



Programa de Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional

HUDSON R. DO ESPÍRITO SANTO

*A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO
FERRAMENTA PARA O ENSINO DA
MATEMÁTICA E FORMAÇÃO DA CIDADANIA*

Orientador: Mário Olivero Marques da Silva

UNIVERSIDADE
FEDERAL
FLUMINENSE

NITERÓI
JULHO/2016

HUDSON RODRIGUES DO ESPÍRITO SANTO

**A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DA
MATEMÁTICA E FORMAÇÃO DA CIDADANIA**

Dissertação apresentada por **Hudson Rodrigues do Espírito Santo** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

Orientador: Mário Olivero Marques da Silva

Niterói
2016

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca de Pós-graduação em Matemática da UFF

S237 Santo, Hudson Rodrigues do Espírito

A educação financeira como ferramenta para o ensino da matemática e a formação da cidadania / Hudson Rodrigues do Espírito Santo. – Niterói, RJ : [s.n.], 2016.

50 f.

Orientador: Mario Olivero Marques da Silva.

Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Fluminense, 2016.

1. Matemática financeira. 2. Ensino de matemática. 3. Cidadania. I. Título.

CDD 513.93

HUDSON RODRIGUES DO ESPÍRITO SANTO

**A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DA
MATEMÁTICA E FORMAÇÃO DA CIDADANIA**

Dissertação apresentada por **Hudson Rodrigues do Espírito Santo** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre. Linha de Pesquisa: Ensino da Matemática.

Aprovada em: 29/07/2016

Banca Examinadora

Prof. Mário Olivero Marques da Silva - Orientador
Doutor – Universidade Federal Fluminense (UFF)

Prof^a Cristiane de Mello - Membro
Doutora – Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO)

Prof^a Nancy de Souza Cardim - Membro
Doutora – Universidade Federal Fluminense (UFF)

Prof. Luiz Manoel Figueiredo - Membro
Doutor – Universidade Federal Fluminense (UFF)

**NITERÓI
2016**

Dedico este trabalho ao meu filho Arthur que é minha fonte de inspiração para que eu possa aprender cada vez mais, crescer como pessoa e me tornar um exemplo como pai.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela vida e por mais uma oportunidade de aprendizagem.

À minha esposa por me incentivar e estar sempre acreditando no meu sucesso.

Aos meus familiares e amigos que estão sempre torcendo por mim, mesmo a distância.

Ao meu orientador, professor Mário Olivero, pelo apoio, paciência e tranquilidade transmitidos na realização deste trabalho.

Aos excelentes professores da UFF que são para mim fontes de inspiração.

Aos colegas de turma com quem também muito aprendi.

Aos coordenadores do Profmat, pelo programa que acrescentou muito na minha formação acadêmica, pois tive a oportunidade de aprender coisas novas, e ver por um outro prisma conceitos que eu já conhecia.

RESUMO

O perfil imediatista dos jovens combinado com a falta de conhecimento financeiro e a influência da sociedade do consumo faz com que muitos tenham dificuldades em administrar seus gastos, contraindo dívidas com altos juros logo no início da vida adulta. Nessa idade também é o momento mais oportuno para que o indivíduo possa se informar sobre investimentos. Seja para a realização de um sonho de médio prazo ou um plano de previdência complementar, haja vista que mesmo investindo pequenas quantias mensalmente o resultado será satisfatório ao longo do tempo. É comum a Matemática Financeira ser explorada na educação básica apenas como um conteúdo específico de um determinado ano do ensino médio, ainda assim com questões pouco práticas. O objetivo deste trabalho é incentivar a educação financeira na escola, contribuindo para que o aluno esteja plenamente capacitado para o exercício da cidadania. Através da exploração de assuntos de ordem financeira nos conteúdos matemáticos do ensino fundamental e, em especial, do ensino médio. Ao mesmo tempo buscando despertar o interesse dos alunos pela Matemática, usando aspectos da educação financeira como facilitadores para que o aluno compreenda ou passe a ter uma percepção mais ampla da abrangência de conteúdos como progressões, potências, radicais e logaritmos. Bem como a relação entre progressões geométricas e funções exponenciais, mostrando o crescimento de dívidas e investimentos através de gráficos de funções.

Palavras-chave: Matemática Financeira, Educação Financeira, Cidadania

ABSTRACT

The impulsiveness of the youth combined with the lack of financial knowledge and the influence of consumer society, make it hard for them to manage their spending, especially causing them to incur in debts with high interest rates at the beginning of the adult life. It is very appropriate for someone at this early age to learn about investments, either for the realization of a dream of medium term or a supplementary pension plan. Given that even investing small amounts every month the result will be satisfactory over time. Usually, Financial Mathematics is explored in basic education only as a specific content of a given year of high school, yet with little practical issues. The aim of this study is to stimulate the financial education in the school, helping the student to fully qualify for the exercise of citizenship, through the exploration of issues of financial order in the mathematical content of basic education and, in particular, of the high school. At the same time, it seeks to arouse the interest of students in mathematics, using aspects of financial education as facilitators for the student to understand a broader perception of the scope of contents such as progressions, powers, radicals and logarithms, as well as the relationship between geometric progressions and exponential functions, showing the growth of debt and investments through graphs of functions.

Keywords: Financial Mathematics, Financial Education, Citizenship

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	09
2 EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: ORIENTAÇÕES CURRICULARES	12
2.1 Educação Matemática e cidadania.....	12
2.2 Contextualização.....	14
2.3 Temas transversais em Matemática: Trabalho e Consumo.....	17
2.4 O conhecimento prévio do aluno.....	18
3 CONCEITOS IMPORTANTES PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA	21
3.1 Inflação.....	21
3.2 Deflação.....	24
3.3 Taxa básica de juros (Selic).....	24
3.4 Consumo e consumismo.....	25
3.5 Dívidas e inadimplência.....	26
3.6 Investimentos.....	27
3.6.1 Caderneta de poupança.....	28
3.6.2 Títulos públicos.....	28
3.6.3 Títulos privados.....	28
3.7 Independência financeira.....	29
4 RELAÇÃO DAS PROGRESSÕES COM A MATEMÁTICA FINANCEIRA	30
4.1 Juros.....	30
4.2 Progressões aritméticas e juros simples.....	30
4.3 Progressões geométricas e juros compostos.....	32
4.4 Séries uniformes de pagamento.....	35
5 ATIVIDADES REALIZADAS EM SALA DE AULA	38
5.1 Questionário sobre conhecimentos financeiros.....	39
5.2 Consumismo, dívidas e investimentos.....	48
5.3 Os componentes essenciais de um investimento.....	50
5.4 Pequenas variações nas taxas de juros.....	51
5.5 A relevância de começar a poupar cedo.....	52
5.6 Situações-problema trabalhados em sala de aula.....	53
6 CONCLUSÃO	57
REFERÊNCIAS	

1. INTRODUÇÃO

Apesar de o país atualmente passar por uma retração da atividade econômica, há que se reconhecer que a população brasileira apresentou uma ascensão social nas duas últimas décadas. Este fato pode ser observado com o aumento de empreendimentos imobiliários, construção de shoppings centers, crescimento do número de automóveis nas ruas, aeroportos mais cheios e uma demanda maior por bens de consumo em geral.

Devido a um passado de hiperinflação, quando o Brasil chegou a registrar índices de inflação superiores a 80% ao mês, adiar uma compra não era uma decisão prudente. O preço dos produtos poderia sofrer grandes aumentos de um dia para o outro, ou ainda, os preços eram remarcados enquanto o consumidor estava no supermercado fazendo as compras do mês. Isso explica um dos motivos pela falta de hábito do brasileiro em poupar dinheiro. Seja para alcançar objetivos de médio e longo prazo ou para se precaver de eventuais imprevistos ao longo da vida. Esse comportamento, juntamente com a falta de planejamento financeiro e o desconhecimento da evolução de dívidas no regime de juros compostos contribuem para a desaceleração da economia de um país.

O consumismo, influenciado pela grande mídia, ensina que as pessoas bem-sucedidas são as que têm e as que consomem frequentemente. O consumo é apresentado como forma e objetivo de vida. O indivíduo muitas vezes é valorizado pelos bens que possui, independente dos meios que utilizou para conseguir. Este problema, combinado com a personalidade imediatista dos jovens e a falta de conhecimento matemático, pode ser um fator determinante para um desequilíbrio financeiro logo no início da vida adulta. Ao atingir a maioridade o jovem poderá ter conta em banco, acesso a cartões de crédito, cheque especial e empréstimos. Podendo adquirir bens em que o pagamento à vista só seria possível após a economia de vários meses de salário. Neste caso, um simples descuido nos gastos é suficiente para que o consumidor se torne inadimplente.

Segundo dados divulgados pela Serasa Experian, em maio deste ano, a inadimplência entre jovens na faixa etária de 18 a 25 anos atingiu 9,4 milhões de pessoas, representando 15,7% do total de inadimplentes no país. Os economistas da Serasa Experian atribuíram o alto índice de inadimplência dos jovens ao

crescimento do desemprego, inflação, juros altos, falta de experiência ao lidar com crédito e a maneira impulsiva na hora de fazer compras.

Falar de educação financeira para jovens torna-se importante, pois impede que eles contraiam grandes dívidas no início da vida profissional e ainda, devido a pouca idade, permite que tenham um horizonte maior para que os juros compostos trabalhem a seu favor, mesmo poupando pequenas quantias todos os meses.

A Matemática Financeira não deve ser trabalhada isoladamente, como um conteúdo exclusivo de determinado ano do ensino médio, mas constantemente, sempre que possível, nos conteúdos matemáticos da Educação Básica. Na nossa sociedade não existe melhor forma de contextualizar a matemática que não seja através do dinheiro. Ainda que não demos conta, é quase impossível não falar, ouvir ou pensar em dinheiro em algum momento do nosso dia. Seja para pagar a passagem de ônibus até o trabalho, comprar um lanche ou através de propagandas e anúncios nas ruas ou meios de comunicação.

A abordagem de assuntos de natureza financeira no ensino da matemática torna-se uma excelente oportunidade para estimular a educação financeira desde o ensino fundamental, mas principalmente em conteúdos do ensino médio. Por exemplo, mostrando a comparação entre dívidas e investimentos, com variações de tempo e taxas de juros.

Nos anos finais do ensino fundamental é possível trabalhar a radiciação como operação inversa da potenciação, através de exemplos que peçam para o aluno descobrir, com auxílio de uma calculadora, qual taxa de juros anual é necessária para fazer um valor dobrar em um dado período de tempo. Além da potenciação e radiciação, no mesmo problema é explorado porcentagem, números racionais e irracionais.

As fórmulas de juros simples e compostos podem ser deduzidas como progressões aritméticas e geométricas, respectivamente. A soma dos termos de uma progressão geométrica pode ser exemplificada como uma série uniforme de pagamentos. As progressões podem ainda ser abordadas como funções afins ou exponenciais com domínio nos números naturais. É possível mostrar, através de programas de construção de gráficos, o comportamento de uma dívida ou investimento ao longo do tempo.

Ao compreender o comportamento das funções exponenciais o aluno é capaz de perceber que pequenas variações nos juros podem fazer uma dívida

aumentar substancialmente ao longo do tempo. Sabendo optar por diferentes formas de empréstimos ou financiamentos, quando necessário.

As taxas de juros praticadas pelos bancos em financiamentos, cheque especial e rotativo do cartão de crédito podem ser mencionadas em exercícios que envolvem o crescimento exponencial de dívidas. Índices de inflação também podem ser trabalhados calculando a perda do poder de compra da moeda. Ao falar de investimento é possível citar temas como risco e rentabilidade e de diferentes aplicações financeiras de renda fixa e variável e utilizar logaritmos para estimar o tempo necessário para determinado investimento atingir o valor esperado.

2. EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: ORIENTAÇÕES CURRICULARES

No que diz respeito à Legislação sobre Educação Básica temos como referência a lei nº 9.394/1996, intitulada Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). A LDB define e regulariza a organização da educação brasileira com base nos princípios da Constituição. Seguindo os preceitos da LDB, foram elaborados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) que têm por objetivo difundir os princípios da reforma curricular e orientar os professores na busca de novas abordagens e metodologias. Atualmente está em processo de construção a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) que é um descritivo de conteúdos e saberes necessários para cada ano e segmento da Educação Básica em todo país. Vale ressaltar que a proposta da BNCC não visa substituir os PCNs, já que estes são orientações para as escolas, mas não têm uma função de currículo nacional.

2.1 Educação Matemática e cidadania

Logo em seu primeiro artigo, a LDB estabelece: “A educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social.”

