UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
COLEGIADO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

VINICYUS ALVES DA SILVA PAZ

A UTILIZAÇÃO DO DOMINÓ NO AUXÍLIO DO ENSINO DO TRIÂNGULO ARITMÉTICO

Ilhéus - Bahia
2016

VINICYUS ALVES DA SILVA PAZ

A UTILIZAÇÃO DO DOMINÓ NO AUXÍLIO DO ENSINO DO TRIÂNGULO ARITMÉTICO

Dissertação submetida ao Colegiado do PROFMAT da Universidade Estadual de Santa Cruz.

Orientador: Prof. Dr. Vinicius Augusto Takahashi Arakawa.

Ilhéus - Bahia

2016

P348 Paz, Vinicyus Alves da Silva.
A utilização do dominó no auxílio do ensino do triângulo aritmético / Vinicyus Alves da Silva Paz. – Ilhéus : UESC, 2016.
53f. : il.
Orientador : Vinicius Augusto Takahashi Arakawa.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Mestrado Profissional em Matemática.
Inclui referências e anexos.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Jogos no ensino de matemática. 3. Triângulo. I. Arakawa, Vinícius Augusto Takahashi. II. Título.

CDD – 510.7

VINICYUS ALVES DA SILVA PAZ

A UTILIZAÇÃO DO DOMINÓ NO AUXÍLIO DO ENSINO DO TRIÂNGULO ARITMÉTICO

Trabalho aprovado, Ilhéus, 30 de 09 de 2016.

Prof. Dr. Vinicius Augusto Takahashi Arakawa

(Orientador, UESC)

Mirela Vanina de Mello

Profa. Dra. Mirela Vanina de Mello

(UESC)

Mariluce de Oliveira Silva

Profa. Me. Mariluce de Oliveira Silva

(IFBA - Ilhéus)

Ao meu grande mestre Jarbas Lacerda Silva (In memoriam).

AGRADECIMENTOS

Mais uma etapa vencida. Enfim, mestre! E isso não seria possível sem o auxílio inestimável de minha mãe, que me ajudou, da leitura dos projetos à “injeção de ânimo” nos momentos difíceis. Mãe, essa vitória é nossa!

Agradeço também à minha filha, Anne Priscilla, pela paciência e compreensão da minha ausência em alguns momentos. Tudo que fiz e faço é pensando no seu futuro, pode ter certeza disso.

Gostaria também de agradecer ao professor, orientador e amigo, Doutor Vinicius A. T. Arakawa. O senhor foi essencial nessa caminhada. Muito obrigado por confiar em mim. Nunca me esquecerei da nossa conversa acerca do Exame Nacional de Qualificação, pois eu não o faria, mas o senhor confiou em mim e disse: faça! Fiz e obtive êxito! Sorte dos alunos da UESC que têm a honra de conviver contigo. O senhor, professor Arakawa, é um grande exemplo de que a humildade caminha junto ao conhecimento.

Professor Mestre André Malvezzi Lopes, o meu muito obrigado pelas aulas fantásticas. O senhor tem uma didática ímpar.

Professor Mestre Claudemir Mota da Cruz, meus sinceros agradecimentos pelas incríveis aulas, com os gráficos cuidadosamente desenhados no quadro. Maria Preá se tornou famosa em suas aulas. E pode ter certeza que o senhor é, verdadeiramente, uma grande estrela nessa constelação.

Professora Doutora Mirela Vanina Mello, muito obrigado pelas aulas maravilhosas. Seu cuidado com o aprendizado dos alunos é fascinante. Nunca me esquecerei da dedução da Matriz de Vandermonde, a qual a senhora nos mostrou com uma elegância esmerada.

E não poderia deixar de agradecer à pessoa que me fez enxergar, aos meus 15 anos de idade, o quanto a matemática é maravilhosa. No início das aulas, me deparei com um professor diferenciado. O brilho no seu olhar quando explicava seus assuntos devia ser semelhante ao de um cientista quando descobre algo ou de um pintor quando termina sua obra-prima. Você me inspirou a ser o que sou hoje. Espero que meus alunos observem em meu olhar o mesmo brilho que pude ver nos seus olhos nesses 20 anos. Pode ter certeza que mesmo trabalhando com o senhor eu nunca me vi como um colega e sim como seu eterno discípulo, aquele que tem a sorte de ter a presença de seu mestre ao lado. No último evento que participamos juntos eu agradeci ao senhor por ter me ensinado uma profissão. Levarei todos os seus conselhos comigo. Levarei o senhor comigo por toda a minha vida. Meu grande mestre, Jarbas Lacerda Silva, o senhor me faz muita falta. Sua perda ainda não foi absorvida por mim. Esse trabalho, do início ao fim, é exclusivamente em sua homenagem. Saudades imensuráveis.

Minha utopia, como educador, é que as novas gerações serão capazes de atingir cidadania e criatividade... Minha utopia, como matemático, é que a matemática é essencial para atingir a minha utopia de educador.

(Ubiratan D'Ambrosio)

RESUMO

Neste trabalho, discutimos a história, as propriedades, padrões e utilização do Triângulo Aritmético. O triângulo aritmético é bastante utilizado quando abordamos Binômio de Newton, Cálculos Financeiros, Genética, Sequências, entre outros assuntos. Para tornar o estudo e compreensão desse tópico mais acessíveis e lúdicos, desenvolvemos um jogo, em que são usadas as peças do dominó. O jogo foi "batizado" de **"Dominó Binomial"**, o qual é jogado utilizando os conceitos e propriedades do Triângulo Aritmético. Mostramos também os benefícios de se ensinar matemática através de jogos. É bastante visível que a matemática do ensino médio faz pouco uso de jogos, ferramenta esta bastante útil. A utilização de jogos matemáticos faz com que o educando se sinta mais a vontade no processo de aquisição de conhecimentos. O educando do século 21 busca desafios no processo ensino-aprendizagem e não facilidades superficiais. Portanto, os jogos podem auxiliar na busca de um ensino mais prazeroso e significativo.

Palavras-chave: Ensino, Matemática, Jogos, Triângulo Aritmético, Dominó.

ABSTRACT

This dissertation aims to discuss the history, properties, standards and use of the Arithmetic Triangle. The Arithmetic Triangle is commonly used in the study of Binomial of Newton, Combinatorial Analysis, Financial Calculations, Genetics, Sequences, among others subjects. Making your education more accessible and understanding, we created a game which were used domino pieces. We baptized it "Binomial Domino", which is played using the concepts and properties of the Arithmetic Triangle. We also pointed the benefits of teaching math through games. It is quite apparent that the Math on high school do not use games as a educational tool, but we know that is certainly useful. The use of mathematical games causes the teacher to feel more comfortable in the learning process. The 21st century teacher seek challenges in the teaching-learning process and not surface facilities. Therefore, the games can help in the search for a more pleasurable, relevant and challenging education.

Keywords: Teaching, Mathematics, Games, Arithmetic Triangle, Domino.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O Triângulo Aritmético (também conhecido por Triângulo de Pascal, Tartaglia, Combinatório ou de Yang Hui) é de difícil compreensão para os alunos do ensino médio, mediante constatação na minha experiência como professor. As peças do dominó possuem a disposição de seus números em uma forma que se assemelha a de um número binomial. Por isso, acreditamos ser promissor utilizar o dominó como instrumento de ensino para criar a estrutura do Triângulo Aritmético, além de estabelecer as propriedades inerentes a ele. Coincidentemente, um dos primeiros registros desse triângulo é de, aproximadamente 700 anos atrás, na China, terra onde surgira o dominó.

Considerado um dos assuntos mais complexos do ensino médio, o Triângulo de Pascal é essencial para diversas áreas do conhecimento científico. O seu entendimento é de suma importância para vários conteúdos matemáticos (Probabilidade, Binômio de Newton, Estatística, Análise Combinatória) e, até em outras disciplinas, como a Biologia Genética.

> Nos casos de herança quantitativa, verificou-se que há um padrão de distribuição fenotípica na prole resultante do cruzamento entre heterozigotos que obedece ao desenvolvimento do binômio de Newton; $\mathbf{(p + q)^n}$, sendo **n** o número de poligenes. Desenvolvendo-se esse binômio para vários valores de **n**, pode-se construir o triângulo de Pascal com base na distribuição dos coeficientes binomiais. (LOPES, p. 466, 2004)

Cabe ressaltar que uma das atribuições da Matemática é o desenvolvimento de competências para resolver os problemas rotineiros.

> Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (OCEM, p. 69, 2006)

Na última década, intensificou-se a busca por alternativas que possibilitassem uma maior compreensão deste ensino e um conhecimento significativo que ocasionassem benefícios para a vida de qualquer educando. Acreditamos que a utilização de jogos matemáticos proporciona situações desafiadoras, aprazíveis e significativas em sala de aula.

> Os jogos e brincadeiras são elementos muito valiosos no processo de apropriação do conhecimento. Permitem o desenvolvimento de competências no âmbito da comunicação, das relações interpessoais, da liderança e do trabalho em equipe, utilizando a relação entre cooperação e competição em um contexto formativo. O jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica, prazerosa e participativa de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos. (OCEM, p. 28, 2006)

Objeto de estudo, motivação e definição do tema

A proposta desta discussão é evidenciar o papel coadjuvante que a aplicação de jogos pode ter junto aos conteúdos do ensino médio. É notório o abandono da utilização de jogos nas salas de aula. Este pode assumir uma função de facilitar a compreensão concreta e ampliada de conceitos matemáticos. Isto posto, criamos um jogo o qual utiliza as peças de um dominó com regras baseadas nas principais propriedades do Triângulo Aritmético.

