



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL

**JOAILDO MAIA**

**O ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS  
ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA**

CAICÓ - RN  
2013

JOAILDO MAIA

# O ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA

Trabalho apresentado ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Área de Concentração: Ensino da Matemática

Orientador:  
Prof. Dr. Marcelo Gomes Pereira

CAICÓ - RN  
2013

Catálogo da Publicação na Fonte

Universidade Federal do Rio Grande do Norte.  
Centro de Ensino Superior do Seridó.  
Biblioteca Setorial Professora Maria Lúcia Bezerra da Costa – Caicó

Maia, Joaildo.

O ensino de funções trigonométricas através do software geogebra / Joaildo Maia. – Caicó, 2013.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Gomes Pereira.

Dissertação (Mestre em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ensino Superior do Seridó. Centro de Ciências Exatas e da Terra. Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional.

1. Matemática - ensino. 2. Funções trigonométricas. 3. Geogebra - software. I. Pereira, Marcelo Gomes. II. Título.

UFRN/CERES/BS CAICÓ

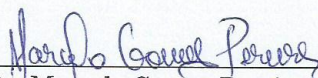
CDU: 51:37

JOAILDO MAIA

O Ensino de Funções Trigonométricas através do  
Software Geogebra.

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Matemática e aprovado em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, do Centro de Ciências Exatas e da Terra, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Banca Examinadora



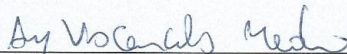
---

Prof. Dr. Marcelo Gomes Pereira - UFRN



---

Prof. Dr. Adriano Thiago Lopes Bernardino – UFRN



---

Prof. Dr. Ary Vasconcelos Medino – UnB

Abril de 2013

# Agradecimentos

A Deus, por fazer parte de minha vida e estar sempre presente em todos os momentos.

Ao professor Dr. Marcelo Gomes Pereira por sua orientação durante a realização deste trabalho, como também por sua dedicação e empenho enquanto nosso professor.

Aos professores do curso, com os quais aperfeiçoamos nossos conhecimentos: Marcelo, Thiago, André, Kelly, Fágner, Désio e Deilson.

A professora Viviane, coordenadora do curso, por seu carinho e compromisso na busca de respostas aos nossos questionamentos.

Aos colegas do Mestrado, com quem convivemos durante o curso e, em particular, aos colegas Clésio e Naciara por ter feito parte atuante do grupo de discussões.

Aos familiares e amigos pelo carinho e apoio.

Aos meus colegas de trabalho pela força e, em especial, Débora Faria (pedagoga) e Maria José (Professora), pela ajuda no desenvolvimento deste trabalho.

Aos alunos do 2º Ano do Curso Técnico de Nível Médio em Eletrotécnica na forma integrada do IFRN – Campus Caicó, pela colaboração no desenvolvimento das atividades.

# Resumo

Nesse trabalho, buscou-se suprir as deficiências enfrentadas por boa parte dos alunos quando eram estudadas as funções trigonométricas seno e co-seno. Para isso, propôs-se a utilização do software Geogebra na realização de uma sequência de atividades sobre o conteúdo abordado. A pesquisa teve uma abordagem qualitativa, baseada em observações das atividades realizadas pelos alunos do 2º Ano do Ensino Médio do IFRN – Campus Caicó. As atividades possibilitaram verificar algumas dificuldades encontradas pelos alunos, assim como a interação existente entre eles durante a realização das tarefas. Os resultados obtidos foram satisfatórios, pois indicam que a utilização do software contribuiu para uma melhor compreensão desses conceitos matemáticos estudados.

**Palavras-chave:** Matemática. Funções trigonométricas. Geogebra.

# Abstract

In this study, we sought to address the weaknesses faced by most students when they were studying trigonometric functions sine and cosine. For this, we proposed the use of software Geogebra in performing a sequence of activities about the content covered. The research was a qualitative approach based on observations of the activities performed by the students of 2nd year of high school IFRN - Campus Caicó. The activities enabled check some difficulties encountered by students, well as the interaction between them during the tasks. The results were satisfactory, since they indicate that the use of software contributed to a better understanding of these mathematical concepts studied.

**Keywords:** Mathematics. Trigonometric functions. Geogebra.

# Lista de Figuras

1	Gráficos das funções $f$ e $g$ . . . . .	10
2	Construção do ciclo trigonométrico pelo professor . . . . .	12
3	Alunos realizando as atividades . . . . .	13
4	Atividade realizada por um dos grupos . . . . .	14
5	Gráfico da função $f$ . . . . .	17
6	Gráfico da função $g$ . . . . .	18
7	Gráfico da função $g'$ . . . . .	18
8	Gráfico da função $h$ . . . . .	19



# Sumário

<b>1.Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2.Descrição das Atividades Aplicadas em Sala de Aula</b>	<b>5</b>
2.1.Justificativa e Objetivo . . . . .	5
2.2.Descrição do Percuro Teórico e Prático: Funções Trigonométricas seno e co-seno . . . . .	7
2.3.Fundamentação Teórica para Descrição das Atividades Prática . . . . .	8
<b>3.Metodologia</b>	<b>20</b>
<b>4.Considerações Finais</b>	<b>22</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>24</b>
<b>Anexos</b>	<b>27</b>

# 1 Introdução

O ensino da Matemática, ao longo de sua história, vem passando por grandes mudanças no tocante à forma como se concebe o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Acredita-se que tais mudanças tenham ocorrido devido à necessidade de aproximar cada vez mais esse ensino da realidade dos mesmos. Percebe-se a aproximação do ensino da Matemática com a realidade dos alunos na medida em que, através de sua aplicação prática, pode-se analisar e resolver situações problema relacionadas à sua vida cotidiana. Ainda, esse ensino possibilita desenvolver nossas capacidades intelectuais e estruturar o raciocínio lógico matemático.

A trigonometria, enquanto um componente curricular do ensino de Matemática pode ser aplicada a outros campos do conhecimento, como no estudo da Acústica, da Medicina, da Música, da Engenharia, entre outras, possibilitando suas aplicações práticas quando relacionada ao estudo de fenômenos periódicos.

Em relação à metodologia para abordar problemas da realidade e transformá-los em problemas matemáticos através da experiência e da criatividade pode-se fazer uso da modelagem. Contudo, a modelagem nem sempre foi concebida enquanto metodologia para o estudo dos fenômenos periódicos relacionados às funções trigonométricas.

Já o estudo da Trigonometria, foi desenvolvido inicialmente pelos povos egípcios e babilônios por volta do século IV ou V a. C. Por meio desse estudo, então, buscou-se uma forma de ajudar a resolver problemas práticos de navegação, de agrimensura e da astronomia.

De acordo com Giovanni (1994), foi na Grécia que a trigonometria teve sua grande ascensão, pois se sabe que o famoso astrônomo grego Hiparco (190 a.C - 125 a.C) foi quem empregou pela primeira vez relações entre os elementos do triângulo (lados e

ângulos).

Baseado em Rooney (2012), apesar de não haver recursos técnicos que possibilitassem um avanço científico, Hiparco foi o primeiro matemático a construir uma tabela trigonométrica. Ele compilou tabelas das funções trigonométricas para o qual desenvolveu um sistema que permitiu calcular ângulos a partir de cordas de triângulos inscritos em um círculo.

Atualmente, o mundo vive um momento em que o avanço tecnológico está cada vez mais presente na vida dos cidadãos, tornando-se um instrumento essencial de trabalho. Por isso, não se pode pensar em uma educação sem fazer uso de tais recursos.

Acredita-se que a educação aliada à tecnologia proporciona ao aluno uma nova maneira de aprendizagem e ao professor uma nova metodologia de ensino. O uso do computador como uma ferramenta didática torna a aula mais dinâmica, pois insere o aluno no processo de ensino e aprendizagem de forma autônoma, já que é por meio do computador que existe a possibilidade de interação através do reforço da aprendizagem, do despertar da curiosidade, do incentivo à criatividade e à formulação de conceitos matemáticos.

Baseado no que afirma Valente (1999), a atividade de uso do computador pode ser feita tanto para continuar transmitindo a informação para o aluno, quanto para reforçar o processo de instrução deste, criando condições para a construção do seu conhecimento.

Assim, a abordagem que usa o computador como meio para transmitir a informação ao aluno quebra a dinâmica tradicional do ensino da matemática, pois o computador passa a ser visto como um veículo que além de informatizar as salas da escola, também poderá ser utilizado como suporte metodológico nas aulas de matemática.

