UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ANDRÉ ALVES DE HOLANDA

FERRAMENTA LATEX/TEXTO/BOTÃO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Uberaba-MG

2016

ANDRÉ ALVES DE HOLANDA

FERRAMENTA LATEX/TEXTO/BOTÕES DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, como parte das atividades para obtenção do título de Mestre em Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM, Departamento de Matemática.

Uberaba

2016

Catalogação na fonte: Biblioteca da Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Holanda, André Alves de
H669f Ferramenta latex/texto/botão do Geogebra no ensino de matemática / André Alves de Holanda. -- 2016.
179 f. : il., fig., graf., tab.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2016
Orientador: Prof. Dr. Osmar Aléssio

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Funções (Matemática). 3. Geogebra (Programa de computador). 4. Ensino fundamental. I. Aléssio, Osmar. II. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. III. Título.

CDU 51(07)

ANDRÉ ALVES DE HOLANDA

FERRAMENTA LATEX/TEXTO/BOTÃO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, da Universidade Federal do Triângulo Mineiro, como parte das atividades para obtenção do título de Mestre em Matemática.

17 de agosto 2016.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Osmar Aléssio
Orientador
Unviversidade Federal do Triângulo Mineiro-UFTM

Prof. Dr. Rafael Rodrigo Ottoboni
Universidade Federal do Triângulo Mineiro-UFTM

Edson D. Carvalho

Prof. Dr. Edson Donizete de Carvalho
Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho-UNESP

Eu dedico as minhas sobrinhas Sarah Lívia Silva Holanda e Suzana Layza Pereira Holanda

Agradecimentos

A Deus por ter me dado saúde, oportunidades e segurança.

Aos meus pais pela luta que foi criar dois filhos diante de tantas dificuldades.

A minha querida irmã que recorri em momentos difíceis.

A minha tia Ângela pela maravilhosa estadia em sua casa.

Aos professores e alunos do PROFMAT, o qual tenho lições que levarei para o resto da vida.

Aos amigos de curso: Gisele, Amanda, Aline, Maria Tereza, Edmison e Gustavo.

Ao meu Orientador, Doutor Osmar Aléssio, que tanto me ajudou a escrever , incentivou, teve paciência e sempre esteve disponível a ajudar.

A CAPES no qual sem o auxilio da bolsa nada disso seria possível.

A SBM pela organização desse curso maravilhoso.

As minhas amadas sobrinhas Sara e Suzana.

Ao leitor que pelo menos for aplicar um pouco do meu trabalho.

A imaginação é mais importante que o conhecimento
Albert Einstein

Resumo

O objetivo deste trabalho é utilizar algumas ferramentas do software livre Geogebra, versão 5.0.268.0-3D, para o ensino de matemática. Basicamente exploramos as ferramentas: texto dinâmico, latex e botão. As ferramentas textos e latex foram usadas para dar mais enfase nas características de uma função em forma de textos dinâmicos, tabelas dinâmicas, etc. A ferramenta botão foi usada para tornar visível somente textos, tabelas e gráficos de acordo com sua características, daí poderiamos evitar que a janela de visualização do Geogebra ficasse sobrecarregada de informações, mesmo que sejam importantes, porém não necessariamente todos ao mesmo tempo na janela de visualização. Juntando todas estas ferramentas, foi criado um jogo de quiz para verificar se os conceitos de gráficos de funções serão assimilados pelos alunos. Estas ferramentas enriquecem os recursos didáticos e, consequentemente, fornecem melhores resultados no que se refere ao processo ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Funções. Geogebra. Educação Básica.

Abstract

The objective of this work is to use some free software tools Geogebra, 5.0.268.0-3D version, for the teaching of mathematics. Basically we explore the tools: dynamic text, latex and button. The tools texts and latex were used to give more emphasis on the characteristics of a function in the form of dynamic texts, pivot tables, etc. The button tool was used to make visible only text, tables and graphs according to their characteristics, then we could prevent the viewing window of Geogebra stay overloaded with information, even if they are important, but not necessarily all at the same time in the window viewing. Putting all these tools, it created a quiz game to check if the function graphs of concepts will be assimilated by the students. These tools enrich the teaching resources and thus provide better results with regard to the learning process.

Keywords: Mathematics teaching, function, Geogebra, Elementary education.

Sumário

Lista de Figuras

1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Segundo o regimento nacional do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT [1], o mestrado profissional tem como objetivo proporcionar formação matemática aprofundada, relevante e articulada com o exercício da docência no Ensino Básico, visando fornecer ao egresso qualificação certificada para o exercício da profissão de professor de Matemática e o Trabalho de Conclusão de Curso(TCC) versa sobre temas específicos pertinentes ao currículo de Matemática do Ensino Básico e que tenham impacto na prática didática em sala de aula.

Seguindo as orientações dadas no regimento nacional sobre o TCC, tivemos a preocupação de nos orientar sobre quais temas são pertinentes no currículo de Matemática do Ensino Básico que constam na nova Base Nacional Comum Curricular -BNCC [2]. Os objetivos de aprendizagem foram organizados em cinco eixos: Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Números e Funções, Álgebra e Funções.

Dentro do eixo Álgebra e Funções, escolhemos funções, porém não para fazer um estudo sobre funções, mas sim para aplicar as ferramentas que desenvolvermos neste trabalho. Este trabalho trata-se de um estudo das ferramentas: latex/texto e botão, do software livre Geogebra para o ensino de funções e sua motivação vem do fato de muitos professores do ensino básico terem dificuldades no uso de softwares de matemática, a utilização de recursos computacionais é um tabu ainda para estes professores. Além da motivação anterior, lembramos que os recursos computacionais podem ser muito úteis para o ensino de matemática e isto motivou muito para que neste trabalho dessemos uma pequena contribuição em forma de material de apoio para professores do ensino básico. Lembrando que a função afim foi usada como um modelo, pois a aplicação destas ferramentas em outras funções seguem o mesmo padrão de programação.

A combinação das ferramentas do Geogebra: latex, texto dinâmico e botão, nos possibilita organizar tudo que for desenvolvido com as ferramentas latex/texto, isto é, texto, tabelas, gráficos, etc. Qual é o objetivo disto? Quando temos vários textos, tabelas e gráficos na mesma janela de visualização do Geogebra, as vezes fica impossível de observar detalhes de uma informação desejada ou até provoca falta de espaço na janela de visualização. Bom, daí utilizamos a ferramenta botão do Geogebra para conseguir colocar as todas estas informações na mesma janela organizadas em forma de botões (menus). Estes botões “apagam”e “ligam”os textos, tabelas e gráficos quando desejado. Como nosso objetivo é produzir um material de apoio para os professores do ensino de matemática, aplicamos estas ideias e conceitos no estudo de funções. Acreditamos que estes recursos pedagógicos podem melhorar os resultados no que se refere ao processo ensino-aprendizagem.

No Capítulo 2, faremos uma fundamentação teórica sobre o uso de recursos computacionais no ensino de matemática. No Capítulo 3, faremos um breve introdução em comandos do latex, conceitos de lógica, algumas definições e propriedades de funções e algumas funções trabalhadas no Ensino médio. No Capítulo 4 apresentaremos o programa GeoGebra, mostrando seu ambiente, suas ferramentas: textos/latex e botões e o que se pode fazer com os mesmos. Neste capítulo não faremos um tutorial do programa, mas sim uma breve apresentação de ferramentas que serão utilizadas nas atividades. No Capítulo 5, apresentaremos uma proposta para o ensino da função utilizando estas ferramentas do software GeoGebra. Veremos que os conhecimentos prévios serão necessários para a melhor compreensão do tema e para finalizar. No capítulo 6 criaremos um jogo tipo quiz de perguntas com acertos e erros e no Capítulo 7 concluiremos o trabalho.

No final de cada programação, no texto dentro da caixa azul, tem um link para ggb. Para abrir estas ggb e necessário baixa-las pelo link:`https://1drv.ms/f/s!Aia_YY_pOYt9jAm57AW5LZeEwatZ` e copia-las para aonde esta este pdf.

2 FUNDAMENTAÇÃO DO USO DE SOFTWARE NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Aqui faremos um breve relato de alguns trabalhos que justificam o uso de softwares no ensino de matemática.

As dificuldades relacionadas à aprendizagem na disciplina de Matemática é de conhecimento de toda a sociedade, ocupando o lugar de mais difícil e mais odiada, o que dificulta a sua assimilação pelos estudantes, bem como a capacidade de resolver problemas matemáticos e ter certas habilidades com cálculos. Uma provável hipótese dessa afirmativa é o fato de não compreenderem conceitos iniciais e isso acarretar o desestímulo ao longo do tempo, como sugere Sanchez [3] como uma das causas da dificuldade de aprendizagem em matemática:

> Dificuldades relativas à própria complexidade da matemática, como seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos, a hierarquização dos conceitos matemáticos, o que implica ir assentando todos os passos antes de continuar, o que nem sempre é possível para muitos alunos.

O método tradicional de ensinar matemática, provavelmente é um dos principais motivos para que os alunos passem a não gostar de matemática. A possível solução para essa problema passa, necessariamente, por uma renovação no método de ensino de matemática. É preciso que essa escola se torne um espaço motivante de trabalho e de crescimento pessoal e social. Para isso é necessário uma mudança nos mais diversos níveis, incluindo as práticas pedagógicas, o currículo, o sistema educativo e a própria sociedade em geral [4].

> O ensino da Matemática passou por diversas mudanças significativas. Todavia, essas mudanças não foram suficientes para suprir as dificuldades enfrentadas pelos estudantes dessa disciplina. Vários são os fatores que dificultam a sua aprendizagem. Dentre eles, podemos destacar o conceito pré-formado de que a "Matemática é difícil", a capacitação inadequada dos professores, a metodologia tradicional com ênfase excessiva ao cálculo, a busca inadequada a novos recursos pedagógicos, a falta de contextualização e a linguagem. A solução para essa problemática quanto à aprendizagem da Matemática passa, necessariamente, por uma disciplina lecionada de forma associada às necessidades da comunidade estudantil, a fim de capacitar os indivíduos para uma plena participação na vida social. Para isso, precisamos renovar o ensino. Essa renovação só é possível com a participação de todos os agentes sociais envolvidos. Isso

> ocorrerá, por exemplo, com uma constante reflexão de professores sobre sua prática, bem como, com a associação do que está sendo ensinado com sua origem histórica e com a sua aplicabilidade.

Segundo Ubiratam D'Ambrósio(1997) citado em [5] diz que:

> As propostas metodológicas da matemática envolvem uma tentativa de renovar as concepções de alunos e professores, para que através do ato de fazer matemática, se estimule o desafio e incentive a criatividade.

Dentre várias propostas metodológicas, vamos citar a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula, pois a importância deste recurso no processo educacional é muito grande. Cada vez mais aparecem trabalhos de pesquisadores nesta área e com aparecimento de softwares livres e com uma interface mais amigável, torna-se mais comum em sala de aula.

Segundo Valente (1995) citado em [5] diz que:

> A tecnologia foi inserida no ensino da matemática visando ampliar a capacidade dinâmica e interativa da disciplina, bem como despertar o interesse do aluno ao aprendizado. As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), iniciaram sua influência no processo de ensino visando manter a atenção do aluno, como também proporcionar o acesso a grande quantidade de informações em um curto período de tempo, permitindo estabelecer novas relações com o saber, que passa a ultrapassar as barreiras da materialidade. A partir de então são criadas as possibilidades de reestruturação o espaço escolar, transformando-o em aberto e flexível, promovendo coletividade nos processos de ensino e aprendizagem, numa dinâmica interativa no qual alunos e professores compartilham informações tanto com os agentes internos como os externos à instituição.

Segundo Baldin (2002) citado em [5] diz que:

> I) Numa aula expositiva tradicional: o usuário ativo da tecnologia é o professor que pode apresentar melhores exemplos, melhores ilustrações, modelagens de problemas com dados mais realistas;
> II) Numa aula de laboratório: o usuário ativo é o aluno, e a tecnologia é auxiliar nos exercícios de fixação de conceitos, em atividades que enfatizam o raciocínio, que envolvem cálculos difíceis para lápis e papel, em atividades - experiências, modelagens e simulações, e também atividades de avaliação;
> III) Numa aula diferenciada: os usuários ativos são ambos professor e aluno, desenvolvendo projetos, aulas interdisciplinares, trabalhos em equipe, jogos educativos, modelagens e simulações, resolução de problemas, verificações e demonstrações, etc.

Segundo Ubiratam D'Ambrósio (2003) citado em [6], nos diz que:

> É preciso substituir os processos de ensino que priorizam a exposição, que levam a um receber passivo do conteúdo, através de processos que estimulem os alunos à participação. É preciso que eles deixem de ver a Matemática como um produto acabado, cuja transmissão de conteúdos é vista como um conjunto estático de conhecimentos e técnicas.

Também surfando nesta onde, a Base Nacional Comum Curricular -BNCC [2] diz que:

> O trabalho de Matemática no Ensino Médio pode ser enriquecido por meio de propostas pautadas no uso de recursos tecnológicos como instrumentos que visem auxiliar na aprendizagem e na realização de projetos, sem anular o esforço da atividade compreensiva.

Seguindo esta mesma linha de pensamentos em defesa do uso de softwares, Cavalvante em [6] diz que as TICs não são soluções para todos os problemas do ensino de matemática, porém possuem fortes limitações. Daí a importância da escolha do software.

Existem muitos softwares de matemática que podem ser utilizados para o ensino de matemática, alguns são mais dinâmicos, outros melhores na parte de construção de gráficos, outros são melhores na parte de métodos numéricos, e etc.

Estes dois próximos trabalhos tentam produzir um material de apoio para que os professores possam usar os softwares com mais facilidade. No artigo [7] os autores afirmam que

> Apesar das evidentes possibilidades de contribuição do GeoGebra, é importante lembrar que tal software sozinho não ensina coisa alguma. Assim, é imprescindível o papel do professor na criação de situações de utilização e na mediação do processo. Além disso, é também importante a criação de materiais de apoio a utilização do software.

Pensando no material de apoio para utilizar o Geogebra, eles apresentaram uma nova interface para o GeoGebra que integrou os ambientes de texto e gráfico de forma que o texto fique dinâmico. As inovações estão, sobretudo, na mudança do layout e na ferramenta LaTex do ambiente texto.

No artigo [8] Admilson estudou os recursos oferecidos pelo software livre Geogebra para o estudo da Geometria Analítica. Visando um enriquecimento dos recursos pedagógicos deste conteúdo e, consequentemente, obter melhores resultados no que se refere ao processo ensino-aprendizagem.

Como vimos neste capítulo, não restá dúvida sobre o uso de softwares no ensino de matemática, porém devemos ficar atentos a escolha do software e também devemos lembrar que o software sozinho não resolve todos os problemas. O software GeoGebra é um software livre, extremamente dinâmico que pode ser utlizado em ambiente de sala de aula, em todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema. Além disso, é um software multiplataforma, ou seja, ele pode ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS.

3 CONCEITOS BÁSICOS

As seções deste capítulo apresentam alguns conceitos básicos do latex , noções de operadores lógicos, definições relacionados ao estudo de funções e algumas funções, o conteúdo de cada seção foi baseado respectivamente nas referências [9] , [10] , [11] e a última seção [12] , [13] e [14] .

3.1 BÁSICO DE LATEX PARA SER USADO NO TEXTOS DO GEOGEBRA

3.1.1 Algumas Fontes do Latex

3.1.1.1 Tamanho do texto

Exibição	Comando
Tamanho	{ \tiny Tamanho}
Tamanho	{ \scriptsize Tamanho}
Tamanho	{ \footnotesize Tamanho}
Tamanho	{ \small Tamanho}
Tamanho	{ \normalsize Tamanho}
Tamanho	{ \large Tamanho}
Tamanho	{ \Large Tamanho}
Tamanho	{ \LARGE Tamanho}
Tamanho	{ \huge Tamanho}
Tamanho	{ \Huge Tamanho}
Tamanho	\resizebox{5cm}{1cm}{Tamanho}
Tamanho	\scalebox{4}{Tamanho}

3.1.1.2 Estilo do texto

Exibição	Comando
Negrito	{ \bf Negrito}
Itálico	{ \it Itálico}
`Datilografado`	{ \tt Datilografado}
Romano	{ \rm Romano}
Sans Serif	{ \sf Sans Serif}
CAIXA ALTA	{ \sc Caixa Alta}
Sublinhado	\underline{Sublinhado}

3.1.1.3 Rotação do texto

Quando desejamos rotacionar o texto usamos o comando rotatebox.

Exemplo: \rotatebox{60}{Sessenta Graus} cria Sessenta Graus

Observação: O geogebra tem disponível o comando girar texto GirarTexto[Texto, Ângulo]

3.1.1.4 Cores do texto

- Definindo cor: \definecolor{nome}{modelo}{parâmetro}, onde nome é o nome da cor, modelo é o modelo da cor com o principal sendo: rgb(red, green,blue) e parâmetro é o código da cor segundo o modelo usando. Por exemplo, para definir a cor azul:

$$\backslash definecolor\{azul\}\{rgb\}\{0,0,1\}$$

O padrão rgb é o mais usado devido ao seu grande número de combinação de cores feita com códigos: peso da cor vermelha, peso da cor verde, peso da cor azul, onde os números variam entre 0 e 1. Outros modelos podem ser utilizados.

Modelo	Descrição	Parâmetros
gray	tons de cinca $\{0 \leq cinza \leq 1\}$	$\{0 \leq x \leq 1\}$
rgb	$0 \leq Red, Green, Blue \leq 1$	$\{R, G, B\}$
cmyk	$0 \leq Margenta, Yellow, Black \leq 1$	$\{C, M, Y, B\}$

- Mudando a cor da palavra selecionada: \textcolor{cor}{palavra}. A cor ainda pode ser escrita diretamente em inglês ou usar o \definecolor definindo o nome da cor em português.

  Por exemplo:

  $\backslash definecolor\{light - gray\}\{gray\}\{0, 95\}$

  $\backslash definecolor\{orange\}\{rgb\}\{1, 0.5, 0\}$

  $\backslash definecolor\{azulclaro\}\{rgb\}\{0.2, 0.2, 1\}$

  $\backslash definecolor\{orange\}\{cmyk\}\{0, 0.5, 1, 0\}$

  \textcolor{azul claro}{Matemática}

  Matemática

- Gerando uma caixa com o fundo da cor que foi escolhida \colorbox{cor}{texto}.

  Por exemplo,

  Matemática

  \colorboxblueMatemática

- Gerando uma caixa com cor B e borda cor A \fcolorbox{corA}{CorB}{texto}.

  Por exemplo:

  Matemática

  \colorbox{blue}{red}{Matemática}

3.1.2 Ambiente Matemático

Se um texto (ou fórmula) for digitado entre cifrões (\$ ... \$ ou \$\$ ... \$\$) então esse texto será considerado como estando no modo matemático. Toda fórmula matemática que contenha potências, raízes, frações, etc. deve ser digitada no modo matemático. No modo matemático é usado o tipo de letra itálico e espaços em branco desnecessários são eliminados automaticamente.

Por exemplo

```
$f(x) \ge g(x) \Rightarrow  ax+b \geq a_1 x+b_1  \Rightarrow
 ax- a-1x \geq b_1-b  \\ \Rightarrow   (a- a-1)x \geq b_1-b
\Rightarrow  x \geq \frac{b_1-b}{a_1-a} \\
S=\{x \in \mathbf{R} | x \geq \frac{b_1-b}{a_1-a} \}$
```

$f(x) \ge g(x) \Rightarrow ax+b \geq a_1 x+b_1 \Rightarrow ax- a-1x \geq b_1-b$
$\Rightarrow (a- a-1)x \geq b_1-b \Rightarrow x \geq \frac{b_1-b}{a_1-a}$
$S=\{x \in \mathbf{R} | x \geq \frac{b_1-b}{a_1-a} \}$

3.1.3 Potências e índices

Potências podem ser construídas com um ˆ e índices com um _. Se o índice ou o expoente contiver mais de um carácter, deve-se ter o cuidado de usar chaves envolvendo-o.

Exemplos

\$ aˆb \$= a^b	\$ aˆ{bc} \$ = a^{bc}
\$ aˆbc \$= a^bc	\$ a_b \$ = a_b
\$ a_{bc} \$ = a_{bc}	\$ a_bc \$ = a_bc

3.1.4 Matrizes

Matrizes podem ser construídas com o ambiente **array** da seguinte forma:

```
\begin{array}[posição no texto]{quantidades de colunas colunas}
                       definição de cada linha com um "\\" no final
\end{array}
```

```
$$A=\left(\begin{array}[h]{cc}
a_{11} & a_{12}\\
a_{21} & a_{22}
\end{array}\right)$$
```

$$A=\left(\begin{array}{cc}
a_{11} & a_{12}\\
a_{21} & a_{22}
\end{array}\right)$$

3.1.5 Tabelas

Basicamente a manipulação das tabelas será feita pelos seguintes comandos:

- `\begin{tabular} \end{tabular} para iniciar e finalizar a Tabela.`
- `c`

  alinhamento centralizado.
- `l`

  alinhamento à esquerda.
- `r`

  alinhamento à direita.
- `{|c|c|c|c|c|}`

  A quantidade de c's indica no. de colunas e as barras desenhas as colunas.
- `&`

  separa as colunas.
- `\\`

  inicia uma nova linha.
- `\hline`

  insere uma linha horizontal entre duas linhas.

```
$\begin{tabular}{|c|l r|}
\hline
x & f(x)= ax+b  & (x,y)\\ \hline
0 & f(0)= a.0+b & (0,b) \\ \hline
1 & f(1)= a.1+b & (1,f(1)) \\ \hline
2 & f(2)= a.2+b & (2,f(2)  \\
\hline
\end{tabular}
$
```

x	f(x)= ax+b	(x,y)
0	f(0)= a.0+b	(0,b)
1	f(1)= a.1+b	(1,f(1))
2	f(2)= a.2+b	(2,f(2)

- `\multicolumn{m}{|c|}`

  Mescla m colunas a partir de onde está o comando.

```
$   \begin{tabular}{|c|c|c|}
\hline
\multicolumn{3}{|c|}{Casa}            \\ \hline
 Parede      &   Piso    &   Teto    \\ \hline
  $10m^2$    &   $6m^2$  & $6m^2$    \\ \hline
\end{tabular}  $
```

Casa		
Parede	Piso	Teto
$10m^2$	$6m^2$	$6m^2$

3.1.6 Uso de chaves com array

O ambiente array usado normalmente para definir matrizes, também pode ser usado de outras maneiras.

Sistemas de Equações

```
$$
\left\{
\begin{array}{ccc}
a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z & =&b_1 \\
a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z & =&b_2 \\
a_{31}x+a_{32}y+a_{33}z & =&b_3 \\
\end{array}
\right.
$$
```

$$
\left\{
\begin{array}{rcl}
a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z & = & b_1 \\
a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z & = & b_2 \\
a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z & = & b_3
\end{array}
\right.
$$

Funções Definida Por Partes

```
$$
f(x)=\left\{
\begin{array}{cc}
1 & se \ \ x \in Q \\
0 & se \ \ x \in R-Q
\end{array}
\right.
$$
```

$$
f(x)=\left\{
\begin{array}{cc}
1 & se \ \ x \in Q \\
0 & se \ \ x \in R-Q
\end{array}
\right.
$$

3.2 NOÇÃO DE OPERADORES LÓGICOS

Precisaremos trabalhar com operadores lógicos, também conhecidos como operadores booleanos. Os operadores lógicos mais comuns são: **e** ($\wedge$), **ou** ($\vee$) e **não** ($\neg$).

3.2.1 Operador lógico não ($\neg$)

O operador do tipo **não** ($\neg$), conhecido como negação, é utilizado quando houver a necessidade de estabelecer a inversão do resultado lógico de uma determinada condição. Se a condição for verdadeira a sua negação é falsa. Se a condição for falsa a sua negação é verdadeira. Abaixo, é representada a tabela de decisão para este tipo de operador:

Condição p	$\neg p$
Verdadeira	falsa
Falsa	Verdadeira

3.2.2 Operador lógico e ($\wedge$)

O operador do tipo **e** ($\wedge$), conhecido como conjunção, é verdadeiro quando ulizado dois ou mais relacionamentos logicos de determinadas condições e todas as condições forem verdadeiras. Abaixo, é apresentado a tabela de decisão para este tipo de operador:

Condição p	Condição q	$p \wedge q$
Falsa	Falsa	Falso
Falsa	Verdadeira	Falso
Verdadeira	Falsa	Falso
Verdadeira	Verdadeira	Verdadeiro

3.2.3 Operador lógico ou ($\vee$)

O operador do tipo **ou** ($\vee$), conhecido como disjunção, é verdadeiro quando utilizado dois ou mais relacionamentos lógicos de determinadas condições e pelo menos uma das condições for verdadeira. Abaixo, é apresentado a tabela de decisão para este tipo de operador:

Condição p	Condição q	$p \vee q$
Falsa	Falsa	Falso
Falsa	Verdadeira	Verdadeiro
Verdadeira	Falsa	Verdadeiro
Verdadeira	Verdadeira	Verdadeiro

3.3 CONCEITOS BÁSICOS DE FUNÇÕES

3.3.1 Introdução

O conceito de função, um dos mais importantes da matemática, surge toda vez que procuramos estabelecer uma relação entre duas grandezas variáveis.

Exemplo: Consideremos um tanque com $1200l$ de capacidade e uma torneira que despeja nele $30l$ de água por minuto, o volume de água despejada dependerá do tempo que a torneira ficar aberta;

- após 1 min, será de $30l$
- após 2 mim, será de $2.30l = 60l$

- após 3 min, será de $3.30l = 90l$

Indicando o tempo (em minutos) por t e o volume de água (em litros) por v, podemos construir a seguinte tabela

Tempo (t)	1 min	2 min	3 min	...	40 min
Volume (v)	$30l$	$60l$	$90l$	...	$1200l$

O tempo assume valores que não depedem da torneira aberta, portanto uma varíavel independente,

O volume tem valores dos quais depedem do tempo que a torneira fica aberta, então é uma varíavel dependente.

Veja que o tanque de $1200l$ enche aos 40 minutos.

Observe que para os valores de t que vão do 0 até 40 min e v que vai de 0 até $1200l$ o volume de agua corresponde a 30 vezes o minuto. O que para esses valores de t e v, temos uma formula que os associa sendo V=30t

3.3.2 Par Ordenado

Ao escrevermos os elementos de um conjunto, nós fazemos sem a preocupação com a ordem dos mesmos. Desse modo, $\{a, b, c\} = \{c, b, a\}$. Se, porém, é dado um conjunto com dois elementos m e n, onde necessariamente m deva ser o primeiro elemento e n o segundo, então o conjunto desses elementos é chamado de par ordenado e será representado por (m, n). Os parênteses em substituição às chaves indicam que a ordem dos elementos deve ser considerada. Assim, se a e b são números reais, então (a, b) é uma par ordenado de números reais, em que o **primeiro elemento** é a e o ***segundo elemento*** é b.

Propriedade

Dados que (a,b)=(b,c) isso acontece quanto a=b e b=c.

Gráfico cartesiano

Dado um plano π com um sistema de eixos ortogonais em O com mesma unidade de medida de igual comprimento, sendo o eixo vertical OY e o eixo horizontal OX. Denominaremos como sistema de eixos ortogonais OXY.