Observamos que não existem jogos acerca desse tema. Portanto foi uma proposta a qual nos sentimos desafiados. E pelo fato de utilizarmos as regras e propriedades do Triângulo Aritmético, acreditamos que os alunos acabarão, de maneira natural, compreendendo o assunto mais facilmente.

Estrutura do trabalho

No Capítulo 1 fizemos uma breve explanação acerca da história do Triângulo Aritmético e suas propriedades, além de discorrer um pouco sobre a vida do matemático que melhor soube estudá-lo: Blaise Pascal.

No Capítulo 2 discutimos a atual situação do ensino de matemática nas escolas brasileiras e a real necessidade de buscar meios de aumentar a qualidade do aprendizado de matemática no Brasil. Os jogos podem ter um papel essencial neste desafio. Apresentamos também uma análise da educação matemática e seus objetivos.

No Capítulo 3 abordamos a importância dos jogos no ensino da matemática, principalmente os de regra. Apresentamos também, brevemente, a história do dominó.

> Os jogos de regras são jogos de combinações sensório-motoras (corridas, jogos de bola de gude ou com bolas, etc.) ou intelectuais (cartas, xadrez), com competição dos indivíduos (sem o que a regra seria útil) e regulamentadas quer por um código transmitido de gerações em gerações, quer por acordos momentâneos. (PIAGET, 1975, p. 185).

No Capítulo 4 apresentamos o jogo **Dominó Binomial**, mostrando, passo a passo suas regras, utilizando as propriedades do Triângulo Aritmético. Criamos, também, uma variação para o jogo, utilizando todos os números binomiais até a 10ª linha do triângulo aritmético. Denominamos essa variação de **Nível Duro**.

No Capítulo 5 fizemos algumas considerações acerca dos tópicos discutidos nos capítulos anteriores, além de sugerir a forma de utilização do **jogo Dominó Binomial.**

CAPÍTULO 1

O Triângulo Aritmético

Neste Capítulo estudamos o Triângulo Aritmético e o dividimos em quatro seções. Na Seção 1.1, evidenciamos a história do Triângulo Aritmético, seus diversos nomes, os matemáticos que exploraram suas propriedades e a sua utilização em diversas regiões da Ásia e Europa, dando destaque ao grande Pascal, um dos maiores gênios da humanidade em todos os tempos. Na Seção 1.2, explanamos acerca dos coeficientes binomiais, que são os elementos formadores do Triângulo Aritmético. Na Seção 1.3, relatamos as propriedades dos Coeficientes Binomiais, os quais serão fundamentais para entender as regras do jogo **Dominó Binomial** e, por fim, na Seção 1.4 dissertamos sobre a construção do Triângulo Aritmético e suas principais propriedades.

O Triângulo Aritmético é uma combinação numérica em que cada número é a soma dos dois números imediatamente acima dele. Também, fornece os coeficientes da expansão binominal, bastante usada em probabilidade e em outras séries numéricas.

> Consideremos então uma sequência de *n* ensaios de Bernoulli. Seja *p* a probabilidade de sucesso em cada ensaio e *q* a probabilidade de fracasso. (...). O evento "ocorrem exatamente K sucessos nos n ensaios" é formado por *todas as enuplas ordenadas em que existem* K sucessos (S) e n – K fracassos (F). (...). Logo, se cada enupla ordenada com exatamente K sucessos tem probabilidade $p^k \cdot q^{n-k}$ e existem enuplas desse tipo, a probabilidade P_k *de exatamente K sucessos nos n ensaios* será: . (Hazzan, p. 142, 1993).

1.1 História do Triângulo Aritmético

O Triângulo Aritmético também é conhecido por Triângulo de Pascal, porém, como o nome sugere, não foi criado pelo matemático francês Blaise Pascal (1623 – 1662). Tal triângulo, já era conhecido e utilizado há séculos, pelos mais diversos povos, destacando os chineses, indianos e italianos. O fato de ser amplamente conhecido por Triângulo de Pascal deve-se ao fato dele ter descoberto a maioria das propriedades e relações dos números binomiais.

Pascal consumiu um ano escrevendo uma tese sobre o Triângulo Aritmético: "*Traité du triangle arithmétique"*, publicada só após sua morte, em 1665. Nessa tese, ele provou algumas propriedades envolvendo os coeficientes binomiais e utilizou o triângulo na resolução de pequenos problemas de probabilidade e de combinatória. Provavelmente, por seus estudos minuciosos, o Triângulo Aritmético ficou conhecido por Triângulo de Pascal, em países como França, Espanha e Inglaterra.

Blaise Pascal (1623 – 1662) foi um dos maiores intelectuais que o mundo já concebeu. Filho de Étienne Pascal e de Antoinette Bigon, Pascal nasceu em Clermont – Ferrand, região de Auvergne, no dia 19 de junho de 1623. Ele foi um prolífico matemático, com trabalhos em diversas áreas, tais como a Geometria Euclidiana (a qual tinha predileção), Seções Cônicas, Triângulo Aritmético, Teoria das Probabilidades e Ciclóides.

Pascal também foi inventor. Ele criou a primeira máquina de calcular (conhecida por *Pascaline*), visando ajudar o pai, fiscal de impostos do governo. Além disso, atribuem a ele a criação do carrinho de mão de uma roda, o qual se utiliza até os nossos dias.

Na física, Pascal foi primordial no estudo da Hidrostática e Hidrodinâmica, ao elaborar, aos vinte e um anos de idade, o *Princípio da Hidrodinâmica*. Seus estudos físicos aprofundaram os conceitos de pressão e vácuo.

Infelizmente, a saúde de Pascal era muito sensível. Precocemente, ele abdicou de seus estudos e experimentos e se voltou para a Filosofia e, principalmente, Teologia. No livro *Espírito Geométrico*, Pascal estabelece uma ponte entre filosofia e ciência. No campo teológico, destaca-se a obra *Pensamentos*, o qual permeia a filosofia e o catolicismo. Infelizmente, Pascal não teve uma vida longa. Morreu em 19 de agosto de 1662, aos 39 anos de idade.

Em relação a tal triângulo, sua designação varia muito ao redor do mundo. Os brasileiros o chamam de Triângulo de Pascal.

> Com efeito, se bem que os franceses o chamem de triângulo de Pascal, os chineses o chamam de triângulo de Yang Hui, os italianos o chamam de triângulo de Tartaglia e encontramos outras denominações como triângulo de Tartaglia-Pascal ou simplesmente triângulo aritmético ou triângulo combinatório. (...) o matemático francês de Moivre publicou trabalho em que usou a denominação TRIANGULUM ARITHMETICUM PASCALIANUM para o triângulo aritmético. Dada a repercussão que esse trabalho teve na época, isso acabou tornando consagrada a denominação "triângulo de Pascal" na Inglaterra, França e mais alguns países europeus. (SILVEIRA, 2016).

O registro mais antigo do Triângulo Aritmético remonta ao início do século XIV, na China, entre a dinastia Sung e Yüan, tendo como seus grandes expoentes, o matemático Yang Hui e o prolífico Chu Shï-kié. Cabe ressaltar que, nesse período, a Europa vivia a chamada Idade Média, tempo de grande letargia da ciência ocidental. Enquanto isso, a matemática chinesa vivia um vigoroso crescimento criativo, com descobertas as quais seriam “redescobertas” na Europa apenas no período Renascentista.

É interessante frisar que existem poucos materiais acerca da matemática chinesa, pois grande parte de seus registros eram feitos em bambu, material extremamente perecível.

Voltando ao Triângulo Aritmético, os matemáticos Yang Hui e Chu Shï-kié citavam em seus escritos o Triângulo Aritmético como algo já previamente conhecido, indício de que ele já fora estudando anteriormente.

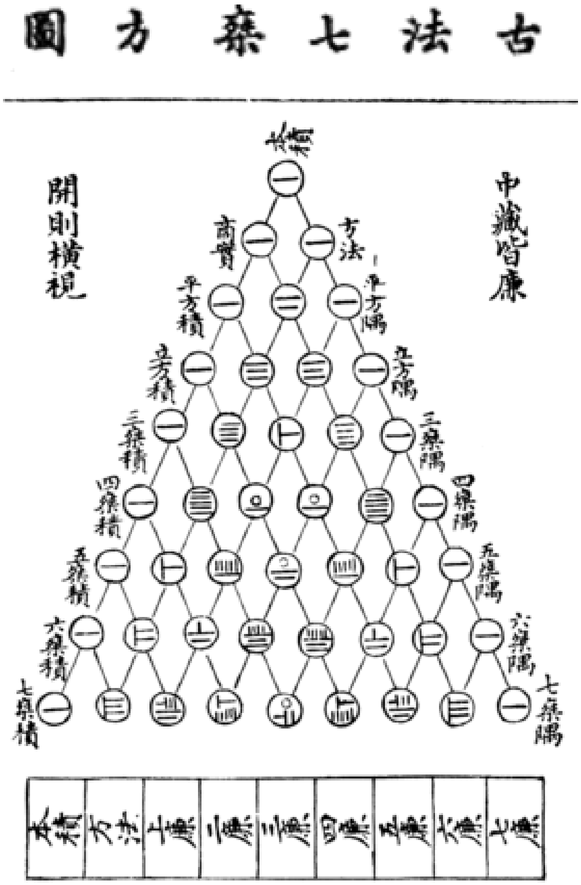


Figura 1: Triângulo de Yang Hui, desenhado em 1303 por Chu Shi-kié (EVES, 2004, p. 250)

> Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático. (PCNs Matemática, 1997, p.34)

1.2 Coeficientes Binomiais (Números Binomiais)

Definição: Sendo *n* e *p* dois números naturais ($n \geq p$), chama-se coeficiente binomial de *n*, na classe *p*, o número de combinações de *n* termos, tomados *p* a *p*. O coeficiente (ou número) binomial é representado pela expressão $\frac{n!}{p!(n-p)!}$, que indicamos por $\binom{n}{p}$ (lê-se: binomial de *n* sobre *p*) ou $C_{n,p}$ (lê-se: combinação de n, tomados *p* a *p*).