No artigo seguinte complementa:

A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (BRASIL, Lei nº 9.394, 1996, art. 2º)

Os PCNs do ensino fundamental explicitam a importância da Matemática na formação da cidadania quando afirmam:

Falar em formação básica para a cidadania significa refletir sobre as condições humanas de sobrevivência, sobre a inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura e sobre o desenvolvimento da crítica e do posicionamento diante das questões sociais. Assim, é importante refletir a respeito da colaboração que a Matemática tem a oferecer com vistas à formação da cidadania. (BRASIL, 1998, pag. 26)

Como dito anteriormente, a Base Nacional Curricular Comum ainda não possui uma versão definitiva, mas os textos introdutórios de Matemática, incluídos em seu site, afirmam:

“...a apropriação do conhecimento matemático é condição fundamental para que o/a estudante da Educação Básica tenha acesso pleno à cidadania, servindo de importante ferramenta em suas práticas sociais cotidianas.” (BRASIL, 2016)

Desta forma, podemos entender que o ensino da Matemática na educação básica não deve ser desvinculado da questão social, contribuindo para que o educando seja preparado para exercer plenamente a cidadania. O trabalho da educação financeira em alguns tópicos da Matemática é uma grande oportunidade para esta contribuição, pois a falta de conhecimento matemático combinado com a má educação financeira permite que o indivíduo incorra em situações citadas abaixo:

- Não saber comparar qual produto é mais vantajoso proporcionalmente quando estão em embalagens de diferentes quantidades.
- Adquirir determinado produto em quantidade acima do habitual apenas porque está sendo anunciado como promoção, comprometendo a renda que poderia ser destinada a outros itens.
- Não compreender o quanto de juros são cobrados em compras parceladas ou financiamentos.
- Em caso de inadimplência não saber priorizar as dívidas que cobram as maiores taxas de juros.

Em 2012, a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) incluiu Competências Financeiras na avaliação do *Programme for International Student Assessment* (PISA). O teste do PISA é uma iniciativa de avaliação comparada, com periodicidade de três anos, aplicado em diversos países a estudantes na faixa dos 15 anos. O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) é responsável pela coordenação do PISA no Brasil. De acordo com o INEP, o PISA tem como objetivo:

Produzir indicadores que contribuam para a discussão da qualidade da educação nos países participantes, de modo a subsidiar políticas de melhoria do ensino básico. A avaliação procura verificar até que ponto as escolas de cada país participante estão preparando seus jovens para exercer o papel de cidadãos na sociedade contemporânea. (INEP, 2016)

O Brasil não foi avaliado em Competências Financeiras no ano de 2012. Foram avaliados 29.000 estudantes em 18 nações. Os resultados divulgados mostraram que um em cada sete estudantes não consegue fazer decisões simples de gastos diários, mas apenas um em cada dez é capaz de resolver problemas

financeiros complexos. Sobre a composição dos itens do teste, os autores salientam que aproximadamente 25% da pontuação obtida refletiam aspectos exclusivamente financeiros. Enquanto os 75% restantes exigiam competências de matemática ou leitura. No ano de 2015 os estudantes brasileiros também participaram dos testes de Competências Financeiras, entretanto os resultados ainda não foram divulgados.

2.2 Contextualização

Uma das formas de introduzir um conceito matemático a uma turma de ensino fundamental ou médio é apresentando-o em forma de situação-problema em que os alunos se sintam desafiados. Para isso é necessário que a situação apresentada tenha relação com experiências que fazem parte da realidade dos alunos. À medida que o aluno vai se apropriando do conceito, é possível relacionar com situações que ele ainda não vivenciou ou ainda ter a capacidade de abstrair por completo o conteúdo, sem necessidade da correlação com situações práticas.

A proposta da BNCC reafirma este pensamento:

O ensino de Matemática visa a uma compreensão abrangente do mundo e das práticas sociais, qualificando a inserção no mundo do trabalho, que precisa ser sustentada pela capacidade de argumentação, segurança para lidar com problemas e desafios de origens diversas. Por isso, é fundamental que o ensino seja contextualizado e interdisciplinar, mas que, ao mesmo tempo, se persiga o desenvolvimento da capacidade de abstrair, de perceber o que pode ser generalizado para outros contextos, de usar a imaginação. (BRASIL, 2016)

Uma das vantagens de se trabalhar a educação financeira na Matemática é que de todos os temas possíveis para contextualização o dinheiro é o que apresenta uma compreensão mais clara, podendo ser considerado um assunto universal. Na sociedade em que estamos inseridos, dificilmente não usamos, falamos ou pensamos sobre dinheiro a cada dia. Seja para utilizar um transporte público, comprar pães, desejar a aquisição de bens de consumo ou através da divulgação de preços em propagandas.

Podemos citar como exemplo as operações com números negativos no ensino fundamental. Muitos alunos do 7º ano não conseguem compreender a necessidade da ampliação do conjunto dos números naturais. Efetuar uma soma com números negativos, por exemplo, $(-5) + (-3)$ torna-se ainda mais complexo sem

contextualização. Entretanto, contextualizar com temperaturas negativas ou saldo de gols no futebol pode ser o suficiente para alguns, mas de difícil compreensão para outros. Quando é pedido ao aluno para que ele considere o número negativo como uma dívida, explicando-lhe que neste caso estamos juntando uma dívida de 5 reais com outra dívida de 3 reais, prontamente ele responde que irá resultar em uma dívida de 8 reais. É importante frisar que o objetivo é fazer com que o aluno vá aos poucos se desprendendo desta contextualização e consiga realizar prontamente as operações de forma abstrata.

No conteúdo de potências e radicais do 9º ano, surge outra oportunidade de contextualização quando se trabalha operações com radicais de índices superiores a três. Em anos anteriores costuma-se fazer a relação das raízes quadradas e cúbicas como lado do quadrado e aresta do cubo, respectivamente. Contudo, uma operação envolvendo raiz quinta, por exemplo, não costuma fazer sentido para o aluno por parecer abstrato demais para o nível de conhecimento do ensino fundamental. Uma forma de fazer com que o aluno se sinta mais seguro é lembrando a radiciação como operação inversa da potenciação. A raiz quinta de 2 pode ser exemplificada como o a taxa de juros anuais necessária para fazer um patrimônio dobrar de valor em 5 anos. Permitindo ainda a possibilidade de utilização de calculadoras ou similares. Como $\sqrt[5]{2} \cong 1,15$, o aluno poderá concluir que uma taxa anual de 15% permite que um capital dobre em 5 anos.

Não se trata, porém, de resumir a matemática da educação básica em contextualizações de assuntos financeiros. Fato que seria inclusive maçante e poderia desestimular o interesse pela Matemática e a busca pela criatividade na resolução de problemas. Contudo, em determinados conteúdos e algumas oportunidades, será possível fazer essa relação permitindo que o aluno adquira confiança ao resolver o problema. E, em contrapartida, é possível trabalhar a educação financeira, falando das privações causadas por dívidas e as consequências da falta de planejamento financeiro.

Essa tentativa de fazer com que os alunos se apropriem de determinados conceitos da matemática através da associação com assuntos de natureza financeira também é expressa nas bases legais dos PCNs:

Uma das formas significativas para dominar a Matemática é entendê-la aplicada na análise de índices econômicos e estatísticos, nas projeções políticas ou na estimativa da taxa de juros, associada a

todos os significados pessoais, políticos e sociais que números dessa natureza carregam. (BRASIL, 2000, pag. 79)

A proposta da BNCC alerta para que o aluno seja instigado a relacionar situações do mundo físico a modelos matemáticos abstratos e vice-versa:

O conhecimento matemático é fruto da busca, pelo ser humano, de respostas a problemas que a sociedade lhe apresenta em suas práticas sociais. A Matemática não é, e não pode ser vista pela escola, como um aglomerado de conceitos antigos e definitivos a serem transmitidos ao/à estudante. Ao contrário, no processo escolar, é sempre fundamental que ele/a seja provocado/a a construir e a atribuir significado aos conhecimentos matemáticos. (BRASIL, 2016)

A BNCC complementa ainda que a Matemática pode ser vista como uma fonte de modelos para os fenômenos que nos cercam. Modelos que compreendem não somente os conceitos, mas as relações entre eles, procedimentos e representações de diversas ordens. Ressaltando associação entre o mundo físico que nos rodeia e o mundo abstrato da Matemática como uma via de mão dupla. Por exemplo, ao mesmo tempo em que um paralelepípedo retângulo funciona como um modelo abstrato para o objeto físico caixa de sapatos, para o modelo abstrato da figura geométrica espacial esfera, podemos associar o objeto do mundo físico bola de futebol.

O PCNEM faz a distinção entre o caráter formativo da Matemática, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, e o instrumental, que serve como ferramenta para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas. No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no ensino médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional. (BRASIL, 1998)

Baseado nestas definições é possível dizer que um indivíduo educado financeiramente faz uso tanto do caráter formativo quanto do instrumental. No formativo quando planeja gastos e faz orçamentos, analisa quais situações são mais vantajosas financeiramente, se preocupa em não comprometer completamente a renda e entende que muitas vezes as propagandas usam de artifícios para ludibriar o consumidor. No instrumental quando utiliza conceitos matemáticos para calcular os juros embutidos em uma prestação, faz a projeção de quanto tempo determinado investimento irá atingir o valor esperado, utiliza proporções para identificar o produto mais vantajoso ou mesmo cálculos simples para saber o gasto total em compras.

De acordo com as orientações curriculares é possível perceber que a Matemática no ensino médio tem grande importância na formação da educação financeira. Contudo, ela não se esgota neste tema. O PCNEM salienta que além dos aspectos formativo e instrumental da Matemática, ela deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.

2.3 Temas transversais em Matemática – Trabalho e Consumo

Os PCNs orientam que os temas transversais como: Ética, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Pluralidade Cultural e Trabalho e Consumo podem ser trabalhados também em Matemática.

No que tange ao tema Trabalho e Consumo o PCN sugere que os alunos sejam levados a refletir sobre o consumismo, o valor do trabalho e alertados sobre a influência do marketing em potenciais consumidores:

(...) com a criação permanente de novas necessidades transformando bens supérfluos em vitais, a aquisição de bens se caracteriza pelo consumismo. O consumo é apresentado como forma e objetivo de vida. É fundamental que nossos alunos aprendam a se posicionar criticamente diante dessas questões e compreendam que grande parte do que se consome é produto do trabalho, embora nem sempre se pense nessa relação no momento em que se adquire uma mercadoria. (BRASIL, 1998, pag. 35)

Ao explorar a educação financeira no ensino da matemática é possível fazer uma aproximação da matemática com questões relacionadas ciências humanas.

Principalmente ao abordar temas como indicadores econômicos, trabalho e consumo. O PCN salienta que é interessante que o aluno perceba o objeto de consumo como fruto de um tempo de trabalho, realizado em determinadas condições. E ao fazer essa associação ele será levado a refletir sobre a necessidade e a prioridade do objeto desejado, seja ele um tênis, um celular, uma roupa de marca ou demais itens. Também é possível comparar, em alguns casos, o custo da produção de determinados produtos com o preço de mercado, compreendendo que as regras do consumo são regidas por uma política de maximização do lucro e precarização do valor do trabalho.

A Matemática é utilizada também em aspectos ligados aos direitos do consumidor. Quando, por exemplo, é analisada a composição e a qualidade dos produtos para avaliar o impacto sobre a saúde e o meio ambiente; para verificar o produto mais vantajoso pela razão entre menor preço/menor quantidade; para perceber que nem sempre ofertas como “leve mais, pague menos” são vantajosas.

Habituar-se a analisar essas situações é fundamental para que os alunos possam reconhecer e criar formas de proteção contra a propaganda enganosa e contra os estratagemas de marketing a que são submetidos os potenciais consumidores. (BRASIL, 1998)

2.4 O conhecimento prévio do aluno

Os PCNs, em suas bases legais, alertam para o fato de que as experiências cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática, permitindo reconhecer problemas, buscar e selecionar informações. A aprendizagem apresenta melhor resultado quando esta capacidade é potencializada pela escola.

É necessário compreender que os alunos são capazes de resolver problemas matemáticos razoavelmente complexos, lançando mão de seus conhecimentos sobre o assunto e estabelecendo relações entre o novo e o já conhecido. O significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e também entre estes e as demais áreas do conhecimento e as situações do cotidiano.

Para ratificar essa perspectiva o PCN faz uma citação de Piaget:

De outra coisa não trata Piaget quando, a propósito do ensino da Matemática, observa que muitas operações lógico-matemáticas já estão presentes na criança antes da idade escolar sob formas elementares ou triviais, mas não menos significativas. “Uma coisa é aprender na ação e assim aplicar praticamente certas operações, outra é tomar consciência das mesmas para delas extrair um conhecimento reflexivo e teórico, de tal forma que nem os alunos nem os professores cheguem a suspeitar de que o conteúdo do ensino ministrado se pudesse apoiar em qualquer tipo de estruturas naturais”. (BRASIL, 2000, pág. 83)

Baseado nesta concepção de Piaget, fiz uma experiência com meu filho de 5 anos e um amigo dele com a mesma idade. Dei seis balas idênticas para apenas um deles e pedi para que fosse dividido igualmente com o outro. A divisão foi feita rapidamente e sem dificuldades, distribuindo alternadamente uma bala para cada até completar o total de seis, ficando três para cada. Em seguida distribuí quatro balas para o outro e pedi que também fizesse a divisão. Mesmo ainda estando na educação infantil onde até então só aprenderam a atribuir símbolos (algarismos) para a quantidade de elementos de um conjunto e a representar a união de elementos de conjuntos, eles puderam resolver um problema matemático que envolve um conceito complexo que é a divisão. Influenciados talvez pela noção de igualdade.