Ainda, enquanto tecnologia da informação e ferramenta didática de ensino, o computador pode auxiliar o professor na transmissão dos conteúdos matemáticos e contribuir para que os alunos construam seus próprios conceitos matemáticos de forma autônoma.

A esse respeito, D'Ambrósio (1999, p. 12) afirma que “a utilização do computador no ensino de Matemática possibilita ao aluno a autoconfiança para criar e resolver situações matemáticas, desenvolvendo a autonomia.”

Já na visão Mercado (2002, p. 30)

um professor consciente e crítico é capaz de compreender a influência da tecnologia no mundo moderno e é capaz de colocá-la a serviço da educação e da formação de seus alunos, articulando as diversas dimensões de sua prática docente, no papel de um agente de mudança.

Nesse sentido, os softwares matemáticos podem ser grandes aliados nas aulas de Matemática, mas é necessário um bom planejamento do professor para que os mesmos se tornem um importante aliado no processo de ensino e aprendizagem e que o aluno tenha clareza de que a sua utilização é importante dentro do processo de aprendizagem.

Dentre os vários softwares matemáticos existentes, destaca-se o Geogebra que foi um software criado por Markus Horhenwarter da Universidade de Salzburg para a educação matemática nas escolas, cujo conteúdo reúne Geometria, Álgebra e Cálculo, sendo empregado no ensino e aprendizagem de Matemática em qualquer nível ou modalidade de ensino e possui uma interface de fácil acesso. Por ser um software de geometria dinâmica, o Geogebra possibilita realizar construções com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, gráficos de funções e curvas parametrizadas, permitindo suas modificações. Por outro lado, permite inserir equações e coordenadas.

A interface do Geogebra é formada por uma janela gráfica dividida em uma área de trabalho (janela gráfica), uma janela de álgebra e um campo de entrada de texto. Na janela gráfica existe um sistema de eixos cartesianos, permitindo ao usuário fazer construções geométricas com o mouse, utilizando os ícones da barra de ferramentas. Ao mesmo tempo, as coordenadas e equações são visualizadas na janela de álgebra. Já o campo de entrada de texto serve para escrever coordenadas, equações, comandos e funções; sendo esses, mostrados na área de trabalho após pressionar a tecla *enter*.

o Geogebra é um programa bastante intuitivo e autoexplicativo, adequado a usuário com conhecimentos avançados em informática ou para iniciantes, sendo que o conhecimento matemático é o ponto fundamental de sua utilização. Por ser um software livre há colaboração de vários programadores inclusive brasileiros os quais disponibilizaram uma versão totalmente em português, o que facilita muito sua utilização em nosso país (PETLA, 2008, p. 21).

Através do software Geogebra foi possível a manipulação de recursos disponíveis,

entre os quais, mover objetos na tela e alterar o período e o conjunto imagem das funções estudadas, possibilitando ao aluno ser agente do seu próprio conhecimento, sendo capaz de formular conceitos matemáticos, dinamizando assim, o processo de ensino da Matemática. Essa dinamização foi proposta no estudo das funções trigonométricas (seno e co-seno), a qual permitiu a construção de gráficos e o uso de atividades, as quais serão detalhadas no desenvolvimento do presente relatório.

Portanto, a intenção do referido trabalho foi mostrar que é possível ensinar e aprender as funções seno e co-seno aliadas ao uso do computador com o auxílio do software Geogebra como ferramenta de apoio, oportunizando ao aluno criar, explorar propriedades a partir de uma sequência de passos até chegar ao gráfico da função pedida, contribuindo para uma compreensão da Matemática que seja significativa e aplicável em suas vidas cotidianas.

O referido relatório está dividido em três partes. No primeiro momento, será feita uma descrição das atividades aplicadas em sala de aula, abordando a justificativa e objetivo; em seguida, será a vez de descrever o processo teórico e prático das funções seno e co-seno, no qual temos a fundamentação teórica e a descrição das atividades desenvolvidas em sala de aula, através da explanação de cada uma delas, contendo os objetivos e o relato dos resultados obtidos. Na segunda parte, temos a metodologia utilizada no presente trabalho e por fim, na terceira parte temos as considerações finais.

# 2 Descrição das Atividades Aplicadas em Sala de Aula

## 2.1 Justificativa e Objetivo

Ao longo de muitos anos atuando como professor de Matemática no Ensino Médio sentiam-se as dificuldades dos estudantes na aprendizagem dos conceitos da trigonometria e, em particular, na construção dos gráficos das funções seno e co-seno. É que as abordagens feitas pelos livros didáticos, as quais são repassadas por grande parte dos professores apresentam-se de modo mecânico, sem questionamentos de sua aplicação na vida diária.

Estudos sobre o ensino da trigonometria apontam uma grande deficiência dos alunos no tocante aos conceitos básicos, como as definições de seno, co-seno e tangente, redução de arcos ao primeiro quadrante, entre outros. Acredita-se que tal deficiência seja atribuída a falta de conhecimentos prévios ou por ser ensinado de modo abstrato sem nenhuma aplicação prática, baseado apenas na transmissão de fórmulas e regras, não apresentando nenhum significado para a maioria dos alunos. De acordo com os PCN+ (2002), apesar de sua importância o ensino da trigonometria é apresentado desconectado das aplicações, dando bastante ênfase ao cálculo algébrico de identidades e equações em detrimento de aspectos importantes das funções trigonométricas e análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater as funções seno, co-seno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do ciclo trigonométrico.

Por isso, sentiu-se a necessidade de desenvolver uma pesquisa a qual abordasse de maneira significativa as funções trigonométricas partindo de situações das quais o aluno pudesse participar da construção desse conhecimento; tentando assim, desfazer a antipatia que boa parte dos estudantes tem pelo ensino da Matemática, e de modo especial, pelas funções trigonométricas.

Com o objetivo de oferecer aos alunos alternativas para superar essas dificuldades e desenvolver estratégias de resolução para as diversas situações encontradas, sugere-se o uso de novos recursos didáticos na transmissão desses conteúdos. Nos últimos anos, o uso das tecnologias digitais nas aulas de Matemática tem sido alvo de grandes debates sobre os efeitos causados na aprendizagem, os quais não se restringem apenas ao Brasil, mas a diversos países que utilizam recursos computacionais nas escolas. Nos dias atuais, não se pode fugir de tais recursos, pois os mesmos estão cada vez mais presentes em nossas vidas e o ensino não pode se desvincular desta realidade. Cabe ao professor criar condições favoráveis para o seu uso, de modo que seus efeitos sejam benéficos para o processo de ensino e aprendizagem.

Nesse sentido, é interessante o professor buscar novas alternativas de ensino e criar condições nas quais o aluno possa interagir dentro do processo de ensino aprendizagem, além de desenvolver outros conhecimentos e habilidades.

Nessa perspectiva, a utilização dos recursos computacionais na sala de aula, como ambientes de geometria dinâmica, fornecem uma representação gráfica e possibilitam ao aluno uma aprendizagem interativa e serve de instrumento para formar conceitos geométricos, como também, para desenvolver o raciocínio matemático dedutivo. Portanto, dentro desse contexto, esse estudo tem o seguinte objeto de pesquisa:

A utilização do software Geogebra como uma possibilidade de tornar o ensino das funções trigonométricas seno e co-seno significativo para o aluno por meio de uma sequência de atividades didáticas.

Dessa forma, espera-se que este trabalho sirva de base para que muitos professores reflitam sobre sua prática docente e acompanhem os avanços tecnológicos, trabalhem com novas metodologias de ensino, no sentido de tornar suas aulas mais atrativas e bastante prazerosas para os alunos.

Portanto, pretende-se construir gráficos das funções  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  do tipo  $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$  ou  $f(x) = a + b.\text{cos}(cx + d)$ , tendo por base o gráfico da função  $f'(x) = \text{sen}x$  ou  $f'(x) = \text{cos}x$ , utilizando uma sequência de passos até chegar ao gráfico da função desejada.

## 2.2 Descrição do Percorso Teórico e Prático: Funções Trigonométricas seno e co-seno

Tendo em vista a limitação e o desinteresse que boa parte dos estudantes tem na aprendizagem dos conceitos matemáticos, acredita-se que uma parcela desse desestímulo seja atribuída ao modo como os conteúdos são repassados aos alunos em sala de aula. Daí, surge a necessidade de se buscar novos recursos didáticos que possam ser utilizados nas aulas de Matemática possibilitando-lhes uma aprendizagem onde o aluno se sinta componente do processo.