Podemos escrever: $\binom{n}{p} = C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{n\,(n-1)(n-2)\ldots(n-p+1)}{p!}$, (n, p ∈ ℕ e n ≥ p). Por $\binom{n}{p}$ se assemelhar a uma fração, dizemos que *n* é o seu numerador e *p*, o denominador.

1.3 Propriedades dos Coeficientes Binomiais

A seguir elencamos algumas propriedades dos coeficientes binomiais, que serão utilizadas na regra do jogo Dominó Binomial. As propriedades 1 a 5 se verificam diretamente pela definição de número binomial.

1) $\binom{n}{0} = 1$ (binomial de n sobre zero é igual a 1)

2) $\binom{n}{1} = n$ (binomial de n sobre 1 é igual a n)

3) $\binom{n}{n-1} = n$ (binomial de n sobre $n - 1$ é igual a n)

4) $\binom{n}{n} = 1$ (binomial de n sobre n é igual a 1)

5) Se $\binom{n}{p} = \binom{n}{k}$, com $n, p, k \in \mathbb{N}$, então $p = k$ *ou* $p + k = n$. Caso $p + k = n$, tais coeficientes binomiais são chamados complementares.

6) Se $n, p \in \mathbb{N}$ então $\binom{n}{p-1} + \binom{n}{p} = \binom{n+1}{p}$.

Essa propriedade (6) é conhecida como **Relação de Stifel** (Michael Stifel, matemático alemão, 1487 - 1567). A relação de Stifel permite que se construa o Triângulo Aritmético e pode ser demonstrada da seguinte forma:

$$\binom{n}{p-1} + \binom{n}{p} = \frac{n!}{(p-1)!\,(n-p+1)!} + \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$= \frac{n!}{(p-1)!\,(n-p+1)\,(n-p)!} + \frac{n!}{p(p-1)!\,(n-p)!}$$

$$= \frac{n!}{(p-1)!\,(n-p)!}\left[\frac{1}{n-p+1} + \frac{1}{p}\right]$$

$$= \frac{n!}{(p-1)!\,(n-p)!}\left[\frac{n+1}{p(n-p+1)}\right]$$

$$= \frac{(n+1)n!}{p(p-1)(n-p+1)(n-p)!}$$

$$= \frac{(n+1)!}{p!\,(n-p+1)!} = \binom{n+1}{p}.$$

1.4 Construção do Triângulo Aritmético

O Triângulo Aritmético é um triângulo numérico ilimitado formado por números binomiais $\binom{n}{p}$, onde n representa o número da linha e p representa o número da coluna, iniciando a contagem a partir do zero. Nesta tabela triangular, os números binomiais com o mesmo numerador são escritos na mesma linha e os de mesmo denominador, na mesma coluna. A *Relação de Stifel* é de suma importância na construção do triângulo. Como $\binom{n}{p-1} + \binom{n}{p} = \binom{n+1}{p}$, temos que $\binom{n}{p-1}$ e $\binom{n}{p}$ são dois elementos consecutivos em uma mesma linha e $\binom{n+1}{p}$ é o elemento do triângulo exatamente abaixo de $\binom{n}{p}$. O triângulo também pode ser representado da seguinte forma:

$$\binom{0}{0}$$

$$\binom{1}{0}\binom{1}{1}$$

$$\binom{2}{0}\binom{2}{1}\binom{2}{2}$$

$\binom{3}{0}\ \binom{3}{1}\ \binom{3}{2}\ \binom{3}{3}$

$\binom{4}{0}\binom{4}{1}\ \binom{4}{2}\ \binom{4}{3}\ \binom{4}{4}$

$\binom{5}{0}\ \binom{5}{1}\ \binom{5}{2}\ \binom{5}{3}\binom{5}{4}\ \binom{5}{5}$

$\binom{6}{0}\ \binom{6}{1}\ \binom{6}{2}\ \binom{6}{3}\binom{6}{4}\ \binom{6}{5}\ \binom{6}{6}$

....

$\binom{n}{0}\ \binom{n}{1}\ \binom{n}{2}\ \binom{n}{3}\binom{n}{4}\ \binom{n}{5}\ \binom{n}{6} \cdots \binom{n}{n-1}\ \binom{n}{n}$

....

Substituindo os coeficientes binomiais pelos seus valores numéricos obtemos o seguinte triângulo:

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

....

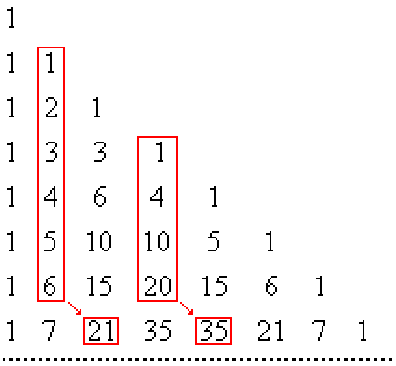
A partir da 2º linha, podemos perceber que cada elemento, com exceção do primeiro e do último, é igual à soma de dois elementos da linha anterior, a saber: o elemento imediatamente acima e o anterior (relação de Stifel).

O Triângulo Aritmético possui alguns padrões importantes:

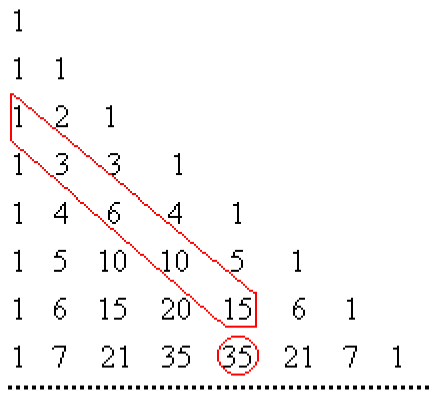
- Linhas: A soma dos números binomiais em uma linha do Triângulo Aritmético é igual a uma potência de 2 cujo expoente é a ordem da linha.

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n.$$

- Colunas: A soma dos números binomiais de uma mesma coluna, iniciando do primeiro elemento e terminando em um elemento qualquer de uma mesma coluna, é igual ao número binomial que se posiciona diagonalmente abaixo, à direita do último número binomial da soma.

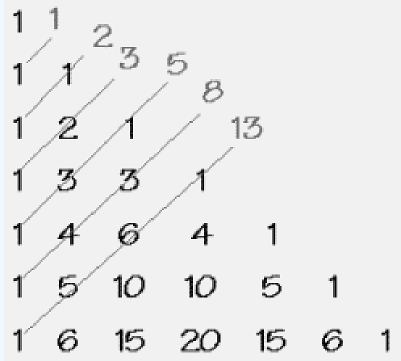


- Diagonais: A soma dos números binomiais, situados na mesma diagonal, iniciando de um elemento na primeira coluna, é igual ao número binomial imediatamente abaixo do último elemento do somatório.



Outra observação salutar que pode ser feita no Triângulo Aritmético é em relação à Sequência de Fibonacci, descoberta creditada a Leonardo de Pisa (1170 – 1250?), ou simplesmente Fibonacci. A sequência de números possui o número 1 como o primeiro e o segundo termos da sucessão, e os elementos posteriores são originados pela soma de seus dois antecessores: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144...

O aparecimento da Sequência de Fibonacci no Triângulo Aritmético se dá através da soma de vários números binomiais localizados acima e ao lado direito do número anterior, como mostra o diagrama abaixo.



CAPÍTULO 2

Análise do Ensino de Matemática nas Escolas Brasileiras

“Antes mundo era pequeno
Porque Terra era grande
Hoje mundo é muito grande
Porque Terra é pequena
Do tamanho da antena parabolicamará
Ê, volta do mundo, camará
Ê, ê, mundo dá volta, camará

Antes longe era distante
Perto, só quando dava
Quando muito, ali defronte
E o horizonte acabava
Hoje lá trás dos montes, den de casa, camará
Ê, volta do mundo, camará
Ê, ê, mundo dá volta, camará

De jangada leva uma eternidade
De saveiro leva uma encarnação

Pela onda luminosa
Leva o tempo de um raio
Tempo que levava Rosa
Pra aprumar o balaio
Quando sentia que o balaio ia escorregar
Ê, volta do mundo, camará
Ê, ê, mundo dá volta, camará

Esse tempo nunca passa
Não é de ontem nem de hoje
Mora no som da cabaça
Nem tá preso nem foge
No instante que tange o berimbau, meu camará
Ê, volta do mundo, camará
Ê, ê, mundo da volta, camará

De jangada leva uma eternidade
De saveiro leva uma encarnação
De avião, o tempo de uma saudade

Esse tempo não tem rédea
Vem nas asas do vento
O momento da tragédia
Chico, Ferreira e Bento
Só souberam na hora do destino apresentar
Ê, volta do mundo, camará
Ê, ê, mundo dá volta, camará”

(Parabolicamará, Gilberto Gil)

Neste capítulo discorremos sobre a crise a qual o ensino da matemática vem atualmente enfrentando. É notório que a forma como se faz matemática nas escolas básicas brasileiras remete a práticas do início do século passado. A geração se transformou radicalmente, os novos educandos nasceram em um período de avanço tecnológico surpreendente, mas as práticas pedagógicas não sofreram substanciais mudanças.