No dia seguinte perguntei para o meu filho quanto cada um teria se fossem divididas oito balas para duas pessoas. Como não disponibilizei nenhuma bala para fazer a divisão, ele contou até oito com os dedos, levantando alternadamente um dedo de cada mão até observar que cada mão ficou com quatro dedos levantados. Ele me mostrou as mãos e eu perguntei quanto cada um ficaria, ele contou os dedos levantados de uma mão e respondeu quatro. Em outra oportunidade distribuí nove bolinhas de gude para que ele dividisse para três e adotando novamente o raciocínio de distribuição alternada, resolveu sem dificuldade.

Em outra oportunidade perguntei quanto seriam 6 reais divididos para 2 pessoas. Ele prontamente respondeu que não sabia. Em seguida ele pensou um pouco e começou a contar novamente levantando um dedo de cada mão.

Por mais que ele já tenha visto e ouvido falar em dinheiro, isso não faz parte da realidade dele, ele não sabe quantificar isso. Não é um problema que lhe desperta interesse em resolver. Já com adolescentes do segundo segmento do ensino fundamental ou do ensino médio a associação com situações-problemas envolvendo questões monetárias passa a fazer mais sentido.

Em situações-problemas em que são atribuídos valores monetários para determinados produtos é comum observar que os alunos ficam mais atentos, questionando inclusive que o preço não está condizente com o que eles observam na região em que vivem. Este fato é observado com grande frequência nos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, quando são trabalhados problemas que envolvem as operações fundamentais ou equações.

3. CONCEITOS IMPORTANTES PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Para que uma pessoa possa aproveitar as oportunidades para gastar o dinheiro de forma mais vantajosa, evitar o endividamento ou ainda investir é necessário ter conhecimento de alguns conceitos básicos de Economia e do Mercado Financeiro. Muitos desses conceitos são falados constantemente nos noticiários e afetam diretamente a vida de todos, ainda que muitos não se deem conta. A abordagem desses conceitos na educação formal não tem como objetivo sobrecarregar o aluno com mais informações e conteúdos e pode servir como motivador para o trabalho de matemática em questões financeiras, além de contribuir para a educação financeira na escola.

A seguir, apresentaremos alguns conceitos, especialmente aqueles que foram enfatizados nas atividades desenvolvidas com os alunos.

3. Inflação

A inflação é definida popularmente como um aumento contínuo e generalizado dos preços de bens e serviços. Contínuo porque um único aumento de preços, em determinado período, seguido de uma estabilidade não caracteriza um processo inflacionário. Generalizado porque os aumentos são percebidos na maioria dos produtos e não apenas em um único. O dinheiro perde o seu poder de compra, sendo necessária uma quantidade cada vez maior para comprar os mesmos itens, a moeda passa por um processo de desvalorização.

Uma série de fatores pode desencadear o aumento dos preços e a consequente desvalorização da moeda, entre eles destacam-se: expansão da demanda superior a expansão da oferta, permitindo que o preço seja estipulado por quem está disposto a pagar mais; aumento nos custos de produção que são repassados ao produto final; emissão excessiva de dinheiro por parte do Banco Central de um país, estratégia que historicamente é utilizada para bancar gastos públicos.

Quando a inflação assume valores extremamente altos recebe o nome de hiperinflação. Ocasionalmente recessão e instabilidade monetária. Um dos casos mais emblemáticos de hiperinflação ocorreu na Alemanha, após a Primeira Guerra

Mundial. Entre 1914 e 1923 os preços subiram 143 trilhões por cento. O Brasil passou por períodos de hiperinflação nas décadas de 1980 e 1990, com inflação mensal de até 80% e chegando a uma inflação anual de 2477% no ano de 1993. A desvalorização da moeda era tanta que nessas duas décadas o Brasil chegou a ter cinco moedas diferentes (Cruzeiro, Cruzado, Cruzado Novo, Cruzeiro, Cruzeiro Real) até chegar ao Real. Nessa época, as pessoas precisavam gastar o salário que recebiam instantaneamente, pois nos supermercados os produtos tinham seus preços remarcados constantemente. Era comum comprar alimentos em grandes quantidades e estocar em casa.

Para medir a inflação, entidades como a Fundação Getúlio Vargas (FGV), Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (Fipe) e o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) calculam regularmente índices que serão utilizados como balizadores da Economia. Alguns desses índices são destinados a medir a inflação no atacado, na construção civil ou ao consumidor em geral. A variedade de índices usados para medir a inflação é importante porque a alta dos preços não atinge todo mundo da mesma forma. Os diversos índices utilizam no cálculo faixas de renda, itens, regiões e períodos de apuração diferentes. O Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) é um dos mais divulgados, pois é o índice de inflação oficial do país, utilizado como parâmetro para a política de metas da inflação.

O IPCA reflete o custo de vida para famílias com renda entre 1 e 40 salários mínimos nas principais regiões metropolitanas do país. Em sua composição estão inclusos gastos com alimentação e bebidas, habitação, vestuário, transporte, saúde e cuidados pessoais, educação e comunicação. Cada grupo tem um peso diferente, e esse peso é definido de acordo com o perfil de consumo das famílias brasileiras. Dentro da cesta de produtos os itens também possuem pesos diferentes. Por exemplo, o arroz tem um peso maior do que o macarrão por ser mais consumido. Os pesquisadores saem periodicamente às ruas para coletar preços de determinados itens em diversos estabelecimentos. Os dados coletados são processados para que seja calculado o índice de inflação na região pesquisada. Regiões diferentes também têm peso diferente no cálculo da inflação. Como exemplo, São Paulo tem um peso maior que Vitória por ter maior população e maior atividade econômica. Por fim o IPCA é calculado através de uma média aritmética ponderada atribuindo pesos aos fatores como item, grupo e região.

Mesmo com todo rigor utilizado para produzir indicadores confiáveis, a inflação é percebida por todos, mas de forma diferente em cada cidadão. Para determinado consumidor, justamente o que ele compra pode ter subido mais que a média. Se a inflação foi puxada pelo aumento do combustível, por exemplo, uma pessoa que trabalha todos os dias de carro sentirá muito mais do que quem vai a pé para o trabalho. Já se a carne foi o produto com maior variação de preço, o impacto da inflação será menor para uma família vegetariana.

Em geral o impacto da inflação é maior para os mais pobres, pois comprometem grande parte da sua renda com necessidades básicas de subsistência, não tendo margem para se proteger dos impactos da inflação. O trabalhador assalariado também está entre os mais afetados quando não tem seu salário reajustado pela inflação.

É comum observar pessoas fazendo confusão ao calcular a desvalorização da moeda através do índice de inflação. Muitos entendem que se o índice em determinado período foi de 25% ao ano, o valor da moeda será 75% do que era antes. Porém, isso significa que os produtos aumentaram em média 25%. O que custava R\$ 100,00 passou a custar R\$ 125,00. Os R\$ 100,00 de agora terão o poder de compra de $\frac{100}{125} = 0,8$, ou seja, os R\$ 100,00 de agora só poderão comprar 80% do que era possível antes. A moeda se desvalorizou então 20%.

Em 2015 a caderneta de poupança rendeu juros 8,15%, enquanto o IPCA do ano foi de 10,67%. Uma pessoa que quis economizar R\$ 1.000,00 e investir na poupança teve ao final do ano uma quantia de R\$ 1.081,50. Contudo, o que custava R\$ 1.000,00 no começo do ano passou a custar R\$ 1.106,70 no final. O poder de compra do dinheiro desta pessoa agora é de $\frac{1081,50}{1106,70} \cong 0,97723$. Ao invés de ganhar, ela perdeu dinheiro. Seu dinheiro se desvalorizou aproximadamente 2,28%. E os R\$ 1.081,50 que ela possuía ao final do ano eram equivalentes a R\$ 977,23 do início do ano. Infelizmente neste caso teria sido mais proveitoso gastar o dinheiro em vez de investir na poupança.

Saliento que todos os cálculos envolvidos nesta explicação fazem parte do conteúdo apresentado no ensino fundamental. No entanto, quando essas simples ferramentas matemáticas são usadas à luz da explicação desses fatos, elas ganham aos olhos dos alunos, uma importância redobrada.

3.2 Deflação

O processo inverso da inflação é a deflação. A deflação é a diminuição no índice de preços ao consumidor, ocasionando a valorização da moeda. A princípio pode parecer muito bom para as pessoas ver seu poder de compra aumentando cada vez mais. Contudo, a deflação é tão indesejável para a Economia quanto uma inflação descontrolada. Isso porque quando há um excesso na capacidade produtiva de um país, a oferta passa a superar constantemente a demanda. As empresas começam a reduzir os preços para conseguir vender os produtos. As pessoas ao perceberem que os preços caem constantemente esperam cair mais ainda para poder comprar mais barato. As empresas veem os seus faturamentos e lucros reduzidos. Para minimizar os prejuízos, elas diminuem o ritmo de produção e demitem funcionários. Com o número maior de pessoas desempregadas, o consumo mais uma vez é reduzido, fazendo com que a atividade econômica seja desestimulada. A economia do país entra em recessão.

Um cenário típico de deflação foi observado nos Estados Unidos, em 1929, na Grande Depressão. Essa crise teve reflexo em países de todo o mundo. Inclusive no Brasil que à época tinha o café como principal produto de exportação. Para evitar uma queda ainda maior nos preços, e diminuir os efeitos da crise no Brasil, uma das medidas adotadas pelo governo foi comprar grande quantidade de café dos fazendeiros para em seguida queimar.

Uma inflação anual alta, na casa dos dois dígitos, é muito prejudicial à Economia. A desvalorização nesse caso é tão grande que as pessoas começam a perder a noção do valor da moeda. Mas a inflação próxima de zero, ou a deflação (inflação negativa) pode prejudicar a produção e desaquecer a economia. Não há consenso entre os especialistas entre um índice de inflação considerado ideal. Mas em geral estima-se que uma inflação entre 2% e 5% é um bom indicador de que a economia não apresenta grandes desequilíbrios.

3.3 Taxa básica de juros (SELIC)

A taxa básica de juros da economia, conhecida como taxa Selic (Sistema Especial de Liquidação e Custódia) é um índice pelo qual as demais taxas de juros cobradas no país se balizam. O valor da Selic é estipulado pelo Banco Central,

através Comitê de Política Monetária (Copom). A cada 45 dias os membros do Copom se reúnem para avaliar se devem manter ou alterar a Selic, levando em consideração o nível de atividade econômica do país.

Na prática, ao fixar uma meta para a taxa, o governo estipula qual será o rendimento das operações efetuadas com o uso de títulos públicos, consideradas as de menor risco da economia. Esse investimento costuma ser chamado de “preço do dinheiro” e define quanto custa um dia do investimento de menor risco dentro da economia. Todos os demais investimentos terão suas taxas de retorno a partir do de menor risco.

Apesar de ser um assunto complexo, o valor da taxa Selic interfere diretamente na vida de todos. Quando ela é aumentada, os juros cobrados em empréstimos bancários para pessoas físicas e jurídicas também aumentam, assim como juros de cheque especial e do cartão de crédito. As prestações pagas em um financiamento de carro, por exemplo, serão maiores se a compra for feita em uma época de taxa de juros alta.

A Selic tem sido o principal meio de o governo controlar a inflação no Brasil. Aumentando-a para reduzir o consumo em épocas de inflação alta e diminuindo-a para aquecer a economia quando a inflação está abaixo da meta.

3.4 Consumo e consumismo

O consumo é essencial para a existência humana. Alimentos, água e roupas são alguns exemplos de coisas indispensáveis à nossa sobrevivência. Outros itens não são indispensáveis, mas são importantes pelo modo de vida atual, como geladeira, máquina de lavar, sabonete, computador e *smartphone*, por exemplo. O consumo impulsiona a economia capitalista e quanto mais sofisticado o mundo se torna, mais itens vão sendo incorporados ao nosso estilo de vida. Uma ruptura nesse paradigma geraria uma crise, pois o comércio e grandes empresas deixariam de lucrar, cresceria o número de desempregados, a renda dos trabalhadores cairia e o acesso a elementos básicos seria dificultado.

O consumo é incentivado indiscriminadamente na grande mídia, propagandas mostram consumir como um estilo de vida. É comum ver propagandas voltadas para o público infantil, mesmo de itens para adultos, com o intuito de fazer as crianças influenciarem a escolha dos pais, além de criar potenciais consumidores. Pessoas

criam dívidas comprando coisas supérfluas. Compra-se por impulso ou compulsão. Não se distingue a diferença entre querer e precisar. Consume-se para fazer parte de um grupo, para ser aceito, o indivíduo passa a ser respeitado pelo que possui. Consumir deixa de ser um meio e torna-se um fim. A qualidade dos produtos é ruim, alguns são extremamente baratos, o que faz suscitar dúvida sobre a exploração da mão de obra empregada. Objetos são produzidos para não durarem muito, a chamada obsolescência programada, a quantidade de lixo produzido aumenta, os recursos naturais se tornam mais escassos.

Mesmo o consumismo estando tão presente nos dias atuais, é cada vez maior o número de pessoas que percebem os malefícios da sociedade do consumo. Cresce a necessidade de discussão sobre modelos econômicos alternativos ao desenvolvimento pautado no consumo. Um modelo baseado no consumo consciente, evitando desperdícios, que incentive a criação de políticas públicas voltadas para a reciclagem e a reutilização, reduzindo a produção de lixo.

