.

Na etapa da **Validação,** que é o processo de aceitação ou não do modelo proposto, nesse momento, o modelo ou os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real.

A última etapa**, Modificação** é o momento onde se corrigi o modelo matemática, caso tenha algum erro. Sendo que para Bassanezi (2011, p.31), uma modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender, enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças.

Outro pesquisador que analisamos foi Burak (2012) o qual também sugere cinco etapas para se trabalhar com modelagem matemática (**1ª- Escolha do tema, 2ª- Pesquisas exploratórias**, **3ª- Levantamento dos problemas, 4ª- Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e 5ª- Análise crítica das soluções),** sendo que as três primeiras são idênticas aos dos outros pesquisadores já citados, a quarta etapa, o que difere Burak dos outros pesquisadores, é que os outros não se preocupam explicitamente em desenvolver os conteúdos que surgem ao modelar uma situação problema. Nota-se que o importante para Bassanezi e Bienbengut é a apresentação de um modelo associando ao conhecimento prévio de algum conteúdo, e para Burak (2012) a intenção de se trabalhar com modelagem matemática é analisar situações reais e quando surgir conteúdos que ainda não foram estudados explicá-los para os estudantes. Outra diferença de Burak para os outros dois pesquisadores encontra-se na análise crítica das soluções, isso não aparece no trabalho dos outros pesquisadores, essa etapa crítica as resposta encontrada e a situação problema analisada, tendo a função de contribuir para formação de cidadãos participativos e mais autônomos. Esta última etapa do Burak será trabalhada em algumas atividades quando for do interesse do professor.

Assim como para os outros pesquisadores já citados, que consideram o professor o mediador do processo de ensino aprendizagem, Burak da ênfase a tal postura do professor, o qual assume o papel de mediador. Logo o trabalho sempre se desenvolve em plena interação entre professor-aluno-ambiente, sem a predominância de um ou de outro e isso utilizaremos em nossas atividades que serão aplicadas.

No entanto, uma dificuldade de aplicar por inteiro a teoria de Burak no ensino básico está na primeira etapa, **Escolha do tema,** pois infelizmente o currículo é previamente definido, cada série tem suas competências e habilidades a serem trabalhadas durante um período letivo. Já uma parte importante da pesquisa dele, que será utilizada em nossa investigação é a etapa da **Análise crítica das soluções**.

Depois de termos feito a análise desses pesquisadores nota-se que a Modelagem Matemática faz um papel inverso do ensino tradicional de matemática. Tradicionalmente os conteúdos determinam os problemas, já na Modelagem Matemática os problemas determinam os conteúdos a serem trabalhados em sala de aula. No entanto, o professor pode motivar os estudantes a trabalharem com problemas reais que sua “modelagem” necessite dos conteúdos pré-definidos a serem ministrados naquele momento, que é o nosso objetivo nesse trabalho. Trabalharemos com situação em que sua modelagem gere funções afins e exponenciais.

1.1.2 PCN e a Modelagem Matemática

Sendo nossa pesquisa na área de educação matemática aplicada ao ensino médio, não podemos deixar de falar dos (PCN’s) Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio e do (PCN+) Parâmetros Curriculares Nacionais Mais, que são documentos norteadores do ensino médio brasileiro. Verificamos que os dois documentos mencionam apresentação de modelos matemáticos pelos estudantes, como objetivo a ser alcançado, e que o estudo de matemática deve ser contextualizado com a realidade dos estudantes, neste sentido a investigação proposta contempla as competências descritas pelos PCN’s do Ensino Médio e do PCN+.

Segundo os PCN’s do Ensino Médio, o estudo de Matemática não pode se resumir em atividades como “resolva”, “calcule”, o ensino deve ser de uma forma mais abrangente, portanto:

> O currículo do Ensino Médio deve garantir também espaço para que os estudantes possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio histórica que está na origem desses temas. Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 2000, p.44).

A Modelagem Matemática trabalha com situações reais, onde os estudantes pesquisam, interpretam, questionam, discutem, apresentam suas conclusões (às vezes modelos matemático) ela se encaixa perfeitamente no ensino de matemática, no entanto não podemos deixar de trabalhar com os estudantes as atividades tradicionais dos nossos livros didáticos. Esta parte de entender a teoria e fazer exercícios e de muita importância no ensino de matemática. Algo que buscamos com o trabalho e a investigação proposta é avaliar o quanto ou até que ponto a modelagem matemática no ensino médio pode estimular o gosto pela matemática, mostrando que a matemática está presente em todo o seu redor e que é possível apresentar modelos para certas situações reais.

> Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações (BRASIL, 2000, p.40).

O PCN+, também menciona que o estudo de matemática, deve ser contextualizado, integrado e relacionado a outras áreas de conhecimentos, capacitando o estudante para compreender, interpretar e modelar situações reais, assim obterem suas próprias conclusões, também vindo de encontro a nossa pesquisa. O PCN+ é um documento mais detalhado em relação ao PCNs do Ensino Médio, ele fala que o estudo de função permite ao estudante adquirir a linguagem algébrica, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos de fenômenos.

Dentre os objetivos PCNs do Ensino Médio que os estudantes devem adquirir, temos alguns que se encaixam a nossa pesquisa, como:

> Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
> Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
> Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
> Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem Matemática (BRASIL, 2000, p. 43).

Como nossa pesquisa envolve conteúdos de função afim e exponencial, observamos que a maioria dos livros didáticos trabalham somente com a definição e com exemplos não reais. Em alguns casos até trabalham com a modelagem matemática, no entanto só depois definem qual função estamos estudando, o que impossibilita a associação dos estudantes entre os resultados de uma pesquisa feita por eles e algum conteúdo já estudado. Um exemplo clássico que encontramos nos livros didáticos é a modelagem do custo de uma corrida de táxi, onde os livros apresentam situações não reais, e os estudantes devem apresentar uma expressão matemática. Indo contra o pensamento dos pesquisadores da área de modelagem matemática, pois um dos objetivos dessa metodologia é tornar o estudante mais pesquisador e questionador. Outro ponto importante é que a maioria dos livros didáticos trabalham com conteúdo separados. Um exemplo é o estudo de função afim que poderia ser trabalhado junto com a progressão aritmética e o estudo de função exponencial com o de progressão geométrica e juros compostos, não seguindo a orientação do PCN+, que diz que esses conteúdos devem ser estudados juntos, para o estudo ser mais contextualizado. Sendo assim, a modelagem matemática pode unir a matemática à situação real, como pensa a pesquisadora Biembengut, pois:

> Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática (BRASIL, 2000, p.43).

Portanto, a nossa investigação está também de acordo com os documentos norteadores da educação básica brasileira (PCNs e PCN+), mostrando que a modelagem matemática pode ser uma maneira de trabalhamos com situações problemas reais, sem fugir dos conteúdos pré-determinados para um período letivo, só tendo o cuidado de planejar atividades para encaixar no conteúdo do período em questão, com isso a nossa investigação pode ajudar outros colegas a desenvolverem atividades com a intenção de motivar os estudantes.

1.1.3 Formação do Professor de Matemática em relação a Modelagem Matemática

Em relação à formação dos novos professores de matemática temos dois documentos norteadores, as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática (DCCM) de 2001 e as Referenciais Curriculares Nacionais dos Cursos de Bacharelado e Licenciatura (RCNCBL), esses documentos de modo geral falam que os cursos de Licenciatura em Matemática devem garantir aos seus egressos:

> Visão de seu papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos;
> Visão de contribuição que a aprendizagem da matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania;
> Visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presente no ensino-aprendizagem da disciplina (BRASIL, CNE/CES, 2001, p.3).

Em relação à elaboração dos currículos dos cursos de Bacharelado/Licenciatura em Matemática devem ser elaborados de maneira a desenvolver algumas competências e habilidades, dentre elas temos a habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema, ou seja, modelar situações reais.

Observamos também que Modelagem Matemática é um dos temas que devem ser abordados na formação do licenciado em matemática (RCNCBL, p. 79), sendo que isso não significando que as instituições de ensino superior devem oferecer uma disciplina que trabalhe exclusivamente com modelagem matemática, pois esse tema pode ser contemplado em alguma disciplina como Cálculo, Física, Álgebra, Geometria, ficando mais a critério do professor trabalhar dessa maneira.

Visto que não há obrigatoriedade de uma disciplina na graduação que trabalhe com modelagem matemática, a maioria dos formandos podem até conhecem essa metodologia, no entanto não aplicam em suas aulas pois a formação inicial é muito superficial, além disso, após a formação inicial (Licenciatura em Matemática) a grande maioria dos professores não conseguem continuar estudando por falta de tempo ou de oportunidade, pois a carga horária em sala de aula da maioria dos professores no Brasil é superior a 30 horas semanais. Assim os professores na sua grande maioria, preferem continuar trabalhando da maneira tradicional, professor explica e os estudantes reproduzem. Logo a nossa intenção é investigar o quanto podemos motivar também os professores a desenvolverem atividades em sala diferentes das aulas tradicionais, para com isso resgatar o gosto por parte dos estudante pela a matemática.

1.1.4 Modelagem Matemática no Ensino de Funções Afins e Exponenciais

Depois de visto alguns pensamentos e analisado os documentos norteadores do ensino de matemática, a nossa proposta é trabalhar com algumas situações problemas que quando modeladas gerem funções afins ou exponenciais. No entanto não deixaremos em aberto os temas das situações problemas, não faremos isso, pois no Ensino Básico brasileiro, temos conteúdos a serem desenvolvidos durante certo período letivo, além disso, esses conteúdos serão cobrados dos estudantes em exames de seleção como ENEM e Vestibulares. Sendo assim a nossa proposta é que devemos procurar situações problemas que se encaixem aos conteúdos pré-definidos para um determinado período letivo, não deixando livre o tema das atividades, como sugere os pesquisadores, o que utilizaremos deles (Bassanezi e Biembengut) são as etapas de construção de um modelo matemático e a criticidade em relação aos resultados de Burak.

Sendo assim a nossa intenção é aplicar situações problemas no segundo ano do ensino médio, no entanto, temos que encaixar a modelagem matemática a um conteúdo que deve ser trabalhado durante esse período letivo, no nosso caso, o conteúdo escolhido são as funções exponenciais.

Como se trata de uma metodologia que talvez a maioria dos estudantes ainda não conheça, as atividades iniciais serão aplicações de situações que gere funções afins, tendo em vista que esse conteúdo já foi ministrado no primeiro ano do ensino médio. Passando essa primeira fase de atividades, aplicaremos essa metodologia em situações que gere funções exponenciais, que é o principal objetivo do nosso trabalho, introduzir ou concluir um novo conteúdo de uma forma diferente da metodologia atual, uma metodologia onde os estudantes são agentes do conhecimento, pesquisando, interpretando e questionando.

Com isso exporto o nosso objetivo com esse trabalho, é que os estudantes depois das atividades adquiram as seguintes competências e habilidades:

> Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa;
> Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta;
> Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc.);
> Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema;
> Formular hipóteses e prever resultados;
> Selecionar estratégias de resolução de problemas;
> Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
> Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades;
> Discutir ideias e produzir argumentos convincentes;
> Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real;
> Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2000, p. 46).

Para isso, utilizamos os procedimentos de obtenção de um modelo matemático dos pesquisadores já comentados, com adaptações para a nossa realidade. Em algumas situações usaremos as etapas sugeridas por Biembengut, já em outro momento, as de Bassanezi, isso dependendo da atividade e do que queremos alcançar. Por exemplo, nas atividades onde não há pesquisa em internet utilizaremos as etapas de Bassanezi, já nas que envolvem a pesquisa na internet utilizaremos as de Biembengut. Adotaremos também as ideias de Burak e Barbosa na criticidade dos problemas. Portanto não vamos seguir fielmente o pensamento de um ou de outro pesquisador de modelagem matemática, iremos mesclar as suas etapas de acordo com a atividade escolhida pelo professor, ficando claro que os estudantes não terão a liberdade de escolha do tema das atividades.

Iniciamos nossa investigação com atividades que envolviam conhecimentos de função afim, com a intenção de apresentar essa metodologia aos estudantes, os quais na grande maioria nunca trabalharam dessa maneira, já as atividades que envolviam conteúdos de função exponencial, iniciamos com uma atividade teoricamente fácil, a qual os estudantes tinham de associar os resultados que coletaram na manipulação da atividade a uma progressão geométrica. E a última atividade, a mais complexa, trabalhando com uma situação problema para os estudantes apresentarem um modelo para o cálculo de juros composto, atividade com a intenção de finalizarmos o estudo de função exponencial e introduzir o estudo de juros compostos.

2 PLANEJAMENTO, DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE

Depois de conhecermos um pouco sobre modelagem matemática e de verificarmos a presença da mesma nos documentos norteadores da educação brasileira, planejamos algumas atividades para serem desenvolvidas junto com os estudantes, com a intenção de verificar a viabilidade de se trabalhar com essa metodologia no ensino básico. Então nessa secção, falaremos como as atividades foram planejadas, como foi o desenvolvimento das mesmas com os estudantes, e por fim faremos uma análise dos pontos positivos e negativos dessa metodologia.

2.1 Planejamento e Desenvolvimento das Atividades com a Modelagem Matemática

Diante de toda a pesquisa sobre modelagem matemática observamos que os pesquisadores Biembengut e Bassanezi, trabalham de maneiras bem parecidas na criação do Modelo Matemático, mudando praticamente só os nomes das etapas, por exemplo, a etapa de Interação de Biembengut equivale às etapas de Experimentação e Abstração de Bassanezi, a etapa de Matematização de Biembengut equivale a Resolução de Bassanezi e a etapa de Modelo matemático de Biembengut equivale a Validação e Modificação de Bassanezi, como no quadro abaixo.

Tabela de comparação das etapas de construção de um modelo matemático Biembengut/Bassanezi.

Biembengut		**Bassanezi**
- Interação	– Reconhecimento – Familiarização	- Experimentação - Abstração
- Matematização	– Formulação – Resolução	- Resolução
- Modelo Matemático	– Interpretação – Validação	- Validação - Modificação

Fonte: Criada pelo autor (2016).

Em relação às ideias de Burak, um ponto importante que observamos em suas pesquisas é o fato de não ser necessário a apresentação de um modelo matemático para se falar que estamos trabalhando com modelagem matemática. O importante é compreender as situações problemas de uma maneira crítica, onde os estudantes são o centro do processo ensino aprendizagem e tudo isso com a intenção maior de atrair os estudantes a gostarem de matemática.

Observamos também que no desenvolvimento das etapas para apresentação de um modelo matemático (Biembengut) ou na análise de uma situação problema (Burak), Sendo assim os temas das atividades serão propostos pelo professor de acordo com o conteúdo a ser trabalhado naquele momento, no nosso caso função exponencial, sendo que as duas primeiras atividades geraram funções afins, com a intenção de familiarização a esta metodologia.

Desta forma, na busca da investigação do trabalho desenvolvemos as atividades seguindo alguns “caminhos” para a obtenção de um modelo matemático. Sendo que o professor define o tema da atividade, em seguida os estudantes realizam uma pesquisa exploratória sobre o tema, podendo a mesma ocorrer no laboratório de informática (Atividades 1, 2, 5 do Apêndice B) e em outras atividades essa pesquisa será substituída pela a explicação dos procedimentos a serrem executados com os objetos concretos (Atividades 3 e 4 do Apêndice B). Passados esses dois momentos, os estudantes são direcionados a manipularem as informações colhidas na fase anterior, para isso são solicitados a apresentar tabelas e gráficos, os quais servem para os estudantes verificar o que está acontecendo com as informações colhidas e assim associar a algum conteúdo já estudado, com o objetivo maior de apresentar um ou mais modelos matemáticos para a situação em análise. Mas quando apresentar esse modelo matemático ainda devem verificar se o mesmo está correto, caso não esteja devem modificá-lo até conseguirem apresentar um modelo que represente a situação problema, como segue a tabela a seguir.

