UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

Uma proposta de modelagem matemática utilizando os conceitos de ondas sonoras

ALECSANDRO BALTASAR CORRÊA

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

Uma proposta de modelagem matemática utilizando os conceitos de ondas sonoras

ALECSANDRO BALTASAR CORRÊA

Sob a Orientação do Professor
Pedro Carlos Pereira

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ
Agosto de 2016

510.7
C824p
T

Corrêa, Alecsandro Baltasar, 1972-
Uma proposta de modelagem matemática utilizando os conceitos de ondas sonoras / Alecsandro Baltasar Corrêa – 2016.
70 f.: il.

Orientador: Pedro Carlos Pereira.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Curso de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.
Bibliografia: f. 60-61.

1. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 2. Ondas sonoras – Teses. 3. Tecnologia educacional – Teses. 4. Música no ensino de matemática – Teses. I. Pereira, Pedro Carlos, 1959-. II. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Curso de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

ALECSANDRO BALTASAR CORRÊA

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 30/08/2016

Pedro Carlos Pereira. Dr. UFRRJ
(Orientador)

Orlando dos Santos Pereira. Dr. UFRRJ

Gabriela dos Santos Barbosa. Dr.ª UERJ

Dedicatória:

Dedico este trabalho a minha esposa Alessandra e aos meus filhos Gustavo, Guilherme, Gian Luca e Giovanna Pietra.

AGRADECIMENTOS

Aos meus irmãos que desde o início me acompanham, trazendo sabedoria, paciência, proteção, saúde e paz.

À Família Elefante a qual devo toda minha gratidão pelos dias em que deixaram de se divertir pra me dar apoio nos estudos, principalmente nas férias e finais de semana.

Aos meus pais, Sebastião Urubatan Corrêa e Marilene Baltasar Corrêa, que nunca mediram esforços para que eu tivesse uma educação privilegiada.

Aos meus grandes e eternos amigos Edson Patrício, Pablo Silva e Tiago Loyo que estão comigo desde o início e sem eles nada disso teria acontecido.

À minha segunda mãe Rosalia Rodrigues Mendes que entre puxões de orelha e afagos fez e faz parte da minha educação.

À minha irmã e comadre Deise Mendes que sempre esteve me aconselhando e apoiando nos bons e maus momentos.

Ao meu orientador Pedro Carlos Pereira por ter dedicado seu tempo e conhecimento para que este trabalho fosse realizado.

À CAPES pela oportunidade oferecida.

Aos meus amigos de trabalho José Pereira de Azevedo, Celso Salvador, Márcio Amador e Marcelo de Oliveira Nascimento que sempre me ajudaram no que foi preciso.

“Sem a curiosidade que me move, que me inquieta,
que me insere na busca, não aprendo e nem ensino.”
Paulo Freire

RESUMO

CORRÊA, Alecsandro Baltasar. **Uma Proposta de Modelagem Matemática Utilizando os Conceitos de Ondas Sonoras**. 2016. 70p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2016.

O ensino da Matemática, aplicado nas escolas, deve aproximar-se do cotidiano diário do aluno, buscar o conhecimento prévio dele sobre determinados assuntos, assim como desenvolver novos métodos para que a aprendizagem seja realmente realizada. A pesquisa foi realizada com uma turma do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola particular do município do Rio de Janeiro. Baseado nos conceitos de Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Teoria das Múltiplas Inteligências, e tendo como recurso metodológico o software educacional GEOGEBRA e dois softwares adaptados baixados do aplicativo PLAY STORE, buscamos como objetivo deste trabalho desenvolver uma proposta de atividade que relaciona o conceito de onda sonora, da Física, com os de gráfico da função seno, da Matemática.

Palavras-Chaves: Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa, Tecnologia Educacional, Função Seno e Ondas Sonoras.

ABSTRACT

CORRÊA, Alecsandro Baltasar. **A Proposal for Mathematical Modeling Using Sound Waves Concepts**. 2016. 70p. Dissertation (Professional Master in Mathematics in National Network - PROFMAT) Institute of Mathematical Sciences, Department of Mathematics, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2016.

The teaching of mathematics, applied in schools, should approach the daily student routine, seek prior knowledge of it on specific issues, as well as develop new methods for learning is actually performed. The survey was conducted with a group of third year of high school in a private school in the city of Rio de Janeiro. Based on the concepts of mathematical modeling, Meaningful Learning and Theory of Multiple Intelligences, and having as a methodological resource educational software GEOGEBRA and two downloaded adapted software PLAY STORE application, seek the objective of this work is to develop a proposed activity that relates the concept of wave sound, physics, with function graph of the sine, mathematics.

Key Words: Mathematical Modeling, Meaningful Learning, Educational Technology, Sine Function and Sound Waves.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS E TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Atualmente temos dificuldades de relacionar as nossas aulas com o dia a dia dos alunos, gerando por parte deles o desinteresse e falta de estímulo em compreender o que é ensinado em sala de aula. Nosso trabalho objetiva contextualizar os conteúdos matemáticos, tendo como metodologia a Modelagem Matemática. Pois, acreditamos que este processo facilita a interdisciplinaridade e pode gerar uma maior compreensão dos conceitos matemáticos com as demais áreas do conhecimento. Em nossa pesquisa utilizaremos o estudo das ondas sonoras procurando caracterizá-las como uma curva senoidal.

> "A contextualização da Matemática permite que o aluno saia da condição de espectador passivo e contribui para estabelecer entre o aluno e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade promovendo uma aprendizagem significativa associando os conhecimentos adquiridos com a vida cotidiana." (SOUZA, 2009, p16)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1.ª a 4.ª série - 1997) orientam que a prática pedagógica necessita propiciar uma aprendizagem significativa com relação à Matemática, ou seja, deve ser o fio condutor dos conceitos, ideias e métodos matemáticos e não apenas a definição de alguns exercícios de aplicação mecânica e operatória imediatas. É preciso oportunizar situações-problemas contextualizadas ou mais familiares possíveis, abordando os elementos citados anteriormente durante a sua resolução.

> "No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquema, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a "falar" e a escrever sobre matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados." (BRASIL - PCN, 1997, p.19)
>
> "O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e o seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos." (BRASIL - PCN, 1997, p.19)

Quando um aluno vê sentido naquilo que estuda em função das suas necessidades e de seus interesses não haverá desinteresse, pois trabalha com entusiasmo e perseverança. Neste sentido, o professor em todo o processo de ensino-aprendizagem deve instigar, motivar e despertar no aluno a sua curiosidade de acordo com o seu nível de conhecimento, levando-o a pensar. O aluno não deverá apenas guardar as informações, deverá interagir e interferir no meio em que vive, seja ele a sala de aula ou a sociedade em que esteja inserido.

Em nossa pesquisa procuraremos desenvolver um trabalho de modo a incentivar a construção do conhecimento de forma significativa, destacaremos os estudos de David Ausubel sobre Aprendizagem Significativa. Para tanto utilizaremos as ondas sonoras para apresentar os conceitos da função seno. Neste sentido, sabemos que cada aluno possui desde o seu nascimento ou até mesmo antes, na sua vida intrauterina, um conhecimento sobre músicas, sons graves e agudos com maior ou menor volume, caracterizando-o como um conhecimento pré-existente.

No sentido do processo de ensino-aprendizagem, a Teoria das Múltiplas Inteligências funciona como uma ferramenta muito útil, tendo em vista que a abordagem do professor deva privilegiar as características pessoais dos alunos frente a um determinado assunto. Observa-se que o cenário educacional ainda supervaloriza as habilidades lógico-matemáticas e linguísticas em detrimento das outras inteligências.

No capítulo 1 apresentamos os conceitos básicos sobre Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Teoria das Múltiplas Inteligências.

Já no segundo capítulo falamos sobre a relação entre Matemática e Música, e de alguns conceitos físicos sobre ondas sonoras.

No último capítulo, mostramos o resultado da pesquisa propriamente dita, ou seja, como relacionar a função senoidal com o estudo de ondas sonoras.

Na conclusão apresentamos como este trabalho pode contribuir para uma melhor eficácia do ensino e da aprendizagem em Matemática.

CAPÍTULO 1

1.1 - MODELAGEM MATEMÁTICA

Muitas publicações surgem a todo momento apresentando alternativas para que o ensino da Matemática deixe de ser aplicado com o chamado “método tradicional”, onde a criatividade é completamente deixada de lado, as soluções das questões e as demonstrações são apresentadas de tal modo que não passam por tentativas de novos caminhos. Dessa forma a Matemática acaba se constituindo como um conjunto de técnicas aplicadas aos alunos de forma mecânica e acrítica, como um conhecimento pronto e acabado.

No cenário brasileiro, a partir da década de 1970, destaca-se a Modelagem Matemática como um método de ensino que pode criar condições para o desenvolvimento de uma proposta interdisciplinar, constituiu-se inicialmente como um método de pesquisa. Já na década de 1980, na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, um grupo de professores, em Biomatemática, coordenado pelo Professor Rodney Carlos Bassanezi, realizou estudos com Modelagem Matemática envolvendo crescimento de células cancerígenas. Porém o avanço significativo deu-se em 1983, na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava – FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, com os cursos de especialização para professores.

Muitas vezes nós buscamos resolver situações da nossa realidade utilizando representações, ou seja, modelando ou utilizando modelos já definidos. Percebemos que o processo de modelagem está presente nas nossas vidas desde a nossa origem como ser humano. A noção de modelo se faz presente em todas as áreas e se constitui um conjunto simplificado de símbolos ou características criadas para representar aproximadamente uma determinada situação do mundo real de interesse do pesquisador. Essas representações podem aparecer de diversas formas: gráficos, leis matemáticas, desenhos esquemas, etc, inclusive podemos citar o modelo fotográfico de ótica em que a face deverá ser perfeitamente simétrica em relação a uma linha vertical que divide o seu rosto, o molde em papel usado pela costureira para cortar uma camisa ou até mesmo o molde de plástico utilizado para a confecção de ovos de Páscoa.

> “O modelo seria o ponto de ligação entre as informações captadas pelo indivíduo e a sua ação sobre a realidade; situa-se no nível do indivíduo e é criado por ele como um instrumento de auxílio à compreensão da realidade através da reflexão”. (D'AMBRÓSIO, 1986, p.49)

Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são instigados a questionar situações oriundas de outras áreas de conhecimento utilizando como meio investigativo a Matemática. Um modelo matemático nada mais é do que uma representação aproximada na linguagem matemática de um fenômeno a princípio não matemático, é a tradução de um fenômeno do mundo físico em uma equação ou sistemas de equações. Deve permitir fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender o fenômeno a ser modelado.

> “A modelagem matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual”. (BASSANEZI, 2004, p. 24)

> “A meu ver, o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo”. (BARBOSA, 2004, p.73)

O professor deverá ser atuante, criativo, dinâmico, disposto a atuar como mediador na transição do conhecimento do senso comum para um conhecimento científico matemático, caminhando lado a lado com o aluno durante todo processo de construção do conceito a ser aprensentado, visando fazer com que o ambiente de aprendizagem seja o mais agradável a todos os envolvidos. É importante que ele conheça as etapas da modelagem para que possa definir os responsáveis pelas atividades e adequar a sua aplicação à realidade da turma, considerando aspectos como: conhecimentos prévios dos alunos, conteúdo programático a ser desenvolvido, objetivos conceituais, atitudes, habilidades e o tempo para a aplicação de cada tarefa. Os resultados encontrados podem surpreender tanto o aluno quanto o professor, cabendo a este último a função de direcionar o estudo para que sejam atingidos os objetivos propostos.

Alguns pesquisadores apresentam Modelagem Matemática em três etapas: percepção, compreensão e representação.

A primeira etapa nos remete à “Escolha do Tema”, é onde deve-se instigar o aluno a tratar de um tema presente no seu dia a dia, levando-o a coletar dados e informações. Partimos da premissa de que todas as realidades estão interligadas, porém com diferentes graus de conexões, então, buscamos selecionar as conexões mais relevantes para o estudo proposto.

Já a segunda leva o aluno a "Interação com o Tema", ou seja, propicia formular e deselvolver problemas com os conteúdos curriculares pertinentes ao tema; através das correlações escolhidas as conexões são transformadas em expressões matemáticas.

A última é a da "Representação", que é a formulação do problema e elaboração dos modelos matemáticos: objetiva a resolução do problema formulado e a interpretação de sua solução para validar (ou não) o modelo encontrado.

> "De fato, uma modelagem matemática eficiente permite analisar e explicar um problema e tomar decisões sobre o mesmo. Coletar informações, formular hipóteses e testá-las, obter modelos e validá-los (ou não) para determinada situação, além de tornar a matemática escolar mais interessante, oportuniza ao aluno o processo de reflexão-na-ação. Esta reflexão faz com que o aluno compreenda a sua ação, reorganize ou aprofunde o seu conhecimento acerca do problema em estudo e, interagindo os conhecimentos construídos, desenvolve sua competência profissional futura". (Fidelis e Almeida, 2004, p.43).

> (…) "não é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo matemático bem sucedido, mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com o seu ambiente natural. Na modelação, a validação de um modelo pode não ser etapa prioritária. Mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e a sua inserção no contexto sociocultural. O fenômeno modelado deve servir de plano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática. As discussões sobre esse tema escolhido favorecem a preparação do estudante como elemento participativo na sociedade em que vive" (…) (BASSANEZI, 2004, p.38)

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM - BRASIL, 1999), a Modelagem Matemática, na perspectiva da interdisciplinaridade, também contempla as competências sugeridas na medida em que permite:

⟶ Identificar e relacionar os dados, interpretar informações relevantes em uma dada situação-problema, sendo apresentados em diferentes linguagens e representações;

⟶ Reconhecer a natureza e situar o objeto de estudo dentro dos diferentes campos da Matemática e das demais ciências;

⟶ Utilizar, elaborar e interpretar modelos e representações matemáticas para a análise de situações-problemas;

⟶ Identificar regularidades para estabelecer regras, algoritmos e propriedades;

⟶ Analisar os noticiários e artigos relativos à ciência e a tecnologia, identificando o tema em questão e interpretando, com objetividade, os seus significados;

⟶ Expressar as ideias com clareza, utilizando a linguagem matemática;

⟶ Reconhecer a contribuição do conhecimento matemático, físico, químico e biológico no desenvolvimento da tecnologia, nas relações sociais de cada época, nas transformações e na criação de novas necessidades, nas condições de vida e suas implicações no mundo cotidiano;

⟶ Compreender a responsabilidade social associada à aquisição e uso do conhecimento matemático, fazendo-o sentir-se mobilizado para diferentes ações.

A passagem do modelo tradicional de ensino para os modelos propostos que visam o desenvolvimento do pensamento crítico do aluno não é algo tão simples assim, ela envolverá o abandono de posturas estabelecidas pelo grupo e a consequente adoção de novas atitudes por parte de todos os envolvidos nesse processo. Atualmente em várias escolas a Modelagem Matemática está sendo aplicada no desenvolvimento de projetos que seguem prazo e conteúdo estipulados pelo currículo escolar.

1.2 - APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

David Paul Ausubel (1918-2008), psiquiatra norte-americano, dedicou aproximadamente vinte e cinco anos da sua vida à psicologia educacional. Nesse período desenvolveu a sua Teoria de Aprendizagem Significativa baseando-se no conhecimento prévio (aprendizado anterior) que os alunos possuem para que haja uma nova aprendizagem de conceitos e/ou conteúdos, ou seja, para que essas novas informações tenham um significado para eles. Como resume MOREIRA (2006, p.38):

> (...) "a aprendizagem significativa é o processo por meio do qual novas informações adquirem significado por interação (não associação) com aspectos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva."

Quando o aluno recebe uma informação nova ele deverá incluí-la em algum conhecimento preexistente - conhecimento que Ausubel (1976) chama de âncora ou subsunçor - ou seja, ele deverá relacionar a nova informação com as já existentes em sua estrutura cognitiva. Essa estrutura é a parte fundamental para explicar a aprendizagem significativa. Ela é, por hipótese, uma estrutura hierarquicamente organizada a partir dos termos conceituais mais importantes e menos diferenciados, ou seja, é criada uma diferenciação progressiva dos conceitos de maior para os de menor inclusividade.

É importante reiterar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o aluno e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva. De acordo com Antunes (2012, p.94),

> "Atualmente, destaca-se que, ao construir um conceito, a pessoa não o memoriza, apenas transforma esse conceito em instrumento de ação para elaborar conexões mais elevadas e, dessa forma, resolver problemas."

Portanto, a ocorrência da aprendizagem significativa implica que as seguintes condições sejam satisfeitas:

1) Intenção do aluno para aprender significativamente, isto é, disposição de relacionar o novo material à sua estrutura cognitiva;

2) Disponibilidade de elementos relevantes na sua estrutura cognitiva com os quais o material a ser aprendido possa relacionar-se;

3) Que o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para ele, isto é,

relacionável de um modo não arbitrário aos elementos relevantes da sua estrutura cognitiva.

Baseado nos estudos de Ausubel (1976), quando a aprendizagem significativa não é realizada o aluno acaba utilizando a aprendizagem mecânica. Este é o tipo de aprendizagem que o aluno "decora" os conteúdos para realizar tarefas ou avaliações, essas informações que não tiveram nenhum significado para ele acabam sendo armazenadas de forma isolada, esquecidas e "apagadas" após um curto período de tempo. E é a aprendizagem mecânica que leva alunos, pais e educadores a acreditarem que o ensino se efetivou, pois os alunos que foram capazes de "decorar" os conteúdos transmitidos reproduzem nas avaliações o que é cobrado. Muitos deles acabam sendo promovidos sem terem aprendido realmente.

Cabe ressaltar que os dois tipos de aprendizagem citadas não são contrárias e/ou excludentes, elas poderão fazer parte de um mesmo processo contínuo de ensino-aprendizagem de acordo com o momento e os devidos critérios.

A Aprendizagem Significativa não é aquela que o aluno nunca esquece, já que esquecimento é parte normal do funcionamento cognitivo. Se este tipo de aprendizagem realmente ocorreu num determinado período, o processo de reaprendizagem é possível e relativamente rápida.

O desafio que se estabelece para os educadores é despertar motivos para que a aprendizagem ocorra de maneira significativa, tornando as aulas mais interessantes de modo que os conteúdos possam ser compartilhados com outras experiências vivenciadas pelos alunos. Além disso os professores deverão atuar como pesquisadores da sua própria prática pedagógica e o aluno deverá ser tratado como sujeito que receberá o conhecimento e não como mero receptor de informações.

1.3 - TEORIA DAS MÚLTIPLAS INTELIGÊNCIAS

Howard Gardner coordenou, em 1979, uma equipe de pesquisadores da Universidade de Havard com o objetivo de investigar a natureza da inteligência humana, principalmente daqueles alunos considerados incapazes de aprender.

De acordo com Antunes (2012, p.12):

> "A inteligência é, pois, um fluxo cerebral que nos leva a escolher a melhor opção para solucionar uma dificuldade e que se completa como uma faculdade para compreender, entre opções, qual a melhor; ela também nos ajuda a resolver problemas ou até mesmo criar produtos válidos para a cultura que nos envolve."

Para desenvolver a sua pesquisa, Gardner utilizou diferentes fontes: crianças consideradas normais, autistas e com dificuldades de aprendizagem; pacientes com danos cerebrais; prodígios, idiotas sábios[1] (indivíduo mentalmente deficiente com um talento altamente especializado em determinada área) e outras mais específicas.

Fruto deste trabalho de investigação, em 1983, Gardner publicou sua obra *Frames of Mind* (Estruturas da Mente), que assinalou o nascimento da Teoria das Inteligências Múltiplas – na qual propunha a existência de pelo menos sete inteligências básicas. Armstrong (2001, p.14-15) definiu cada uma delas de seguinte forma:

a) Inteligência linguística: consiste na capacidade de usar as palavras de forma efetiva, seja oralmente ou por escrito;

b) Inteligência lógico-matemática: consiste de usar os números de forma efetiva e para raciocinar bem;

c) Inteligência musical: capacidade de perceber, discriminar, transformar e expressar formas musicais;

d) Inteligência espacial: capacidade de perceber com precisão o mundo visuo-espacial e de realizar transformações sobre essas percepções;

e) Inteligência corporal-cinestésica: perícia no uso do corpo todo para expressar ideias e sentimentos e facilidade no uso das mãos para produzir ou transformar coisas;

f) Inteligência Interpessoal: capacidade de perceber e fazer distinções no humor, intenções, motivações e sentimentos de outras pessoas;

g) Inteligência Intrapessoal: o autoconhecimento e a capacidade de agir adaptativamente

1 Definição dada por Gardner (1995, p.21)

com base neste conhecimento.

Gardner ressalta, a partir dessas capacidades, que exceto em indivíduos anormais, essas sete inteligências funcionam combinadas e que algumas delas podem se fundir num determinado momento.

> "As pessoas talentosas em termos matemáticos frequentemente manifestam um considerável interesse pela música; talvez isso aconteça porque a música se apresenta como um campo extremamente fértil para a mente matemática, que fica fascinada por padrões de todo o tipo. Observem, também, que os músicos não são especialmente associados a um interesse pela matemática (não mais, digamos, do que pela dança ou língua estrangeiras); pelo contrário, são os matemáticos (e outros cientistas) que parecem ser atraídos pela música". (GARDNER, 1995, p.42-43)

Para Campos (2008, p.92-93), a riqueza das Múltiplas Inteligências está na articulação entre duas ou mais inteligências, dentre elas podemos destacar:

> *"musical e lógico-matemático: Na música, a regularidade se apresenta no ritmo, na harmonia ou na estrutura de compassos de uma música. A matemática, por sua vez, procura regularidades numéricas. Ambas as linguagens utilizam símbolos e convenções próprios. A própria notação musical tem uma estrutura lógico-matemática por base".*

Recentemente, Howard Gardner acrescentou uma oitava inteligência que é a Inteligência Naturalista, que de acordo com Armstrong (2001, p.15):

> "Este tipo de inteligência inclui perícia no reconhecimento e classificação das inúmeras espécies – a flora e a fauna – do meio ambiente do indivíduo. Ela abrange também sensibilidade a outros fenômenos naturais (por exemplo, formação de nuvens e montanhas) e, ainda, a capacidade de distinguir entre seres vivos e inanimados."