3.5 Dívidas e inadimplência

Contrair dívidas em muitas situações torna-se necessário. Governos podem contrair dívidas para realizar obras de infraestrutura que trarão desenvolvimento, empresas fazem empréstimos buscando expansão, bancos emitem títulos com o intuito de capitalizar mais recursos para oferecer empréstimos cobrando juros maiores. Nesses casos, o endividamento pode ser considerado essencial para o desenvolvimento e a própria existência desses entes. Porém, o grau de endividamento precisa ter um limite prudencial para não comprometer a administração. Uma importante característica de bancos e empresas é que eles contraem dívidas buscando ter seus faturamentos aumentados.

Pessoas também fazem dívidas pelos mais diversos motivos, alguns deles até bem racionais, como financiar a compra de um imóvel para evitar gastar mais pagando aluguel. Mas o crédito para pessoas físicas sempre tem juros maiores do que os cobrados para pessoas jurídicas. Por esse motivo a decisão deve ser tomada com bastante cautela.

O limite da renda que o trabalhador pode comprometer em empréstimo consignado é fixado em lei, estes empréstimos costumam ter os menores juros do mercado justamente por serem descontados direto na folha de pagamento,

minimizando o risco de o banco não receber. Entretanto, o limite do cheque especial ou do cartão de crédito disponibilizado pelos bancos pode ser bem superior a renda do trabalhador e justamente estes tem os juros mais abusivos.

Inadimplência é quando uma pessoa não consegue honrar o compromisso de pagamento de alguma dívida. Isso torna a situação mais crítica, pois além de ter a dificuldade de pagar as contas em dia, ainda serão cobrados juros pelo atraso.

Um planejamento financeiro é essencial para impedir que as dívidas saiam do controle. Sempre que possível, é bom evitá-las para não comprometer grande parte da renda. Também é recomendável tentar poupar para pagar à vista e com desconto. É preciso ter especial cuidado com as dívidas de longo prazo. É comum ouvir em anúncios a expressão “parcelas que cabem no seu bolso”, porém imprevistos podem acontecer, sendo necessário priorizar outras coisas e o consumidor acaba se tornando inadimplente.

3.6 Investimentos

Investir é uma forma de direcionar o que é poupado a uma aplicação que rende juros ou outra forma de remuneração, na expectativa de auferir lucros futuros. Deste modo, o dinheiro poupado trabalha para gerar um valor maior. Antes de investir é necessário que a pessoa tenha em mente seus objetivos, o tipo de risco envolvido em cada investimento, a rentabilidade e a liquidez.

Os investimentos se dividem em renda fixa e variável. Nos investimentos de renda fixa é possível dimensionar a rentabilidade desde o início da contratação, ela pode ter um valor fixo ou ser atrelada a algum índice, como IPCA ou Selic, por exemplo. Já os investimentos em renda variável envolvem fatores que não permitem fazer uma estimativa segura da rentabilidade, podendo, inclusive, gerar prejuízos ao investidor. É o caso do investimento no mercado de ações, por exemplo. Uma empresa pode ter seus papéis valorizados em um curto período, mas também pode passar por uma crise e sofrer grande desvalorização.

Os investimentos em renda variável, por terem mais riscos envolvidos, costumam propiciar maiores lucros, exigindo também um maior conhecimento por parte do investidor. Como o objetivo desta obra é incentivar a educação financeira no ensino básico, mostrando o comportamento de juros compostos constantes ao longo do tempo, será dada ênfase aos investimentos de renda fixa.

3.6.1 Caderneta de poupança

A caderneta de poupança é o investimento mais popular no Brasil. Sobre ela não há incidência de imposto de renda ou demais taxas e possui liquidez diária. Porém, sua rentabilidade é baixa e em época de inflação alta pode ter uma rentabilidade líquida negativa, como foi ilustrado no item anterior onde tratamos da inflação.

3.6.2 Títulos públicos

Os títulos públicos podem ser entendidos como um instrumento que o governo utiliza para se financiar. A aquisição desses títulos é considerada o investimento de menor risco da economia, pois em último caso o governo pode aumentar a emissão de dinheiro para honrar a dívida. A compra e venda de títulos é feita pela internet através do programa Tesouro Direto. O programa Tesouro Direto foi criado em 2002 com objetivo de permitir o acesso aos títulos públicos diretamente a pessoas físicas. O valor mínimo para investimento é de R\$ 30,00 e o investidor precisa estar cadastrado em algum banco ou corretora. Há incidência de imposto de renda e taxa de administração, ainda assim a rentabilidade líquida costuma superar a Caderneta de Poupança.

Há cinco diferentes tipos de títulos disponíveis, dois pré-fixados (com rentabilidade definida no momento da compra) e três pós-fixados (que pagam o IPCA ou a Selic, mais juros pré-determinados). Este é mais um dos motivos em que se torna importante a compreensão dos indicadores econômicos, permitindo ao investidor escolher o investimento mais adequado a sua necessidade.

3.6.3 Títulos privados

São títulos de renda fixa emitidos por empresas ou instituições financeiras com o objetivo de captar recursos. Os mais populares são: Certificado de Depósito Bancário (CDB), Letras de Câmbio (LC), Letras de Crédito Agrícola (LCA) e Letras de Crédito Imobiliário (LCI). Os rendimentos podem ser pré-fixados ou indexados a algum índice. O índice mais comum de indexação é o Certificado de Depósito Interbancário (CDI) que tem valor próximo ao da Selic. As aplicações em CDB e LC

têm a incidência de imposto de renda que varia entre 15% a 22,5% do rendimento dependendo do tempo investido, já as aplicações em LCA e LCI são isentas. Restando ao investidor calcular qual a aplicação terá a maior rentabilidade líquida. Exemplo, um CDB que promete 120% do CDI e terá a incidência de 20% de imposto tem uma rentabilidade líquida menor do que uma LCA que promete 98% do CDI. Pois, ao descontar 20% de 120% teremos $0,80 \times 1,20 = 96\%$.

3.7 Independência financeira

O conceito de independência financeira é largamente difundido entre especialistas em educação financeira. Significa ter um patrimônio que gere uma renda superior as despesas. Para alcançar este nível é preciso primeiro ter em mente o padrão de vida considerado adequado. Quanto mais sofisticado for o padrão de vida escolhido, maior será o valor necessário para alcançá-lo. Ainda assim, não é recomendado que a pessoa abra mão de bons momentos em troca de acúmulo de patrimônio, apenas o faça com planejamento e responsabilidade.

A vantagem de alcançar a independência financeira é que a pessoa terá mais liberdade para tomar decisões sobre carreira e região onde quer morar, além de ter mais tempo para se dedicar a atividades que tragam satisfação pessoal.

Mesmo sendo um objetivo difícil de ser alcançado, atingi-lo em parte também pode ser satisfatório. Tão importante quanto o valor poupado por mês é aprender a viver com menos do que recebe, tendo um padrão de vida equilibrado. Se uma pessoa economiza 10% da renda mensal, significa que ela consegue viver com 90% do que recebe e em 9 meses terá acumulado o equivalente a 1 mês do que é necessário para cobrir as despesas. Já se ela economiza 20%, precisará de apenas 4 meses. Economizando 25%, a cada 3 meses de salário ela terá 1 mês acumulado. Além dos juros compostos que incidirão sobre o que ela investir.

A ideia é que a pessoa use apenas os juros do investimento, descontada a inflação do período.

4. A RELAÇÃO DAS PROGRESSÕES COM A MATEMÁTICA FINANCEIRA

Conforme mencionado em momentos anteriores, diversos conteúdos matemáticos do ensino fundamental e médio podem apresentar uma melhor compreensão, por parte dos alunos, quando contextualizados com assuntos relacionados à natureza financeira. Iremos enfatizar neste capítulo o ensino de progressões aritméticas e geométricas e as suas relações com juros simples e compostos, respectivamente.

4.1 Juros

Fundamentalmente, a Matemática Financeira estuda a operação de empréstimo, bem como os métodos de análise de investimento em geral. Quando uma pessoa empresta a outra um valor monetário, chamado capital ou principal (C), durante certo período de tempo, recebe de volta o seu *capital* C acrescido de uma compensação. Esta compensação é chamada *juro* (J). A soma $C + J$ é chamada de *montante* (M). A razão entre o juro (J) e o capital (C) é chamada taxa de *juros* (i) da operação e é expressa como porcentagem do capital. Dessa forma, $i = \frac{J}{C}$.

O regime de capitalização adotado para o cálculo do montante pode seguir duas convenções: capitalização simples (ou juros simples) e capitalização composta (ou juros compostos).

No regime de capitalização simples o juro de cada intervalo de tempo é calculado sempre em relação ao capital inicial, com isso o valor do juro em cada intervalo é sempre constante. Já no regime de capitalização composta, os juros ao final de cada intervalo de tempo são incorporados ao principal para o cálculo dos juros do período seguinte. Na prática, o regime de juros compostos, também conhecido como “juros sobre juros”, é adotado em quase todas as situações. De acordo com a característica de cada um dos regimes de capitalização é possível fazer a relação com as progressões.

4.2 Progressões aritméticas e juros simples

Uma progressão aritmética (P.A) é uma sequência de números $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n)$ na qual é constante a diferença entre cada termo a_{n+1} e o seu antecedente a_n . Essa diferença é chamada de razão e é comumente representada por r . Deste modo, uma progressão aritmética é uma sequência (a_n) na qual $a_{n+1} - a_n = r$, para todo n natural. Temos então:

$$\begin{aligned} a_1 - a_0 &= r \\ a_2 - a_1 &= r \\ a_3 - a_2 &= r \\ &\vdots \\ a_n - a_{n-1} &= r \end{aligned}$$

Somando ambos os membros das igualdades, obtemos $a_n - a_0 = n.r$.

Reescrevendo: $a_n = a_0 + n.r$.

Uma progressão aritmética pode ser vista como uma função que associa a cada número natural n o valor a_n dado por $a_n = a_0 + n.r$. Essa função é a restrição aos números naturais da função afim $a(x) = a_0 + r.x$, ou seja, ela é definida por uma fórmula de função afim, mas com domínio no conjunto dos naturais. O gráfico dessa função é formado por uma sequência de pontos colineares no plano. Assim, (a_n) é uma progressão aritmética se, e somente se, os pontos do plano que tem coordenadas $(0, a_0)$, $(1, a_1)$, $(2, a_2)$, $(3, a_3)$, ... (n, a_n) estão em linha reta.

Os juros simples se caracterizam pelo fato de que o valor que é acrescido ao capital inicial, a cada intervalo de tempo, é sempre constante e determinado por $i.C_0$. O montante ao final de cada período é então dado pela sequência $(C_0, C_0 + i.C_0, C_0 + 2.i.C_0, \dots, C_0 + n.i.C_0)$. Esta sequência é uma P.A com termo inicial C_0 e razão $i.C_0$. Para encontrar o montante após n períodos de tempo, teremos: $M = C_0 + n.i.C_0$ ou ainda, $M = C_0(1 + n.i)$.

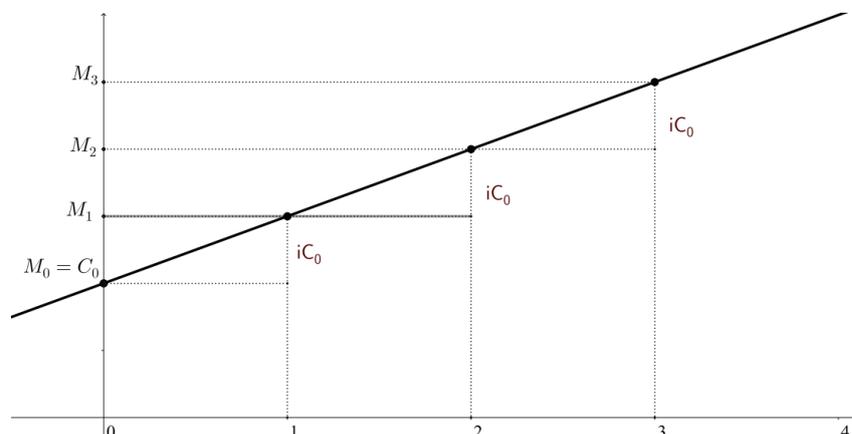


Figura 1: Crescimento do montante no regime de juros simples

4.3 Progressões geométricas e juros compostos

Uma progressão geométrica ($a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$) é uma sequência na qual é constante o quociente da divisão de cada termo, a partir do segundo, pelo seu antecedente. Esse quociente constante, chamado de razão, é representado por q .

$$\text{Assim: } \frac{a_1}{a_0} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = q$$

Ao multiplicarmos essas n igualdades, obtemos $\frac{a_n}{a_0} = q^n$. Daí $a_n = a_0 \cdot q^n$.

A taxa de crescimento de uma grandeza é a razão entre o aumento da grandeza e seu valor inicial. Em outras palavras, uma grandeza que passa do valor a para o valor b terá sua taxa de crescimento definida por $\frac{b-a}{a}$.

Exemplo 1: um produto que custava R\$ 5,00 e passou a custar R\$ 6,00 teve uma taxa de crescimento de $\frac{6-5}{5} = \frac{1}{5} = 0,20 = 20\%$.