Metodologias para apresentação de um modelo matemático.
- Tema escolhido pelo professor.
- Pesquisa exploratório (Laboratório de Informática) / Orientação pelo professor o que dever ser feito em uma atividade concreta.
- Manipular as informações (confecção de tabelas e gráficos)
- Associar os resultados observados com algum conteúdo já estudado.
- Apresentar / Validar / Modificar o modelo apresentado.

Fonte: criada pelo o autor (2016).

Na busca do objetivo do trabalho que é investigar o quanto a metodologia contribuiu para o ensino de matemática, em especial para o aprendizado de função exponencial, desenvolvemos uma pesquisa diagnóstica (Apêndice A) que foi aplicada antes das atividades trabalhadas em sala de aula. Em seguida foram desenvolvidas as atividades (Apêndice B) com os estudantes utilizando os procedimentos para a apresentação de um modelo matemático com base nas etapas de Biembengut ou Bassanezi. Apesar das etapas desses pesquisadores serem praticamente idênticas, utilizaremos as etapas de Biembengut quando os problemas envolverem somente a pesquisa de informações na internet (Atividades 1,2 e 5), e as etapas de Bassanezi quando os problemas envolvam a manipulação de objetos (Atividade 3 e 4).

Quando pensamos nas atividades, tínhamos de planejar de acordo com a nossa realidade (estudantes desmotivados em relação ao estudo de matemática; conteúdos pré-definidos por conta de exames de seleção e parâmetros curriculares nacionais; pouco tempo a nossa disposição para o desenvolvimento de atividades), e com o objetivo também de tentar criar o gosto e o interesse dos estudantes ao estudo de matemática.

Por tudo isso exposto, planejamos atividades para serem executadas no ambiente escolar (sala de aula, laboratório de informática) utilizando no máximo dois horários (100 minutos), sobre mediação do professor, e os estudantes assumindo uma postura ativa no processo de ensino aprendizagem, pesquisando, manipulando e apresentando suas conclusões (modelos matemáticos).

Mas antes de aplicarmos as atividades, aplicamos um questionário diagnóstico (Apêndice A) com a intenção de verificarmos o conhecimento prévio dos estudantes sobre função afim e principalmente função exponencial, e o mesmo questionário diagnóstico foi reaplicado novamente no final das atividades, já com o objetivo de verificarmos o quanto a participação dos estudantes nas atividades contribuiu para melhorar a compreensão do estudo de função exponencial. Nesse questionário tinham duas questões de função afim e duas de função exponencial que serviram de base para o planejamento das cinco atividades propostas, no entanto no questionário diagnóstico não tinha somente questões que envolviam temas de matemática, tinham perguntas sobre a relação dos estudantes com o estudo em modos gerais, e algumas em relação ao estudo de matemática.

Sendo assim pensamos em desenvolver atividades aumentando o grau de dificuldades de uma para outra, a primeira atividade é uma questão clássica dos livros didáticos, sendo que a diferença é a pesquisa feita pelos estudantes e a análise das informações colhidas por eles, fazendo um caminho inverso dos livros didáticos que normalmente apresentam toda teoria e depois algumas aplicações de uma maneira que os estudantes não precisam pensar e nem manipular muito as informações para obterem o modelo matemático, só tem que associar o que cada variável representa e substituir na função em estudo. Observa-se que essa primeira atividade envolve conhecimento de função afim, conteúdo já estudado no 1º ano do ensino médio, então foi planejada com a intenção de apresenta a metodologia aos estudantes. Eles tinham de lembrar o comportamento do gráfico desse tipo de função, ou associar que os resultados encontrados na tabela com a definição de Progressão Aritmética, para assim apresentarem um modelo matemático para a situação problema.

A atividade de análise das contas de água/esgoto residencial do Distrito Federal (Atividade 2), foi planejada e desenvolvida de uma maneira que possibilitou a criticidade, trabalhamos tentando conscientizar o uso racional da água, mostrando que o governo adotou o uso de “faixa de consumo” com a intenção de “punir” o gasto excessivo. A nossa intenção além da questão ambiental era a apresentação de um ou mais modelos matemáticos e isso ocorreu naturalmente nessa atividade, surgindo até conteúdos que não tinham sido observados no planejamento feito pelo professor, no entanto isso não atrapalhou o desenvolvimento da atividade.

A atividade da gráfica de cartão de natal (Atividade 3) e a da Torre de Hanói (Atividade 4) foram planejadas e desenvolvidas com a manipulação de material concreto (que era um desejo de alguns estudantes, observado no questionário diagnóstico) para obterem as informações necessárias para a confecção das tabelas e gráficos e assim apresentarem um modelo matemático. Nestas eles tinham de manipular os objetos seguindo as orientações do professor. Na atividade 3, os estudantes tinham que associar os resultados encontrados a uma Progressão Geométrica (conteúdo estudado na série anterior, primeiro ano do ensino médio) sendo que normalmente os professores e os livros muitas das vezes não trabalham esses conteúdos juntos e muitas vezes nem comentam que Progressão Geométrica é uma aplicação de função exponencial. Na quarta atividade, os estudantes comparam os resultados colhidos com os resultados da atividade anterior (Atividade 3) e assim também apresentaram um modelo matemático. Essas duas atividades (Atividade 3 e Atividade 4) serviram para introdução ao estudo da função exponencial, mostrando a aplicabilidade da matemática em situações reais.

A atividade de juros compostos (Atividade 5) foi planejada e desenvolvida depois dos estudantes já terem o conhecimento sobre função exponencial e saberem também o comportamento do gráfico desse tipo de função, assim o nosso objetivo era que os próprios estudantes conseguissem apresentar um modelo matemático para o cálculo de qualquer situação que envolva juros compostos, e essa atividade serviu também de introdução ao estudo de juros composto.

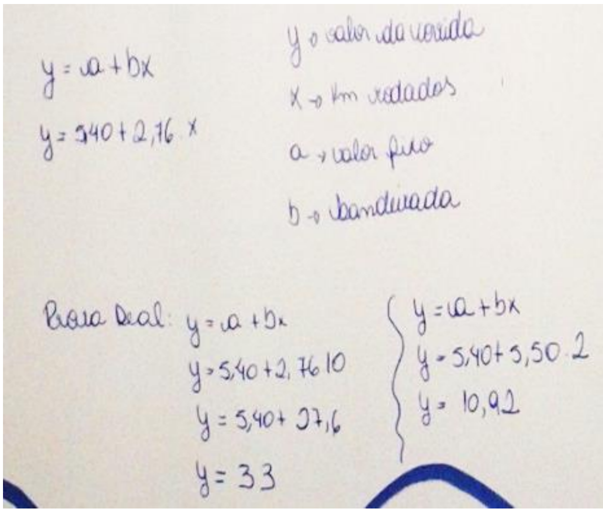
2.2 Análise do Desenvolvimento das Atividades em Relação à Proposta

A investigação proposta pelo trabalho foi realizada, praticamente, através da aplicação de cinco atividades e duas vezes o mesmo questionário diagnóstico (no início e no final da investigação). Comparando os questionários, observamos que teve uma melhora significativa em relação ao estudo de função exponencial, na primeira aplicação 95% dos estudantes não acertaram as questões que envolviam esse tema e quando foi reaplicado o questionário diagnóstico cerca de 70% acertaram as duas questões, além disso, eles passaram a se atentar a escrever o “significado” de cada variável. Outro ponto importante que observamos foi que na primeira aplicação, mesmo nas questões que envolviam função afim cerca de 65% dos que tentavam apresentar o modelo matemático não mencionavam o que cada variável representava e na reaplicação eles tinham o cuidado de escrever o significado de cada variável.

No desenvolvimento das atividades que envolviam conhecimento de função afim os estudantes não tiveram muita dificuldade para apresentarem um ou mais modelos matemáticos para a situação. A única dificuldade segundo os próprios estudantes foi, de interpretar as informações colhidas por eles, pois alguns nunca tinham feito uma pesquisa dessa maneira, onde o professor só questionava e eles tinham que entender o que realmente a situação problema tinha de informações relevantes, essa pesquisa que os estudantes realizavam não podia ser mais um “Ctrl c” e um “Ctrl v”. E nesse momento da atividade (pesquisa exploratória), assim como em todo o processo até a apresentação do modelo matemático o professor não respondia diretamente às perguntas dos estudantes, o mesmo solicitava para eles pesquisarem o que não tinham entendido.

Sendo assim, na primeira atividade, a qual utilizamos as etapas para apresentação de um ou mais modelos matemáticos da pesquisadora Biembengut, só depois que os estudantes entenderam as informações colhidas na pesquisa exploratória (Interação), que conseguiram apresentar uma tabela e um gráfico para a capital escolhida por eles (Matematização). Feito o gráfico, a maioria dos estudantes associaram que a situação problema se tratava de uma função afim, pois o gráfico tinha as caraterística dessa função, ficando fácil de associar que o valor da bandeirada era o coeficiente linear e o valor cobrado por quilômetro rodado era o coeficiente angular (Modelo Matemático).

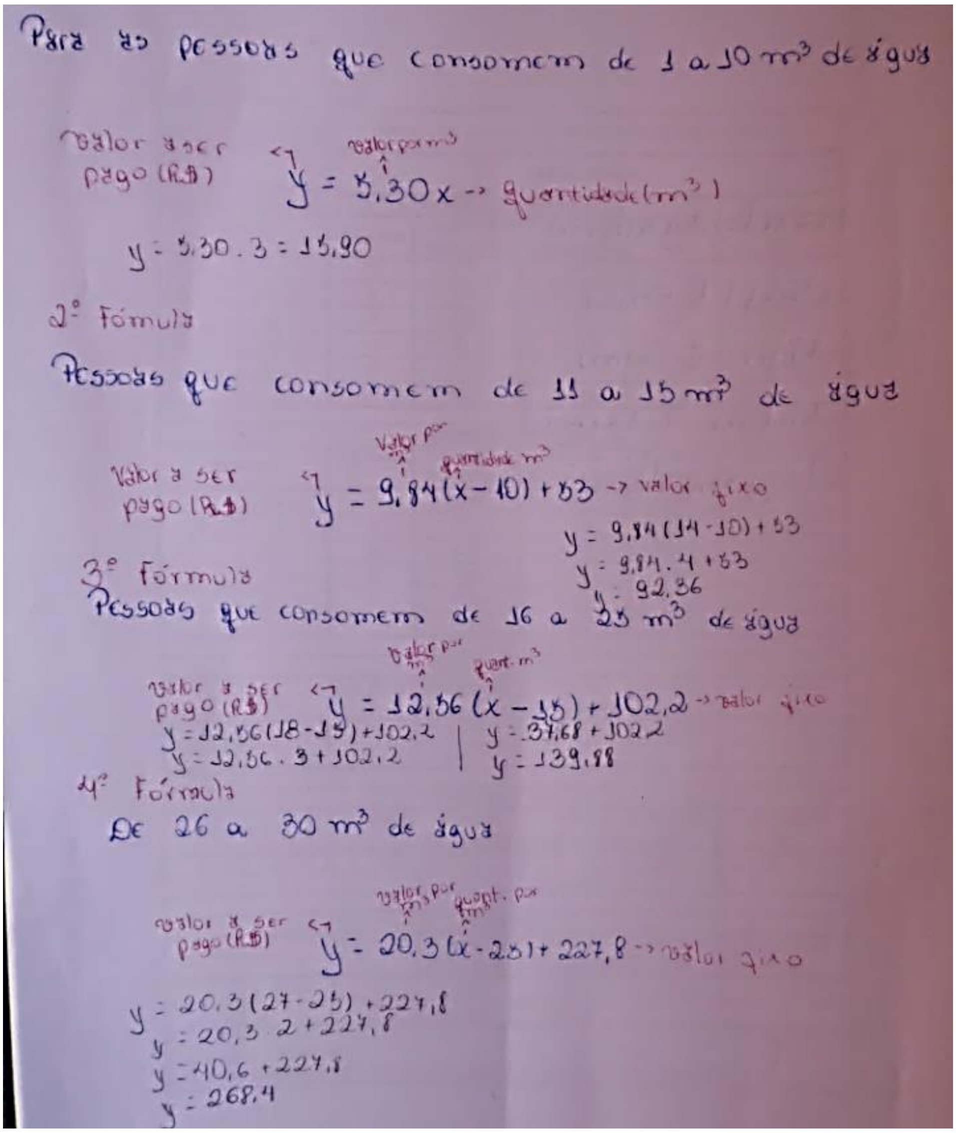
Figura 4: Expressão Matemática da Atividade 1.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Na segunda atividade, também utilizamos as etapas para apresentação de um ou mais modelos matemáticos da pesquisadora Biembengut. Os estudantes construíram a tabela sem dificuldade, no entanto ao construírem o gráfico verificaram que não representava somente uma função afim, o gráfico era composto de quatro funções afins, pois tinham observado na construção da tabela que cada faixa de consumo era uma Progressão Aritmética e os mesmos sabiam que esta é uma aplicação de Função Afim (Matematização). Com esse entendimento conseguiram apresentar as expressões matemática para todas as faixas de consumo sem muitas dificuldades (Modelo Matemático).

Figura 5: Expressão Matemática da Conta de Água/Esgoto Residencial do Distrito Federal.

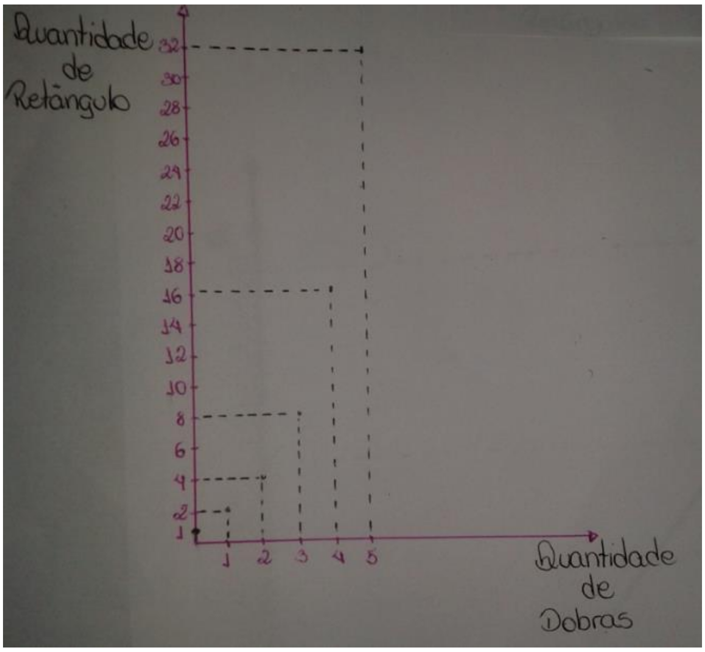


Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Como já mencionado as duas primeiras atividades serviram para os estudantes ter um contato direto com a modelagem matemática, de tal forma que manipulassem as informações até conseguirem apresentar um ou mais modelos matemáticos, propiciando uma participação mais ativa por parte dos estudantes e com pouca interferência do professor.

As atividades três e quatro serviram de introdução ao estudo de função exponencial, pois até esse momento os estudantes ainda não sabiam a definição e nem o comportamento do gráfico desse tipo de função. Começamos pela atividade da gráfica de cartão de natal (Atividade 3), a qual utilizamos as etapas para apresentação de um ou mais modelos matemáticos do pesquisador Bassanezi. Nesta os estudantes conseguiram confeccionar a tabela facilmente e marcar os pontos no plano cartesiano (Experimentação/Abstração).

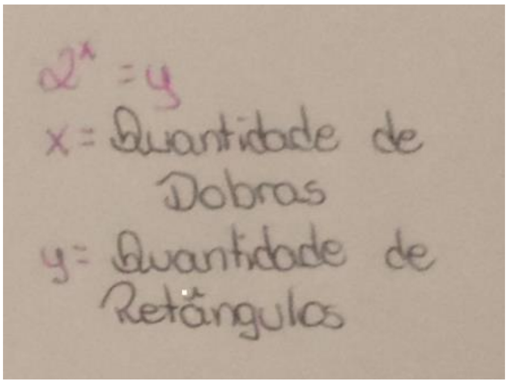
Figura 6: Gráfico da Atividade 3 " Gráfica de Cartão de Natal".