$\mathbb{R}^2 = \{(x, y) \,|x, y \in \mathbb{R}\}$

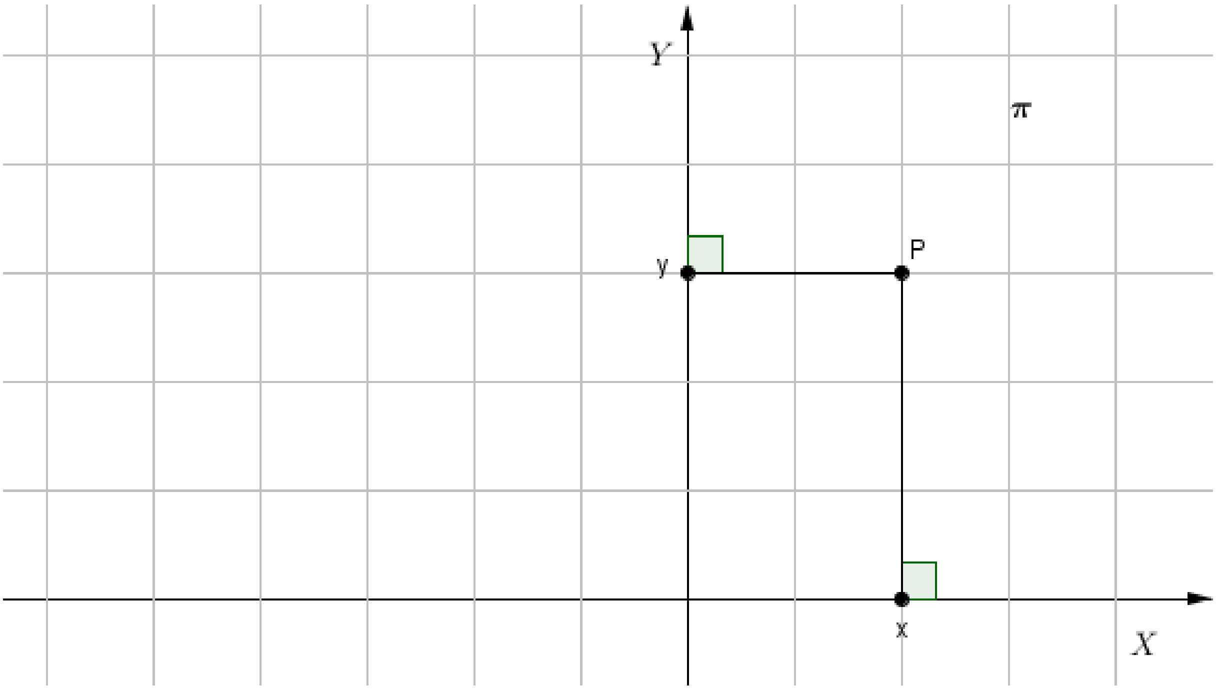

Figura 1: Plano cartesiano

Todo **par ordenado** de números reais pode ser representado no plano cartesiano por um ponto. O Ponto P corresponde o par ordenado (x, y), onde x é a coordenada (chamada de abcissa) de intersecção da perpendicular ao eixo OX, que passa por P, com o eixo x e y é a coordenada (chamada de ordenada) de intersecção da perpendicular ao eixo OY, que passa por P, com o eixo y .

Definição 3.3.1. *(Produto Cartesiano) Dados os conjuntos A e B, o produto cartesiano de A por B, denotado $A \times B$ (lê-se: A cartesiano B), é o conjunto formado por todos os pares ordenados (a, b), onde $a \in A$ e $b \in B$, isto é*

$$A \times B = \{(a, b) \ |\forall a \in A \text{ e } \forall b \in B\}.$$

Dados os conjuntos $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 5\}$, vamos formar todos os pares ordenados onde o primeiro elemento pertence a A e o segundo, a B.

$A \times B = \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$.

Se $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ e $B = \{b_1, b_2, \cdots, b_m\}$ são conjuntos finitos com m e n elementos respectivamente, então o produto $A \times B$ possui mn elementos.

Se A ou B for o conjunto vazio, definimos o produto cartesiano de A por B como sendo o conjunto vazio.

Se A ou B for infinito e nenhum deles for vazio, então $A \times B$ é um conjunto infinito

Se $A \neq B$, então $A \times B \neq B \times A$, isto é, o produto cartesiano de dois conjuntos não goza da propriedade comutativa.

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 5\}$,

$A \times B = \{(2,3), (2,5), (3,3), (3,5), (4,3), (4,5)\}$.

$B \times A = \{(3,2), (3,3), (3,4), (5,2), (5,3), (5,4)\}$.

Definição 3.3.2. *(Relação) Dados dois conjuntos, A e B, não vazios, definimos uma relação R de A em B, denotada por $R : A \to B$ (lê-se: R de A em B), como qualquer subconjunto de $A \times B$. Portanto $R \subset A \times B$.*

Exemplo 3.3.1. *Dado $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 5\}$, temos o produto cartesiano*

$A \times B = \{(2,3), (2,5), (3,3), (3,5), (4,3), (4,5)\}$.

e a relação em que a é par e b é impar, com $a \in A$ e $b \in B$ então

$R = \{(2,3), (2,5), (4,3), (4,5)\}$.

Domínio e Imagem de uma Relação

O domínio de uma relação R, denotado por $D(R)$, é o conjunto formado pelos primeiros elementos de cada par ordenado da relação. A imagem de uma relação R, denotada por $I(R)$, é o conjunto formado pelos segundos elementos de cada par ordenado da relação. No exemplo 3.3.1 o domínio é o conjunto $D(R) = \{2, 4\}$ e a imagem é o conjunto $I(R) = \{3, 5\}$.

3.3.3 Noção matemática de função

Vamos considerar os conjuntos de pares (x, y), tais que $x \in A$ e $y \in B$. Sabemos que qualquer um desses conjuntos é chamado de **relação de A em B**, porém, se a relação associar **cada elemento de A a um único elemento de B**, dizemos que ela é uma **função de A em B.**

Definição 3.3.3. *(Função) Dados os conjuntos A e B, uma função f de A em B, denotada $f : A \to B$ (lê-se: f de A em B), é qualquer relação que associa todo elemento de A, a um único elemento de B.*

3.3.4 Linguagem das funções

Em uma função $f : A \to B$ o domínio é o conjunto A e o contra-domínio é o conjunto B. A imagem de f é o subconjunto de B cujos elementos estão associados a algum elemento do domínio. Genericamente denotamos os pares ordenados de f por (x, y), onde $x \in A$ e $y \in B$, e escrevemos $y = f(x)$ (lê-se y igual a f de x). Dizemos que y é a imagem de x sob a função f. Dizemos também que x é a variável independente e que y é a variável dependente.

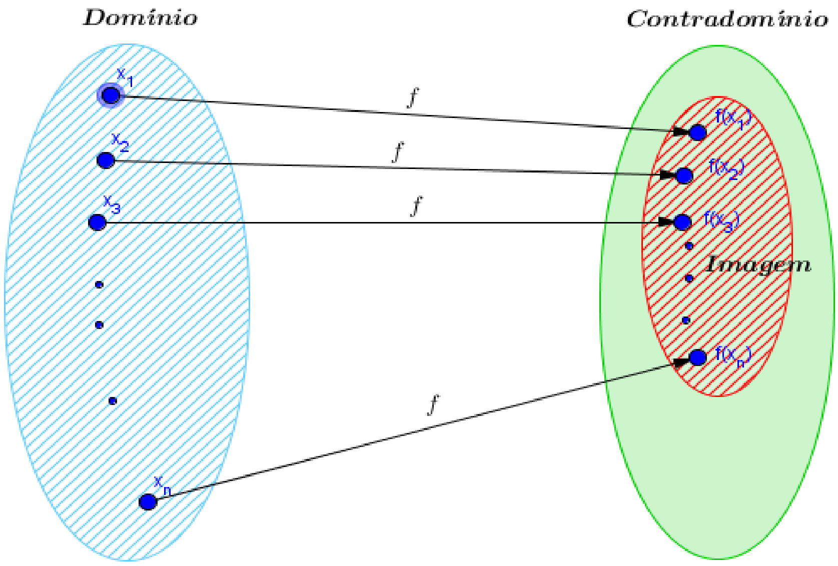

Figura 2: Função

3.3.5 Função real de variável real

Uma *função de uma variável real a valor real* é uma função $f : A \subset \mathbb{R} \to B \subset \mathbb{R}$, em que A e B são subconjuntos de $\mathbb{R}$.

Exemplo 3.3.2. *Seja* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, definida por* $f(x) = x^2$.

3.3.6 Gráfico de uma função

Seja $f : A \to B$ uma função. O conjunto

$$G_f = \{(x, y) \mid y = f(x) \ e \ x \in A\}$$

denomina-se *gráfico* de f; assim, o gráfico de f é um subconjunto do conjunto de todos os pares ordenados (x, y) de número reais. Munindo-se o plano de um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas, o gráfico de f pode então ser pensando como o lugar geométrico descrito pelo ponto $(x, f(x))$ quando x percorre o domínio de f.

3.3.6.1 Translação horizontal

Aplicando a translação horizontal $(x, y) \mapsto (x + k, y)$ ao gráfico da funçao $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, obtém-se o gráfico da função $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $g(x) = f(x - k)$ para todo $x \in \mathbb{R}$

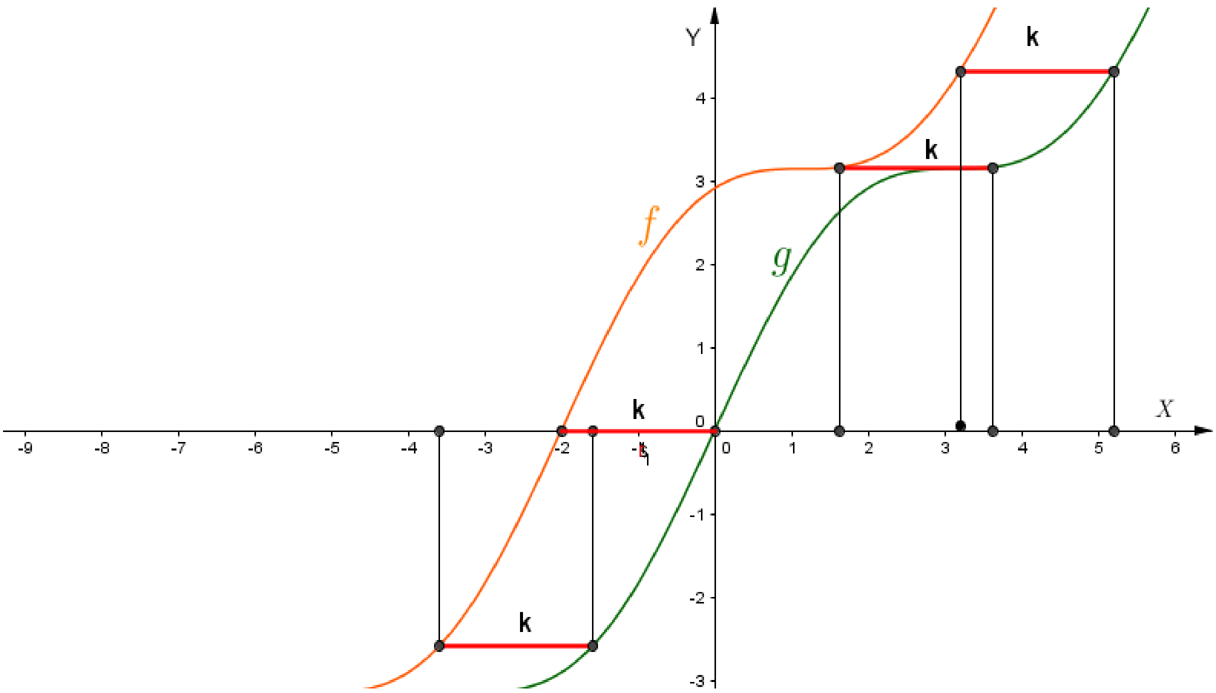

Figura 3: Função translação horizontal

Uma translação horizontal implica que para um dado $x_b \in D_f \; e \; x_a \in D_g \; tal \; que f(x_b) = g(x_a)$ temos um mesmo $k = x_a - x_b$, onde k representa o deslocamento horizontal, portanto $g(x_a) = f(x_a - k)$.

3.3.6.2 Translação Vertical

A translação vertical$(x, y) \mapsto (x, y + t)$ transforma o gráfico da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ no gráfico da função $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $h(x) = f(x) + t$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

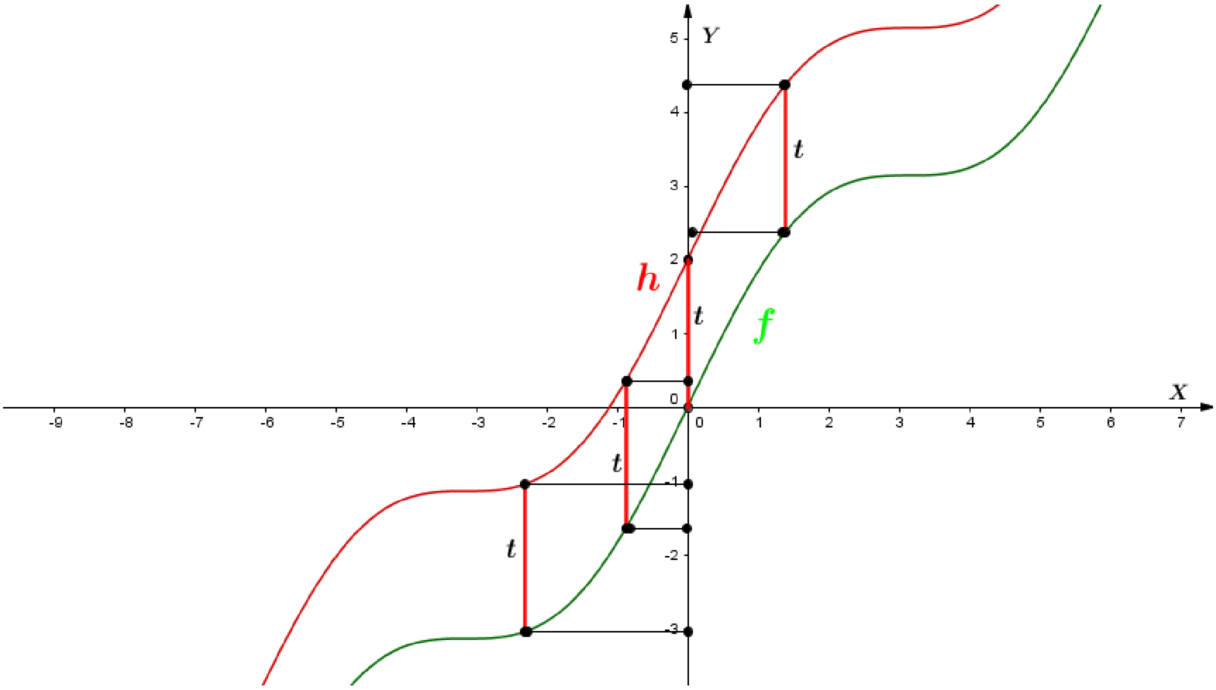

Figura 4: Função deslocamento vertical

Uma translação vertical implica que para um mesmo valor de x, $h(x) - f(x) = t$, logo acontece para $h(x) = f(x) + t$.

3.3.6.3 Ampliação, contração e inversão vertical

A ampliação,contração e inversão vertical $(x, y) \mapsto (x, ay)$ transforma o gráfico da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ no gráfico da função $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $p(x) = a\dot{f}(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Para um mesmo valor de x, exite k tal que $p(x) = kf(x)$

A inversão vertical acontece para $a < 0$ pois

- Se $f(x) > 0 \Rightarrow kf(x) = p(x) < 0$
- Se $f(x) < 0 \Rightarrow kf(x) = p(x) > 0$

Ampliação vertical acontece para $|a| > 1$

- Se $a > 1$, existe um $b > 0, b \in \mathbb{R}$ tal que $a = 1 + b$

  p(x)=af(x)=(1+b)f(x)=f(x)+bf(x)

- Se $a < -1$, existe um $c < 0, c \in \mathbb{R}$ tal que $a = -1 - c$

  p(x)=af(x)=(-1-c)f(x)=-f(x)-cf(x)

Contração vertical acontece para $0 < |a| < 1$

- Se $0 < a < 1$, existe um $d > 1, d \in \mathbb{R}$ tal que $a = \frac{1}{d}$

  $p(x) = af(x) = \frac{1}{d}f(x)$

- Se $-1 < a < 0$, existe um $e < -1, e \in \mathbb{R}$ tal que $a = \frac{1}{e}$

  $p(x) = af(x) = \frac{1}{e}f(x)$

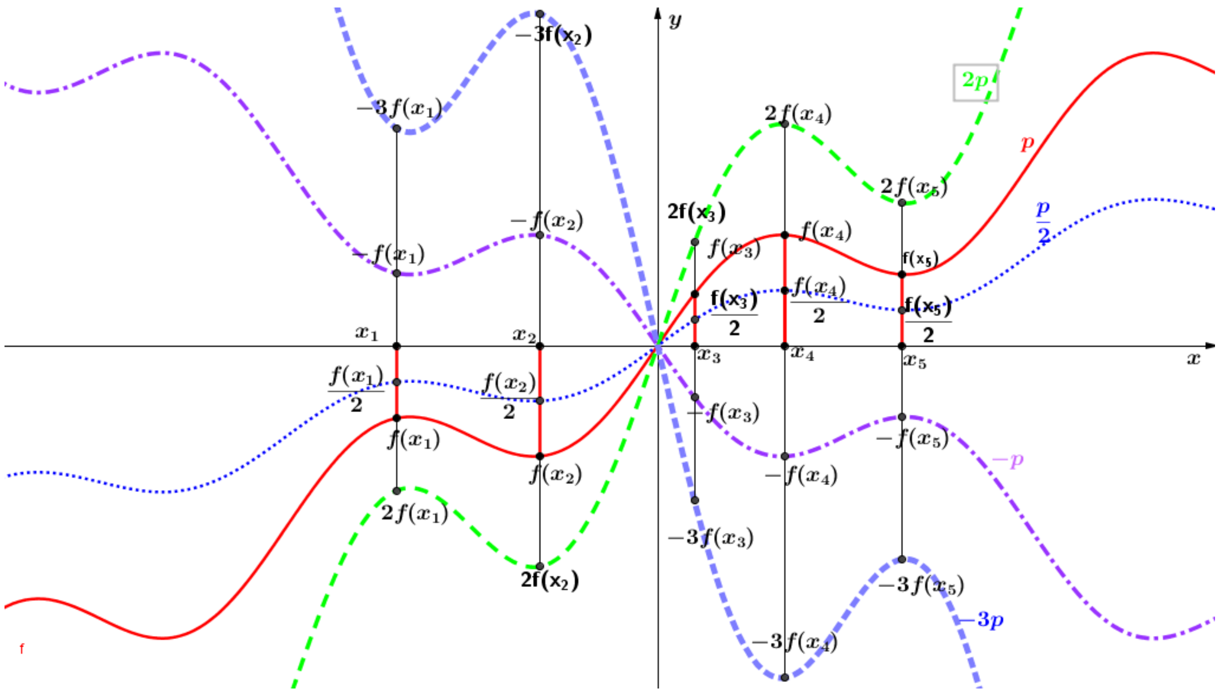

Figura 5: Funcao ampliação, inversão e contração vertical

3.3.6.4 Ampliação e contração horizontal

A ampliação,contração e inversão horizontal $(x, y) \mapsto (ax, y)$ transforma o gráfico da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ no gráfico da função $q : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $q(x) = f(ax)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

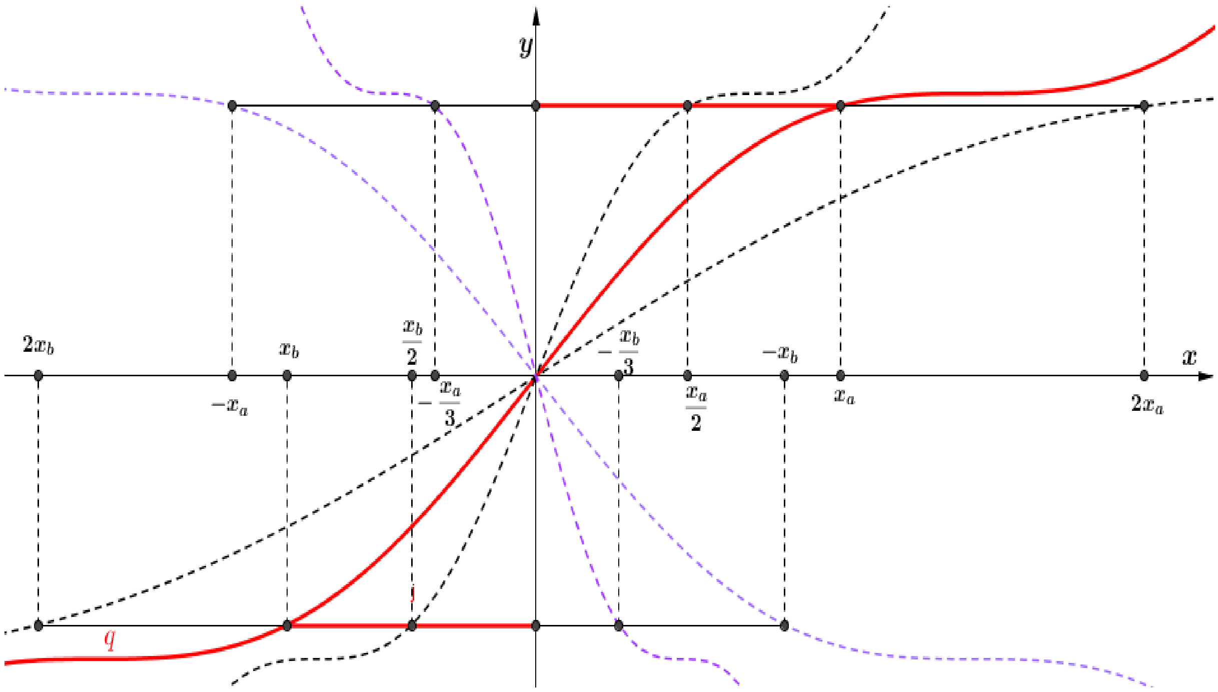

Figura 6: Funcao ampliação, inversão e contração horizontal

$f(x_n) = q(x_m)$ para $x_n \in D_f$ *e* $x_m \in D_q$, existe um k tal que $x_m = kx_n \Rightarrow f(x_n) = q(kx_n)$

A inversão horizontal acontece para $a < 0$ pois

- Se $x > 0 \Rightarrow ax < 0$
- Se $x < 0 \Rightarrow ax > 0$

Contração horizontal acontece para $|a| > 1$

- Se $a > 1$ temos que $0 < \frac{1}{a} < 1, f(ax) = g(x) \Rightarrow f(x) = g(\frac{x}{a})$
- Se $a < -1$ temos que $-1 < \frac{1}{a} < 0, f(ax) = g(x) \Rightarrow f(x) = g(\frac{x}{a})$

Ampliação horizontal acontece para $0 < |a| < 1$

- Se $0 < a < 1$ temos que $\frac{1}{a} > 1$,então existe $u > 0$,$u \in \mathbb{R}$ tal que $\frac{1}{a} = 1 + u$ logo $f(ax) = g(x) \Rightarrow f(x) = g(\frac{x}{a}) = g((1 + u)x) = g(x + ux)$

- Se $-1 < a < 0$ temos que $\frac{1}{a} < -1$,então existe $v > 0$,$u \in \mathbb{R}$ tal que $\frac{1}{a} = -1 - u$ logo $f(ax) = g(x) \Rightarrow f(x) = g(\frac{x}{a}) = g((-1-u)x) = g(-x-ux)$

3.3.7 Análise de gráficos

3.3.7.1 Reconhecimento de uma função através do gráfico

Como a função é uma relação em que cada x do dominio existe um único y do contradominio. Observando (x,y), um dado x não tem dois ou mais valores de y, então a intersecção do gráfico da função com a reta $x = x_1$ para qualquer $x_1 \in D_f$ é somente um ponto.

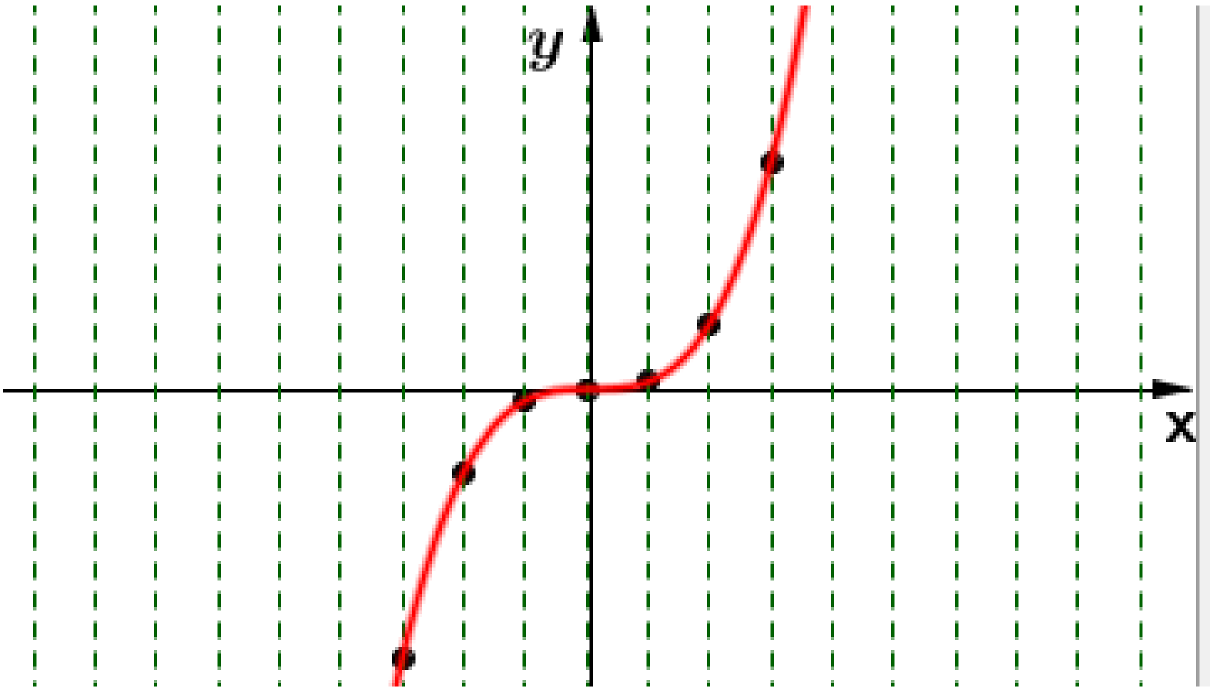

Figura 7: Função no plano cartesiano

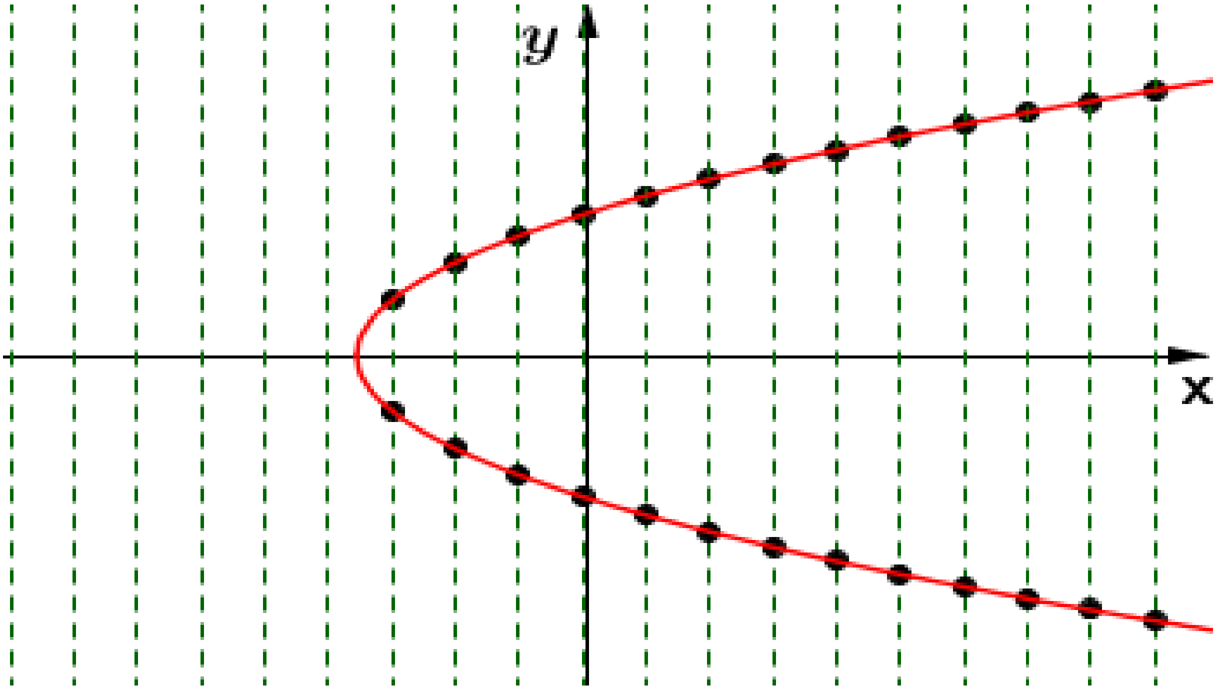

Figura 8: Não é função no plano cartesiano

3.3.7.2 Identificação pelo gráfico do domínio e imagem

Domínio é o cojunto das abscissas dos pontos tais que as retas *verticais* conduzidas por esses pontos interceptam o gráfico de f.