Uma progressão geométrica (P.G) de razão $(1 + i)$ também pode ser definida como uma sequência cuja taxa de crescimento é constante e igual a i . Se uma grandeza G varia com taxa de crescimento constante e igual a i , o valor de G na época n é $G_n = G_0 \cdot (1 + i)^n$. A função que associa a cada número natural n o valor de G_n é a restrição aos naturais da função exponencial $G(x) = G_0 \cdot (1 + i)^x$.

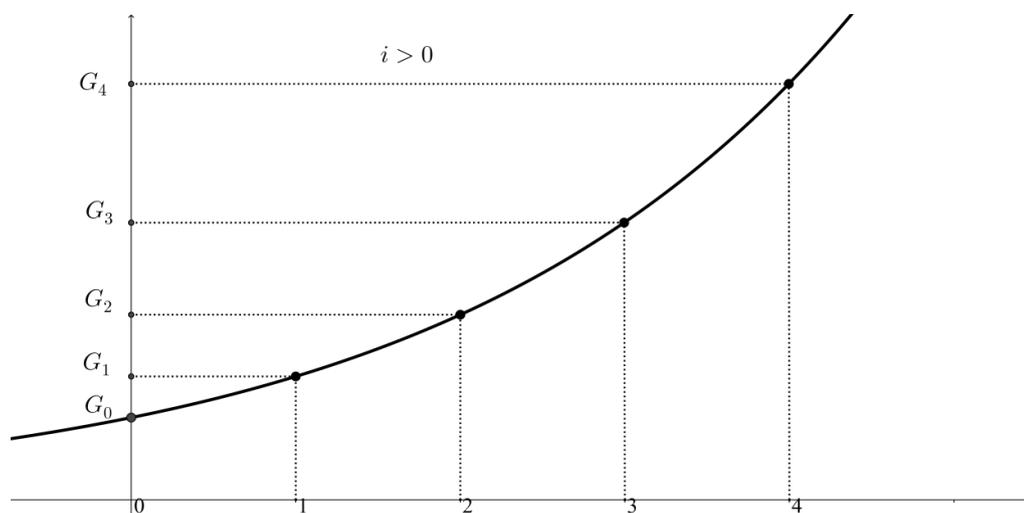


Figura 2: Variação de uma grandeza com taxa de crescimento constante i

No regime de juros compostos de taxa i , um principal C_0 transforma-se, em n períodos de tempo, em um montante igual a $C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$.

O gráfico que se segue permite compreender o comportamento dos dois regimes de capitalização sob a mesma taxa i de juros. [O montante no regime de juros simples só é superior ao regime de juros compostos no intervalo $]0,1[$.

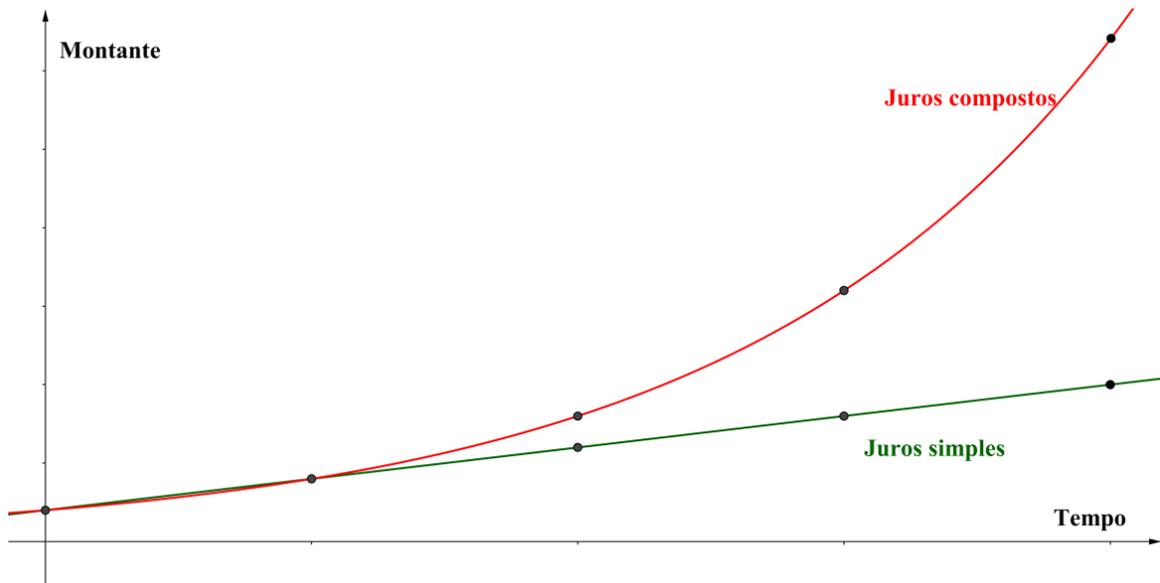


Figura 3: Comparação entre o crescimento do montante em juros simples e compostos sob a mesma taxa i

Em alguns livros didáticos do ensino médio a fórmula para o cálculo do montante no regime de juros compostos é apresentada como $M = C(1+i)^t$. O conteúdo de progressões geométricas é normalmente dissociado de assuntos de ordem financeira. Questões desta natureza são reservadas para serem mencionadas especificamente no conteúdo de matemática financeira. Entretanto, a correlação entre os assuntos é importante tanto para que o aluno entenda de forma mais abrangente ao estudar o conteúdo de progressões, quanto para que se tenha a oportunidade de promover a educação financeira no ensino básico, sempre que possível.

Uma outra leitura para a fórmula $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$ é que uma quantia, no presente igual a C_0 , será transformada, após n períodos de tempo, em uma quantia $C_0 \cdot (1 + i)^n$. Isto é, uma quantia cujo valor atual é A , equivalerá no futuro, decorridos n períodos de tempo, a $F = A \cdot (1+i)^n$.

Para obter o valor futuro, multiplicamos o atual por $(1 + i)^n$: $F = A \cdot (1 + i)^n$

Para obter o valor atual, dividimos o futuro por $(1+i)^n$: $A = \frac{F}{(1+i)^n}$

Exemplo 2: Uma pessoa pensa em comprar um automóvel à vista daqui a 5 anos. Ela consegue investir em uma aplicação que rende juros de 12% ao ano. O valor atual do automóvel é de R\$ 40.000,00, porém, devido à inflação, este valor não permanecerá o mesmo no decorrer dos anos. Considerando que nesse período o índice de inflação permanecerá sob controle à taxa de 5% ao ano, quanto deverá ser investido atualmente?

Primeiramente, vamos calcular quanto deverá estar valendo o automóvel daqui a 5 anos. Considerando que o valor do automóvel acompanhará o índice de inflação, o preço sofrerá reajustes de 5% ao ano.

$$F = 40000 \cdot (1,05)^5 = 51051,2625$$

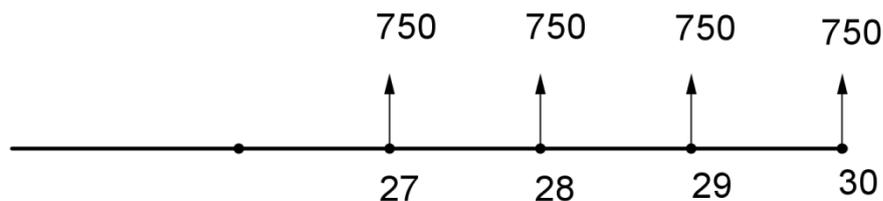
Portanto, estima-se que, após 5 anos, o preço do automóvel será de R\$ 51.051,26.

Será necessário saber qual valor deverá ser investido agora para que no futuro gere um montante de R\$ 51.051,26. Como os juros do investimento são 12% ao ano, teremos:

$$A = \frac{51.051,26}{1,12^5} = 28967,857$$

O valor que precisa ser investido agora será de R\$ 28.967,86.

Exemplo 3: Paulo financiou uma moto em 30 prestações de R\$ 750,00. A taxa de juros cobrada no financiamento foi de 2,5% ao mês. Na ocasião do pagamento da 27ª prestação ele teria condições de liquidar a dívida. Qual deverá ser o total pago?



O diagrama nos ajuda a visualizar melhor o problema. Restam 4 prestações a serem pagas. Trazendo as prestações de número 28,29 e 30 para a data da prestação de número 27, teremos:

$$A = 750 + \frac{750}{1,025} + \frac{750}{1,025^2} + \frac{750}{1,025^3} = \text{R\$ } 2.892,02$$

Neste exemplo, vale ressaltar que o valor da dívida na ocasião da 27ª prestação é de R\$ 2.892,02, porém em empréstimos e financiamentos nem sempre os bancos e financeiras oferecem o desconto devido para quitação antecipada, desencorajando o cliente a quitar a dívida. Nesses casos, é necessário avaliar o contrato de financiamento para saber se a instituição bancária está agindo de má-fé.

4.4 Séries uniformes de pagamentos

Uma das dúvidas que surge naturalmente quando uma pessoa pensa em poupar parte de sua renda para investir é de estimar qual será o total acumulado, após um tempo determinado, depositando periodicamente uma quantia fixa sob uma taxa constante de juros compostos. Outra situação comum é precisar saber o valor das parcelas em um empréstimo bancário ou um financiamento com prestações fixas. Em matemática financeira cálculos deste tipo são chamados de séries uniformes. Este assunto não faz parte do currículo de matemática do ensino médio, porém o cálculo matemático envolvido em questões desta natureza é fundamentado em progressões geométricas, em especial na soma dos termos de uma P.G.

Seja (a_n) uma progressão geométrica com razão $q \neq 1$, a soma S_n dos n primeiros termos desta P.G será:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n, \text{ multiplicando por } q, \text{ obtemos:}$$

$$q.S_n = a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n + a_{n+1}, \text{ subtraindo as igualdades, obtemos:}$$

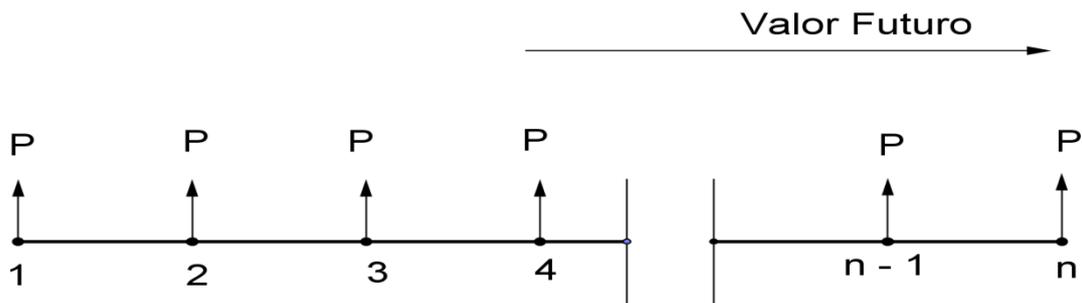
$$q.S_n - S_n = a_{n+1} - a_1 = a_1.q^n - a_1, \text{ ou seja:}$$

$$S_n(q - 1) = a_1.(q^n - 1), \text{ daí:}$$

$$S_n = a_1. \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Qual será o montante acumulado após sucessivos depósitos iguais P , durante n períodos, a juros de $i\%$ ao período, exatamente a data do último depósito?

Vamos analisar o diagrama:



$$F = P \cdot (1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-2} + P(1+i)^{n-3} + \dots + P(1+i)^2 + P(1+i) + P$$

F é a soma dos termos de uma P.G com razão igual a $(1+i)$ e termo inicial igual a P. Logo:

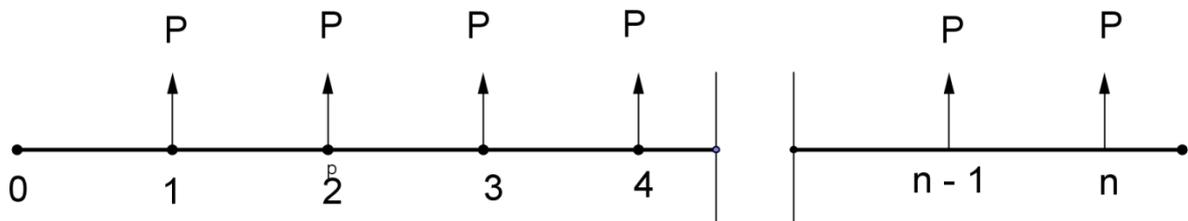
$$F = P \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = P \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Exemplo 4: Andrea começou a investir R\$ 500,00 por mês em uma aplicação que rende juros de 1% ao mês. Qual o valor que ela terá acumulado em 2 anos?

$$\text{Fazendo } F = P \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \text{ temos } F = 500 \frac{(1,01)^{24} - 1}{0,01} = \text{R\$ } 13.486,73$$

O valor de uma série uniforme de n pagamentos iguais a P, uma unidade de tempo antes do primeiro pagamento, sendo i a taxa de juros, é: $A = P \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$

Séries uniformes desta natureza são ditas postecipadas, pois o primeiro pagamento só é feito algum período após a compra de um produto ou contratação de um empréstimo ou financiamento. Vejamos o diagrama que representa esta situação:



Trazendo todos os pagamentos para a época zero, teremos:

$$A = P(1+i)^{-1} + P(1+i)^{-2} + P(1+i)^{-3} + \dots + P(1+i)^{-n}$$

Observamos que esta é a soma dos termos de uma P.G com termo inicial igual a $P(1+i)^{-1}$ razão igual a $(1+i)^{-1}$.