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Então instigamos os estudantes para apresentarem uma expressão matemática. Alguns tentaram apresentar uma expressão como se fosse uma função afim e outros estudantes como função quadrática (mesmo observando que o gráfico não representava esses tipos de funções). Solicitamos então para observarem qual era o padrão dos resultados obtidos na tabela e no gráfico (2, 4, 8, 16, 32). Alguns estudantes observaram que para obter o termo seguinte era necessário multiplicar o anterior por dois, chegando à conclusão que se tratava de uma Progressão Geométrica. Nesse momento questionamos o restante da turma se eles lembravam Progressão Aritmética e de Progressão Geométrica (conteúdo já estudado no primeiro ano do ensino médio). A maioria lembrava somente das definições de PA e PG e chegaram à conclusão que os resultados obtidos formavam realmente uma Progressão Geométrica de razão 2, no entanto não lembravam a “fórmula” do termo geral da PG, só lembravam que no termo geral da PG tinha um expoente como uma variável, e após algumas tentativas sem sucesso conseguiram apresentar um modelo matemático correto para a situação problema.

Figura 7: Expressão Matemática da Atividade 3 "Gráfica de cartão de Natal".

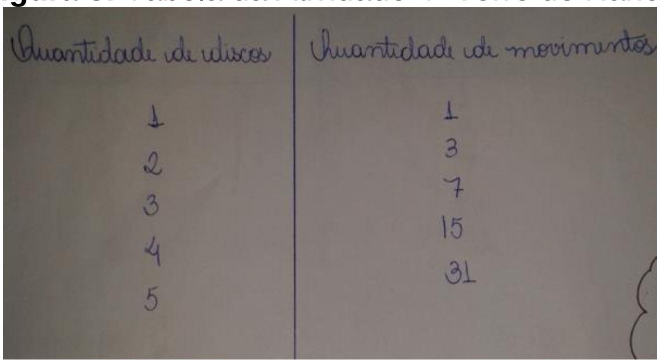


Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Durante o desenvolvimento da atividade 4, a qual utilizamos as etapas para a apresentação de um ou mais modelos do pesquisador Bassanezi, quando apresentamos a história da Torre de Hanói, os estudantes ficaram surpresos e ansiosos para começar a “brincar”, a maioria deles já conheciam esse jogo e suas regras de transferir os discos (movimentando um disco por vez e nunca colocando um disco maior em cima de um menor). No entanto eles não contavam as quantidades de movimentos que executavam, jogavam em relação ao tempo, ganhando quem transferisse os discos mais rápidos. Para não gerar dúvidas durante o restante da atividade explicamos as regras de transferência dos discos para os estudantes que ainda não conheciam, deixamos a turma manipular o jogo por cerca de uns cinco minutos (Experimentação). Passada esse momento de interação com o jogo, informamos aos estudantes que por trás desse jogo existe uma matemática que seria analisada por eles, instigamos então a pensarem se existe uma quantidade mínima de movimentos para transferir os discos de um pino para outro obedecendo às regras. A maioria dos estudantes achou que sim, então solicitamos para completassem à tabela que tínhamos elaborado.

Quando começaram a analisar a quantidade mínima de movimentos necessários para transferir os discos não tiveram dificuldade em determinar a quantidade de movimento mínimos para um, dois, até três discos, mas para quatro discos, cada grupo apresentou inicialmente uma quantidade diferente. Então solicitamos para continuarem jogando, até que um grupo conseguiu apresentar a quantidade correta, e em seguida solicitamos para analisarem com cinco discos. Com esse quantitativo de discos demoraram bastante tempo para determinar, mas conseguiram completar a tabela.

Figura 8: Tabela da Atividade 4 "Torre de Hanói"

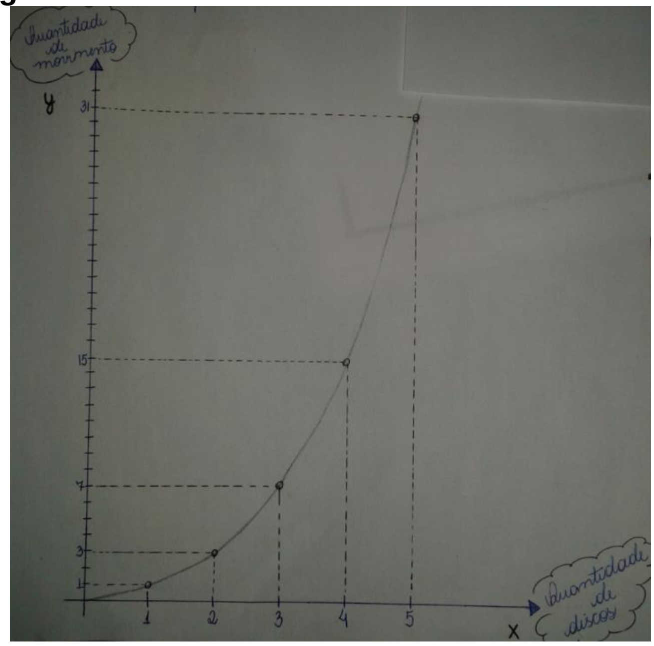


Quantidade de discos	Quantidade de movimentos
1	1
2	3
3	7
4	15
5	31

Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Feita a tabela, requisitamos para construíssem um gráfico no plano cartesiano, onde o eixo das abcissas representava a quantidade de discos, e o eixo das ordenadas representava a quantidade de movimentos mínimos necessários para transferir os discos de um pino para outro, para isso eles não tiveram dificuldade de marcar os pontos no plano cartesiano e traçar a curva, pois associaram o gráfico com o da questão anterior (Abstração).

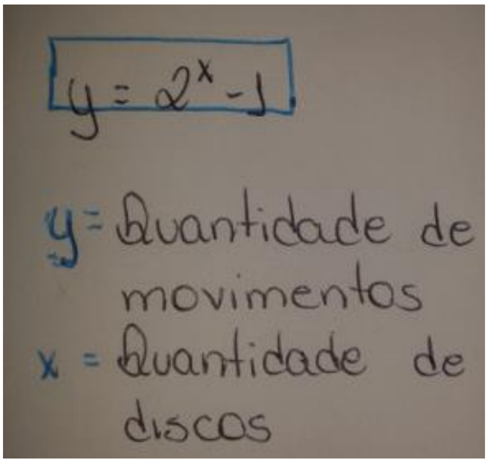
Figura 9: Gráfico da Atividade 4 " Torre de Hanói".



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

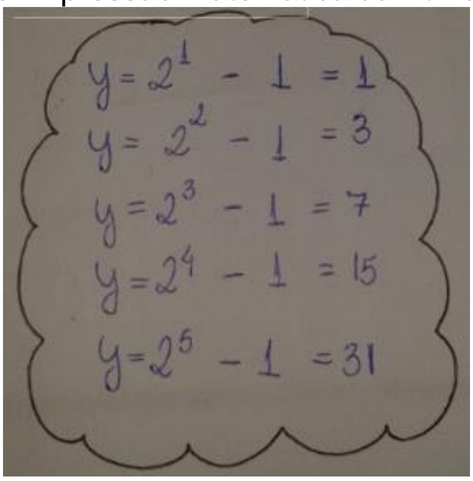
Logo em seguida, instigamos os estudantes a apresentar um modelo matemático (Resolução), e eles tiveram muita dificuldade. Então orientamos a observar os resultados da aula anterior (Atividade 3 do Apêndice B), solicitamos para compararem a tabela e o gráfico das atividades e logo eles observaram que a diferença entre as informações da atividade atual e a anterior era de uma unidade a menos em relação aos resultados obtidos. Sendo assim conseguiram apresentar o modelo matemático e verificaram se o mesmo estava correta em relação à tabela e o gráfico apresentado por eles (Validação).

Figura 10: Expressão Matemática da Atividade 4 "Torre de Hanói".



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Figura 11: Validação da Expressão Matemática da Atividade 4 "Torre de Hanói"



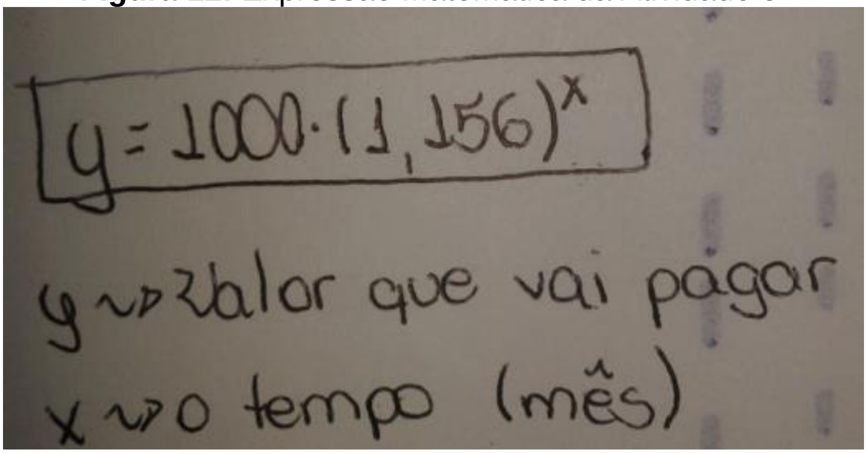
Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Depois desse momento de apresentar uma situação real para introduzir um novo conteúdo, tivemos que formalizar o que é função exponencial, analisando o comportamento do gráfico e associando que progressão geométrica é uma aplicação de função exponencial. Dessa maneira conseguimos alcançar um dos objetivos da nossa investigação, introduzir um conteúdo de uma maneira mais contextualizada, partindo de situações problemas para só depois definir de uma maneira formal o que é necessário.

No desenvolvimento da atividade cinco, a qual utilizamos as etapas para apresentação de um ou mais modelos matemático da pesquisadora Biembengut, os estudantes já conheciam a definição de função exponencial e já tinham feito uma quantidade significativa de exercícios. Iniciamos a atividade apresentando a situação problema e encaminhando os estudantes ao laboratório de informática para realizarem a pesquisa no *seti* do Banco do Brasil e logo surgiu um questionamento, se a taxa de juros mensal para um correntista é de 15,6%, por que a taxa anual não é 187,2% (ou seja, multiplicar o 15,6% por 12). Um estudante comentou que era juros sobre juros que tinha ouvido falar em sua residência, dando o seguinte exemplo: uma dívida de R$100 hoje a qualquer banco a taxa de juros de 10% ao mês depois de 3 meses a pessoa não estará devendo somente R$ 130, estará devendo bem mais e apresentou os seguintes valores: hoje R$ 100, 1º mês R$110, 2º mês R$121 e no 3º mês R$133,10. Como a grande maioria dos estudantes não tinha o conhecimento da “definição” de juros compostos tivemos que definir de uma maneira informal esse assunto (Interação).

Feita essa definição os estudantes não tiveram dificuldade de apresentar a tabela e o gráfico (Matematização). A grande dificuldade veio no momento de apresentarem a expressão matemática, eles sabiam que se tratava de uma situação de função exponencial devido às contas feitas para apresentarem a tabela e o gráfico que confeccionaram, mas mesmo assim tiveram dificuldades em apresentar o modelo matemático. Depois de certo tempo de tentativas frustradas um estudante observou que para obter o valor do segundo mês em atraso, era necessário multiplicar o valor inicial da dívida (R$1.000,00) por 1,156 duas vezes, e para o terceiro mês 1,156 três vezes, e assim por diante, logo eles associaram que a expressão matemática seria (Modelo Matemático):

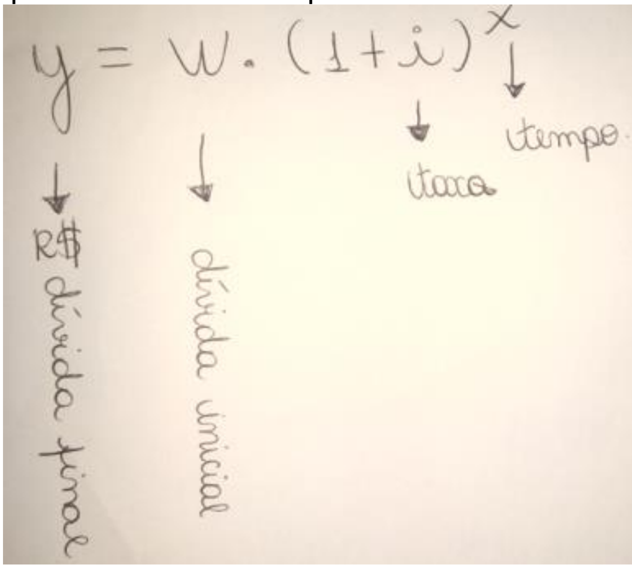
Figura 12: Expressão Matemática da Atividade 5.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Apresentada essa expressão matemática para esse caso particular chegou o momento de generalizar a expressão, pois a mesma só vale para essa situação (dívida de R$1000,00 a taxa de 15,6% ao mês). Questionamos o que poderia variar no modelo apresentado por eles, de imediato falaram o que mais poderia variar além do tempo e do valor atualizado a ser pago, era o valor inicial da dívida e a taxa de juros, e assim conseguiram apresentar um modelo matemático após algumas tentativas.

Figura 13: Expressão Matemática para o Cálculo de Juros Compostos.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Nesse momento aproveitando que eles tinham apresentado uma expressão matemática para o cálculo de juros composto, apresentamos a “fórmula” do cálculo de juros compostos de uma maneira mais formal, mostrando a nomenclatura e o significado de cada incógnita.

$$M = C.(1+i)^n$$

M→ Montante / Valor Futuro;

C→ Capital / Valor presente;

i→ Taxa de juros;

n→ Tempo

Apresentado o modelo matemática para o caso particular e um geral para qualquer situação de juros composto, voltamos na questão, por que a taxa de juro anual não é 187,2%. Por conseguinte os estudantes entenderam que para obterem a taxa anual de juros compostos deveria realizar o seguinte cálculo:

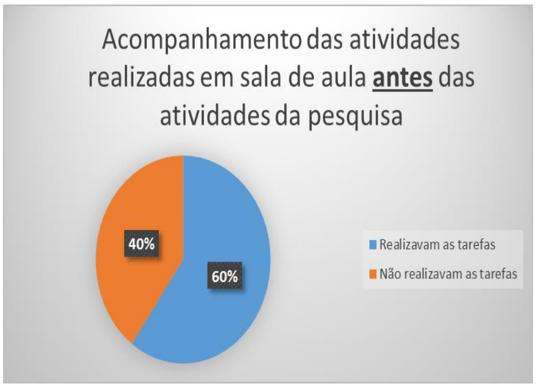
$$(1,156)^{12} - 1 = 4,695.$$

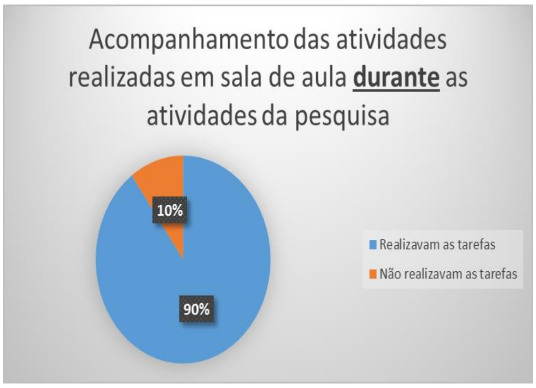
Assim finalizamos as aplicações das atividades, de uma maneira contextualiza e prática, diferente maioria das aulas tradicionais de matemática, sendo que não deixamos de fazer exercício dos livros didáticos e não deixamos também de definir o que era necessário de uma maneira mais formal, pois isso também é necessário na formação do estudante.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

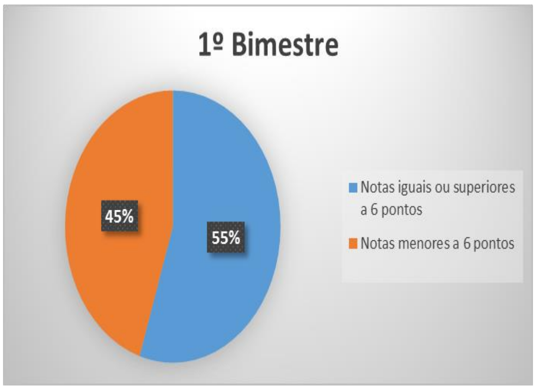
Diante do propósito do trabalho de investigar sobre a metodologia de modelagem matemática e observando a análise feita sobre toda a pesquisa, tivemos pontos positivos e negativos. Observamos quando aplicamos as primeiras atividades que os estudantes ficaram um pouco assustados, e tivemos de fazer uma orientação grupo a grupo (explicando passo a passo o que os grupos deveriam fazer em cada momento da atividade, orientando a pesquisar, confeccionar as tabelas e gráficos, apresentar e validar um ou mais modelos para os problemas propostos) com muita calma e sempre tentando motivá-los. Os estudantes só começaram a ter mais interesses por essas aulas “diferentes” quando viram que poderiam apresentar expressões matemática (modelos matemáticos) para uma determinada situação real, assim sempre na aula seguinte alguns perguntavam se tínhamos preparado alguma situação real para eles apresentarem um modelo matemático.