Frente a isso, propõe-se a introdução das tecnologias digitais no ensino das funções trigonométricas, a fim de renovar um ensino meramente expositivo, proporcionando aos alunos a possibilidade de tornarem-se agentes do seu próprio conhecimento, uma vez que o uso do computador é indispensável para a vida cotidiana dos cidadãos e a escola não pode fugir dessa realidade.

É válido citar que as atividades foram desenvolvidas em uma turma de 2º ano do Curso Técnico de Nível Médio em Eletrotécnica na forma integrada do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte - IFRN - Campus Caicó, composta por 43 alunos na faixa etária entre 15 e 19 anos. O motivo da escolha da turma para desenvolver a prática se deu pelo fato de o autor ser professor da mesma; como também, por ser uma turma muito heterogênea com alguns alunos repetentes, muito barulhentos e com certa limitação de aprendizagem.

O IFRN, apesar de trabalhar com a formação técnica, vem adotando uma proposta inovadora capaz de integrar o educando à sociedade, através da qual procura desenvolver o pensamento crítico, como também possibilita introduzi-los no mercado



de trabalho.

## 2.3 Fundamentação Teórica para Descrição das Atividades Práticas

Após analisar algumas coleções citadas pelo PNLEM<sup>1</sup>, observou-se que duas coleções se assemelham a proposta apresentada neste trabalho. Foram analisados aqui somente os segundos volumes de cada coleção por abordarem o conteúdo proposto para as atividades. Analisaram-se as coleções “Conexões com a Matemática”, publicado pela editora Moderna, sendo Juliane Matsubara Barroso a editora responsável e a coleção “Novo Olhar - Matemática” de Joamir Souza, publicado pela editora FTD.

Na coleção “Conexões com a Matemática”, a obra faz o estudo das funções trigonométricas seno e co-seno de modo bem objetivo, utilizando o ciclo trigonométrico para definir tais funções. O livro destaca também as principais características das funções citadas (domínio, contradomínio, imagem, período, amplitude, paridade, crescimento, decrescimento e valores máximo e mínimo).

Em seguida, para construir os respectivos gráficos, Barroso (2010) faz uso de uma tabela de valores para o arco  $x$ , a qual expande a construção para outros valores além de uma volta (ou seja, repete-se para  $x > 2\pi$  e  $x < 0$ ).

Nos exercícios propostos, a obra traz bastantes situações contextualizadas modeladas matematicamente, que possibilitam ao aluno desenvolver sua capacidade de raciocínio e verificar a aplicação do referido conteúdo em situações cotidianas.

A esse respeito, D’Ambrósio (2005, p.117) destaca que:

---

<sup>1</sup>PNLEM – Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio. O Ministério da Educação (MEC) distribui os livros didáticos às unidades de ensino médio de todo o país por intermédio do FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.

o acesso a um maior número de instrumentos e de técnicas intelectuais dá, quando devidamente contextualizado, muito maior capacidade de enfrentar situações e problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação, isto é aprendizagem por excelência, ou seja, capacidade de explicar, de aprender e compreender, de enfrentar, criticamente situações novas. Aprender não é o mero domínio de técnicas, habilidades e nem de memorização de algumas explicações e teorias.

Já na construção dos gráficos de funções mais complexas (funções do tipo  $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$  ou  $f(x) = a + b \cdot \text{cos}(cx + d)$ , com  $a, b, c$  e  $d$  reais e  $b \neq 0$  e  $c \neq 0$ ), Barroso (2010) utiliza uma sequência de passos, onde inicialmente constrói-se o gráfico da função fundamental (seno ou co-seno) e, a partir dele, com a introdução de novos elementos, obtém-se o gráfico da função desejada. Utilizar-se-á um procedimento semelhante ao desenvolvido pela autora na descrição das atividades a serem desenvolvidas.

Na coleção “Novo Olhar - Matemática”, Souza (2010) introduz o estudo das funções trigonométricas fazendo um pequeno relato sobre a história da trigonometria. Em seguida, define as funções seno e co-seno no conjunto dos números reais por meio da associação  $x$  (em radianos) a  $\text{sen}x$ , utilizando, para isso, a representação de conjuntos através do diagrama de Venn<sup>2</sup>.

Logo após, para representar graficamente as funções, Souza (2010) construiu uma tabela de valores com elementos  $x$ ,  $y = \text{sen}x$  ou  $y = \text{cos}x$  e o par ordenado  $(x, y)$ , utilizando valores  $x \in [0, 2\pi]$ , expandindo em seguida a representação para todo o domínio  $D = \mathbb{R}$ .

Algumas características apresentadas na obra analisada anteriormente são consideradas aqui. Um fato interessante mostrado pelo autor é a obtenção do gráfico da função  $f(x) = \text{cos}x$  a partir do gráfico da função  $g(x) = \text{sen}x$ , transladado  $\frac{\pi}{2}$  unidades para a esquerda.

---

<sup>2</sup>John Venn - Matemático inglês; 1834 - 1923.

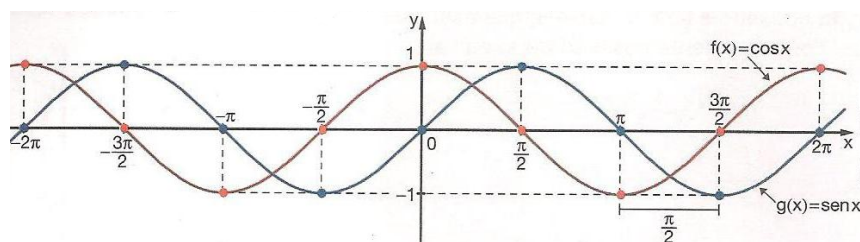


Figura 1: Gráficos das funções  $f$  e  $g$

Outra semelhança observada entre as duas obras citadas anteriormente é a construção dos gráficos de uma determinada função, tendo por base o gráfico da função elementar. O autor destaca a variação que ocorre entre os gráficos das funções e os respectivos períodos e imagens das funções  $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$  ou  $f(x) = a + b \cdot \text{cos}(cx + d)$  quando as constantes  $a, b, c$  e  $d$  são modificadas.

Pode-se destacar ainda neste volume a contextualização que existe entre teoria e prática nas atividades propostas para os alunos, pois ao mesmo tempo em que o autor aborda os conteúdos das funções trigonométricas, utiliza situações cotidianas e práticas do dia a dia nas representações gráficas de tais funções.

Para exemplificar o uso das funções trigonométricas em uma vivência prática da vida, Souza (2010, p. 52), destaca o ciclo cardíaco modelado matematicamente por meio da situação a seguir:

Suponha que a pressão sanguínea de um indivíduo, a partir de um instante inicial  $t = 0$ , possa ser representado aproximadamente pela função  $f(t) = 95 - 25 \cdot \text{sen}(\frac{5\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$ , sendo  $t$  o tempo dado em segundos e  $f(t)$  a pressão sanguínea em milímetros de mercúrio  $t$  segundos após o instante inicial.

Assim, percebe-se que há uma conexão entre teoria e prática, de modo que o aluno compreenda que o ensino da Matemática não está desvinculado do mundo real.

De acordo com os PCN+ (2002), aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações a fim de se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras

ações necessárias à sua formação.

Desse modo, observa-se que os livros analisados se assemelham a proposta apresentada neste trabalho, com o diferencial de que os mesmos não utilizam nenhum recurso tecnológico para desenvolver as atividades.

A aplicação das atividades em sala de aula transcorreu sem maiores dificuldades, uma vez que apresentou uma abordagem metodológica bastante familiar aos alunos, tendo em vista que a informática faz parte de suas vidas.

As atividades foram elaboradas de modo que os alunos utilizaram o software Geogebra na construção dos gráficos das referidas funções, tendo sido necessário uma sequência de 8 aulas de 45 minutos para desenvolver as 4 atividades propostas que serão relatadas a seguir.

### **1ª Atividade**

O objetivo desta atividade é levar os alunos a conhecer o software Geogebra e verificar a sua aplicação no estudo das funções seno e co-seno.

Inicialmente fez-se uma explanação sobre o estudo das funções trigonométricas seno e co-seno, qual a importância das mesmas em nossas vidas e de que modo se percebe a presença dos fenômenos periódicos no dia a dia de cada um. Logo após, fez-se uma sondagem sobre o conhecimento do software Geogebra e qual a importância de utilizar o computador como ferramenta didática na construção dos gráficos das funções seno e co-seno, através dos seguintes questionamentos.

- Vocês conhecem algum software matemático?
- Alguém conhece o software Geogebra? Já utilizou em alguma atividade?
- Vocês acham que utilizar um recurso computacional nas aulas de Matemática facilitará a compreensão dos conteúdos? E em relação ao estudo das funções seno e co-seno?

