



**Programa de Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT**

RICARDO VIZ QUADRAT

***MUDANDO A FORMA E
MANTENDO O VOLUME:
UM PROJETO
INTERDISCIPLINAR COM
EMBALAGENS NO ENSINO DE
GEOMETRIA ESPACIAL***

Orientador:

Humberto José Bortolossi

**UNIVERSIDADE
FEDERAL
FLUMINENSE**

NITERÓI
ABRIL/2013

Ricardo Viz Quadrat

***Mudando A Forma e Mantendo O Volume:
Um Projeto Interdisciplinar com Embalagens
no Ensino de Geometria Espacial***

Niterói – RJ

Abril / 2013

Todos os direitos reservados.

É proibida a reprodução total ou parcial sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Ricardo Viz Quadrat

***Mudando A Forma e Mantendo O Volume:
Um Projeto Interdisciplinar com Embalagens
no Ensino de Geometria Espacial***

Dissertação apresentada à Coordenação do
Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional – PROFMAT da Universidade Federal
Fluminense para a obtenção do título de Mestre
em Matemática

Orientador:

Humberto José Bortolossi

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

Niterói – RJ

Abril / 2013

Dissertação de mestrado sob o título *‘Mudando A Forma e Mantendo O Volume: Um Projeto Interdisciplinar com Embalagens no Ensino de Geometria Espacial’*, defendida por Ricardo Viz Quadrat e aprovada em 12 de abril de 2013, em Niterói, Rio de Janeiro, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Humberto José Bortolossi
Doutor em Matemática pela PUC-Rio
Orientador

Celso José da Costa
Doutor em Matemática pelo IMPA

Lhaylla dos Santos Crissaff
Doutora em Matemática pela PUC-Rio

Lilian Nasser
Doutora em Educação Matemática pela *University of London*

Renata Martins da Rosa
Doutora em Matemática pelo IMPA

*À minha família, em especial minha esposa e filhos.
A força de realização desse trabalho vem de vocês.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por ter me permitido ir além do que eu poderia um dia sonhar.

Aos meus pais pela minha criação e por terem me ensinado a nunca desistir e sempre lutar pelos meus objetivos.

À minha família (esposa e filhos) pela paciência, compreensão e carinho que tiveram comigo ao longo dessa caminhada.

Aos meus amigos e colegas de curso, que com certeza sem eles essa caminhada seria muito mais tortuosa.

Ao competente corpo docente do programa PROFMAT da UFF e, em particular, aos Professores Doutores Humberto José Bortolossi, orientador dessa dissertação, e Mirian Abdon pelo apoio e compreensão durante o decorrer do curso.

À CAPES pela disponibilização de recursos (bolsa de estudo) que foram fundamentais para minha participação nesse programa e também para o desenvolvimento profissional de uma série de professores.

Agradeço também aos meus alunos por terem desenvolvido com muito empenho as atividades aqui relatadas e ao Instituto GayLussac por permitir a aplicação e acreditar na realização da nossa proposta.

Na maior parte das ciências, uma geração põe abaixo o que a outra construiu, e o que a outra estabeleceu a outra desfaz. Somente na Matemática é que cada geração constrói um novo andar sobre a antiga estrutura. (Hermann Hankel)

Resumo

Apresentamos nessa dissertação uma proposta educacional em formato de projeto que tem por objetivo principal trabalhar conceitos e competências de Geometria Espacial utilizando, para isto, embalagens de produtos encontrados no dia-a-dia. A principal tarefa realizada pelos alunos neste projeto é, após a escolha de um determinado produto, modificar a forma de sua embalagem original, sem alterar o seu volume, mas tentando melhorar ou corrigir alguma funcionalidade da embalagem. Além de fomentar relações dentro da própria Matemática, como também com outras áreas do conhecimento, o modo de como a proposta está estruturada (problematização, planejamento, execução, depuração e apresentação) cria um ambiente que permite promover várias competências e habilidades sugeridas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ministério da Educação e Cultura: o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação; capacidade de expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas; capacidade de utilizar ferramentas matemáticas que lhe permita expressar-se criticamente; entre outras. No trabalho incluímos uma sequência didática detalhada (incluindo sugestões de distribuição das atividades ao longo do ano e de formas de avaliação) e relatos de prática colhidos ao longo dos mais de 7 anos em que a proposta tem sido aplicada com alunos do segundo ano do Ensino Médio.

Palavras-chave: ensino e aprendizagem de Geometria Espacial; embalagens; interdisciplinaridade; pedagogia de projetos.

Abstract

In this work, we present an educational proposal in the format of a project whose main objective is to work on concepts and competences of Spatial Geometry using, for this, packaging of everyday life products. The most important students' task is, after choosing the product, to modify its original packaging without changing its volume, but trying to improve or correct its functionality. Besides promoting relations within Mathematics itself and other subjects, the way that our proposal is structured (problematization, planning, depuration, presentation) also allows the development of various competences and skills suggested by the National Curriculum Standards of the Brazilian Ministry of Education and Culture (MEC): the development of autonomy and cooperation; the ability to express mathematical situations orally, in writing and graphically; the ability to use mathematical tools to express critically themselves; etc. Not only a detailed didactic sequence of the project was included (with suggestions of how to distribute activities of the project throughout the year and ways to evaluate), but also reports of our practice that have been made with K-11 high-school students for seven years.

Keywords: teaching and learning of Spatial Geometry; packaging; interdisciplinarity; pedagogy of projects.

Sumário

1	Introdução	p. 9
1.1	Apresentação e Objetivos	p. 9
1.2	Histórico da Proposta	p. 9
1.3	Divisão do Trabalho	p. 10
2	Manual para O Professor	p. 11
3	Relatos de Experiências	p. 18
3.1	Processo de Escolha do Produto	p. 18
3.2	Aspectos Gerais de um Relatório	p. 19
3.3	Aspectos Relevantes Encontrados nos Trabalhos	p. 19
3.4	Apresentações	p. 30
3.5	Propagandas	p. 33
3.6	Conclusões e Depoimentos dos Alunos	p. 34
4	Considerações Finais	p. 37
4.1	PCNs e A Pedagogia de Projetos	p. 37
4.2	Aprimoramentos e desdobramentos	p. 38
	Apêndice: Cronograma Detalhado de Conteúdos de Geometria do Segundo Ano do Ensino Médio Distribuídos por Semana	p. 41
	Referências Bibliográficas	p. 42

1 Introdução

1.1 Apresentação e Objetivos

Apresentamos nessa dissertação uma proposta educacional em formato de projeto que tem por objetivo principal trabalhar conceitos e competências de Geometria Espacial, utilizando, para isto, embalagens de produtos encontrados no dia-a-dia.

A principal tarefa realizada pelos alunos neste projeto é, após a escolha de um determinado produto, modificar a forma de sua embalagem original, sem alterar o seu volume, mas tentando melhorar ou corrigir alguma funcionalidade da embalagem. Isto feito, os alunos devem criar uma propaganda que defenda essas modificações junto ao “mercado consumidor”.

A proposta fomenta relações dentro da própria Matemática (isto é, ela permite estabelecer conexões com geometria plana, máximos e mínimos de funções e porcentagem) e, também, com outras áreas do conhecimento: Química, Biologia, Línguas, *Marketing*, Economia e Geografia. Ela motiva os alunos a estudar, desenvolve a socialização (uma vez que, em se tratando de um trabalho em grupo, as tarefas são distribuídas e, depois, discutidas por todos) e promove outras habilidades como a escrita e a criatividade.

1.2 Histórico da Proposta

Essa proposta nasceu e tem sido aplicada com frequência no Instituto GayLussac em Niterói, Rio de Janeiro, com alunos do segundo ano do Ensino Médio. Mais precisamente, a concepção da proposta teve origem no ano de 2005, com a palestra do professor José Ruy Giovanni Jr., autor de diversos livros didáticos, que explicava de que forma seria possível trabalhar o cálculo de volumes utilizando embalagens de produtos conhecidos. Na época, estávamos buscando uma nova atividade para contextualizar Geometria Espacial, visto que os alunos já não apresentavam tanto interesse em trabalhar na construção de sólidos com canudos ou cartolinas, como fazíamos até então.

A proposta evoluiu através de conversas com amigos de diversas áreas. Por exemplo, Mário Lúcio Cardoso, professor de Química e Gerente de Tecnologia de Informação do Instituto Gay-Lussac, sugeriu que seria interessante que os alunos fizessem uma pesquisa detalhada sobre o produto, ou seja, que eles identificassem como ele é feito, o porquê do nome, como era transportado ou fabricado, curiosidades, etc. Outro exemplo: o professor de Matemática Sérgio Campos sugeriu que o trabalho não ficasse restrito a um estudo teórico apenas mas, sim, que os alunos efetivamente construíssem a nova embalagem utilizando algum material acessível (cartolina, isopor, plástico, madeira, etc.).

Assim nascia o Projeto Geometria das Embalagens, com a seguinte dinâmica: os alunos escolhiam um produto, pesquisavam sobre o mesmo, modificavam a sua forma mantendo o volume, confeccionavam a nova embalagem, produziam uma propaganda valorizando a mudança proposta e, em paralelo, trabalhavam os conceitos de áreas e volumes de sólidos geométricos em sala de aula.