Temos então:

$$A = P(1+i)^{-1} \frac{(1+i)^{-n} - 1}{(1+i)^{-1} - 1} = P \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Exemplo 5: Voltando ao exemplo da quitação antecipada do financiamento da moto de Paulo, vamos supor agora que ele poderá quitar a dívida restando 11 prestações a vencer. Ou seja, falta da 20ª em diante. Qual deverá ser o total pago?

Se formos proceder da mesma maneira que o exemplo anterior, será muito trabalhoso, mesmo com uso de calculadora. Vamos observar como será o valor presente:

$$A = 750 + \frac{750}{1,025} + \frac{750}{1,025^2} + \frac{750}{1,025^3} + \dots + \frac{750}{1,025^{10}}$$

$$A - 750 = \frac{750}{1,025} + \frac{750}{1,025^2} + \frac{750}{1,025^3} + \dots + \frac{750}{1,025^{10}}$$

No segundo membro da igualdade usaremos a fórmula para calcular o valor devido da 21ª prestação em diante, à época do vencimento da 20ª prestação.

$$A - 750 = 750 \frac{1 - (1,025)^{-10}}{0,025} = 6.564,05$$

$$A = \text{R\$ } 7.314,05$$

Séries uniformes têm grande relevância em matemática financeira. A partir delas são desenvolvidos assuntos como renda perpétua, a determinação da vida econômica de um bem e sistemas de amortização. Em livros de matemática financeira os assuntos abordados costumam utilizar termos bastante técnicos, geralmente estes termos são representados por letras e siglas em inglês. Os cálculos de problemas envolvendo séries uniformes geralmente são realizados em calculadoras financeiras modelo HP-12C. Para os fins deste trabalho, buscamos adotar nomenclaturas simples, sem nos aprofundarmos no tema, para que os exemplos apresentados possam ser trabalhados no conteúdo de progressões geométricas do ensino médio, ajudando a ampliar a compreensão dos alunos.

5. ATIVIDADES REALIZADAS EM SALA DE AULA

Devido à importância da Educação Financeira na Economia de um país, em 2010 foi sancionado o decreto-lei 7.397 que instituiu a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) com a finalidade de promover a educação financeira e previdenciária e contribuir para o fortalecimento da cidadania, para a eficiência e solidez do sistema financeiro nacional e para a tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores. Para definir planos, programas, ações e coordenar a execução da ENEF, foi instituído o Comitê Nacional de Educação Financeira – CONEF.

Em 2013 um material didático foi elaborado pelo CONEF e distribuído em algumas escolas públicas. Esse material, intitulado “Educação Financeira nas Escolas” é composto de seis livros, divididos em três blocos, sendo um bloco destinado para cada ano do ensino médio.

Os livros tratam de temas como despesas familiares, gastos pessoais de jovens, primeiro emprego, empreendedorismo, realização de projetos de médio e longo prazo, investimentos, previdência, bens públicos, Economia do país e do mundo. Como o intuito do material é introduzir de forma simples a Educação Financeira a jovens, toda a matemática abordada é básica, com conteúdos de nível fundamental.

Com base nas ideias apresentadas nos livros, mas utilizando situações que envolvessem conteúdos matemáticos do ensino médio, foi realizada uma atividade com alunos de uma escola estadual no município de São Gonçalo, Rio de Janeiro. A escola em questão não foi contemplada com o material didático do CONEF, sendo novidade para a maior parte dos alunos todos os assuntos relacionados à Educação Financeira.

Por não atuar com turmas do ensino médio no momento, solicitei a uma professora dessa escola que fossem cedidos alguns tempos de aula para a realização da atividade prática. O trabalho foi realizado nos dias 9 e 16 de setembro de 2015, com três turmas do segundo ano do Ensino Médio. Pelo registro de classe, as três turmas juntas contabilizavam 105 alunos. Porém, apenas 80 alunos obtiveram frequência em ambos os dias de atividades. Foram utilizados quatro tempos de aula em cada turma, sendo dois tempos em cada um dos dias trabalhados.

A escola selecionada tem como característica ser uma referência em relação às escolas estaduais da região, recebendo inclusive alunos de outros municípios. Possui mais de dois mil alunos matriculados do segundo segmento do Ensino Fundamental ao Ensino Médio. Os alunos tinham idade entre 16 e 19 anos, todos pertencentes à classe média.



Figura 4: Atividade com os alunos

5.1 Questionário sobre conhecimentos financeiros

Em um primeiro momento foi pedido aos alunos para que respondessem a um questionário com 12 perguntas. O objetivo era averiguar o nível de conhecimento financeiro, identificando quais pontos seriam mais importantes de serem explicados e explorados na aula seguinte. Foram destinados 20 minutos para essa atividade. As questões buscavam verificar a relação com o dinheiro, o conhecimento de produtos financeiros, noção de juros compostos, investimentos e conceitos de Economia necessários ao cotidiano.

- 1) Tente descrever em uma só frase o que é felicidade para você. E também em uma só frase o que significa dinheiro para você:

Esta proposta foi baseada no livro distribuído pelo CONEF e tinha o intuito de levar o jovem a refletir sobre a relação com o dinheiro e qual a relevância deste tema em sua vida.

Conseguiu tudo o que sempre quis.
 Dinheiro como tudo que tem em nós é um papel sem valor, o seu valor é subjetivo para cada pessoa. O valor do dinheiro vem do nosso próprio sobre o que vemos, fazer com ele.

Felicidade viver sem preocupações e arrependimentos
 Dinheiro, ~~mas~~ quanto mais tiver, melhor a qualidade de vida. Isso a estabilidade financeira para alcançar a ~~seu~~ felicidade citada anteriormente.

Felicidade para mim é estar perto de quem amo e me sentir bem.
 Dinheiro é necessário para qualquer pessoa sobreviver.

Felicidade é ser quem sou, sem máscaras!
 Dinheiro é algo com o qual se adquire bens materiais, mas não é tudo!

Felicidade pro mim é está com pessoas que eu amo.
 Dinheiro é uma forma de buscar a felicidade.

Felicidade é quando está realizado que te faz feliz
 Dinheiro é uma necessidade que todos precisam

2) Seus pais costumam conversar sobre dinheiro com você?

Sim, eles sempre me ensinam o valor do dinheiro e trabalho para tê-lo.

Sim. Parafuso!

Sinceramente não

Sim sempre.

costumam chamar minha atenção para o alto gasto.

Em partes, eles dão exemplo de como administrar.

Aproximadamente 80% dos alunos que responderam ao questionário afirmaram que os pais conversam sobre dinheiro.

3) Você tem controle sobre seus gastos? Você considera seus pais controlados?

Eu tenho, meu pai não, ~~tenho~~ que viver com dívida.

não. minha mãe não, mas meu pai tenta se controlar.

Sim, meus pais tem muito controle sobre o dinheiro, gastam somente com coisas necessárias.

não, gasto muito sem necessidade. Também não

Eu sim, meus pais não.

Eu tento, mas quase nunca tenho controle.

meus pais tem um certo controle, mas sempre tem suas recaídas.

Até a pouco tempo não tinha, mas agora tenho esse controle. Meus pais tem.

Sim, meu pai não gosta muito de gastar o dinheiro já minha mãe, os vezes ela gasta mesmo.

Eu não tenho capital próprio, mas ~~eu~~ que consigo eu não tenho noção de economia. meu pai tem controle, minha mãe não muito.

Sim, meus pais também são sem controle de gastos

Sim, os meus pais também, eles sempre me ensinaram a gastar só com o necessário.

Sim, não sou consumista, de forma alguma. Foram justamente eles que me ensinaram a ser assim.

Eu tenho mas é minha mãe que gasta mas que eu tudo que ela vir e serve para os filhos ela compra.

Cerca de 75% dos alunos consideram que os pais têm controle sobre os gastos, mas o percentual de alunos que se consideram controlados foi de aproximadamente 55%.

4) Já comprou alguma coisa que não utilizou ou utilizou muito pouco?

Sim. Uma calça na promoção, mas não cabe em mim

algumas roupas, sapatos entre outros

foi comprar muitas coisas que não usei

foi, roupas.

Sim, varias!

A grande maioria, 63 alunos, admitiu que já fez compras por impulso, sem analisar se o objeto adquirido teria realmente utilidade.

5) Se você tivesse R\$ 1.000.000,00 como faria uso desse dinheiro?

O objetivo desta pergunta era verificar como o aluno quantificava esse valor e também se vislumbrava alguma oportunidade de investimento.

Não usaria, investiria em Tesouro Direto ou aplicado para ganhar com a alta da jun. e curto prazo.

Investiria alguma parte em ações em alta, para que talvez possa me iniciar no mercado de ações. E gastaria o resto, compraria a casa dos meus sonhos.

Seguiria investimentos, principalmente nos meus estudos

com uma parte ajudaria um cara, compraria algumas roupas e no resto guardaria, se caso eu precisasse depois.

Compraria 5 casas boas e alugaria por 10000 reais cada (valor normal de algumas coisas) viveria com a renda do aluguel e o dinheiro que sobrasse guardaria.

Dependendo do momento, investiria em ações no mercado financeiro ou na poupança; viveria uma vida bem confortável e também ajudaria instituições de caridade.

Eu investiria, abrindo uma loja, mercado ou outro meio comercial para ajudar esse valor.

Comprei um plantation 4, uma casa, um carro, uma
teclada eletrônica da Yamaha, e danço para os pobres.

Vou conhecer Nova York, pois é um sonho viajar para os Estados Unidos, compraria
um iPhone 6, roupas e tênis novos.

Abrirei uma empresa.

Investiria em imóveis e em roupas, sapatos etc...

Investimentos em imóveis, para que a dinheiro cresça cada vez mais
e também realizaria alguns sonhos de consumo.

6) O que você entende por inflação?

Aumento generalizado dos preços.

Nada, já tentei pesquisar, mas não entendi nada.

Já ouvi falar, mas não sei o que significa.

Inflação é o imposto que se paga por produtos, por exemplo,
acho que é isso.

Eu acho que são os impostos.

É o valor corroído do dinheiro. Se em uma data x preciso
de 100\$ para comprar 20kg e depois de um tempo é necessário
102\$ para 20kg a moeda teve um taxa de 2% de inflação nesse período.

na gestão governamental, onde a moeda perde o valor, causando aumento
no preço de produtos.

É o aumento dos impostos sobre as coisas ex.
(Alimentos, roupas, etc.)

É lucro que o vendedor tem sobre o produto.

Os preços aumentam cada dia
que passa.

Essa palavra não dá para falar

A palavra não dá para falar como se fosse uma palavra que não tem certeza

Uma é como se você quisesse uma coisa.

É uma taxa que faz com que o preço dos produtos aumentem.

Apenas 25% dos alunos conseguiram responder de forma satisfatória. A grande maioria disse não entender do que se tratava.

Este é um assunto fundamental para que uma pessoa seja educada financeiramente. Ainda que não se tenha muito conhecimento de Economia, a inflação é percebida no dia a dia e não levar esse fator em consideração pode desencadear um desequilíbrio financeiro. Um aumento salarial pode causar uma ilusão de ganho real ao se observar o valor absoluto, mas dependendo do índice de inflação pode significar que o salário real é menor do que o do ano anterior. Ou ainda, um investimento pode ter um rendimento de juros inferior à inflação, como aconteceu com quem investiu em caderneta de poupança no ano de 2015.

7) Já ouviu falar em taxa Selic? Sabe o que significa?

Sim. É o sistema da Banca Central onde são registradas todas as operações de débitos e créditos feitos.

Sim. Acredito que é a taxa que o governo cobra para pagar os juros dos títulos do Tesouro.

Apenas 7 alunos afirmaram já ouvir falar. Desses, somente dois explicaram o significado de forma coerente.

Da mesma forma que a inflação, a taxa básica de juros, Selic, é um importante indicador na Economia. Quando a inflação está alta o governo tenta controlá-la, freando o consumo através do aumento da taxa de juros. Quando a Economia está estagnada o governo costuma incentivar o consumo reduzindo a

taxa de juros. A Selic serve de base para as demais taxas cobradas em empréstimos, financiamentos, juros de bancos e cartões de crédito. Alguns investimentos também remuneram de acordo com a Selic. Por isso é importante analisar, de acordo com a taxa básica de juros, se é o melhor momento para fazer um financiamento, por exemplo.

8) O que você entende por cheque especial?

é uma ajuda do Banco que você pega dinheiro emprestado mas com um porém os juros são já em cima

um cheque que você pode retirar do Banco em caso de necessidade.

Um contrato de crédito pré-determinado do banco com o cliente

quando não se tem dinheiro você vai no banco e pede um cheque especial na quantidade desejada

é um certo valor que o banco libera para o uso do cliente, em caso de emergências.