Do total de alunos presentes apenas um respondeu a primeira pergunta e disse que conhecia o Geogebra, mas nunca tinha trabalhado com o mesmo. Sobre a importância

de utilizar um recurso computacional nas aulas de Matemática a maioria respondeu ser interessante, pois é uma forma de diversificar as aulas e torná-las mais dinâmicas; sobre sua utilização no estudo das funções seno e co-seno acreditam facilitar a construção dos gráficos, como também possibilitará uma melhor compreensão do conteúdo.

Após a conversa informal, o professor apresentou o vídeo “Tutorial Geogebra – parte I” de aproximadamente 7 minutos disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=1v4UXBklwhM>, o qual mostra o funcionamento do Geogebra; assim como, em quantas partes a tela do computador se divide e algumas de suas funcionalidades. A apresentação do vídeo teve como objetivo levar ao conhecimento dos alunos o software Geogebra antes da aplicação das atividades no laboratório de informática. Em seguida, utilizando o Datashow, o professor mostrou, passo a passo, a construção do ciclo trigonométrico, como também, a construção dos gráficos das funções seno e co-seno a partir da circunferência trigonométrica, considerando o intervalo de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

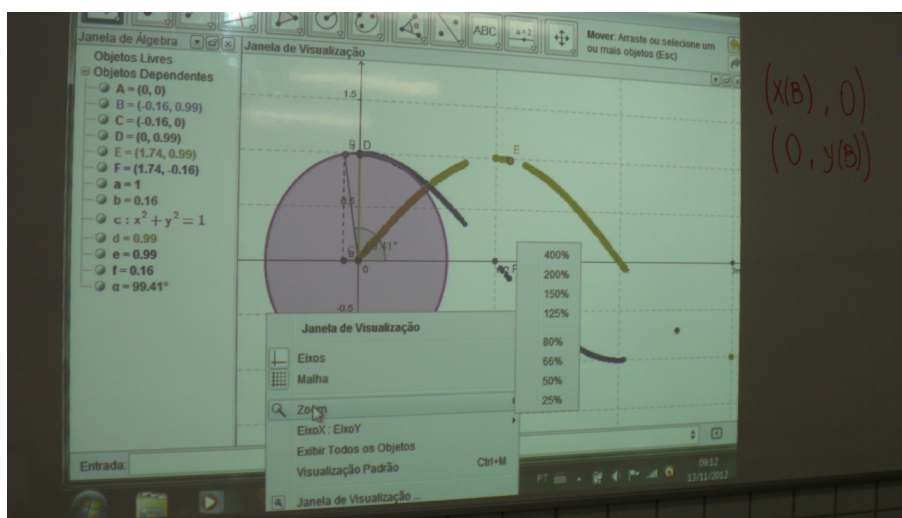


Figura 2: Construção do ciclo trigonométrico pelo professor

Percebeu-se, pois, que os alunos se mostraram bastante atentos às informações do vídeo e muito entusiasmados com a construção do ciclo trigonométrico e dos gráficos das funções mencionadas acima.

No final da aula, alguns alunos relataram que acharam a aula interessante e demonstraram interesse em utilizar o Geogebra, uma vez que o mesmo oferece uma série de recursos capaz de dinamizar as aulas.

## 2ª Atividade

O objetivo desta atividade é possibilitar aos alunos construir os gráficos das funções seno e co-seno por meio do software Geogebra, utilizando os vários recursos que o mesmo oferece.

Para a realização desta atividade a turma foi deslocada para um dos laboratórios de informática e dividida em grupos de dois ou três alunos, pois o laboratório utilizado só dispunha de 21 computadores e no momento da atividade dois não estavam funcionando.

De início, os alunos ficaram alguns minutos utilizando o software de forma livre, realizaram algumas construções geométricas e puderam perceber as potencialidades e recursos disponíveis no Geogebra. Em seguida, seguindo orientações do professor, construíram o ciclo trigonométrico e os gráficos das funções seno e co-seno.



Figura 3: Alunos realizando as atividades

Esta atividade permitiu aos alunos conhecerem melhor o Geogebra e algumas de suas potencialidades. Comprovaram que ao deslocar o gráfico da função seno em  $\frac{\pi}{2}$  unidades para a esquerda, obtém-se o gráfico da função co-seno. Vale ressaltar que um momento para o qual eles se sentiram bastante empolgados foi o da aplicação do recurso que permite a animação dos gráficos.

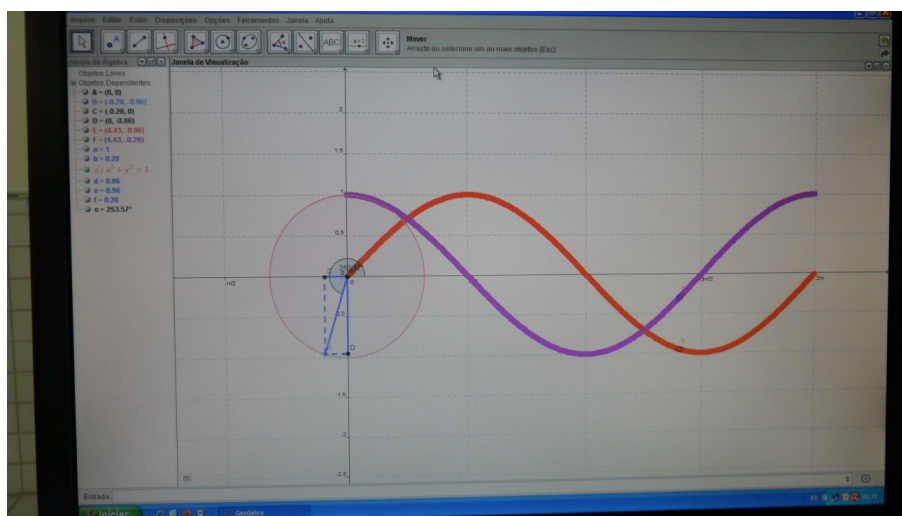


Figura 4: Atividade realizada por um dos grupos

E assim, durante a realização da atividade, observou-se uma grande interação entre os alunos e o computador. Os discentes desenvolveram a atividade sem maiores dificuldades e quando necessário solicitavam a presença do professor para sanar algumas dúvidas. Um fato interessante que chamou a atenção do pesquisador foi quando um aluno, ao final da aula, aproximou-se do professor e disse que nunca havia imaginado que fosse possível aprender Matemática de uma forma diferente do método tradicional que costuma ver nas aulas.

### 3ª Atividade

O objetivo da atividade é possibilitar ao aluno a construção de gráficos de funções do tipo  $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$  ou  $g(x) = a + b \cdot \text{cos}(cx + d)$ , tendo por base o gráfico das respectivas funções seno e co-seno, utilizando caneta e papel e, em seguida, repetir a mesma atividade através do Geogebra. Com isso, eles puderam observar a transformação sofrida pelo gráfico com o acréscimo de novos elementos.

Baseados nas afirmações de Brousseau (2001) e Oliveira (2009), é essencial que o processo de aprendizagem de Matemática dos estudantes se dê através de problematizações que permitam reflexão e autonomia.

Assim, para que ocorra uma aprendizagem em que o aluno adquira autonomia, a

fim de solucionar as situações propostas é importante oferecer condições para que ele se sinta parte integrante do processo. Para isso não se pode esquecer que se vive em uma sociedade em constantes mudanças e com um avanço tecnológico cada vez mais presente em nossas vidas. Por isso, faz-se necessário o uso de novas tecnologias, uma vez que o ensino da Matemática não pode se desvincular do mundo atual.

Baseando-se no que foi elucidado anteriormente, primeiro foi feita uma apresentação à turma através de slides sobre o comportamento do gráfico de determinada função do tipo  $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$  ou  $g(x) = a + b.\text{cos}(cx + d)$  tendo por base o gráfico da função  $f'(x) = \text{sen}x$  ou  $g'(x) = \text{cos}x$ , visto que ambos apresentam características semelhantes.

Nesse caso, observou-se o que acontece com a função original quando ocorre uma variação dos parâmetros reais  $a, b, c$  e  $d$ , com  $b$  e  $c$  não nulos; como também, a mudança de período e imagem das funções com tais variações.

Na apresentação foi utilizado um recorte do volume 2 da coleção “Novo Olhar – Matemática”, conforme mostrado no anexo A.