1.3 Divisão do Trabalho

Nosso trabalho está dividido como se segue. No Capítulo 2, apresentamos uma sequência didática detalhada (incluindo sugestões de distribuição das atividades do projeto ao longo do ano e de formas de avaliação) para os colegas professores interessados em aplicar nossa proposta em suas turmas. No Capítulo 3, fazemos um relato de nossa experiência ao longo dos anos em que o trabalho foi realizado: mostramos de forma mais detalhada os vários aspectos que foram abordados na criação de algumas embalagens, além de ilustrações e depoimentos de alunos que participaram do trabalho. Finalmente, no Capítulo 4, apresentamos como nossa proposta se correlaciona com os Parâmetros Curriculares Nacionais ([2, 3, 4, 5]) e com a Pedagogia de Projetos ([6, 7, 8]), além de apresentarmos os desdobramentos e aprofundamentos que pretendemos incorporar na realização do trabalho em suas próximas edições.

2 *Manual para O Professor*

Neste capítulo, apresentaremos uma sequência didática que descreve, em detalhes, as diversas fases de nossa proposta, incluindo sugestões de distribuição das atividades do projeto em 12 aulas ao longo de suas 16 semanas de duração e de formas de avaliação. Para melhor acompanhamento, indicamos a relação das semanas do projeto com as semanas do calendário escolar localizado no Apêndice na página 41.

FASES DO PROJETO

- **Fase 1 (motivação): análise e debate sobre diversas embalagens em sala de aula.**

Início: Março.

Semana do projeto: 1 (Semana do Calendário Escolar: 4).

Duração: 10 minutos de 1 aula + 2 aulas (em outro dia).

Solicite nas suas turmas que cada aluno traga na próxima aula uma embalagem de um produto que faça parte do seu dia-a-dia. Esta etapa não deverá consumir mais do que 10 minutos da aula.

Nas duas próximas aulas, debata com os seus alunos as diversas formas das embalagens que eles trouxeram, destacando seus aspectos geométricos e investigando o motivo que os levaram a sua escolha.

Identifique as formas geométricas que apareceram e destaque algumas de suas características (por exemplo, para embalagens cilíndricas, você pode citar o aspecto circular da sua base e mostrar que sua superfície lateral quando planificada é um quadrilátero). Explore curiosidades e mostre a importância da escolha conveniente de uma forma para certa embalagem (por exemplo, embalagens de gêneros alimentícios não costumam ter arestas, pois, quando amassadas, o esmalte que reveste o seu interior pode trincar mais facilmente nestas regiões e, com isto, enferrujar e causar problemas à saúde). Cite, também, que o formato da embalagem muitas vezes

está vinculado a diversos fatores como empilhamento, custo (maior ou menor superfície para embalar um mesmo volume), distribuição, transporte, *marketing*, entre outros.

Observações: normalmente, em uma turma com 38 alunos, cerca de dois tempos de cinquenta minutos são suficientes para completar a atividade. Essa fase é importante e essencial para todo o projeto, pois ela promove uma discussão com participação ativa dos alunos com relação às embalagens apresentadas. Essa discussão é um fator essencial para o sucesso do projeto, pois com ela alavancamos e estimulamos a participação da turma no projeto.

● **Fase 2 (orientação): detalhamento do trabalho para os alunos.**

Início: Março – semana seguinte à discussão sobre as embalagens.

Semana do projeto: 2 (Semana do Calendário Escolar: 5).

Duração: 2 aulas.

Peça para que os alunos formem grupos compostos de no mínimo seis e no máximo oito integrantes. Depois dos grupos separados, oriente os alunos a discutir as embalagens trazidas por eles (dentro de cada grupo).

A seguir, informe as atividades principais do trabalho e detalhes do que eles deverão apresentar no final do projeto, ou seja, que eles deverão: escolher um único produto, pesquisar sobre esse produto gerando um relatório, modificar a sua forma geométrica mantendo o seu volume, construir um protótipo da nova embalagem com material de sua preferência, elaborar e produzir uma propaganda que defenda essas modificações junto ao “mercado consumidor”. Informe, também, que tudo o que for produzido será apresentado em dois momentos: um para a própria turma e outro para toda a escola. Após esse momento, cada grupo deverá então escolher o seu produto.

Feito isto, aconselhe os alunos que, ao pesquisarem sobre o produto, analisem os aspectos geométricos de sua embalagem tais como forma, dimensões, volume, capacidade, material utilizado, etc. Proponha também que os alunos pesquisem sobre a empresa que fabrica o produto e se é ela que produz as próprias embalagens, pois podem aparecer empresas que terceirizam a sua fabricação. Destaque ainda que os alunos observem se as escolhas da forma geométrica e do material usados na confecção da embalagem são convenientes para algum propósito e, também, os aspectos que levaram o desenvolvedor do projeto da embalagem a fazer essas escolhas. Sugira que outros aspectos podem ser incorporados: a logística de como a embalagem é produzida e como é o processo utilizado para embalar o produto, como é feito o armazenamento e a distribuição desse produto, bem como o transporte a ser utilizado. Finalmente, oriente os alunos a observarem características que aparecem no processo de *marketing* no que

diz respeito ao produto escolhido (por exemplo, o porquê do seu nome, as características desse produto na mídia e se existe alguma relação da sua forma com o seu *marketing*).

Depois dessas orientações, divulgue um cronograma de como e quando as atividades deverão ser apresentadas. Segue abaixo uma sugestão de cronograma tomando como data inicial o dia da escolha do produto pelo grupo.

Primeiro Marco – Ocorrerá em Março (1º Dia, Semana do Projeto: 2, Semana do Calendário Escolar: 5)

O primeiro marco é o dia da escolha do produto pelo grupo. Feita a escolha, oriente seus alunos a iniciarem a pesquisa das informações sobre o produto: eles devem fazer o primeiro contato com a empresa e verificar se realmente terão apoio e condições de fazer um bom relatório. Esse contato pode ser feito via *e-mail*, fax, visita ou SAC.

Observação: algumas empresas solicitam ao professor que encaminhe um *e-mail* confirmando que ele realmente está fazendo essa atividade com seus alunos, o que deve ser feito imediatamente para não comprometer o andamento do trabalho. No caso de visitas, estas devem ser bem preparadas, com uma carta de apresentação da escola e com objetivos e perguntas que podem ser elaboradas e discutidas previamente em sala de aula.

Segundo Marco – Ocorrerá em Abril (4 semanas após o primeiro marco, Semana do Projeto: 6, Semana do Calendário Escolar: 9)

É nesse dia que o grupo confirma qual produto vai trabalhar. Após esse dia não serão aceitas mudanças.

Observação: normalmente quando existe uma mudança do produto inicial pelo grupo, ela se deve a dificuldade encontrada pelos alunos em buscar informações sobre o produto junto à empresa. Neste caso, antes da troca, oriente seus alunos a procurarem o mesmo tipo de produto com a mesma forma de embalagem escolhida inicialmente, mas fabricado por outra empresa, pois existem produtos fabricados por empresas diferentes que possuem o mesmo formato. Essa atividade dura cerca dez minutos e não há necessidade de termos uma aula destinada exclusivamente a ela.

Terceiro Marco – Ocorrerá em Maio (8 semanas após o primeiro marco, Semana do Projeto: 10, Semana do Calendário Escolar: 13)

Nessa data, os alunos devem apresentar ao professor um relatório parcial sobre o produto.

Observação: esse marco é bem simples e sua função é apenas a de observar se os alunos estão realmente cumprindo todas as etapas propostas, pois é importante evitar prejuízos nos

outros afazeres escolares que estão acontecendo paralelamente e, por ser tratar de um projeto bem extenso, isso certamente acontecerá se o grupo deixar tudo para a última hora.

Quarto Marco – Ocorrerá em Julho (14 semanas após o primeiro marco, Semana do Projeto: 16, Semana do Calendário Escolar: 19)

Nessa data, os alunos deverão apresentar os seus “novos” produtos para a turma.

Oriente seus alunos sobre essa apresentação: durante cerca de quinze minutos, eles deverão fazer um relato sobre o produto pesquisado (incluindo considerações sobre as modificações propostas) e exibir a propaganda elaborada. É nesse momento que os alunos entregarão ao professor o relatório final, o arquivo com a propaganda e um protótipo da nova embalagem.

Quinto Marco – Opcional

Caso a escola realize alguma atividade como feira de ciências, mostra do conhecimento ou momento de culminância, é mais do que natural e muito importante que os trabalhos também sejam apresentados nestes eventos, pois eles são uma excelente oportunidade de mostrar efetivamente aos alunos todo o processo de aprendizagem pelo qual passaram e, além disso, divulgam o trabalho da turma para a comunidade escolar, que vai perceber o progresso e o desenvolvimento cognitivo dos alunos envolvidos.

Finalmente, informe aos grupos o que será avaliado e o valor atribuído a cada etapa do processo.

Observações: sugerimos que este trabalho valha 10% do valor da etapa (período ou bimestre) em que ele vai ser apresentado. A totalização dos pontos se inicia após a escolha do produto pelo grupo e a divisão que propomos é a seguinte:

Avaliação do segundo marco – A embalagem foi definida = 1%.

Avaliação do terceiro marco – O relatório parcial foi entregue = 1%.

Avaliação do quarto marco – O dia da apresentação e entrega do material = 8%, sendo distribuídos da seguinte maneira:

- Qualidade do relatório = 1%.
- Os sólidos possuem o mesmo volume = 5%.
- Construção do protótipo do produto com qualidade = 1%.
- Apresentação em sala = 1%.

● Fase 3 (controle): acompanhamento do trabalho e esclarecimento de dúvidas.

Início: Março – semana seguinte à escolha da embalagem pelo grupo.

Semanas do projeto: 3, 8, 10, 11 e 14 (Semanas do Calendário Escolar: 6, 11, 13, 14 e 17).