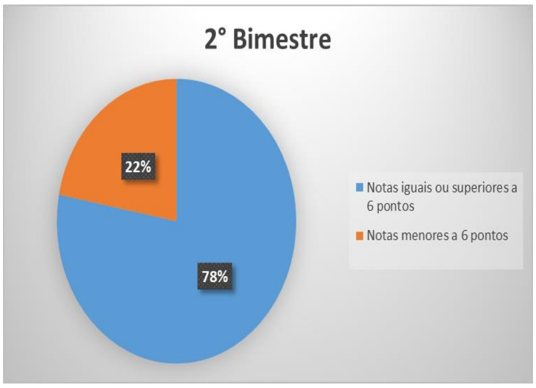
Em relação ao comprometimento dos estudantes em realizar as tarefas em geral, observamos que os estudantes que normalmente não faziam as tarefas propostas começaram a realizá-las. Isso foi observado através do acompanhamento individual, sempre feito pelo professor, das tarefas realizadas pelos estudante durante as aulas, mesmo antes da aplicação dessa metodologia. Antes das atividades propostas pela pesquisa, uma grande parte dos estudantes nem tentavam desenvolvê-las e a partir da aplicação da metodologia de modelagem teve uma melhora significativa da quantidade de estudantes que passaram a desenvolver as atividades, conforme mostra os gráficos abaixo.





Além de uma participação mais efetiva por parte dos estudantes nas atividades propostas em um todo, eles tiveram um aproveitamento bem satisfatório no bimestre em comparação ao anterior, conforme mostra os gráficos abaixo.





Porém, durante o desenvolvimento das atividades surgiram conteúdos e questionamentos que não tinham sido planejados pelo professor. A segunda atividade, por exemplo, a qual envolvia conhecimento de função afim, durante o processo de análise e manipulação das informações foi observado pelos estudantes que as “faixas de consumo” nada é mais do que o domínio de uma função na vida real. Mostrando com isso que mesmo as atividades sendo planejadas podem surgir conteúdos ou questionamentos que não foram previstos pelo professor, e o mesmo tem que ter a consciência que isso pode ocorrer.

Portanto, as atividades desenvolvidas fizeram os estudantes pensar e não só reproduzir o que o professor explicou, eles tinham de pesquisar, entender, analisar, criticar, questionar, investigar de uma maneira ativa, sem que o professor entregasse tudo pronto, aumentando assim a participação nas atividades. Observamos também que os estudantes passaram a ter menos vergonha em interagir com o professor e entre eles. Então esses foram os pontos positivos observados (maior interesse dos estudantes em relação as aulas de matemática, melhor rendimento escolar, estudantes mais motivados, interação dos estudantes com o professor e entre eles).

No entanto, durante o planejamento e desenvolvimento das atividades tivemos também pontos negativos, tais como: o tempo para planejamento das atividades (a maioria dos professores do ensino básico no Brasil tem carga horária semanal de no mínimo 30 horas em sala, isso atrapalha tanto na execução das atividades como no planejamento das mesmas); o tempo para o desenvolvimento das atividades com os estudantes (temos somente 3 horários por semana para trabalhar com o ensino de matemática em cada turma), estrutura física da escola (poucos laboratórios de informática), falta de material (na atividade da Torre de Hanói, por exemplo, o professor teve de confeccionar o material com recursos próprios), a quantidade de estudantes em sala (mais de 40 estudantes, o que dificulta o trabalho em grupo), a formação do professor de matemática (muitos colegas nunca participaram nem como estudante de aulas utilizando essa metodologia).

Logo, essa investigação proposta não pode ficar guardada, as atividades que foram desenvolvidas, podem e devem ser aplicadas em outras turmas e por outros professores, com algumas adaptações caso necessário. E também podem servir de base para planejamento de atividades que envolvam outros conteúdos, como por exemplo situações problemas que quando modeladas necessite de conhecimentos de função quadrática, a qual será a continuidade da minha pesquisa em modelagem matemática.

Com tudo isso exposto acreditamos que a modelagem matemática pode auxiliar o ensino de matemática, principalmente na introdução e finalização de certos conteúdos, utilizando atividades aplicadas a situações problemas reais em um sentido geral, não se restringindo ao estudo de função afim e exponencial que foram os nossos conteúdos escolhidos para essa investigação. Essa metodologia não pode substituir totalmente as aulas tradicionais de matemática, pois até os PCNs mencionam a necessidade da aplicação de exercícios de fixação, e também não podemos deixar de lado os conteúdos programáticos para ficar modelando qualquer situação problema, portanto temos de encaixar a situação problema ao conteúdo que deve ser desenvolvido no determinado período letivo. Proporcionando um melhor aprendizado a partir de uma mescla de metodologias de ensino.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, Maria Satett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática.** Blumenau: FURB, 1999.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática** (DCCM) de 2001. Disponível em: http://www.mat.ufmg.br/~syok/diretrizes/. Acesso em: 10, maio, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação Secretaria de Educação Superior. **Referenciais Curriculares Nacionais dos Cursos de Bacharelado e Licenciatura (RCNCBL).** Brasília – Abril de 2010. Disponível em: http://www.dca.ufrn.br/adelardo/PAP/ReferenciaisGraduacao.pdf. Acesso em: 03, junho, 2016.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. http://www.portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf - Acesso em 03/10/2016.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio**. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/linguagens02.pdf - Acesso 10/03/2016.

BURAK, Dionísio; ARAGÃO, Rosália M. R. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa.** Curitiba: CRV, 2012.

REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso. Realidade: uma aproximação através da modelagem matemática. Reality: an approach through mathematical modeling. **Revista de Modelagem na Educação Matemática** 2010, Vol. 1, No. 1, 2-9.

ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática**: as discussões dos alunos. Tese de Doutorado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Campus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2002.

ARRUDA, Alexandre Goulart. Ensino de juros compostos, progressão geométrica e função exponencial. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2013. 134p.

BARBIERI, Daniela Donisete; BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática**: ações e interações no desenvolvimento de um tema. UEPG – Universidade Estadual de Ponta Grossa. 2008. Disponível em: http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-50-45.pdf. Acesso em: 29, maio, 2016.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24. 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati,** n. 4, p. 73- 80, 2004.

BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24., 2001, Caxambu. *Anais*... Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BRUCKI, Cristina Maria. **O uso de modelagem no ensino de função exponencial.** Dissertação – Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2011.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática:** avanços, problemas e desafios**.** II Encontro Paranaense de Modelagem Matemática e Educação Matemática. Mesa redonda. Universidade Estadual do Centro –Oeste – UNICENTRO Guarapuava – PR Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG Ponta Grossa – PR. 2008.

BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. Atividades de Modelagem Matemática no Ensino Fundamental. III Encontro Paraense de Modelagem em Educação Matemática. 6 a 8 de novembro, 2008. Disponível em: http://www.unicentro.br/editora/anais/iiiepmem/minicursos/MC_5_638-655.pdf. Acesso em: 30, maio, 2016.

CIPRIANO, Tatiana Soares. **Modelagem matemática como metodologia no ensino regular**: estratégias e possibilidades. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Seropédica, 2013.

COSTA, Helisângela Ramos da. A modelagem matemática através de conceitos científicos. **Ciências & Cognição**, 2009, Manaus, v .14 (3): 114-133.

MESQUITA, Karin Andressa P. da Cunha**. Modelagem Matemática: Uma alternativa para o ensino de Funções Exponenciais e Logarítmicas.** Departamento de Matemática - UFPR 019081-980, Curitiba, PR, Brasil. 14 de maio de 2013.

OLIVEIRA, Antônio Josimário Soares. **O ensino e a aprendizagem de função exponencial em um ambiente de modelagem matemática**. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal Rural do Semiárido. Mossoró, 2013.

OLIVEIRA, Cristina Coppe; Marim, Vlademir. **Educação Matemática**: contextos e práticas docentes. São Paulo: Alínea, 2010.

OLIVEIRA, Michelle Noberta Araújo de. **Análise da contextualização da função exponencial e da função logarítmica nos livros didáticos do ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia. Campina Grande, 2014. 118 p.

POSTAL, Rosane Fátima; HAETINGER, Claus; DULLIUS, Maria Madalena; SCHOSSLER, Daniela Cristina. Atividades de Modelagem Matemática Visando-se a Uma Aprendizagem Significativa de Funções Afins, Fazendo Uso do Computador Como Ferramenta de Ensino. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.4, n.1, p.153-173, maio, 2011.

RIBEIRO, Flávia Dias; **Matemática e Física***:* Jogos e Modelagem na Educação Matemática. Curitiba: IBPEX, 2008.

SILVA, Antonio Marcos de Oliveira. **Modelagem na educação matemática**. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal Rural do Semiárido. Mossoró, 2013.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - PROFMAT
MESTRADO: “MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA NO ENSINO DE FUNÇÕES AFINS E FUNÇÕES EXPONÊNCIAIS”
PESQUISADOR: RICARDO NOGUEIRA VIANA NARCIZO
MATRICULA: 20140055
ORIENTADOR: PROF. DR. PORFÍRIO AZEVEDO DOS SANTOS JÚNIOR.

Caro estudante,

Este questionário visa coletar dados para nossa pesquisa sobre: Como “MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA NO ENSINO DE FUNÇÕES AFINS E FUNÇÕES EXPONÊNCIAIS”, podem auxiliar de maneira significativa no processo de ensino aprendizagem de matemática? Lembrando que todos os dados da pesquisa ficaram em sigilo.

NOME: ____
IDADE: _____________
SÉRIE:______________

01. Você gosta de estudar?
(   ) Sim   (   )Não
Por quê?
____
____
____
____
____

02. Qual disciplina você mais gosta? O que te atraí nessa disciplina?
____
____
____
____
____

03. Durante a sua vida escolar, em algum momento, as aulas de matemática foram através de pesquisa e interpretação de situações reais do nosso cotidiano?
(   ) Sim   (   )Não
Se sim, o que chamou sua atenção nessas aulas?
____
____

____

04. Como você gostaria que fossem as aulas de matemática?

05. Você gostaria que no ensino de matemática fossem utilizadas situações do nosso cotidiano, onde o estudante, com o auxílio do professor possa interpretar e analisar a “matemática” existente nestas situações?

( ) Sim ( ) Não

Por quê?

06. Você gostaria que o ensino de matemática fosse com atividades aplicadas a situações reais?

( ) Sim ( ) Não

Se sim, em qual ou quais situações reais você gostaria de estudar?

07. Você gostaria de participar mais das aulas de matemática, pesquisando situações problemas, questionando, argumentando, apresentando suas conclusões?

( ) Sim ( ) Não

Por quê?

08. Você discute com o professor as dificuldades em relação ao conteúdo?

( ) Sim ( ) Não

Se não, o que impede de dialogar sobre as suas dificuldades?

09. O que você tem mais dificuldade?
(   ) Assimilar o conteúdo.
(   ) Interpretar as atividades
(   ) Efetuar cálculos

Atividade de verificação:

01. Um vendedor de roupas recebe mensalmente R$ 810,00 fixo e mais 2% sobre o valor das vendas, em um determinado mês ele vendeu R$ 8.500,00.

    a) Quanto foi o salário desse vendedor?

    b) Apresente uma expressão matemática que expresse essa situação.

    c) Você teve dificuldade em calcular o salário do vendedor, neste determinado mês? Se sim, por qual motivo?

02. Estou em Brasília, a 30 km de casa, e hoje está acontecendo uma paralização dos ônibus coletivos, e tenho duas possibilidades de ir para casa, de “moto táxi” ou de “táxi convencional”, de moto táxi o valor da corrida é R$25,00 e só posso ir sozinho. Já de táxi convencional o valor da bandeirada (valor pago só por entrar no táxi) é R$ 7,00 e mais R$ 2,50 por quilômetros rodados e posso dividir o valor total da corrida com meus dois amigos, que moram na minha rua.

    a) Qual desses meios de transporte é mais vantajoso para eu ir para casa? Por quê?

    b) Apresente uma expressão matemática que expresse a situação do táxi convencional, desconsiderando que o valor a ser pago será dividido entre os passageiros, ou seja, como é a expressão que calcula o valor de uma corrida qualquer.

c) Quando você criou a expressão matemática, você teve o cuidado de escrever o que significa cada variável da expressão matemática?

03. Um investidor aplica R$ 5.000,00 a uma taxa mensal de 2% ao mês, em capitalização composta, ou seja, a cada mês será aplicado à taxa de 2% em relação ao valor do mês anterior.

a) Qual será o valor a ser resgatado, ou seja, que o investidor tem direito de receber de volta, no final do terceiro mês?

b) Apresente uma expressão matemática que expresse essa situação.

c) Qual foi a sua dificuldade nessa questão?

04. Um pesquisador observou que uma população de bactérias cresce 10% ao dia, em relação ao dia anterior. Se atualmente a população é de 100.000 bactérias.

a) Complete a tabela que represente a situação para os 5 primeiros dias.

Hoje	**1º dia**	**2º dia**	**3º dia**	**4º dia**	**5º dia**
100.000					

b) Qual será a população de bactérias após 8 dias?

c) Apresente uma expressão matemática que expresse a situação descrita.

d) Caso você não tenha respondido essa questão, foi por que você não conseguiu compreender o enunciado da questão? Ou foi por que a questão envolve algum conteúdo ainda não estudado por você?

APÊNDICE B - PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES

No desenvolvimento das atividades utilizamos as etapas de construção dos pesquisadores Biembengut e Bassanezzi, sendo que usamos as etapas de Biembengut quando os problemas envolviam somente pesquisa das informações, e as etapas de Bassanezzi quando o problema envolvia além da pesquisa a manipulação da situação. Sendo assim o nosso objetivo com essas atividades foi que os estudantes conseguissem:

> - Transcrever proposições matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
> - Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc.).
> - Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
> - Formular hipóteses e prever resultados.
> - Selecionar estratégias de resolução de problemas.
> - Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
> - Descrever e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
> - Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção de uma situação real.
> - Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.
> PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio):

ATIVIDADE 1

Como é calculado o valor de uma corrida de Táxi em uma capital brasileira?

Verificar o valor cobrado pelos os taxistas em algumas capitais brasileiras (Brasília, Rio de Janeiro, São Paulo, Belo Horizonte, Salvador, Fortaleza, Porto Alegre, ...).