Em seguida, foi pedido aos grupos que construíssem os gráficos, por exemplo, das funções  $f(x) = \text{sen}x$  e  $g(x) = 3.\text{sen}x$ . Para realizar a tarefa, inicialmente os alunos construíram uma tabela atribuindo os valores para o arco  $x$ , considerando  $x \in [0, 2\pi]$ , depois calcularam as respectivas imagens através da função  $f(x) = \text{sen}x$  e representaram em seguida, os pares ordenados no plano cartesiano, obtendo a representação desejada. Para o gráfico da função  $g$ , foi necessário apenas multiplicar a imagem de  $f$  por 3 e ampliar verticalmente em 2 unidades para o gráfico de  $f$ . O período da função  $g$  permaneceu o mesmo, porém na imagem houve uma ampliação em relação à função  $f$ .

Posteriormente, utilizando o Geogebra, foi pedido aos alunos que realizassem a mesma tarefa, para isso na caixa de entrada da tela do software foi digitado a função  $f(x) = \text{sen}x$  (digita-se  $f(x) = \text{sin}x$ ) e, em seguida, apertado a tecla *enter*. Na janela de álgebra apareceu a função inserida e na janela de visualização apareceu a senoide (gráfico da função seno). Repetiu-se o mesmo procedimento na construção do gráfico de  $g$ , onde no campo de entrada digitou-se  $g(x) = 3 * \text{sin}x$  ( $g(x) = 3.\text{sen}x$ ).



Nessa atividade, os alunos tiveram oportunidade de verificar na prática as informações expostas nos slides e observar que o gráfico da função  $y = b.\text{sen}x$  sofreu uma ampliação vertical, pois  $b = 3 > 1$ . De acordo com o apresentado nos slides, com relação ao parâmetro  $b$ , vê-se que se  $|b| > 1$  ocorre uma ampliação do gráfico da função e se  $|b| < 1$ , o gráfico se comprime verticalmente.

Outro momento relevante da atividade foi quando solicitou-se aos alunos a construção de uma sequência de quatro gráficos envolvendo as funções seno e co-seno, iniciando sempre com o gráfico da função fundamental e com a inserção de novos elementos os quais permitiram chegar-se a representação gráfica de todas as funções solicitadas. Lembrando que à medida que se construía um novo gráfico, tinha-se a possibilidade de omitir a função anterior. Isso pode ser feito desmarcando a função na janela de álgebra.

É importante destacar que nessa atividade observou-se uma interação bastante expressiva entre os alunos durante a sua realização, quando eles, na construção dos gráficos, à medida que iam acrescentando novos dados, tiveram a oportunidade de omitir a função anterior representada, assim como, comprovar a mudança de período, no caso de a constante  $c$  ser alterada e de imagem, no caso de a alteração se dar com a constante  $b$ , ou ambos, no caso de as duas variarem. Foi um momento em que se trabalhou tanto com o domínio  $[0, 2\pi]$  quanto com outro maior, limitado pelas margens da janela de visualização do Geogebra.

Baseado no que afirma Valente (1995), o computador é um instrumento que permite ao aluno fazer uso do material com outras características não permitidas no papel como: animação, som e a manutenção do controle da performance do aprendiz.

#### 4ª Atividade

O objetivo da atividade é oferecer condições ao aluno para que, partindo de situações práticas e do uso do software Geogebra, consiga entender, como também visualizar a aplicação dos fenômenos periódicos modelados matematicamente.

No primeiro momento, no laboratório de informática, foi distribuída a seguinte

situação à turma:

Em certa cidade litorânea, a altura  $h$  da maré (em metro), em função do tempo, é dada pela expressão  $h(x) = 3 + 2.\text{sen}(\frac{\pi}{6}.x)$ , na qual  $x$  é o tempo, medido em hora, a partir da meia-noite ( $x = 0$  representa meia-noite). A função seno que compõe a função  $h$ , descreve o comportamento do tipo periódico da maré. Esboçar o gráfico da função, determinando os respectivos período e imagem.

Para a construção do gráfico da função  $h$ , usando o Geogebra, foi apresentada a seguinte sequência de passos, tomando como referência o apresentado no volume 2 da coleção “Conexões com a Matemática”.

Para a análise dessa função, vamos partir do gráfico da função  $f(x) = \text{sen}x$ , considerando o intervalo  $[0, 24]$  e, em cada caso, destacar os respectivos período e imagem.

**1º passo:**  $\text{sen}x \longrightarrow \text{sen}(\frac{\pi}{6}.x)$

Construção do gráfico da função  $f(x) = \text{sen}x$ .

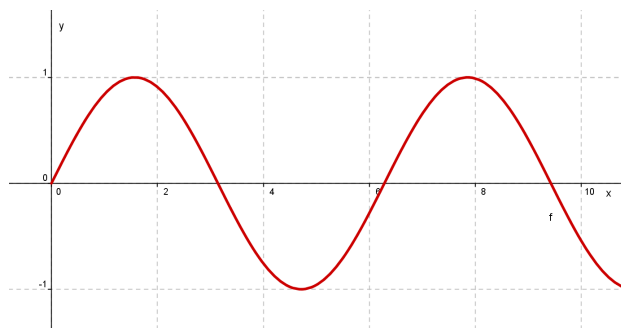


Figura 5: Gráfico da função  $f$

Construção do gráfico da função  $g(x) = \text{sen}(\frac{\pi}{6}.x)$ .

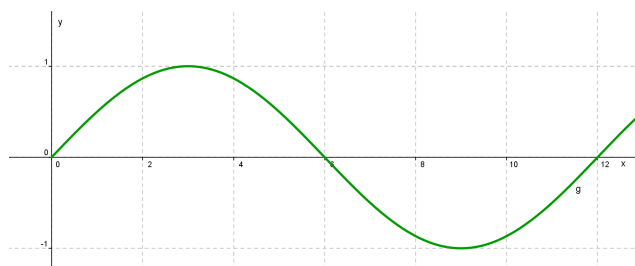


Figura 6: Gráfico da função  $g$

Observa-se que o gráfico obtido sofreu uma ampliação no período em relação à função  $f$ . Nesse caso, o período é  $12h$  e a imagem permanece a mesma.

**2º passo:**  $sen(\frac{\pi}{6}.x) \longrightarrow 2.sen(\frac{\pi}{6}.x)$

Construção do gráfico da função  $g'(x) = 2.sen(\frac{\pi}{6}.x)$ .

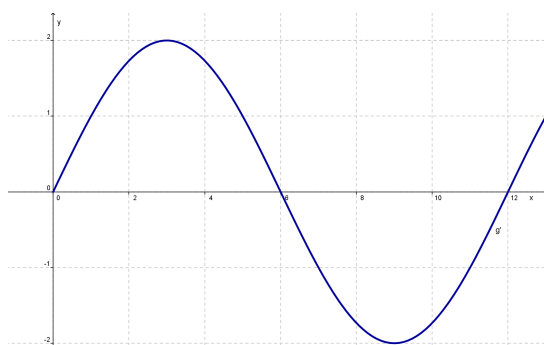
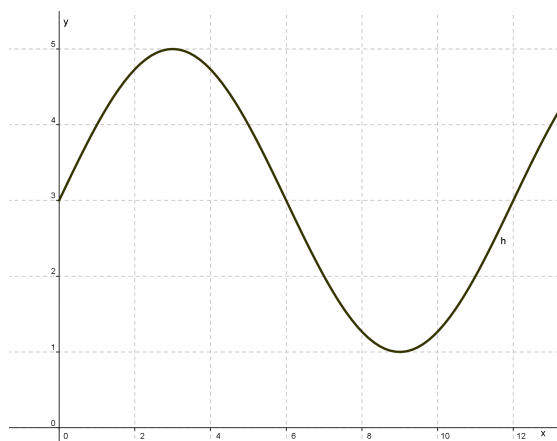


Figura 7: Gráfico da função  $g'$

Nesse caso, o gráfico sofreu uma ampliação vertical alterando a imagem, passando para  $[-2, 2]$ , porém continua o mesmo período.

**3º passo:**  $2.sen(\frac{\pi}{6}.x) \longrightarrow 3 + 2.sen(\frac{\pi}{6}.x)$

Construção do gráfico da função  $h(x) = 3 + 2.sen(\frac{\pi}{6}.x)$ .

Figura 8: Gráfico da função  $h$ 

O gráfico foi transladado 3 unidades para cima, permanecendo com o mesmo período e sofrendo uma alteração na imagem. Portanto, o período e a imagem da função  $h$  são, respectivamente,  $12h$  e  $[1, 5]$ .

Assim, vê-se que as funções trigonométricas seno e co-seno são usadas na modelagem matemática de fenômenos naturais periódicos.