Duração: 6 aulas.

Acompanhe de perto o desenvolvimento das atividades dos seus alunos. É de suma importância que você os auxilie em qualquer dúvida ou problema que eles venham a ter, dos mais variados: desde ajudar no contato com a empresa até em dicas de como eles podem escrever o relatório ou construir o protótipo da embalagem além, é claro, de como fazer uma boa propaganda.

Destine algumas aulas para que os alunos possam desenvolver o trabalho com a sua presença. Procure ceder um tempo de aula (50 minutos) em sala ou no laboratório a cada três semanas. Isso é muito importante, pois é nesse momento que você poderá observar a relação entre alunos em seus respectivos grupos, se todos estão trabalhando e se o trabalho está caminhando bem. No final, você ainda pode ajudar na elaboração da propaganda e na apresentação. Peça aos alunos que mantenham sigilo sobre seus trabalhos, pois isto tornará a apresentação final mais surpreendente, atrativa e dinâmica.

Se alguns grupos apresentarem dificuldade para calcular o volume da embalagem escolhida, aproveite o momento para discutir com a turma outras maneiras de se calcular volumes, como, por exemplo, através da densidade, princípios hidrostáticos ou mesmo sugerindo um método mais prático, como encher a embalagem com água e, depois, utilizar um *Becker* para fazer a medição.

Observações: durante esta fase de controle, você deverá começar a pontuar os trabalhos dos alunos, pois nela se encontram duas etapas que estarão associadas a valores (notas), que são: a definição final da embalagem e a entrega do relatório parcial. Caso seja necessário, antecipe as fórmulas que os alunos necessitem para calcular os volumes de sólidos que ainda não foram estudados em sala de aula. Aproveite o momento para relacionar o trabalho com outras disciplinas. De acordo com a escolha de cada grupo, você pode explorar questões ligadas à Geografia, Biologia, Química, Economia, *Marketing*, além de conceitos matemáticos já trabalhados anteriormente.

● **Fase 4 (conclusão): apresentação final em sala de aula e entrega do trabalho.**

Início: Julho.

Semana do projeto: 16 (Semana do Calendário Escolar: 19).

Duração: 2 aulas.

Na semana que antecede esta fase, realize um sorteio no qual será estabelecida a ordem de

apresentação dos trabalhos. Lembre aos alunos que essa apresentação deve durar em torno de 15 minutos e que eles deverão, ao término, entregar todo o material produzido. Nessa apresentação, eles poderão utilizar cartazes, vídeos ou um computador. Pergunte com antecedência a cada grupo o que eles vão utilizar, para que na hora não ocorra problemas (como, por exemplo, incompatibilidade do formato de vídeo no computador). Após a exposição oral, cada grupo deverá exibir a propaganda elaborada para o seu produto.

Terminada a apresentação de cada grupo, fomente ambientes de discussão e estimule a participação dos outros alunos. Explore principalmente as mudanças feitas e a criação da nova embalagem.

Observações: não esqueça que, em algumas escolas, é necessário agendar previamente a utilização de equipamentos audiovisuais.

Como cada grupo leva em média quinze minutos para se apresentar, o ideal é que em cada aula de 50 minutos aconteçam três apresentações.

• **Fase 5 (fechamento): avaliação e encaminhamento de relatórios para as empresas.**

Início: Julho.

Semana do projeto: 16 (Semana do Calendário Escolar: 19).

Nessa fase, totalize a pontuação e mostre para cada grupo como a sua nota final foi constituída.

Envie o relatório final, o arquivo com a propaganda e uma foto do protótipo da nova embalagem para a empresa responsável pelo produto estudado por cada grupo. Isto é importante para fortalecer o vínculo com a empresa e, assim, manter um canal aberto para futuros trabalhos.

Na Figura 2.1 apresentamos, de forma resumida, as fases que compõem a execução do projeto.

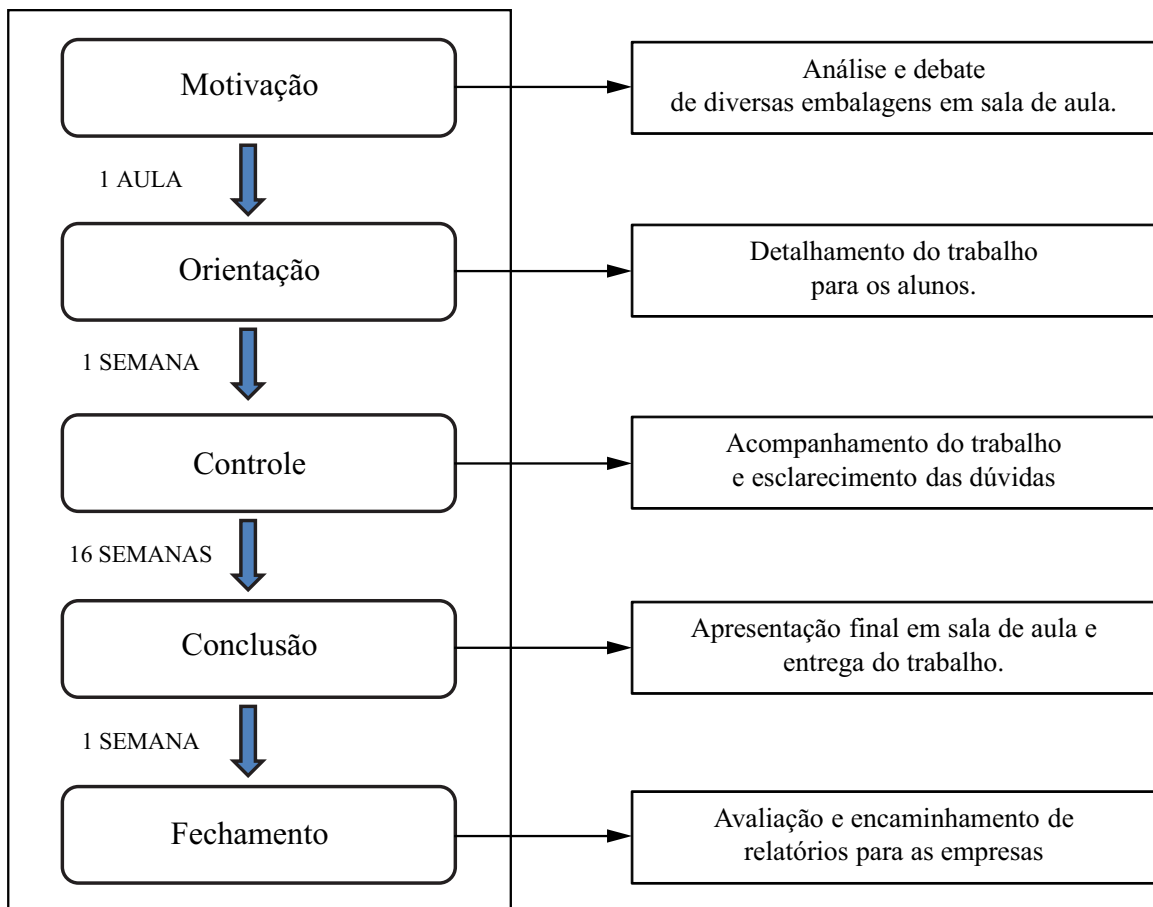


Figura 2.1: Organograma com as fases de execução do projeto.

3 *Relatos de Experiências*

Neste capítulo, apresentaremos um relato de nossa experiência ao longo dos sete anos em que o projeto foi repetidamente realizado no Instituto GayLussac em Niterói, Rio de Janeiro. Além de ilustrações e depoimentos de alunos que participaram deste trabalho, mostraremos de forma mais detalhada os aspectos matemáticos e interdisciplinares que foram abordados na criação de algumas embalagens.

3.1 Processo de Escolha do Produto

No início do trabalho, quando pedimos aos alunos para trazerem e escolherem uma embalagem, costumam aparecer dois tipos. As “exóticas”, que são aquelas cujo formato é bem diferente dos sólidos estudados em sala de aula (Figura 3.1) e aquelas “muito comuns” (Figura 3.2), compostas por embalagens tradicionais cujos formatos são semelhantes àqueles estudados em sala (cilindros e prismas) e que aparecem com muita frequência em seu dia-a-dia.

O cálculo do volume das embalagens ditas “exóticas” pode dar um pouco mais de trabalho (caso ele não seja especificado no rótulo do produto), entretanto, estes formatos proporcionam um ambiente de discussão muito mais interessante, propiciando inclusive a introdução de conceitos como densidade e princípios hidrostáticos.



Figura 3.1: Exemplos de embalagens “exóticas”.



Figura 3.2: Exemplos de embalagens “muito comuns”.

3.2 Aspectos Gerais de um Relatório

Normalmente o relatório é singular para cada grupo, ou seja, como os alunos foram orientados anteriormente quanto aos diferentes tipos de informações que podem ser pesquisados e os produtos escolhidos são distintos, dificilmente teremos relatórios parecidos.

Uma pergunta frequente feita pelos alunos se refere ao número de páginas que esse relatório deve ter. Nessas situações, costumamos responder que não existe um número de páginas padrão para o relatório e que quanto mais informações forem pesquisadas, maior será o número de páginas e, conseqüentemente, maior será a chance do aluno receber uma nota melhor nesse quesito.

Quanto à entrega do relatório, por uma questão de economia, solicitamos aos alunos que entreguem um CD contendo todos os elementos produzidos pelo grupo após a apresentação em sala de aula, não havendo assim necessidade de impressão.