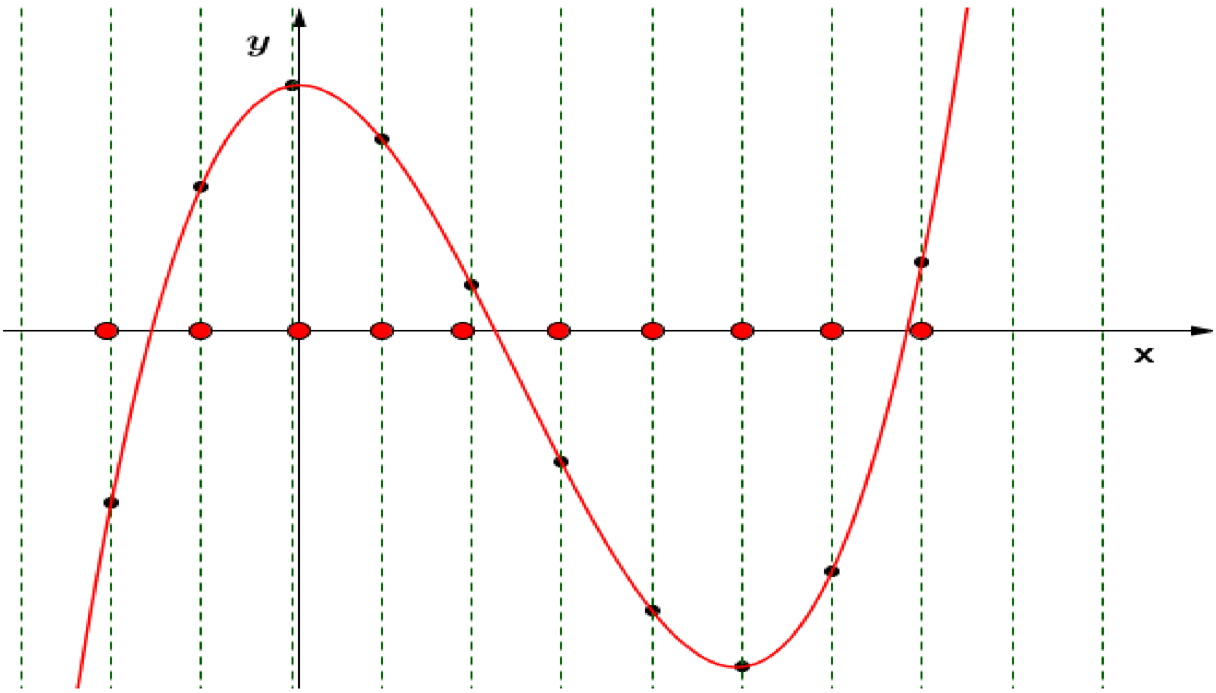

Figura 9: Dominio

Imagem é o conjunto das ordenadas dos pontos tais que as retas *horizontais* conduzidas por esses pontos interceptam o gráfico de f.

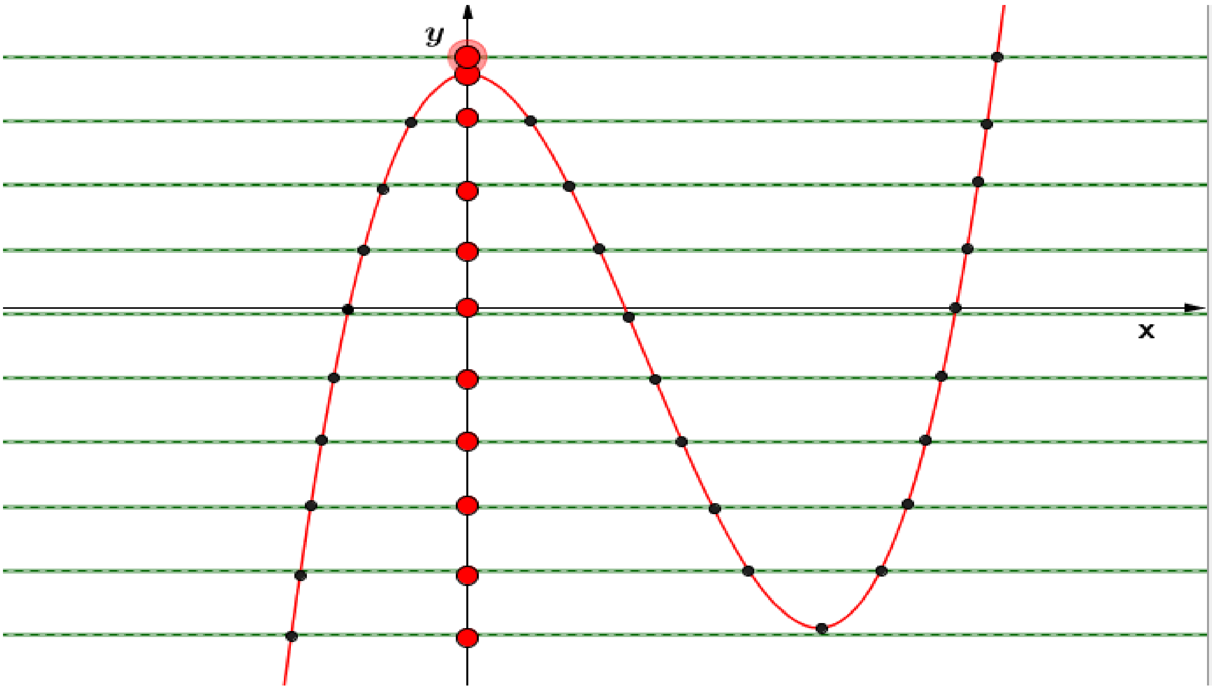

Figura 10: Imagem

3.3.7.3 Zero de funções

Zero ou raízes de uma função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, $f(x) = 0$. Geometricamente os zeros de uma função são representados no plano cartesiano como a abscissa do ponto em que f (gráfico de f) corta o eixo dos x.

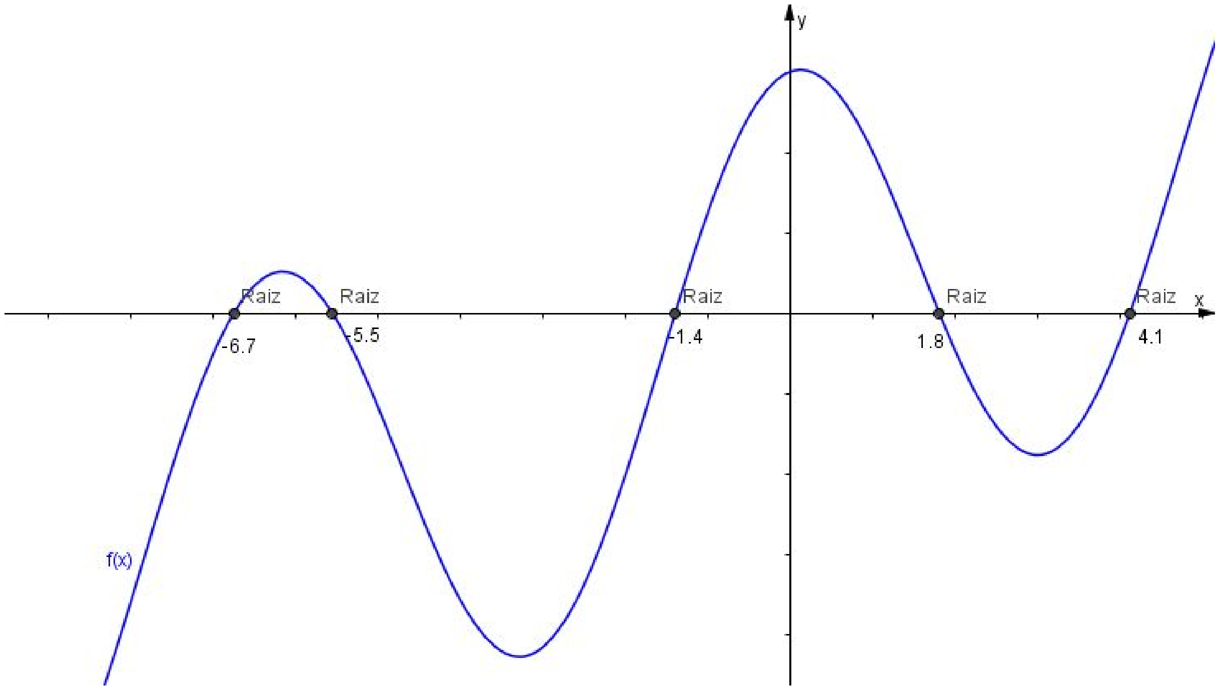

Figura 11: Zero de uma função

3.3.7.4 Sinal de uma função

Seja a função $f : A \to B$ definida por $y = f(x)$.

Para quais valores de x temos $f(x) > 0$, ou seja para quais valores de x o gráfico esta no 1º e 2ºquadrante,portanto acima do eixo x.

Para quais valores de x temos $f(x) < 0$, ou seja para quais valores de x o gráfico esta no 3º e 4ºquadrante,portanto abaixo do eixo x.

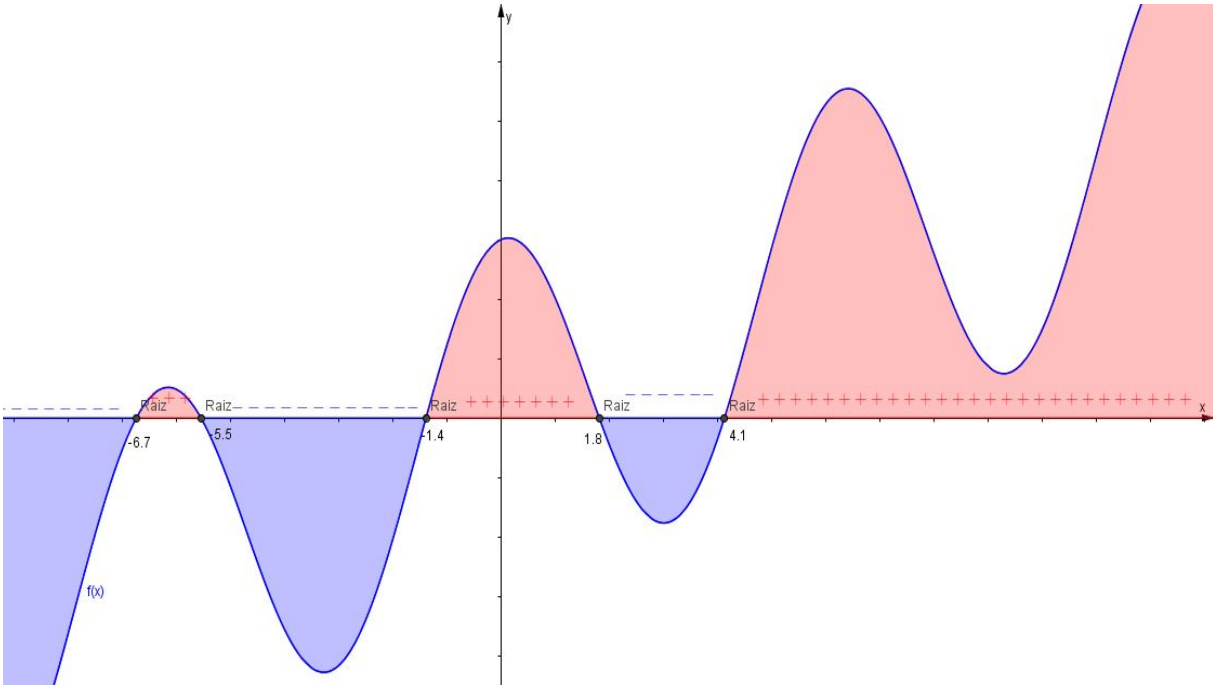

Figura 12: Sinal de uma função

3.3.7.5 Função crescente e função decrescente

Função crescente

A função $f : A \to B$ definida por $y = f(x)$ é crescente no conjunto $A_1 \subset A$ se, para dois valores quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a A_1, com $x_1 < x_2$, tivermos $f(x_1) < f(x_2)$.

A notação utilizando que f é crescente é dada por

$$\forall\ x_1, x_2\ tal\ que\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

e isso também pode ser reescrita na forma:

$$\forall\ x_1, x_2\ tal\ que\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0.$$

Na prática isso significa que o aumento nos valores de x, pertencentes ao domínio da função, implica no aumento dos valores da função para estes x.

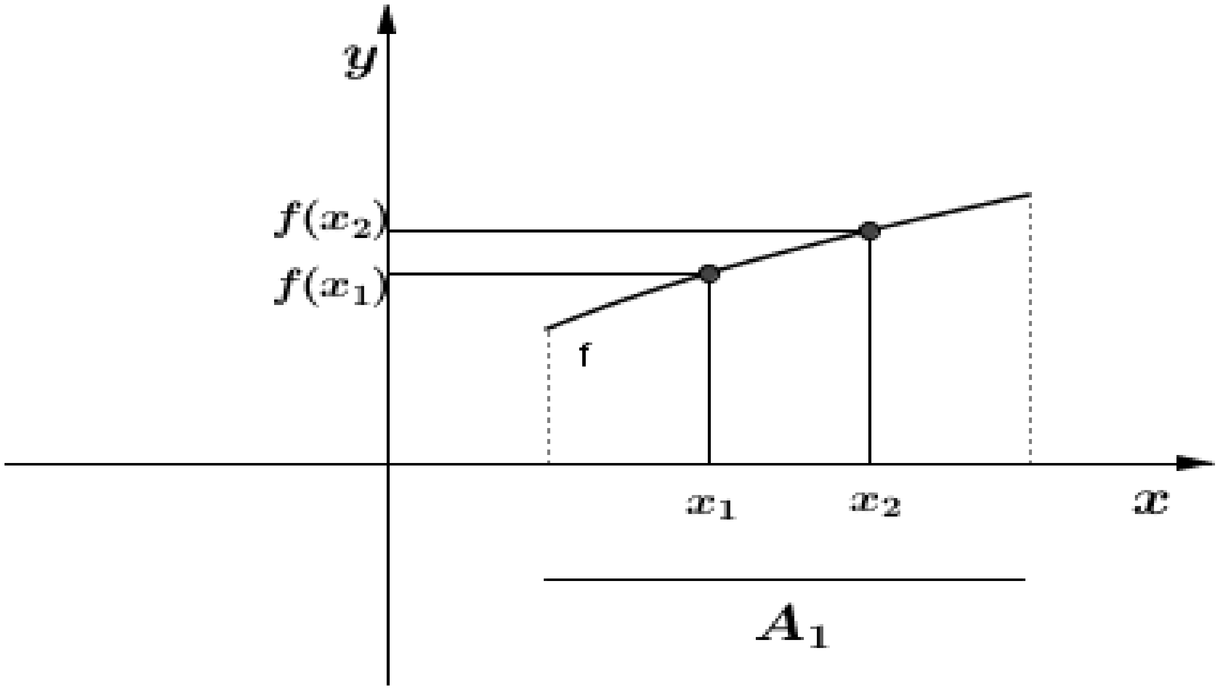

Figura 13: Função crescente

Função decrescente

A função $f : A \to B$ definida por $y = f(x)$ é decrescente no conjunto $A_1 \subset A$ se, para dois valores quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a A_1, como $x_1 < x_2$, tivermos $f(x_1) > f(x_2)$.

Em símbolos: f é crescente quando

$$\forall\ x_1, x_2\ tal\ que\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

e isso também pode ser reescrito na forma:

$$\forall\ x_1, x_2\ tal\ que\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0.$$

Na prática isso significa que o aumento nos valores de x, pertencentes ao domínio da função, implica na diminuição dos valores da função para estes x.

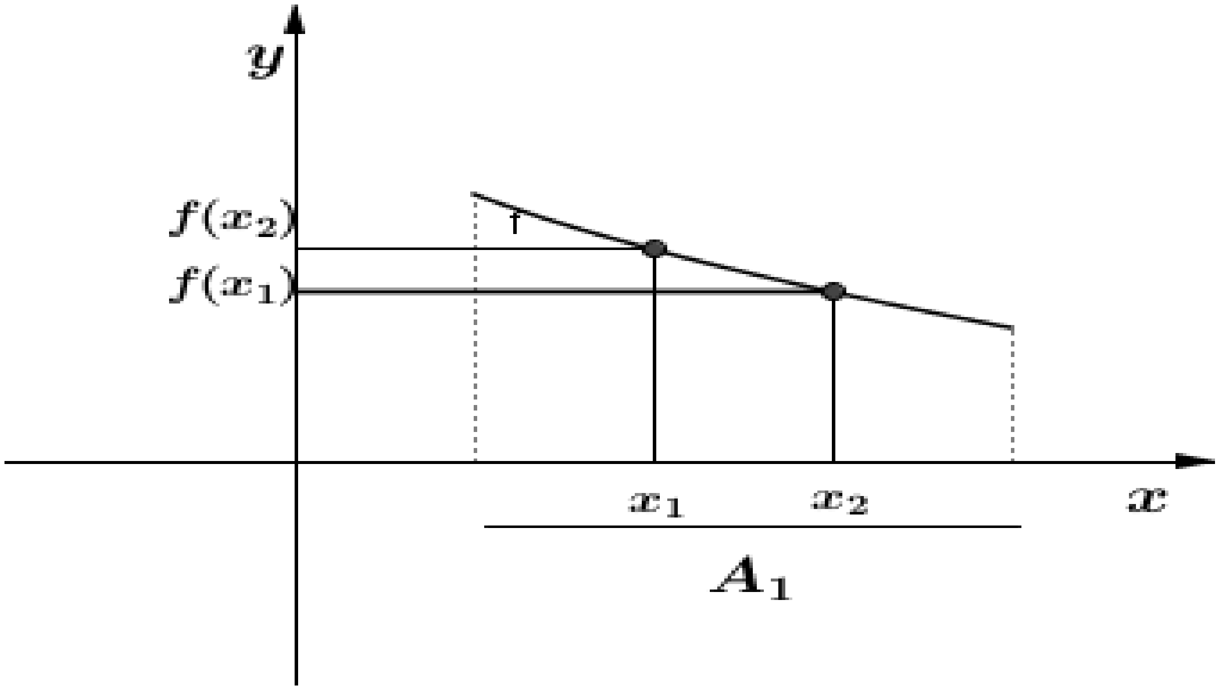

Figura 14: Função decrescente

3.4 ALGUMAS FUNÇÕES

3.4.1 Função Constante

Definição 3.4.1. *Dado um número real k, chama-se* **função constante** *a função*

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

definida por

$$f(x) = k$$

.

3.4.1.1 Gráfico da função constante

O gráfico da função constante é dado por

$$Gf = \{(x, y) | y = f(x) = k,\ x \in D_f\}$$

O gráfico de função constante é uma reta paralela ao eixo x passando pelo ponto $(0, k)$. A imagem é o cojunto $Im = k$

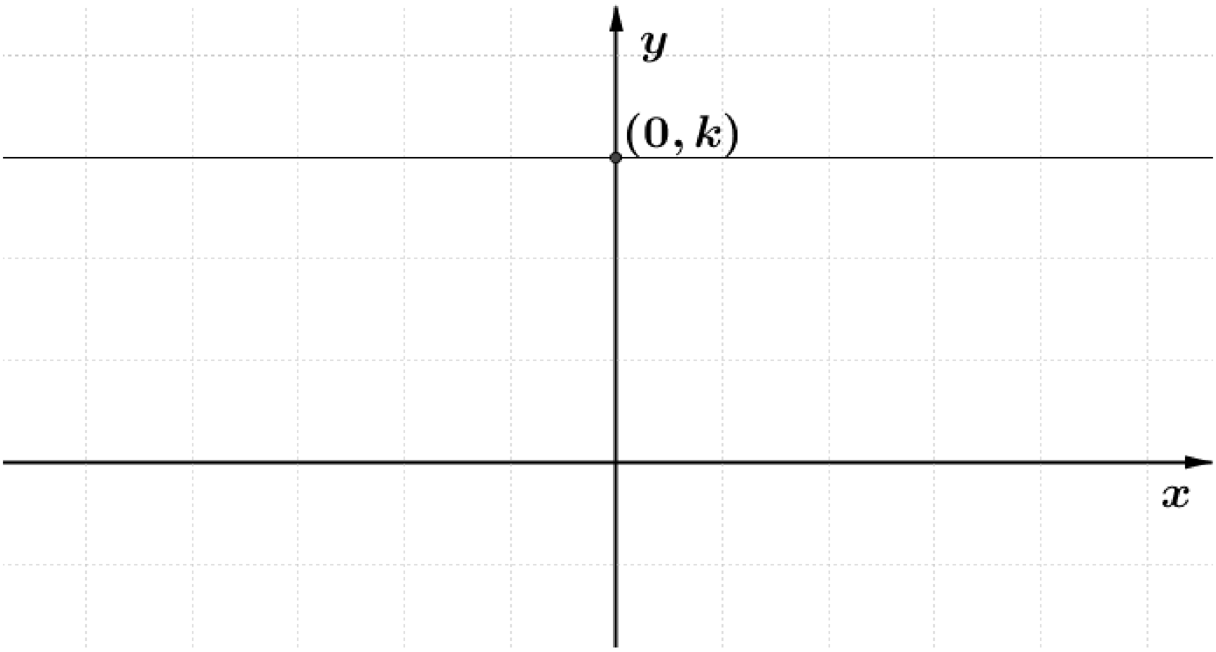

Figura 15: gráfico da funçao constante y=k

Tabela

x	y=f(x)=3	(x,y)
0	y=3	(0,3)
2	y=3	(2,3)

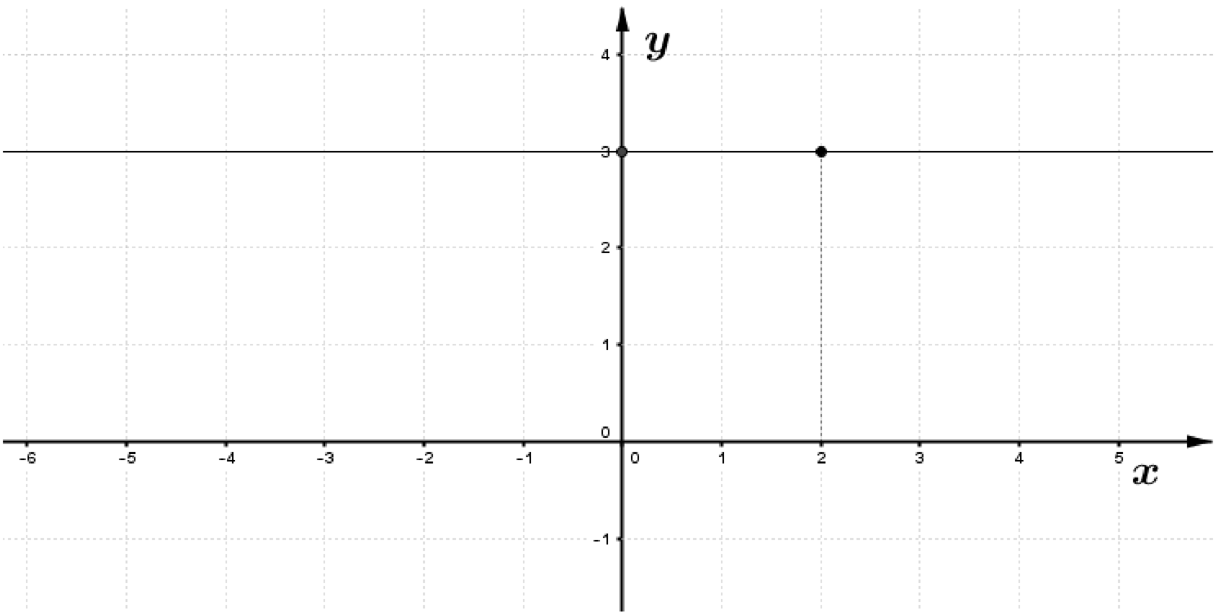

Figura 16: gráfico da funçao constante y=3

3.4.2 Função linear

Definição 3.4.2. *Dados o número real a e $a \neq 0$, chama-se* **função linear** *a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por*

$$f(x) = a\ x$$

.

3.4.2.1 Gráfico da função linear

O gráfico da função linear é dado por

$$Gf = \{(x, y) | y = f(x) = a\ x,\ x \in D_f\}$$

O gráfico de função linear é uma reta que passa pela origem e não coincide com os eixos x e y.