No segundo momento da aula foi distribuída uma atividade aos alunos contendo seis questões envolvendo as funções trigonométricas estudadas para que os mesmos construíssem os gráficos, utilizando a ferramenta computacional e respondessem as perguntas propostas. Foi uma atividade, através da qual teve-se condições de analisar o comportamento da turma durante o transcorrer da atividade, como também, de analisar a natureza das respostas escritas e gráficas.

Por meio desta atividade teve-se oportunidade de avaliar o desempenho e interesse dos alunos no decorrer da aula. O resultado foi satisfatório, pois a maioria não sentiu dificuldades na realização das tarefas, tendo um bom desempenho. Desse modo, o objetivo foi atingido.

## 3 Metodologia

Essa pesquisa de cunho qualitativo, cuja metodologia partiu do pressuposto de se fazer uma observação participante, teve o autor do trabalho como partícipe do contexto observado.

A escolha dessa abordagem se deu pelo fato do trabalho ter sido desenvolvido em uma sala de aula, tomando como referência as ações dos alunos nas resoluções das atividades propostas e a observação do autor no momento em que eram aplicadas as atividades.

De acordo com Lüdke e André (1986), a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada.

Optou-se pela metodologia acima citada para que fosse possível ter uma boa clareza na coleta dos dados e na análise dos resultados.

Segundo Lüdke e André (1986), a observação possibilita um contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado, o que apresenta uma série de vantagens. Em primeiro lugar, a experiência direta é sem dúvida o melhor teste de verificação da ocorrência de um determinado fenômeno.

Conforme relatado no item 2.2 do presente trabalho, para o desenvolvimento da pesquisa foram desenvolvidas atividades em uma turma do 2º ano do Ensino Médio do IFRN - Campus Caicó, sendo priorizado o estudo das funções trigonométricas seno e co-seno, elucidadas com o auxílio do software Geogebra.

As atividades desenvolvidas com a utilização do recurso computacional possibilitaram aos alunos uma maior interação entre teoria e prática, pois os mesmos conseguiram com o manuseio de tal ferramenta construir e analisar gráficos das funções seno e co-seno, começando com a construção do ciclo trigonométrico seguido dos gráficos das

---

funções citadas até chegar aos gráficos das funções do tipo  $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$  e  $g(x) = a + b.\text{cos}(cx + d)$ , tomando por base os gráficos das funções  $f'(x) = \text{sen}x$  e  $g'(x) = \text{cos}x$ . Na atividade final foram resolvidos alguns problemas envolvendo situações cotidianas.

A metodologia escolhida permitiu ao observador um contato direto com a situação estudada, auxiliando na necessidade de entender o processo de domínio e de apropriação pelo aluno da temática objeto desse relatório.

## 4 Considerações Finais

Diante das dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Médio no estudo da trigonometria e, em particular, na construção dos gráficos das funções trigonométricas seno e co-seno, foi proposto esse trabalho com o objetivo de facilitar a compreensão desses conceitos, utilizando, para tanto, uma sequência de atividades desenvolvidas com o auxílio do software Geogebra.

Durante a realização das atividades foi possível observar o desempenho e o interesse dos alunos em realizar as atividades propostas no decorrer dos trabalhos. Para essa análise foi considerado o modo como eles resolveram as atividades, a interação que existiu entre os mesmos e o software utilizado, como também, a interação entre os componentes dos grupos.

Considerando a experiência de anos anteriores onde o estudo das funções trigonométricas era desenvolvido sem fazer uso de tal recurso, percebeu-se que houve uma evolução no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que ocorreu uma grande participação da turma na realização das atividades propostas e uma melhor compreensão dos conceitos trigonométricos abordados em cada uma delas.

Verificou-se, ainda, que a interatividade proporcionada pelo software Geogebra contribuiu para que os alunos articulassem melhor o raciocínio lógico matemático na busca de solução para as situações propostas, sendo assim, um articulador entre teoria e prática.

Porém, é importante se ter consciência de que, quando o professor se dispõe a trabalhar com uma tecnologia digital deve ter em mente que essa, por si só, não é suficiente para garantir sucesso no processo de ensino e aprendizagem, mas que pode possibilitar avanços significativos no decorrer desse processo.

Desse modo, considera-se que os objetivos propostos na elaboração desse trabalho foram atingidos.

Já no que diz respeito às atividades desenvolvidas e relatadas nesse trabalho, salienta-se que podem servir de sugestão para que os professores de matemática possam aplicar em sala de aula tornando mais dinâmico o processo de ensino e aprendizagem e proporcionando aos alunos uma maior interação entre teoria e prática.

Dessa forma, espera-se que esse trabalho possa contribuir para que professores de matemática aprimorem seus conhecimentos e entendam que ensinar e aprender dentro de uma sociedade informatizada requer a necessidade de trabalhar com novas metodologias de ensino, acrescentando novos significados aos conteúdos e possibilitando aos estudantes usar as informações recebidas para suprir suas dificuldades, como também, adquirir consciência de que vivem em um mundo em constante mudança, sujeito a novas concepções acerca do processo de ensino da matemática, que vislumbre novas metodologias de ensino e que proporcione aos alunos um processo de aprendizagem mais significativo e prazeroso na busca desse conhecimento.



# Referências

- BARROSO, J. M. **Conexões com a Matemática**. Obra coletiva. 1 ed. v 2. São Paulo: Moderna, 2010.
- BROUSSEAU, G. **Os diferentes papéis do professor**. In: PARRA, C; SAIZ, I (Orgs). Didática da Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- BRASIL, Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, v 2. Brasília: MEC/SEF, 2006.
- D'AMBROSIO, U. **Informática, Ciências e Matemática**, 1999. Disponível em: <http://vello.sites.uol.com.br/tve.htm>. Acesso em: 03 de novembro de 2012.
- D'AMBROSIO, U. **Sociedade, Cultura, Matemática e seu ensino**. 1999. Revista da Faculdade de Educação da USP, Educação e Pesquisa. 2005, ano/v. 31, nº 001.b. Disponível em: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/298/29831108.pdf>. Acesso em: 05 de janeiro de 2013.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da Unicamp, 2004.
- FERRUZZI, E. C; GONÇALVES, M. B.; HRUSCHKA, J.; ALMEIDA, L. M. W de. **Modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem nos cursos superiores de tecnologia**. Disponível em: [www.inf.unioeste.br/~rogerio/Modelagem\\_mat\\_estrategia.pdf](http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/Modelagem_mat_estrategia.pdf). Acesso em: 05 de outubro de 2012.
- GIOVANNI, J. R; BONJORNO, J. R.; GIOVANNI Jr, J. R. **Matemática Fundamental**. Volume único. São Paulo: FTD, 1994.

- GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**, 2012.
- LIMA, E. L. **Matemática e Ensino**. 3 ed. SBM, 2007.
- LOPES, M. M. **Contribuições do software geogebra no ensino e aprendizagem de trigonometria**. Disponível em: [www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/.../801](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/.../801). Acesso em: 12 de setembro de 2012.
- LOPES, M. M. **Potencialidades do software geogebra no ensino e aprendizagem de trigonometria**. Disponível em: [www.sbemrn.com.br/site/III%20erem/minicurso/doc/MC\\_Lopes.pdf](http://www.sbemrn.com.br/site/III%20erem/minicurso/doc/MC_Lopes.pdf). Acesso em: 12 de setembro de 2012.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- MERCADO, L. P. L. (org). **Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática**. Maceió: EDUFAL, 2002.
- MOREIRA, L. S.; BATISTA, S. C. F; BARCELOS, G. T.; PASSERINO, L. M. **Trigonometria Dinâmica: unidade de aprendizagem online para estudo de Trigonometria**- Revista Brasileira de Informática na Educação, V 17, N° 3, 2009. Disponível em: [portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012382.pdf](http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012382.pdf). Acesso em 20 de outubro de 2012.
- OLIVEIRA, G. P. **Estratégias Didáticas em Educação Matemática: as tecnologias de informação e comunicação como mediadoras**. Anais do IV Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - IV Sipem. Brasília: SBEM, 2009.
- OLIVEIRA, G. P. **Transposição Didática: aportes teóricos e novas propostas**. In: WITTER, G. P.; FUJIWARA, R. (Org.). **Ensino de Ciências e Matemática: análise de problemas**. São Paulo: Ateliê Editorial, 2009.

PCN + ENSINO MÉDIO. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em 07 de outubro de 2012.