3.3 Aspectos Relevantes Encontrados nos Trabalhos

Nesta seção apresentaremos exemplos de como vários aspectos podem ser explorados com o projeto. A partir do produto citado, destacaremos os aspectos considerados mais importantes, sejam eles matemáticos ou interdisciplinares. Exibiremos também algumas curiosidades encontradas nos trabalhos e como elas foram aproveitadas em sala de aula.

Com relação aos aspectos matemáticos, observamos que a maior parte dos trabalhos apresentados utiliza o seguinte método “padrão” para calcular as dimensões da nova embalagem: o aluno inicialmente escolhe o formato e as dimensões da base da embalagem (em geral, de

modo a aproveitar alguma outra embalagem com base igual à base da nova embalagem escolhida) e, a partir daí, ele calcula o valor da área dessa base e, então, determina a medida da altura da embalagem para que seu volume seja igual ao volume da embalagem original. Isto requer resolver uma equação em que a incógnita é a altura. Uma vez estabelecidas as dimensões da nova embalagem, é só construí-la.

Exemplo 1: Pasta de Dente Colgate (2012)

Aspectos Matemáticos

A ideia principal do grupo era modificar a forma original da embalagem do creme dental Colgate transformando-a em uma embalagem cilíndrica com o argumento de que, munida de um mecanismo de torção (*push-up*), seria mais fácil aproveitar todo o conteúdo da pasta contida na nova embalagem. O desafio aqui foi descobrir um método para medir o volume da embalagem original. Para isto, o grupo utilizou princípios hidrostáticos (Figura 3.3). Nas palavras dos próprios alunos:

Para construir a nova embalagem foram utilizados tubos de cola em bastão Pritt (40 g). Um dos objetivos do trabalho é conseguir criar uma nova embalagem para o produto de forma que o seu volume não se altere. Dessa forma, foi realizado um experimento com o tubo de pasta de dente Colgate e o tubo de cola. Nesse experimento, uma jarra foi ocupada com certo volume de água e, dentro dela, foram submersos o tubo de cola e o de pasta de dente em momentos diferentes, alterando a altura da água na jarra.

Sabendo-se que o volume de água deslocado é igual ao volume do corpo submerso, obteve-se o volume das duas embalagens, que coincidiram em ter 75 ml.

De posse desse valor e querendo aproveitar a embalagem de um tubo de cola para a nova embalagem, o grupo usou o método “padrão” (descrito no início desta seção) para calcular a altura que este tubo deveria ter:

Porém, o tubo de cola possui uma região de sua embalagem que não é ocupada por produto, alterando o volume real. Para se consertar esse erro, foi utilizada a fórmula de volume do cilindro ($V = \pi \cdot r^2 \cdot h$). Medindo com uma régua, é encontrado o valor de 1,5 cm para o raio, o volume sabe-se que é necessário que resulte em 75 ml e usa-se $\pi \approx 3,14$. Portanto:

$$\begin{aligned} V = \pi \cdot r^2 \cdot h &\Rightarrow 75 = \pi \cdot 1,5^2 \cdot h \Rightarrow \frac{75}{\pi \cdot 2,25} = h \\ &\Rightarrow h = \frac{75}{3,14 \cdot 2,25} \approx \frac{75}{7} \approx 10,5 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Com isso, foi cortado um pedaço de 1,5 cm de altura de um segundo tubo de cola, já que, como esperado, a altura de apenas um tubo (9 cm) não seria suficiente para suprir a quantidade do produto que seria inserido. Depois da montagem com os dois tubos, o seu exterior foi decorado com uma fita adesiva branca com o slogan da Colgate.



Figura 3.3: Usando princípios hidrostáticos para calcular volumes.

Esse trabalho permitiu ampliar a discussão sobre as diversas maneiras de se estabelecer a capacidade de uma embalagem, desde a medição simples enchendo o seu interior com água e depois efetuando a medição desse volume usando um Becker, até como encontrar o volume utilizando princípios hidrostáticos. Após a apresentação do grupo na Fase 4, abrimos a discussão sobre medições com o restante da turma, abordando também medições de volume usando o conceito de densidade. O resultado foi um debate bastante produtivo.

Exemplo 2: Achocolatado Nescau (2012)

Aspectos Matemáticos

No trabalho sobre o Achocolatado Nescau de 2012, o grupo optou por transformar o formato cilíndrico original em um prisma com o objetivo de diminuir o custo de transporte e tornar o “abrir e fechar” da embalagem mais simples, prático e higiênico. Nas palavras dos próprios alunos:

Neste trabalho focaremos o produto Nescau da empresa Nestlé, expondo os prós e contras da embalagem atual e também propondo uma nova embalagem que seja mais vantajosa para o consumidor e para a empresa. A atual lata de Nescau tem a forma cilíndrica com o volume de 785 cm^3 e área total de $392,5 \text{ cm}^2$ sem a tampa (471 cm^2 com a tampa). A embalagem possui uma tampa onde abre totalmente no topo da lata, fazendo com que o consumidor precise de uma colher para levar o pó achocolatado até o copo.

A nova embalagem preserva todo o marketing da lata antiga, mantendo a cor vermelha e a tradicional imagem de um esportista no rótulo, mas apresenta algumas melhorias. Seu formato mais quadrado, melhora a relação custo-benefício do transporte do produto, devido ao processo da cubagem. Sua ponta triangular acaba com uma das maiores reclamações dos consumidores quanto à embalagem atual: a quantidade de pó achocolatado que se prende na borda da mesma. A nova embalagem ainda apresenta tampa do modelo “Flex Cap”, acabando com a necessidade do uso de colher para pegar o pó achocolatado e tornando o “abrir e fechar” da embalagem muito mais simples, prático e higiênico.



A área total da nova embalagem equivale a $532,31 \text{ cm}^2$, $61,31 \text{ cm}^2$ a mais que área da embalagem antiga, que tinha área total de 471 cm^2 . Essa diferença será facilmente compensada com a mudança de material da embalagem, que agora será de papelão (tetrapack).

No último parágrafo, fica claro que os alunos perceberam que a área da superfície da nova embalagem aumentou, o que implica no aumento do custo de fabricação. O grupo tentou argumentar que esse aumento seria compensado pela troca de material.

Explicamos a eles que muitas das vezes, a inviabilidade da mudança da forma se deve ao alto custo proporcionado pelo aumento da área total da embalagem e que não podíamos garantir que o preço de um material é maior ou menor que outro sem uma informação mais precisa.

Para justificar que o novo formato proposto para a embalagem realmente diminuía o custo de transporte, o grupo teve que se valer da teoria geometria plana (Figuras 3.4, 3.5 e 3.6):

Pensando nesses defeitos, elaboramos uma embalagem que não necessita de colher para levar o produto até o copo além de que se encaixa perfeitamente na outra, tornando-se mais econômica no transporte.

Neste momento, aproveitamos a excelente oportunidade para inserirmos na discussão aspectos matemáticos como áreas de figuras planas e polígonos regulares inscritos e circunscritos, baseados na figura apresentada pelo grupo. A importância em tornar o processo mais econômico também foi um assunto abordado e discutido, mostrando inclusive a preocupação de todos em tornar o produto mais acessível ao bolso do consumidor.



Figura 3.4: Latas de Nescau acondicionadas em uma caixa retangular (desenho dos alunos).

$V = \pi R^2 h$
 $R = 5 \text{ cm}$
 $h = 10 \text{ cm}$

$V = 3,14 \times 25 \times 10$
 $V = 785 \text{ cm}^3$

$A_L = 2\pi R h + 2\pi R^2$
 $A_L = 2 \times 3,14 \times 5 \times 10 + 2 \times 3,14 \times 25$
 $A_L = 314 + 157$
 $A_L = 471 \text{ cm}^2$

PERDA DE ESPAÇO EM CAIXA PARA TRANSPORTE

VOLUME OCUPADO PARA CADA EMBALAGEM
 $V_0 = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ cm}^3$
 $V_L = 785 \text{ cm}^3$

PERDA DE 215 cm^3

Figura 3.5: Cálculo do volume desperdiçado no transporte da embalagem original.