Quando ouço a música *Parabolicamará*, de Gilberto Gil, vem em minha mente o grande dilema dos atuais educadores, pois não podemos educar a nova geração em um mundo muito grande, carregado de novos conhecimentos, os quais as escolas não sabem o que fazer, logo acabam por repetir o que aprenderam no século 20, quando o mundo era pequeno.

Na Seção 2.1 discutimos a atual situação do ensino de matemática nas escolas brasileiras e a real necessidade de buscar meios de aumentar a qualidade do aprendizado de matemática no Brasil. Na Seção 2.2, evidenciamos a educação matemática, seus objetivos e duas de suas principais tendências.

2.1 Matemática nas Escolas de Ensino Básico

Uma das grandes discussões entre os pedagogos e educadores matemáticos é a busca da melhoria do ensino de matemática no Brasil. Pesquisas realizadas no mundo nos colocam entre as piores nações em desempenho de matemática. Segundo a OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), o Brasil ocupa a 58ª posição dentre 65 países pesquisados, ficando atrás de Cazaquistão, México e Uruguai, por exemplo. É um cenário preocupante. É fato que a abordagem superficial e mecânica realizada pela escola agrava esse problema no ensino da matemática. Os conteúdos são dados sem contexto e sem significação. Ademais, falta formação (inicial e continuada) aos educadores para aprofundar os aspectos mais relevantes, aqueles que possibilitam considerar os conhecimentos anteriores dos alunos, as situações didáticas e os novos saberes a construir. Verdadeiramente, a matemática é vista nas séries iniciais como um conjunto de regras que não fazem sentido, fazendo com que o educando memorize procedimentos e algoritmos.

Também é importante frisar o baixo investimento governamental aos estudantes brasileiros do ensino médio. Em 2012, após um estudo minucioso da OCDE, foi publicado que o Brasil investia, em média, por aluno, cerca de U$ 2.751. Para efeito comparativo, no mesmo período, a Rússia investiu U$ 4.100 e a Suíça e Estados Unidos investiram mais de U$ 10.000 por aluno.

Outra questão preocupante no Brasil é o perfil polivalente dos professores das séries iniciais. É deveras difícil dominar plenamente Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas. A formação inicial é insuficiente, se fazendo necessária uma formação continuada. Mas, pensando na realidade brasileira, é complicado o educador com um salário baixo manter-se atualizado. Para mais, a situação da formação dos professores brasileiros é periclitante, pois, aproximadamente, 25% dos docentes possuem ensino médio ou magistério, com nenhuma ou pouquíssima preparação didático-pedagógica, prejudicando totalmente o aprendizado dos alunos. Percebe-se que a educação brasileira não é levada a sério.

Além disso, as diversas esferas públicas não tratam a educação (e os seus agentes) com a relevância que ela merece. É de suma importância a valorização docente brasileira. Sem um profissional preparado e motivado é impossível buscar um ensino de qualidade. Alguns poucos avanços foram conquistados, como por exemplo, a Lei do Piso Nacional do Professor, a qual estabelece valores de salários e carga horária, mas que, infelizmente, é desrespeitada por diversos municípios e estados brasileiros. Essa desvalorização da profissão docente é claramente observável nas salas de aula, pois raríssimos alunos possuem a pretensão de se tornarem professores, devido à questão financeira, ao desprestígio social, ao desgaste da profissão e à ausência de um plano de carreira. Isso é algo muito perigoso para o futuro de educação brasileira, pois grandes mentes que possuem o dom da docência podem não seguir essa carreira.

É triste reconhecer que a educação brasileira é muito ruim. Segundo o Fundo das Nações Unidas para a Infância (UNICEF) o fracasso escolar é um dos principais fatores para a evasão escolar de crianças e adolescentes. Por volta de 3,7 milhões de meninos e meninas entre quatro e dezessete anos de idade estão fora da escola no Brasil, conforme Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad/2009). Diversos são os motivos que contribuem para a evasão escolar e podem ser provocados dentro da própria escola, como a repetência escolar motivada muitas vezes pela falta de uma didática adequada por parte da escola e seus professores. Essa situação corrobora a urgente necessidade de se pensar em outra forma de educação. De acordo com os resultados da Prova Brasil 2011, nove em cada dez estudantes não aprenderam o que deveriam em Matemática no Ensino. Os números são evidentes: o atual modo de se fazer educação no Brasil é um fracasso retumbante.

Do ponto de vista legal, em 1996, o Governo Federal instituiu os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), os quais são orientações às instituições educacionais do ensino básico. Tais diretrizes padronizam os currículos escolares de todos os municípios brasileiros, estabelecendo bases para conduzir a educação. As intenções contidas nos PCNs em Matemática vão além das alterações de conteúdos. Ela busca uma transformação na filosofia do ensino, sinalizando para mudanças urgentes, as quais, ainda não foram plenamente estabelecidas.

> Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam que a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento cientifico e tecnológico. A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra-exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica. (OCEM, 2006, p.69-70)

É facilmente perceptível que a matemática ensinada nas escolas brasileiras ainda utiliza o estilo tradicionalista, baseado na fria e mecânica transmissão de conhecimento do professor para o aluno. O educando é um mero espectador, o qual vê na figura do professor o dono do saber e do conhecimento.

2.2 Objetivos da Educação Matemática

Muitos matemáticos, pedagogos, psicólogos e sociólogos, preocupados com a falta de sentido que a matemática vinha (e ainda vem) sendo ensinada nas escolas em todo mundo, criaram a Educação Matemática (ou Didática Matemática), a qual tem como principal função pensar o ensino da matemática.

> A Educação Matemática tem se preocupado com as contribuições possíveis de serem dadas pela Matemática na formação integral do cidadão. O pensamento matemático é uma construção humana que se desenvolve dentro de um contexto histórico-social e tem reflexos e aplicações neste contexto, que necessitam ser amplamente compreendidas por todos e não somente por um grupo pequeno de especialistas. Nesse sentindo, os educadores matemáticos têm se dedicado bastante nas últimas décadas a desenvolver estudos que subsidiaram a construção de um referencial teórico que possa embasar ações educativas mais amplas. (Mendes, 2009, p.24)

A Matemática transmitida pelos professores, através do ensino tradicional, tem desmotivado muitos educandos, os quais não têm interesse no aprendizado de fórmulas, equações e teoremas sem nenhuma utilização em seu cotidiano. Essa é uma realidade mundial e é por isso que muitos educadores buscam novas maneiras de apresentá-la aos alunos.

A Educação Matemática surge com novas formas de se trabalhar a Matemática com os estudantes, de modo mais crítico, fazendo com que o aluno entenda a utilização de cálculos matemáticos em diversas situações do seu dia-a-dia, conheça a história dos grandes matemáticos e a necessidade das descobertas científicas na época, além de perceber as diversas formas de se produzir conhecimento.

Cabe salientar que a Educação Matemática envolve muitas áreas do conhecimento humano, tais como: Pedagogia, Filosofia, Sociologia, Antropologia, dentre outras, visando aperfeiçoar o ensino da Matemática.

A Educação Matemática traz consigo algumas tendências as quais direcionam um novo pensar matemático, pois é fato que a forma tradicional com a qual ela vem sendo ensinada nas escolas não alcança a maioria dos discentes. Enumeramos, a seguir, duas tendências as quais são importantes para nosso trabalho.

2.2.1 Resolução de Problemas

A resolução de problemas consiste na busca de desafios dos conhecimentos matemáticos dos alunos, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares em Matemática, o ato de desafiar os problemas matemáticos faz com que os alunos mobilizem conhecimentos tanto prévios quanto matemáticos para solucioná-los, permitindo a elaboração e criação de estratégias para a resolução. Devemos deixar claro que o educando deve se sentir instigado a solucionar o problema, para não tornar uma mera aplicação de conhecimentos. Portanto, a resolução de problemas se define na organização de atividades de caráter exploratório os quais estimulam os alunos a desenvolver a investigação, interpretação de texto e dados, a autoconfiança, criatividade, desenvolvimento de estratégias e, principalmente, a ressignificação e real entendimento dos conceitos e conhecimentos matemáticos.

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta (POLYA, 2006, p. 5).

É de suma importância que o professor analise se o aluno já possui pré-requisitos para poder encarar o problema e resolvê-lo de forma satisfatória, pois a tentativa frustrada da resolução de uma situação-problema pode desmotivar o educando.

> Para que seja possível aos alunos adquirirem as habilidades e competências matemáticas enunciadas anteriormente é necessário que o professor explore todos os tipos de problemas possíveis, durante as atividades docentes. Isso porque é da diversidade de experiência que os processos cognitivos de generalização e síntese se efetivarão. (Mendes, 2009, p. 78)

2.2.2 Jogos

Tendência da educação matemática na qual conduzimos nosso trabalho, ela visa explorar as habilidades e estratégias na busca de um objetivo ou uma finalidade, dando espaço à criatividade do educando na busca de soluções.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> Os jogos propiciam a simulação de situações-problemas que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas .(BRASIL, 1998, p.46).

É de suma importância uma boa orientação do educador para se obter sucesso na aplicação de jogos matemáticos em sala de aula, objetivando o desenvolvimento do raciocínio lógico, organização, atenção, criatividade, socialização, entre outros.

> A atividade de jogar, se bem orientada, tem papel importante no desenvolvimento de habilidades de raciocínio como organização, atenção e concentração, tão necessárias para o aprendizado, em especial da Matemática, e para a resolução de problemas em geral. [...] Também, no jogo, identificamos o desenvolvimento da linguagem, criatividade e raciocínio dedutivo, exigidos na escolha de uma jogada e na argumentação necessária durante a troca de informações. (BORIN, 2004, p. 8)

O jogo deve respeitar um objetivo, ser bem pensado quanto ao público que o utilizará, ter níveis de dificuldades (visando ampliar as estratégias e situações) e, principalmente, proximidade ao conteúdo ministrado em sala, objetivando facilitar a aquisição de propriedades, conceitos e ideias.