Desenvolvimento:

No desenvolvimento dessa atividade, utilizaremos as etapas de construção de um modelo matemático baseado nas ideias de Biembengut, sendo que essa situação problema foi pré-selecionado pelo professor. Escolhemos essa situação problema, pois sabemos que ao modelar gerará uma ou mais funções lineares, assunto que já foi estudado pelos estudantes na série anterior.

Interação (reconhecimento da situação-problema e familiarização)

Para o reconhecimento da situação-problema e familiarização os estudantes deverão fazer:

- Uma pesquisa via internet, do valor cobrado pelos taxistas em uma capital do Brasil, (Cada grupo deve escolher capitais diferentes);

- Uma verificação se há valor cobrado diferenciado por algum motivo em especial, na mesma capital.

- Construção de uma ou mais tabelas que representa o valor pago quando se percorre de 1 km a 20 km.

- Construção um gráfico no plano cartesiano, onde o eixo das abscissas represente a quilometragem e o eixo das ordenadas o valor a ser pago, para essa construção eles utilizaram as informações da tabela construída anteriormente.

Matematização (formulação do problema e resolução)

Para a formulação do problema e resolução os estudantes devem construir uma ou mais expressões matemática para a situação escolhida pelo grupo, lembrando que devem escrever o que representa cada variável.

Modelo matemático (avaliação do modelo matemático)

Criado o modelo matemático, na etapa de matematização, agora é o momento de avaliação do modelo matemático.

Após construir e avaliar o modelo matemático cada grupo apresentará de modo simplificado a situação e o modelo obtido para o restante da turma.

Papel do Professor:

1) Separar os estudantes em grupos com quatro ou cinco estudantes.

2) Levar os estudantes ao laboratório de informática para pesquisarem o valor cobrado pelos taxistas em uma capital brasileira.

3) Pedir para os estudantes anotarem as informações de uma maneira que possam compreender como é calculado o valor da corrida e de onde retiraram essa informação.

4) Orientar os estudantes para observarem se existe alguma taxa em especial, como período noturno ou fim de semana.

5) Solicitar aos estudantes para construírem uma ou mais tabelas com as informações observadas, essas tabelas retratando a situação de quem percorre de 1 km a 20 km.

6) Pedir para construírem um gráfico no plano cartesiano, onde o eixo das abscissas represente a quilometragem e o eixo das ordenadas o valor a ser pago, para essa construção eles podem usar as informações das tabelas construídas anteriormente.

7) Solicitar que apresentem uma ou mais expressões matemática que expresse a solução do problema.

8) Instigar os estudantes para que verifiquem se a expressão está correta, em relação aos dados fornecidos.

9) Solicitar um pequeno relatório ao grupo de como foi à atividade e quais foram as principais dificuldades.

10) Convidar um membro do grupo para apresentar a situação analisada para o resto da turma.

O papel do professor é acompanhar cada grupo, motivando, orientando e fazendo questionamentos que orientem e direcionem os estudantes para a solução da atividade.

ATIVIDADE 2

Como é calculada a conta de água e esgoto residencial?

Como é feito o cálculo da conta de água e esgoto residencial no Distrito Federal (Caesb)

Desenvolvimento:

No desenvolvimento dessa atividade, utilizaremos as etapas de construção de um modelo matemático baseado nas ideias de Biembengut, sendo que essa situação problema foi pré-selecionada pelo professor. Escolhemos essa situação problema, pois sabemos que ao modelar a situação problema gerar-se-á uma ou mais funções lineares, assunto que já foi estudado pelos estudantes na série anterior.

Interação (reconhecimento da situação-problema e familiarização)

A interação é o momento onde os estudantes conhecem a situação-problema e familiarizam com as informações. Para que isso ocorra o professor irá:

- Solicitar que os estudantes tragam uma conta de água recente, para ser analisada pelo seu grupo.

- Caso os dados fornecidos pela companhia não forem suficiente para análise de como é feito o cálculo da conta de água e esgoto, fazer uma pesquisa via internet para obter mais informações.

- Pedir para que os estudantes verificaquem se em uma residência onde gasta bastante água, tem algum desconto ou acréscimo por causa desse gasto? Questionar por que motivo há esse desconto ou acréscimo.

- Requisitar os estudantes para verificarem se há cobrança diferenciada por algum motivo especial, família de baixa renda, indústria, comércio. Questionar se esse valor cobrado com desconto ou acréscimo tem algum motivo?

- Construir uma tabela e um gráfico que associe o valor pago pelo consumidor que utilizar de 1m³ até 30m³ de água/esgoto.

Caso no grupo existam estudantes do Distrito Federal e do Entorno de Brasília, o grupo deverá fazer o gráfico, tabela e modelo matemático das duas regiões.

Matematização (formulação do problema e resolução)

É o momento no qual os estudantes apresentaram uma ou mais expressões matemática para a situação analisada pelo grupo.

Modelo matemático (avaliação do modelo matemático)

Momento de verificar a validade do modelo, se ele está correto.

Papel do Professor:

1) Separar os grupos com quatro ou cinco estudantes.

2) Pedir para os estudantes trazerem uma conta de água e esgoto recente.

3) Caso as informações nas contas forem insuficientes para a análise e entendimento de como é feito o cálculo a ser pago, levar os estudantes ao laboratório de informática para que façam uma pesquisa nos *sites* das companhias do Distrito Federal (DF) e do Entorno do DF, pois temos estudantes dessas duas localidades e é importante que saibam como é o cálculo de sua residência. Caso no grupo haja somente estudantes de uma das localidades devem analisar somente a situação em relação a sua residência.

4) Solicitar aos estudantes que anotem, salvem e tirem fotos de tudo que acharem importante para a análise do cálculo, que anotem também de onde estão retirando essas informações.

5) Pedir para construírem uma tabela, onde devam constar os valores de quem gasta de $1m^3$ à $30m^3$ de água.

6) Pedir para construírem um gráfico no plano cartesiano, onde o eixo das abscissas represente a quantidade consumida em m^3 de água e o eixo das ordenadas o valor a ser pago em reais.

7) Solicitar que apresentem uma ou mais expressões matemática para a situação analisada e para isso utilizar como auxilio a tabela e o gráfico, lembrando que caso o grupo tenha estudantes do DF e do Entorno devem apresentar a expressão matemática para as duas regiões.

8) Verificar se as expressões matemática que eles apresentaram estão corretas.

9) Pedir para que façam um pequeno relatório com as principais dificuldades que encontraram nessa atividade.

10) Convidar um membro do grupo para apresentar a expressão matemática, o gráfico e a tabela que construíram para o resto da turma.

O papel do professor é acompanhar cada grupo, motivando, orientando e fazendo questionamentos que orientem e direcionem os estudantes para a solução da atividade.

ATIVIDADE 3

Gráfica de cartão de natal.

Uma gráfica pretende confeccionar cartões de natal de vários tamanhos, sendo que sua matéria prima são cartolinas brancas, o gerente dessa gráfica solicitou a um funcionário que dobrasse a cartolina ao meio antes de cortar, nesse momento o funcionário observou que foram formados dois retângulos, e decidiu dobrar novamente ao meio e observou que agora foram formados quatro retângulos, e foi fazendo isso sucessivas vezes, ou seja, dobrando ao meio e analisando quantos retângulos eram formados.

Desenvolvimento:

No desenvolvimento dessa atividade, utilizaremos as etapas de construção de um modelo matemático baseados nas ideias de Bassanezi, sendo que essa situação problema foi pré-selecionado pelo professor, pois sabemos que ao modelar a situação problema gerará uma função exponencial, conteúdo que ainda não foi desenvolvido com os estudantes em sua vida escolar. Sendo este problema motivacional para o estudo de função exponencial.

Experimentação:

- Nessa etapa os estudantes iram dobrar a cartolina ao meio, e verificar quantos retângulos foram formados, em seguida com a cartolina dobrada ao meio dobraram novamente ao meio, e verifique quantos retângulos foram formados e assim por diante, até dobrarem cinco vezes ao meio.

Abstração:

- Os estudantes irão completar a tabela abaixo:

Quantidade de dobras	Quantidade de retângulos
0	
1	
2	
3	
4	
5	

- E em seguida construir um gráfico onde o eixo das abscissas representa a quantidades de vezes que dobraram a cartolina ao meio e o eixo das ordenadas quantidade de retângulos formados, os estudantes só marcaram os pontos associado à tabela.

Resolução

- Momento onde os estudantes construíram uma expressão matemática para o problema proposto.

Validação

- Os estudantes são direcionados a verificarem a validade do modelo criado.

Modificação

- Caso o modelo não der certo, na modificação é o momento de corrigir.

Papel do Professor:

1) Dividir a turma em duplas;

2) Orientar em relação às dobraduras;

3) Solicitar que completem a tabela;

4) Pedir para construírem um plano cartesiano, onde o eixo das abscissas represente à quantidade de dobras e o eixo das ordenadas a quantidade de retângulos formados e marcarem somente os pontos encontrados na tabela;

5) Solicitar que liguem esses pontos com uma curva;

6) Desafiar para apresentarem uma expressão matemática que represente a situação do problema proposto;

7) Requisitar que verifiquem se a expressão que eles encontraram está correta.

8) Solicitar um pequeno relatório sobre a atividade onde deve conter dificuldades do grupo em relação à atividade.

9) Escolher algumas duplas para apresentarem as suas expressões encontradas.

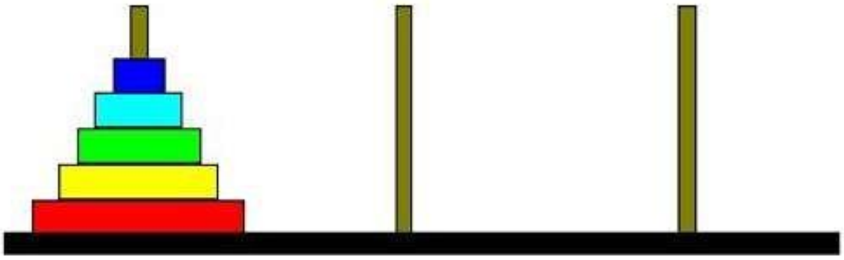
O papel do professor é acompanhar cada grupo, motivando, orientando e fazendo questionamentos que orientem e direcionem os estudantes para a solução da atividade.

ATIVIDADE 4

A Torre de Hanói

A torre de Hanói é um quebra-cabeça oriental, ele foi inventado por Edouard Lucas em 1883. Esse jogo consiste em três torres (pinos) e *n* discos de diâmetro diferentes, sendo que em uma desses pinos são colocados os *n* discos em ordem decrescente de baixo para cima. A regra desse jogo é transferir os discos de uma torre para outra, sendo que só pode movimentar um disco de cada vez, não é permitido movimentar um disco que está abaixo de outro e não pode colocar um disco maior em cima de um menor.

Figura 14: Torre de Hanói.



Fonte: internet (2016).

Será que existe uma quantidade mínima de movimentos para cada situação? Ou seja, com 2 discos, quantos movimentos são necessários para transferir todos esses discos para o outro pino, e com para 3, 4, *n* discos?

Desenvolvimento:

Essa atividade será desenvolvida em grupos de três estudantes e utilizaremos as etapas de construção de um modelo matemático baseados nas ideias de Bassanezi, sendo que essa situação problema foi pré-selecionado pelo professor, pois sabemos que ao modelar a situação problema gerará uma função exponencial, conteúdo que está sendo desenvolvido no momento.

Experimentação:

- Texto da história da Torre de Hanói.
- Em seguida os estudantes jogaram esse jogo com apenas um disco, depois com dois, três, quatro e cinco discos, sempre lembrando a regra do jogo.

Abstração:

- Os trios iram completar a tabela abaixo:

Quantidade de discos	**Quantidade de movimentos mínimos necessários**
1	
2	

3	
4	
5	

- Depois do preenchimento da tabela, compararam os resultados obtidos, caso os grupos não tenham conseguido completar corretamente a tabela o professor pedirá para continuarem jogando até que isso aconteça. Se mesmo assim não conseguirem a quantidade mínima de movimentos necessários para transferir os discos, o professor irá convidar um estudante de outro grupo que conseguiu para mostrar a quantidade mínima para o resto da turma.

- E em seguida construíram um gráfico onde o eixo das abscissas representa a quantidades de discos e o eixo das ordenadas quantidade de movimentos necessários.

Resolução

- Momento onde os estudantes construíram uma expressão matemática para o problema proposto.

Validação

- Os estudantes são direcionados a verificarem a validade do modelo criado.

Modificação

- Caso o modelo não estiver correto, os estudantes devem modificá-lo, corrigi-lo, ou seja, os estudantes vão comparar se a expressão matemática que eles apresentaram gera os resultados da tabela e do gráfico criado por eles.

Papel do Professor:

1) Dividir a turma em trios;
2) Pedir para os estudantes lerem o texto da história da Torre de Hanói;
3) Orientar as regras do jogo;
4) Pedir que cada grupo jogue e anote o resultado para um, dois, três, quatro e cinco discos;
5) Solicitar que compare os resultados obtidos com os dos outros grupos;

6) Verificar se os estudantes conseguiram completar a tabela corretamente, para isso o professor deverá ter em mãos os resultados de cada situação.

7) Requisitar que construam um gráfico no plano cartesiano, onde o eixo das abcissas represente a quantidade de discos, e o eixo das ordenadas represente à quantidade de movimentos mínimos necessários para transferir os discos de um pino para outro;

8) Instigar os estudantes a apresentarem uma expressão matemática para essa atividade;

9) Orientar os estudantes a verificarem se o modelo apresentando equivale os resultados da tabela e do gráfico.

10) Caso essa expressão esteja errada, devem pensar mais um pouco, até conseguirem a expressão correta, podendo fazer uma comparação com o gráfico e a expressão encontrada na atividade anterior.

11) Perguntar a turma se eles conhecem esse tipo de expressão, questionar se não era possível apresentar uma expressão matemática nos moldes de uma função afim.

O papel do professor é acompanhar cada grupo, motivando, orientando e fazendo questionamentos que orientem e direcionem os estudantes para a solução da atividade.

ATIVIDADE 5

Taxa de juro cobrado pelo cartão de crédito do Banco do Brasil.

A atividade consiste em analisar a taxa de juros mensal e anual que são cobrados pelo cartão de crédito do Banco do Brasil. Trabalharemos com uma situação de uma pessoa que está devendo R$ 1.000,00 ao cartão de crédito e está sem condições financeiras de efetuar o pagamento durante um ano. Qual será o valor devido no final desses 12 meses? Qual é o valor da taxa de juro mensal e anual? Se a taxa de juro mensal é x% por que a taxa anual não é multiplicar a taxa mensal por 12?

Desenvolvimento:

No desenvolvimento dessa atividade, utilizaremos as etapas de construção de um modelo matemático da pesquisadora Biembengut, sendo que essa situação problema foi pré-selecionado pelo professor. Escolhemos essa situação problema, pois sabemos que a modelagem desta gerará uma função exponencial.

Interação (reconhecimento da situação-problema e familiarização)

Na interação é o momento onde os estudantes conhecem a situação-problema e familiarizam com as informações. Para que isso ocorra o professor irá:

- Solicitar aos estudantes uma pesquisa via internet o a taxa de juros cobrada pelo cartão de crédito do Banco do Brasil.

- Pedir para os estudantes verificarem se a taxa de juros depende do “relacionamento” do cliente com o Banco do Brasil.

- Solicitar que suponha que uma pessoa deva ao cartão de crédito R$ 1.000,00 e ficou desempregada e não consegue mais pagar a fatura, qual será o valor que essa pessoa vai ficar devendo no final de um mês, dois meses, três meses, quatro meses, cinco meses, seis meses, sete meses, oito meses, nove meses, dez meses, onze meses, doze meses.

- Requisitar que construam uma tabela com a situação descrita.

- Solicitar para construírem um gráfico, onde o eixo das abscissas representa os meses em atraso e o eixo das ordenadas o valar a ser pago.

- Instigar para analisarem por que a taxa anual não é equivalente à taxa mensal multiplicada por 12.