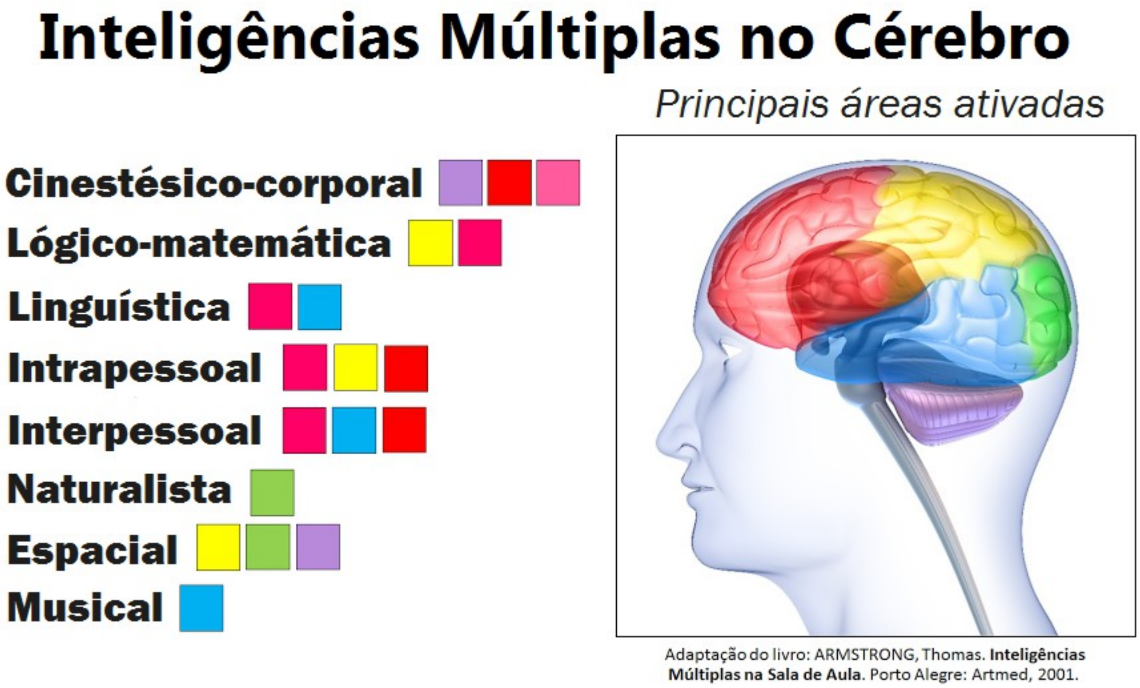


Figura 1 - Áreas do cérebro relacionadas com cada tipo de inteligência
<http://meucerebro.com/inteligencias-multiplas-como-aprender-melhor> em 03/06/2016

Gardner (1995) também definiu alguns conceitos de relativa importância para o desenvolvimento das suas pesquisas:

a) Talentoso é o indivíduo promissor em qualquer domínio em que as inteligências figuram.

b) Prodígio é o indivíduo precocemente incomum.

c) Perito é a pessoa que atinge rapidamente um alto nível de competência em algum domínio, independente de suas abordagens serem novas ou experimentais.

d) Criativo é o indivíduo que regularmente resolve problemas ou elabora produtos em algum domínio, de uma maneira que é inicialmente vista como nova, mas acaba sendo reconhecida como adequada àquele domínio.

e) Gênio são pessoas que realizam trabalhos criativos em algum domínio assumindo um significado universal ou quase universal. Quanto mais universal a contribuição, quanto mais ela atravessar culturas e épocas, maior o gênio.

Essa teoria desafiou o conceito de Quociente de Inteligência (QI), que se baseia na existência de uma inteligência única que poderia ser medida através de testes: se o aluno tivesse uma nota maior que 130 ele seria considerado superdotado.

Porém para Gardner (1995):

> "A teoria das inteligências múltiplas, por outro lado, pluraliza o conceito tradicional. Uma inteligência implica na capacidade de resolver problemas ou elaborar produtos que são importantes num determinado ambiente ou comunidade cultural. A capacidade de resolver problemas permite à pessoa abordar uma situação em que um objetivo deve ser atingido e localizar a rota adequada para esse objetivo. A criação de um produto cultural é crucial nessa função, na medida em que captura e transmite o conhecimento ou expressa as opiniões ou os sentimentos da pessoa". (Gardner, 1995, p.21)

Alunos com frequentes esquecimentos, estado de permanente desatenção e a consequente queda no rendimento escolar podem estar sujeitos a alguma dificuldade de aprendizagem relacionada a vários fatores, entre eles podemos citar o de origem neurológica, conhecido como distúrbio (ou transtorno) de deficit de atenção. Estima-se que de 3% a 5% das crianças em idade escolar, apresentam esse problema no qual ainda não se sabe a origem. Muitas vezes tais alunos são considerados indisciplinados e ficam retidos na série que estão por falta de entendimento do conteúdo, porém se for realizado um trabalho focado no aluno utilizando-se das múltiplas inteligências dele poderemos obter resultados satisfatórios.

Figura 2 - Transtorno de Déficit de Atenção
<http://odiariodeumaestudantedepsicologia.blogspot.com.br/2015/12/transtorno-de-deficit-de-atencao-e.html> em 03/06/2016

Nas palavras de Gardner (ARMSTRONG, 2001, p.VI):

> (…) "a essência da teoria é respeitar as muitas diferenças entre as pessoas, as múltiplas variações em suas maneiras de aprender, os vários modos pelos quais elas podem ser avaliadas, e o número quase infinito de maneiras pelas quais elas podem deixar uma marca no mundo."

Observamos que nem todas as pessoas possuem os mesmos interesses, habilidades e formas de aprendizagem, porém o ensino tradicional praticado na maioria das escolas não leva em conta essas diferenças.

CAPÍTULO 2

2.1 - A RELAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E MÚSICA

Reza a lenda que Pitágoras (572 – 497) ao passar em frente a um ferreiro ouviu sons agradáveis que se combinavam quando ele trabalhava com martelos de tamanhos diferentes batendo em corpos de pesos também diferentes. Ele ficou tão surpreso que para continuar seus estudos construiu um instrumento composto de apenas uma corda esticada entre dois cavaletes – o monocórdio.

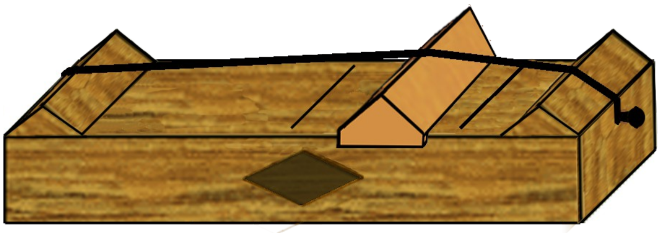


Figura 3 – Monocórdio
<http://violaparainiciantes.blogspot.com.br/2015/03/a-matematica-dos-acordes-musicais.html> em 03/05/2016

Pitágoras estava disposto a descobrir quais combinações de sons eram agradáveis aos seus ouvidos. Durante os seus estudos ficou comprovado que pressionando a corda em diferentes pontos ouviam-se sons diferentes. Mais precisamente ele pressionou a corda nos pontos situados a $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$ do seu comprimento e observou que quanto menor o comprimento da corda mais agudo seria o som produzido, o que séculos mais tarde seria explicado como sendo o comprimento da corda inversamente proporcional à frequência da nota. Estava sendo formada a primeira escala musical.

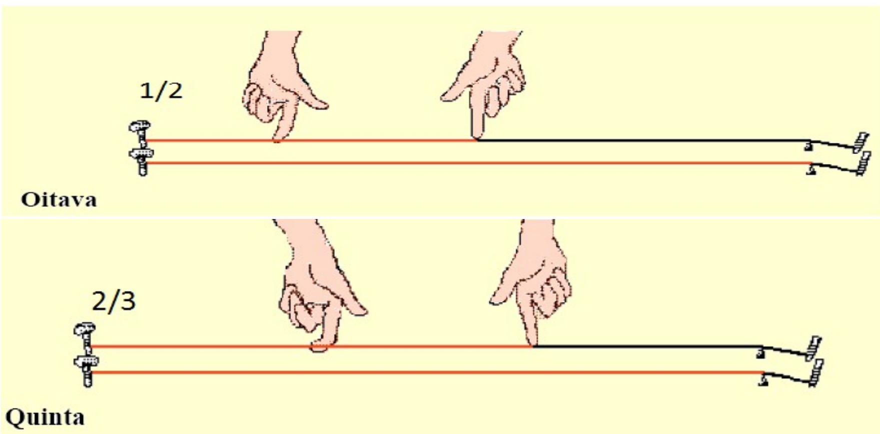


Figura 4 – sons diferentes em comprimentos de corda diferentes.
<http://violaparainiciantes.blogspot.com.br/2015/03/a-matematica-dos-acordes-musicais.html> em 03/05/2016

Segundo Abdounur (2006, p.23):

> “Para os pitagóricos, a teoria musical dividia-se no estudo da natureza das propriedades dos sons, no estabelecimento e no cálculo respectivamente de intervalos musicais e proporções musicais.”

Para eles a música tornou-se uma natural extensão da Matemática. Com isso as ciências matemáticas foram divididas em quatro partes:

Aritmética (teoria dos números),

Música (aplicação da teoria dos números),

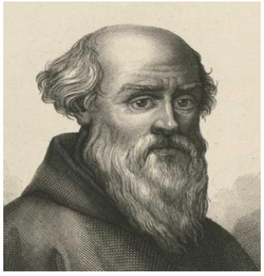
Geometria (teoria do espaço) e

Astronomia (aplicação da teoria do espaço), chamando-se **Quadrivium**.

Para aquele povo a beleza, a harmonia e a simetria era o que despertava interesse.

Arquitas de Tarento (430-360a.C.) desenvolveu uma teoria na qual relacionou força e velocidade com a altura do som; percebeu que quanto mais forte e rápido era o movimento, mais agudo era o som produzido. Suas ideias estavam bem próximas daquelas em que o som se propaga por meio de ondas utilizando partículas no ar.

Observamos que na Idade Média pouco se produziu em termos de ciência, a Igreja com os seus princípios, criava dificuldades para o seu desenvolvimento. No início desse período tivemos o canto gregoriano como estílo de música onde não eram utilizados instrumentos musicais.

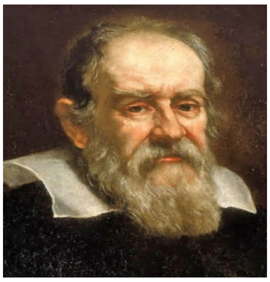


Por volta do século XI, o teórico musical Guido D'Arezzo (955–1050 d.C.) adotou uma pauta de cinco linhas e deu nome às notas musicais, tirando as sílabas de um hino a São João Batista:

Ut *queant laxis*	*Para que possam*
RE*sonare fibris*	*ressoar as*
MI*ra gestorum*	*maravilhas de teus feitos*
FA*muli tourum*	*com largos cantos*
SO*lve polluti*	*apaga os erros*
LA*bii reatum*	*dos lábios manchados*
SI*ncte Ioannes*	*Ó São João*

De difícil entonação o ***UT*** foi substituído posteriormente e arbitrariamente pelo DÓ. (ABDOUNUR, 2006, p. 23)

Abdounur chama a atenção para três fatos considerados importantes:



“No século XVII, o pensador italiano, Galileo Galilei explicou o fenômeno da altura musical ao caracterizá-la pela frequência de vibração das pulsações de ar correspondentes a uma onda sonora que chega ao ouvido. A partir daí, a altura musical abandona a sua associação parcial a comprimentos de uma corda vibrante, em vigor desde Pitágoras, para assumir o significado de frequência, diretamente ligado ao conceito de função periódica”.(ABDOUNUR, 2006, p.29)

“Classificado como onda, o som ganhou uma nova dimensão que possibilitou o seu estudo à luz da teoria ondulatória desenvolvida por Christiaan Huygens (1629-1695), ponto significativamente estratégico na interação da matemática com a música na medida que, compreendendo a natureza do som, torna-se possível entender, representar e manipular melhor os fenômenos musicais.” (ABDOUNUR, 2006, p. 30)

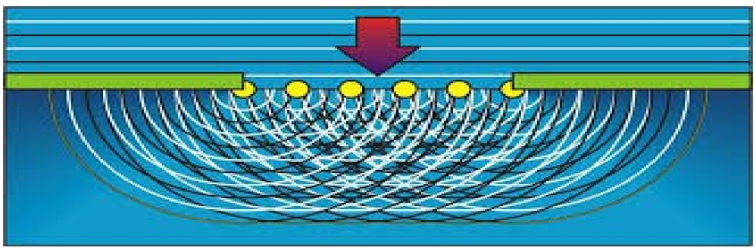


Figura 5 - Princípio de Huigens: cada ponto de uma frente de onda se comporta como uma nova fonte de ondas <http://www.ggte.unicamp.br/ocw/sites/ocw/files/cursos/CienciasExatas/F_428/apostilas/F428_Aula03_1S2014.pdf> em 02/06/2016

“A conexão mais precisa entre a altura de um som musical e frequência – velocidade de um movimento vibratório – ocorreria no século XVIII com Jean le Rond D'Alembert (1717-1783). Estudando o comportamento de cordas vibrantes, o matemático e filósofo francês descobriu que o comprimento de uma corda sujeita a uma tensão fixa era inversamente proporcional à frequência do som emitido pela corda referida. D'Alembert foi ainda mais longe ao afirmar que um som natural não era puro, mas complexo, sendo obtido pela superposição de diversos harmônicos de uma série. (ABDOUNUR, 2006, p. 35)

O matemático francês Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830) provou que uma onda qualquer é formada pela somatória de várias outras ondas de formato senoidal (ou co-senoidal). Ele mostrou que se a forma da onda se repete periodicamente, então as frequências das componentes senoidais são restritas a valores múltiplos da frequência de repetição da forma da onda.

A série de Fourier é uma expressão matemática para descrever fenômenos ondulatórios. O francês foi levado a desenvolver suas pesquisas ao estudar a propagação de calor em corpos sólidos supondo que essa propagação fosse por meio de ondas de calor.

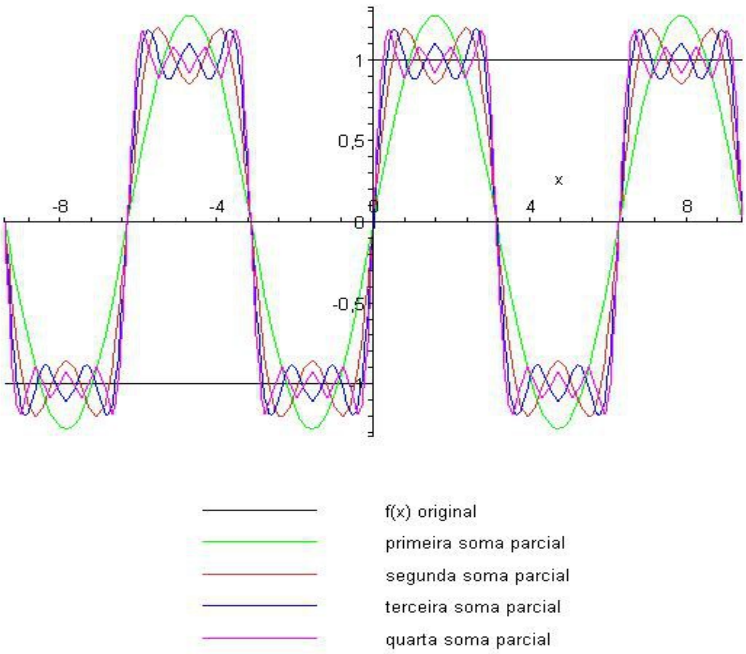


Figura 6 - Exemplo de Série de Fourier
<http://www.ime.unicamp.br/~vaz/fourier.htm> em 05/05/2016

2.2 - ONDAS SONORAS

Para o desenvolvimento do trabalho foi necessário que os alunos tivessem um conhecimento prévio dos fenômenos físicos que envolvem o assunto.

Todos nós já observamos o que acontece quando jogamos um objeto na superfície calma de um lago, porém não nos detalhamos que o acontecido nos cerca de maneira análoga ao londo do dia. Guardadas as devidas proporções, esse fenômeno está na nossa visão, audição, nos aparelhos de TV, rádio, celular, etc. No lago o que acontece é uma perturbação no ponto atingido e que se propaga concentricamente ao longo de toda a sua superfície na forma de uma linha circular (frente de onda) de raio crescente.

Figura 7 – Onda formada na superfície de um líquido
<http://forum.lawebdefisica.com/entries/509-Frente-de-ondas> em 02/06/2016

Se por um acaso tivermos uma pequena rolha de cortiça flutuando nesse no lago poderemos observar que ela sofrerá apenas o movimento vertical de subida e descida quando a frente de onda passar por ela. Isso nos mostra que esse conjunto não transportou matéria (no caso a rolha), mas houve um transporte de energia igualmente dividido entre o espaço de duas frentes de onda consecutivas. Esse espaço é um exemplo de onda.

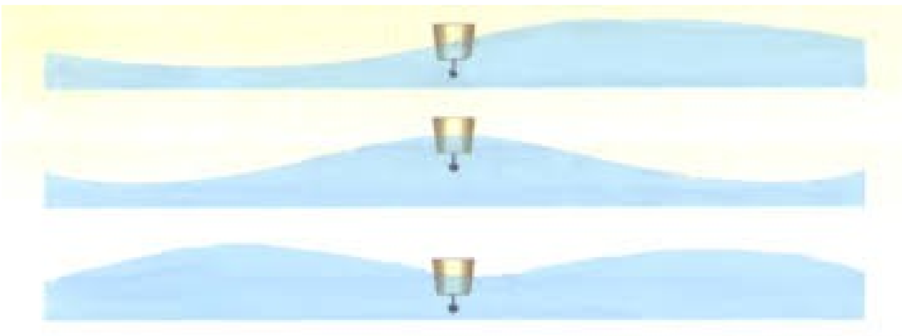


Figura 8 – Movimento da rolha de cortiça numa onda
<http://ww2.unime.it/weblab/awardarchivio/ondulatoria/ondas.htm> acesso em 30/03/2016

A luz é uma onda do tipo *eletromagnética*. Ondas desse tipo não precisam de um meio material para se propagar, ou seja, podem se propagar no vácuo. Nesse caso as perturbações ocorrem nas cargas elétricas gerando campos elétricos e magnéticos que oscilam perpendicularmente à direção de propagação da onda (ondas transversais). Nossos olhos são receptores que detectam ondas eletromagnéticas com comprimento entre 400nm e 700nm. [2]

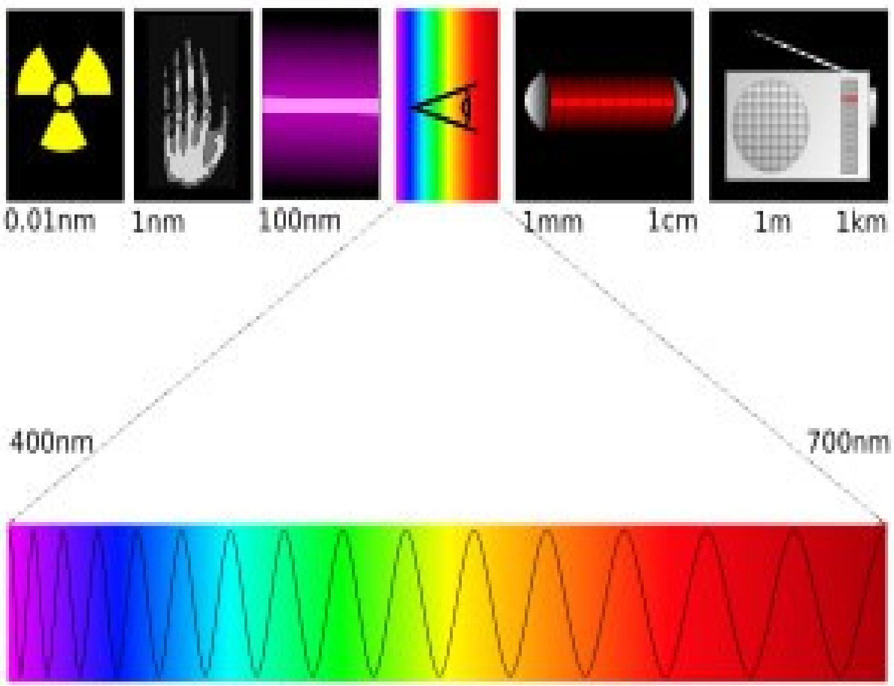


Figura 9 - Espectro Eletromagnético
<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/fisica/espectro-eletromagnetico.htm> em 09/04/2016.

Já as ondas sonoras, que é a base do nosso estudo ao longo desse trabalho, precisarão da deformação de um meio material para se propagar, elas não se propagam no vácuo, são classificadas como ondas *mecânicas*. Além disso, as ondas sonoras são longitudinais, porque a sua direção de propagação é coincidente com a direção de vibração das partículas do meio. Por exemplo, as moléculas do ar no ponto de uma explosão são comprimidas e essa compressão é uma perturbação que vai se propagar até aos nossos ouvidos (tímpano), que tem a capacidade de transformar essa perturbação em estímulos nervosos decodificado pelo nosso cérebro como uma onda sonora.

2 Nano (**n**) é um prefixo do Sistema Internacional de Pesos e Medidas, representa a bilionésima parte do todo.

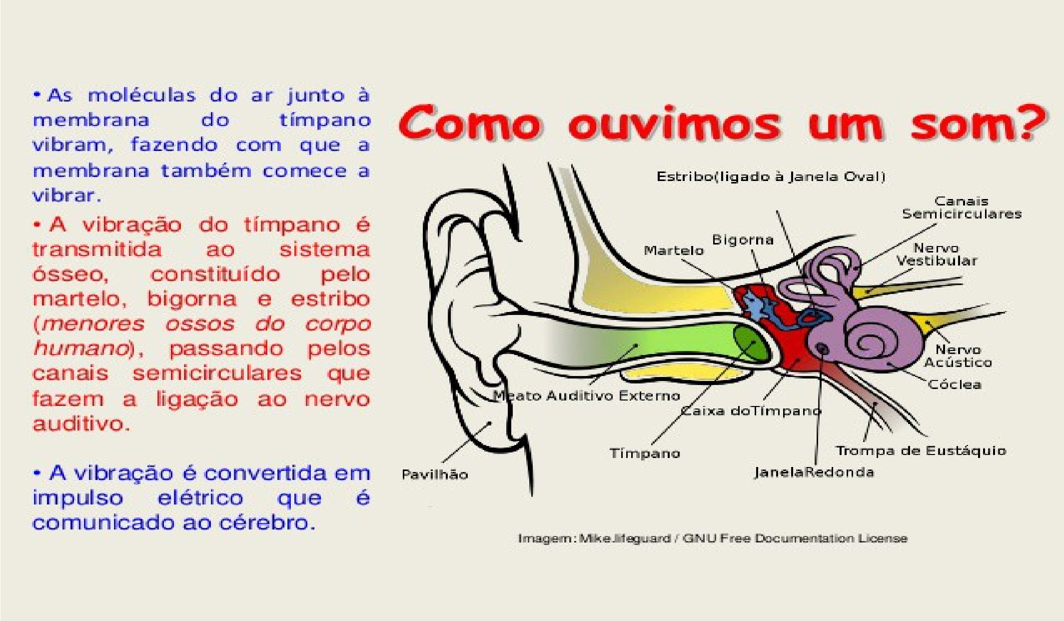


Figura 10 – ouvido humano
<http://elcienemariatigre.tumblr.com/page/4> acesso em 03/04/2016

No entanto, os nossos ouvidos não são capazes de registrar ondas sonoras cuja frequência seja abaixo de 20 ondas/segundo (20Hz), chamadas de infrasom, e nem acima de 20.000 ondas/segundo (20.000Hz ou 20kHz), chamadas de ultrasom. Os morcegos e alguns cães possuem ouvidos mais sensíveis e é por esse motivo que conseguem captar os ultrasons.