> Se a atividade de jogo é desinteressada, com um fim próprio onde o indivíduo joga pelo simples prazer que o jogo proporciona, como justificá-lo numa esfera metodológica a que nos propomos fazer? Como tomá-lo como um instrumento capaz de facilitar na compreensão e aprendizagem de conceitos matemáticos? Inserido neste contexto de ensino-aprendizagem, o jogo assume um papel cujo objetivo transcende a simples ação lúdica do jogo pelo jogo, para se tornar um jogo pedagógico, com um fim na aprendizagem matemática – construção e/ou aplicação de conceitos. [...] Quando o professor “interfere” no jogo do aluno, questionando sobre suas jogadas e estratégias desenvolvidas, a atividade deixa de ser “desinteressada” para o aluno, porque o objetivo do jogo passa a ser

> também o conceito matemático que está sendo trabalhado no jogo. (GRANDO, 1995, p. 35).

Alguns matemáticos enxergam o jogo como uma “sub-tendência”, pois ela pode ser encaixada na tendência da **Resolução de Problemas**:

> Podemos definir o jogo como um problema em movimento. Problema porque envolve a atitude pessoal de querer jogar tal qual o resolvedor de problemas que só os tem quando estes lhe exigem busca de instrumentos novos de pensamento. O jogo faz esta exigência ao desafiar o sujeito para superar o outro [...]. O jogador busca as regras e, lançando mão delas, procurará atingir um objetivo: a satisfação pessoal de ganhar o jogo. (Moura, 1992, p.53).

CAPÍTULO 3

Jogos e a Matemática

Nesse Capítulo, na Seção 3.1, foi feita uma análise mais aprofundada sobre as principais características das categorias de jogos matemáticos mais utilizados atualmente. Na Seção 3.2 apresentamos um breve comentário acerca da história do dominó, pois, inacreditavelmente, a narrativa deste jogo de alcance mundial é ínfima. Pouco se tem a respeito da criação do dominó, apenas acredita-se que sua origem é chinesa.

3.1 Importância dos Jogos no Ensino da Matemática

De acordo com o dicionário online Michaelis, dentre vários significados, jogo pode ser definido como:

> **1** Brincadeira, divertimento, folguedo. **2** Passatempo, em que de ordinário se arrisca dinheiro, ou outra coisa. **3** Divertimento ou exercício de crianças, em que elas fazem prova da sua habilidade, destreza ou astúcia. **4** Maneira de jogar. **5** Conjunto de regras a observar, quando se joga. **6** Cartas ou peças distribuídas a cada parceiro e com que ele deve jogar. **7** Lance que cada jogador faz ou tem de fazer. **8** Disposição, estado ou valor das cartas ou peças do jogo. **9** Cartas ou peças para jogar. (Michaelis)

É notável o espaço que os jogos vêm ganhando em nossas escolas com o objetivo de trazer o lúdico para a sala de aula. O ambiente escolar deve ser também um espaço no qual o educando se sinta feliz e os jogos podem trazer esse divertimento. Portanto, se o educador conseguir aliar os conceitos do assunto o qual necessita trabalhar (pois sem conteúdo o jogo passa a ser um simples passatempo, sem nenhuma finalidade) com o jogo o qual ele pretende aplicar, certamente o aprendizado dos alunos se tornará mais agradável. É importante adaptar nossas práticas didáticas a uma geração a qual se regozija com desafios.

> A proposta de se trabalhar com jogos no processo ensino-aprendizagem da Matemática implica numa opção didático-metodológica por parte do professor, vinculada às suas concepções de educação, de Matemática, de mundo, pois é a partir de tais concepções que se definem normas, maneiras e objetivos a serem trabalhados, coerentes com a metodologia de ensino adotada pelo professor. (SOUZA, 2002, p. 132).

A utilização de jogos no processo educativo favorece uma aprendizagem construtiva, além de ser uma ação socializadora, visto que, geralmente, necessitam de dois ou mais jogadores, os quais devem utilizar e respeitar as regras pré-estabelecidas.

> Os jogos têm apresentado caráter lúdico envolvendo estratégias que podem ser exploradas para suscitar objetos conceituais relacionados ao que pode ser abordado em cada conteúdo escolar a ser aprendido pelo estudante. (BEZERRA, 2013, p.43)

Geralmente, os jogos aplicados à matemática são classificados em duas categorias: **jogos de aprendizagem** e **jogos de fixação da aprendizagem**. Os jogos de aprendizagem evidenciam a instrução dos conceitos, propriedades e relações entre temas matemáticos os quais os alunos estão estudando. Já, os jogos de fixação da aprendizagem visam trabalhar os conceitos de uma dado conteúdo, visto anteriormente.

> O jogo tem fortes componentes da resolução de problemas na medida em que jogar envolve uma atitude psicológica do sujeito que, ao se predispor para isso, coloca em movimento estruturas do pensamento que lhe permitem participar do jogo [...] O jogo, no sentido psicológico, desestrutura o sujeito que parte em busca de estratégias que o levem a participar dele. Podemos definir jogo como um problema em movimento. Problema que envolve a atitude pessoal de querer jogar tal qual o resolvedor de problema que só os tem quando estes lhes exigem busca de instrumentos novos de pensamento (Oliveira, 1998, p.53).

Os PCNs em Matemática evidenciam e sugerem a aplicação de jogos em sala de aula, vendo-os como um importante recurso didático. Essa leitura foi uma das motivações que tivemos na criação de um jogo que auxiliasse o aprendizado do Triângulo Aritmético.

> Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última

> instância, a base da atividade matemática. (PCNs Matemática, 1997, p.19)

A utilização dos jogos é uma forma subliminar de se ensinar, pois muitos educandos aprendem conceitos sem perceber que estão efetivamente estudando, compreendendo regras e convenções. A atuação do educando em jogos estimula seu raciocínio lógico, além de ganhos cognitivos, emocionais (saber perder e ganhar), além do ganho social, pois o jogo se dá em grupo, estimulando o contato humano. Outra análise interessante é o caráter desafiador dos jogos, algo que a matemática tradicional não causa a todos os educandos.

3.2 História do Dominó

O dominó é um jogo o qual possui uma história pouco esclarecedora. Ele é considerado um jogo de abrangência mundial, com inúmeras variações. É praticamente consenso que o dominó tem origem chinesa, terra a qual pertence um dos registros mais antigos do triângulo aritmético. No nosso ponto de vista, é bastante plausível essa origem, pois muitas descobertas e invenções chinesas se perderam no tempo, pois as anotações eram feitas em materiais feitos de bambu, material extremamente perecível.

> A primeira menção ao jogo de dominó vem da China. Segundo lendas daquele país, o jogo teria sido inventado por um funcionário do imperador Hui Tsung. Outra remete a invenção do jogo entre 234 e 181 a.C., quando teria vivido Huang Ming, um soldado-herói. O jogo é conhecido na China como “kwat p’ai”, significando “tabletes de osso”, sendo esses dominós mais longos que os dominós atualmente usados no ocidente. (BEZERRA, 2013, p. 9)

É bastante interessante a origem do nome dominó, o qual vem da expressão latina:

> *Domino gratias* (graças a Deus). Isto porque o jogo era comparado à gola das vestes dos sacerdotes, golas estas pretas e brancas. Afirma-se que os religiosos usariam a expressão latina cada vez que faziam uma boa jogada. (BEZERRA, 2013, p. 10).

No nosso ponto de vista, utilizando-se jogos em sala de aula abre-se uma gama de possibilidades que visa a auxiliar o educador em busca de uma aprendizagem construtiva, na qual o educando se torna ator do processo e não apenas um mero espectador de uma ministração de conteúdos que nos remete ao século XIX. Acreditamos no poder motivacional que o jogo tem sobre o aluno, pois ele pode aplicar o conceito visto, além de interagir com os colegas, socializando o conhecimento.

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (PCN, 1998, p. 46)

CAPÍTULO 4

Dominó Binomial

Neste capítulo apresentamos o jogo **Dominó Binomial** explicando-o passo a passo. Na seção 4.1 discorremos acerca da importância das regras em um jogo. Na seção 4.2 mostramos as regras do jogo **Dominó Binomial**. Na seção 4.3 expusemos o **Nível Duro** do jogo **Dominó Binomial**, no qual são utilizados os números binomiais até a 10ª linha. Já na seção 4.4 evidenciamos uma proposta de aula para nortear o professor sobre como aplicar o jogo em sala.

4.1 Importância das regras de um jogo

> Os jogos com regras são importantes para o desenvolvimento do pensamento lógico, pois a aplicação sistemática das mesmas encaminha a dedução. São mais adequadas para o desenvolvimento de habilidades de pensamento do que para trabalho com algum conteúdo especifico. As regras e os procedimentos devem ser apresentados aos jogadores antes da partida e preestabelecer os limites e possibilidades de ação de cada jogador. A responsabilidade de cumprir normas e zelar pelo seu comprimento encoraja o desenvolvimento da iniciativa, da mente alerta e da confiança de dizer honestamente o que pensa. (TAHAN, 1996)

4.2 Regras do Dominó Binomial

É incontestável que os números binomiais se assemelham a peças de dominó. Abaixo colocamos as “buchas” (peça com valor da parte de cima igual ao da parte de baixo) comparando-as aos respectivos números binomiais:

Figura 4.1 (Buchas do Dominó)

Figura 4.2 (Números Binomiais referentes à figura 4.1)

4.2.1 Informações Iniciais

Número de Jogadores - 2.
Número de Peças – 28, com valores de a
Distribuição - 14 peças para cada participante.
Objetivo – encaixar todas as peças no jogo, respeitando as regras.
Público-alvo – alunos da segunda e terceira séries do Ensino Médio.