- Solicitar para observarem se a taxa anual calculada por eles é igual à taxa anual expressa nas informações da pesquisa que eles realizaram.

Matematização (formulação do problema e resolução)

É o momento onde os estudantes apresentaram as expressões matemática para a situação analisada pelo grupo. Eles deverão construir uma expressão onde se pode calcular o valor da fatura de cartão de crédito para essa situação problema. E depois uma expressão matemática para qualquer situação de juro composto.

Modelo matemático (avaliação do modelo matemático)

Momento de verificar a validade do modelo, comparando os resultados da tabela feita por eles com a expressão matemática que eles apresentaram.

Papel do Professor:

1) Separar os grupos com 4 ou 5 estudantes.

2) Solicitar para os estudantes fazerem uma pesquisa sobre a taxa de juros do cartão de crédito do Banco do Brasil.

3) Pedir para os estudantes anotarem e tirarem fotos de tudo que acharem importante para a análise do cálculo, e anotarem também de onde estão retirando essas informações.

4) Solicitar para construírem uma tabela, onde uma pessoa tem uma dívida de R$ 1000,00 e deixa de pagar a fatura do cartão de crédito. Quanto essa pessoa vai dever no final de primeiro mês de atraso, do segundo, do terceiro mês, assim por diante até completar um ano de atraso, lembrado que a taxa de juros é aplicada em relação ao valor devido do mês anterior.

5) Solicitar para construírem um gráfico no plano cartesiano, onde o eixo das abscissas represente os meses em atrasos e o eixo das ordenadas o valor devido.

6) Instigar os estudantes a apresentarem umas ou mais expressões matemática para a situação problema, utilizando a tabela e o gráfico produzido por eles.

7) Solicitar para verificarem se a expressão matemática está correta.

8) Solicitar que façam um pequeno relatório com as principais dificuldades que encontraram nessa atividade.

APÊNDICE C - RELATÓRIOS DAS ATIVIDADES

Relatório Atividade 1

Interação

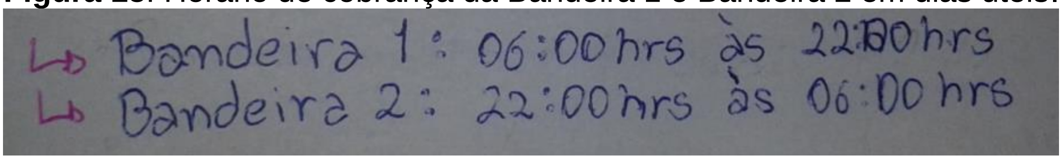
Como planejado, separamos os estudantes em grupos com quatro ou cinco e encaminhamos os estudantes ao laboratório de informática para pesquisarem o valor cobrado pelos taxistas em alguma cidade brasileira, os estudantes escolheram as seguintes cidades (São Paulo, Rio de Janeiro, Brasília, Belém e Salvador) e fizeram a pesquisa no *site*: www.tarifadetaxi.com, anotaram as informações ou tiraram foto da tela do computador, nesse momento da pesquisa (onde os estudantes estavam analisando as informações) surgiram as seguintes perguntas:

a) O que é bandeirada?
b) Qual é a diferença entre Bandeira 1 para Bandeira 2?

Não respondi para eles, pedir para pesquisarem, e chegaram as seguintes conclusões:

Bandeirada: é um valor fixo a ser pago só por entrar no táxi, sendo que Bandeira 1 ou Bandeira 2 depende do horário em que é utilizado o táxi.

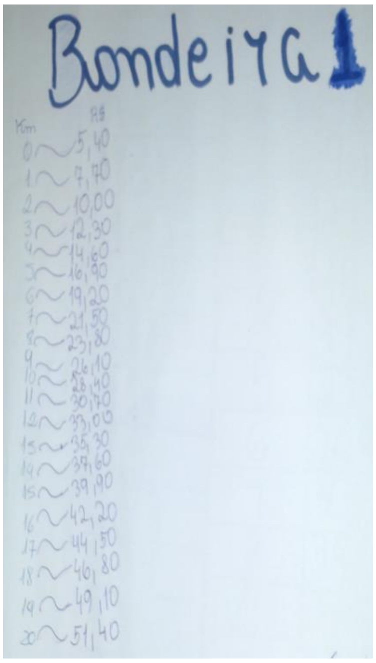
Figura 15: Horário de cobrança da Bandeira 1 e Bandeira 2 em dias úteis.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

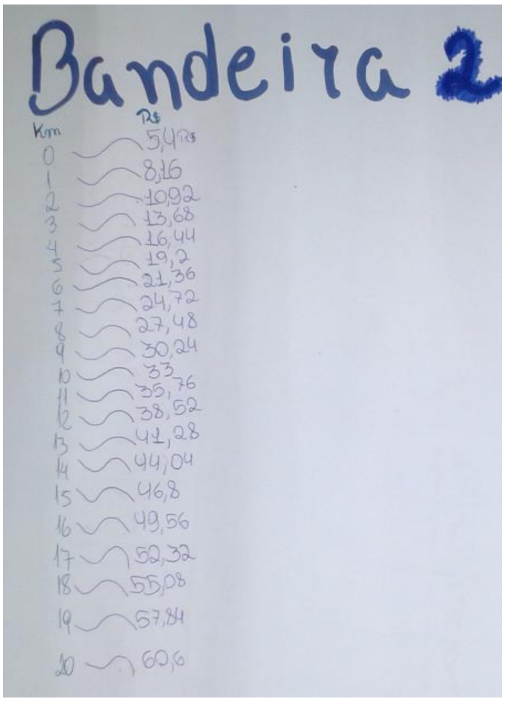
Depois da pesquisa, retornamos a sala de aula e pedimos para que construíssem uma ou mais tabelas, eles observaram que não era possível construir somente uma tabela, devido à Bandeira 1 e à Bandeira 2, logo construíram duas. Durante as confecções das tabela surgiu um questionamento por parte de um estudante, ele disse que a tabela deveria ser iniciada com 0 km e não por 1 km, como tinha proposto inicialmente, o exemplo que utilizou para justificar foi o seguinte: se uma pessoa andasse só meio quilometro, não pagaria nada? Ou iria pagar somente o valor da bandeirada? De imediato joguei esse questionamento para toda turma e eles também chegaram à conclusão que a tabela deveria ser iniciada com zero quilômetro, em seguida os grupos construíram as tabelas sem dificuldade.

Figura 16: Tabela da Bandeira 1 de Brasília.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

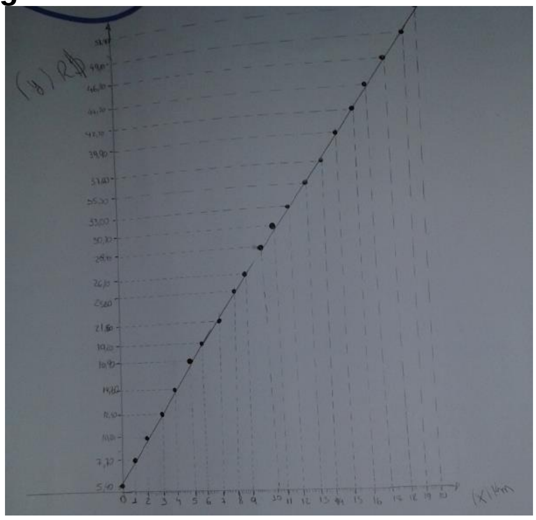
Figura 17: Tabela de Bandeira 2 de Brasília.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Depois de terem feito a tabela solicitamos para construírem os gráficos (Bandeira 1 e Bandeira) no plano cartesiano marcando inicialmente somente os pontos que representavam a quilometragem e os valores a serem pago, os grupos também não tiveram dificuldade e logo associaram o gráfico ao de uma Função Afim, pois observaram que poderiam traçar uma semirreta ligando os pontos.

Figura 18: Gráfico Bandeira 1 de Brasília.

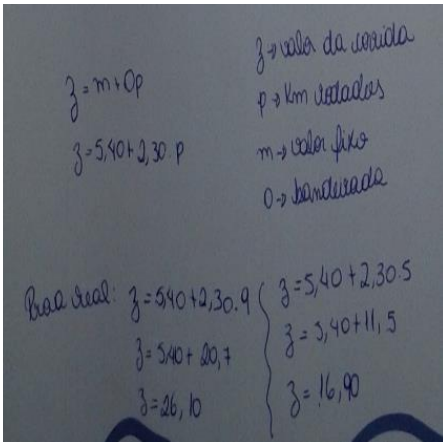


Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Matematização

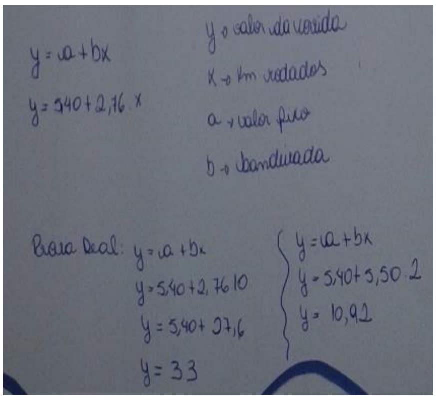
Em seguida instigamos para apresentarem as expressões matemática, conseguiram apresentar sem dificuldade, pois, associaram que o valor da bandeirada era o valor fixo e o valor das bandeiras (Bandeira 1 e Bandeira 2) era o valor variável. No entanto os estudantes apresentaram as expressões matemática sem dizer o que cada incógnita representava. Nesse momento tivemos que orientá-los a dizerem o que cada incógnita representava, exemplificando se uma pessoa fosse analisar a expressão matemática apresentada por eles não conseguiria entender o que aquela expressão matemática representava era da situação problema trabalhada.

Figura 19: Modelo Matemático Bandeira 1 de Brasília.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Figura 20: Modelo Matemático Bandeira 2 de Brasília.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Modelo matemático

Solicitamos para conferirem se a expressão matemática estava correta, substituindo a quilometragem e comparando com os valores da tabela que eles tinham construído, e caso estivesse errada (o que ocorreu somente com um grupo) eles deveriam tentar apresentar outra expressão matemática, até conseguirem a correta. Observa-se que as etapas de **Matematização** e **Modelo matemático** andam sempre juntas, sempre que é apresentado uma expressão matemática, a mesma deve ser conferida se realmente é a expressão matemática correta para a situação problema modelada.

Comentários sobre a atividade:

O mais importante dessa atividade é que a mesma sai da rotina das aulas de matemática (onde o professor explica e os estudantes reproduzem), essa atividade teve o propósito de mostrar para os estudantes uma aplicabilidade da matemática e que os próprios estudantes podem apresentar uma expressão matemática para uma situação real. No entanto a atividade se tornou fácil, pois os estudantes já conheciam a Função Afim.

Em relação à criticidade da questão, ela foi trabalhada através da pergunta se era justo a cobrança de uma taxa “especial” por causa do horário, ou se seria justo o pagamento da Bandeirada só por entra no táxi. Em todas essas perguntas os estudantes foram favoráveis à cobrança, no primeiro caso justificaram que todo trabalho noturno tem uma “gratificação” a mais do que o trabalho diurno e na outra eles justificaram que normalmente o veículo deveria ser limpo para a próxima corrida.

Relatório Atividade 2

Interação

Como planejado separamos os grupos com quatro ou cinco estudantes e pedimos para trazerem uma conta de água e esgoto recente. Como às informações na conta eram insuficientes para a análise e entendimento de como é feito o cálculo a ser pago, levamos os estudantes ao laboratório de informática, para fazerem uma pesquisa nos *sites* das companhias do Distrito Federal DF e do Entorno do DF. Solicitamos que anotassem e tirassem fotos de tudo que acharam importante para a análise do cálculo e que anotassem também de onde retiraram as informações.

Ao voltamos à sala de aula, pedimos para construírem uma tabela onde deveria conter os valores a serem pagos de $1m^3$ à $30m^3$ de água consumidos em um mês. Nesse momento os estudantes observaram que a valor cobrado em relação à taxa de esgoto era 100% do valor cobrado pela água, então decidiram fazer uma tabela com o valor que as pessoas pagam em relação ao consumo de água e esgoto juntos, pegando o valor da água e multiplicaram por 2 para construírem a tabela.

Figura 21: Conta de água/esgoto residencial do DF.

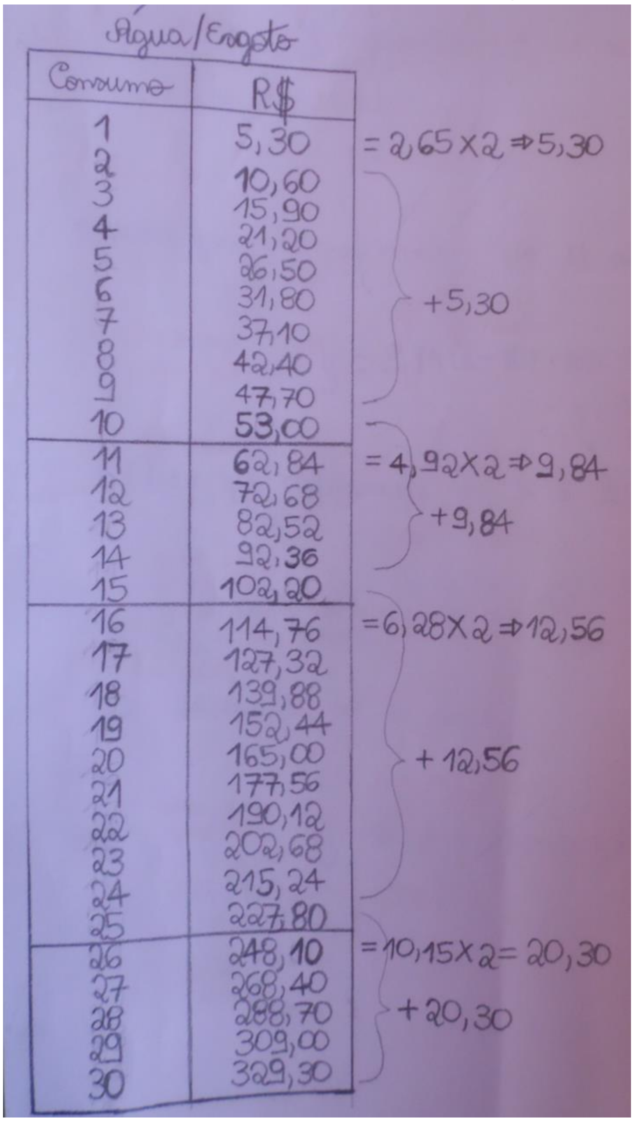
Fonte: Propriedade de um aluno participante do estudo.

Figura 22: Tabela das Tarifas da Caesb.

caesb		TABELA DE TARIFA - VIGÊNCIA DE 01/06/2016 À 31/05/2017				
		TARIFA MENSAL				
RESIDENCIAL NORMAL						
Faixa m3		Vol. Faixa	Aliquota (R$) Preço p/ m3	Fator de Correção(R$)	Da Faixa (R$)	Acumulado (R$)
1	0 a 10	10	2,86	0,00	28,60	28,60
2	11 a 15	5	5,31	24,50	26,55	55,15
3	16 a 25	10	6,78	46,55	67,80	122,95
4	26 a 35	10	10,96	151,05	109,60	232,55
5	36 a 50	15	12,09	190,60	181,35	413,90
6	> 50		13,25	248,60		

Fonte: www.caesb.gov.br

Figura 23: Tabela de consumo residencial de água de 1m³ à 30m³.