Elefante	20Hz	-	10kHz
Tentilhão	100Hz	-	15kHz
Gato	30Hz	-	45kHz
Cão	20Hz	-	30kHz
Chimpanzé	100Hz	-	30kHz
Homem	20Hz	-	20kHz
Baleia	40Hz	-	80kHz
Aranha	20Hz	-	45kHz
Morcego	20Hz	-	160kHz

Tabela 1 - Frequências audíveis
<http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2014/02/qualidades-do-som.html> em 09/04/2016

Quanto ao efeito no ouvido o som é classificado em ruído ou musical. O som musical é a superposição de ondas sonoras periódicas ou quase periódicas, enquanto o ruído é uma onda não periódica e breve (explosão).

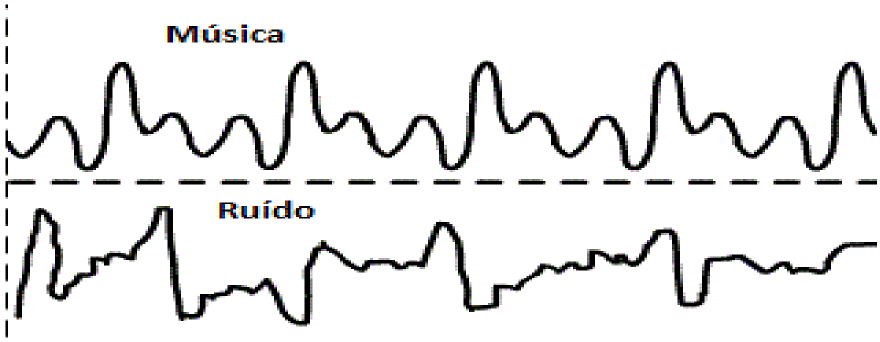


Figura 11 - Ondas de música e ruído
<http://www.duartstudio.com/home/arte-m%C3%BAsica/notas-musicais-e-ru%C3%ADdos-n%C3%A3o-musicais> em 02/04/2016

A onda sonora resultante de uma explosão é considerada um ruído, mas quando ela é produzida por uma fonte de vibração periódica chamamos de som musical.

2.2.1 – Elementos de uma Onda Periódica

As partes mais altas (máximos) de uma onda são as cristas e as mais baixas (mínimos) são os vales o que se comparado com a onda sonora serão os pontos de maior pressão e de menor pressão das partículas, respectivamente.

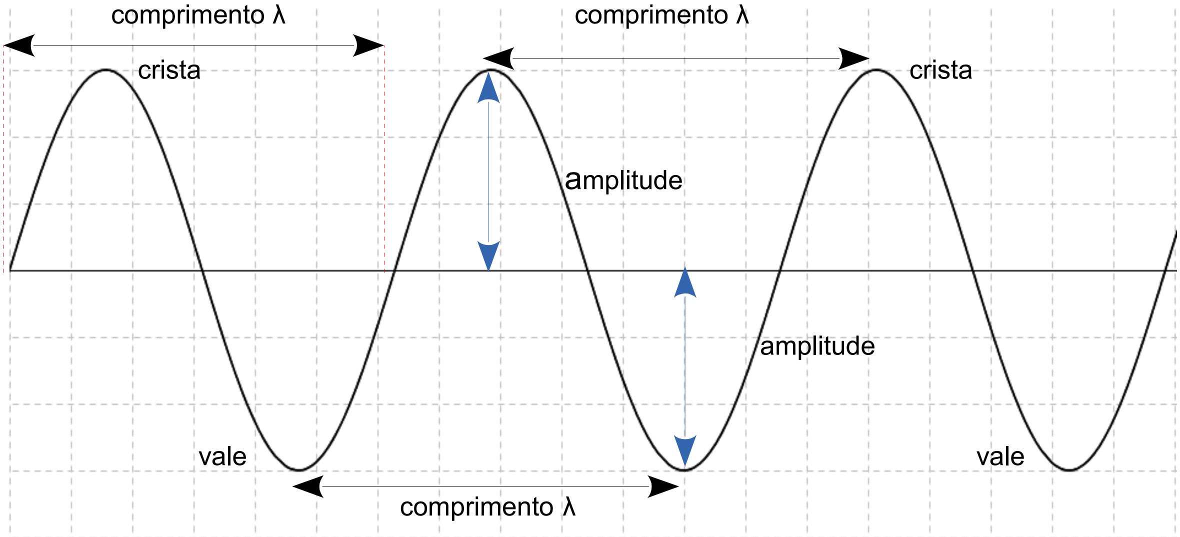


Figura 12 - Elementos de uma onda
Fonte: própria

1) *Comprimento* (λ) é a distância entre duas cristas (máximos) ou dois vales (mínimos) da onda, ou ainda, a distância mínima em que a forma da onda se repete.

2) *Amplitude* é graficamente a altura em relação ao ponto médio de uma onda e está relacionada a quantidade de energia que essa onda transporta.

3) *Frequência* e *Período*

* A *frequência* (f) corresponde ao número de ondas geradas por uma unidade de tempo. A unidade de medida de frequência usual é o hertz (Hz)[3], que corresponde ao número de ondas geradas em um segundo.

* *Período* (T) é o tempo necessário para uma onda ser gerada e a sua unidade de medida usual é o segundo.

A frequência é o inverso do período: $f = \frac{1}{T}$ nesse caso teremos $1\ Hz = 1\ s^{-1}$

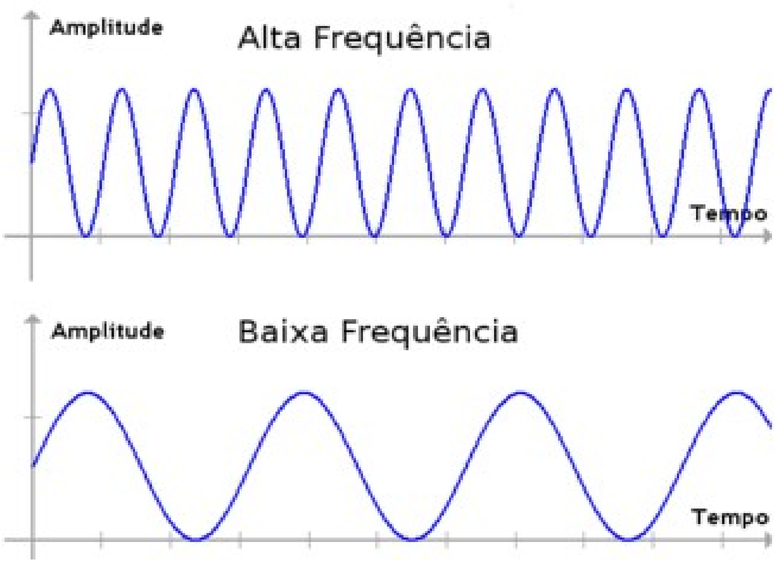


Figura 13 - Ondas de frequências diferentes
<https://pt.wikipedia.org/wiki/Som> acesso em 30/03/2016

Velocidade

Como as ondas sonoras dependem do meio em que elas se propagam sua velocidade varia de acordo com esse meio. Nos líquidos e nos sólidos as moléculas estão mais próximas umas das outras fazendo com que a velocidade do som nesses meios seja maior que nos gases.

A temperatura pouco influenciará na velocidade quando o meio for sólido ou líquido mas a sofrerá alguma modificação quando o meio for gasoso. Por exemplo: a 15° C a velocidade do som no ferro é de 5.130m/s, na água é 1.450m/s e no ar de apenas

3 Henrich Rudolf Hertz (1857 – 1894), físico alemão, criou aparelhos emissores e detectores de ondas de rádio.

340m/s. A velocidade do som no ar é baixa quando comparada com a velocidade da luz (300.000.000 m/s), por isso numa tempestade observamos primeiro o clarão de um relâmpago para depois ouvir o barulho do trovão.

Portanto concluímos que:

$$V_{sólido} > V_{líquido} > V_{gasoso}$$

Da mecânica newtoniana temos que v = Δs/Δt, porém podemos utilizar Δs = λ, Δt = T e T = 1/f. Então:

$$v = \Delta s / \Delta t \rightarrow v = \lambda / T \rightarrow v = \lambda . f$$

2.2.2 – Qualidades Fisiológicas do Som

1) *Altura* – está relacionada com a frequência com que a fonte gera a onda. Comumente utiliza-se como unidade de medida o hertz (Hz), que é o número de ondas produzidas a cada segundo (ondas/segundo).

Um som de "alta frequência" é denomoinado "agudo", e de "baixa frequência" é o som "grave". Por exemplo, a voz do homem que está entre $100Hz \le f_H \le 200Hz$ é, geralmente, mais grave do que a voz da mulher que varia de $200Hz \le f_M \le 400Hz$.

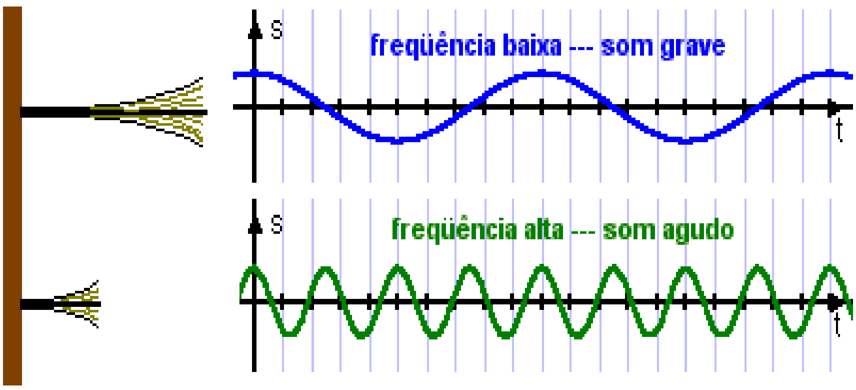


Figura 14 – Sons Graves e Agudos
<https://www.algosobre.com.br/fisica/acustica.html> acesso em 10/04/2016

2) *Intensidade* – está relacionada com a energia transportada pela onda. De acordo com a energia transportada podemos classificar uma onda sonora em som forte ou fraco. Podemos citar como exemplo, o aumento do volume do aparelho de som, pois estamos

aumentando a amplitude da onda, fazendo com que ela transporte mais energia. No nosso dia-a-dia dizemos que o som está "alto ou baixo", porém como vimos anteriormente a "altura" é relacionada à frequência e não à intensidade. O correto seria dizer: "o som está forte ou fraco".

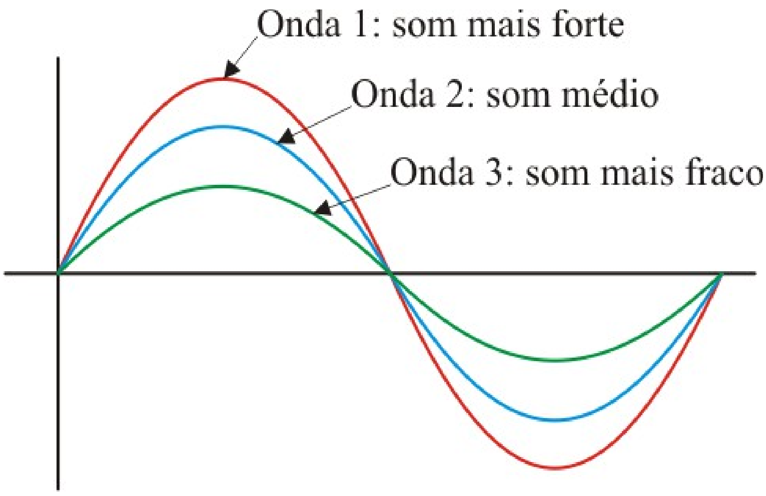


Figura 15 - Ondas de intensidade com diferentes amplitudes <http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2014/02/qualidades-do-som.html> em 09/04/2016

Em termos espaciais, o deslocamento das partículas da onda sonora é muito pequeno, da ordem de milímetros.

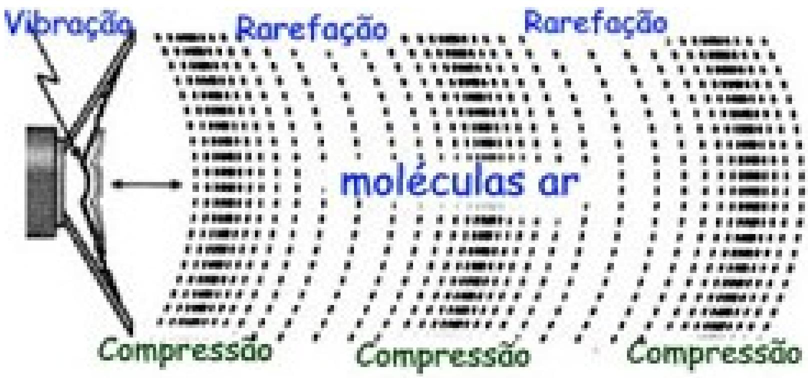


Figura 16 - Ondas sonoras se propagando no ar <http://www.rc.unesp.br/showdefisica/99_Explor_Eletrizacao/paginas%20htmls/Ondas.htm> acesso em 10/04/2016

Para quantizar a intensidade do som, utilizamos uma medida chamada decibéis (dB - décima parte do bel[4]).

4 Alexander Graham Bell (1847 – 1922), escocês, co-inventor do telefone.

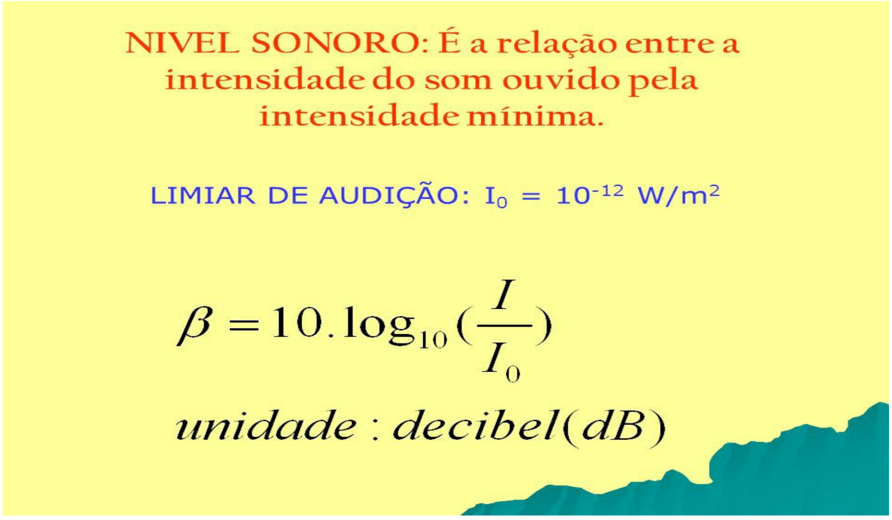
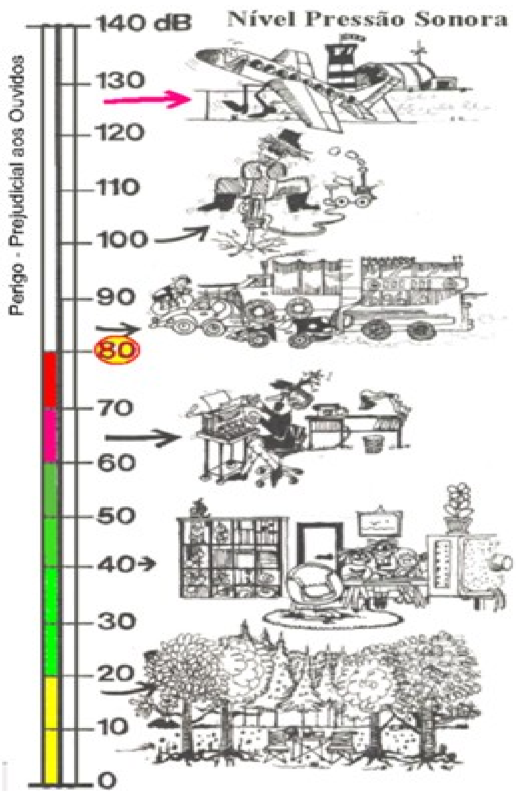


Figura 17 – Nível Sonoro
<http://slideplayer.com.br/slide/1239332/> acesso em 03/04/2016

O nervo auditivo humano não é muito resistente à prolongada exposição a sons muito elevados. Trabalhadores necessitam usar protetores de ouvidos para exposições de sons a partir de 80dB, num período igual ou superior a 8 horas diárias de trabalho, sem isso eles passam a ter perdas auditivas irreparáveis.



NÍVEL DE RUÍDO dB(A)	MÁXIMA EXPOSIÇÃO DIÁRIA PERMISSÍVEL
85	8 horas
86	7 horas
87	6 horas
88	5 horas
89	4 horas e 30 minutos
90	4 horas
91	3 horas e 30 minutos
92	3 horas
93	2 horas e 40 minutos
94	2 horas e 15 minutos
95	2 horas
96	1 hora e 45 minutos
98	1 hora e 15 minutos
100	1 hora
102	45 minutos
104	35 minutos
105	30 minutos
106	25 minutos
108	20 minutos
110	15 minutos
112	10 minutos
114	8 minutos
115	7 minutos

Figura 18 - Tabela de nível de decibéis
<http://www.ckf.com.br/nivel_de_ruido.html> acesso em 13/03/2016

3) *Timbre* – qualidade que nos permite distinguir dois sons de mesma altura e mesma intensidade emitidos por fontes diferentes.

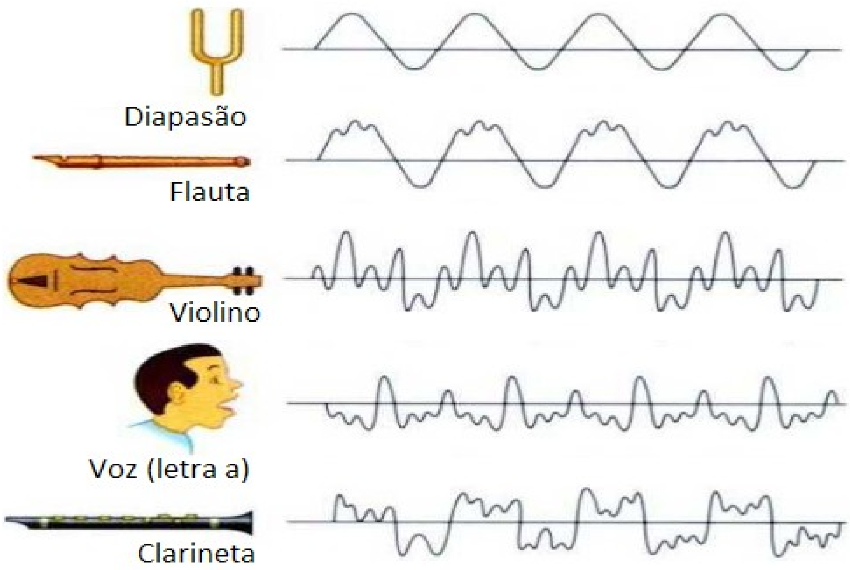


Figura 19 - Timbres de mesma altura e intensidade
<http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2014/02/qualidades-do-som.html> acesso em 09/04/2016

Uma nota musical é um som cuja vibração encontra-se dentro de um intervalo perceptível pelo ouvido humano e a música é a combinação sob as mais diversas formas, de uma sequência de notas em diferentes intervalos. Entretanto, uma mesma nota emitida por diferentes instrumentos musicais pode ter a mesma frequência e ainda assim soar de maneira diferente para quem ouve.

CAPÍTULO 3 – PESQUISA E A SALA DE AULA

3.1 - A ESCOLA

A pesquisa foi realizada no Colégio Santa Clara, que há 50 anos vem contribuindo para a educação no município do Rio de Janeiro. Ele está localizado no bairro de Cordovil, considerado subúrbio da região da Leopoldina, atendendo famílias de classe média, principalmente.

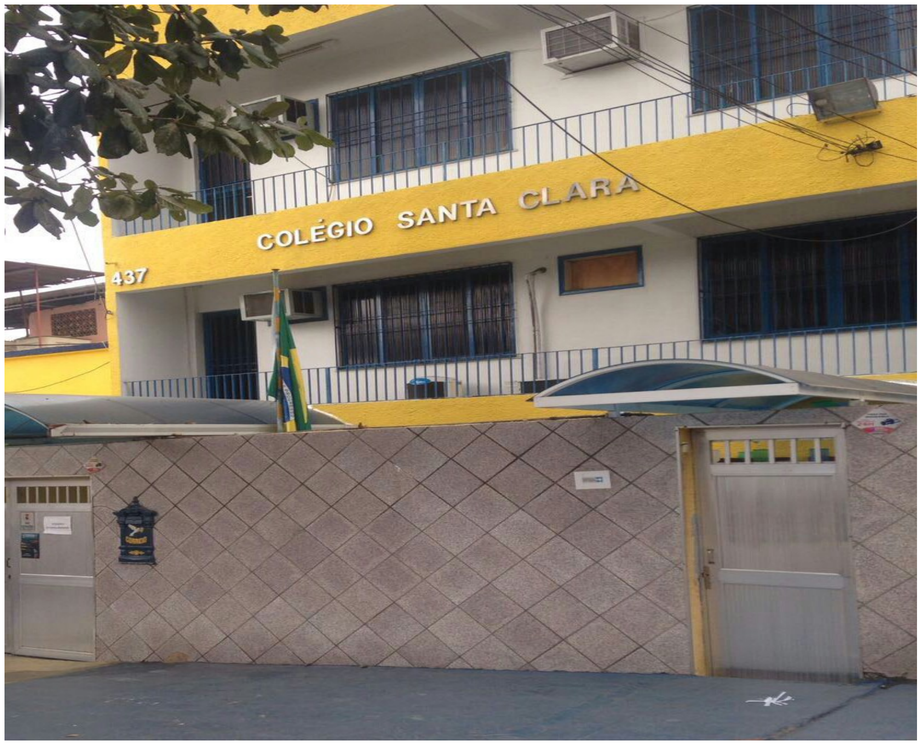


Figura 20 – Colégio Santa Clara

O ensino oferecido nesta escola atende da Educação Infantil até o Ensino Médio e Pré-Vestibular, além dos Cursos Técnicos de Enfermagem e Informática.