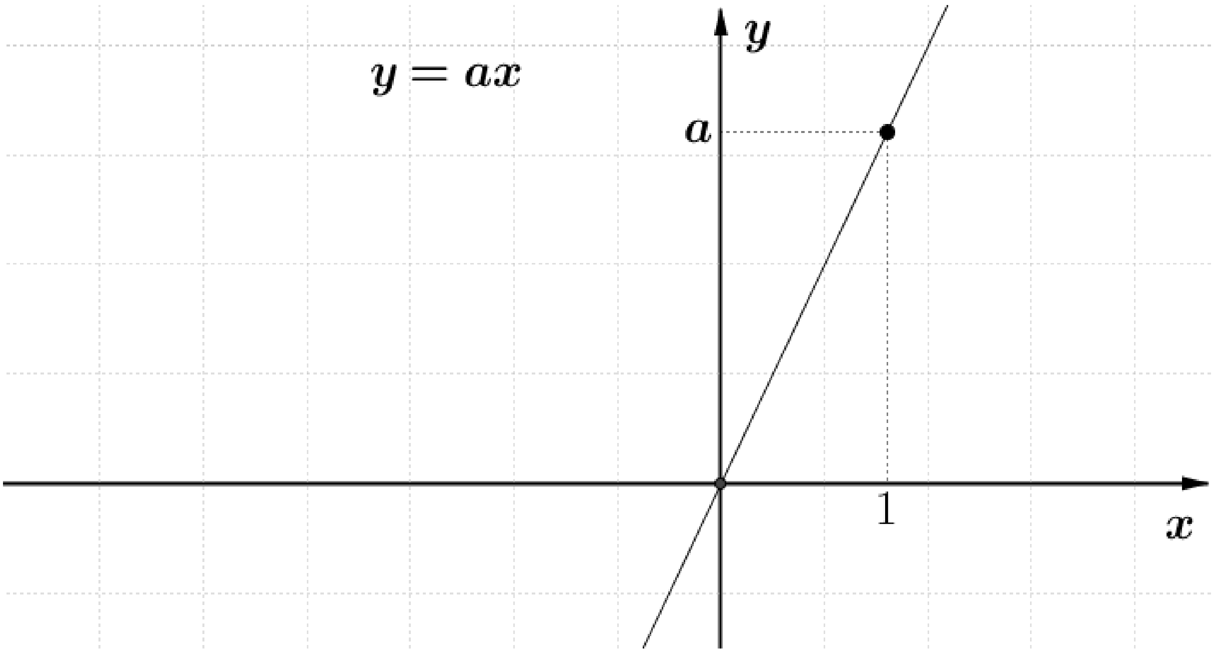

Figura 17: grafíco da funcao linear

Tabela

x	y=2x	(x,y)
0	y=0	(0,0)
1	y=2	(1,2)

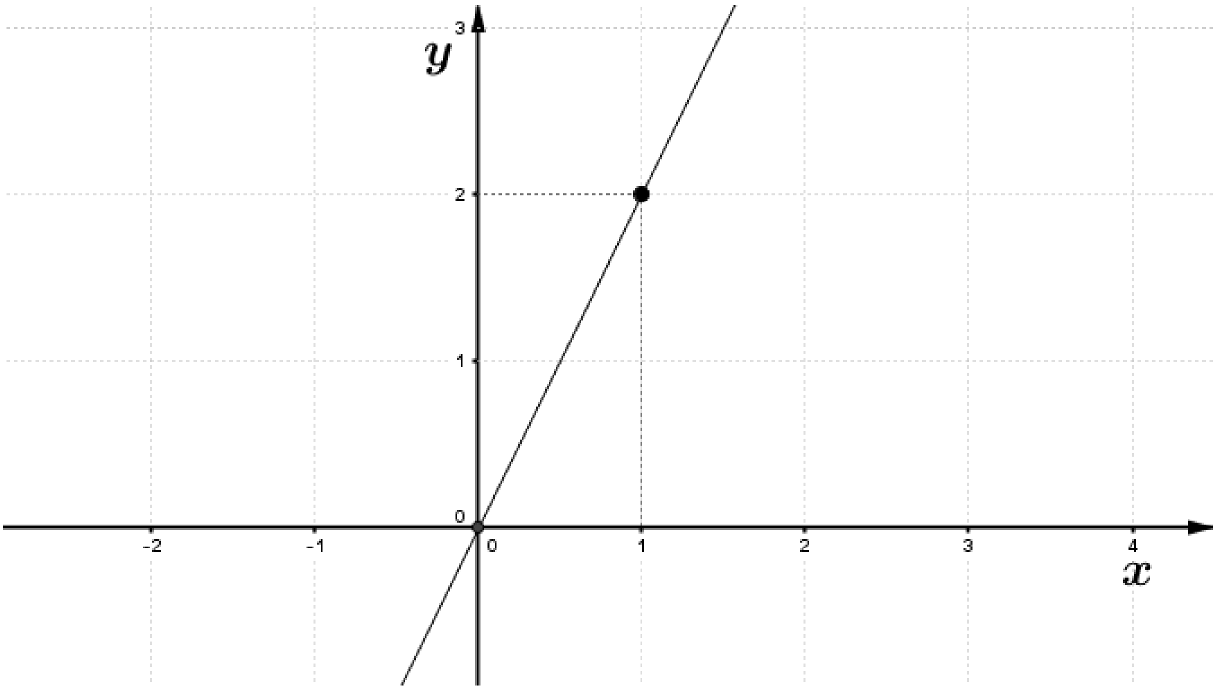

Figura 18: gráfico de y=2x

3.4.3 Função do 1º grau ou função afim

Definição 3.4.3. *Dados os números reais* a *e* b, $a \neq 0$, *chama-se* **função afim** *a função* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, *definida por*

$$f(x) = a\ x + b$$

.

Observação: A função linear é um caso particular da função afim, acontece para $b = 0$ na função afim.

3.4.3.1 Gráfico da função Afim

O gráfico da função afim é dado por

$$Gf = \{(x, y) | y = f(x) = a\ x + b,\ x \in D_f\}$$

O gráfico de função afim é uma reta não paralela nem ao eixo x nem ao eixo y.

x	y=2x+1	(x,y)
0	y=2(0)+1=0+1=1	(0,1)
1	y=2(1)+1=2+1=3	(1,3)

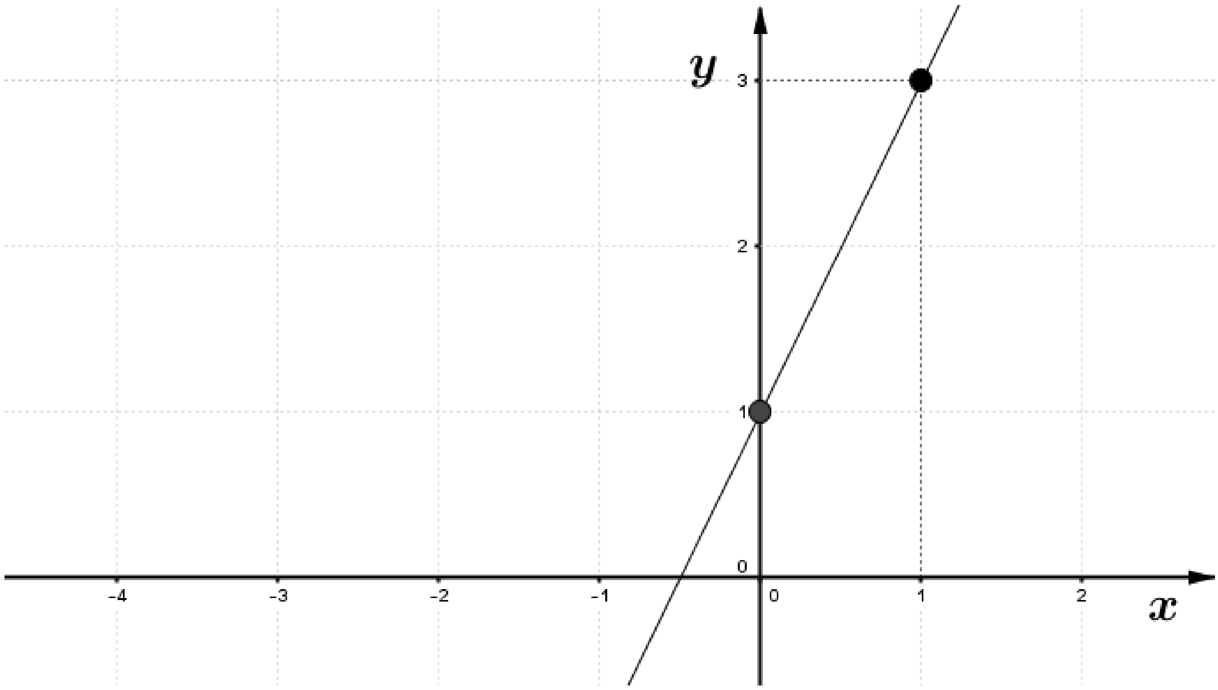

Figura 19: grafico de y=2x+1

3.4.3.2 Função crescente e decrescente

A função afim pode ser crescente ou decrescente.
Se $a > 0$, a função $f(x) = ax + b$ é crescente. Se $a < 0$, a função $f(x) = ax + b$ é decrescente.

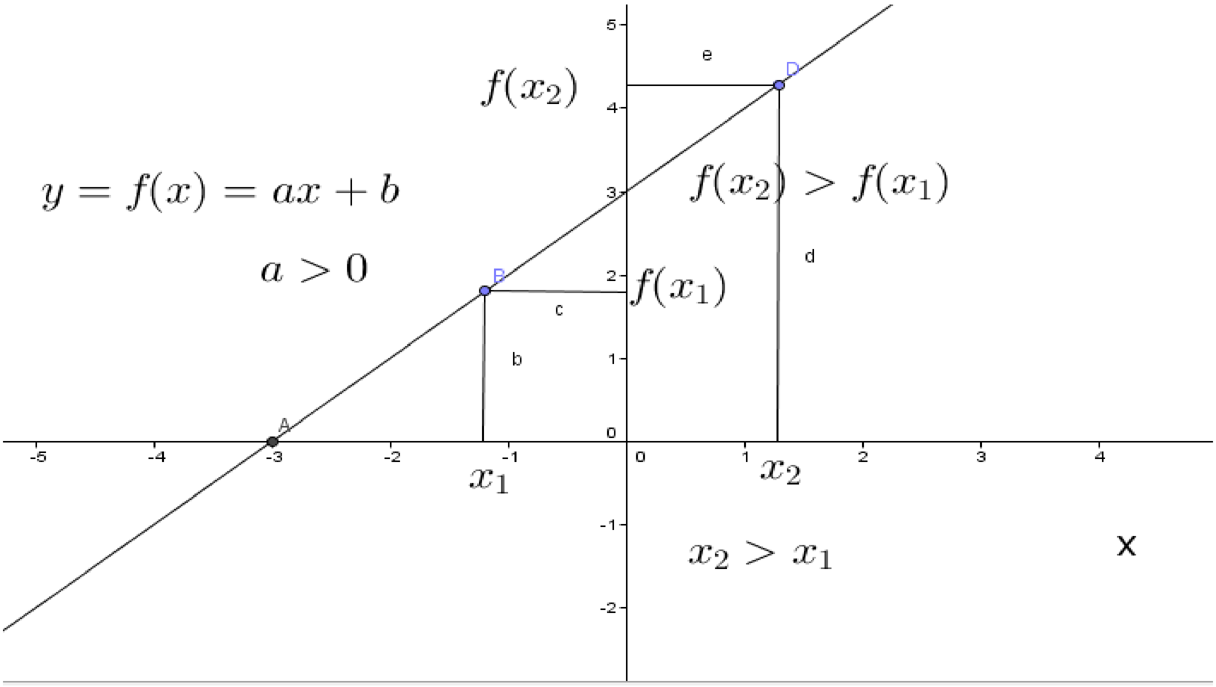

Figura 20: Crescente

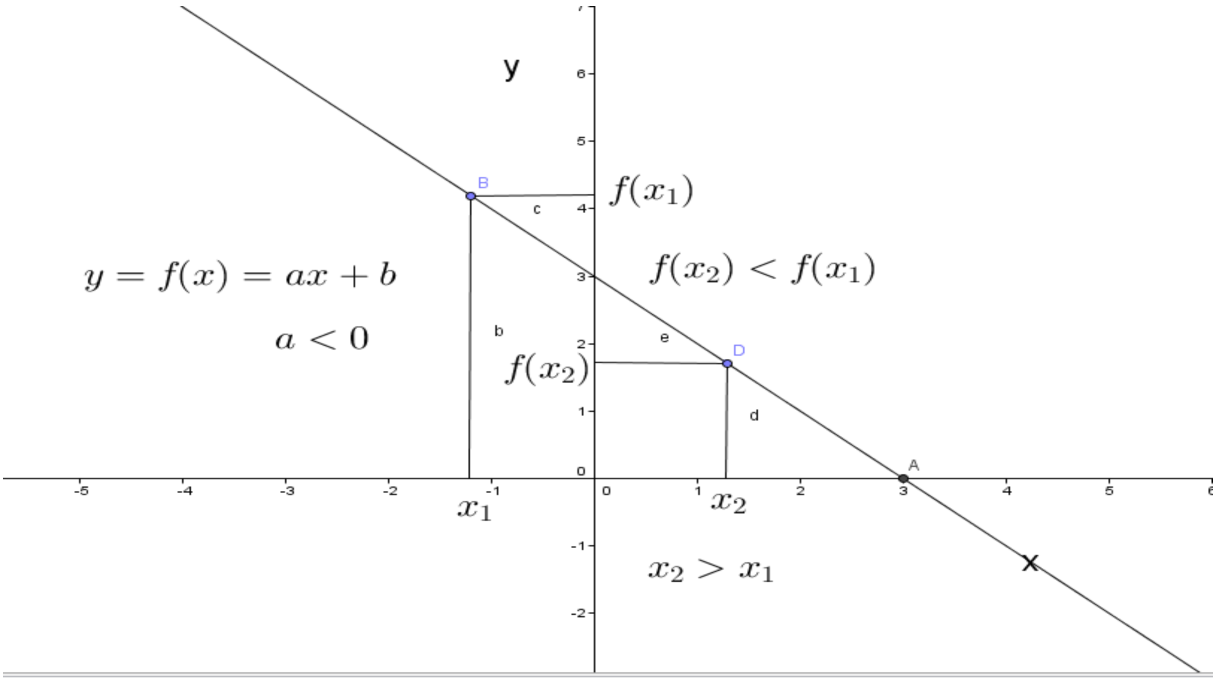

Figura 21: Decrescente

3.4.3.3 Zero da função Afim

Definição 3.4.4. *Chama-se zero ou raiz da função afim* $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, *o número real* x *tal que* $f(x) = 0$

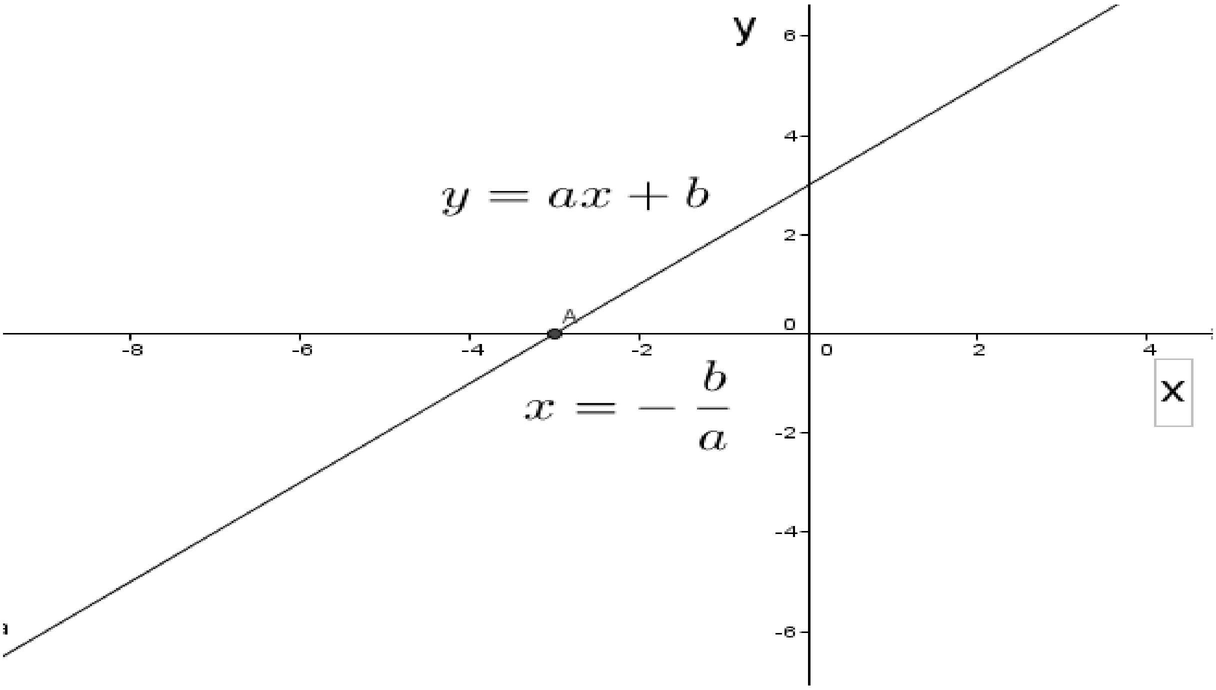

Figura 22: Zero da função afim

3.4.3.4 Estudo do sinal da função Afim

Estudar o sinal de uma função qualquer $y = f(x)$ é determinar os valores de x para os quais y é positivo, os valores de x para os quais y é zero e os valores de x para os quais y é negativo.

Representação gráfica do sinal da função afim $y = ax + b$.

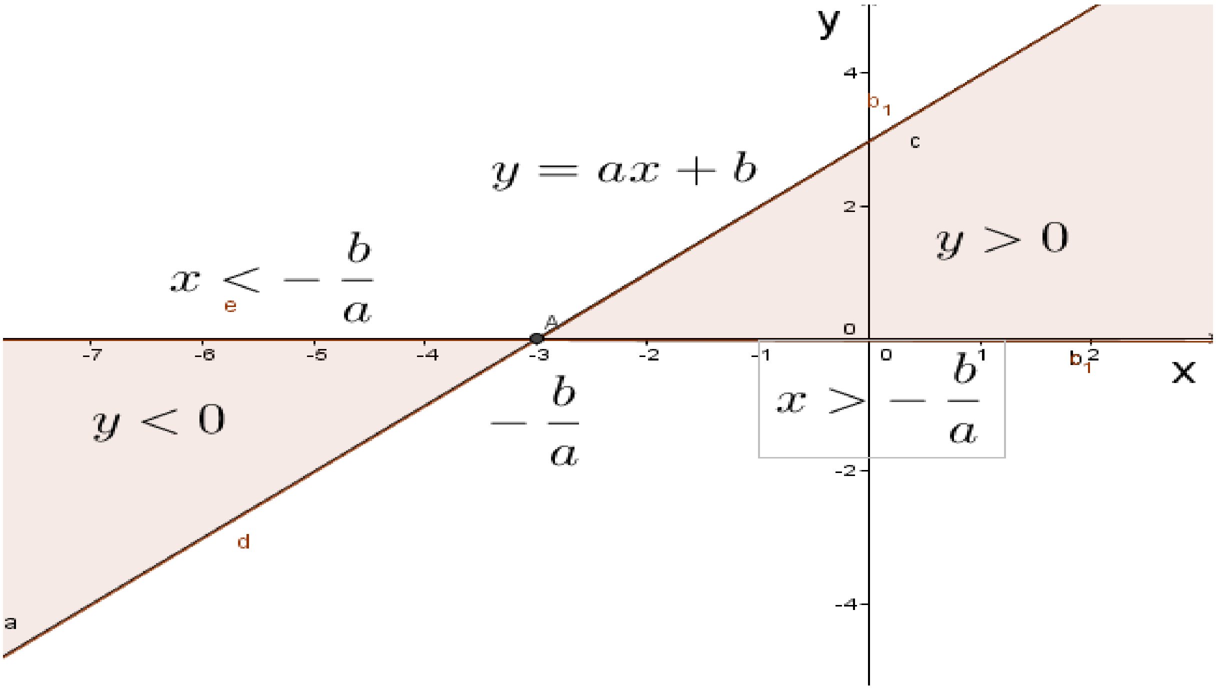

Figura 23: Sinal da função afim

3.4.3.5 Inequações

Algumas inequações do 1º grau podem ser estudadas olhando o sinal da função afim.

3.4.3.5.1 Inequação do 1º grau

Definição 3.4.5. *Chama-se inequação do 1º grau na variável x toda inequação que se reduz a uma das formas:*

$$ax + b \leq 0, \quad ax + b \geq 0, \quad ax + b > 0, \quad ax + b < 0,$$

onde a e b são números reais quaiquer, com $a \neq 0$.

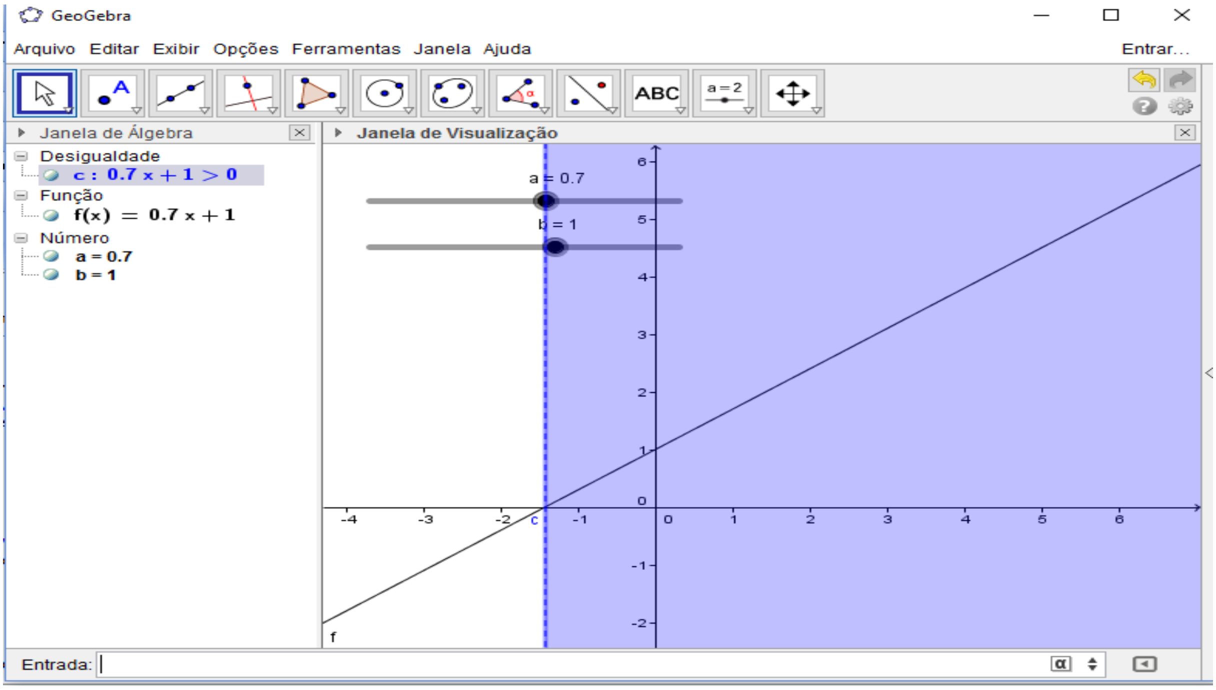

Figura 24: 1-Atividade **Inequação do 1º grau**

3.4.3.5.2 Inequações soma e subtração

Dadas as funções $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$, chama-se inequação da soma ou diferença de equações do 1º grau na variável x toda inequação que se reduz a uma das formas:

$$f(x) \pm g(x) \leq 0, \quad f(x) \pm g(x) \geq 0, \quad f(x) \pm g(x) > 0, \quad f(x) \pm g(x) < 0,$$

onde a, b, c e d são números reais quaiquer, com $a \neq 0$ e $c \neq 0$.

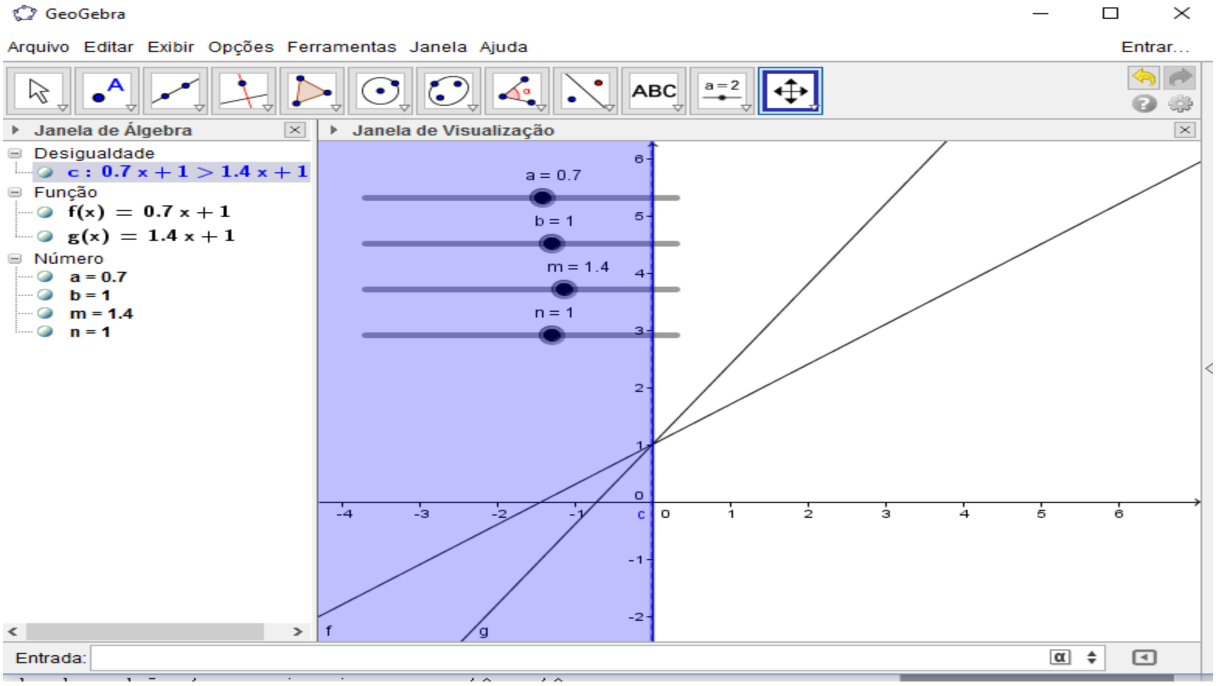

Figura 25: 2-Atividade **Inequações**

3.4.3.5.3 Inequação produto

Dadas as funções $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$, chama-se inequação-produto do 1º grau na variável x toda inequação que se reduz a uma das formas:

$$f(x).g(x) \leq 0, \quad f(x).g(x) \geq 0, \quad f(x).g(x) > 0, \quad f(x).g(x) < 0,$$

onde a, b, c e d são números reais quaiquer, com $a \neq 0$ e $c \neq 0$.

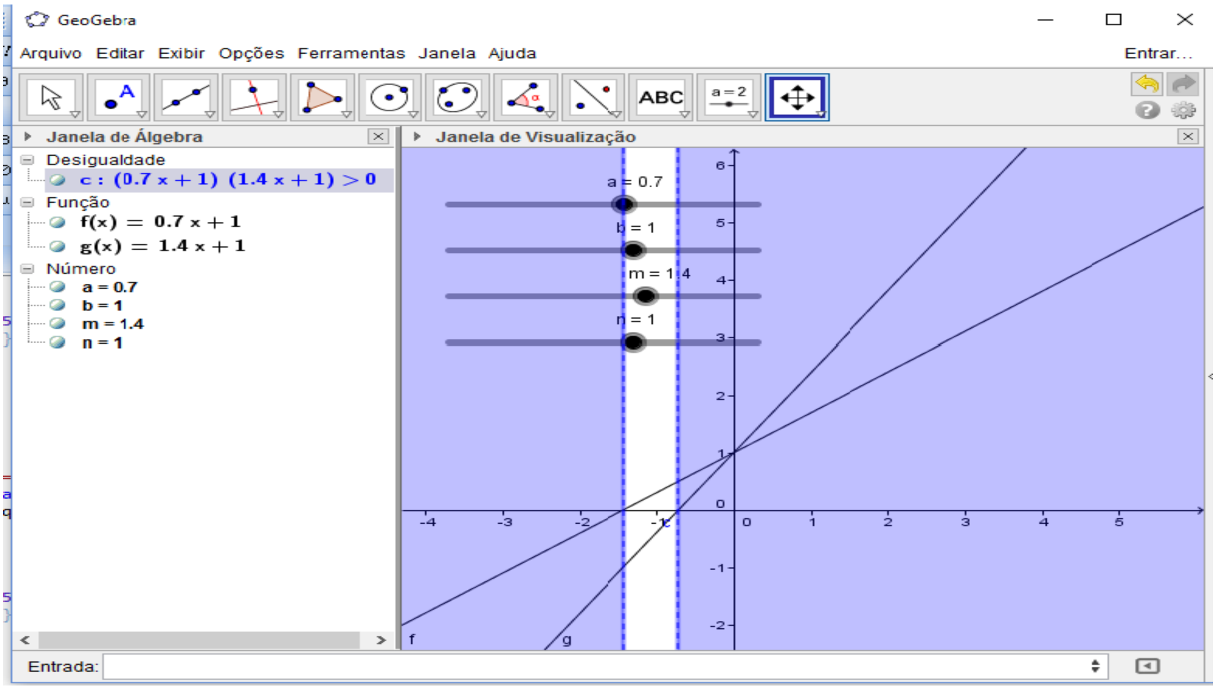

Figura 26: 3-Atividade **Inequações**

3.4.3.5.4 Inequação quociente

Dadas as funções $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$, chama-se inequação-quociente do 1º grau na variável x toda inequação que se reduz a uma das formas:

$$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0, \quad \frac{f(x)}{g(x)} \geq 0, \quad \frac{f(x)}{g(x)} > 0, \quad \frac{f(x)}{g(x)} < 0,$$

onde a, b, c e d são números reais quaiquer, com $a \neq 0$ e $c \neq 0$.