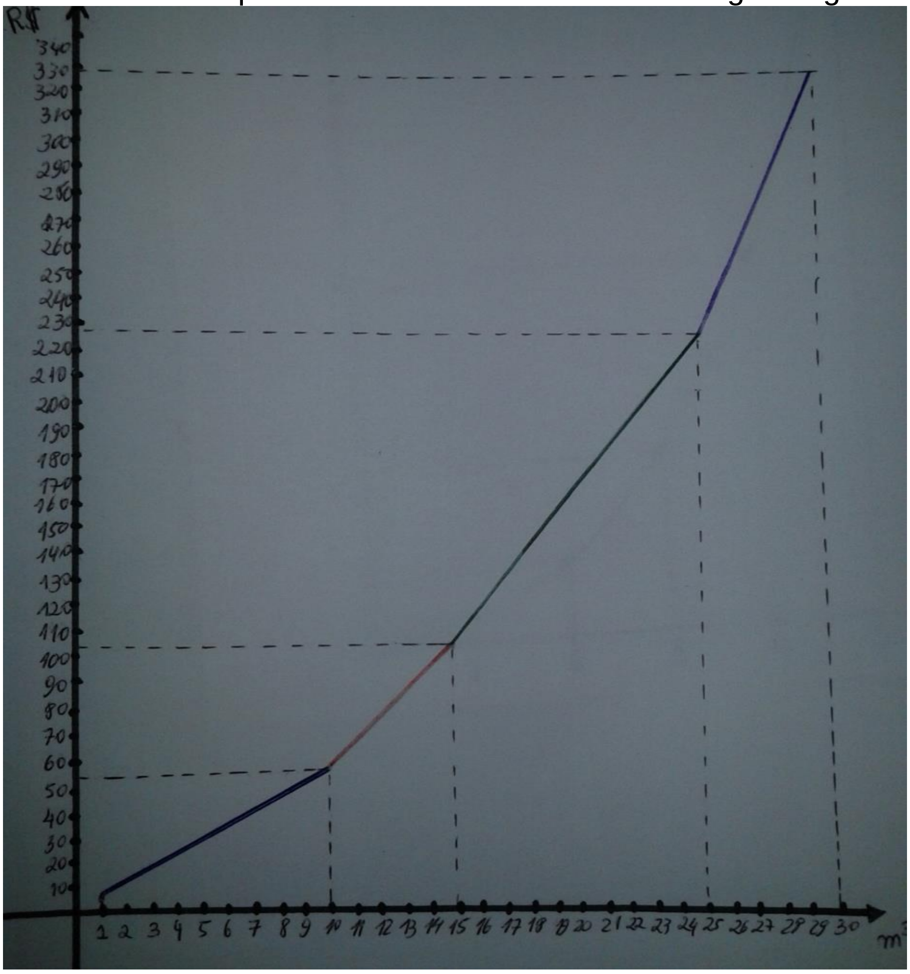

Água/Esgoto

Consumo	R$	
1	5,30	= 2,65 x 2 ⇒ 5,30
2	10,60	
3	15,90	
4	21,20	
5	26,50	
6	31,80	+5,30
7	37,10	
8	42,40	
9	47,70	
10	53,00	
11	62,84	= 4,92 x 2 ⇒ 9,84
12	72,68	+9,84
13	82,52	
14	92,36	
15	102,20	
16	114,76	= 6,28 x 2 ⇒ 12,56
17	127,32	
18	139,88	
19	152,44	
20	165,00	+ 12,56
21	177,56	
22	190,12	
23	202,68	
24	215,24	
25	227,80	
26	248,10	= 10,15 x 2 = 20,30
27	268,40	
28	288,70	+ 20,30
29	309,00	
30	329,30	

Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Construíram a tabela sem dificuldade e em seguida solicitamos para construírem um gráfico, quando começaram a construir o gráfico observaram que não era possível traçar uma reta ligando os pontos marcados por eles no plano cartesiano. Esse impasse ficou por alguns minutos, até que perceberam que era necessário analisar o gráfico por partes, pois a conta de água e esgoto é calculada por “faixa” de consumo. Nesse momento tiveram que relembrar um conteúdo que foi trabalhado no primeiro ano do Ensino Médio sendo que o mesmo sem nenhuma contextualização com uma situação real, que é o domínio de uma função. Eles observaram que o gráfico seria formado por 4 semirretas de (1m³ à 10m³), de (11m³ à 15m³), de (16m³ à 25m³) e de (26m³ à 30m³), depois dessa análise, construíram o gráfico sem muita dificuldade.

Figura 24: Gráfico no plano cartesiano do consumo de água/esgoto do DF.

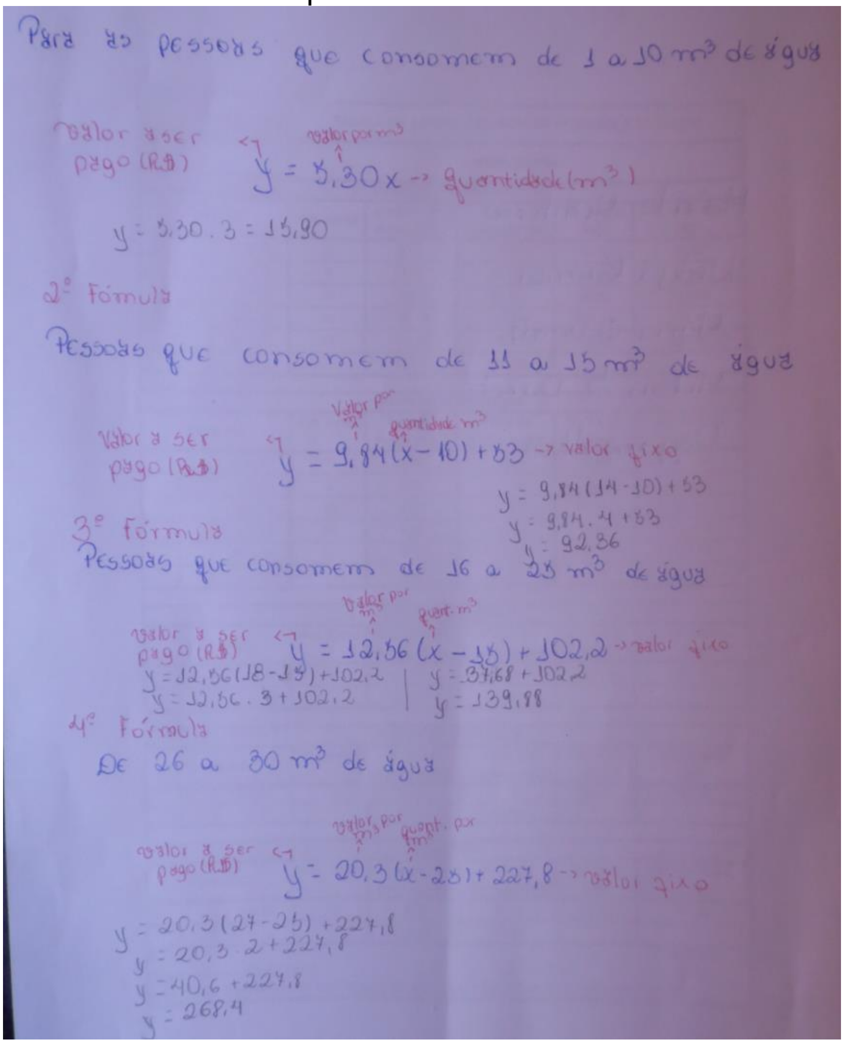


Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

M**atematização**

Passada essa parte de Interação (Pesquisa, Interpretação, Construção da Tabela, Construção do Gráfico) solicitamos para eles apresentarem uma ou mais expressões matemáticas. Os estudantes observaram que não era possível apresentar somente uma expressão matemática, pois observaram que o gráfico construído por eles tinham quatro semirretas, logo pensaram em apresentaram quatro expressões matemática, quatro funções afins, pois cada “faixa” de consumo formava uma semirreta.

Figura 25: Modelos Matemáticos para o consumo de 1m³ à 30m³ residencial do DF.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Modelo matemático

Apresentado a expressão matemática, solicitei que conferisse se a mesma estava correta, fizeram isso substituindo a quantidade de metros cúbicos de água consumidos e comparando com os valores da tabela que eles tinha feito anteriormente.

Comentários sobre a atividade:

Quando planejamos essa atividade passou despercebido que poderíamos trabalhar também a ideia de domínio de função em uma situação concreta, tínhamos observado que seria necessário construir mais de uma expressão matemática, uma para cada faixa de consumo, no entanto sem associar a ideia de domínio de uma função.

Outro ponto que foi trabalhado durante a atividade, mais que não altera a construção da expressão matemática, foi a criticidade. Esta foi trabalhada através de uma pergunta, se era justo uma “taxa” mais alta para quem consome mais água, pois normalmente quem comprar mais de certo “objeto” tem é desconto? A maioria dos estudantes responderam favorável a essa “taxação” a mais, justificando que essa cobrança era para os consumidores tentarem reduzir o consumo de água, sendo uma questão mais ecológica.

Relatório Atividade 3

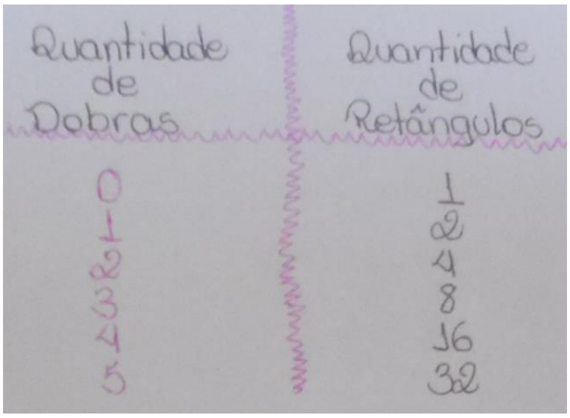
Experimentação

Como planejado apresentei a situação problema e dividimos a turma em duplas, em seguida orientamos como seria a atividade e reservei um momento livre para que tentasse entender a atividade proposta. Entendida a atividade, solicitei que dobrassem a cartolina ao meio, e verificarem quantos retângulos eram formados, em seguida com a cartolina dobrada ao meio dobrassem novamente ao meio, e verificar quantos retângulos eram formados e assim por diante, até dobrarem cinco vezes ao meio.

Abstração

Entendida a atividade, solicitei que construíssem uma tabela onde uma coluna representaria a Quantidade de Dobras e outra coluna representaria a Quantidade de Retângulos, fizeram isso sem nenhuma dificuldade.

Figura 26: Tabela da Atividade Gráfica de Cartões de Natal.

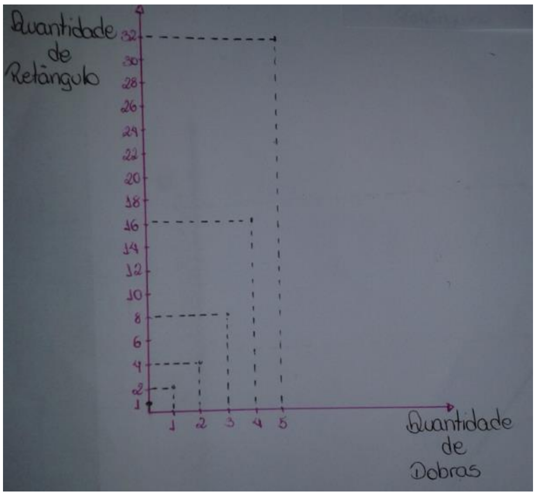


Quantidade de Dobras	Quantidade de Retângulos
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Feita a tabela solicitamos para construírem um gráfico no plano cartesiano, onde o eixo das abscissas representasse à quantidade de dobras e o eixo das ordenadas a quantidade de retângulos formados, solicitando que inicialmente marcassem somente os pontos encontrados na tabela.

Figura 27: Gráfico da Atividade Gráfica de Cartões de Natal.



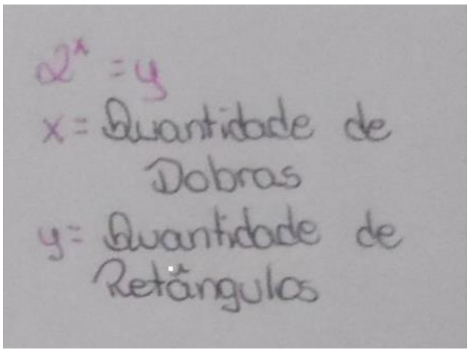
Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Depois que marcaram esses pontos no plano cartesiano pedimos que ligassem esses pontos. Eles observaram que não era possível traçar uma semirreta, ligando todos os pontos e nem uma parábola, ficou esse impasse por alguns minutos. Os estudantes ficaram tentando traçar uma curva que eles já conheciam (semirreta ou parábola), então fizeram como se fosse uma “meia parábola”.

Resolução:

Construídos a tabela e o gráfico, instigamos os estudantes para apresentarem uma expressão matemática, alguns tentaram apresentar uma expressão como se fosse uma função afim e outros estudantes como função quadrática, sem obterem sucesso (observação feita pelos próprios estudantes). Solicitamos para observarem se os resultados obtidos na tabela e no gráfico tinha algum padrão (2, 4, 8, 16, 32), alguns estudantes observaram que para obter o termo seguinte era necessário multiplicar o anterior por dois, então questionei se eles lembravam Progressão Aritmética e de Progressão Geométrica (conteúdo já estudado no primeiro ano do ensino médio). A maioria lembrava somente da definição de PA e PG e chegaram à conclusão que os resultados obtidos formavam uma Progressão Geométrica de razão 2, no entanto não lembravam a fórmula do termo geral da PG, só lembravam que no termo geral da PG tinha um expoente como uma variável, assim conseguiram apresentar a expressão matemática.

Figura 28: Modelo Matemático da Gráfica de Cartões de Natal.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Validação:

Observamos que a Resolução, Validação e Modificação caminham juntas, há todo momento os estudantes verificavam a expressão matemática apresentada, caso não estivesse correta em relação aos dados observados na fase da Abstração eles tentam modificar a expressão matemática e faziam isso até conseguir apresentar uma expressão matemática para o problema proposto. Nesse exemplo a validação aconteceu de uma maneira muito fácil que não foi nem necessário anotarem.

Modificação:

Como falamos, a modificação ocorreu várias vezes durante o processo de Resolução e Validação, nessa atividade os estudantes não conseguiram a expressão matemática correta de imediato, tiveram que modificar várias vezes, pois estavam tentando associar o problema há conteúdos já estudados anteriormente (Função Afim e Função Quadrática). Como se tratava de um conteúdo “novo” para os estudantes, tiveram bastante dificuldade de encontrar a expressão.

Comentários sobre a atividade:

O principal proposito dessa atividade foi iniciar o estudo de Função Exponencial de uma maneira diferente, com uma situação problema que ao modelar gerasse uma função exponencial, pois normalmente os livros didáticos e os professores de matemática quando trabalham com esse tipo de função iniciam pela a definição e só no final estudo de função exponencial trabalham com exercícios mais contextualizados. Tentamos trabalhar de uma maneira em que os estudantes pensem como seria uma expressão matemática que representasse a situação problema, associando aos conteúdos já estudados pelos estudantes e só depois definimos a Função Exponencial, partindo de uma situação real para só depois definirmos a função.

Relatório da Atividade 4

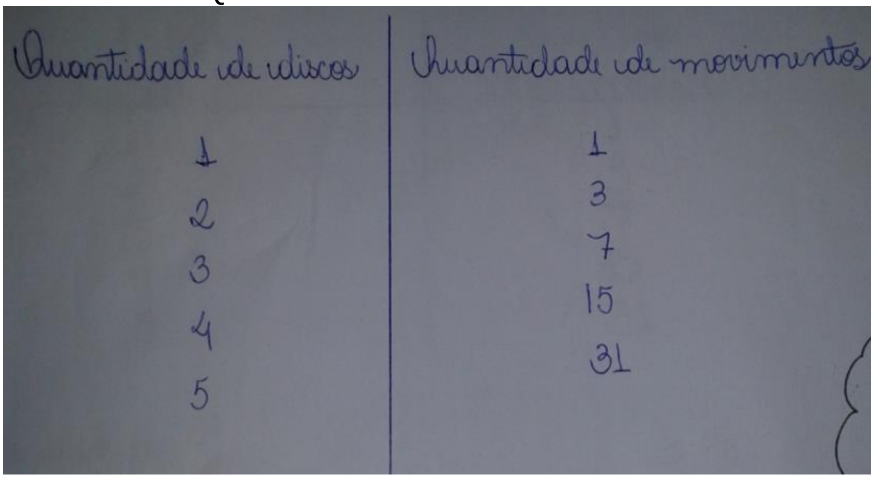
Experimentação:

Como planejado anteriormente dividimos a turma em trios e solicitemos para que lessem o texto sobre a história da Torre de Hanói. Em seguida perguntamos se eles conheciam as regras desse jogo, a maioria tinha o conhecimento das regras, no entanto não contavam as quantidades de movimentos para transferir os discos de um pino para outro, eles jogavam uns contra os outros em relação ao tempo gasto para transferir. Para não gerar muitas dúvidas em relação à regra do jogo, explicamos quais eram as regras e falamos que o objetivo principal era transferir os discos de um pino para outro com a menor quantidade de movimentos, sempre observando as regras de transferir um disco de cada vez e não colocar um disco maior em cima de um menor.