PEREIRA, C. S.; RÊGO, R. M. **Aprendizagem em trigonometria - contribuições da teoria da aprendizagem significativa**. Disponível em: [www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/.../864](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/.../864). Acesso em: 08 de setembro de 2012.

PETLA, R. J. **Geogebra - Possibilidades para o ensino da matemática**. Disponível em: <http://www.scribd.com/doc/26819748/Geogebra-possibilidade-para-o-ensino-da-matematica>. Acesso em 13 de outubro de 2012.

ROONEY, A. **A História da Matemática**. São Paulo: M.Books, 2012.

SANTOS, D. C. dos. **O uso de materiais manipuláveis como ferramenta na resolução de problemas trigonométricos - Dissertação de mestrado**. Disponível em: <http://sites.unifra.br/fisicamatematica/Produção/Dissertações/tabid/438/Default.aspx>. Acesso em: 18 de novembro de 2012.

SOUZA, J. **Coleção: Novo Olhar - Matemática**. 1 ed. v 2. São Paulo: FTD, 2010.

VALENTE, J. A. **Diferentes usos do computador na educação**. 1995. Disponível em: <http://www.mrherondomingues.seed.pr.gov.br/redeescola/escolas/27/1470/14/arquivos/File/PPP/Diferentesusosdocomputadoreducacao.PDF>. Acesso em: 02 de dezembro de 2012.

VALENTE, J. A. **O Computador na Sociedade do Conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999.

Sites consultados:

[http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia\\_trigonometria.htm](http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_trigonometria.htm).

[http://www.geogebra.org/help/docupt\\_PT.pdf](http://www.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf)

[www.slideshare.net/qcavalcante/geogebra-2012-prata-13978708](http://www.slideshare.net/qcavalcante/geogebra-2012-prata-13978708)

<http://www.youtube.com/watch?v=1v4UXBklwhM>

# Anexos

## Anexo A - Resumo Apresentado nos Slides da Atividade 3

Funções  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  do tipo  $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$  e  $g(x) = a + b.\text{cos}(cx + d)$

As funções definidas por  $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$  e  $g(x) = a + b.\text{cos}(cx + d)$ , sendo  $a, b, c$  e  $d$  números reais com  $b \neq 0$  e  $c \neq 0$ , são chamadas funções do tipo trigonométricas, e muitas delas relacionadas a fenômenos periódicos.

São exemplos de funções do tipo trigonométricas:

- $f(x) = 5 - 3.\text{sen}(2x + 1)$

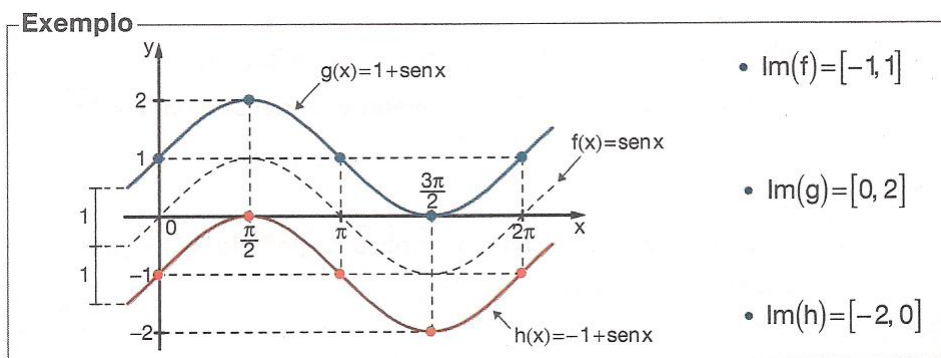
Nesse caso,  $a = 5, b = -3, c = 2$  e  $d = 1$

- $g(x) = -1 + \text{cos}3x$

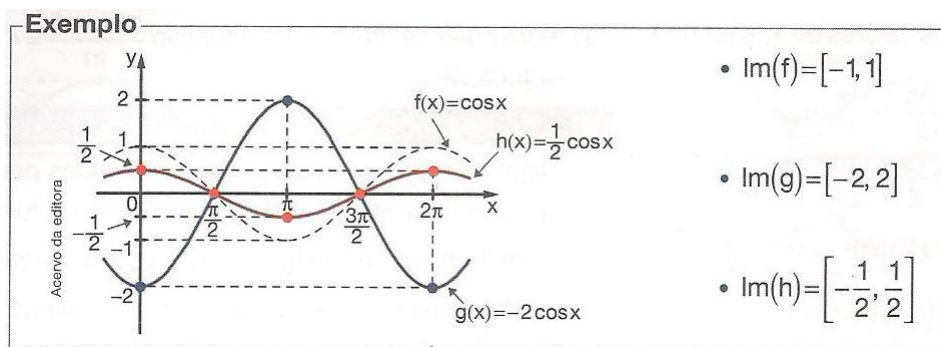
Nesse caso,  $a = -1, b = 1, c = 3$  e  $d = 0$

As funções trigonométricas do tipo  $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$  e  $g(x) = a + b.\text{cos}(cx + d)$  têm características semelhantes a  $f(x) = \text{sen}x$  e  $g(x) = \text{cos}x$ , respectivamente. As constantes  $a, b, c$  e  $d$  estão relacionadas a essas características da seguinte maneira:

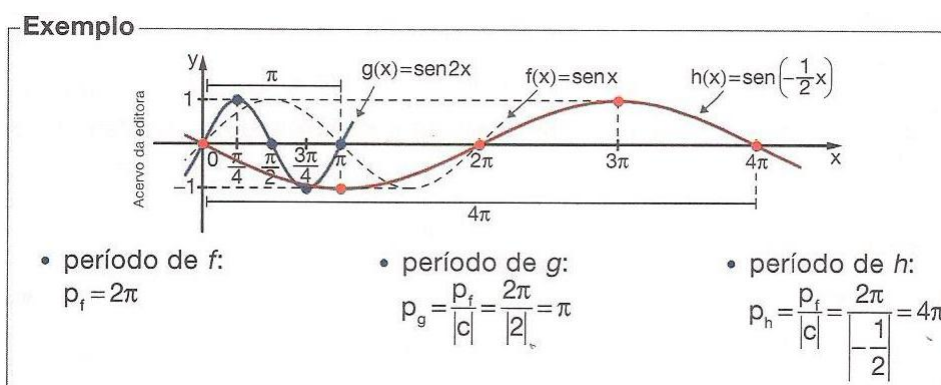
- A constante  $a$  translada o gráfico da função em  $|a|$  unidades para cima se  $a > 0$ , ou para baixo se  $a < 0$ . A constante  $a$  altera a imagem da função.



- A constante  $b$  amplia verticalmente o gráfico da função se  $|b| > 1$  e comprime verticalmente se  $|b| < 1$ . A constante  $b$  altera a imagem da função.

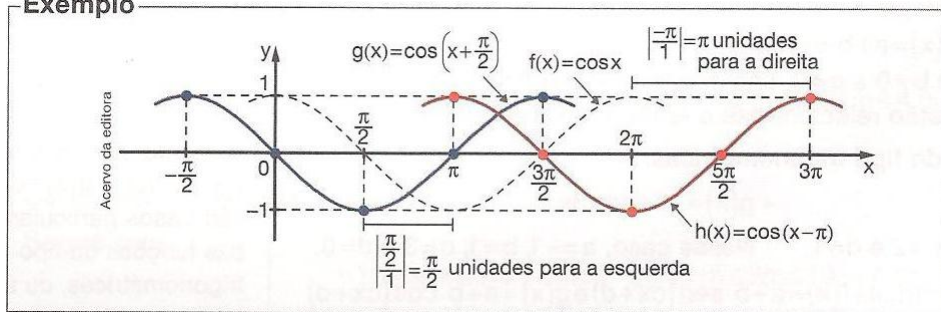


- A constante  $c$  amplia o período da função se  $|c| < 1$  e comprime se  $|c| > 1$ , com o novo período  $p = \frac{p_t}{|c|}$ , sendo  $p_t$  o período da função trigonométrica correspondente.



- A constante  $d$  translada o gráfico da função em  $\left|\frac{d}{c}\right|$  unidades para a esquerda se  $d > 0$ , ou para a direita se  $d < 0$ .