Seus professores, em grande maioria, possui cursos de especialização, formando assim uma escola de referência na região.

A escola tem um caráter familiar bem acentuado, por ter no seu quadro discente filhos e netos de ex-alunos, o que contribui para que a taxa de evasão seja baixa.

Em seu espaço físico há salas de aula climatizadas, sala de multimídia, sala de informática com acesso à internet, laboratório de Ciências, biblioteca, refeitório e dois ginásios poliesportivos.

Figura 21 – Ginásio Poliesportivo

Figura 22 - Piscina

3.2 – APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Para a realização da nossa prática foi escolhida a turma 3000, do 3.º ano do ensino médio, com 24 alunos, entre 16 e 18 anos, sendo 10 meninos e 14 meninas, estudando no primeiro turno (7:10h às 12:40h). Todos possuem acesso à internet seja pelas tecnologias 3G/4G ou na própria residência, além disso a escola possui wi-fi em todos os seus ambientes.

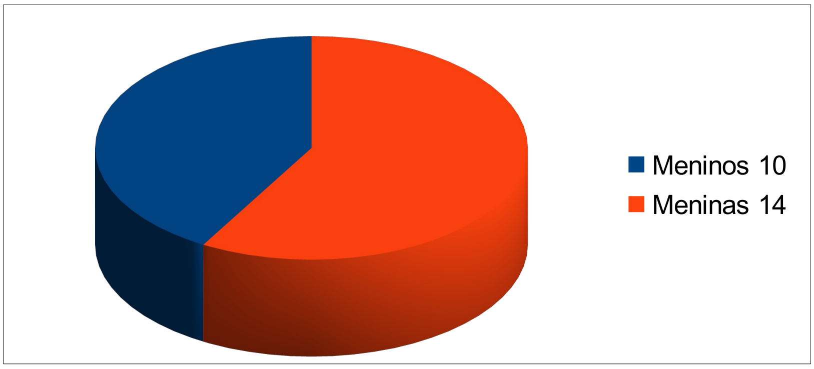


Gráfico 1 – Divisão por Gêneros

Inicialmente, conversamos sobre o trabalho a ser realizado. Fizemos uma explanação sobre o objetivo da pesquisa e o porquê da sua realização nesta turma. Como o trabalho é sobre “Ondas” e “Gráfico da Função Seno”, buscamos uma turma que tivesse conhecimento prévio do assunto, já que esses conteúdos foram ensinados no ano letivo anterior.

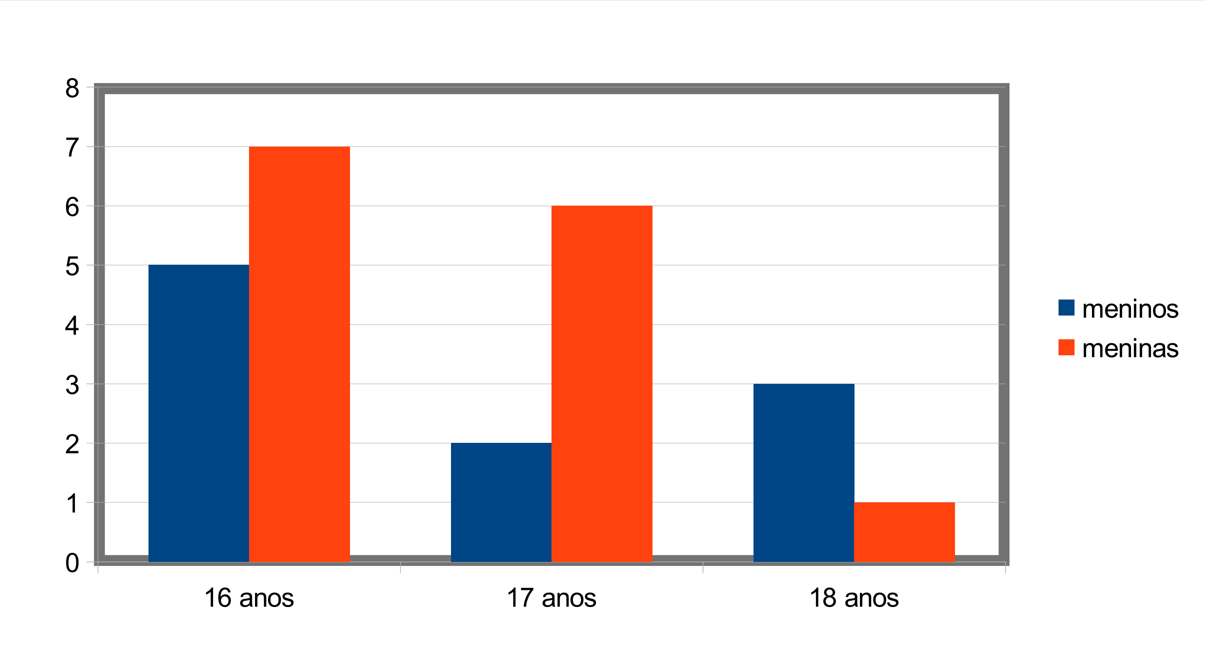


Gráfico 2 – Divisão por idade de acordo com o gênero

Desenvolvemos a pesquisa no próprio horário de aula dos alunos, adaptando o currículo para que não houvesse prejuízo. Foram aplicadas cinco atividades: a visualização da vibração das cordas de um violão; representação gráfica de ondas sonoras; verificação da frequência e intensidade das ondas sonoras; construção gráfica da função seno; e a relação entre a função seno e as formas de onda. Para a realização das atividades foram utilizadas quatro as aulas, cada uma com 50 minutos de duração.

No sentido de facilitar a compreensão dos conceitos a serem trabalhados e dar maior dinamismo entre os alunos, ficou acordado que a turma seria dividida em quatro grupos de 6 alunos, chamando-os de ***A***, ***B***, ***C*** e ***D***. Utilizamos a sala de aula da própria turma e o laboratório de informática com 15 computadores e uma TV LCD de 32 polegadas para uma melhor visualização.

GRUPO	MENINOS	MENINAS	TOTAL
A	2	4	6
B	3	3	6
C	4	2	6
D	1	5	6

Tabela 2 – Divisão dos grupos por gênero

Figura 23 – Desenvolvimento do trabalho em sala de aula

3.2.1) Cordas do violão vibrando

Iniciamos a atividade na sala de informática tocando a música “Tempo Perdido”, do grupo vocal Legião Urbana. Em seguida, assistimos um vídeo com três minutos de duração, elaborado pelos alunos do grupo A, com detalhes do movimento da corda do violão. Ele mostra o comportamento das cordas quando colocadas para vibrar, uma de cada vez, para que todos os alunos pudessem visualizar a perturbação formada por elas.

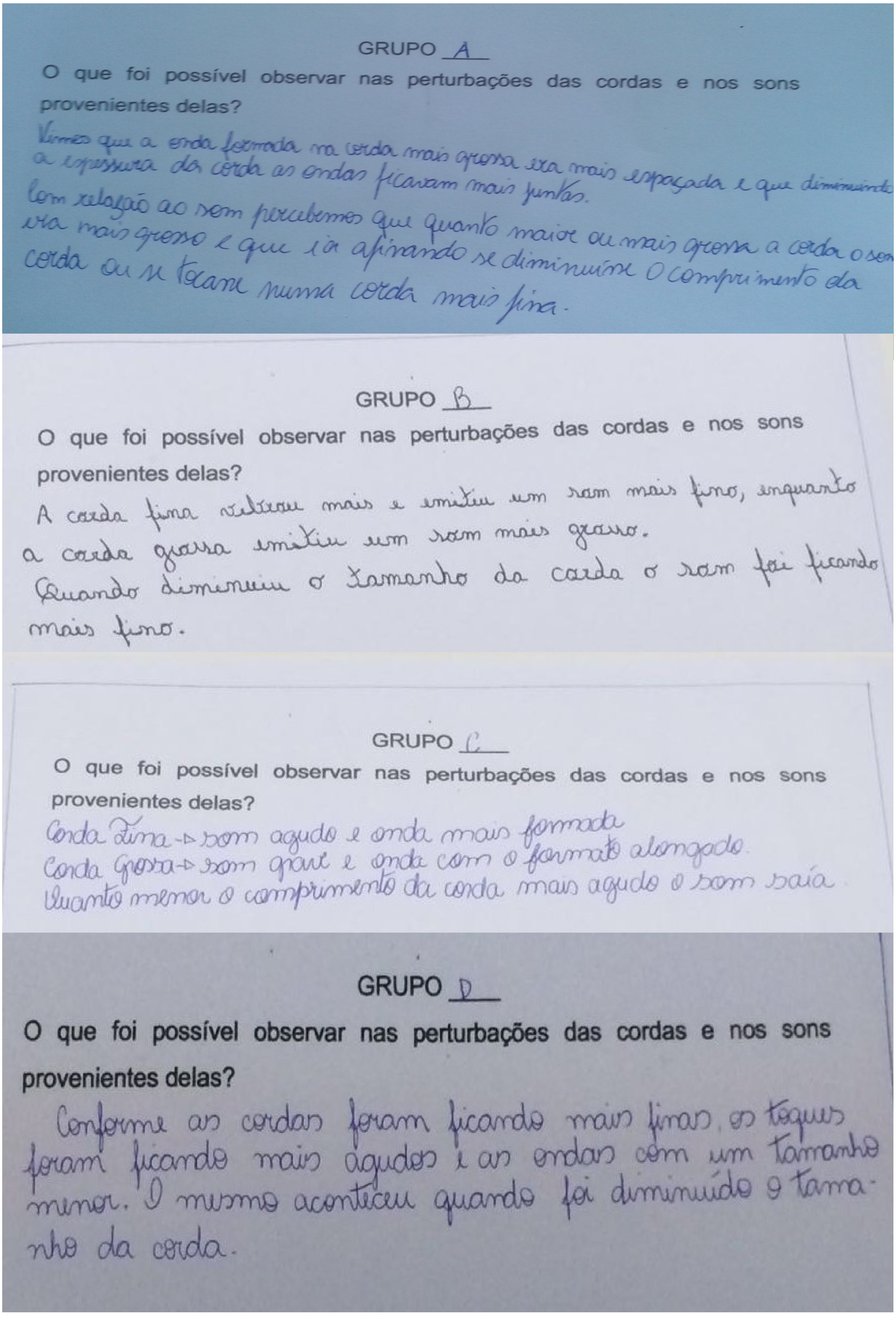
Figura 24 – corda 01 do violão vibrando com ½ do comprimento

Figura 25 – corda 04 do violão vibrando com ¾ do comprimento

Figura 26 – corda 05 do violão vibrando com ½ do comprimento

Repetimos o mesmo vídeo mais uma vez para que fossem observadas além das perturbações, as diferenças de frequência provenientes de cada corda com o mesmo comprimento e com diferentes comprimentos.

Os grupos se reuniram e ficaram incubidos de responder a questão 1: “*O que foi possível observar nas perturbações das cordas e nos sons proveniente delas?*”.


GRUPO A

O que foi possível observar nas perturbações das cordas e nos sons provenientes delas?

Vimos que a onda formada na corda mais grossa era mais espaçada e que diminuindo a espessura da corda as ondas ficavam mais juntas.
Com relação ao som percebemos que quanto maior ou mais grossa a corda o som era mais grosso e que ia afinando se diminuíse o comprimento da corda ou se tocar numa corda mais fina.

GRUPO B

O que foi possível observar nas perturbações das cordas e nos sons provenientes delas?

A corda fina vibrou mais e emitiu um som mais fino, enquanto a corda grossa emitiu um som mais grosso.
Quando diminuiu o tamanho da corda o som foi ficando mais fino.

GRUPO C

O que foi possível observar nas perturbações das cordas e nos sons provenientes delas?

Corda Fina → som agudo e onda mais formada
Corda Grossa → som grave e onda com o formato alongado
Quanto menor o comprimento da corda mais agudo o som saía

GRUPO D

O que foi possível observar nas perturbações das cordas e nos sons provenientes delas?

Conforme as cordas foram ficando mais finas, os toques foram ficando mais agudos e as ondas com um tamanho menor. O mesmo aconteceu quando foi diminuído o tamanho da corda.

Figura 27 – Respostas da questão 1

As respostas foram satisfátórias, porém observamos que muitos alunos, mesmo tendo conhecimento dos termos utilizados para expressar os conceitos da Física, como grave e agudo, fazem uso da linguagem popular; grosso e fino, respectivamente. Assim, som agudo é chamdo de “som fino”; som grave de “som grosso” e o comprimento de onda relacionado à “ondas longas” e “ondas curtas”.

Porém, o grupo ***D*** comentou sobre a relação entre comprimento e frequência, lembrando a história do monocórdio pitagórico apresentado no início das atividades.

3.2.2) Representação Gráfica das Ondas Sonoras

Baixamos o simulador de um osciloscópio (KMLEN) do aplicativo Play Store no meu telefone celular, para obtermos a representação gráfica da onda gerada pelo som proveniente das cordas do violão. Em seguida, conectamos o celular no computador, e para melhor visualização de todos os alunos, conectamos o computador na TV LCD.

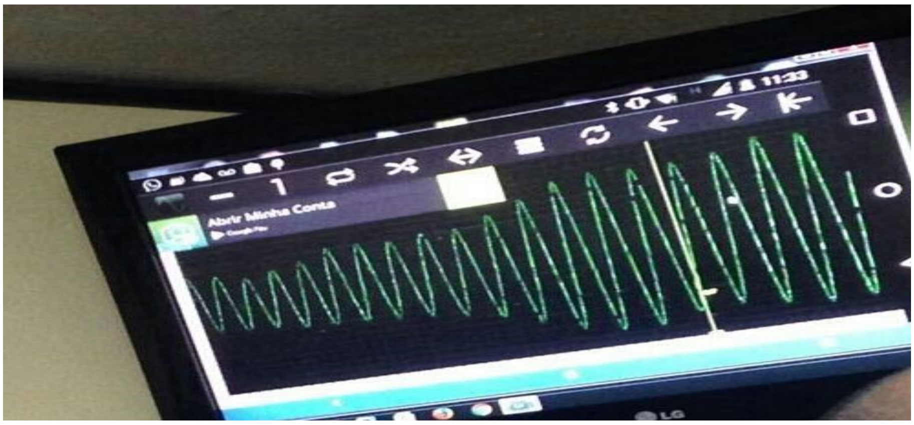
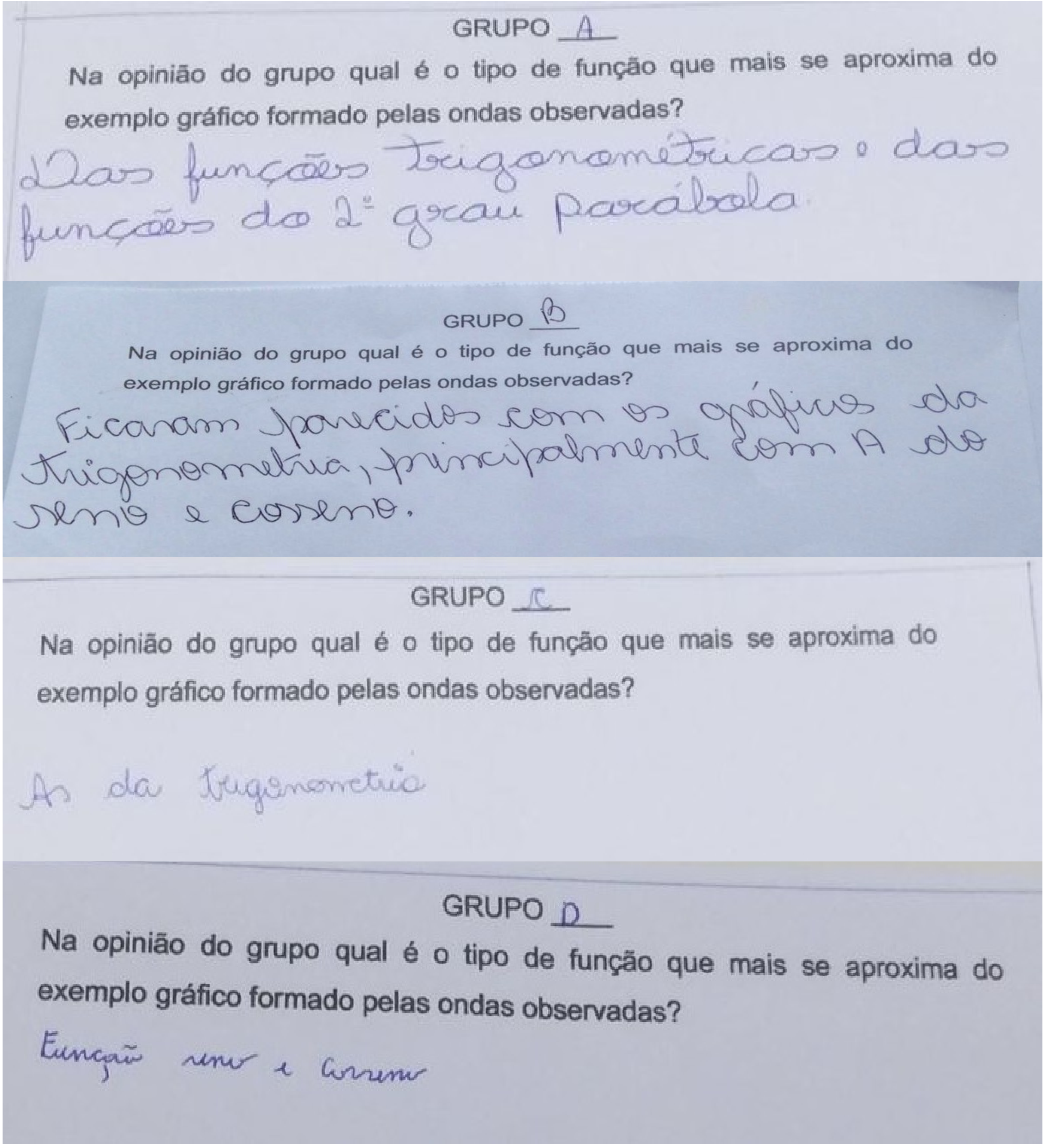


Figura 28 – som mais agudo observado com aumento de intensidade

Figura 29 – som mais grave observado com intensidade constante

Após a observação e a discussão entre os integrantes de cada grupo, eles passaram a responder a questão 2: “*Na opinião do grupo qual é o tipo de função que mais se aproxima do exemplo gráfico formado pelas ondas observadas?*”


GRUPO A

Na opinião do grupo qual é o tipo de função que mais se aproxima do exemplo gráfico formado pelas ondas observadas?

Das funções trigonométricas e das funções do 2º grau parábola.

GRUPO B

Na opinião do grupo qual é o tipo de função que mais se aproxima do exemplo gráfico formado pelas ondas observadas?

Ficaram parecidos com os gráficos da trigonometria, principalmente com a do seno e cosseno.

GRUPO C

Na opinião do grupo qual é o tipo de função que mais se aproxima do exemplo gráfico formado pelas ondas observadas?

As da trigonometria

GRUPO D

Na opinião do grupo qual é o tipo de função que mais se aproxima do exemplo gráfico formado pelas ondas observadas?

Função seno e cosseno

Figura 30 – Respostas da questão 2

O grupo ***A*** afirmou que são representações gráficas de funções quadráticas, parábolas; relatando que a função que gerou o gráfico poderia ser a soma de várias funções quadráticas. Após vários debates mostramos que a soma de várias funções quadráticas resulta em uma única função quadrática e que o seu gráfico é apenas uma parábola. Percebemos que os grupos apresentaram um bom conhecimento sobre funções trigonométricas, já que alguns alunos comentaram sobre o período e o domínio, comparando os gráficos observados.

3.2.3) Variando frequência e intensidade de ondas sonoras

Em um segundo aparelho celular baixamos o gerador de função de canal de som (Keuwlsoft) do Play Store, para facilitar uma posterior visualização gráfica da variação da frequência de 900 Hz até 9 kHz e da intensidade de 30 dB até 75 dB uma onda sonora.