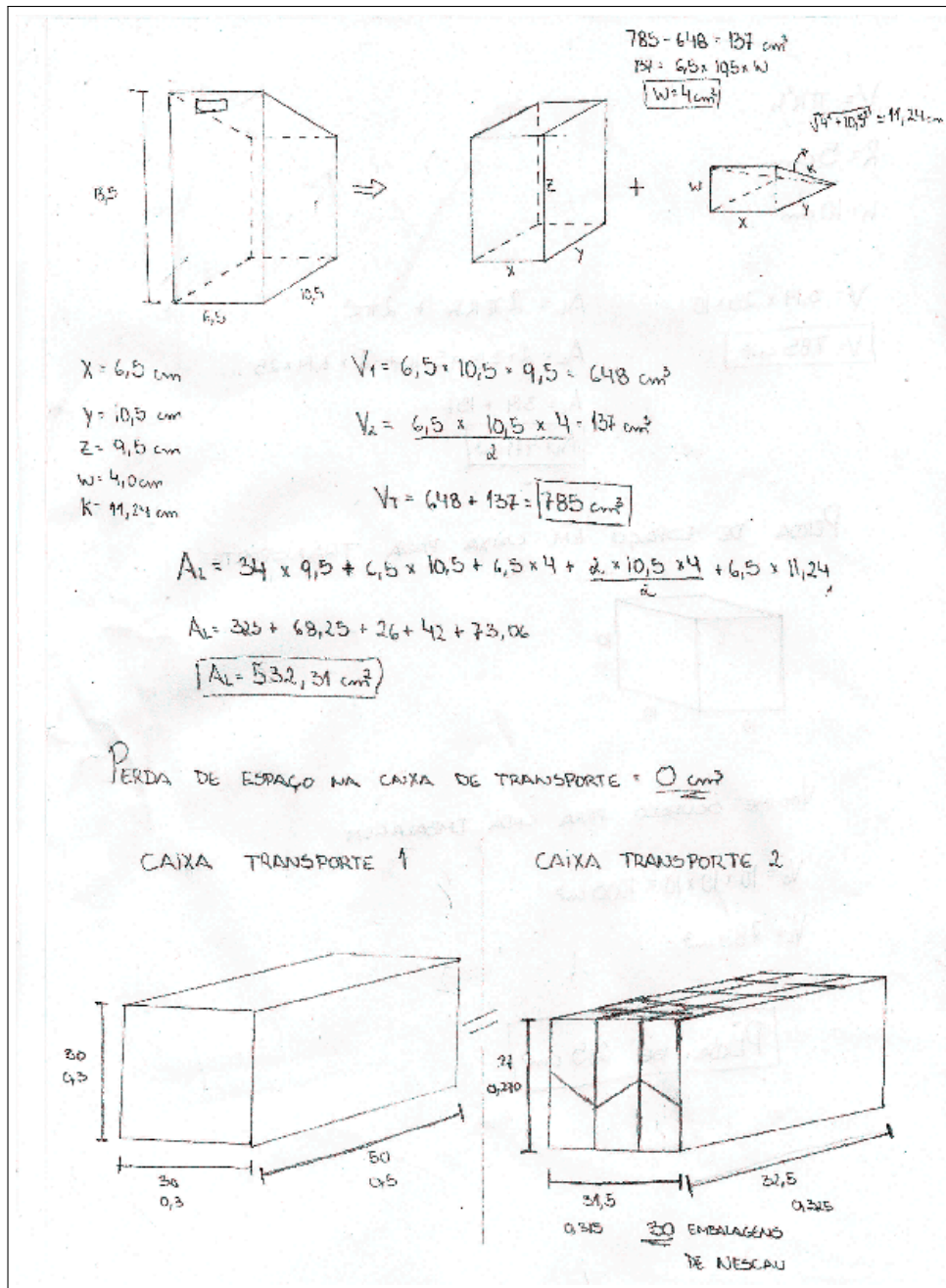


Figura 3.6: Cálculo do volume desperdiçado no transporte da nova embalagem proposta.

Exemplo 3: Açúcar União (2011)

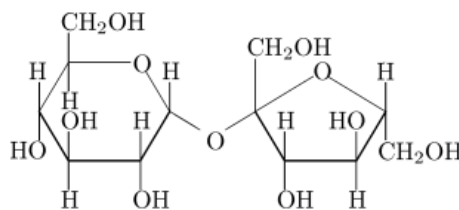
Aspectos Interdisciplinares

No trabalho sobre a embalagem do açúcar União, o grupo propôs a mudança da embalagem de saco plástico para uma embalagem cilíndrica com um dispositivo de dosagem, o que acabaria com transtornos na hora de transportar, armazenar e utilizar o produto.

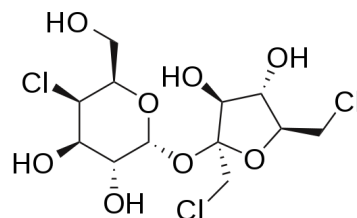


Nos trechos retirados do relatório, podemos observar situações claras envolvendo outras disciplinas. A primeira possibilidade de interdisciplinaridade que observamos nesse trabalho foi com a Química, especificamente com compostos orgânicos.

Alguns exemplos de açúcares: Orgânico, diluição mais rápida e fácil, açúcar com melaço para dar um sabor, açúcar para caldas; glaces doces, Light e muito mais!



Fórmula estrutural da molécula de Sacarose.



Fórmula estrutural da molécula de Suclarose.

Quanto à Biologia, o grupo perpassou por questões relacionadas com um consumo saudável do produto e ratificou isto com as perguntas e respostas abaixo descritas:

– O açúcar faz parte de uma dieta saudável?

Uma pessoa com dieta saudável deve ingerir nutrientes em quantidade e qua-

lidade adequadas às suas necessidades, levando em conta sua idade, atividade física, estilo de vida e estado de saúde. A receita para uma qualidade de vida compreende quantidades apropriadas de alimentos de todos os tipos: construtores (proteínas), reguladores (vegetais) e energéticos (carboidratos e gorduras). O açúcar, como um carboidrato, não pode faltar.”

– O açúcar causa obesidade?

Não. A obesidade pode ser causada por muitos motivos. Ao contrário do que se acredita, pode-se dizer que, a obesidade é consequência da alta ingestão de calorias e de um gasto baixo de energia, levando a um excedente, que se acumula no organismo em forma de gordura.

– O açúcar causa diabetes?

Não. O consumo de carboidratos, como o açúcar, não causa diabetes. Os dois tipos, diabetes 1 e 2, acontecem porque o corpo não mais tem a habilidade de transformar a glicose sanguínea em energia. Amidos e açúcares, existentes em alimentos como batata, cenoura, milho, arroz, frutas e mesmo o açúcar tradicional, são metabolizados em glicose para que as necessidades de energia do corpo sejam atendidas. Mesmo atualmente, as razões do diabetes não são conhecidas. Sabe-se que a hereditariedade e o estilo de vida são fatores no seu surgimento. O controle da alimentação é essencial para uma pessoa.

No relatório, os alunos fazem uma breve menção histórica da importância do açúcar: “[...] durante muitos séculos o açúcar ocupou um lugar de destaque no comércio mundial”.

Após a apresentação desse grupo, comentamos com os alunos que este trabalho proporcionava várias possibilidades de pesquisas e discussões em outras áreas do conhecimento, principalmente Química, Biologia e História. Orientamos aos alunos mais interessados que procurassem os professores das respectivas disciplinas para estender esse debate.

Exemplo 4: Aditivo Hagen (2005)

Aspectos Interdisciplinares

Achamos interessante citar aqui o trabalho sobre o aditivo Hagen (2005), pois ele é um bom exemplo para outros grupos de como questões de transporte podem influenciar fortemente a forma da embalagem de um produto, o que pode suscitar um debate maior sobre aspectos matemáticos subjacentes.

Retiramos o parágrafo abaixo do relatório apresentado pelo grupo:

O valor pago pelo transporte varia em função do peso e ou volume ocupado (cubagem) pelo produto/embalagem. Embalagens com dimensões não usuais ou que ocupem uma área cúbica grande, mas que tenham pouco peso (exemplo: fardo de algodão), fazem com que a empresa pague pelo transporte de

ar, ao invés de produto. O transporte terrestre ocorre via caminhões baús, os quais podem ser baúzinho ou semirreboque. Para se escolher quais dos dois seriam os mais úteis para o transporte é necessário ter conhecimento da quantidade de carga. Quando existe uma carga fechada, ou seja, a quantidade exata de um container, é fundamental avaliar qual caminhão seria o mais adequado. Enquanto com uma quantidade qualquer, a escolha do caminhão exerce função secundária. Um aspecto importante é que o produto possui uma alça, o que mostra que ele pode ser carregado manualmente.



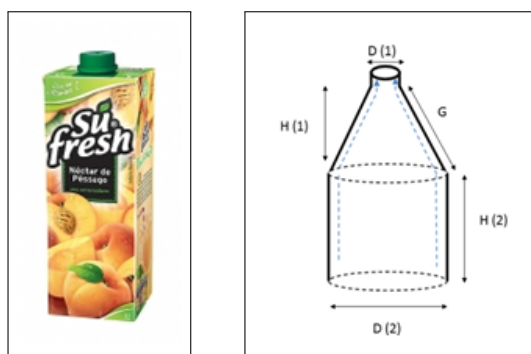
Armazenamento do produto em estoque (foto dos alunos em visita à fábrica).

Depois dessa apresentação, aproveitamos a oportunidade para relacionar o aspecto logístico com o matemático, criando duas embalagens fictícias e calculando percentualmente a diferença de valores para um mesmo volume transportado.

Exemplo 5: Suco SuFresh (2011)

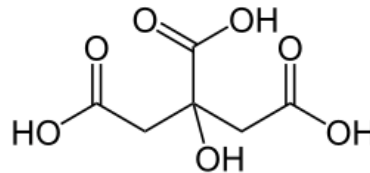
Aspectos Interdisciplinares

O estudo da embalagem do suco de frutas SuFresh (2011) é mais um exemplo de trabalho onde o grupo perpassou por questões interdisciplinares. A proposta era substituir a embalagem no formato de um paralelepípedo por uma nova forma que não possuísse arestas pois, assim, seria mais fácil consumir todo o seu conteúdo.



Em seu relatório, o grupo suscita relações com a química orgânica:

Acidulantes são substâncias adicionadas a gêneros alimentícios com a função de intensificar o gosto ácido (azedo) de alimentos e bebidas. Também influem na conservação microbiológica dos alimentos. Dentre os diversos acidulantes no processamento de alimentos são usados ácidos orgânicos, tais como ácido cítrico. O ácido cítrico ou citrato de hidrogênio, de nome oficial ácido 2-hidroxi-1,2,3-propanotricarboxílico, é um ácido orgânico fraco, presente na maioria das frutas, sobretudo em cítricos como o limão e a laranja. Sua fórmula química é $C_6H_8O_7$. Na temperatura ambiente, o ácido cítrico é um pó cristalino branco. Pode existir na forma anidra (sem água), ou como mono hidrato que contém uma molécula de água para cada molécula de ácido cítrico. A forma anidra se cristaliza em água quente, enquanto a forma mono hidratada do ácido cítrico se cristaliza em água fria.