Abstração:

Depois de explicado as regras, pedimos para que jogassem e construíssem uma tabela com as quantidades de movimentos com um, dois, três, quatro e cinco discos, com até três discos eles não tiveram dificuldades de encontrar a quantidade de movimentos mínimos, mas com quatro e com cinco tiveram que tentar várias vezes até encontrar e comparar os resultados obtidos com os dos outros grupos.

Figura 29: Tabela da Quantidade Mínima de movimentos da Torre de Hanói.

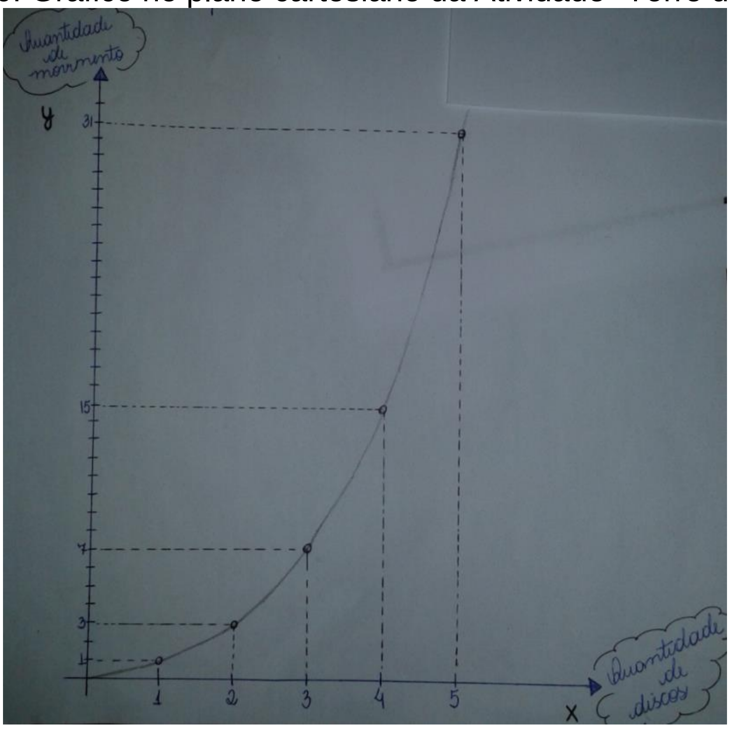


Quantidade de discos	Quantidade de movimentos
1	1
2	3
3	7
4	15
5	31

Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Feita a tabela, requisitamos que construíssem um gráfico no plano cartesiano, onde o eixo das abcissas representasse a quantidade de discos, e o eixo das ordenadas representasse a quantidade de movimentos mínimos necessários para transferir os discos de um pino para outro. Para isso não tiveram dificuldade de marcarem os pontos no plano cartesiano e traçar a curva, pois nesse momento já conheciam a Função Exponencial.

Figura 30: Gráfico no plano cartesiano da Atividade "Torre de Hanói".

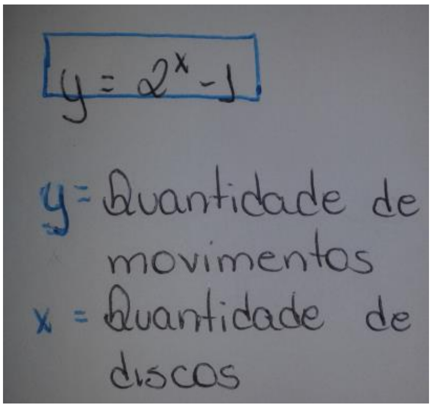


Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Resolução

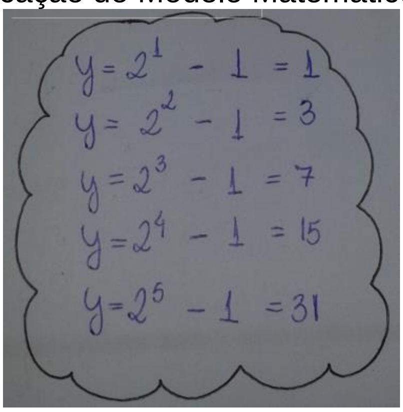
Logo em seguida instigamos os estudantes para apresentarem uma expressão matemática e eles tiveram bastante dificuldade, mesmo sabendo que a expressão matemática deveria ter um exponente como variável. Tivemos de orienta-los a observarem os resultados da aula anterior (Atividade 3), solicitamos que comparassem a tabela e o gráfico das atividades e eles observaram que a diferença entre as informações da atividade atual e a anterior era de uma unidade a menos em relação aos resultados obtidos. Agora eles já sabiam que a expressão matemática deveria conter uma variável no expoente (pois o gráfico apresentado por eles era de uma função exponencial) e que em relação à Atividade 3 era uma unidade a menos. Logo conseguiram apresentar a expressão matemática e verificar se a mesma estava correta em relação à tabela e o gráfico apresentado por eles.

Figura 31: Modelo Matemático da Quantidade Mínima de movimentos da Torre de Hanói.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Figura 32: Verificação do Modelo Matemático da Atividade 4.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Modificação

Antes de apresentarem o modelo final, tentaram vários outros sem sucesso, modificaram várias vezes até conseguirem a expressão que realmente representasse a realidade da situação problema.

Comentários sobre a atividade:

Essa segunda atividade de função exponencial, foi executada depois de os estudantes já terem conhecimento da definição da função exponencial e saberem também o comportamento do gráfico no plano cartesiano, mas mesmo assim não conseguiram de imediato apresentar uma expressão matemática para a situação problema. Tiveram bastantes dificuldades em analisar separadamente as informações colhidas. Nesse momento tivemos que pedir para compararem os resultados obtidos por eles com o da aula anterior, só após essa comparação que eles conseguiram apresentar a expressão matemática correta.

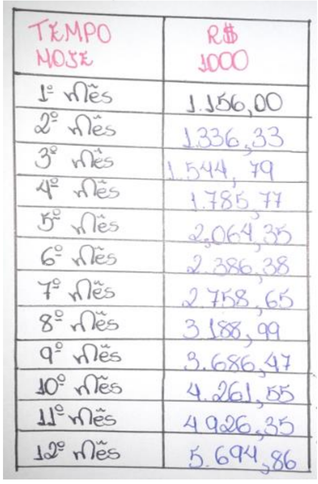
RELATÓRIO ATIVIDADE 5

Como planejado dividimos a turma em duplas, e apresentamos a situação problema (um correntista do Banco do Brasil está devendo R$ 1.000,00 ao cartão de crédito também do Banco do Brasil, e não tem condições financeiras de efetuar o pagamento durante um ano. Qual será o valor devido no final desses 12 meses? Qual é o valor da taxa de juro mensal e anual? Se a taxa de juro mensal é x% por que a taxa anual não é multiplicar a taxa mensal por 12? Feita essa apresentação da situação problema, partimos para a Interação.

Interação

Na etapa de coleta e análise das informações colhidas no *site* do Banco do Brasil, os estudantes observaram que a taxa mensal era de 15,6% e a taxa anula era 469,5% e maioria dos estudantes não conseguiram intender por que não era só multiplicar os 15,6% por doze para obter a taxa anual. Nesse momento um estudante dizer que no mercado financeiro não se trabalha com juros simples, falou que era um “tal de juros sobre juros”. Então tivemos que definir de uma forma informal Juro Composto, somente comentando que o valor do juro é calculado a partir do valor devido em relação ao tempo anterior e no nosso caso, o valor devido do mês anterior. Com essa definição em mãos e com o auxílio de uma calculadora os estudantes conseguiram construir a tabela que havíamos proposto.

Figura 33: Tabela da Progressão da dívida da Atividade 5.

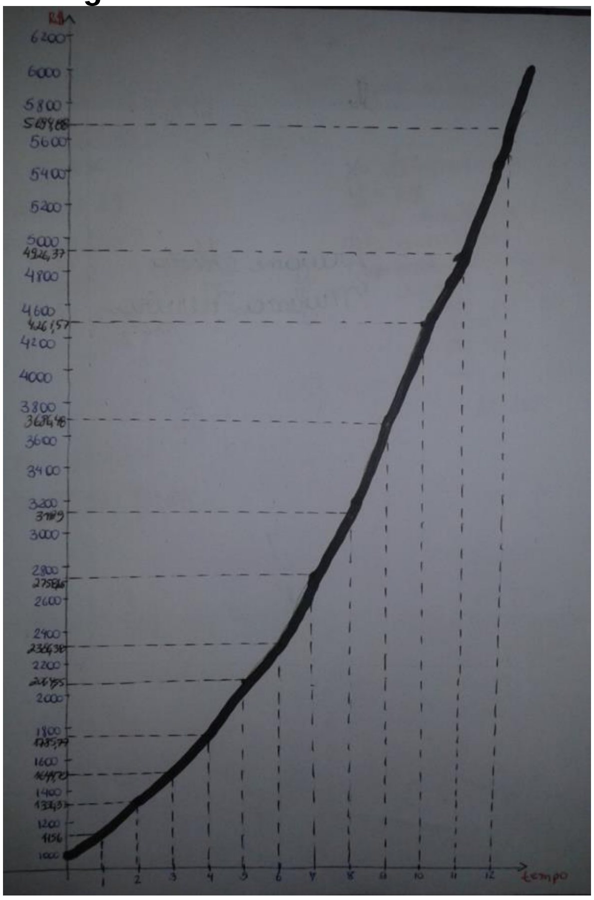


TEMPO MESE	R$ 1000
1º Mês	1.156,00
2º Mês	1.336,33
3º Mês	1.544,79
4º Mês	1.785,77
5º Mês	2.064,35
6º Mês	2.386,38
7º Mês	2.758,65
8º Mês	3.188,99
9º Mês	3.686,47
10º Mês	4.261,55
11º Mês	4.926,35
12º Mês	5.694,86

Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Construída a tabela, chegou o momento de construírem um gráfico no plano cartesiano, onde o eixo das abcissas representava o tempo (meses) e o eixo das ordenadas o valor devido (reais). Construíram o gráfico com muita facilidade e já associaram que a situação problema se tratava de uma aplicação de função exponencial, pois o gráfico mostrava isso.

Figura 34: Gráfico da Atividade 5.

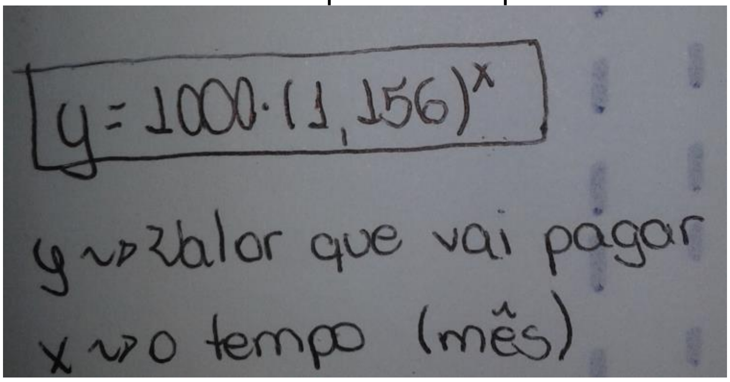


Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Matematização

Construídas a tabela e o gráfico solicitamos aos estudantes para apresentarem uma expressão matemática para o problema proposto, nesse momento eles já sabiam que se tratava de uma função exponencial, no entanto eles não estavam conseguindo apresentar uma expressão matemática. Até que um estudante observou que para obter o valor do segundo mês em atraso, era necessário multiplicar o valor inicial da dívida (R$ 1.000,00) por 1,156 duas vezes, e para o terceiro mês 1,156 três vezes, e assim por diante, logo eles associaram que a expressão matemática seria:

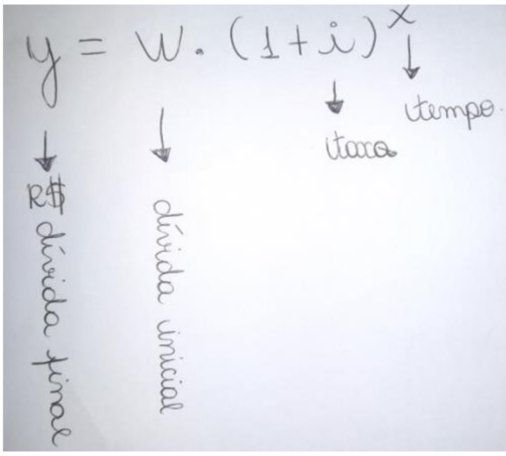
Figura 35: Modelo matemático para o caso particular da Atividade 5.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Apresentada a expressão matemática para o problema, questionei se essa expressão serviria para qualquer situação de juros composto, ou se era para apenas essa único problema, logo eles comentaram que essa situação valeria somente para essa situação problema, falaram que em uma expressão que serviria para qualquer situação que envolvesse juros composto o valor da dívida inicial e a taxa de juros também poderia variar. Então solicitamos que apresentassem uma expressão que serviria para qualquer problema de juros composto e logo eles apresentaram a seguinte expressão matemática:

Figura 36: Modelo matemático para cálculo de qualquer situação que envolva juros composto.

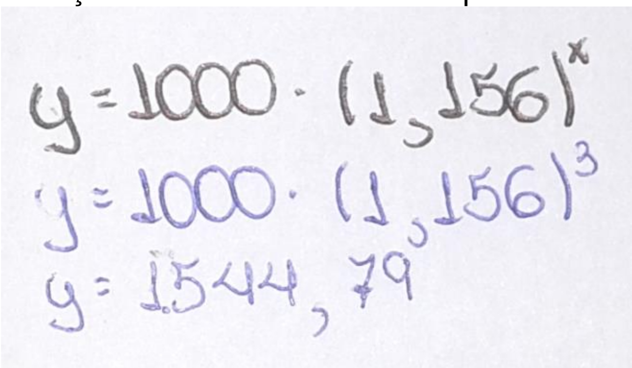


Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Modelo matemático

Depois que apresentaram a expressão matemática solicitamos que verificassem se a mesma estava correta, apesar de que os estudantes fazem isso a todo momento quando estão tentando apresentar a expressão matemática.

Figura 37: Verificação do Modelo Matemático para a situação particular.



Fonte: Criada pelos estudantes (2016).

Comentários sobre a atividade:

Essa atividade aconteceu depois que já tínhamos definido função exponencial e feito uma quantidade significativa de exercícios de uma maneira tradicional. Ela serviu para mostrar a aplicabilidade da matemática no dia a dia, denotando que é possível os próprios estudantes apresentarem uma expressão matemática para uma situação real. A criticidade dessa atividade foi trabalhada na verificação de que se era justo a cobrança de juro composto pelas as instituições financeiras. A totalidade dos estudantes acharam que não era justo, no entanto, se o papel fosse invertido eles queriam receber em relação a juro composto em vez de juro simples. Trabalhamos com essa atividade como uma introdução ao estudo de juro composto de uma maneira em que os próprios estudantes apresentaram a expressão matemática que servira para qualquer situação de juro composto.