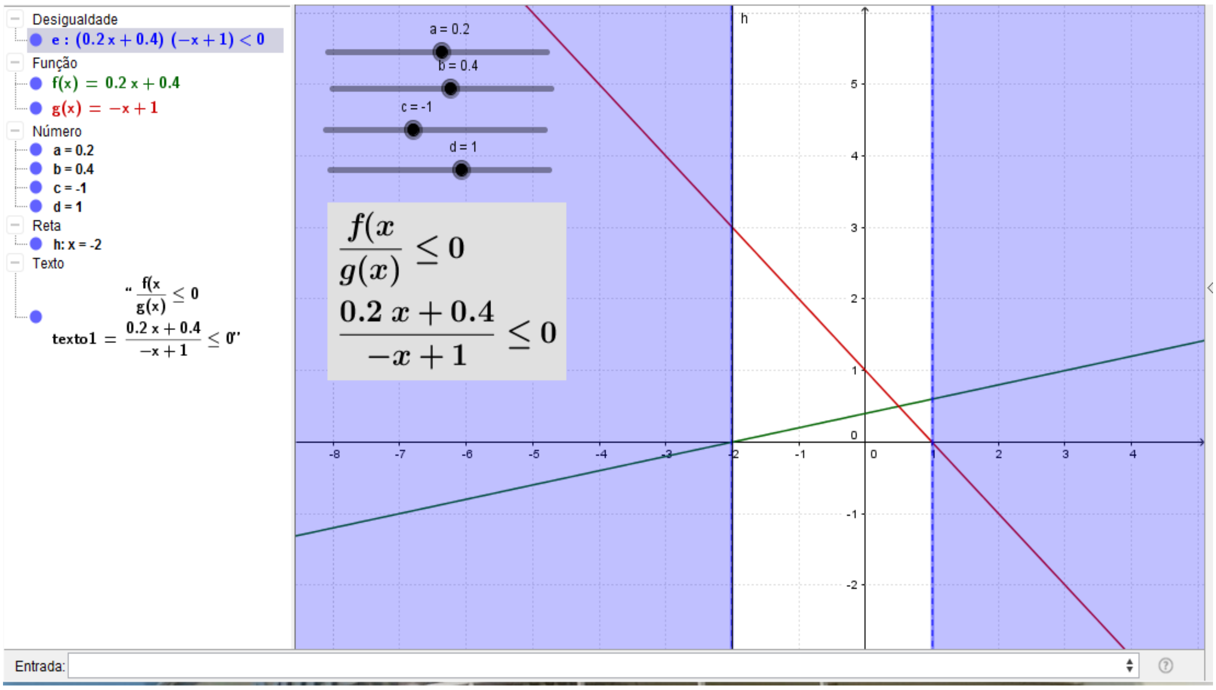

Figura 27: 4-Atividade **Inequações**

3.4.4 Função Quadrática

Dados os números reais a , b, c e $a \neq 0$, chama-se **função quadrática** a função

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

definida por

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

.

3.4.4.1 Gráfico da função quadrática

O gráfico é um conjunto de pontos no plano carteziano definido por

$$Gf = \{(x, y)|y = f(x),\ x \in D_f\}$$

O gráfico de uma função quadrática é uma parabola de concavidade para cima ou para baixo.

x	$y = x^2 - 2x$	(x, y)
-1	$y = (-1)^2 - 2(-1) = 1 + 2 = 3$	$(-1, 3)$
0	$y = (0)^2 - 2(0) = 0 + 0 = 0$	$(0, 0)$
1	$y = (1)^2 - 2(1) = 1 - 2 = -1$	$(1, -1)$
2	$y = (2)^2 - 2(2) = 4 - 4 = 0$	$(2, 0)$
3	$y = (3)^2 - 2(3) = 9 - 6 = 3$	$(3, 3)$

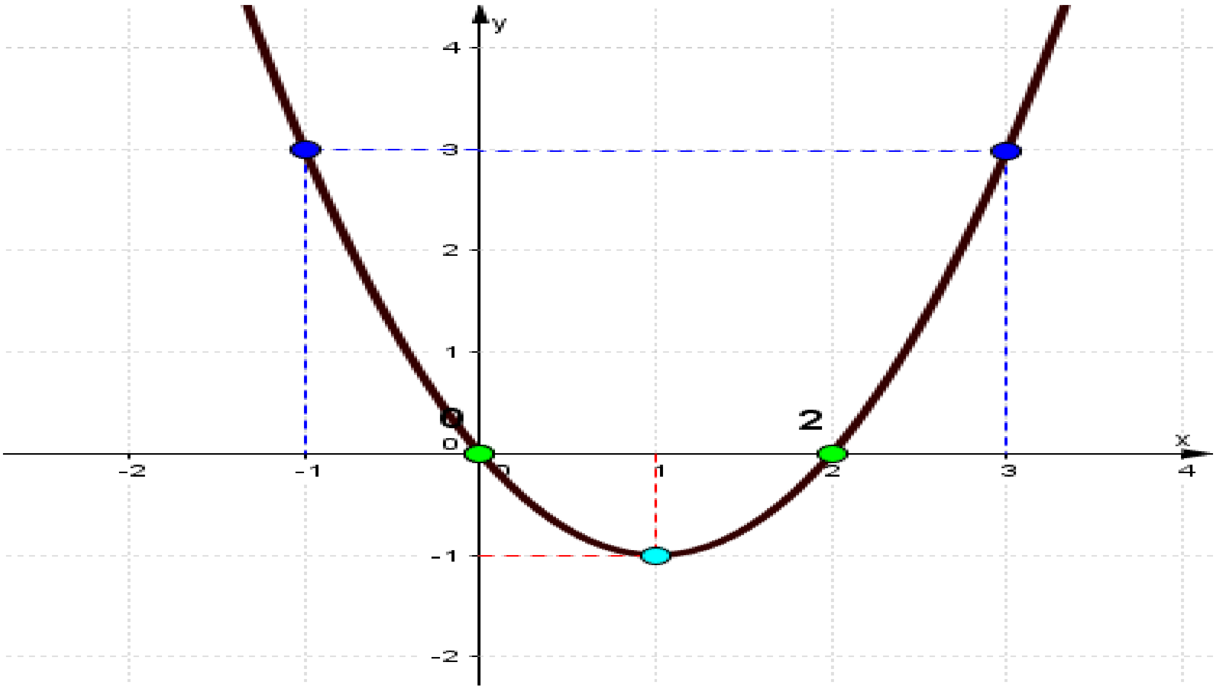

Figura 28: grafico de $y = x^2 - 2x$

3.4.4.2 Zero da função quadrática

> Chama-se zero ou raiz da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, o número real x tal que $f(x) = 0$

Então a raiz dessa função é a solução da equação $ax^2+bx+c = 0$, sendo $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

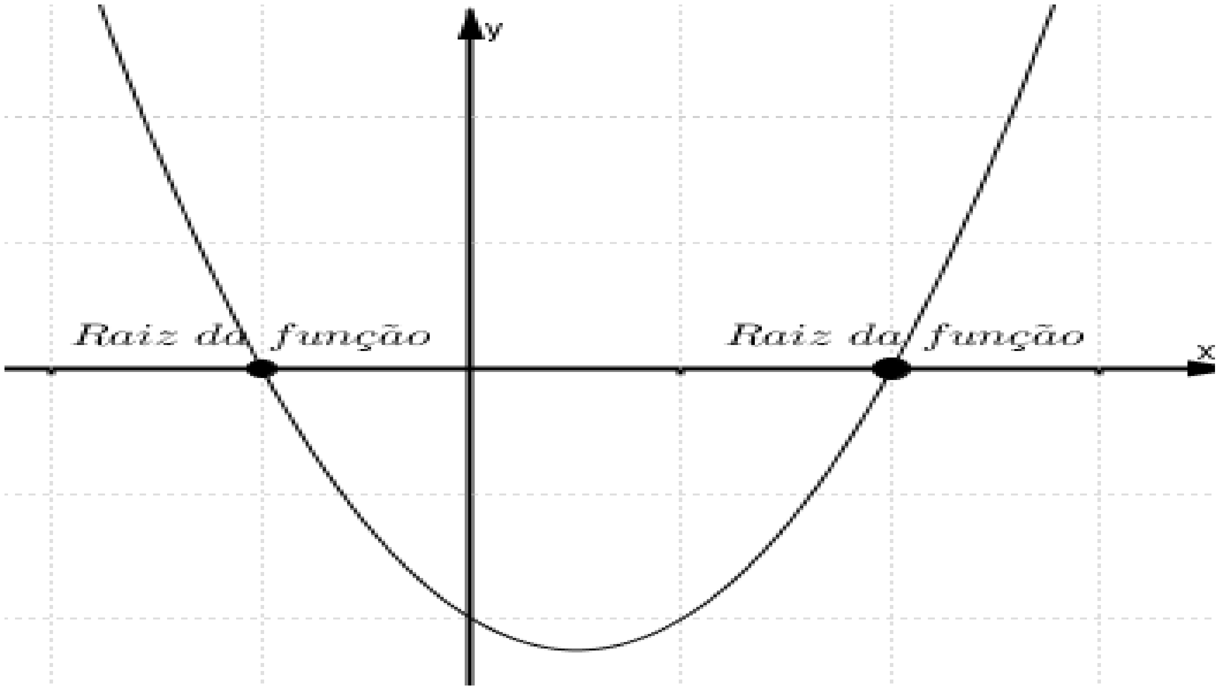

Figura 29: raiz de $f(x) = ax^2 + bx + c$

3.4.4.3 Estudo do sinal da função quadrática

Estudar o sinal de uma função qualquer $y = f(x)$ é determinar os valores de x para os quais y é positivo, os valores de x para os quais y é zero e os valores de x para os quais y é negativo.

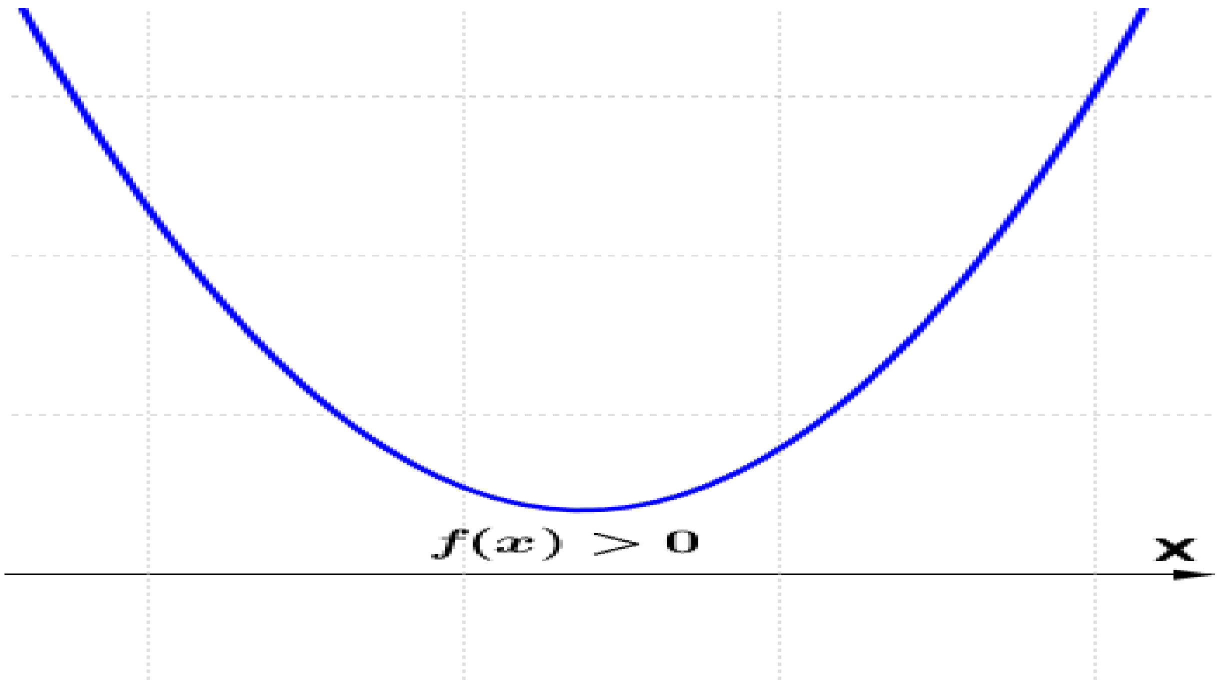

Figura 30: $a > 0$ e $\Delta < 0$

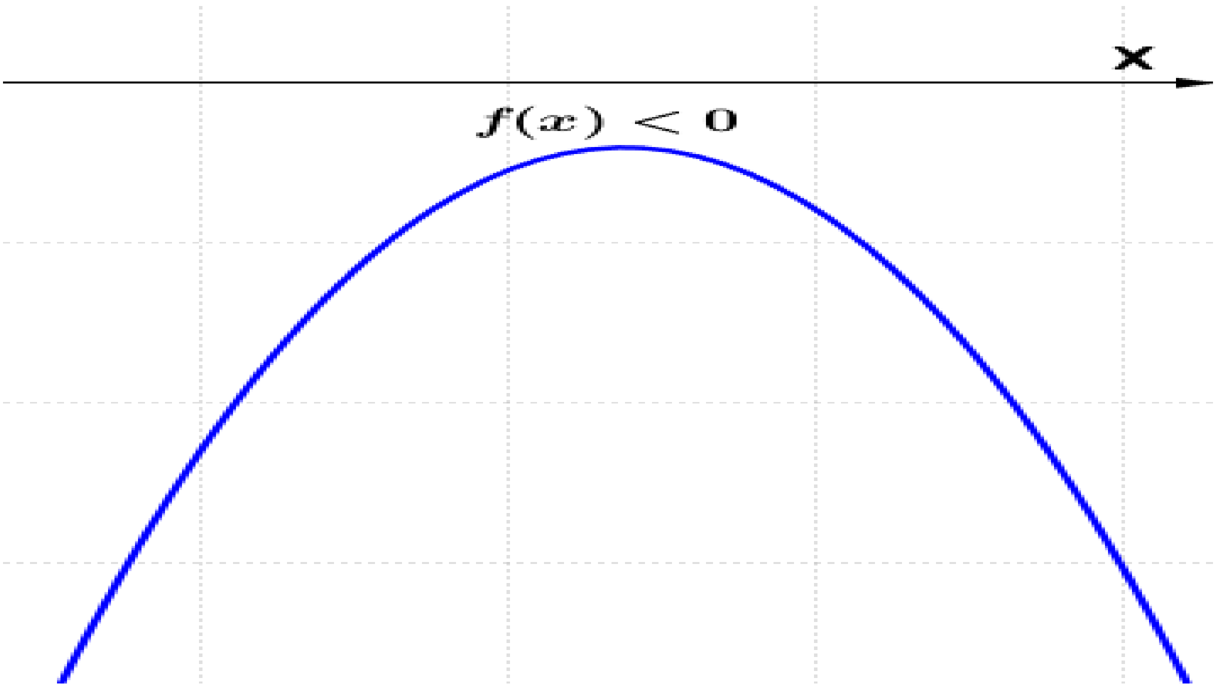

Figura 31: $a < 0$ e $\Delta < 0$

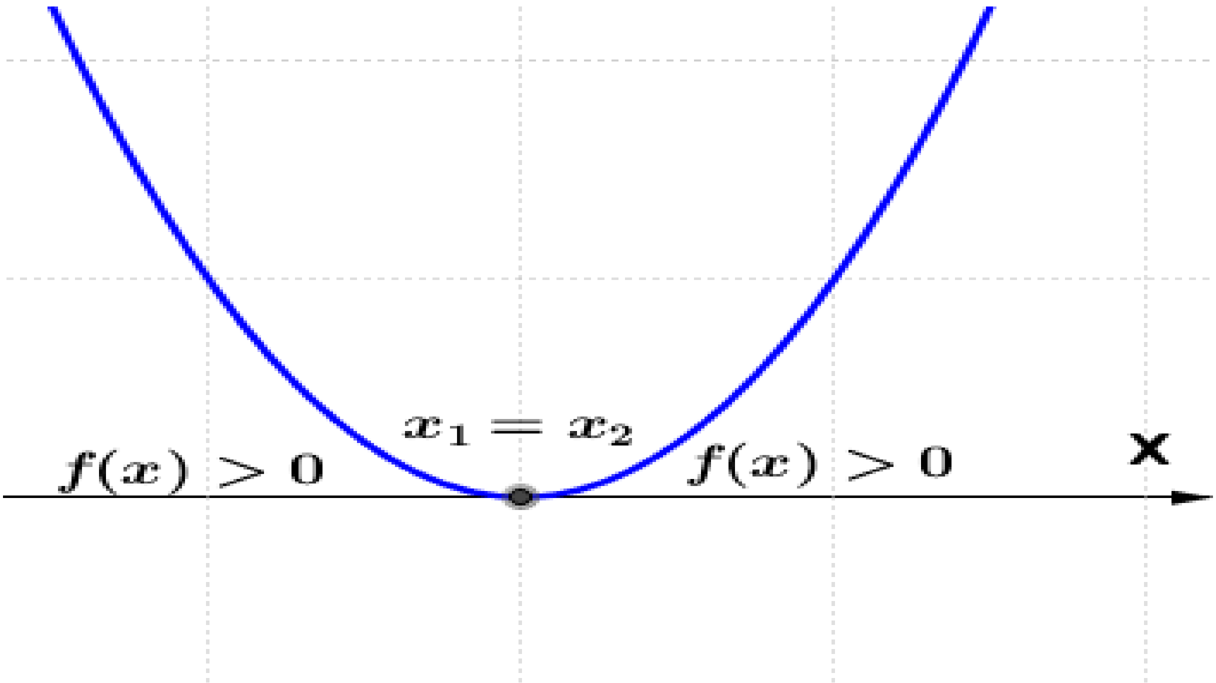

Figura 32: $a > 0$ e $\Delta = 0$

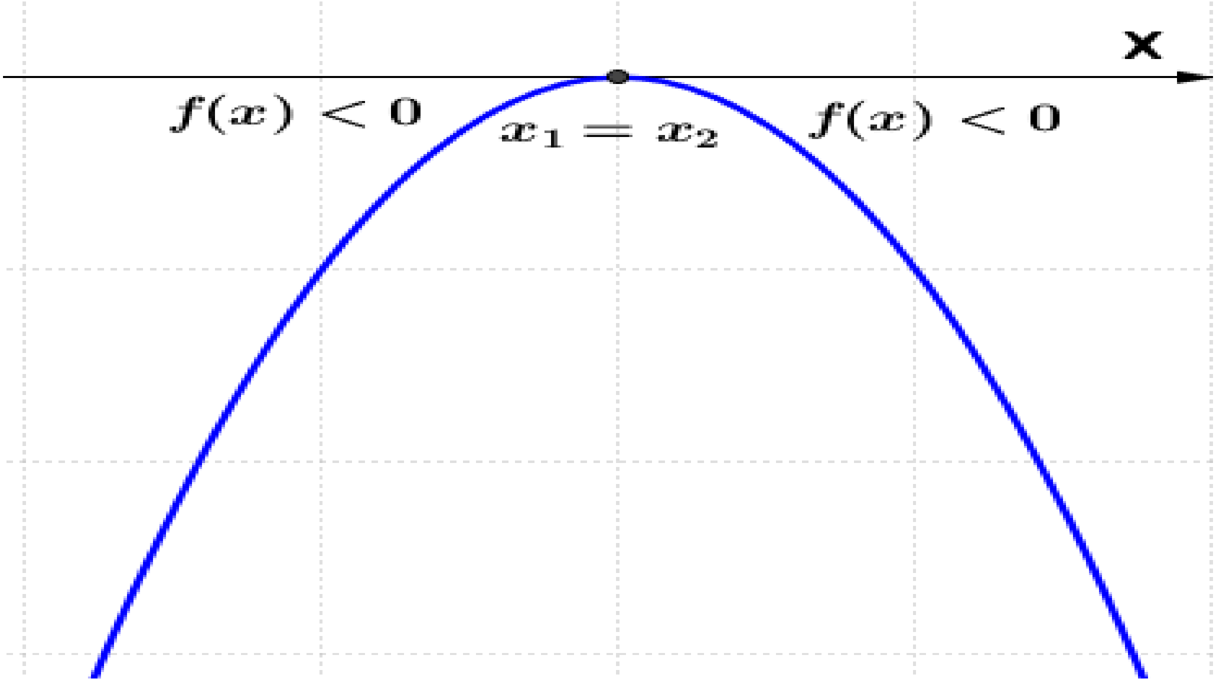

Figura 33: $a < 0$ e $\Delta = 0$

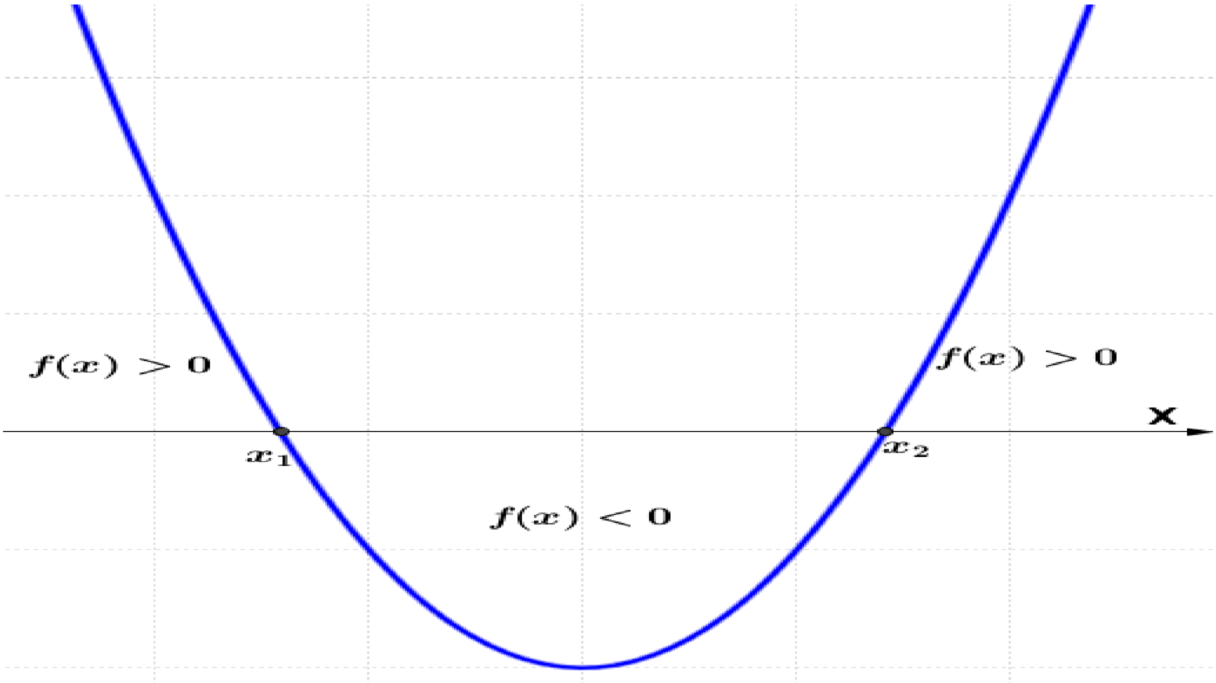

Figura 34: $a > 0$ e $\Delta > 0$

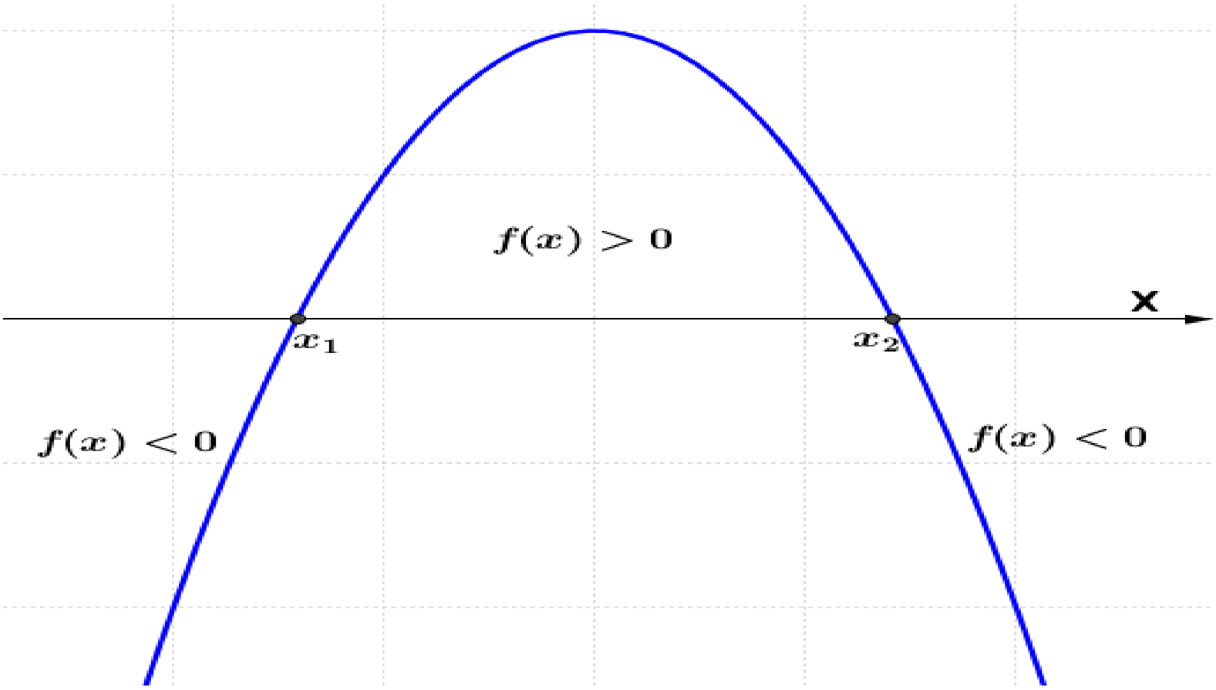

Figura 35: $a < 0$ e $\Delta > 0$

3.4.4.4 Inequação do 2º grau

Se $a \neq 0$,as inequação $ax^2+bx+c > 0$,$ax^2+bx+c < 0$,$ax^2+bx+c \geq 0$ e $ax^2+bx+c \leq 0$ são denominadas inequações do 2ºgrau.

Resolver, por exemplo, a inequação $ax^2 + bx + c > 0$ é responde a pergunta: "existe x tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$ seja positiva? A resposta baseia-se no estudo do sinal de $f(x)$, que pode, inclusive, ser feito através do gráfico da função. Assim, no nosso exemplo, dependendo de a e de Δ

3.4.5 Função Exponencial

Dado um número real a, tal que $0 < a \neq 1$, chamamos função exponencial de base a a função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ que associa a cada x real o número a^x.

3.4.5.1 Gráfico da função exponencial

Com relação ao gráfico cartesiano da função $f(x) = a^x$, podemos dizer

1º a curva representativa está toda acima do eixo dos x, pois $y = a^x > 0$

2º corta o eixo y no ponto de ordenada 1

3ºSe $a > 1$, é o de uma função crescente e se $0 < a < 1$ é o de uma função decrescente

4ºtoma um dos aspectos da figura abaixo.