Uma das piores enfiaduras que o brasileiro pode se meter. Pagar 200% de juros ao ano é surreal

Cheque especial é o nome dado, no sistema financeiro brasileiro, ao crédito automático que o banco oferece ao cliente caso seja necessário efetuar pagamentos, saques ou transferências quando não há saldo disponível. É um produto financeiro extremamente arriscado, pois cobra uma das maiores taxas de juros. Um dos perigos do cheque especial é que, ao contrário do que muitos alunos mostraram entender, fica disponível na conta para ser usado facilmente. Alguns bancos têm por hábito incluir esse valor no saldo disponível, podendo fazer com que um cliente descuidado utilize sem perceber. Apenas 18 alunos mostraram compreender do que se trata.

9) Quais as vantagens e desvantagens em ter cartão de crédito?

As vantagens é que você pode ir colocando dinheiro e usar a hora que quiser.
 as desvantagens é quando o dinheiro acaba.

Vantagem que você pode comprar tudo que quiser.

Desvantagem que você acaba tendo uma dívida horrível.

Vantagem: Você pode comprar coisas que não tem dinheiro pra comprar no hora, parcelado.

Desvantagem: Você fica preso ao cartão, e geralmente fica viciado em comprar.

Vantagem é ter controle no seu gasto e sabidez na forma de pagamento.

Desvantagem é comprar até estourar o limite.

É vantagem é que eu posso comprar coisas quando não se tem dinheiro e desvantagem é que não sempre conseguimos pagar.

É vantagem é que você pode pagar depois

desvantagem é que você fica atolado de dívida.

Vantagem - não precisa ter o dinheiro no dia para comprar suas coisas.

Desvantagem - juros altíssimos

Que tudo que você compra, você paga depois, mas esse também é um problema, pois você só vê que gastou muito quando chega o extrato, uma vantagem é também poder parcelar a compra.

É vantagem é a facilidade de compra e a desvantagem é a falta de controle ao usá-lo.

As vantagens é que pode comprar a qualquer hora, mas depois você tem que ter o dinheiro para pagar.

Vantagens: quando precisa de algo urgente ou pagar parceladamente.

Desvantagens: descontrola de uso, aumento de juros na porcentagem do cartão.

Vantagens: Você pode comprar tudo a qualquer hora.

Desvantagens: É que você compra muito sem precisar.

Os alunos demonstraram conhecimento de como funciona o cartão de crédito, elencando diversas vantagens e apontando os juros altos como a maior desvantagem. A questão importante é que o cartão representa um crédito e não o dinheiro em sim. Por isso é necessário muito controle e planejamento ao utilizá-lo, pois o que é uma aparente vantagem pode ser um caminho facilitador para dívidas exorbitantes. Como visto anteriormente, alguns bancos cobram atualmente, mais de 500% de juros ao ano, ao atrasar o pagamento da fatura.

10) A Caderneta de Poupança é o investimento mais popular no Brasil. Além dela, você já ouviu falar de outros investimentos? Quais?

sem, bolsa de valores.

Com parte, não é um investimento certo, porém, é o investimento em imóveis

Sim. Tesouro direto, CDI, LCA, LCI, ações e previdência privada.

Investir em empresas privadas, moedas estrangeiras, ouro, petróleo e etc.

Só ouvir falar na caderneta

Apenas 12 alunos souberam citar algum outro investimento além da poupança.

- 11) Em juros compostos, dois aumentos consecutivos de 10% representam um único aumento de 20%? Por quê?

não, juros compostos são juros sobre juros.

Não: porque são juros simples.

porque 10 mais 10 é 20, ou seja se aumentarem 10.1 + 10.1 vai dar 20.

porque no segundo ano o 10% da taxa anterior.

Não. Porque $(x + x \cdot 0,1) + x \cdot 0,1 \neq x \cdot 0,2$

NÃO, O SEGUNDO AUMENTO DE 10% SERIA CORRESPONDENTE AO AUMENTO DO MÊS ANTERIOR

O intuito desta pergunta era observar se o aluno entende o conceito de juros compostos e consegue diferenciar de juros simples. Um dado relevante é que, mesmo no segundo ano do Ensino Médio, somente 9 alunos souberam responder e justificar corretamente.

- 12) O que você imagina que seja "Independência Financeira"?

Um objetivo de vida que tanto investidores buscam:

É não ter seu próprio dinheiro, trabalho, ser independente ou seja: não depende dos seus pais.

Investido que seria o fim da necessidade de trabalhar, apenas gerências a sua própria de grande futuro.

Independência própria, não precisa sacrificar seu tempo para manter seu estilo de vida.

não depender de ninguém para pagar muitas contas.

Poucos souberam responder, entretanto este fato já era esperado. Essa pergunta tinha como finalidade despertar a curiosidade para comentar sobre o conceito na aula seguinte.



Figura 5: Atividade com os alunos

5.2 Consumismo, dívidas e investimentos

Terminado o questionário, os alunos foram convidados a assistir um vídeo de 6 minutos de duração intitulado “O alto preço do materialismo”. Uma animação que alerta sobre os valores encorajados pela sociedade de consumo.

Ao ser abordado o consumismo, destacou-se a grande influência das propagandas, as compras por compulsão e por impulso ou o consumo com o intuito de buscar uma aceitação na sociedade ou em determinado grupo. Os alunos demonstraram fácil compreensão deste tema, inclusive se identificando em determinadas situações.

Após o vídeo foi feita uma apresentação no PowerPoint, objetivando a compreensão por parte dos alunos da necessidade de se educar financeiramente. O foco da apresentação era mostrar a proporção tomada por dívidas e investimentos ao longo do tempo. Foram ressaltados os seguintes tópicos: dívidas, investimentos e juros.

Em relação as dívidas, foi comentado que em alguns momentos torna-se necessário contrair dívidas, mas a falta de planejamento financeiro pode fazer com que elas sejam constantes. Foi explicada a diferença entre dívida e inadimplência. Exemplificando uma situação em que o consumidor calcula que a parcela cabe no orçamento mensal e se compromete com uma dívida por um longo período, podendo ocorrer algum imprevisto ao longo do tempo fazendo com que o consumidor tenha dificuldades em honrar as prestações.

Foi mostrado aos alunos uma tabela com os juros praticados no cheque especial e rotativo do cartão de crédito pelos principais bancos em atividade no Brasil.

Tabela 1: Juros praticados pelos bancos mais populares no Brasil

BANCO	CHEQUE ESPECIAL	CARTÃO DE CRÉDITO
BANCO DO BRASIL	206,78% a.a	283,09% a.a
ITAÚ	229,96% a.a	630,77% a.a
CAIXA	207,15% a.a	136,86% a.a
BRADESCO	249,61% a.a	491,46% a.a
SANTANDER	335,34% a.a	503,65% a.a

Fonte: site do Banco Central, acesso em setembro de 2015.

A informação das taxas de juros causou espanto nas turmas, com alguns alunos pedindo para fotografar o slide para mostrar aos pais. Um dado a ser observado é que todos esses valores estão ainda maiores atualmente devido ao aumento da taxa básica de juros. Ainda de acordo com informações no site do Banco Central, em junho de 2016 o Banco Santander já cobra juros de 448,21% ao

ano no cheque especial e o Banco Itaú cobra juros de 631,30% ao ano no rotativo do cartão de crédito.

Na sequência foi falado sobre a importância de poupar. Elencando motivos como fundos de emergência para eventuais imprevistos, realizar compras de valor superior a própria renda, evitar desperdícios e gastos desnecessários, realizar sonhos de consumo, maior liberdade para tomar decisões sobre a carreira e emprego, garantir uma aposentadoria tranquila e evitar pagar juros de dívidas.

O tema seguinte foi sobre porque investir. Sendo enfatizados os componentes de um investimento, como rentabilidade, tempo e capital investido. Investir é uma forma de direcionar o que é poupado a uma aplicação que rende juros ou outra forma de remuneração. Deste modo, o dinheiro poupado trabalha para gerar um montante ainda maior. Porém, antes de começar a investir é necessário que a pessoa conheça seus objetivos, a liquidez e o tipo de risco envolvido em cada investimento. Também é importante ter conhecimento de assuntos da Economia como índice de inflação e taxa básica de juros.

5.3 Os componentes essenciais de um investimento

Tabela 2: A diferença ao se multiplicar por 10 cada um dos componentes de um investimento: valor aplicado, tempo e rentabilidade.

VALOR APLICADO	TEMPO (ANOS)	RENTABILIDADE	TOTAL	PROPORÇÃO
R\$ 5.000,00	2	15%	R\$ 6.612,50	1,32
R\$ 5.000,00	2	150%	R\$ 31.250,00	6,25
R\$ 50.000,00	2	15%	R\$ 66.125,00	13,22
R\$ 5.000,00	20	15%	R\$ 81.832,69	16,36

No regime de juros simples, ao se multiplicar qualquer um dos fatores, como valor aplicado, tempo ou taxa de juros por um mesmo valor, o rendimento também será multiplicado por esse valor. Já no regime de juros compostos, a proporção do rendimento é alterada de acordo com o fator que é multiplicado, como visto na tabela.

É importante destacar que uma taxa de juros anual de 15% é difícil de encontrar em aplicações de renda fixa e que para valores diferentes de rentabilidade

nem sempre o tempo seria o componente mais vantajoso. De toda forma o ponto que merece destaque é que apesar de termos a ilusão de que um grande capital investido ou uma alta taxa de juros da aplicação serão a principal influência na rentabilidade, o exemplo mostrou que o tempo de investimento tem uma grande relevância em juros compostos.

5.4 Pequenas variações nas taxas de juros

Como mostrado anteriormente, existem diferentes tipos de investimento que uma pessoa pode optar. Geralmente são pequenas as diferenças nas rentabilidades de investimentos de renda fixa. O que pode fazer com que a pessoa opte pelo mais cômodo e popular. Entretanto, o exemplo que se segue, mostra como pequenas variações na taxa de juros podem ter uma diferença significativa no decorrer do tempo. Fato similar serve para mostrar a proporção que uma dívida pode tomar com uma pequena elevação na taxa de juros.

Tabela 3: Depósitos anuais de R\$ 5.000,00 a diferentes taxas:

	8%	10%	12%
5 ANOS	R\$ 29.333,00	R\$ 30.525,50	R\$ 31.764,24
10 ANOS	R\$ 72.432,81	R\$ 79.687,12	R\$ 87.743,67
20 ANOS	R\$ 228.809,82	R\$ 286.374,00	R\$ 360.262,21
30 ANOS	R\$ 566.416,06	R\$ 822.470,11	R\$ 1.206.663,42

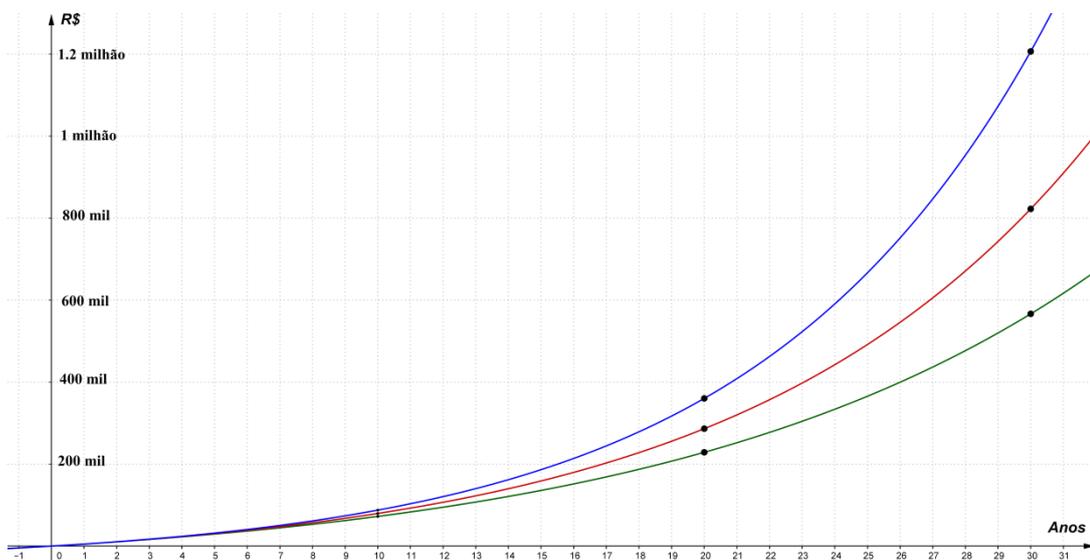


Figura 6: Ilustração gráfica do exemplo anterior

A imagem mostra o gráfico das funções exponenciais $f(x) = 5000 \frac{q^x - 1}{q - 1}$. Onde q assume os valores 1,08 ; 1,10 e 1,12 e x é o tempo decorrido. O gráfico não corresponde exatamente ao exemplo anterior, pois é uma função contínua, enquanto o exemplo dado é discreto. Entretanto, ele serve para facilitar a compreensão, pois os valores das séries uniformes serão pontos contidos nas curvas. Nos primeiros anos a diferença é quase imperceptível, mas, com o passar do tempo, se distanciam cada vez mais.