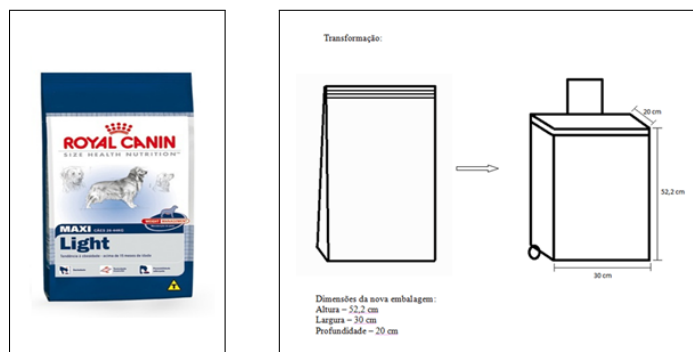
Fórmula estrutural do ácido cítrico.

Um fato marcante na apresentação desse grupo foi que a interdisciplinaridade com Química foi observada e sugerida primeiramente pelos alunos que estavam assistindo à apresentação. Neste exemplo, como no anterior, orientamos os alunos que procurassem os professores de Química para aprofundar o tema.

Exemplo 6: Ração Royal Canin para Cães (2011)

Aspectos Interdisciplinares

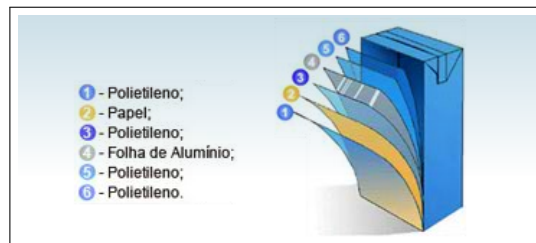
Neste exemplo e, também, em boa parte dos outros trabalhos, surgem menções sobre a composição da embalagem Tetra Pack e vantagens no seu uso, incluindo questões de meio ambiente e sustentabilidade.



A proposta do grupo foi a de modificar a embalagem da ração eliminando o plástico, transformando-a em um paralelepípedo reaproveitável de papelão. Assim, a nova embalagem seria mais econômica e sustentável.

Aqui está parte do relatório do grupo que trabalhou com esta embalagem:

O Tetra Pak é composto por seis camadas, cada uma com uma função específica. São assim divididas (iniciando de dentro para fora): duas camadas de polietileno (protege o produto e evita contato com as demais camadas); uma camada de alumínio (evita a passagem de oxigênio, luz e a contaminação do meio externo); a quarta camada também é de polietileno, seguida da quinta camada, de papel, que dá sustentação à embalagem e permite a inscrição das informações e descrição da marca fabricante. Por fim, uma última camada de polietileno que protege esta quinta camada de papel.



Uma das grandes vantagens da utilização da Tetra Pack na produção da embalagem é a possibilidade de reciclagem. O lixo gerado diariamente nas cidades é um grande problema na atualidade e tem sido tema de amplas discussões. O lixo brasileiro, em média, é composto por mais de 60% de matéria orgânica, que na sua grande parte são restos alimentares. Os outros 40% são os chamados materiais recicláveis como o papel, caixas de Tetra Pack, vidros, plásticos, metais ou resíduos especiais como lâmpadas fluorescentes, baterias de celular, pilhas.

Matéria Prima do Tetra Pack: A embalagem possui uma estrutura multicamadas que fornece a proteção ideal aos alimentos nela armazenados. Ela é formada por três materiais: papel, plástico e alumínio, distribuídos em seis camadas. O papel corresponde a maior parte do peso da embalagem e sua celulose é extraída de florestas replantadas. O papel utilizado nas embalagens é o duplex com uma camada branca, cujas principais funções são dar suporte mecânico à embalagem e receber a impressão. O alumínio está presente em apenas uma pequena camada da embalagem. Possui a importante função de proteger contra a entrada da luz, do oxigênio e de impedir a troca de aromas entre o alimento e o meio externo. O plástico usado nas embalagens é o polietileno de baixa densidade que é extraído do petróleo. Presente em quatro camadas na embalagem, suas funções são isolar o papel da umidade, impedir o contato do alumínio com o alimento e servir como elemento de adesão dos outros materiais presentes na estrutura (papel e alumínio). Além do papel, o plástico e o alumínio da embalagem também podem ser reciclados, sendo que após a separação das fibras de papel, retornam à cadeia produtiva sob a forma de vários objetos, tais como placas e telhas.

Reciclagem: a reciclagem das embalagens da Tetra Pak começa nas indústrias

de papel, em um equipamento chamado hidrapulper. Durante a agitação das embalagens, com água e sem produtos químicos, as fibras celulósicas são hidratadas, separando-se das camadas de plástico/alumínio. Essas fibras são, então, utilizadas na produção de papel reciclado para confecção de caixas e tubos pequenos. As camadas de plástico/alumínio são usadas para fabricar peças plásticas ou placas e telhas utilizadas na construção civil.

Após a apresentação desse trabalho, aproveitamos para destacar a importância de pensar no meio ambiente ao se criar uma embalagem, fato este que foi muito valorizado pelos alunos.

3.4 Apresentações

Esta etapa é muito importante, pois é nela que o aluno consolida sua aprendizagem ao apresentar seu trabalho para seus colegas e para a comunidade.

Apresentação em Sala de Aula

Essa apresentação leva cerca de 15 minutos por grupo. Sendo um momento de conclusão de um trabalho de quase 4 meses, os alunos normalmente estão muito bem preparados e seguros para a apresentação. Com isto, os questionamentos levantados pela turma quase sempre geram um debate interessante e envolvente.



Figura 3.7: Apresentação em sala de aula da embalagem Grife do Sabor.

Um exemplo que gerou bastante discussão foi o do Creme de Leite Batavo (2005), pois o seu fabricante alegou que as cores utilizadas em sua embalagem estavam associadas à cromoterapia, método que emprega as diferentes cores para alterar ou manter as vibrações do corpo

naquela frequência que resulta em saúde, bem estar e harmonia. Observemos abaixo um trecho do relatório apresentado pelo grupo:

A empresa utiliza em sua embalagem, como plano de fundo, predominantemente a cor azul. Além de a empresa alegar que combina com a cor de sua logomarca (que já é azul escura) e passar uma imagem de limpeza, utiliza princípios da cromoterapia. Esta explica a cor azul turquesa sendo reanimadora, refrescante, calmante e suavizante. Tranquiliza o sistema nervoso e as inflamações, além de auxiliar na cura do eczema. Pode servir também como fortificante da pele.

Quando a apresentação desse grupo terminou, o que aconteceu foi um dos maiores debates que pudemos acompanhar ao longo da aplicação desse trabalho, pois muitos alunos não acreditavam nos princípios da cromoterapia. Sendo certo ou errado, válido ou não, consideramos muito importante essa discussão pois, com certeza, as dúvidas e discordâncias não acabaram ali e isso acaba gerando conhecimento e pesquisa.

Apresentação Final (Externa)

Após a apresentação em sala de aula, preparamos a apresentação externa, onde serão exibidos à comunidade escolar os trabalhos desenvolvidos pelos alunos durante o ano.

Nesta apresentação, utilizamos uma televisão grande (para mostrar as propagandas), uma mesa (onde são expostas, lado a lado, a embalagem original e proposta) e algumas cadeiras formando um minianfiteatro. Quanto aos alunos que vão apresentar o trabalho, utilizamos um esquema de rodízio, onde aqueles que estão explicando descrevem o projeto de uma maneira geral, os seus objetivos e as conclusões que eles chegaram. São marcadas sessões de 30 em 30 minutos que duram cerca de 10 minutos, tempo este gasto mais com as propagandas do que com outros detalhes.



Figura 3.8: Produtos expostos para apresentação.



Figura 3.9: Vista frontal do *stand* de apresentação.



Figura 3.10: Preparativos para a apresentação.



Figura 3.11: Apresentação para a escola.

3.5 Propagandas

Muitos alunos, desde o início, torcem para que chegue rápido o momento da elaboração da propaganda por, talvez, ser a etapa mais lúdica da execução do projeto. Membros do grupo menos inclinados para as tarefas das etapas anteriores, em geral, encontram aqui uma oportunidade de participação mais efetiva.

A exibição da propaganda criada pelo grupo também é um momento esperado pelos alunos. É nessa hora que eles extravasam toda a tensão imposta pelos momentos que “conviveram” com a Matemática e passam a se “divertir”, assistindo a esse material, criando assim um equilíbrio entre as atividades realizadas.

Quanto à parte técnica e prática, a propaganda normalmente é apresentada em dois tipos: estática (cartazes) ou em movimento (filmada ou até mesmo feita em PowerPoint). Os alunos preferem os vídeos que duram em média um pouco menos de um minuto. Julgamos muito importante alertar aos alunos que optarem pelo vídeo que façam um pré-teste no computador que irão utilizar no dia da apresentação para não terem surpresas na hora da sua exibição.



Figura 3.12: Exemplo de propaganda em vídeo.



Figura 3.13: Exemplos de propagandas estáticas (cartazes).

3.6 Conclusões e Depoimentos dos Alunos

Para que o leitor possa ter uma melhor ideia da percepção e avaliação dos alunos com relação a nossa proposta, apresentamos aqui as conclusões descritas nos relatórios e alguns depoimentos daqueles que participaram do projeto.