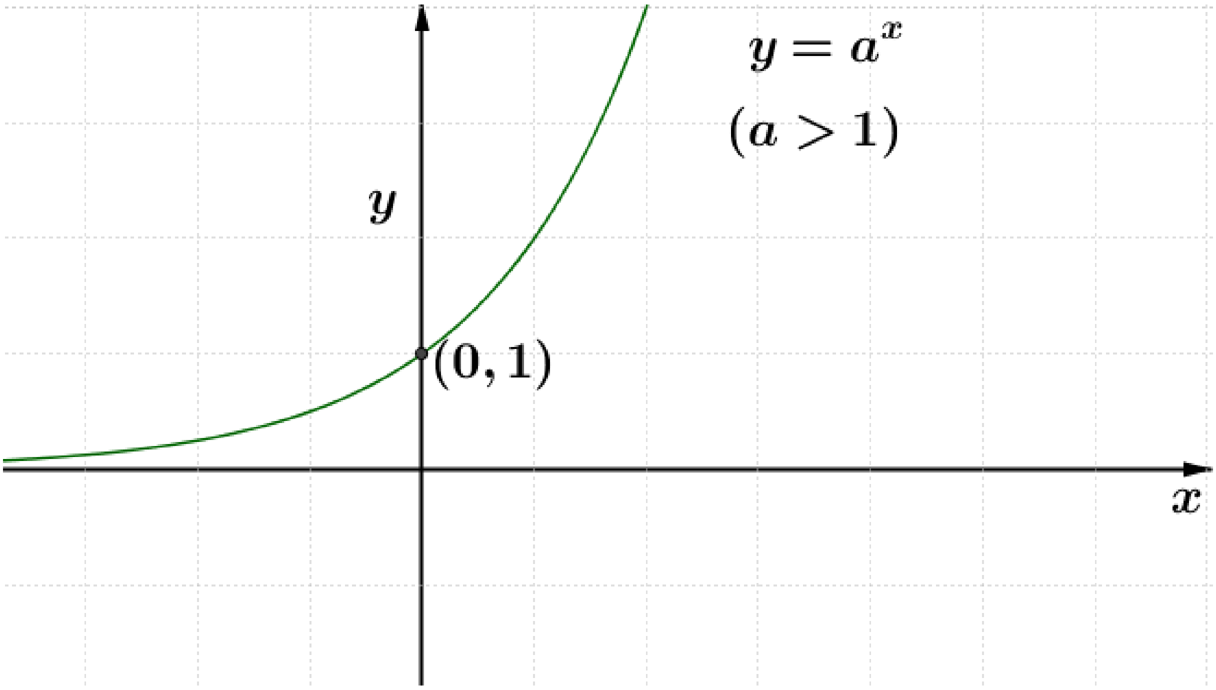

Figura 36: Função exponencial crescente

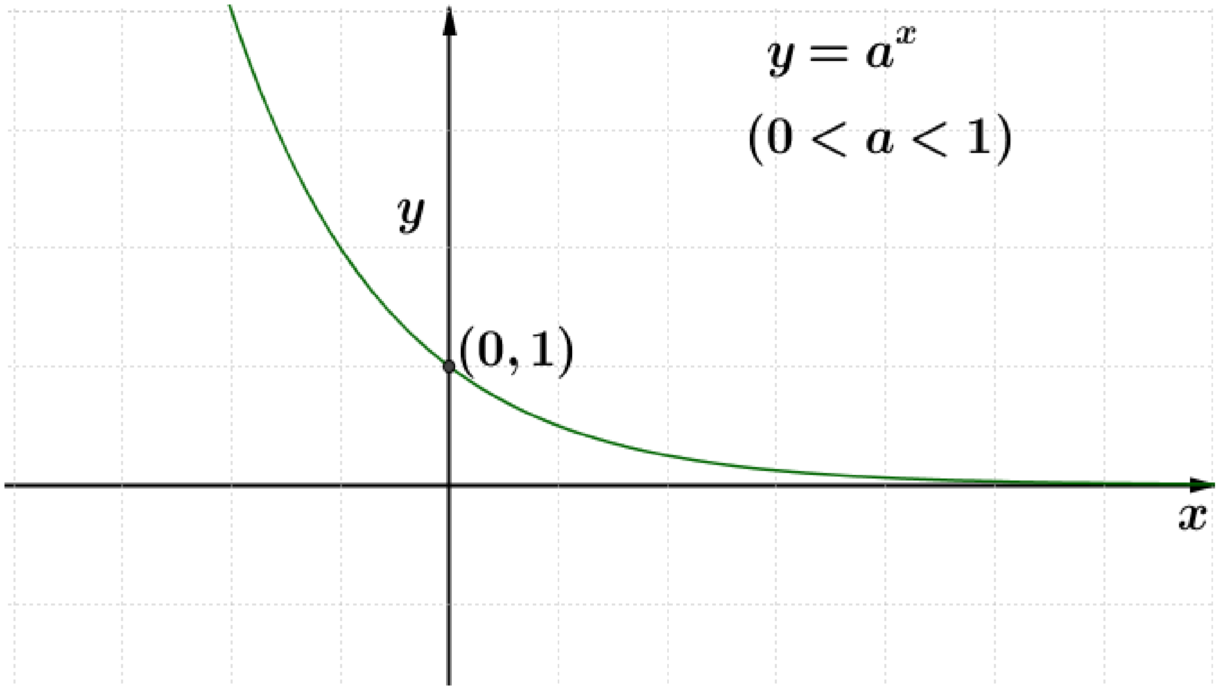

Figura 37: Função exponencial decrescente

3.4.6 Função Logarítmica

Dado um número real a, tal que $0 < a \neq 1$, chamamos função logaritmica de base a a função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ que associa a cada x real o número $\log_a x$.

3.4.6.1 Gráfico da função logarítmica

Com relação ao gráfico cartesiano da função $f(x) = \log_a x$, podemos dizer:

1º a curva representativa está toda a direita do eixo $y(x > 0)$;

2º corta o eixo y no ponto de abscissa $1(\log_a 1 = 0$ para todo $0 < a \neq 1)$;

3ºSe $a > 1$, é de uma função crescente e se $0 < a < 1$ é o de uma função decrescente;

4º´é simétrico em relação a reta $y = x$(bissetriz dos quadrantes ímpares) do gráfico da função $g(x) = a^x$;

5ºtoma um dos aspectos da figura abaixo.

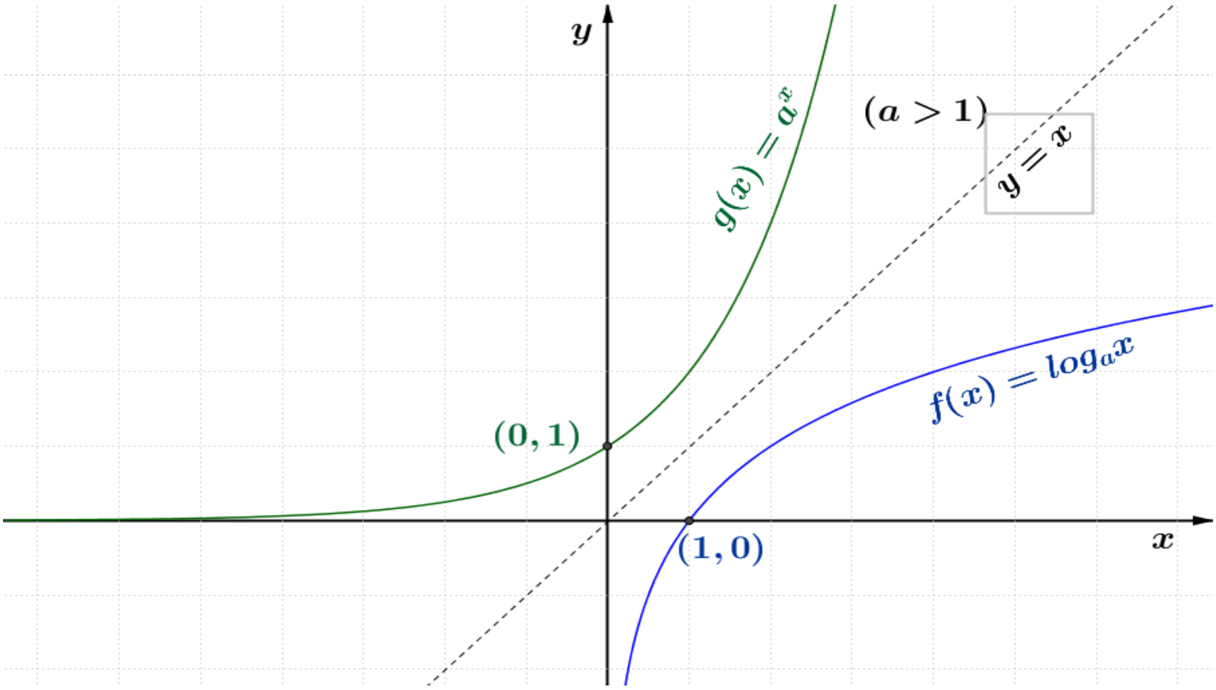

Figura 38: Função logaritmica crescente

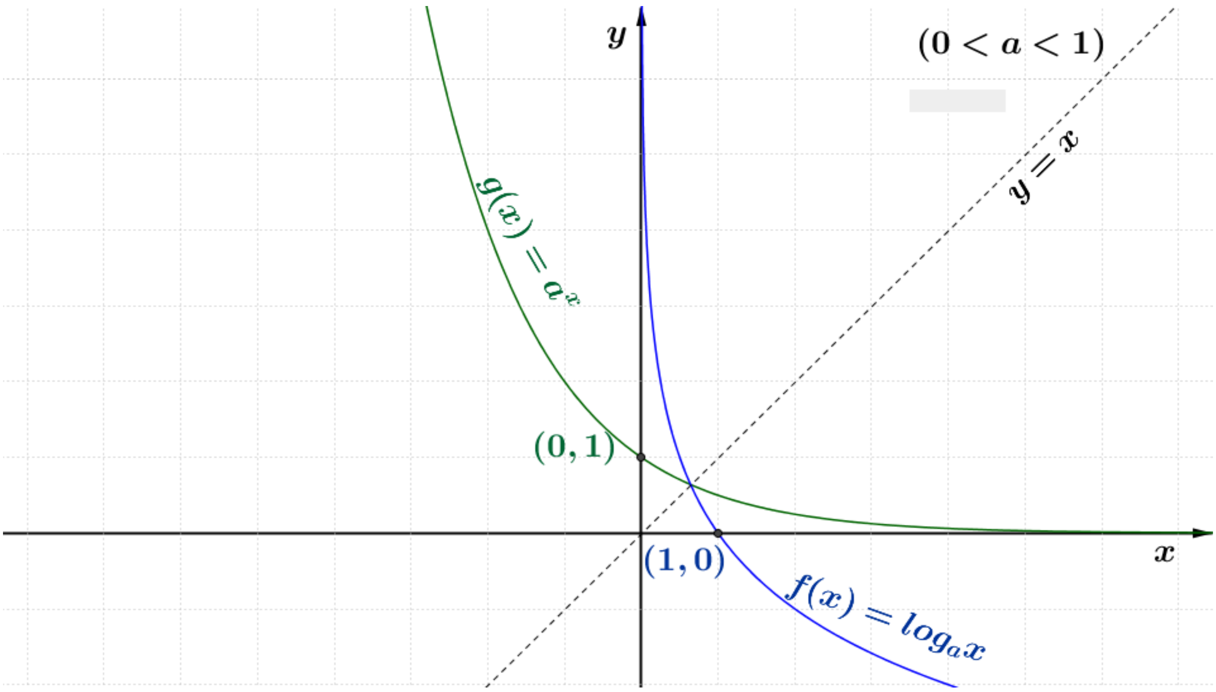

Figura 39: Função logaritmica decrescente

3.4.7 Função Seno

Dado um número real x, seja P sua imagem no ciclo. Denominamos seno de x(e indicamos senx) a ordenada $\overline{OP_1}$ do ponto P em relação ao sistema uOv. Denominamos função seno a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que associa a cada real x o real $\overline{OP_1} = senx$, isto é:

$$f(x) = senx$$

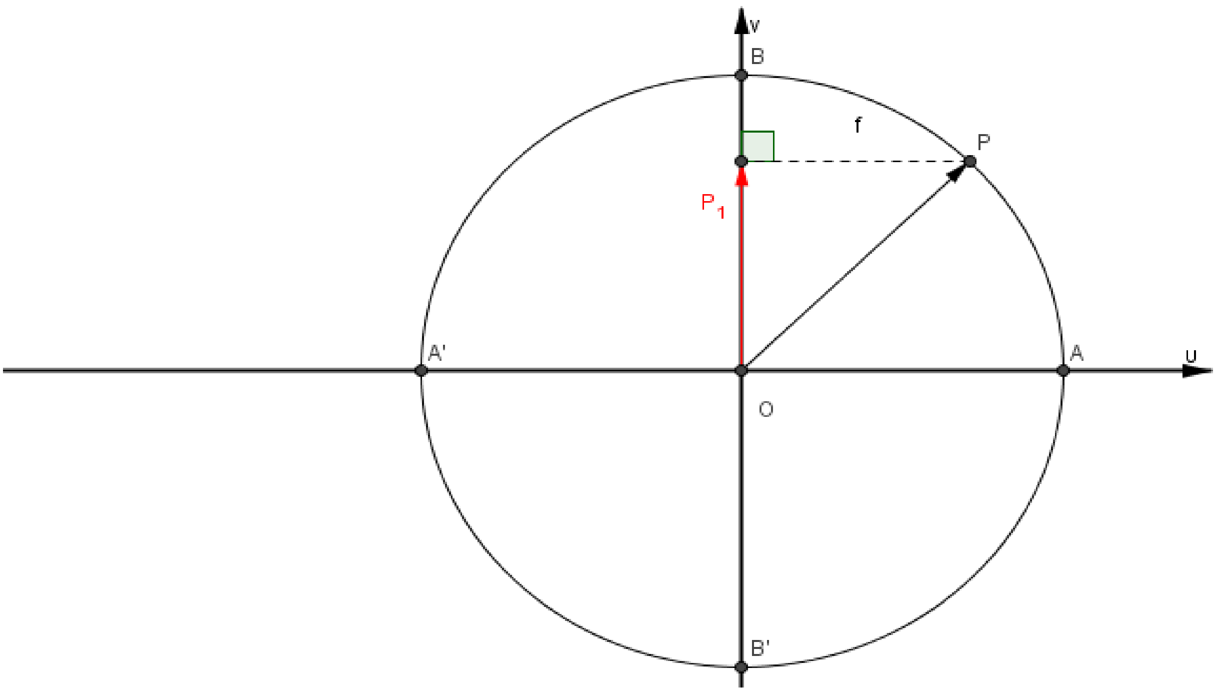

Figura 40: Seno

3.4.7.1 Gráfico da função seno

Façamos x percorrer o intervalo $[0, 2\pi]$ e vejamos o que acontece com $senx$. Se a imagem de x(ponto P) dá uma volta completa no ciclo, no sentido anti-horário, a abscissa de P varia segundo a tabela:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
$\sin x$	0	cresce	1	decresce	0 ¨	decresce	-1	cresce	0

Fazendo um diagrama com x em abscissa e $senx$ em ordenadas, podemos construir o seguinte gráfico , denominado senoide, que nos indica como varia a da função $f(x) = senx$

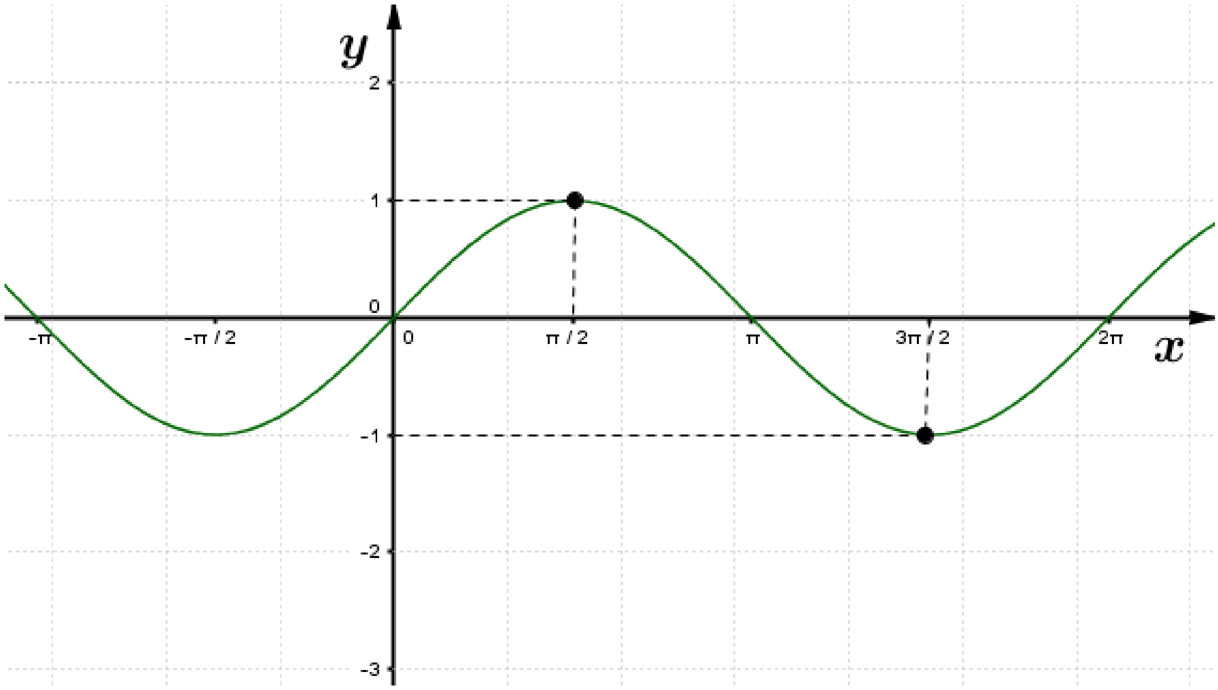

Figura 41: Função seno

3.4.8 Função Cosseno

Dado um número real x, seja P sua imagem no ciclo. Denominamos seno de x(e indicamos senx) a abscissa $\overline{OP_2}$ do ponto P em relação ao sistema uOv. Denominamos função cosseno a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada real x o real $\overline{OP_2} = senx$, isto é:

$$f(x) = cosx$$

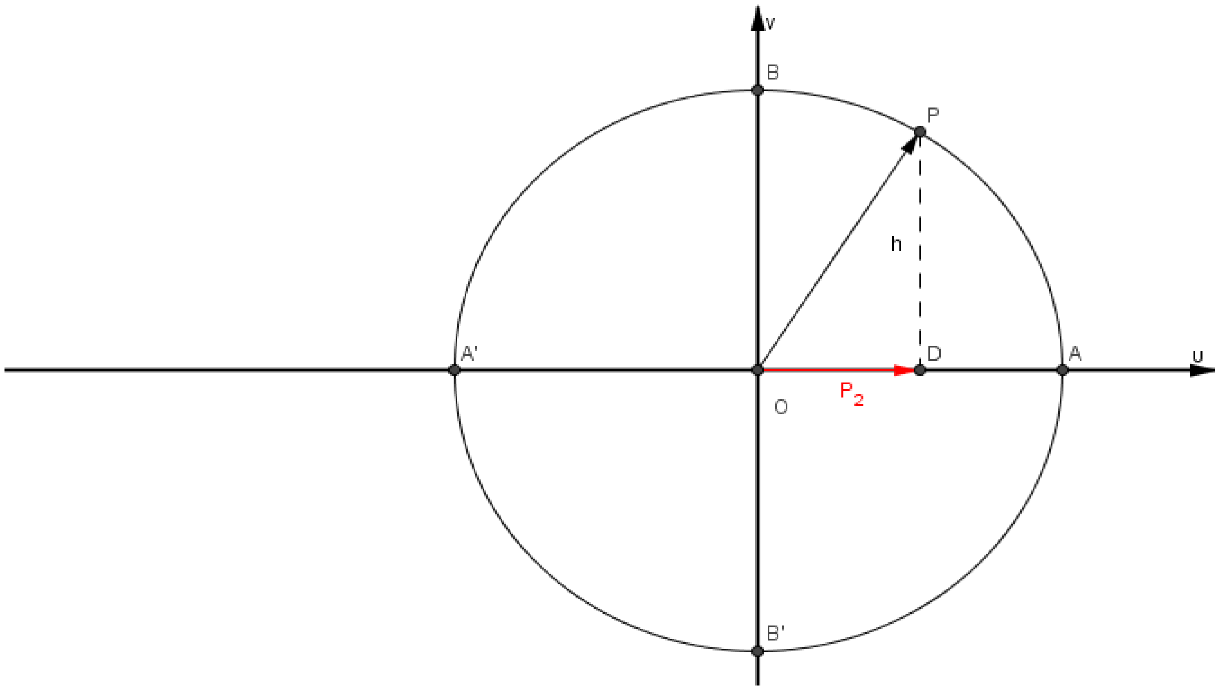

Figura 42: Cosseno

3.4.8.1 Gráfico da função cosseno

Façamos x percorrer o intervalo $[0, 2\pi]$ e vejamos o que acontece com $\cos x$. Se a imagem de x(ponto P) dá uma volta completa no ciclo no sentido anti-horário, a abscissa de P varia segundo a tabela:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
$\cos x$	0	decresce	0	decresce	-1 ¨	cresce	0	cresce	1

Fazendo um diagrama com x em abscissa e $\cos x$ em ordenadas, podemos construir o seguinte gráfico , denominado cossenoide, que nos indica como varia a da função $f(x) = \cos x$

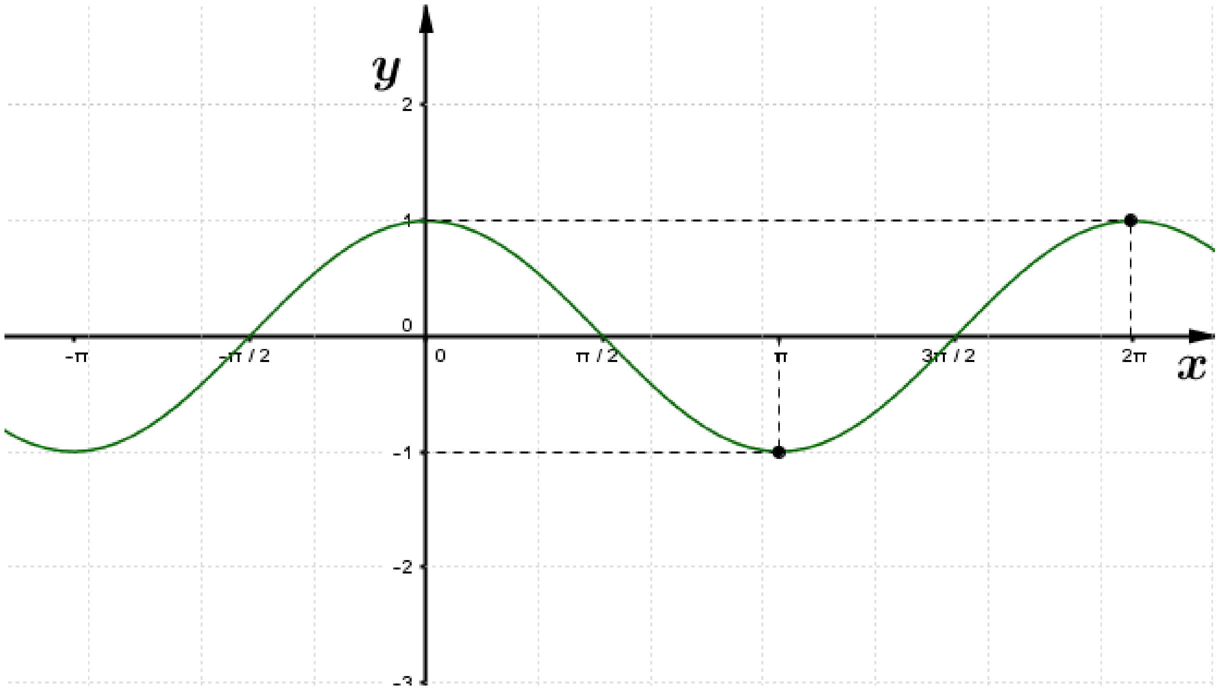

Figura 43: Função cosseno

Observe: pela figura abaixo temos que $cos\alpha = sen\beta$ como $\alpha + \beta + 90° = 180°$ então $cos\alpha = sen(90 - \alpha)$.

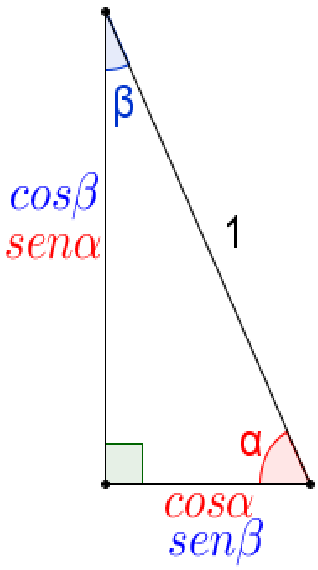

Figura 44: Seno e Cosseno

Veja que $cosx = cos(-x)$ então $cos(-\alpha) = sen(90 - \alpha)$ logo $cos(t) = sen(t + 90°)$.

Cossenoide é a translação horizontal , olhe 3.3.6.1, em $\frac{\pi}{2}$ unidades à esquerda da senoide.