5.5 A relevância de começar a investir cedo

Ana e Beatriz, 25 anos, são irmãs gêmeas que trabalham em uma mesma empresa. Estão pensando em investir, visando à aposentadoria daqui a 35 anos. Ana decidiu poupar agora R\$ 2.000,00 por ano durante 10 anos. Beatriz preferiu adiar o início da poupança, começando-a só daqui a 10 anos, quando estiver com 35 anos. Elas conseguem obter uma taxa de anual de 8%. Veja os resultados:

Tabela 4: Começar a investir cedo faz diferença

	Período em que poupará	Tempo total de contribuição	Total poupado	Valor final aos 60 anos
ANA	25 a 35 anos de idade	10 anos	R\$ 20.000,00	R\$ 198.421,72
BEATRIZ	35 a 60 anos de idade	25 anos	R\$ 50.000,00	R\$ 146.211,88

FONTE: AUTOR

Ainda que Beatriz tenha poupado duas vezes e meia o valor de Ana, o total acumulado foi inferior ao da irmã. Mostrando que o tempo foi fundamental para que os juros compostos trabalhassem para o crescimento do montante.

Quando Beatriz fez o primeiro depósito, Ana já tinha acumulado um total de R\$ 28.973,12 que logo no ano seguinte rendeu R\$ 2.317,85 de juros, valor superior aos R\$ 2.000,00 que seriam investidos por ano.

Esse exemplo despertou grande interesse por parte dos alunos, ainda que se fizesse necessário lembrá-los mais uma vez da inflação, pois os valores finais dados no exemplo não teriam o mesmo poder de compra dos dias atuais.

5.6 Situações- problema trabalhados em sala de aula

O segundo dia de aula foi destinado a tirar dúvidas referentes à apresentação da aula anterior e a resolver problemas matemáticos que contextualizassem os temas abordados. As atividades foram feitas em duplas e os alunos foram orientados a utilizar a calculadora científica do aparelho celular.



Figura 7: Atividade com os alunos

Exercício 1: Atualmente a poupança está rendendo aproximadamente 8% ao ano. Mantendo essa taxa de juros constantes, qual será o montante após 10 anos, ao ser aplicado R\$ 100,00?

Neste problema, alguns alunos reconheceram que deveria ser usada a fórmula de juros compostos. Foi mostrado também que o problema poderia ser

entendido como uma P.G como o termo inicial igual a 100 e razão igual a 1,08. Assim, temos:

$$\text{Montante após 10 anos} = 100.(1,08)^{10} = \text{R\$ } 215,89$$

Exercício 2: O Banco Santander cobra aproximadamente 13% de juros ao mês no cheque especial. Qual será o valor final de uma dívida inicial de R\$ 100,00 no cheque especial após 1 ano?

Esse exercício utiliza o mesmo raciocínio da questão anterior com a diferença de que neste caso a taxa de juros é mensal, sendo necessário fazer a conversão do tempo para meses.

$$\text{Total da dívida após 1 ano} = 100.(1,13)^{12} = \text{R\$ } 433,45$$

Exercício 3: Quanto tempo será necessário para que uma aplicação na poupança tenha o mesmo valor de uma dívida de um ano no cheque especial?

Ao observar a resposta do primeiro e do segundo problema, o aluno perceberia que 10 anos de aplicação na poupança não seria suficiente para cobrir sequer 1 ano de dívida no cheque especial.

Para resolver este problema foi lembrado aos alunos o conceito de logaritmo e com o auxílio da calculadora científica do celular eles chegaram ao resultado:

$$100.(1,08)^x = \text{R\$ } 433,45$$

$$(1,08)^x = 4,3345$$

$$x = \frac{\log 4,3345}{\log 1,08} \cong 19,05$$

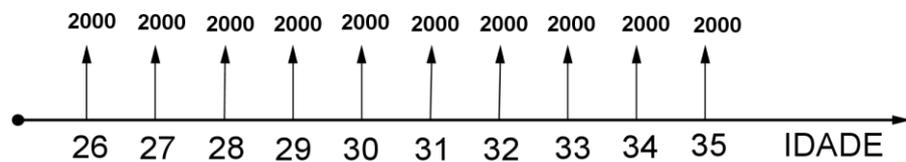
O tempo necessário para que um investimento na caderneta de poupança alcançasse o mesmo valor de uma dívida de 1 ano no cheque especial seria pouco mais de 19 anos, mais precisamente 19 anos e 1 mês.

Exercício 4: Considerando o exemplo das irmãs Ana e Beatriz, qual seria o total acumulado por cada uma se a rentabilidade do investimento fosse de 12% ao ano?

Relembrando o caso das irmãs gêmeas que decidiram investir R\$2.000,00 por ano. Ana começou a poupar dos 25 anos aos 35 anos, já Beatriz começou aos 35 anos e contribuiu até os 60 anos de idade.

Para evitar confusão na resolução deste problema é importante esclarecer que Ana começou a poupar aos 25 anos, mas o primeiro depósito foi aos 26 anos e o último aos 35, totalizando 10 depósitos. Enquanto que o primeiro depósito de Beatriz foi aos 36 anos e o último aos 60, num total de 25 depósitos.

O objetivo é descobrir o total acumulado por cada uma delas quando estiverem com 60 anos. Este é um problema de matemática financeira que habitualmente é resolvido usando a fórmula de séries uniformes de pagamentos. Como é um assunto desconhecido pelos alunos, ele foi resolvido apenas citando progressões geométricas. Vejamos primeiramente o caso de Ana:



Levando todos os pagamentos para a época de 35 anos, teremos:

$$2000 \cdot (1,12)^9 + 2000 \cdot (1,12)^8 + 2000 \cdot (1,12)^7 + \dots + 2000 \cdot (1,12)^2 + 2000 \cdot (1,12) + 2000$$

Isto é a soma dos termos de uma progressão geométrica com termo inicial igual a 2000 e razão igual a 1,12.

Após deduzir a fórmula da soma dos termos de uma P.G com os alunos, eles puderam calcular o total acumulado por Ana aos 35 anos de idade:

$$\text{Total acumulado aos 35 anos: } 2000 \frac{1,12^{10} - 1}{1,12 - 1} = \text{R\$ } 35.097,47$$

A partir de 36 anos de idade, Ana não fará mais nenhum depósito, mas deixará o dinheiro investido. Ao completar 60 anos, ela possuirá:

$$\text{Total acumulado aos 60 anos: } 35.097,47 \cdot (1,12)^{25} = \text{R\$ } 596.659,25$$

No caso de Beatriz devemos levar todos os 25 pagamentos para a época de 60 anos:

$$2000 \cdot (1,12)^{24} + 2000 \cdot (1,12)^{23} + 2000 \cdot (1,12)^{22} + \dots + 2000 \cdot (1,12)^2 + 2000 \cdot (1,12) + 2000$$

Novamente fazendo a soma dos termos da P.G:

$$\text{Total acumulado aos 60 anos de idade: } 2000 \frac{1,12^{25} - 1}{1,12 - 1} = \text{R\$ } 266.667,74$$

A atividade realizada pôde ser considerada satisfatória, em geral os alunos demonstraram interesse nos assuntos desenvolvidos. O objetivo dos dois primeiros exercícios era fazer com que o aluno notasse como são extremamente altos os juros

cobrados em dívidas, principalmente se comparados aos juros remunerados em investimentos. Ainda que o jovem considere desestimulante o rendimento em aplicações de renda fixa, ao analisar esses valores ele percebe o quanto pode perder ao contrair dívidas. O terceiro exercício buscava mostrar uma aplicação de logaritmos, um conteúdo que geralmente é considerado difícil, mas quando o conceito é bem compreendido, facilita a realização de alguns cálculos. O último exercício objetivava trabalhar aplicações de P.G, fazendo com que os alunos percebessem a diferença ao começar a investir cedo.

6. CONCLUSÃO

Independente da condição financeira de cada cidadão, constantemente é preciso ponderar sobre a utilização do dinheiro. O tema é presente na vida de todos, mas em geral é negligenciado na educação escolar. É importante esclarecer que dar valor ao dinheiro e refletir sobre o assunto não significa incentivar o materialismo ou a avareza, pelo contrário, ao ter controle sobre gastos e consumo o indivíduo pode priorizar outras áreas da vida e tomar decisões em que o aumento da renda não seja o fator preponderante.

O tratamento da educação financeira em conteúdos matemáticos permite ainda uma aproximação da Matemática com os conteúdos de áreas humanas, como Geografia e História. Principalmente ao tratar de temas como trabalho, consumo e indicadores econômicos, especialmente as suas interpretações. Questões relacionadas ao meio ambiente também são pertinentes à educação financeira, pois o desperdício e o consumo desenfreado contribuem para o esgotamento de recursos naturais, a poluição e a produção cada vez maior de lixo.

O estímulo da abstração no ensino de Matemática é essencial para a autonomia e o desenvolvimento do aluno, porém, antes que um aluno da educação básica alcance um grau desejável de abstração é importante que os conteúdos apresentados sejam contextualizados. A Matemática Financeira é uma das possibilidades de contextualização. É necessário ressaltar que assuntos de ordem financeira podem ser trabalhados em diversos momentos, tanto no ensino médio quanto no fundamental, e não apenas como um conteúdo específico de determinado ano de escolaridade. Na verdade, isto é até desejável.

O perfil imediatista dos jovens, combinado com a falta de informação e a facilidade de crédito faz com que eles se tornem mais propensos a contrair dívidas, por vezes desnecessárias, podendo apresentar dificuldades em administrar as finanças pessoais logo no começo da vida adulta. Na experiência com os alunos, muitos se mostraram surpresos ao perceber o quanto são altos os juros cobrados em dívidas do cheque especial e rotativo do cartão de crédito. Ao mostrar os valores assumidos por uma dívida no cheque especial ao longo do tempo como pontos do gráfico de uma função exponencial eles puderam constatar o quão rápido se dá o crescimento.

Além de alertá-los para os cuidados necessários ao assumir dívidas, outro ponto importante na conscientização dos jovens é que o tempo é um fator fundamental para criar um patrimônio. Mesmo ao poupar pequenas quantias desde cedo, o rendimento de um investimento no regime de juros compostos torna-se maior, no decorrer do tempo, do que o próprio valor depositado. Ainda que o jovem acredite que terá dificuldades em investir parte de sua renda é importante que ele se conscientize de que ao comprometer a totalidade do seu salário pode fazer com que atrase o pagamento de dívidas. Na hipótese de algum imprevisto, implicará em um gasto maior do que o necessário com pagamento de juros, impedindo-o de adquirir outros bens.

Na atividade realizada com os alunos foi possível trabalhar questões que utilizavam os conceitos de vários conteúdos matemáticos tais como: porcentagem, ao utilizar taxas de juros; potências, ao efetuar cálculos de juros compostos; logaritmos, para descobrir o tempo necessário para um investimento atingir determinado valor; funções exponenciais, ao mostrar o comportamento de dívidas e investimentos ao longo do tempo e progressão geométrica, quando associadas com a fórmula de juros e com séries uniformes de pagamentos e análise de gráficos.

O tratamento da educação financeira na educação básica ganha importância por dois aspectos: ao contribuir para a formação da cidadania e, em alguns casos, facilitar a compreensão determinados conceitos matemáticos pelos alunos.

REFERÊNCIAS

- [1] BANCO CENTRAL. **Taxa de juros de operações de créditos**. Disponível em: < <http://www.bcb.gov.br/pt-br/#!/c/txjuros/>>. Acesso em 03 de set. 2015.
- [2] BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.
- [3] BRASIL/CONEF. **Educação financeira nas escolas: Ensino Médio**. 1ª ed. Brasília: CONEF, 2013.
- [4] BRASIL/MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- [5] BRASIL/MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Parte I Bases Legais**. Brasília: MEC, 2000.
- [6] BRASIL/MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Parte III Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2000.
- [7] BRASIL/MEC. **Base Nacional Curricular Comum – Textos introdutórios: Área de Matemática**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#!/site/conhecaDisciplina?disciplina=AC_MA_T&tipoEnsino=TE_EF>. Acesso em 10 de mar. 2016.
- [8] DANA, Samy; LONGUINI, Miguel. **Em busca do tesouro direto: um guia para investir em títulos públicos**. 2ª ed. São Paulo: Benvirá, 2015.
- [9] HALFELD, Mauro. **Investimentos: Como administrar melhor seu dinheiro**. 3ª ed. São Paulo: Fundamento, 2008.
- [10] INEP. **O que é o Pisa**. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/c/journal/view_article_content?groupId=10157&articleId=15467&version=1.0>. Acesso em 10 de mar. 2016.
- [11] MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo; ZANI, Sheila C. **Progressões e Matemática Financeira**. 6ª ed. Rio de Janeiro : SBM, 2015.
- [12] SAYAD, João. **Dinheiro, dinheiro: inflação, desemprego, crises financeiras e bancos**. 1ª ed. São Paulo: Porfolio Penguin, 2015.
- [13] SERASA EXPERIAN. **Inadimplência atinge 9,4 milhões de jovens no Brasil, revela estudo inédito da Serasa Experian**. Disponível em: <<http://noticias.serasaexperian.com.br/inadimplencia-atinge-94-milhoes-de-jovens-no-brasil-revela-estudo-inedito-da-serasa-experian/>>. Acesso em 05 de jun. 2016.
- [14] VERSIGNASSI, Alexandre. **Crash: uma breve história da economia – da Grécia Antiga ao século XXI**. 2ª ed. São Paulo: LeYa, 2015.