4.2.2 Definições

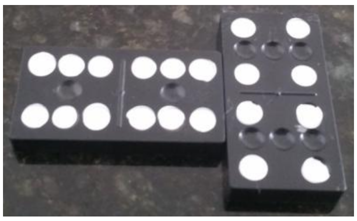
1) Peça de dominó - é uma peça composta por duas pontas, cada uma com um número (exemplos de peças: 4-2, 6-6, 1-0), as quais serão comparadas aos coeficientes binomiais.

2) Encaixar peça - quando uma peça é colocada ao lado de outra deverão respeitar as seguintes regras do jogo:

2.1. Peças com valores iguais (coeficientes binomiais iguais);
Exemplos:

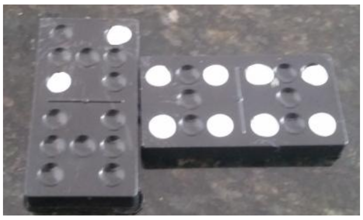
$$\binom{6}{6} = \binom{1}{0} = 1$$

Figura 4.3 (Binomiais com valores iguais)



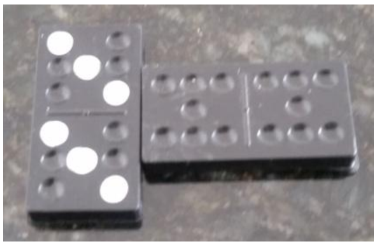
$$\binom{6}{6} = \binom{4}{4} = 1$$

Figura 4.4 (Binomiais com valores iguais)



$$\binom{2}{0} = \binom{4}{4} = 1$$

Figura 4.5 (Binomiais com valores iguais)



$$\binom{3}{3} = \binom{0}{0} = 1$$

Figura 4.6 (Binomiais com valores iguais)

$$\binom{5}{0} = \binom{2}{2} = 1$$

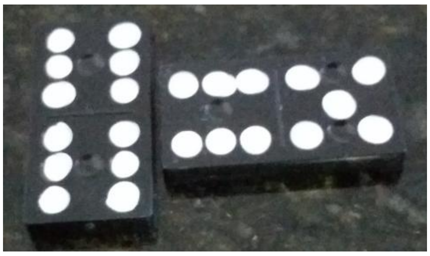
Figura 4.7 (Binomiais com valores iguais)

2.2. Peças que formem coeficientes binomiais consecutivos;

Exemplos:

$$\binom{5}{1} \quad \binom{5}{2}$$

Figura 4.8 (Binomiais consecutivos)



$$\binom{6}{5} \quad \binom{6}{6}$$

Figura 4.9 (Binomiais consecutivos)

$$\binom{4}{1} \quad \binom{4}{2}$$

Figura 4.10 (Binomiais consecutivos)

$$\binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$

Figura 4.11 (Binomiais consecutivos)

$$\binom{5}{4} \quad \binom{5}{5}$$

Figura 4.12 (Binomiais consecutivos)

2.3) Peças que respeitem a Relação de Stifel (respeitando a comutatividade).

Exemplos:

$$\binom{5}{2} + \binom{5}{3} = \binom{6}{3}$$

Figura 4.13 (Relação de Stifel)

$$\binom{5}{4} + \binom{5}{5} = \binom{6}{5}$$

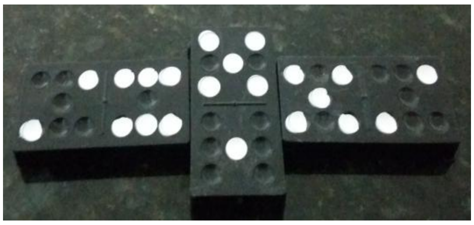
Figura 4.14 (Relação de Stifel)

$$\binom{4}{2} + \binom{4}{3} = \binom{5}{3}$$

Figura 4.15 (Relação de Stifel)

$$\binom{5}{0} + \binom{5}{1} = \binom{6}{1}$$

Figura 4.16 (Relação de Stifel)

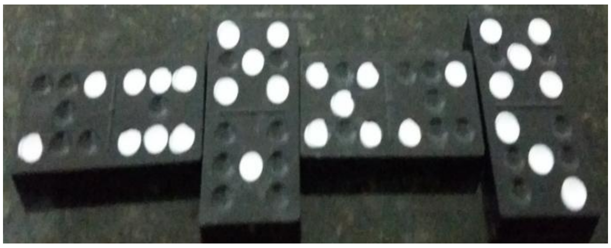


$$\binom{5}{1} + \binom{5}{2} = \binom{6}{2}$$

Figura 4.17 (Relação de Stifel)

$$\binom{4}{2} + \binom{4}{3} = \binom{5}{3}$$

Figura 4.18 (Relação de Stifel)



$$\binom{5}{1} + \binom{5}{2} = \binom{6}{2}$$

Figura 4.19 (As três peças da esquerda respeitam a Relação de Stifel e as duas da direita a Regra de Binomiais Consecutivos)

3) Extremidades do jogo - são as peças livres da ponta, cujos lados estão em aberto para que outras peças sejam encaixadas.

4) Passar a vez - quando o jogador não tem nenhuma peça que encaixe em qualquer extremidade.

5) Jogo trancado - quando nenhum jogador possui alguma peça que encaixe em qualquer extremidade.

6) Trancar o jogo - quando um jogador joga uma peça que cause o trancamento do jogo.
7) Bater o jogo - quando um dos jogadores consegue ficar sem peças na mão, tendo encaixado todas elas.

4.2.3 O Jogo

As peças são "misturadas" à mesa, e cada jogador pega 14 peças para jogar. O jogador que começa a partida é o que tem a peça . Ele inicia a partida colocando esta peça no centro da mesa. Cada jogador deve tentar encaixar alguma peça sua nas peças que estão na extremidade do jogo, uma por vez. Quando um jogador consegue encaixar uma peça, a vez é passada para o próximo jogador. Caso o jogador não tenha nenhuma peça que encaixe em qualquer lado, ele deve passar a vez, sem jogar peça nenhuma. A partida pode terminar em duas circunstâncias: quando um jogador consegue bater o jogo, ou quando o jogo fica trancado.

Figura 4.20 (Peças dispostas em uma partida do jogo **Dominó Binomial** – etapa inicial)

4.2.4 Contagem

Caso algum jogador tenha batido o jogo, ele é declarado vencedor. Caso o jogo fique trancado, contam-se os pontos das peças restantes nas mãos dos jogadores (utilizando os valores dos coeficientes binomiais). O jogador que tiver menos pontos é declarado vencedor. Caso haja um empate nesta contagem de pontos, o jogador que trancou o jogo perde. Podem ser feitas várias rodadas e a pontuação de cada jogo fica a critério dos jogadores, de forma previamente acordada.

4.2.5 Valor em pontos

O valor em pontos de cada peça corresponde ao seu coeficiente binomial. Dessa forma, a peça 0-0 vale 1 ponto, a peça 4-3 vale 4 pontos, a peça 6-2 vale 15 pontos e assim por diante.

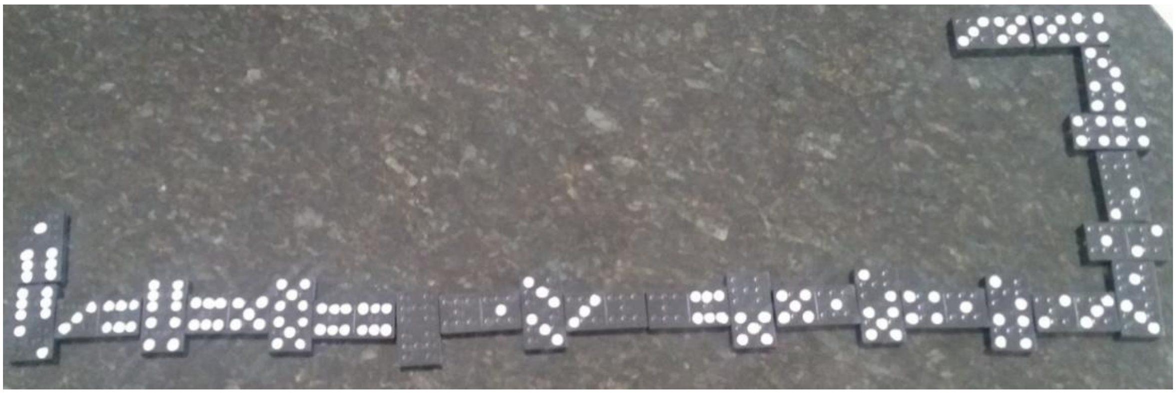


Figura 4.21 (Peças dispostas em uma partida do jogo **Dominó Binomial** – etapa final)

4.3 Dominó Binomial: Nível Duro

Esse modelo do jogo **Dominó Binomial,** batizada por nós de **Nível Duro,** consiste na utilização do triângulo aritmético até sua linha 10, tornando-se mais dinâmico e com mais possibilidades de jogadas. Pedimos ao professor para aplicar essa variação quando perceber que os alunos já estão dominando, de forma suficiente, a modalidade inicial (realizada com as peças do dominó tradicional). Produziremos as peças do jogo, algo que certamente terá um tom interdisciplinar, pois se pode pedir a participação dos professores da área de artes da escola. Os alunos poderiam utilizar a construção das peças do jogo para fixar os conhecimentos básicos da formação dos números binomiais, além de expressar sua criatividade, utilizando os mais variados materiais, por exemplo a madeira, isopor, cascas de coco, pedras, entre outros. Preferimos, nessa primeira construção, utilizar a borracha E.V.A. (Etil, Vinil e Acetato), comumente encontrada em papelarias com custo baixo. Segundo Mendes (2009) essas atividades têm uma estrutura matemática a ser redescoberta pelo aluno que, assim, se torna um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento matemático.