Conclusões dos Alunos

Com este trabalho, concluímos, primeiramente, que as embalagens são muito mais ricas em termos de informações e influências do que pensamos. Muitas vezes somos atraídos por elas e, na verdade, nem precisamos do produto de fato. É muito importante ressaltar o uso das cores. Mesmo com nosso grupo não fazendo sobre alguma embalagem com significado cromático, pesquisamos a respeito do tema e, concluímos que elas realmente influenciam no subconsciente das pessoas em geral. Foi muito proveitoso estudar as embalagens porque pudemos associá-las aos estudos da segunda etapa (geometria espacial). Durante as pesquisas, percebemos que é melhor fazer de produtos de empresas pequenas que nos atendem muito bem do que não obter informações a respeito de empresas grandes e ficar insistindo. Vimos que a forma de uma embalagem muito influencia para o armazenamento da mesma ou para alusões ao consumidor. Foi muito gratificante e, como no início dissemos, foi muito bom atuar como verdadeiros publicitários!

Embalagem: Grife do Sabor (2005)

Ao longo deste trabalho, pudemos entrar em contato com o mundo empresarial. Dessa forma, nos envolvemos com a criação e o aprofundamento do estudo de embalagens, além de criarmos uma propaganda para o produto apresentado. O espaço em que vivemos hoje em dia exige que nós, seres humanos, tenhamos conhecimento de diversos assuntos, sejam eles quais forem, assim, aprender um pouco mais sobre o mundo industrial, foi acima de tudo, uma grande experiência.

Embalagem: Aditivo Hagen (2005)

Por meio do trabalho, foi possível concluir o quão crucial o calculo de volume é, principalmente visando o meio comercial. Além do mais, foi uma forma de colocar em prática o que foi aprendido, bem como utilizar da criatividade para pensar em uma nova embalagem. Como a equipe era grande pelo projeto se aprendeu a lidar com um grupo maior e se organizar previamente. Ademais, o projeto foi uma experiência em que se entra em contato com a parte de marketing, tendo que pensar em uma propaganda que atinja o publico alvo. Desta forma, a reformulação da embalagem da pasta de dente não foi apenas uma maneira dinâmica de exercitar a matéria, como também uma forma de trabalhar em grupo.

Embalagem: Pasta de Dente Colgate (2012)

O trabalho proporcionou um conhecimento intenso sobre a estética e a matemática dentro da realização de uma embalagem. É essencial frisar o fato de termos conseguido, a partir dos cálculos de geometria espacial, realizar um novo formato que traga vantagem. Logo, é possível dizer que a nova embalagem traz vantagens que poderiam fazer diferença para o consumidor. Por mais que a quantidade de creme dental desperdiçada na embalagem original seja pequena, a desenvolvida pelo grupo evita qualquer tipo de desperdício. A consciência ambiental em relação ao material também faz com que a atual embalagem traga benefícios. Além disso, o atual tamanho é mais fácil para o transporte e facilita para o consumidor.

Embalagem: Pasta de Dente Oral B (2012)

Os depoimentos apresentados a seguir foram coletados no ano de 2012 no momento em que decidimos escrever essa dissertação. Todos foram enviados por *e-mail*.

Depoimentos dos Alunos

Para mim, o trabalho realizado na segunda série do ensino médio para que fossem projetadas, com igual capacidade, embalagens eleitas pelos grupos de alunos foi uma experiência extremamente interessante, primeiramente, para que fosse possível observar a aplicabilidade de operações matemáticas em termos concretos, de modo a garantir uma melhor compreensão da temática em voga. Muito embora não posso sustentar que o trabalho realizado tenha contribuído para minha escolha de carreira profissional, considero que ele foi de grande valia na minha formação: pude perceber aos poucos a complexidade que exige a elaboração de uma embalagem e em que medida a aplicabilidade das ferramentas matemáticas permitiriam garantir a eficiência e economicidade do resultado planejado. E é esse raciocínio e preocupação que pude trazer para minha carreira, buscar nos pequenos ajustes matemáticos a solução que mais eficiência possa na prática e em termos concretos garantir. Acredito que esse trabalho, apesar da simplicidade com que conseguimos nos expressar, para muitos representou um passo inicial na carreira e para outros, dentre os quais eu me incluo, uma grande ferramenta que trarei para o desempenho da minha profissão.

Aluna: Clara Gomes Moreira (2007)

O trabalho de geometria proposto pelo professor Ricardo Viz sobre figuras geométricas espaciais trouxe muitos resultados positivos, por exemplo: é uma maneira de mostrar como a matemática pode estar presente na carreira de algumas pessoas, mesmo que não seja a área desejada pelo aluno que está fazendo o trabalho. Outro ponto positivo é levar os conhecimentos de matemática para o “laboratório”, podendo assim fazer testes e conferir como é difícil projetar e fazer novas descobertas sobre o assunto em questão. Portanto posso afirmar que este foi um dos trabalhos escolares que eu mais gostei de realizar.

Aluno: Luís Felipe Zaban de Carvalho Pinto de Abreu (2012)

Realizei esse trabalho de transformar a forma da embalagem de um produto mantendo o volume no Instituto GayLussac com o professor Ricardo Viz em 2005 (se não me engano). O que parecia apenas mais uma atividade foi um desafio. além de alterar a forma de um produto já consolidado no mercado, deveríamos manter seu volume, pensar se a nova forma seria prática para o consumidor, fácil de estocar em caixas e no ponto de venda e, finalmente, fazer a nossa propaganda. Apesar de toda dificuldade, o trabalho foi muito divertido e produtivo, pois aprendemos a mudar a forma sem mudar o volume de uma forma prática, entramos no mundo do marketing e aprendemos que fazer uma embalagem envolve muito mais do que uma forma geométrica.

Aluno: Henrique Monnerat Lourenço (2005)

O trabalho de embalagens nos ajudou a compreender melhor a matéria de geometria espacial, possibilitando ver na prática o que aprendemos na teoria, incluindo volume e área das embalagens. O ponto alto do trabalho foi a necessidade de transformar e construir uma nova embalagem levando em conta as vantagens econômicas e utilitárias sem alterar o volume original. O desafio também incluía entrar em contato com os fabricantes e obter informações sobre as funções e objetivos de cada material, formato e dimensão, o que nos trouxe conhecimento sobre as implicações para o meio ambiente, fazendo com que desejássemos encontrar soluções. Por tal motivo considerei o trabalho como muito importante para a compreensão da matemática e das necessidades do mundo.

Aluna: Olívia Gameiro de Souza (2011)

O trabalho de embalagens foi muito interessante para colocarmos em prática aquilo que havíamos aprendido em sala de aula; foi uma maneira descontraída e eficaz para fixarmos a matéria. Embora eu não seja da área de exatas, me diverti bastante com a atividade e, certamente, não esquecerei os momentos compartilhados para a produção do mesmo, assim como os detalhes da matéria lecionada para realização da tarefa. Os trabalhos ficaram realmente bons e a parte de entrar em contato com as empresas dos produtos nos incentivou a criar uma ideia legal e que, se fosse realmente levada em consideração por uma das empresas, fosse dar certo. Foi uma experiência muito legal.

Aluna: Fernanda Castro Braga (2011)

4 *Considerações Finais*

4.1 PCNs e A Pedagogia de Projetos

Nos dias de hoje, podemos perceber que o ensino da Matemática não se resume a simples memorização de fórmulas ou cálculos. A tecnologia da informação aliada à globalização nos apresenta uma demanda na reconfiguração da metodologia do ensino da Matemática, bem como nas demais disciplinas. No Ensino Médio, devemos tomar novos caminhos, utilizando-se de diversas formas de motivação, despertando interesse, trabalhando novas habilidades e, assim, dar condições aos alunos de desenvolver capacidades que venham a atender as necessidades profissionais e sociais. Desta forma, conteúdos antes vistos como códigos e números passam a ser experimentados e aplicados à vida.

Embora na concepção do nosso projeto não tenhamos consultado os PCNs¹, percebemos em uma avaliação posterior que muitas das orientações indicadas são contempladas por nossa proposta, entre elas:

- *aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;*
- *analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;*
- *desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;*
- *expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;*
- *estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;*

¹Os Parâmetros Curriculares Nacionais, os “PCNs”, foram instituídos em nosso país no ano de 1997, pelo Governo Federal. Estes são referenciais para os Ensinos Fundamental e Médio criados com o objetivo de garantir uma educação igualitária a todo educando brasileiro. Mais detalhes em [2], [3], [4] e [5].

- *promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.*

Esta sintonia de nosso trabalho com as orientações dos PCNs, nos motivou a dar continuidade na sua aplicação e buscar maneiras de aprimorá-lo.

Diante do exposto até aqui, percebemos que, para contemplar os PCNs, o ensino da Matemática necessita ser uma atividade mais abrangente e dinâmica: mais do que dominar o conteúdo matemático em si, o aluno deve também aprender a argumentar, discutir, negociar, ouvir e tomar decisões de forma coletiva, respeitando a individualidade de cada sujeito. Neste contexto, o uso de projetos coletivos se constitui uma ferramenta didática primordial, algo que constatamos em nosso trabalho. Em uma análise posterior, percebemos também que nossa proposta se alinha muito com a Pedagogia de Projetos ([6, 7, 8]), seguindo suas etapas, papéis e atores. Verificamos que, de fato, os projetos permitem que os alunos construam o conhecimento a partir do processo de produção e desenvolvimento do trabalho, deixando de ser um “mero reprodutor de conhecimento”. Observamos que, neste tipo de abordagem, o professor passa a ser o mediador deste processo, conduzindo o trabalho de forma que o aluno seja capaz de alcançar os objetivos previamente estabelecidos pelo projeto. Esta mediação é primordial, pois é ele quem vai fazer o aluno reconhecer-se no seu trabalho e sentir-se seguro, além de ouvir, argumentar e direcionar o aluno para a aquisição do conhecimento.