**Exemplo**



## Anexo B - Atividade 3

### Grupo 1

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \text{sen}x$

2.  $y = \text{sen}2x$

3.  $y = 2.\text{sen}x$

4.  $y = 2.\text{sen}2x$

### Grupo 2

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \text{sen}x$

2.  $y = \text{sen}\frac{x}{2}$

3.  $y = 2.\text{sen}\frac{x}{2}$

4.  $y = \frac{1}{2}.\text{sen}\frac{x}{2}$

### Grupo 3

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \text{sen}x$

2.  $y = \text{sen}(x - \frac{\pi}{4})$

3.  $y = 3.\text{sen}(x - \frac{\pi}{4})$

4.  $y = 3.\text{sen}(2x - \frac{\pi}{4})$

### Grupo 4

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \text{sen}x$

$$2. y = -\operatorname{sen}x$$

$$3. y = 3.\operatorname{sen}2x$$

$$4. y = -3.\operatorname{sen}2x$$

### Grupo 5

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

$$1. y = \operatorname{sen}x$$

$$2. y = 1 + \operatorname{sen}x$$

$$3. y = 1 - \operatorname{sen}x$$

$$4. y = -1 + \operatorname{sen}x$$

### Grupo 6

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

$$1. y = \operatorname{sen}x$$

$$2. y = -2 + 3.\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$3. y = 2 - 3.\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$4. y = 1 + 2.\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

### Grupo 7

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

$$1. y = \operatorname{sen}x$$

$$2. y = |\operatorname{sen}x|$$

$$3. y = -2 + 3.|\operatorname{sen}x|$$

$$4. y = 2 - |\operatorname{sen}x|$$

### Grupo 8

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.



1.  $y = \cos x$
2.  $y = \cos 2x$
3.  $y = 2.\cos x$
4.  $y = 2.\cos 2x$

**Grupo 9**

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \cos x$
2.  $y = \cos \frac{x}{2}$
3.  $y = 2.\cos \frac{x}{2}$
4.  $y = \frac{1}{2}.\cos \frac{x}{2}$

**Grupo 10**

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \cos x$
2.  $y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$
3.  $y = 3.\cos(x - \frac{\pi}{4})$
4.  $y = 3.\cos(2x - \frac{\pi}{4})$

**Grupo 11**

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \cos x$
2.  $y = -\cos x$
3.  $y = 3.\cos 2x$
4.  $y = -3.\cos 2x$

**Grupo 12**

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \cos x$

2.  $y = 1 + \cos x$

3.  $y = 1 - \cos x$

4.  $y = -1 + \cos x$

**Grupo 13**

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \cos x$

2.  $y = -2 + 3.\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

3.  $y = 2 - 3.\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

4.  $y = 1 + 2.\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

**Grupo 14**

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \cos x$

2.  $y = |\cos x|$

3.  $y = -2 + 3.|\cos x|$

4.  $y = 2 - |\cos x|$

**Grupo 15**

Construir o gráfico de cada função trigonométrica, dando o domínio, a imagem e o período.

1.  $y = \operatorname{sen} x$

2.  $y = 1 - \operatorname{sen} 2x$

3.  $y = \cos x$

4.  $y = -1 + \cos 2x$

## Anexo C - Atividade 4

Use o software Geogebra na construção dos gráficos das funções.

1. Construa os gráficos das funções  $f, g$  e  $h$ , no intervalo  $[0, 2\pi]$ , definidas por  $f(x) = \cos x$ ,  $g(x) = 2.\cos x$  e  $h(x) = -2.\cos x$ .

a) Quais dessas funções têm os gráficos simétricos em relação ao eixo  $x$ ? Por que isso ocorre?

b) Qual é a imagem de cada uma dessas funções?

c) Determine para quais valores de  $x$ , temos  $f(x) = g(x) = h(x)$ .

2. Em relação ao gráfico da função  $f(x) = \cos x$ , qual tipo de transformação ocorreu com o gráfico da função:

a)  $g(x) = 3.\cos x$

b)  $h(x) = 3.\cos(x + \frac{\pi}{2})$

c)  $p(x) = -1 + 3.\cos(2x + \frac{\pi}{2})$

3. Escreva uma função do tipo  $f(x) = a + b.\text{sen}(cx + d)$ , cujo período seja  $\frac{2\pi}{3}$ , o valor máximo seja 300 e a amplitude, 50.

a) Esboce o gráfico da função que você escreveu.

b) Qual é o conjunto imagem da função obtida acima?

4. A altura de uma cadeira de certa roda gigante varia segundo a função  $h(t) = 30 + 20.\cos[\frac{\pi}{3}(\frac{3t}{4} - 3)]$ , em que  $t$  é o tempo, em minutos, em que a roda está girando, e  $h$  é a altura, em metros, em relação ao solo.

a) Qual é a altura dessa cadeira em relação ao solo 8 minutos após a roda começar a girar?

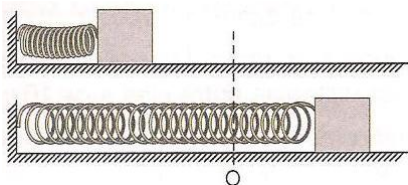
b) Determine a altura mínima e a altura máxima alcançada por essa cadeira.

c) Em quanto tempo essa roda gigante dá uma volta completa?

d) Construa o gráfico da função  $h$ .

5. Certa doença vital tem comportamento cíclico conforme a função  $v(t) = 3 - 2|\cos\frac{5\pi}{6}t|$ , sendo  $t$  o tempo, em hora, decorrido do momento em que o medicamento é administrado e  $v(t)$  a contagem de vírus em milhares por  $cm^3$  de sangue. Construa o gráfico da função  $v(t)$  e diga de quanto em quanto tempo a contagem de vírus atinge o valor mínimo?

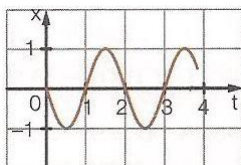
6. (UFPB-PB) Considere um corpo, preso a uma mola, oscilando em torno da sua posição de equilíbrio O, com na figura abaixo.



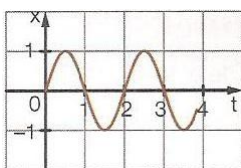
No instante  $t$ , a posição  $x = x(t)$  desse corpo, em relação à sua posição de equilíbrio, é dada pela função  $x(t) = \cos(\pi.t + \frac{3\pi}{2})$ ,  $t \geq 0$ .

Dessa forma, o gráfico que melhor representa a posição  $x$  desse corpo, como função do tempo  $t$ , em relação ao ponto O, é:

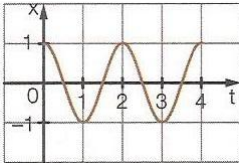
a)



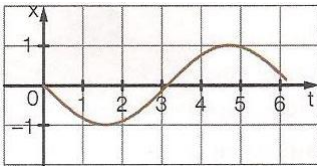
b)



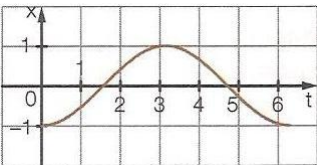
c)



d)



e)



## Anexo D

TERMO DE CONSENTIMENTO E AUTORIZAÇÃO DE IMAGEM  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL  
TERMO DE CONSENTIMENTO DE USO E AUTORIZAÇÃO DE IMAGEM

Prezado aluno,

Nesse trabalho de pesquisa pretende-se mostrar que é possível ensinar e aprender as funções seno e co-seno com o auxílio do software Geogebra. O Geogebra é uma ferramenta de apoio que oportuniza ao aluno criar e explorar propriedades na construção de gráficos das funções trigonométricas a partir de uma sequência de passos até chegar ao gráfico da função pedida, contribuindo para a compreensão de conceitos matemáticos de forma significativa e aplicável em sua vida cotidiana.

Sua participação no momento da aplicação das atividades com o uso do Geogebra é bastante relevante e será preservado o seu anonimato, respeitando-se o sigilo ético dos dados. Ressaltamos ainda que seus nomes não serão mencionados em nenhum trabalho escrito ou apresentado oralmente.

Salientamos que é preciso a cessão do uso de sua imagem na divulgação e no registro do momento em que você está fazendo a atividade com o uso do software Geogebra. Enfatizamos que sua autorização para o uso da imagem é exclusiva para fins didáticos na divulgação da referida pesquisa.

A pesquisa em questão está sob a responsabilidade de Joaildo Maia, mestrando do Curso de Pós-Graduação “*Stricto Sensu*”, do PROFMAT da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Comprometemo-nos a prestar quaisquer esclarecimentos acerca da aplicação do uso de sua imagem em outro veículo que não seja mencionado nesse documento.

Após ter sido devidamente informado (a) de todos os aspectos dessa pesquisa e ter esclarecidas as minhas dúvidas, concordo em autorizar o uso de minha imagem para a presente pesquisa.

Caicó, / / .

---

Assinatura do Responsável

---

Assinatura do Aluno