4.3.1 Materiais necessários para construção do **Dominó Binomial (Nível Duro)**

Para construir o jogo precisaremos de:

- Quatro folhas de E.V.A. preta;
- Duas folhas de E.V.A. verde;
- Tesoura pequena de ponta;
- Tesoura média ou grande;
- Estilete;
- Régua;
- Cola para E.V.A.;
- Caneta preta.
- Caneta hidrográfica preta (hidrocor).

4.3.2 Construção das peças

Devemos, inicialmente, recortar 66 retângulos pretos de dimensões 9,5 centímetros por 5,5 centímetros e 66 retângulos verdes de dimensões 8,0 centímetros por 4,0 centímetros os quais serão as bases das peças.

Figura 4.22 (Retângulos pretos com dimensões 9,5 cm x 5,5 cm e verdes com dimensões 8,0 cm x 4,0 cm)

Utilizaremos uma folha de E.V.A preta para fazer os números os quais serão utilizados nas peças.

Algarismo	Quantidade
0	24
1	24
2	12
3	12
4	12
5	12
6	12
7	12
8	12
9	12
Total	144

Tabela 4.1 (Quantidade de algarismos que deverão ser produzidos para formarmos os números binomiais nas peças do jogo)

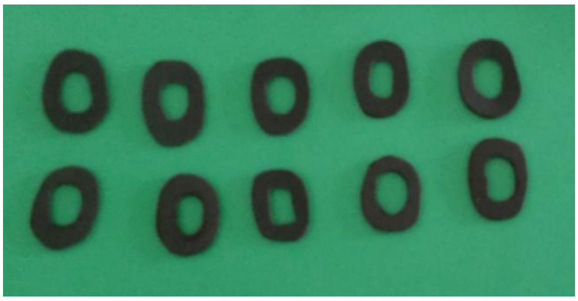


Figura 4.23 (Alguns algarismos zero recortados em E.V.A. preto)

Posteriormente, temos que colar as peças verdes por cima das pretas.

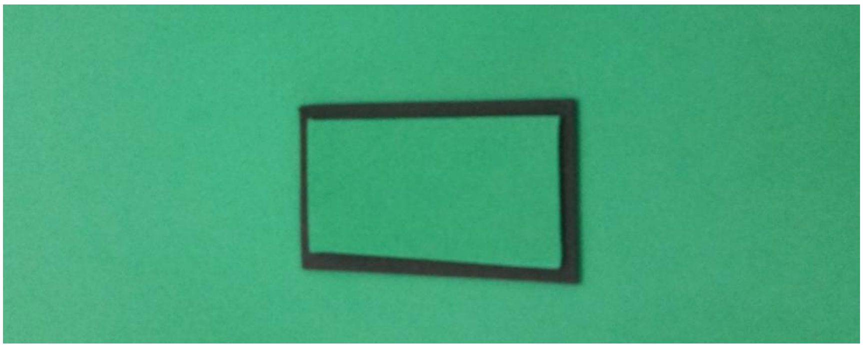


Figura 4.24 (Base da peça do Dominó Binomial Nível Duro)

Em seguida precisamos colar os algarismos recortados sobre a base das peças, respeitando a forma do número binomial.

Figura 4.25 (Números colocados na base de uma peça do Dominó Binomial Nível Duro)

Finalmente, precisamos desenhar os parênteses (com a caneta hidrográfica preta) em torno dos números, para criar a forma do número binomial.

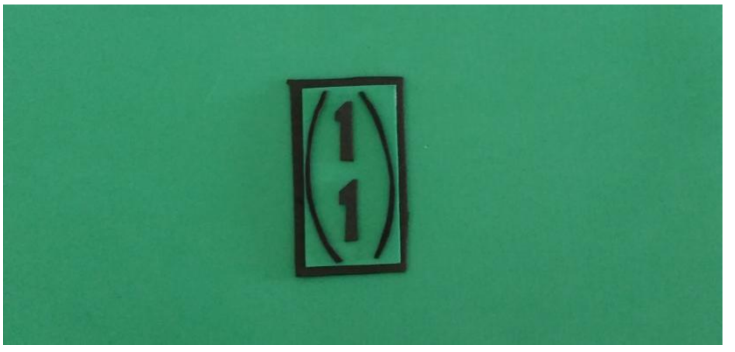


Figura 4.26 (Peça pronta, representando o binomial de 1 sobre 1)

Figura 4.27 (Peça pronta, representando o binomial de 3 sobre 2)

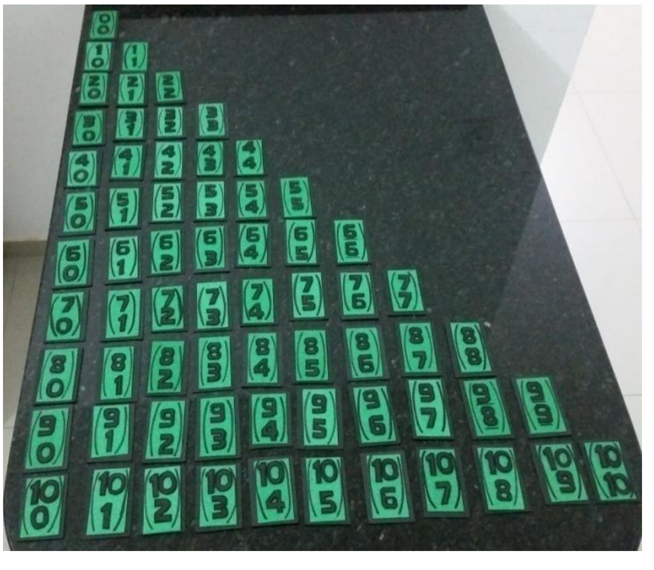


Figura 4.28 (As 66 peças do jogo Dominó Binomial dispostas segundo o triângulo aritmético)

4.3.2 Instruções do jogo

As regras para o jogo **Dominó Binomial Nível Duro** são exatamente iguais às aplicadas na modalidade Dominó Binomial com as peças comuns. A única diferença é o número de jogadores, o qual deve ser no mínimo quatro e no máximo seis, pois se for jogado por dois ou três, cada aluno ficará com muitas peças em mão e se for jogado por mais de seis, cada um terá poucas peças a sua disposição. A divisão deverá ser sempre igualitária e as peças não distribuídas são descartadas do jogo.

4.4 Proposta de aula

A sala de aula é o espaço do professor, logo não existem fórmulas prontas e certeiras para sua ação. Portanto, essa proposta de aula pode ser encarada como um esboço para as atividades as quais o educador fará em sala.

Recomendamos seis aulas para o professor ministrar os assuntos *Número Binomial* e *Triângulo Aritmético*, com todas as propriedades e relações, realizando atividades de fixação e corrigindo-as, não se esquecendo de sempre citar a história do triângulo aritmético e seus principais teóricos (se o educador achar interessante, nesse momento, pode-se pedir ao professor de história da turma que faça uma análise do período no qual viveu Pascal, por exemplo, criando, assim, uma interdisciplinaridade).

Além disso, serão necessárias mais duas aulas para a explicação do jogo Dominó Binomial (de preferência separar a turma em pequenos grupos e explicar em cada um deles). Acreditamos que o professor precisa se aproximar mais dos alunos em suas aulas, saindo de seu tablado ou mesa e trabalhando mais próximo de seus educandos. Acreditamos que nas próximas duas aulas os alunos possam praticar o jogo.

O professor pode também propor aos alunos que construam o triângulo aritmético com as peças do dominó, para fixar a ordem dos números binomiais e as etapas de sua construção.

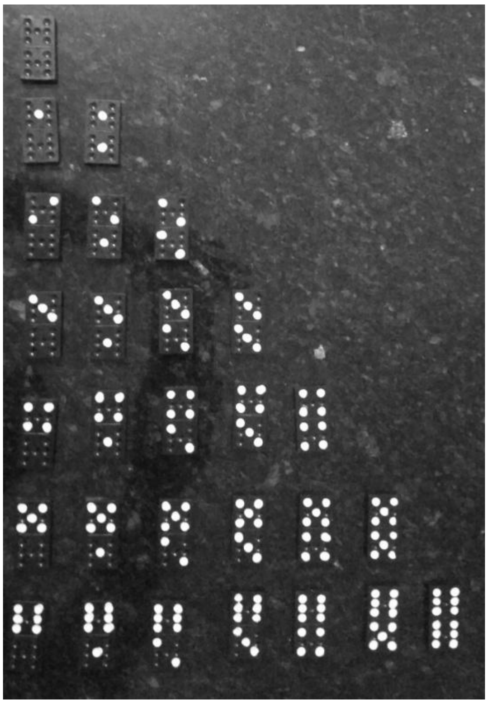


Figura 4.29 (Triângulo Aritmético construído com as peças do dominó)

Ao final dessa aplicação do jogo é interessante o professor criar um questionário (vide modelo no Anexo) acerca do que ele pensa como mais importante a ser alcançado pelos alunos. Se a resposta dos alunos o satisfizer e ele sentir que eles ficaram curiosos e atraídos pelo jogo, ele pode fazer a aplicação do **Dominó Binomial Nível Duro**, desde a sua confecção (nesse momento pode ser pertinente o auxílio do professor de educação artística, criando uma interdisciplinaridade), até a realização de um campeonato entre as turmas de segunda e terceira séries do colégio, por exemplo. Mas, frisamos que o professor tem total liberdade para adaptar tais propostas à sua realidade e convicções.