Para finalizar, gostaríamos de salientar que a execução das atividades do projeto se dá paralelamente ao desenvolvimento do conteúdo programático pelo professor em suas aulas expositivas e que essa proposta é muito importante para certificar o processo de aprendizagem no ensino da Geometria Espacial.

4.2 Aprimoramentos e desdobramentos

Indicamos a seguir sugestões de aprimoramentos e desdobramentos que estamos considerando em incluir nas próximas edições de nossa proposta.

– Intensificar a participação de professores de outras disciplinas no projeto.

Diante de nossa experiência, adquirida durante os anos de aplicação, podemos constatar várias oportunidades onde professores de outras áreas poderiam colaborar efetivamente com o projeto (por exemplo, Química Orgânica com a embalagem do suco SuFresh, Biologia com as embalagens do Açúcar União e da ração Royal Canin, Geografia com a logística de transporte associada à embalagem do aditivo Hagen, etc.). Acreditamos que o melhor momento para que

isso aconteça é após a escolha do produto pelos grupos, momento este em que o professor de Matemática pode se reunir com os demais professores e apresentar as escolhas dos alunos, incentivando e mediando assim a participação de outras disciplinas.

– Ampliar o conjunto de embalagens que podem ser trabalhadas usando ideias do Cálculo.

Uma maneira de ampliar a variedade de embalagens que podem ser consideradas para o projeto é incluir aquelas cujo formato é um sólido de revolução (e que não seja um cilindro, é claro). Enquanto que o cálculo do volume exato deste tipo de sólido requer Cálculo Diferencial e Integral, o *Método dos Discos* ou o *Método dos Troncos de Cone* ([9]) podem ser usados para obter aproximações desses volumes. Por outro lado, calcular essas aproximações com lápis e papel ou mesmo uma calculadora científica comum é inviável. Um *software* mais especializado pode ser útil aqui. Uma sugestão bem interessante é a utilização do objeto de aprendizagem gratuito “Superfícies e Sólidos de Revolução” ([1]) onde todos esses cálculos estão automatizados.

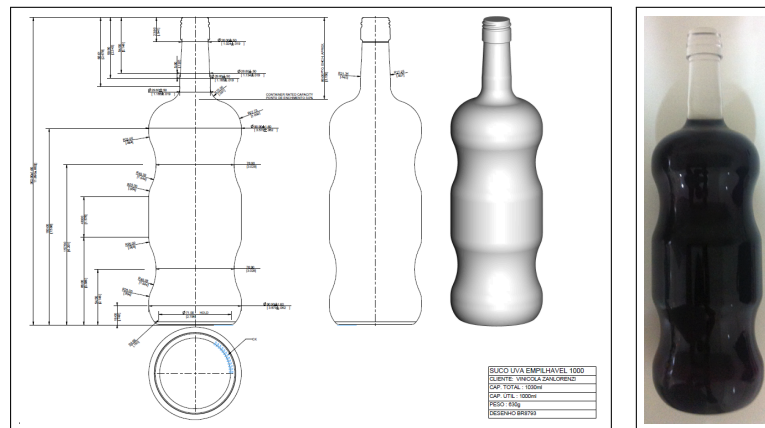


Figura 4.1: Projeto de garrafa proposto pelos alunos.

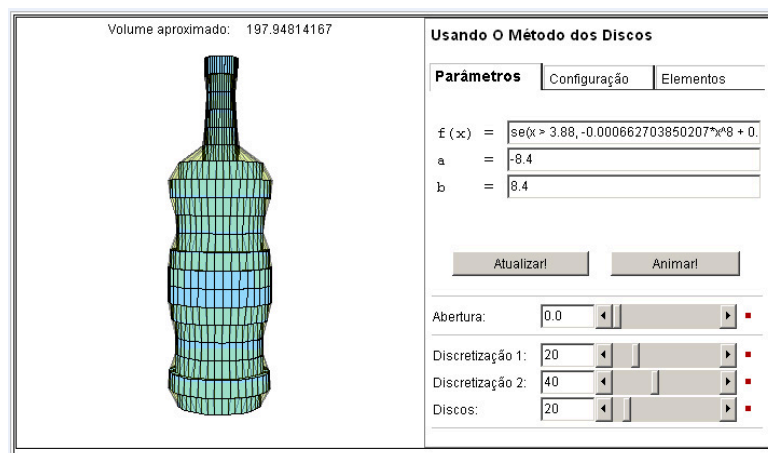


Figura 4.2: Cálculo do volume aproximado utilizando o Método dos Discos.

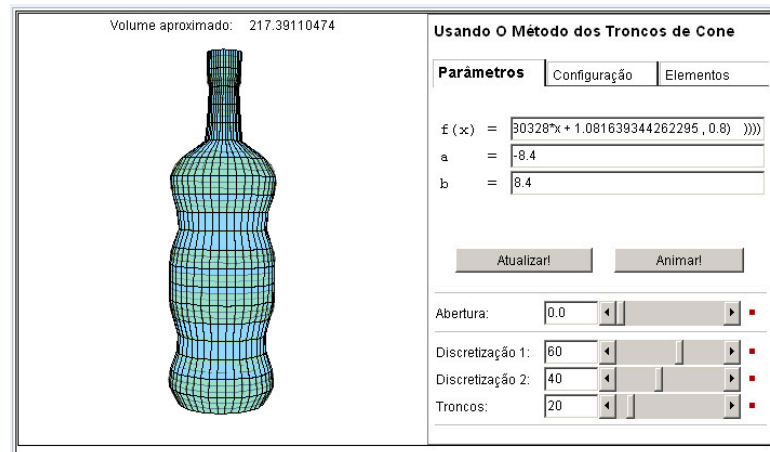


Figura 4.3: Cálculo do volume aproximado utilizando o Método dos Troncos de Cone.

Apêndice: Cronograma Detalhado de Conteúdos de Geometria do Segundo Ano do Ensino Médio Distribuídos por Semana

Semana	Conteúdo Programático	Conteúdo
1 ^a	Áreas de figuras planas	Áreas das principais figuras planas.
2 ^a	Áreas de figuras planas	Áreas das principais figuras planas.
3 ^a	Áreas de figuras planas	Razão entre áreas de figuras semelhantes.
4 ^a	Geometria espacial	Introdução a Geometria espacial.
5 ^a	Prismas	Definição, elementos e áreas da superfície de um prisma.
6 ^a	Prismas	Diagonal e volume de um prisma.
7 ^a	Paralelepípedo e cubo	Definição, áreas da superfície e diagonal. Volume de um paralelepípedo.
8 ^a	Associação de sólidos	Relação entre sólidos já trabalhados.
9 ^a	Cilindros	Definição, elementos e características de um cilindro.
10 ^a	Cilindros	Áreas da superfície e volume de um cilindro.
11 ^a	Cilindros	Principais secções em um cilindro e relações com outros sólidos.
12 ^a	Pirâmides	Definição, elementos e características de uma pirâmide.
13 ^a	Pirâmides	Áreas da superfície e volume de uma pirâmide.
14 ^a	Pirâmides	Principais secções em uma pirâmide e relações com outros sólidos.
15 ^a	Cones	Definição, elementos e características. Áreas da superfície e volume.
16 ^a	Cones	Principais secções em um cone e relações com outros sólidos.
17 ^a	Troncos	Definição, elementos, áreas e volumes de troncos.
18 ^a	Troncos	Definição, elementos, áreas e volumes de troncos.
19 ^a	Esfera	Superfície esférica e esfera.
20 ^a	Esfera	Áreas da superfície e volume de uma esfera.
21 ^a	Esfera	Principais secções em uma esfera e relações com outros sólidos.
22 ^a	Poliedros	Definição e elementos, poliedros convexos e relação de Euler.
23 ^a	Poliedros	Soma dos ângulos, número de diagonais e poliedros regulares.

Referências Bibliográficas

- [1] BORTOLOSSI, H. J. *Superfícies e Sólidos de Revolução*, 2013. Disponível em: < <http://www.uff.br/cdme/ssr/> >. Acesso em: 12 de fevereiro de 2013.
- [2] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Primeira a Quarta Série*. Brasília, 1997.
- [3] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental*. Brasília, 1998.
- [4] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *PCN Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias*. Brasília, 2002.
- [5] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Orientações Curriculares Nacionais para O Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias*. Brasília, 2006.
- [6] Nogueira, N. R. *Pedagogia dos Projetos. Uma Jornada Interdisciplinar Rumo ao Desenvolvimento das Múltiplas Inteligências*. Sétima edição. Editora Érica Ltda., 2010.
- [7] Nogueira, N. R. *Pedagogia dos Projetos. Etapas, Papéis e Atores*. Quarta edição. Editora Érica Ltda., 2012.
- [8] Nogueira, N. R. *Pedagogia dos Projetos*, Canal de Edições SM Brasil, 2012. Disponível em: < <http://www.youtube.com/watch?v=eguk20OL76c> >. Acesso em: 12 de fevereiro de 2013.
- [9] Stewart, S. *Cálculo*. Volume 1, Quinta edição, Editora Thomson Pioneira, 2006.