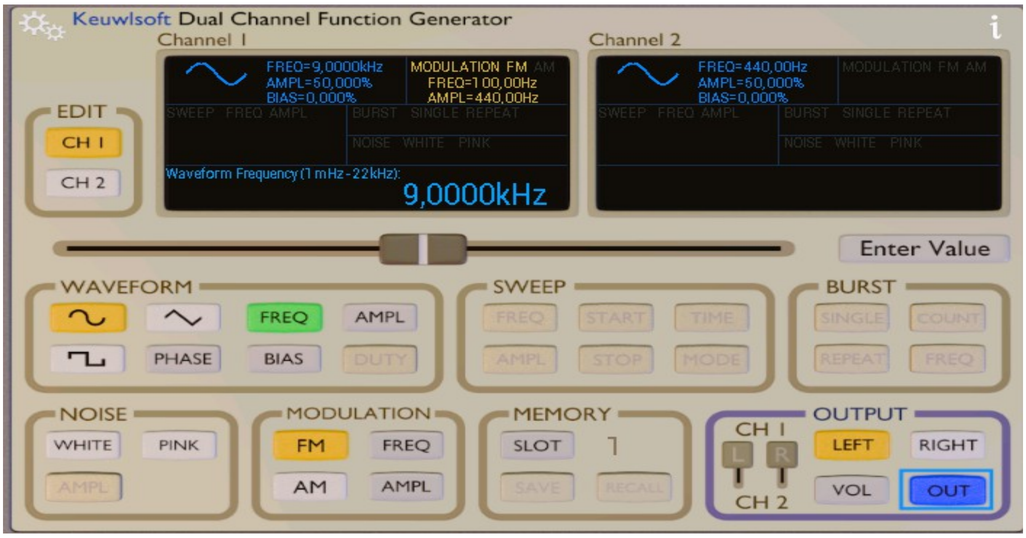


Figura 31 – modulador de som com 9 kHz

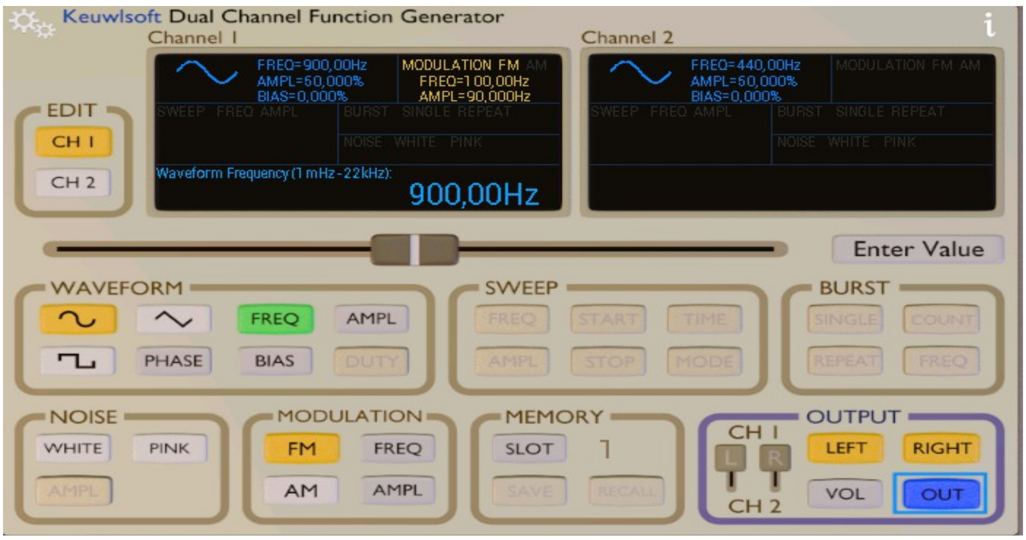


Figura 32 – modulador de som com 900 Hz

Mais uma vez utilizamos o osciloscópio para observamos a forma das ondas geradas.

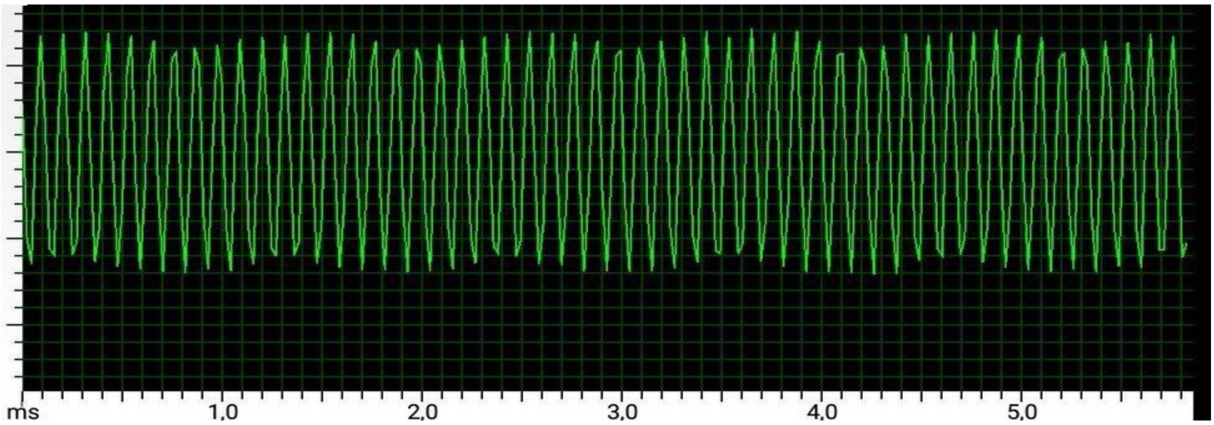


Figura 33 – frequência de 9 kHz e intensidade de 75 dB

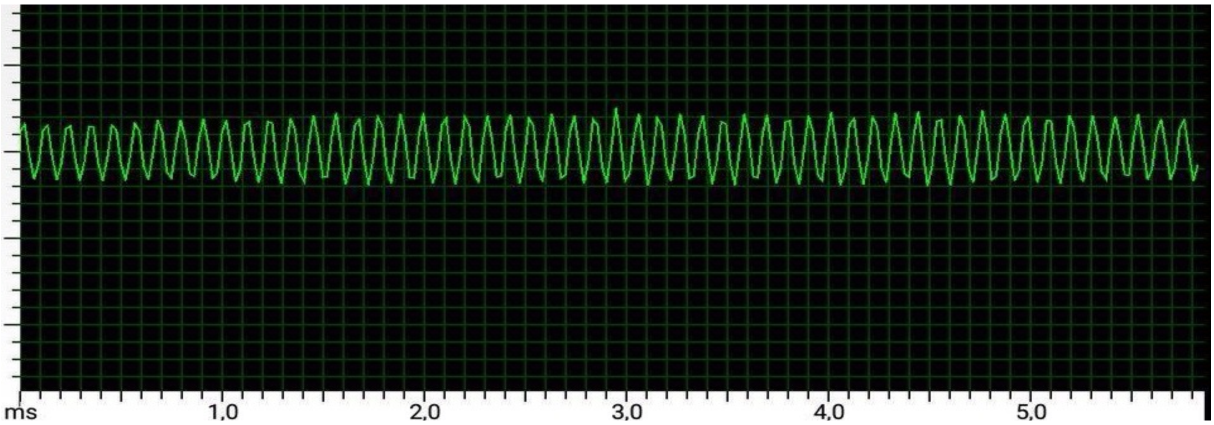


Figura 34 – frequência de 9 kHz e intensidade 30 dB

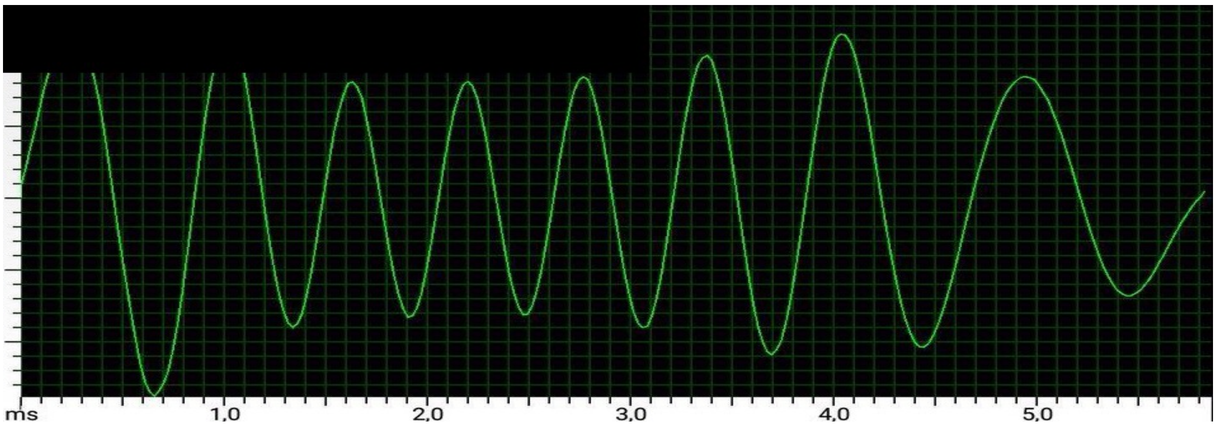


Figura 35 – frequência de 900 Hz e intencidade de 75 db

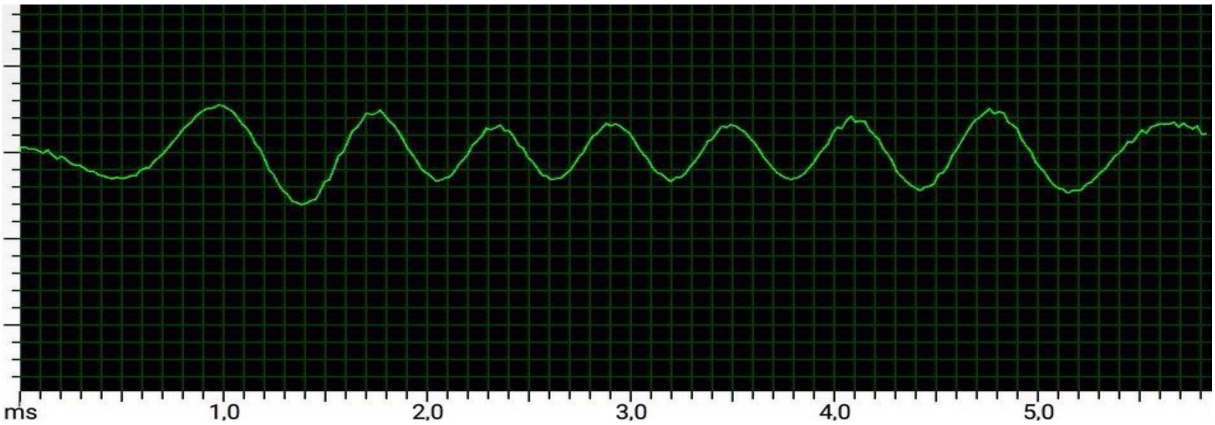
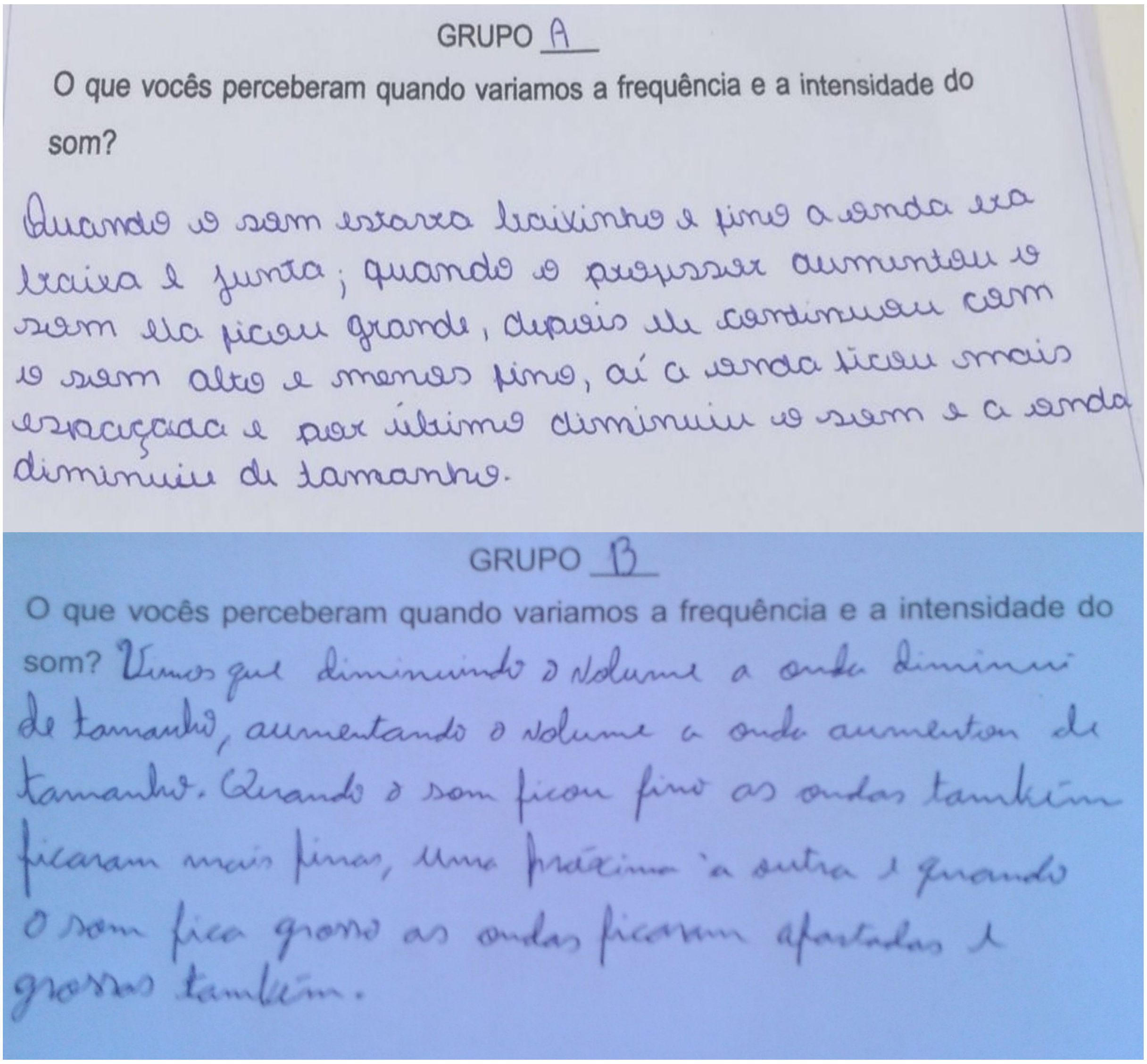


Figura 36 – frequência de 900 Hz e intensidade de 30 dB

Em seguida, os grupos responderam a questão 3: “*O que vocês perceberam quando variamos a frequência e a intensidade do som?*”.



GRUPO A

O que vocês perceberam quando variamos a frequência e a intensidade do som?

Quando o som estava baixinho e fino a onda era baixa e junta; quando o professor aumentou o som ela ficou grande, depois ele continuou com o som alto e menos fino, aí a onda ficou mais espaçada e por último diminuiu o som e a onda diminuiu de tamanho.

GRUPO B

O que vocês perceberam quando variamos a frequência e a intensidade do som? Vimos que diminuindo o volume a onda diminui de tamanho, aumentando o volume a onda aumentou de tamanho. Quando o som ficou fino as ondas também ficaram mais finas, uma próxima à outra e quando o som fica grosso as ondas ficaram afastadas e grossas também.

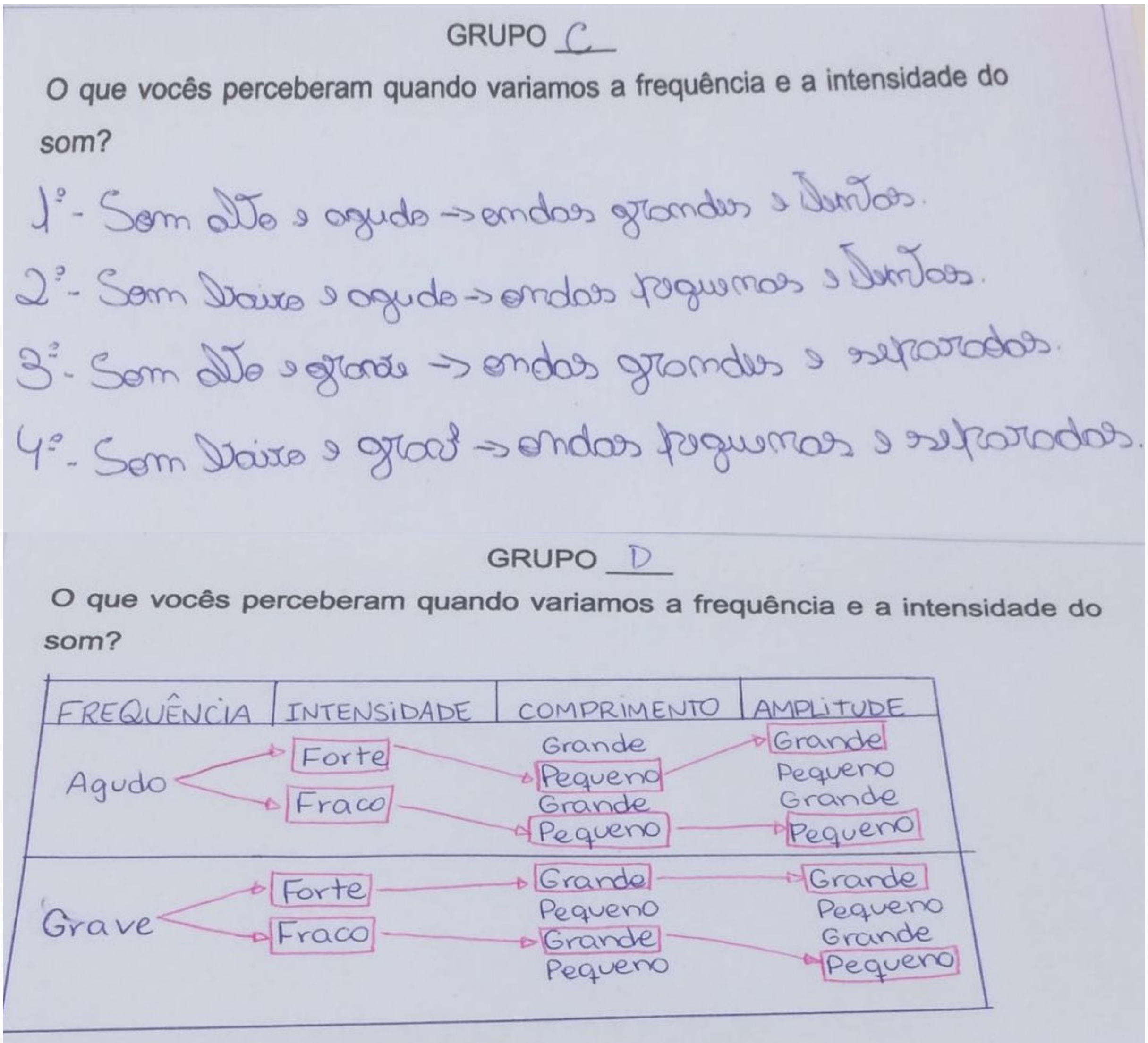


Figura 37 – Respostas da questão 3

Após a realização da terefa foi possível notar que houve uma melhora nas respostas em relação aos conceitos físicos de onda sonora. Nas conversas, os grupos expuseram que é “mais fácil” explicar a observação utilizando as palavras “baixo” e “alto” ou invés de “fraco” e “forte” para representar o volume do som e que isso já estava “fixado” no cotidiano deles.

Pedimos a todos os grupos que observassem a resposta do grupo ***D***, que utilizou os conceitos físicos de forma correta, simples e interessante.

3.2.4) Construção dos gráficos da função seno

Na terceira aula, após a realização das três atividades, os alunos se reuniram no Laboratório de Informática para construir, analisar e comparar os gráficos das funções y = sen(x), y' = sen(2x) e y'' = 2sen(x) utilizando o software educacional GEOGEBRA. Este software é utilizado pelos professores de Matemática e Física como recurso didático com os alunos desde o 9.º ano do Ensino Fundamental.

Para cada grupo foram disponibilizados três computadores no laboratório. No primeiro momento construímos os gráficos das funções y, y' e y'', cuja representação está em roxo, vermelho e preto, respectivamente.

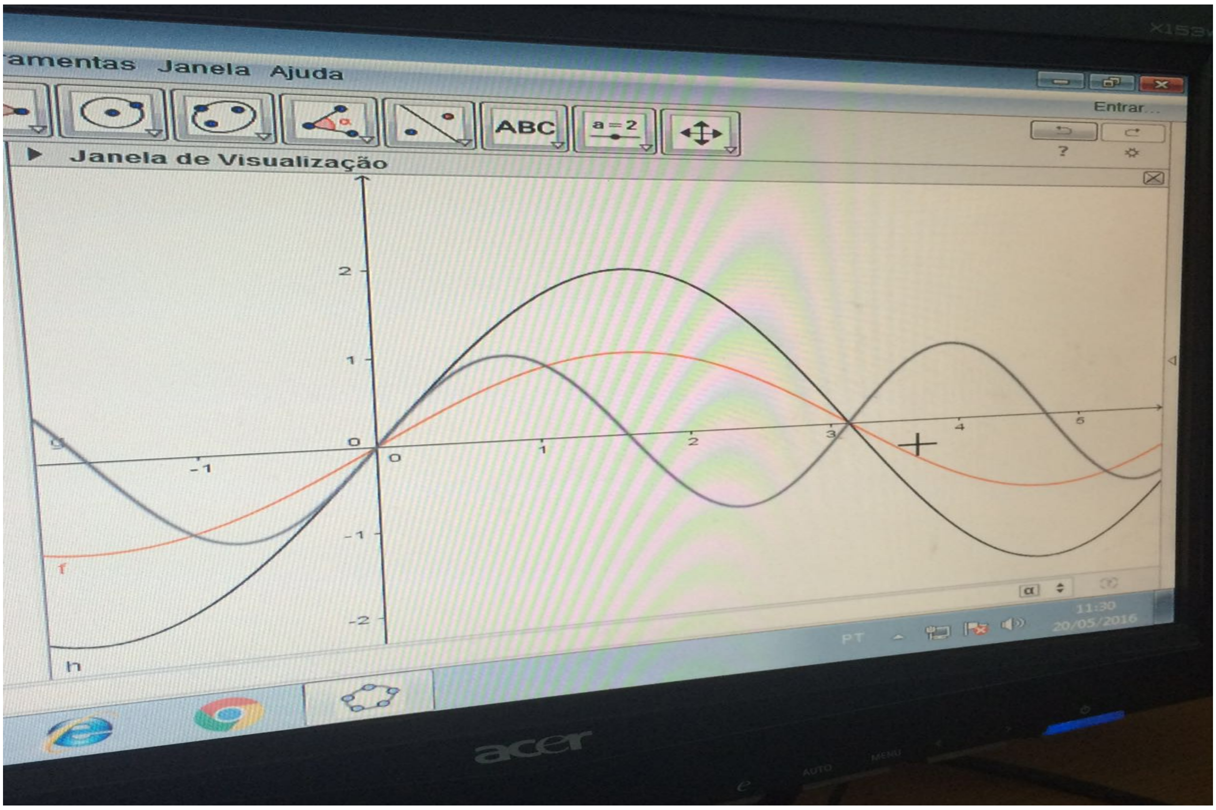


Figura 38 – gráfico das funções y = sen(x), y' = sen(2x) e y'' = 2sen(x)

Dando prosseguimento, cada grupo definiu o conjunto imagem e o período de cada função.