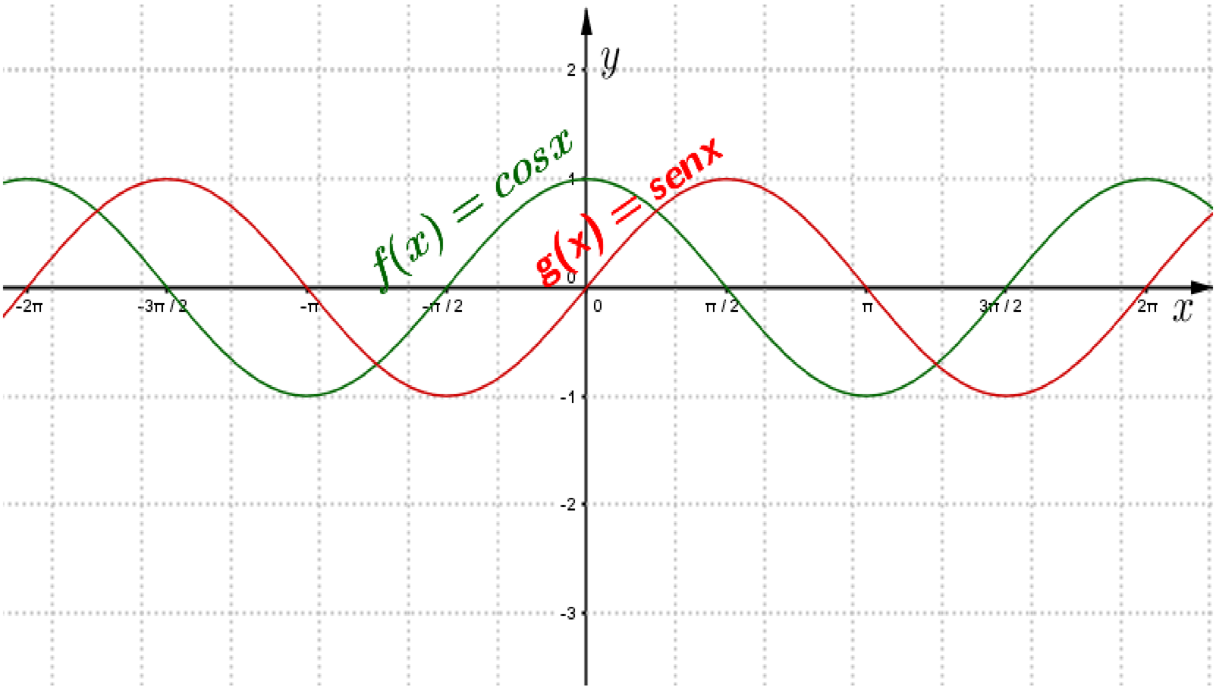

Figura 45: Cossenoide e Senoide

3.4.9 Função Tangente

Dado um número real x,

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,$$

seja P sua imagem no ciclo. Consideremos a reta OP e seja T sua interscção com o eixo das tangentes. Denominamos tangente de x(e indicamos tgx) a medida algébrica do segmento $\overrightarrow{AT}$

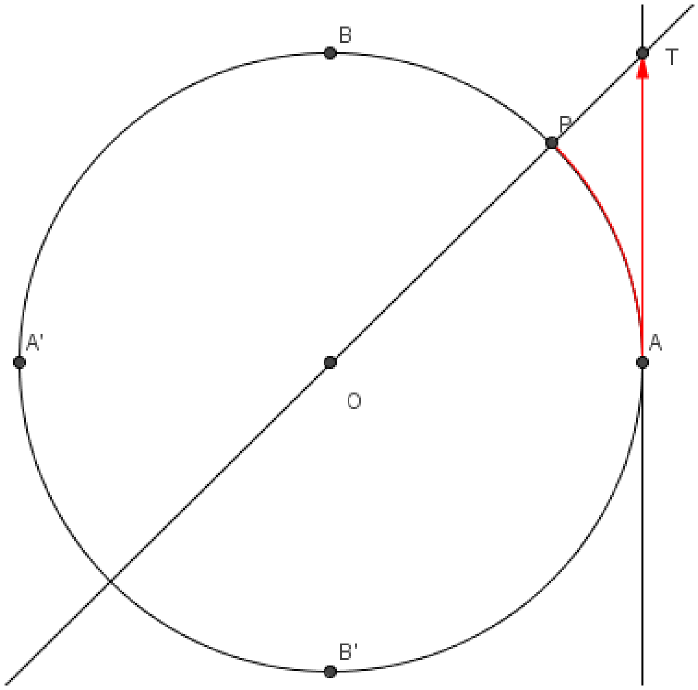

Figura 46: Tangete

3.4.9.1 Gráfico da função tangente

Façamos x percorrer o intervalo $[0, 2\pi]$ e vejamos o que acontece com tg x. Se a imagem de x(ponto P) dá uma volta completa no ciclo no sentido anti-horário, a medida algébrica $\overrightarrow{AT}$ varia segundo a tabela:

$$Gf = \{(x, y) | y = f(x),\ x \in D_f\}$$

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
tan	0	cresce	$\nexists$	cresce	0 ¨	cresce	$\nexists$	cresce	0

Fazendo um diagrama com x em abscissa e $\tan x$ em ordenadas, podemos construir o gráfico seguinte, denominado tangentoíde, que nos indica a variação da função $f(x) = \tan x$

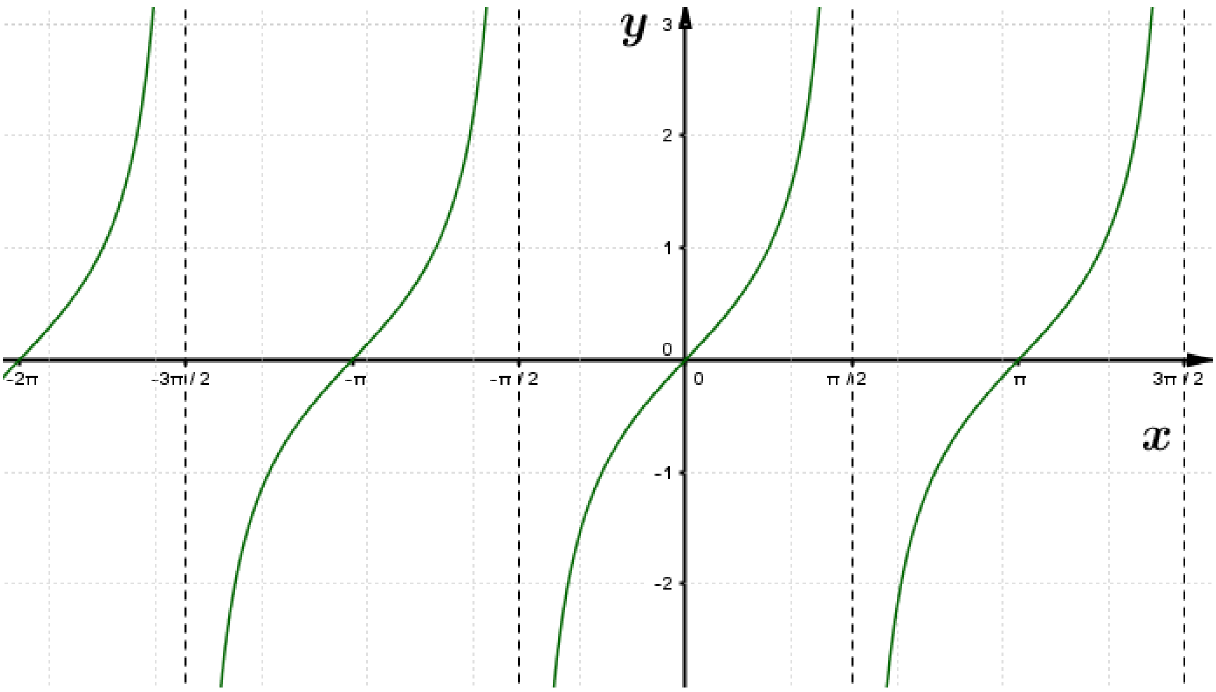

Figura 47: Função tangente

4 ALGUNS COMANDOS DO GEOGEBRA

Neste capítulo iremos apresentar alguns comandos importantes do GeoGebra, principalmente aqueles que serão utilizados nas construções das atividades dinâmicas na seção 5.

Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Além dos aspectos didáticos, o GeoGebra é uma excelente ferramenta para se criar ilustrações profissionais para serem usadas no Microsoft Word, no Open Office ou no LaTeX. Escrito em JAVA e disponível em português, o GeoGebra é multiplataforma e, portanto, ele pode ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS.

Existem varias versões do Geogebra, a versão utilizada neste trabalho é 5.0.268.0-3D.

4.1 JANELA DO GEOGEBRA

A Interface do software é constituída de uma janela gráfica que se divide em uma área de trabalho, uma janela algébrica e um campo de entrada de texto.

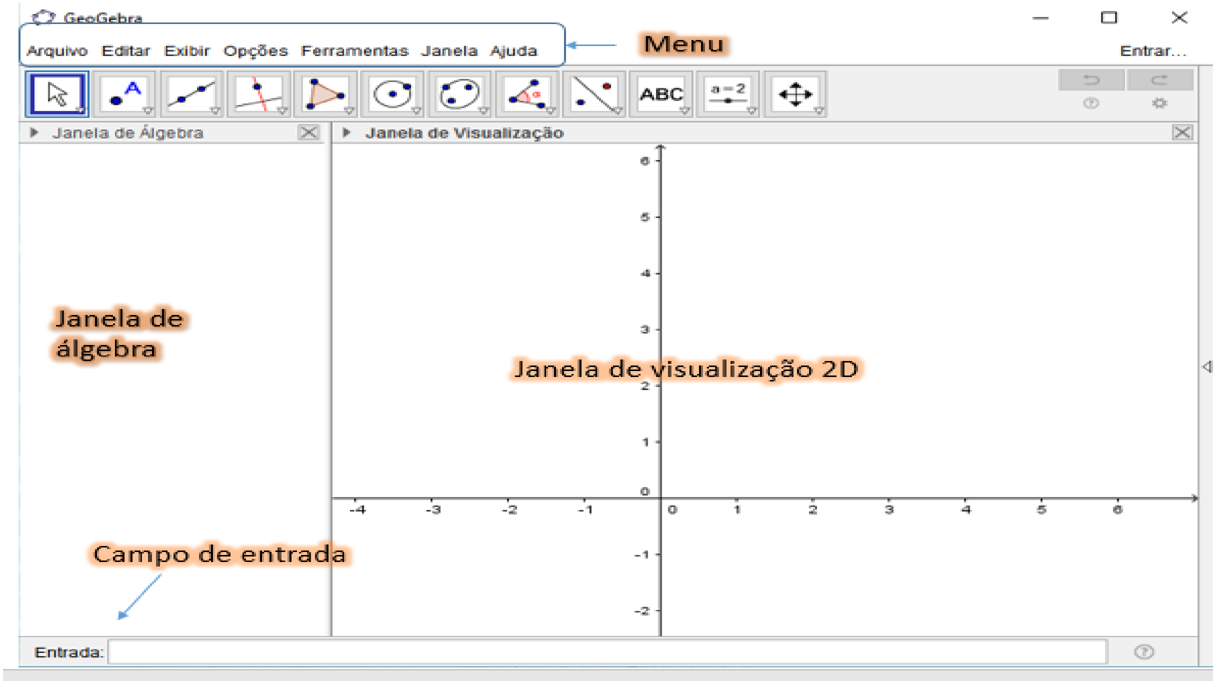

Figura 48: Exibição na janela de visualização

4.1.1 Janela de álgebra

Na janela de álgebra temos uma lista dos objetos e passando o mouse sobre eles visualizamos a sua descrição.

Podemos selecionar os objetos em grupo para isso mantem a tecla crt ou shift pressionada e seleciona os objetos.

Temos o menu que altera a exibição dos objetos na janela de álgebra isso favorece muito o tempo para a programação caso você opte por selecionar os objetos em grupo.

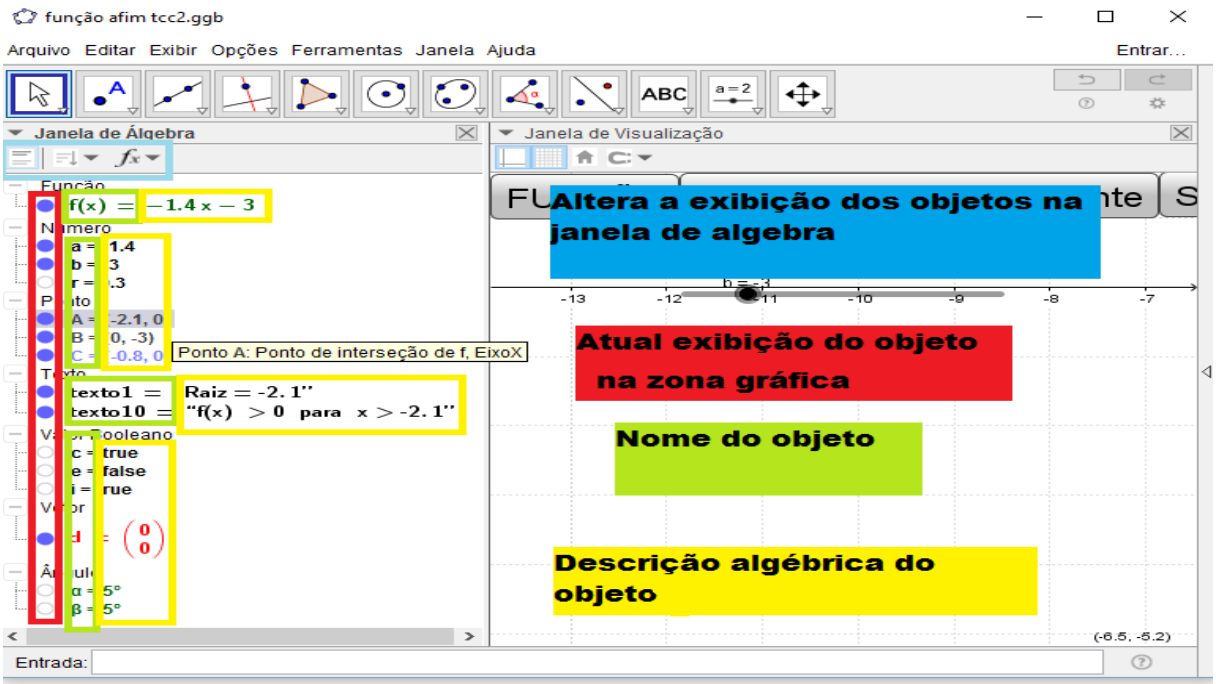

Figura 49: Exibição na janela de álgebra

4.1.2 campo de entrada

A entrada algébrica fornece uma variedade enorme de opções, pelo botão ? a direita da caixa de entrada abre uma lista de comandos e a ajuda online fornece explicações de alguma duvida sobre o comando pretendido. No exemplo abaixo foi pretendido encontrar um comando para animação

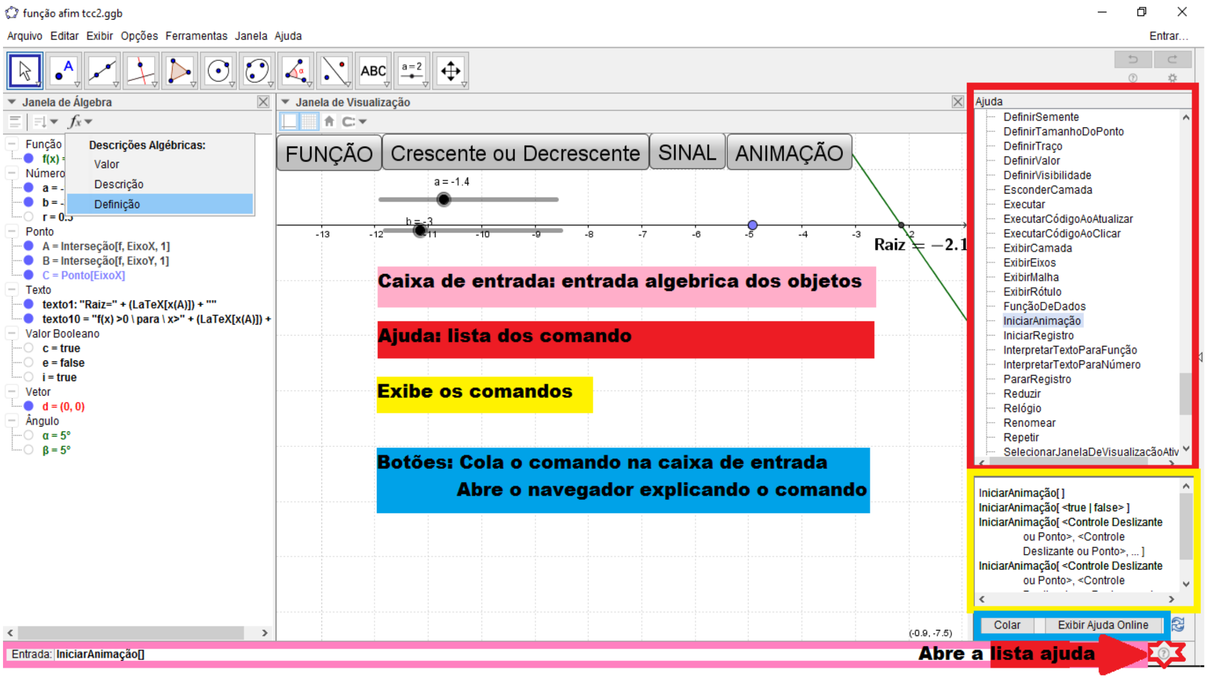

Figura 50: Buscando comandos

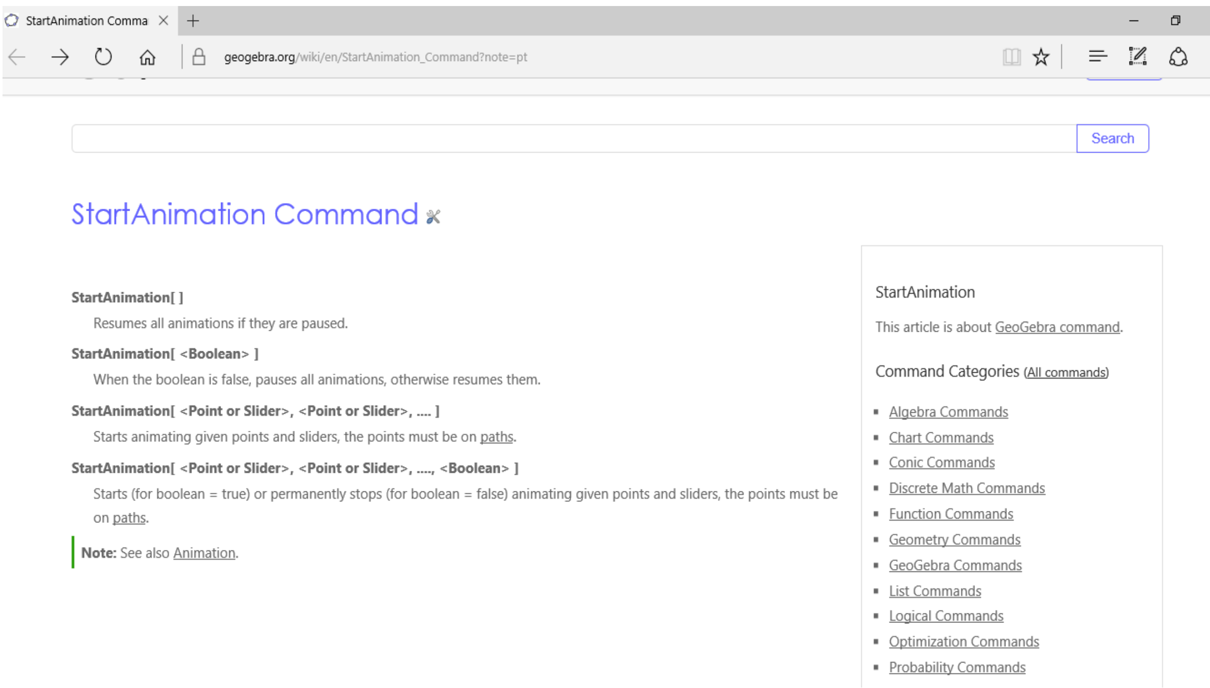

Figura 51: Comando iniciar animação online

4.2 OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

Para inserir números, coordenadas ou equações deve usar expressões aritméticas com parênteses. As seguintes operações podem ser realizadas no GeoGebra:

OPERAÇÃO	INSERIR
adição	+
subtração	-
multiplicação	* ou espaço
produto escalar	* ou espaço
divisão	/
fatorial	!
parênteses	( )
abcissa	x( )
ordenada	y( )
valor absoluto	abs( )
sinal	sgn( )
exponenciação	^
função exponencial	exp( ) ou e^x
raiz quadrada	sqrt( )
raiz cúbica	cbrt( )
raiz n	^ (1 / n)
logaritmo(base 2)	ld( )
logaritmo(base 10)	lg( )
logaritmo(base e)	ln( )
logaritmo(base b)	log(b,)
cosseno	cos( )
seno	sin( )
tangente	tan( )
arco-cosseno	acos( )
arco-seno	asin( )
arco-tangente	atan( )
cosseno hiperbólico	cosh( )
seno hiperbólico	sinh( )
tangente hiperbólica	tanh( )
arco cosseno hiperbólico	acosh( )
arco seno hiperbólico	asinh( )
arco tangente hiperbólica	atanh( )
maior inteiro menor ou igual	floor( )
menor inteiro maior ou igual	ceil( )
arredonda	round( )
função Gamma	gamma ( )
número aleatório entre 0 e 1	random( )

Observação: escrever 1,2 no Geogebra é 1.2

Exemplos:

Para calcular $\sqrt{\frac{1.(-2)+3,2}{(-3)^2}}$ escreve no geogebra sqrt((1*(-2)+3.2)/((-3) ^ 2))

Para calcular $(sen(35^o)).(log2) - log_6 7 + e^2 + \pi^{\frac{2}{5}} + |-10|-$abcissa do ponto $(2, 5)$

escreve no geogebra (sin(35°))*(log 2) - log(6,7) + e ^ 2+pi ^ (2/5) +abs(-10)-x((2,5))

4.3 CRIANDO TEXTOS

Para inserir texto no Zona Gráfica do Geogebra (Janela de visualização).

- Clique na seta que fica no canto inferior direito do décimo botão da Barra de Ferramentas.
- Clique na opção **Texto**, como mostra a figura 52.
- Especificar a localização do texto usando uma das seguintes maneiras:

  i) Clique num lugar vazio da Zona Gráfica para criar um novo texto nesse lugar;

  ii) Clique num ponto para criar um novo texto que fica anexado a esse ponto;
- Clique na área de trabalho (Zona Gráfica). Será aberta uma janela como na figura 53.
- Digite no campo **Editar** o texto que será exibido.

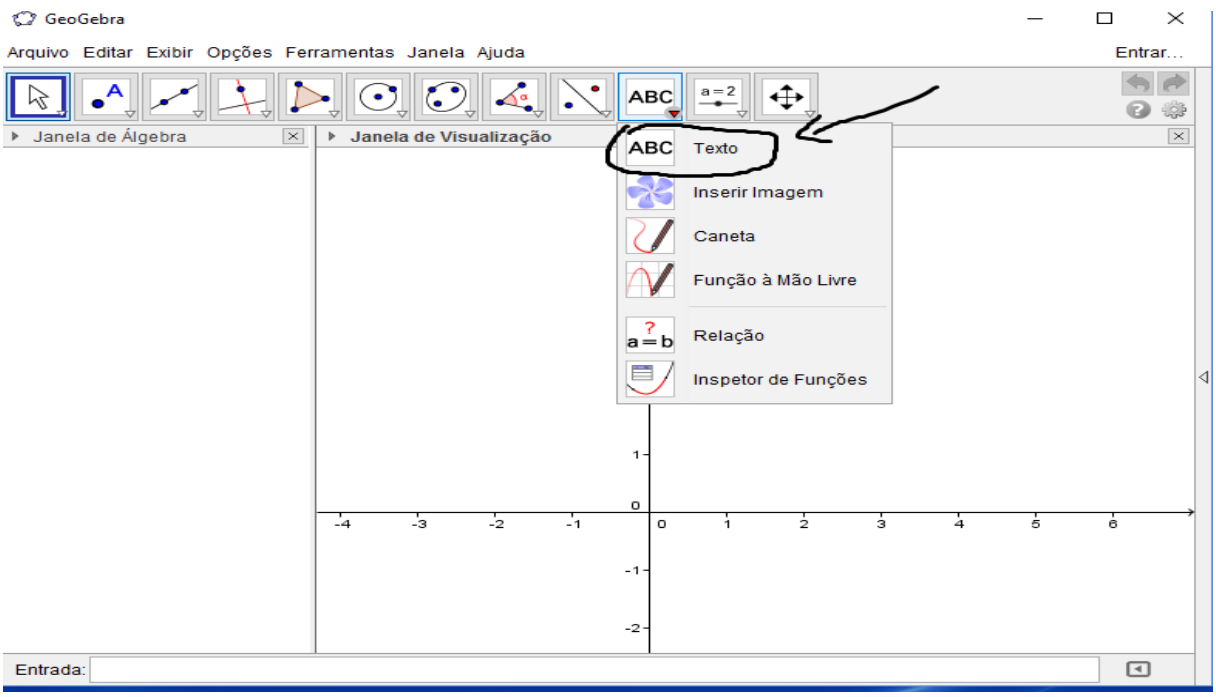

Figura 52: Menu texto

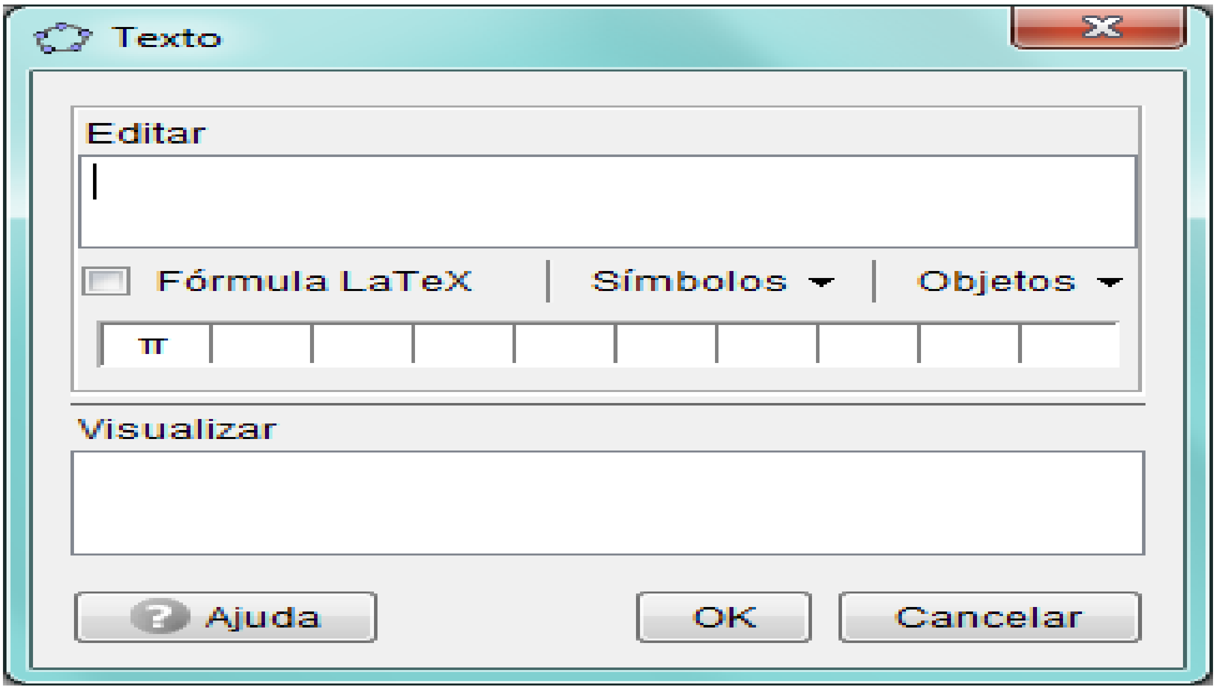

Figura 53: Editando texto

Para definir a posição do texto no Zona Gráfica do Geogebra.

- Pode-se definir a posição pela lista dos pontos ou usamos operações com a lista de objetos tal que resulta num par ordenado conforme a fig 54.

- Pode-se escolher a posição do texto mexendo ele com a seta e colocando em posição absoluta na tela ou fixando ele. Ver fig 55.