> Aula é assim: um exercício artesanal. Não há nada que garanta com segurança absoluta o sucesso de uma aula. Mas, pouco a pouco, errando bastante e sempre tentando acertar, decepcionando-se e reentrando no jogo é que você vai construindo sua história de professor. Essa história será tecida a partir de um jogo acidentado de erros e acertos. E no final? Não sei! Ainda não cheguei nele, mas se você está lendo isso é porque, de alguma forma, nós acreditamos num bom final. (KARNAL, 2016, p. 27)

CAPÍTULO 5

Considerações Finais

"Sempre compreendo o que faço depois que já fiz. O que sempre faço nem seja uma aplicação de estudos. É sempre uma descoberta. Não é nada procurado. É achado mesmo."
(Manoel de Barros)

O jogo Dominó Binomial exige um conhecimento das propriedades e características do triângulo aritmético. Portanto, não é uma fórmula mágica. O que gostaríamos de destacar é o caráter desafiador do jogo e as inúmeras possibilidades de transformar a aula em algo mais dinâmico, com a realização de campeonatos de dominó binomial. É de suma importância a explanação inicial do professor acerca do triângulo aritmético, pois o estudante deverá reconhecer previamente as bases do conteúdo. Mas a sua aplicação poderá ultrapassar as linhas dos livros e cadernos. Sabemos do caráter desafiador dos jogos e temos, à nossa disposição, uma geração que adora desafios. Os jogos não possuem a função primordial de facilitar o processo de aprendizado. Sua função é auxiliar o processo de aprendizagem dos alunos, nos aspectos cognitivos, afetivos e sociais, trazendo desafios que estimulam o educando a novas buscas. Muitos se sentirão desafiados a aprender o triângulo aritmético e suas propriedades para jogar adequadamente o **Dominó Binomial**. E é preciso salientar que as regras são apenas um ponto de partida, pois os educadores podem modificá-las para atender a suas necessidades, como jogos em dupla (por exemplo). Damos aos professores total liberdade para adaptá-lo de acordo às suas conveniências em sala, por isso também não se sinta obrigado a seguir nossa proposta de aula à risca. Fica a critério do professor estipular o número de aulas necessárias, visto que cada professor tem sua peculiaridade e nenhuma turma é igual a outra.

Devemos salientar, também, o baixo custo de um jogo de dominó. Conseguimos comprar um jogo de dominós por um real e cinquenta centavos (R$ 1,50). Se for comprado em quantidade, o preço se torna ainda mais acessível. E se o professor quiser criar a modalidade **Nível Duro**, os materiais necessários não ultrapassam quinze reais (R$15,00).

É fato que a quantidade de jogos matemáticos disponíveis para o ensino médio é limitada. Por isso é essencial que os professores pesquisem e busquem criar ou adaptar jogos, os quais serão utilizados como forma de tornar o processo ensino-aprendizagem mais agradável e desafiador. A memorização de fórmulas e conceitos não se encaixa mais em uma geração a qual tem a pretensão de ser protagonista na busca pelo conhecimento.

Todavia, uma verdade não se pode esconder: enquanto o professor precisar trabalhar em diversas instituições de ensino e em três turnos para conseguir um salário que lhe dê um mínimo de condições de se manter financeiramente, ele não terá tempo para sua formação continuada, para pensar novas didáticas e criar novas ferramentas que venham a auxiliá-lo no processo de aprendizagem de seus alunos. A educação necessita de pesquisa, a qual requer tempo. A pesquisa molda o educador, transformando-o em um profissional capaz de refletir sobre sua prática e de buscar meios (conhecimentos, habilidades, atitudes, relações) que o assista a aperfeiçoar seu ofício. Esperamos que, em um futuro próximo, possamos nos tornar, verdadeiramente, uma pátria educadora.

Referências Bibliográficas

BERTON, Ivani da Cunha Borges; ITACARAMBI, Ruth Ribas. **Números, brincadeiras e jogos.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

BEZERRA, Odenise Maria; MACÊDO, Elaine Souza de; MENDES, Iran Abreu. **Matemática em jogos, atividades e desafios:** para os anos finais do Ensino Fundamental. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

BLUM, W. Applications and Modelling in mathematics teaching and mathematics education – some important aspects of practice and of research. In: SLOYER, C. et al. **Advances and perpectives in the teaching of mathematical modeling and applications.** Yorklyn: Water Streer Mathematics, 1995. p. 1 – 20.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas:** uma estratégia para as aulas de matemática**.** São Paulo: IME-USP, 2004.

BOYER, Carl B; MERZBACH, Uta C. **História da Matemática** - Tradução da terceira edição americana. Ed. Blucher, 2012.

BRASIL. Secretaria de educação fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998

______. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Secretaria de Educação Básica. Orientações curriculares para o ensino médio. Brasília: 2006. (v. 2).

_____. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD 2012). Disponível em: <http://www.ibge.gov.br>. Acesso em: 30 maio 2016.

CACHAPUZ, António et al. **A necessária renovação do ensino das ciências.** São Paulo: Cortez, 2005.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade.** 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

D'ESQUIVEL, Márcio Oliveira. **Etnomatemática e Pesquisa Histórica: campo de possibilidades.** ANAIS do III Encontro Estadual de História: Poder, Cultura e Diversidade. Bahia, 2006.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Rodrigues – Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FIORENTINI, Dario. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. – 3. ed. ver. – Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. **Matemática Completa** - 2ª Série - 2. ed. renov. - São Paulo: FTD, 2005.

GRANDO, R. C. **O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática**, 1995. Dissertação (Mestrado em Educação, subárea: Matemática). UNICAMP-Campinas.

HALMENSCHLAGER, Vera Lucia da Silva; **Etnomatemática**: **uma experiência educacional**. São Paulo: Summus, 2001.

HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de Matemática Elementar** – vol. 5. - São Paulo: Atual, 1993.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZJZ, David; PÉRIGO, Roberto. **Matemática**: Volume Único, São Paulo: Atual, 2002.

KARNAL, Leandro. **Conversas com um jovem professor**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2016.

LARA, Isabel Cristina M. **Jogando com a matemática de 5ª a 8ª série**. São Paulo: Rêspel, 2003

LEAL, Telma; ALBUQUERQUE, Eliana e LEITE, Tânia. **Jogos: alternativas didáticas para brincar alfabetizando (ou alfabetizar brincando?).** In: MORAIS, A. G.; ALBUQUERQUE, E. B. C e LEAL, T. F. Alfabetização: apropriação do sistema de escrita alfabética. Recife, PE: Autêntica, 2005.

LIMA, Elon Lages et al. **A Matemática do Ensino Médio – volume 2.** 6ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LOPES, Sonia. **Bio: volume único** – 1. Ed. – São Paulo: Saraiva, 2004.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula:** Tecendo redes cognitivas na aprendizagem. – Ed ver. E aum. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MICHAELIS: **Dicionário de Português Online**. Disponível em: http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=jogo. Acesso em: 14 junho 2016.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto e FERNANDEZ, Pedro. **Análise Combinatória e Probabilidades**, Rio de Janeiro: SBM, 1991.

MOURA, M. O. **O Jogo e a construção do conhecimento matemático.** São Paulo: FDE, 1992.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento – um processo sócio – histórico**. São Paulo: CENP, 1998.

PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança.** Tradução Álvaro Cabral. 2. ed. Rio de Janeiro: Jahar Editores, 1975.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

RIBEIRO, Elcy Fernanda Ferreira. **O Ensino Da Matemática Por Meio de Jogos de Regras**. Disponível em: <www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/ElcyFernandaFerreiradeSousa.pdf>. Acesso em: 27 março 2016.

SILVEIRA, J. F. Porto da. **O triângulo de Pascal é de Pascal?** Disponível em: http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/histo2b.html. Acesso em: 17 maio 2016.

SOUZA, Maria de Fátima Guerra. **Fundamentos da Educação Básica para Crianças**. Volume 3, In: Módulo 2. Curso PIE – Pedagogia para Professores em Exercício no Início de Escolarização. Brasília: UnB, 2002.

TAHAN, M. **Jogos e resolução de problemas.** São Paulo: IME-USP; 1996.

TAKAHASHI, Fábio**.** Brasil avança em matemática, mas continua entre piores em ranking. **Folha de S. Paulo**, 3 dez. 2013. Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/educacao/2013/12/1379972-entre-os-piores-do-mundo-em-ensino-brasil-melhora-nota-mas-em-ritmo-menor.shtml>. Acesso em: 26 março 2016.

ANEXO- QUESTIONÁRIO DA PESQUISA DE SATISFAÇÃO

1) Você conseguiu aprender os conceitos do Triângulo de Pascal?

( )   ( )   ( )   ( )   ( )

2) O jogo Dominó Binomial o ajudou a entender as propriedades dos números binomiais?

( )   ( )   ( )   ( )   ( )

3) Você gostou do jogo?

( )   ( )   ( )   ( )   ( )

4) Você indicaria para algum amigo seu (de outra escola) o jogo Dominó Binomial?

( )   ( )   ( )   ( )   ( )

5) Você achou legal utilizar o jogo em sala?

( )   ( )   ( )   ( )   ( )

6) Você acredita que nas avaliações será mais fácil resolver as questões de número binomial após aprender o jogo Dominó Binomial?

( ) ( ) ( ) ( ) ( )

7) Você acredita que nas avaliações será mais fácil resolver as questões de triângulo de Pascal após aprender o jogo Dominó Binomial?

( ) ( ) ( ) ( ) ( )

8) Você achou o jogo difícil?

( ) ( ) ( ) ( ) ( )

Sugestões e Observações:

____

____

____

____

____

____