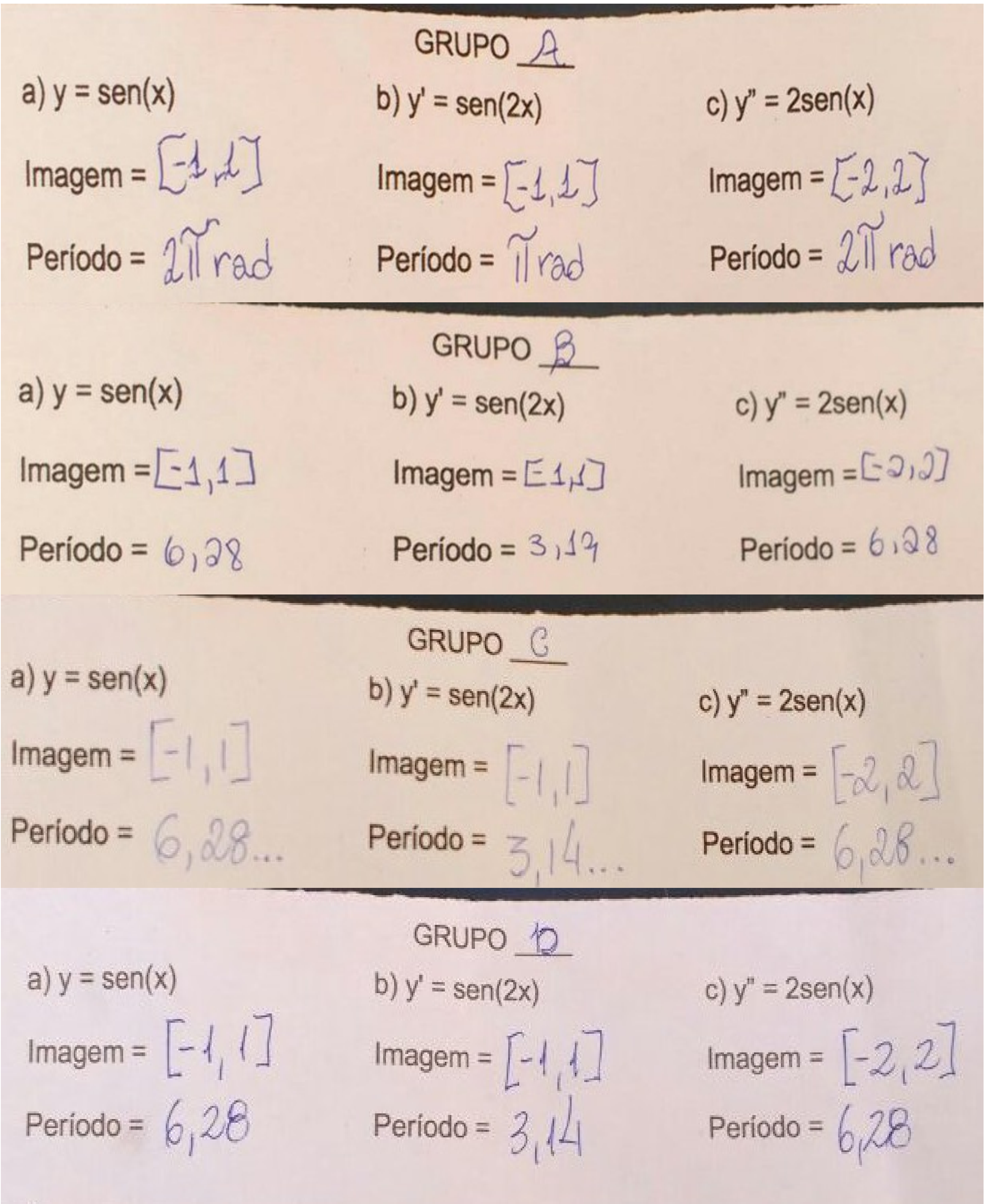


Figura 39 – Respostas dos grupos: Imagem e Período

Um fato interessante destacado pelo grupo ***A*** foi que eles observaram uma das interseções dos três gráficos. Ao ampliarem a imagem até chegar no ponto de interseção com duas casas decimais, perceberam que era o valor aproximado do número irracional π. Disseram que já sabiam disso, pois já haviam estudado em Funções Trigonométricas.

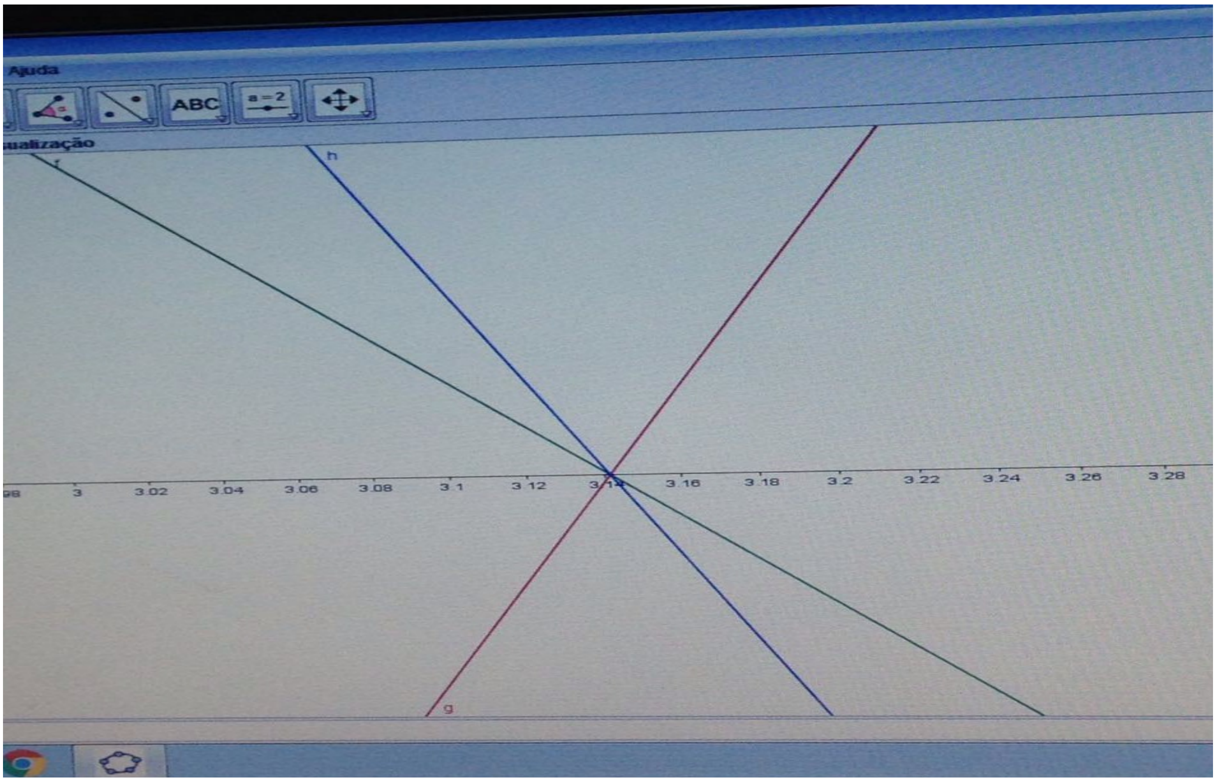


Figura 40 – um dos pontos de interseção das funções y = sen(x), y' = sen(2x) e y'' = 2sen(x)

Este fato gerou um debate entre os alunos. Alguns disseram que o número irracional π não é exato, sendo escrito como π = 3,1415.... Mas os grupos B e D falaram que na representação gráfica apresentada no GEOGEBRA está escrito 6,28 para representar o número 2π. Enfim, qual das afirmações é a correta? Após várias colocações, ficou notório que para representarmos um gráfico é necessário definirmos uma unidade de medida. Em nosso caso utilizamos até o centésimo, ou seja, duas casas decimais, logo 6,28 = 2π.

3.2.5) Relação entre a função seno e as formas de ondas

Na última atividade nos coube a procurar uma relação entre a função seno e a forma da onda, em nosso caso, ondas sonoras. Para tanto passamos a utilizar a forma Y = A.sen(bx) para generalizar a função que representa, simplificadamente, uma onda periódica.

A primeira parte desta atividade é composta de duas perguntas:

a) *O que acontece com o gráfico da onda quando modificamos a variável "A"?*

b) O que acontece com a onda quando modificamos a variável "b"?

que foram respondidas pelos grupos, como apresentadas abaixo.

O nosso intuito com essas perguntas é saber o comportamento da função quando variamos as constantes “A” e “b”, por isso na pergunta são definidas como “variável”.

a) O que acontece com o gráfico da onda quando modificamos a variável “A”?

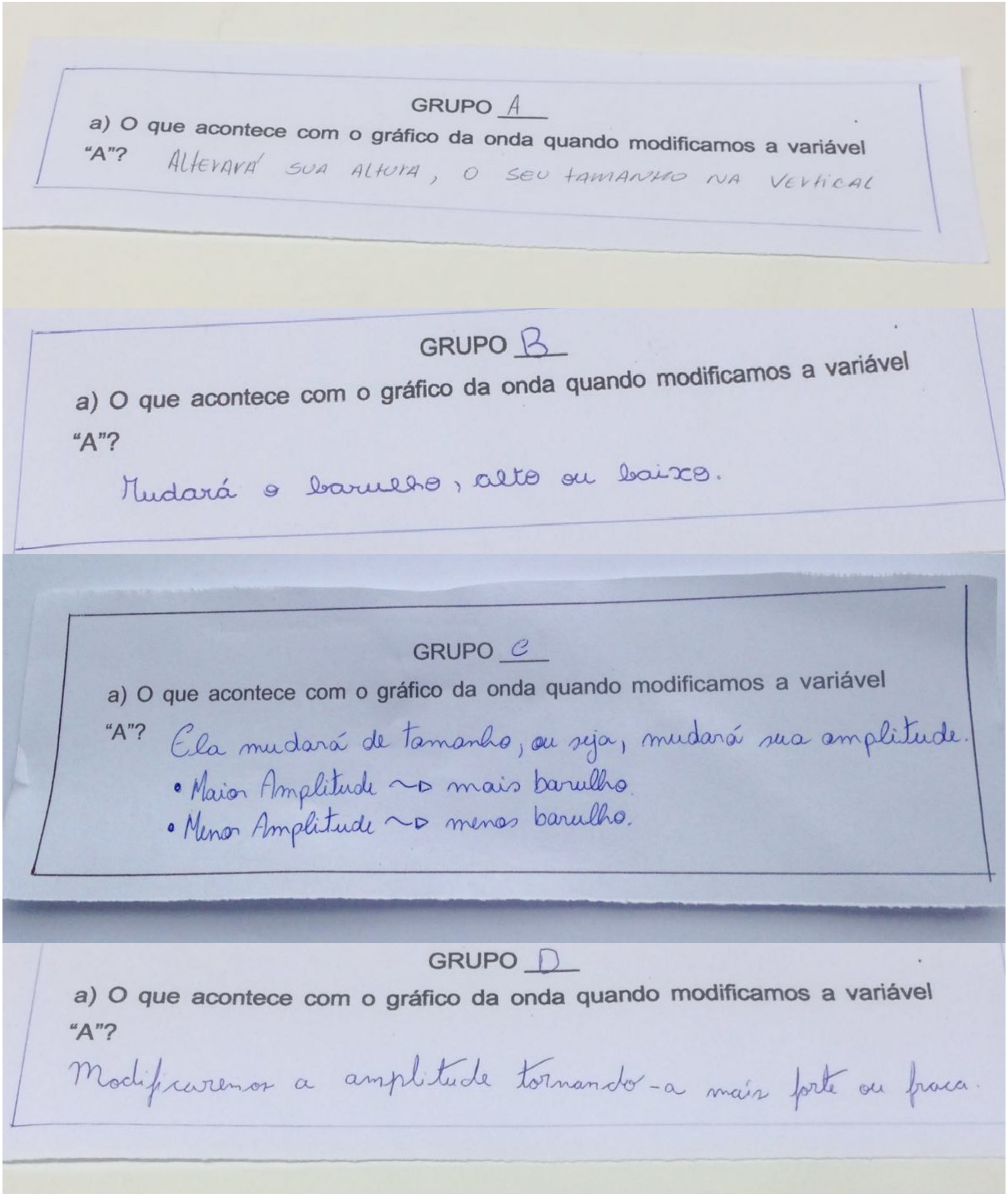


Figura 41 – Respostas da pergunta (a)

b) *O que acontece com a onda quando modificamos a variável “b”?*

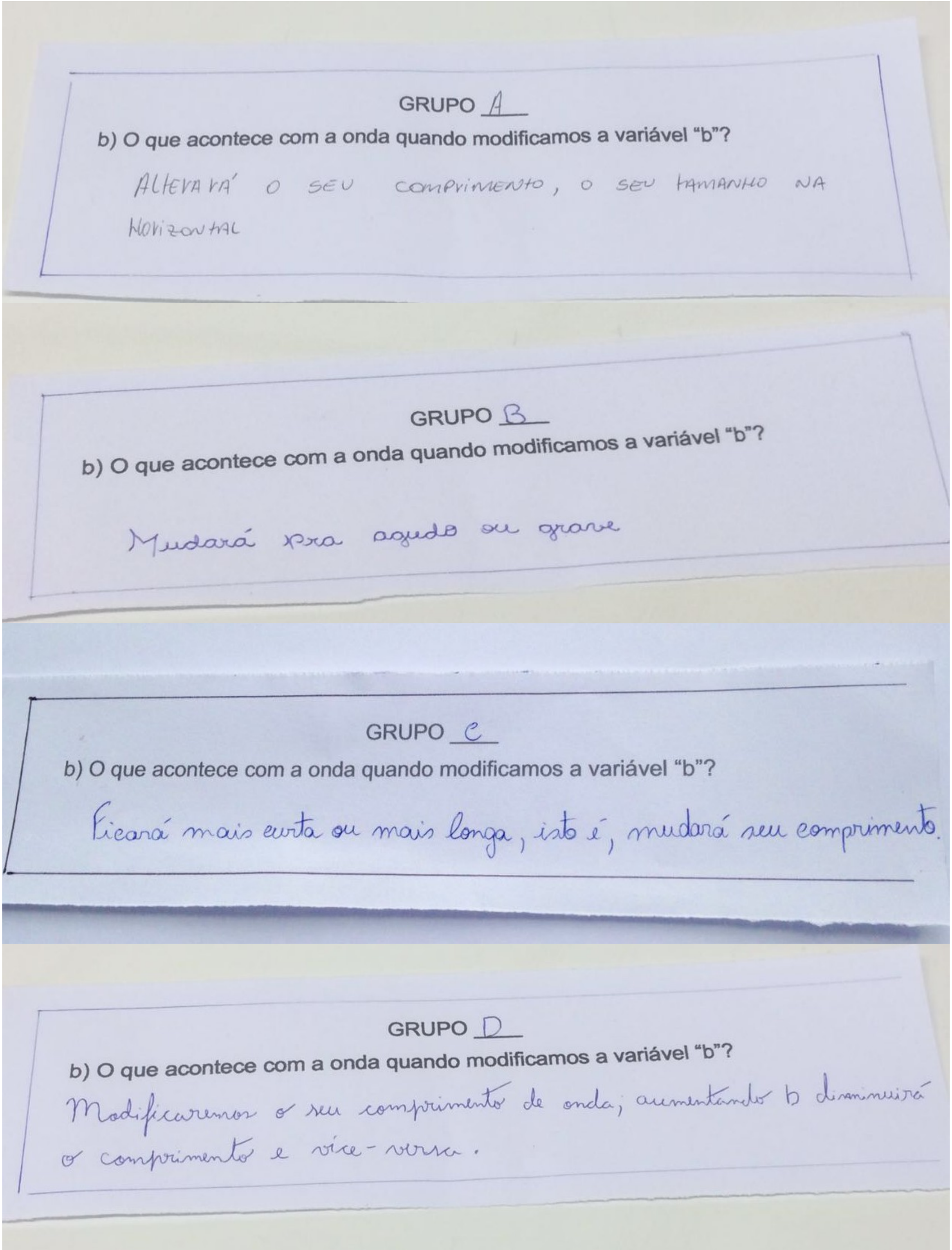
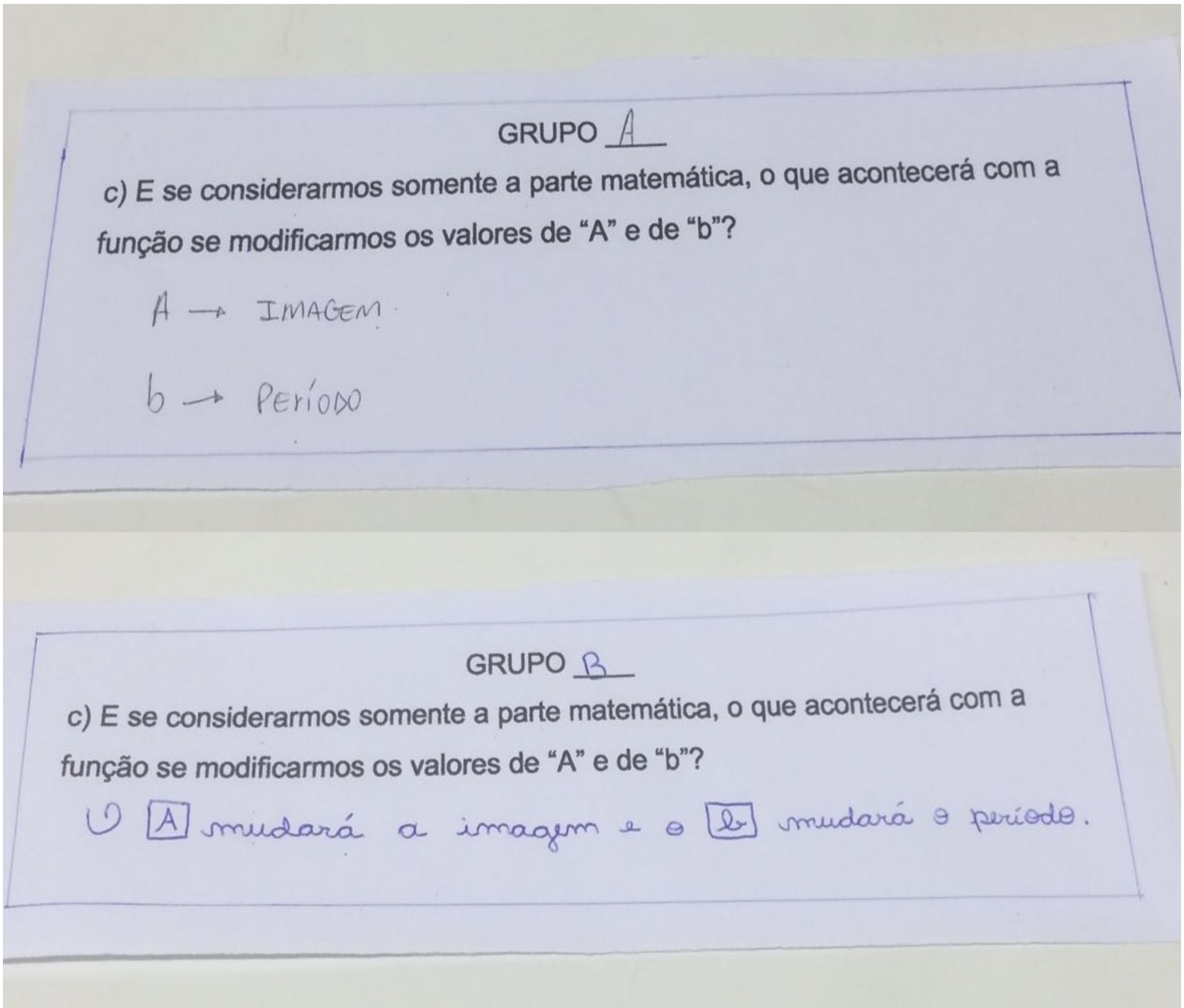


Figura 42 – Respostas da pergunta (b)

Observamos que nas respostas da questão (a) os grupos **B** e **C** desprezaram a nomenclatura científica, utilizando: menos barulho, baixo e mais barulho, alto; fazendo uso da linguagem popular. O grupo **A** foi indiferente na sua resposta, porém o grupo **D** respondeu corretamente a relação entre amplitude e intensidade do som: forte ou fraco.

Já na questão (b), todos relacionaram acertadamente o que chamamos de variável "b" com o comprimento de onda. Após uma discussão entre as respostas dadas, o grupo **B** apresentou o seguinte argumento: "existe a relação dessa variável com os sons agudos e graves, ou seja, com a frequência". Eles destacaram que se essas ondas de som se propagam no mesmo meio, as suas velocidades são constantes. Assim, a frequência é inversamente proporcional ao comprimento de onda, conforme observamos em **$v = \lambda \cdot f$** .

c) *E se considerarmos somente a parte matemática, o que acontecerá com a função se modificarmos os valores de "A" e de "b"?*



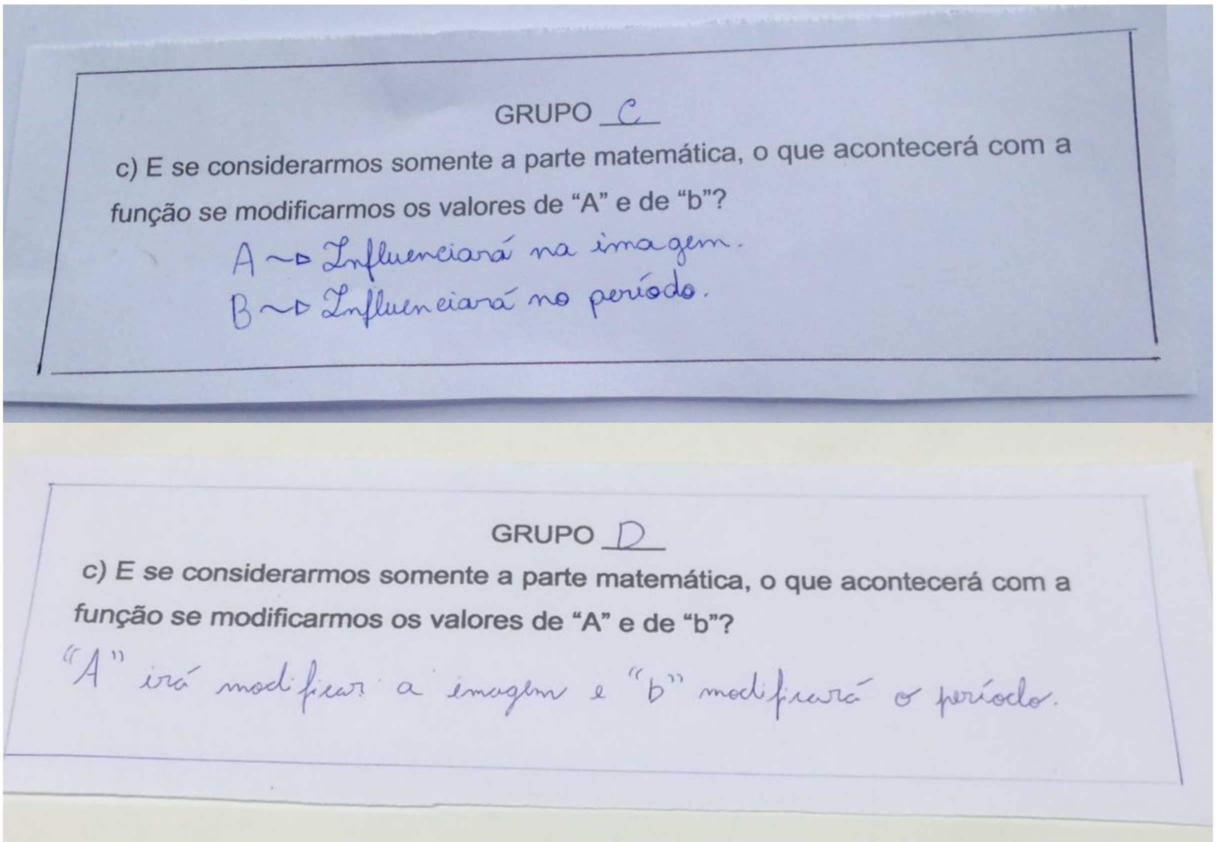


Figura 43 – Respostas da pergunta (c)

Na questão (c) todos os grupos respoderam corretamente, afirmaram que sabiam da resposta, independente do seu desenvolvimento, pois tinham conhecimento de Funções Trigonómétricas. Ficou claro para todos os alunos que as funções y = sen (x), y' = sen (2x) e y” = 2 sen (x) estão relacionadas aos questionamentos das perguntas (a) e (b) para a função Y = A.sen(bx).

Ao final desta atividade pedimos para que os grupos relacionassem as respostas dessas três questões. Todos relacionaram a amplitude (som forte e fraco) com a imagem e o comprimento com o período; neste caso, utilizando $\boldsymbol{v = \lambda \,.\, f}$. Relacionaram, também, a frequência.(som agudo e grave) com o período. Assim, confirmamos que o objetivo do trabalho, que é de relacionar os conceitos de ondas sonoras com o gráfico da uma função senoidal, foi alcançado de forma satisfatória.

Em algumas aulas posteriores à aplicação da nossa pesquisa, foi possível observar que os alunos passaram a ter mais facilidade em manipular no software GEOGEBRA as devidas observações nos gráficos de funções de ondas sonoras, identificando os seus elementos e relacionando-os com a senóide.

No início da pesquisa ao tocarmos a música no violão, os alunos não tinham a ideia de que o som produzido pela vibração das cordas pudesse ser representado por uma função trigonométrica. O mesmo ocorreu em saber com o estudo da onda sonora.

Tal fato nos dá a possibilidade de ditar que, quanto mais próximo da realidade do aluno for apresentado os conceitos físicos e matemáticos, mais significativa será a sua aprendizagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os conceitos apresentados pela Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Teoria das Múltiplas Inteligências, quando utilizadas nas situações de ensino e aprendizagem, representam mais um caminho para estabelecer uma proximidade entre a Matemática ensinada na escola e a realidade que o aluno está inserido.

A Matemática abordada em determinados momentos na sala de aula, ainda impõem conhecimentos já prontos, além de regras e valores pré-estabelecidos, mostrando-se muitas vezes fora do contexto político-social dos alunos. Neste caso, há muito mais a aprendizagem mecânica, puramente memorística, do que a significativa e a que faz sentido para a existência do aluno. Podemos observar que a Matemática está inserida no nosso dia a dia mais do que se possa pensar. Nesse trabalho vimos que ela está presente desde os tempos mais remotos no desenvolvimento das escalas musicais e consequentemente na teoria musical.

Acreditamos que o trabalho em sala de aula com a aplicação dos conceitos supracitados torna-se mais instigante, pois busca o desenvolvimento do pensamento criativo e crítico de todos os envolvidos no processo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e Música**: O pensamento analógico na construção de significados. 4ª ed., São Paulo: Escrituras, 2006.

ANTUNES, Celso. **As inteligências Múltiplas e seus estímulos**. 17ª ed., Campinas, SP: Papirus, 2012

ARMSTRONG, Thomas. **Inteligências Múltiplas na Sala de Aula**. 2ª. ed., Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veriatati, n.4, p.73 – 80, 2004 http://www.uefs.br/nupemm/publicacoes.html

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 2 ed. São Paulo: Contexto, 2004.

________________. **Modelagem Matemática:** teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática (1ª a 4ªséries). Brasília: MEC/SEF, 1997.

__________________ . Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais** : matemática (5ª a 8ª séries). Brasília, MEC/SEF, 1998.

__________________. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC / SEMT, 1999.

CAMPOS, Carlos Eduardo de Souza. **Musicalizando a escola**: música, conhecimento e educação. São Paulo: Escrituras, 2008.

D' AMBRÓSIO, U. **Da realidade à Ação:** Reflexões sobre a Educação Matemática. Campinas: Editora da UNICAMP, 1986

FIDELIS, Reginaldo; ALMEIDA, Lourdes M. W. **Modelagem Matemática em sala de aula:** contribuições para competência de refletir-na-ação. Disponível em: <http:/www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais/co0080.doc> Acesso em: 24 mar 16

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006

SOUZA, Jaibis Freitas. **Construindo uma aprendizagem significativa com história e contextualização da Matemática**. Dissertação de mestrado em Ciências. Seropédica: Instituto de Agronomia, UFRRJ, 2009.

ANEXOS

ANEXO 1 – AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

ANEXO 2 – RESPOSTAS DAS ATIVIDADES

GRUPO A

GRUPO A

O que foi possível observar nas perturbações das cordas e nos sons provenientes delas?

Vimos que a onda formada na corda mais grossa era mais espaçada e que diminuindo a espessura da corda as ondas ficavam mais juntas.
Com relação ao som percebemos que quanto maior ou mais grossa a corda o som era mais grosso e que ia afinando se diminuísse o comprimento da corda ou se tocam numa corda mais fina.

GRUPO A

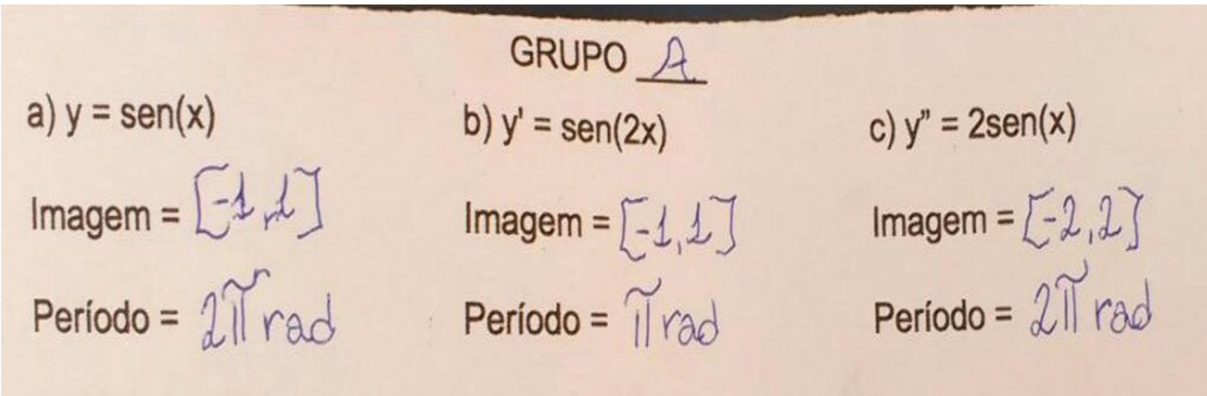
Na opinião do grupo qual é o tipo de função que mais se aproxima do exemplo gráfico formado pelas ondas observadas?

Das funções trigonométricas e das funções do 2º grau parábola.

GRUPO A

O que vocês perceberam quando variamos a frequência e a intensidade do som?

Quando o som estava baixinho e fino a onda era baixa e junta; quando o professor aumentou o som ela ficou grande, depois ele continuou com o som alto e menos fino, aí a onda ficou mais espaçada e por último diminuiu o som e a onda diminuiu de tamanho.



GRUPO A

a) $y = sen(x)$

Imagem = $[-1,1]$

Período = 2π rad

b) $y' = sen(2x)$

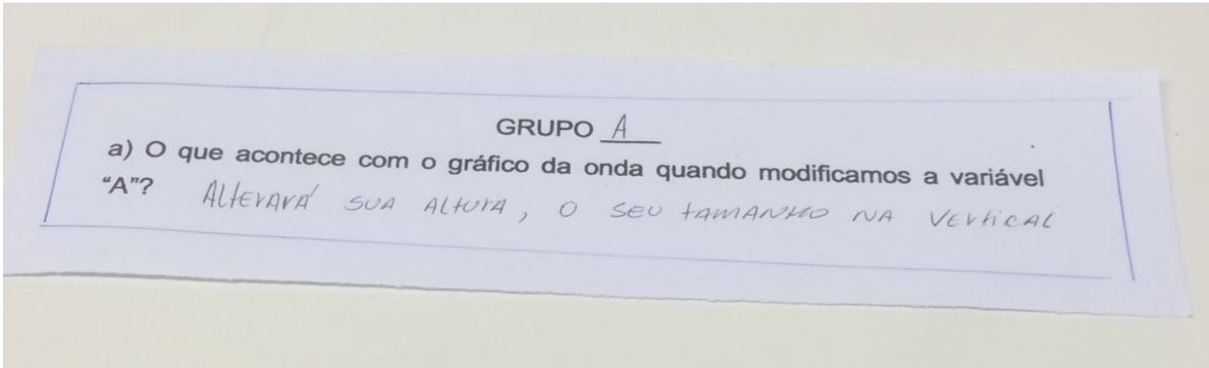
Imagem = $[-1,1]$

Período = π rad

c) $y'' = 2sen(x)$

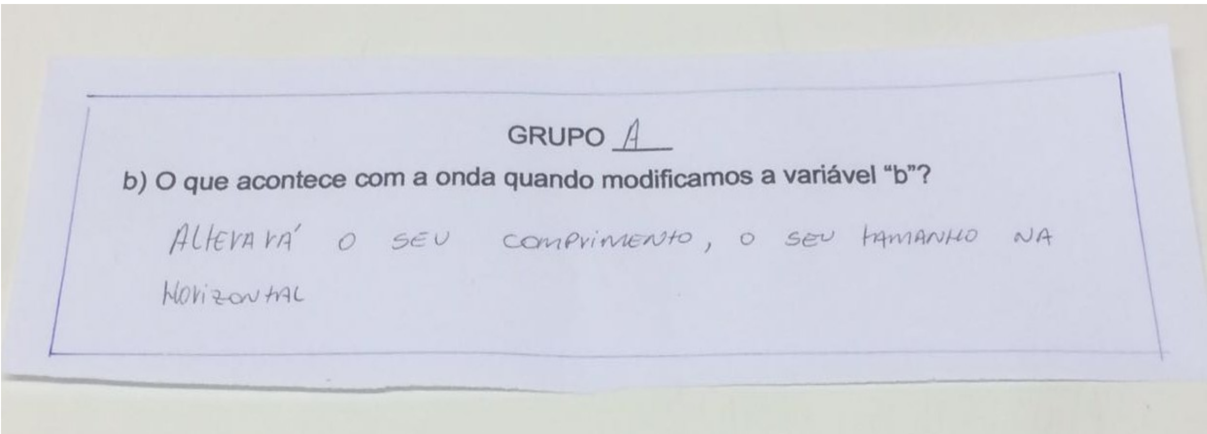
Imagem = $[-2,2]$

Período = 2π rad



GRUPO A

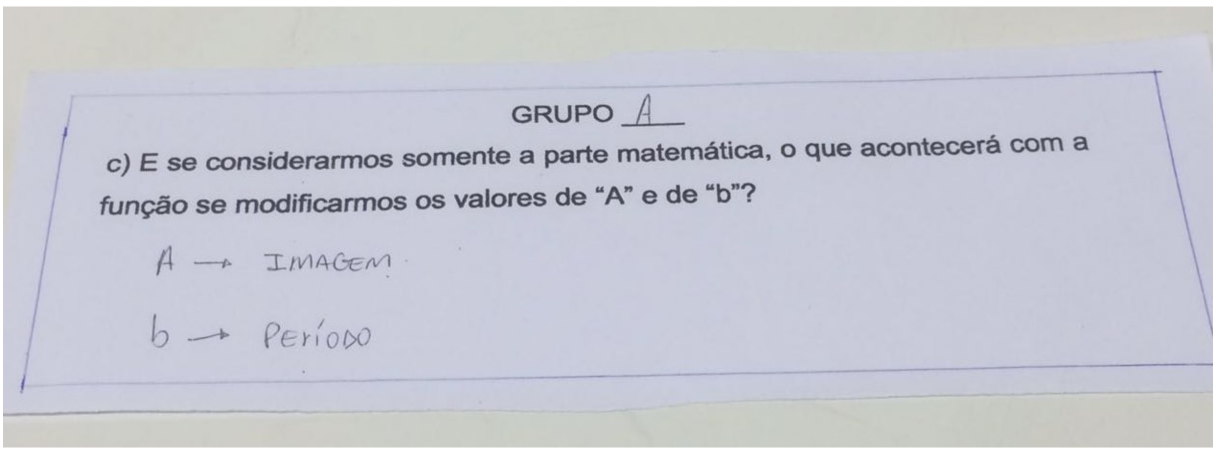
a) O que acontece com o gráfico da onda quando modificamos a variável "A"? ALTERARÁ SUA ALTURA, O SEU TAMANHO NA VERTICAL



GRUPO A

b) O que acontece com a onda quando modificamos a variável "b"?

ALTERARÁ O SEU COMPRIMENTO, O SEU TAMANHO NA HORIZONTAL



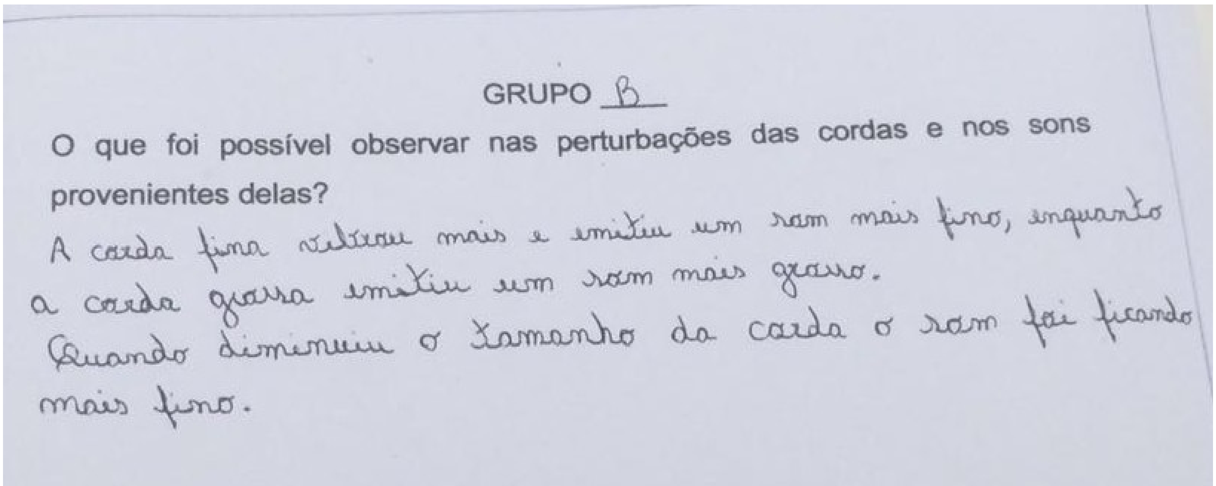
GRUPO A

c) E se considerarmos somente a parte matemática, o que acontecerá com a função se modificarmos os valores de "A" e de "b"?

A → IMAGEM

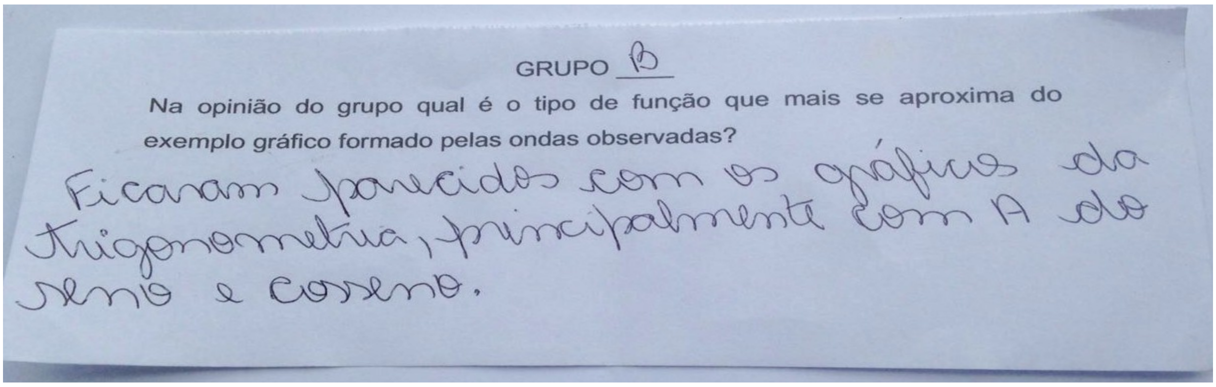
b → PERÍODO

GRUPO B


GRUPO B

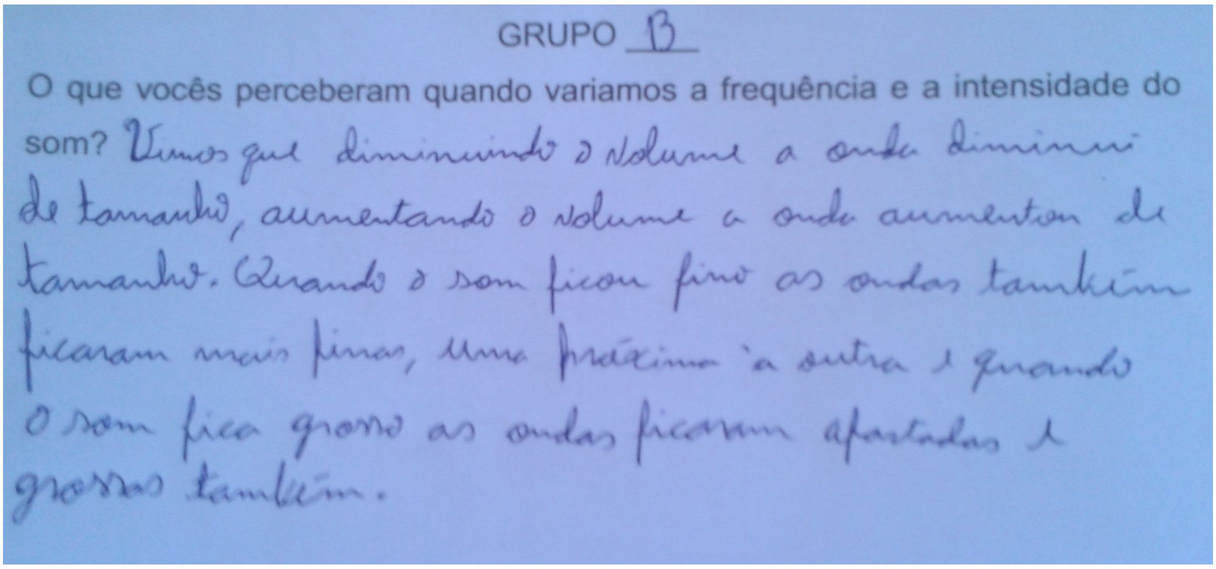
O que foi possível observar nas perturbações das cordas e nos sons provenientes delas?

A corda fina vibrou mais e emitiu um som mais fino, enquanto a corda grossa emitiu um som mais grosso.
Quando diminuiu o tamanho da corda o som foi ficando mais fino.

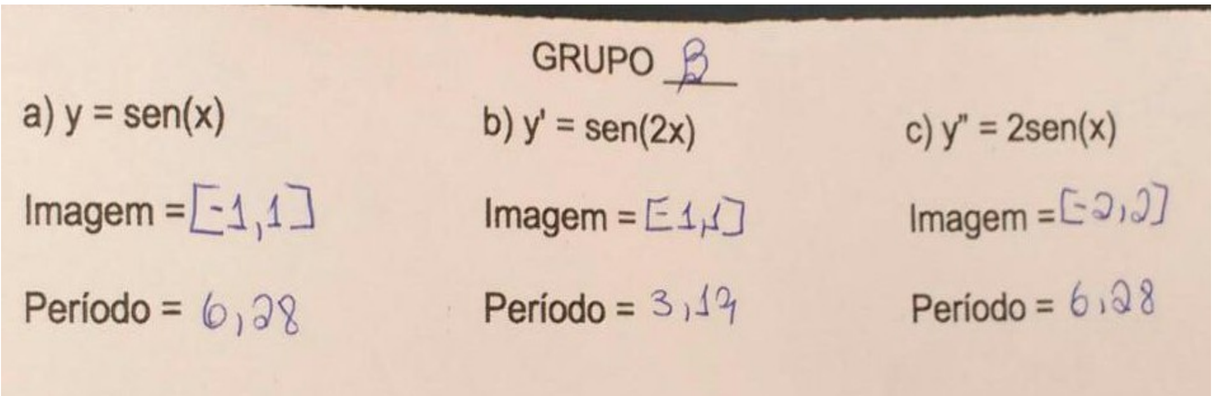

GRUPO B

Na opinião do grupo qual é o tipo de função que mais se aproxima do exemplo gráfico formado pelas ondas observadas?

Ficaram parecidos com os gráficos da Trigonometria, principalmente com A do seno e cosseno.


GRUPO B

O que vocês perceberam quando variamos a frequência e a intensidade do som? Vimos que diminuindo o volume a onda diminui de tamanho, aumentando o volume a onda aumentou de tamanho. Quando o som ficou fino as ondas também ficaram mais finas, uma próxima à outra e quando o som fica grosso as ondas ficaram afastadas e grossas também.



GRUPO B

a) $y = sen(x)$

Imagem = [-1,1]

Período = 6,28

b) $y' = sen(2x)$

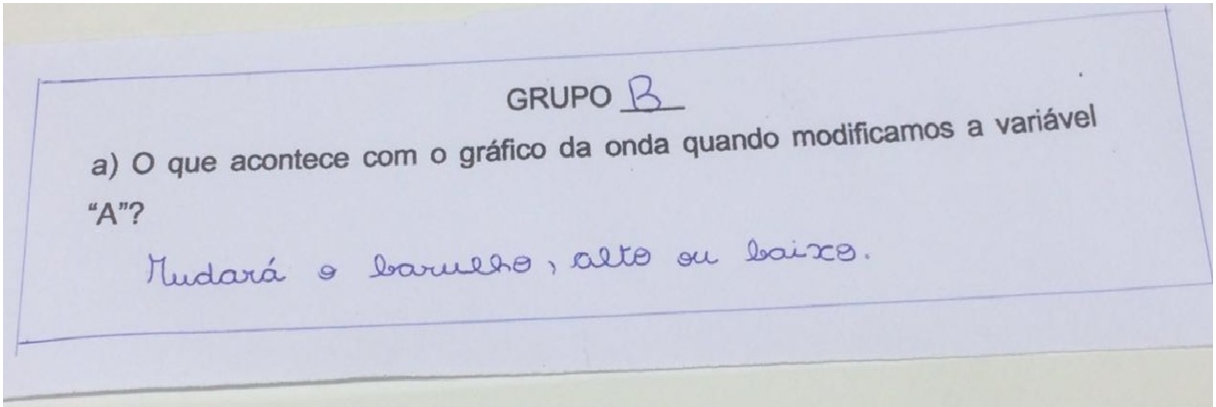
Imagem = [-1,1]

Período = 3,14

c) $y'' = 2sen(x)$

Imagem = [-2,2]

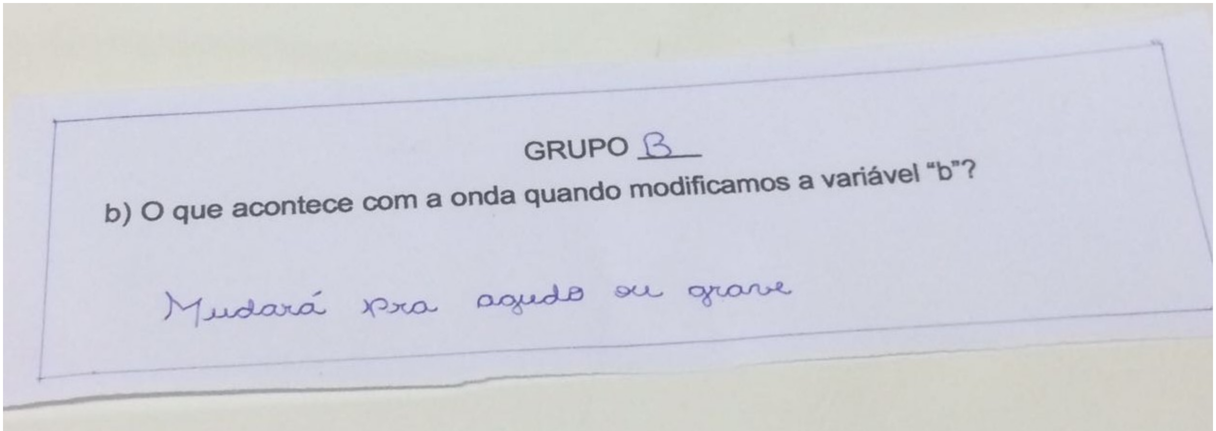
Período = 6,28



GRUPO B

a) O que acontece com o gráfico da onda quando modificamos a variável "A"?

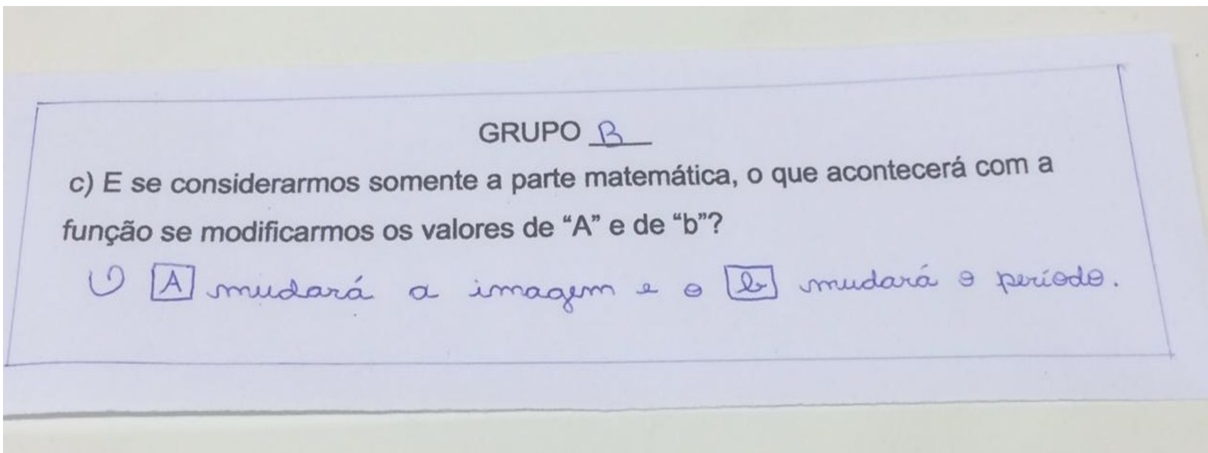
Mudará o barulho, alto ou baixo.



GRUPO B

b) O que acontece com a onda quando modificamos a variável "b"?

Mudará pra agudo ou grave



GRUPO B

c) E se considerarmos somente a parte matemática, o que acontecerá com a função se modificarmos os valores de "A" e de "b"?

O $\boxed{A}$ mudará a imagem e o $\boxed{b}$ mudará o período.

GRUPO C

GRUPO C

O que foi possível observar nas perturbações das cordas e nos sons provenientes delas?

Corda Fina -> som agudo e onda mais formada
Corda Grossa -> som grave e onda com o formato alongado.
Quanto menor o comprimento da corda mais agudo o som saía

GRUPO C

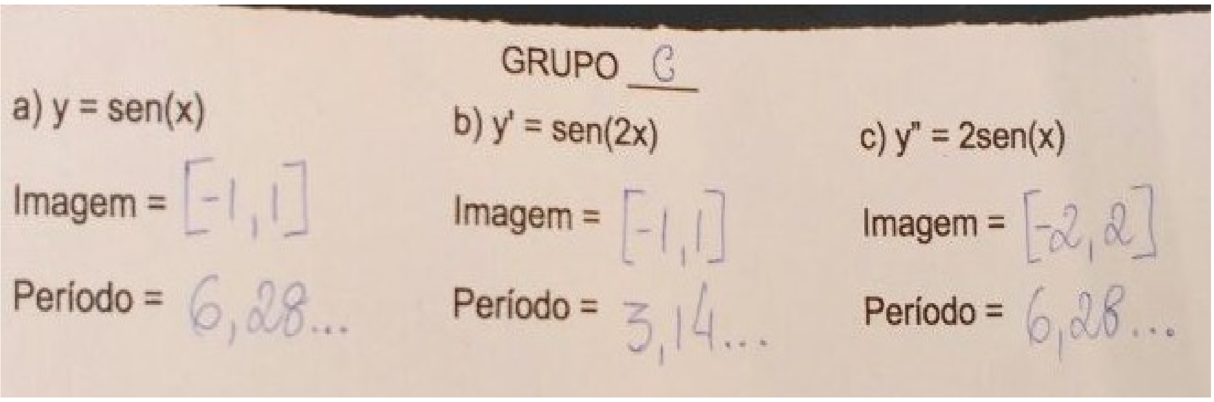
Na opinião do grupo qual é o tipo de função que mais se aproxima do exemplo gráfico formado pelas ondas observadas?

As da Trigonometria

GRUPO C

O que vocês perceberam quando variamos a frequência e a intensidade do som?

1º- Som alto e agudo -> ondas grandes e juntas.
2º- Som baixo e agudo -> ondas pequenas e juntas.
3º- Som alto e grave -> ondas grandes e separadas.
4º- Som baixo e grave -> ondas pequenas e separadas.



GRUPO C

a) y = sen(x)

Imagem = [-1,1]

Período = 6,28...

b) y' = sen(2x)

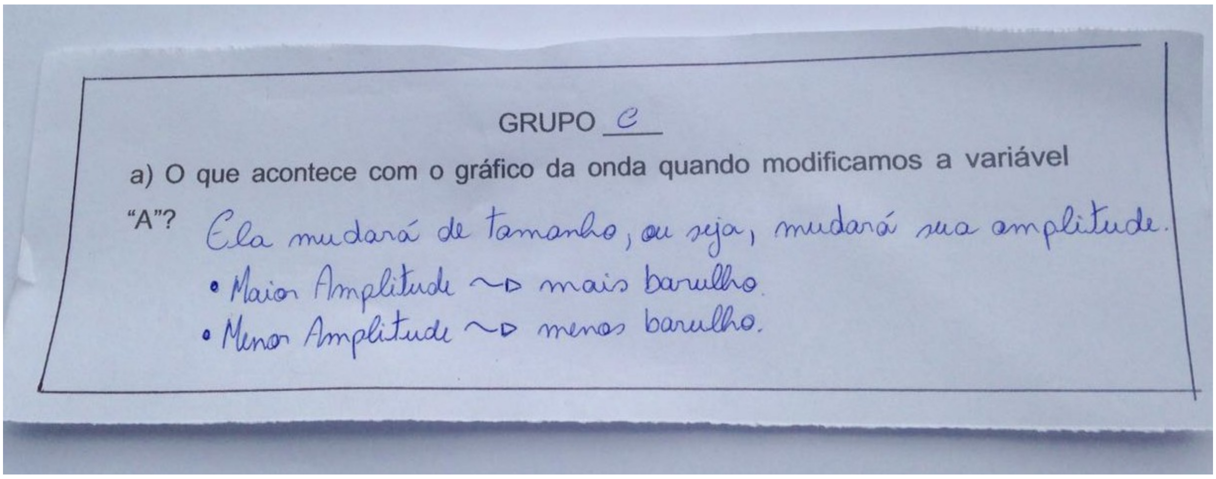
Imagem = [-1,1]

Período = 3,14...

c) y" = 2sen(x)

Imagem = [-2,2]

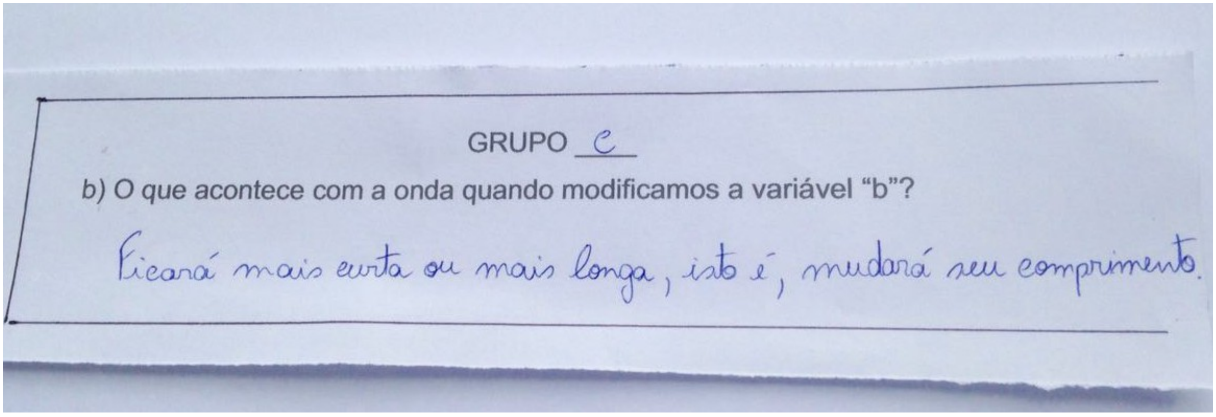
Período = 6,28...



GRUPO C

a) O que acontece com o gráfico da onda quando modificamos a variável "A"? Ela mudará de tamanho, ou seja, mudará sua amplitude.

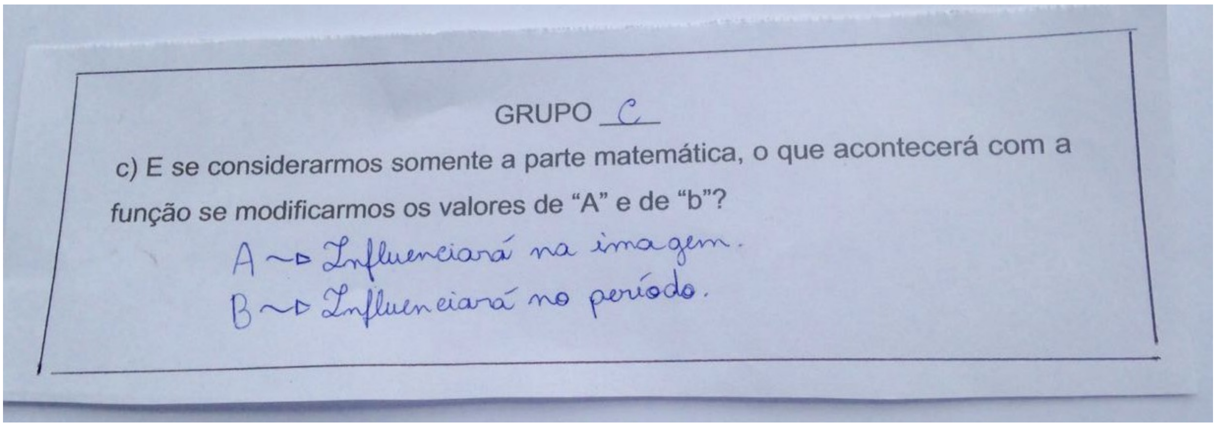
- Maior Amplitude ~▷ mais barulho.
- Menor Amplitude ~▷ menos barulho.



GRUPO C

b) O que acontece com a onda quando modificamos a variável "b"?

Ficará mais curta ou mais longa, isto é, mudará seu comprimento.



GRUPO C

c) E se considerarmos somente a parte matemática, o que acontecerá com a função se modificarmos os valores de "A" e de "b"?

A ~▷ Influenciará na imagem.

B ~▷ Influenciará no período.

GRUPO D

GRUPO D

O que foi possível observar nas perturbações das cordas e nos sons provenientes delas?

Conforme as cordas foram ficando mais finas, os toques foram ficando mais agudos e as ondas com um tamanho menor. O mesmo aconteceu quando foi diminuído o tamanho da corda.

GRUPO D

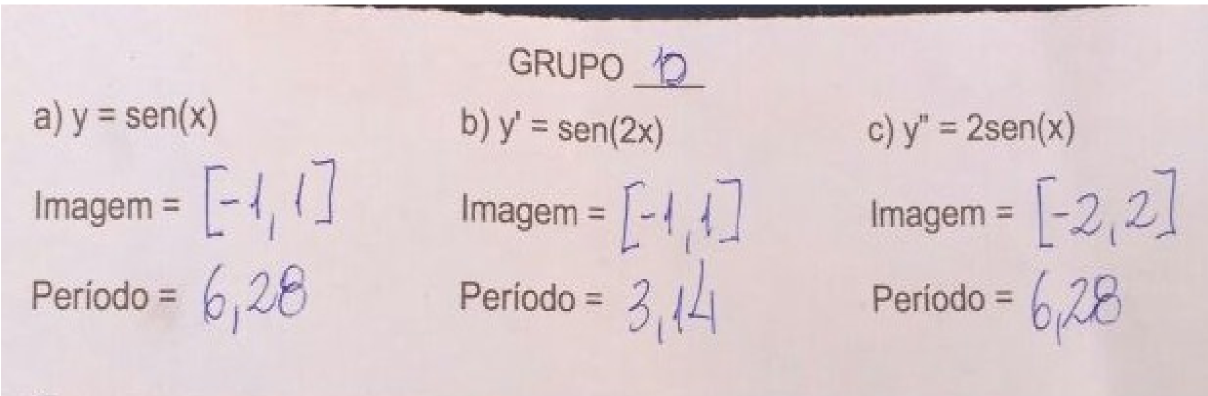
Na opinião do grupo qual é o tipo de função que mais se aproxima do exemplo gráfico formado pelas ondas observadas?

Função seno e Cosseno

GRUPO D

O que vocês perceberam quando variamos a frequência e a intensidade do som?

FREQUÊNCIA	INTENSIDADE	COMPRIMENTO	AMPLITUDE
Agudo	Forte	Grande	Grande
		Pequeno	Pequeno
	Fraco	Grande	Grande
		Pequeno	Pequeno
Grave	Forte	Grande	Grande
		Pequeno	Pequeno
	Fraco	Grande	Grande
		Pequeno	Pequeno



GRUPO D

a) y = sen(x)

Imagem = [-1, 1]

Período = 6,28

b) y' = sen(2x)

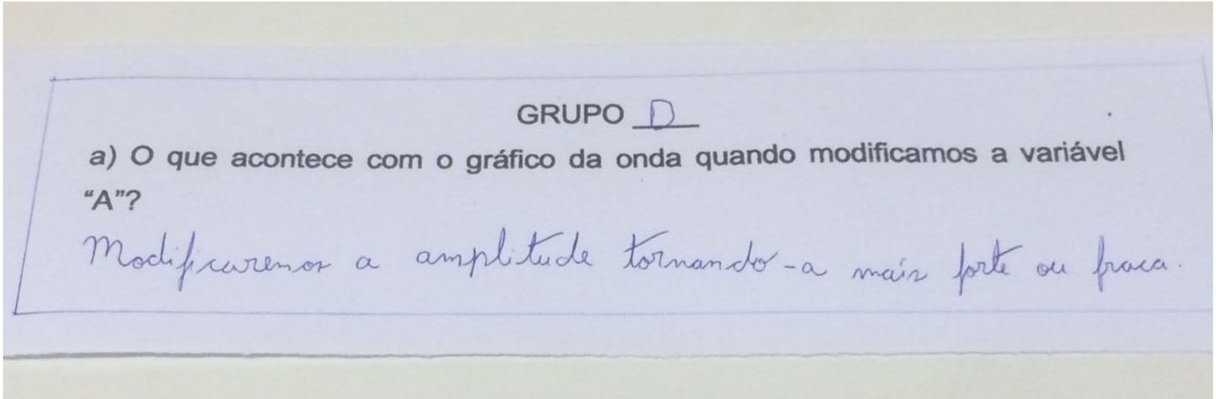
Imagem = [-1, 1]

Período = 3,14

c) y'' = 2sen(x)

Imagem = [-2, 2]

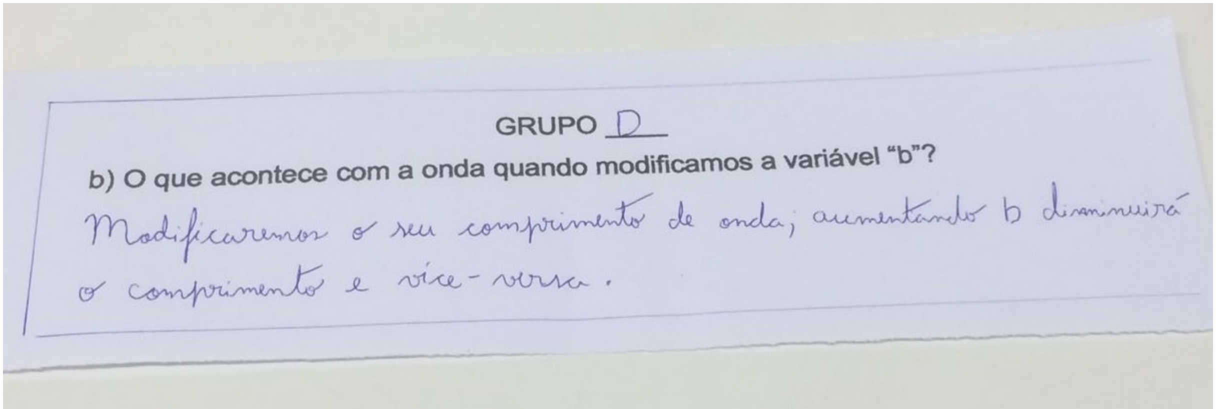
Período = 6,28



GRUPO D

a) O que acontece com o gráfico da onda quando modificamos a variável "A"?

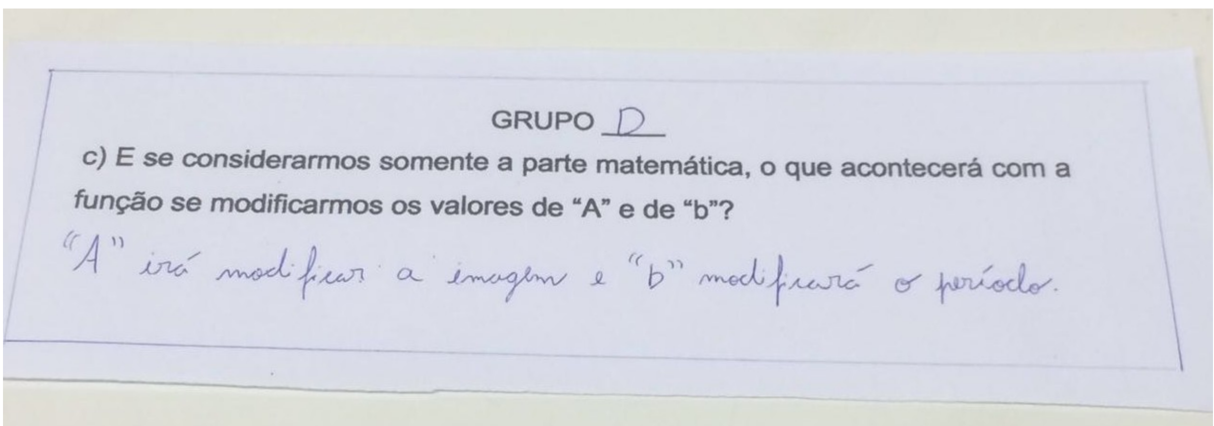
Modificaremos a amplitude tornando-a mais forte ou fraca.



GRUPO D

b) O que acontece com a onda quando modificamos a variável "b"?

Modificaremos o seu comprimento de onda; aumentando b diminuirá o comprimento e vice-versa.



GRUPO D

c) E se considerarmos somente a parte matemática, o que acontecerá com a função se modificarmos os valores de "A" e de "b"?

"A" irá modificar a imagem e "b" modificará o período.