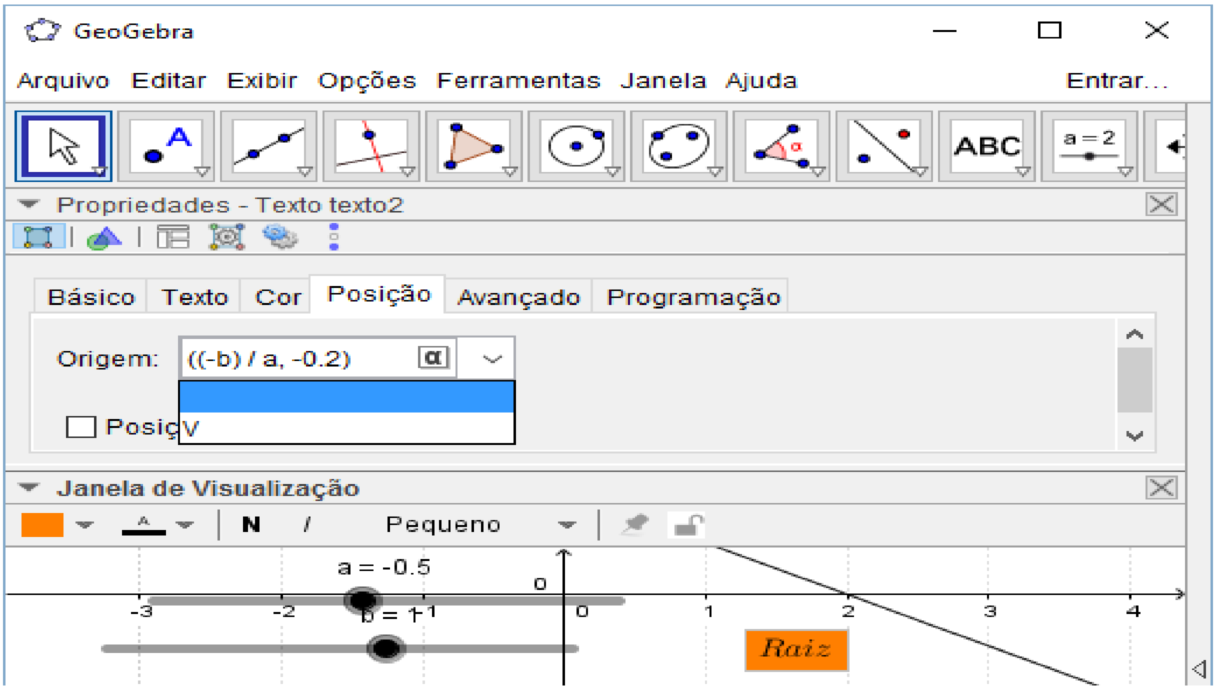

Figura 54: Posicionando o texto

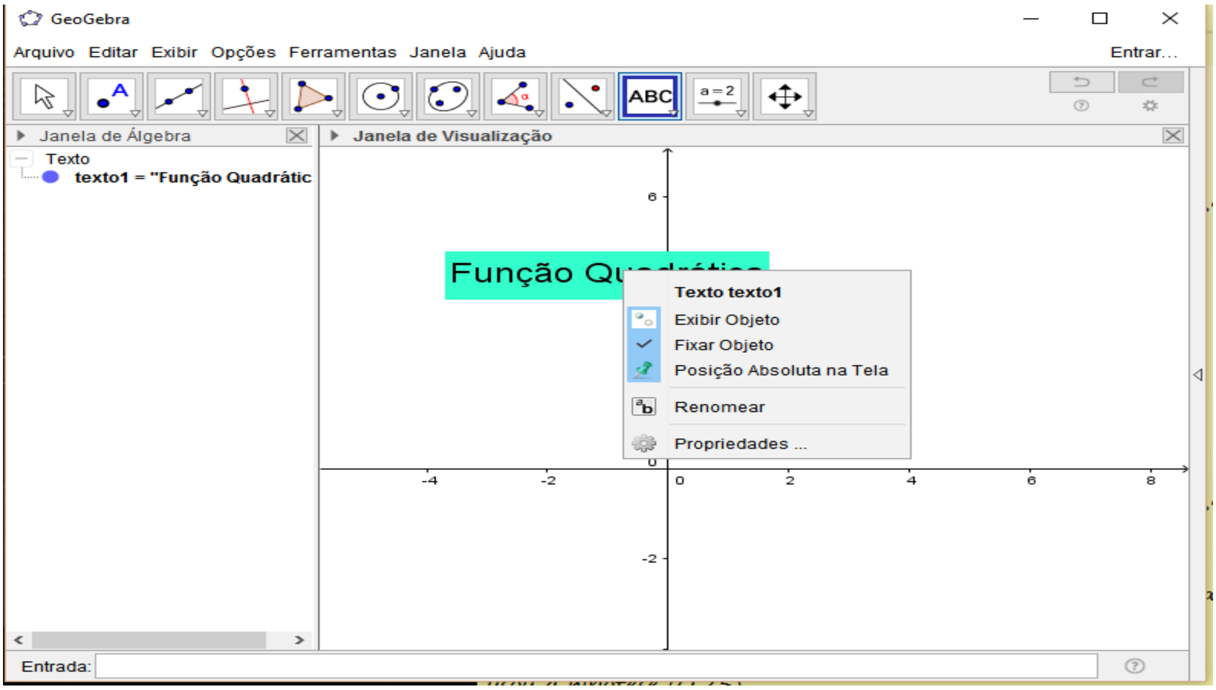

Figura 55: Fixando o texto

Tipo de texto: estático e dinâmico

- O texto pode ser:

  i) Texto estático não depende de quaisquer objetos 56;

  ii) Texto dinâmico contém valores de objetos que são modificados conforme são alterados os objetos 57;

iii) Texto misto é uma combinação de texto estático e texto dinâmico 58.

- Se o texto for de equações matemática, que pode ser texto misto:

i) Marque a caixa **Fórmula LaTeX** se quiser que o texto seja exibido no ambiente matemático;

ii) Use a lista **Símbolos** para inserir símbolos matemáticos no texto;

iii) Use a lista **Objetos** para inserir texto dinâmico (contém valores de objetos que são automaticamente adaptados às alterações provacadas nesses objetos). Serão mostrados no campo **Visualizar**, resultados dessas operações ou valores dos objetos digitados. Na figura 54, por exemplo, temos digitado no campo **Editar**, os coeficientes de uma equação do 2ºgrau. Observe que os objetos **a** , **b** e **c** estão inseridos em um retângulo no campo **Editar** e seus valores estão sendo mostrados no campo **Visualizar**. Esses valores quando positivo não tem sinal.

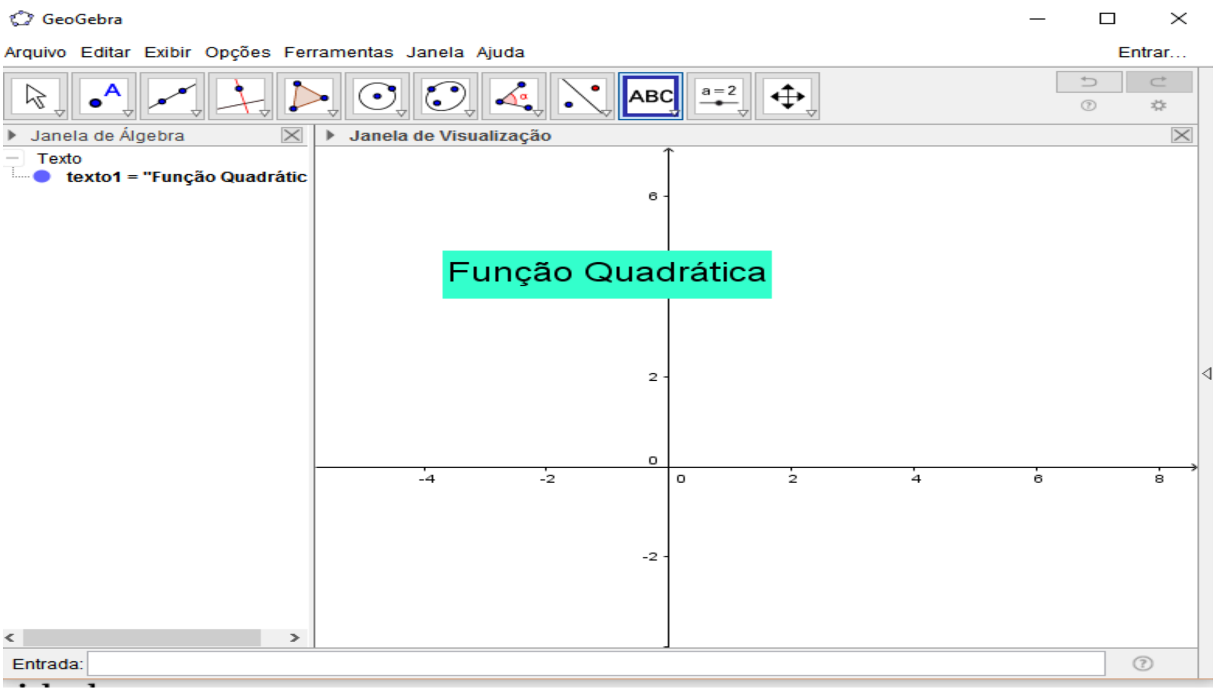

Figura 56: Estático

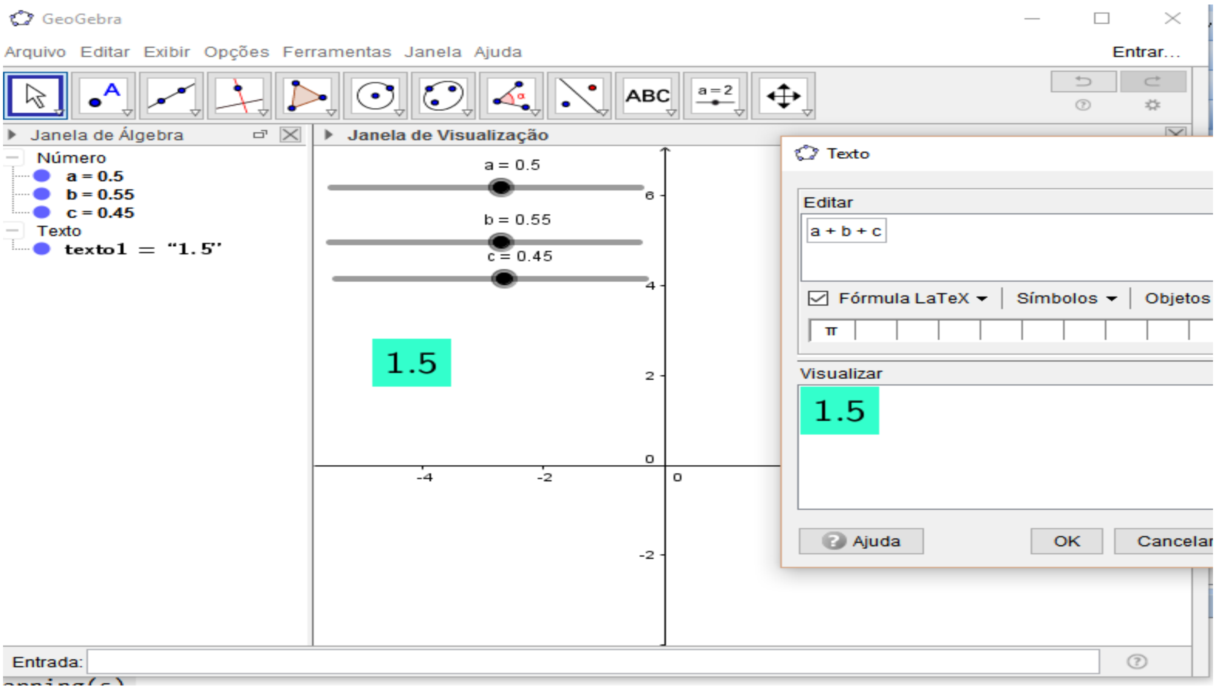

Figura 57: Dinâmico

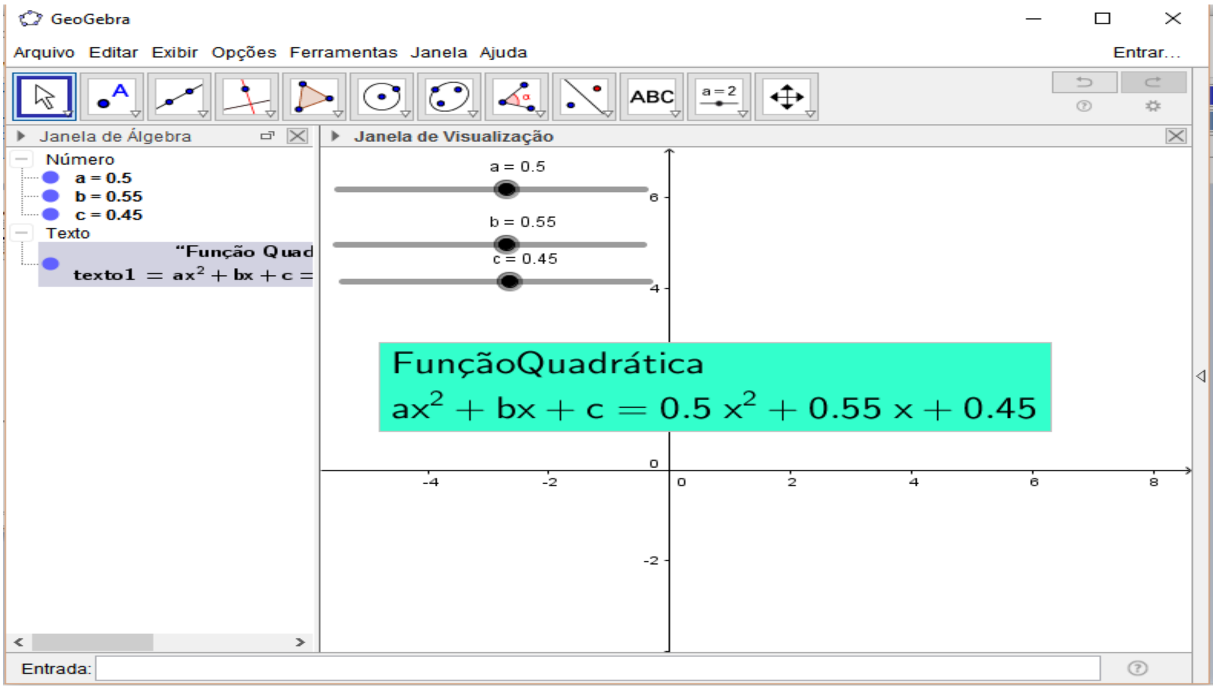

Figura 58: Misto

Observações:

- O texto pode ser: o texto dinâmico tenha uma expressão algébrica e se não tomarmos cuidado teremos problemas de aparecer dois sinais. Ver fig 59. Para resolver o problema anterior devemos colocar todo o texto dentro da caixa de objetos. Ver fig 60.

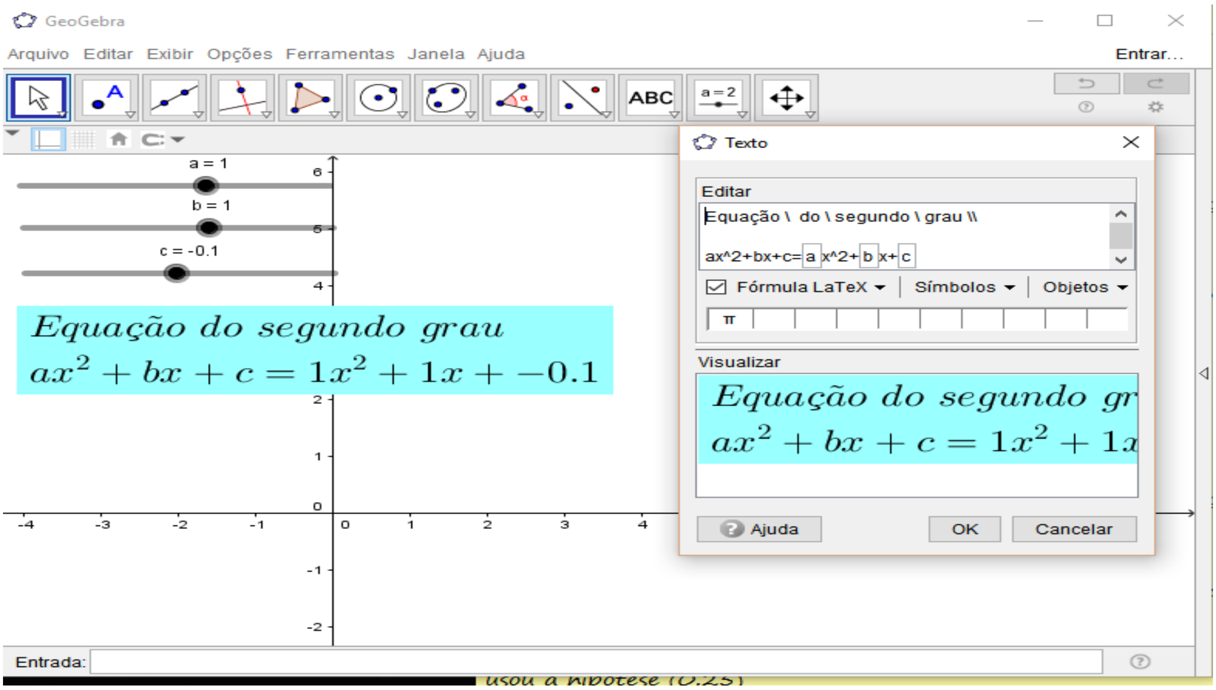

Figura 59: Problema de sinais +-

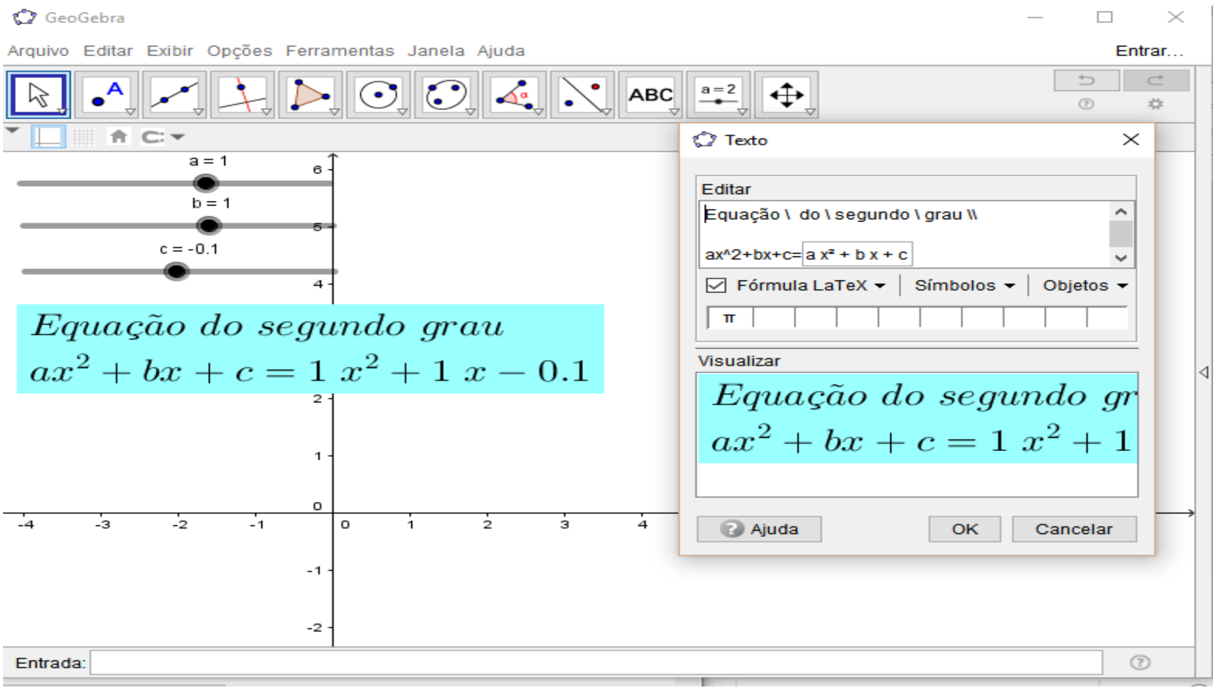

Figura 60: Solução do problema de sinais

Comandos do latex dentro do geogebra

- Alguns comandos em latex podem ser obtidos em uma lista contida no submenu **Fórmula LaTeX** dentro do menu **texto**. Ver fig 61.

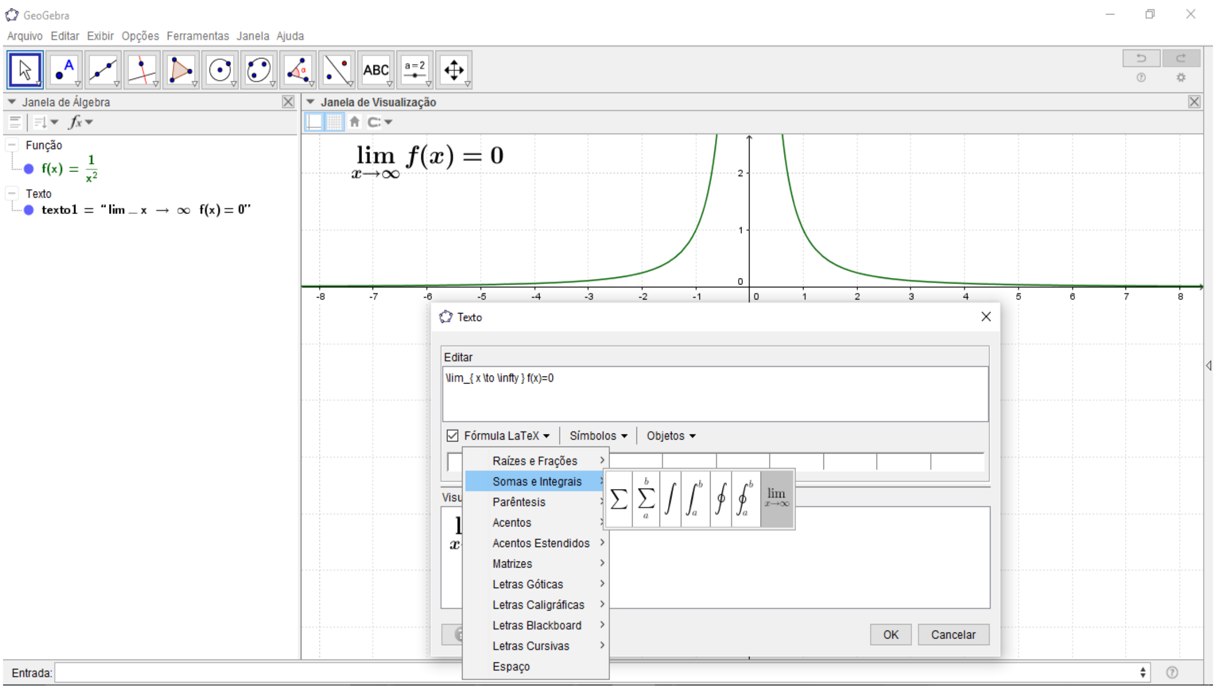

Figura 61: Submenu de Fórmula Latex

4.4 CRIANDO CONTROLES DESLIZANTES

Para criar um controle deslizante, escolha uma das seguintes opções:

- **1ª Opção:** Clique na seta que fica no canto inferior direito do décimo primeiro botão da Barra de Ferramentas, e clique na opção **Controle Deslizante**, como mostra a figura . Em seguida clique na área de trabalho. Será mostrada uma janela como mostrada na figura 62. Verifique se os valores apresentados nessa janela estão adequados para o controle que pretende criar. Se não, modifique-os adequadamente. Clique em **Aplicar**.

- **2ª Opção:** Digite "ControleDeslizante"no Campo de Entrada e clique na opção apresentada (veja figura 63). Digite todos os arqumentos solicitados e tecle Enter.

Observe que podemos variar o controle deslizante pela ferramenta mover com o mouse ou ferramenta mover com a seta esquerda e direita do teclado.

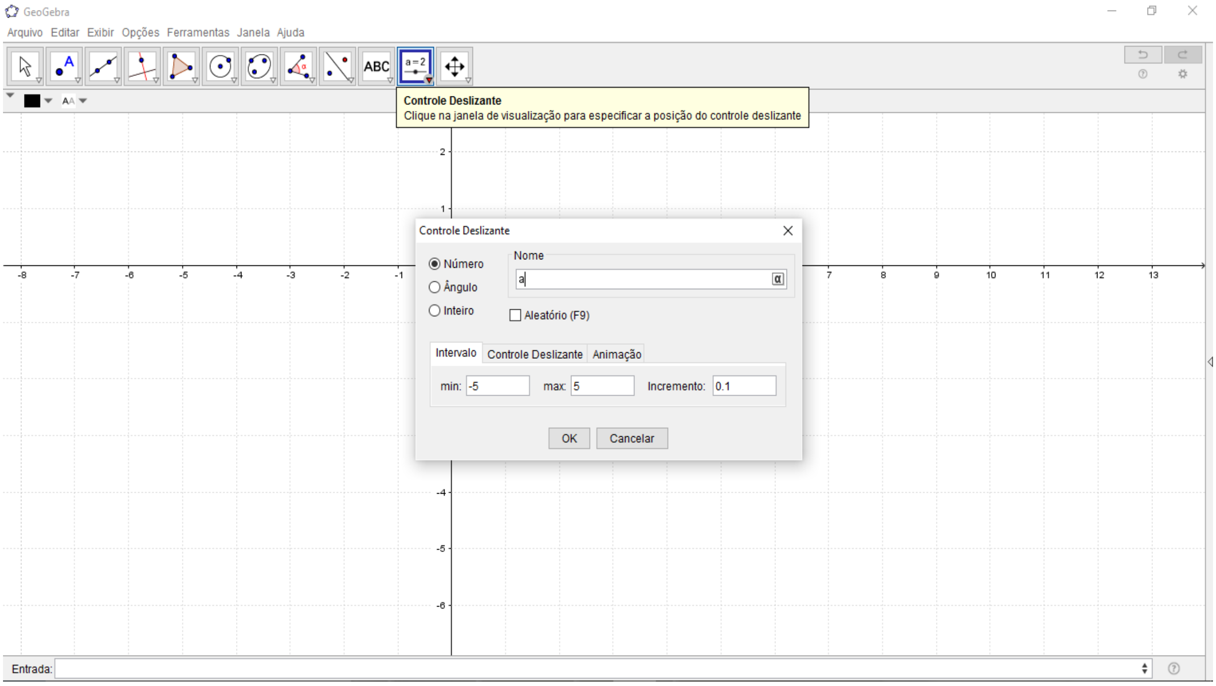

Figura 62: Criando controles deslizantes pela barra de ferramentas

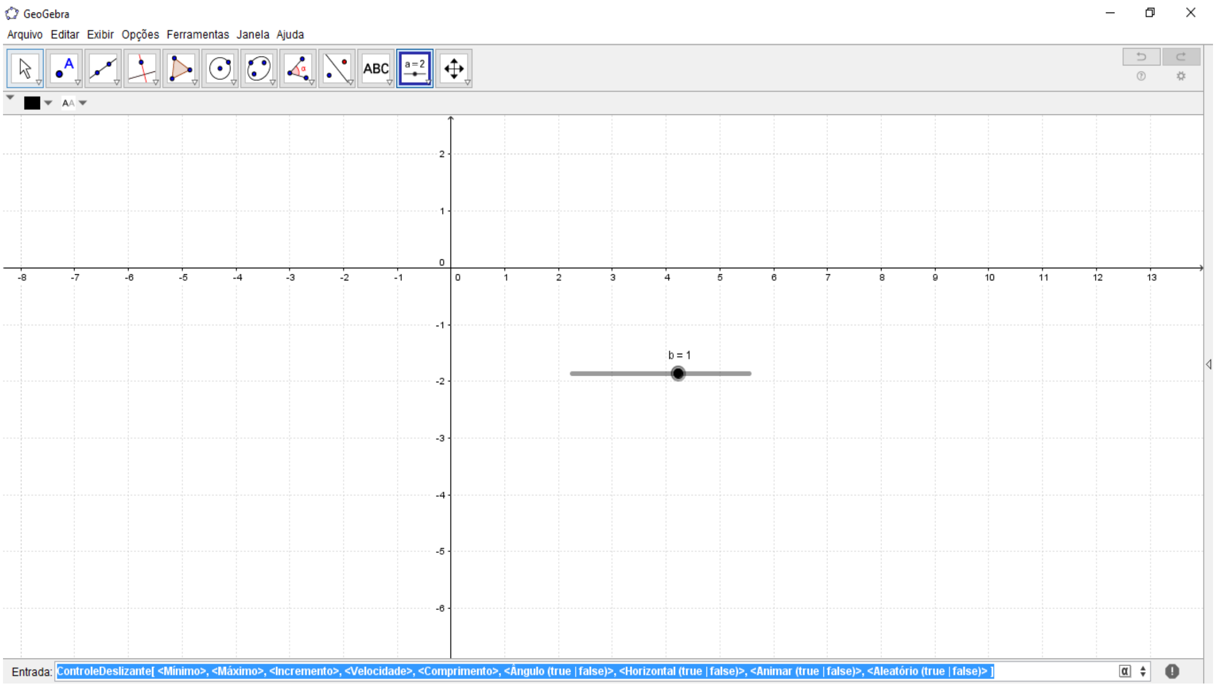

Figura 63: Criando controles deslizantes pelo Campo de Entrada

4.5 CRIANDO BOTÕES

Para criar botão, escolha uma das seguintes opções:

- **1ª Opção:** Clique na seta que fica no canto inferior direito do décimo primeiro botão da Barra de Ferramentas, e clique na opção **Botão** e em seguida clique na área de trabalho. Será mostrada uma janela como mostrada na figura 64. Digite uma legenda para o botão e clique em **Aplicar**.

- **2ª Opção:** Digite “Botão”no Campo de Entrada e clique em uma das opções apresentadas (veja figura 65). Digite uma legenda para o botão e tecle Enter. Por exemplo, o comando **Botão[“Ok”]** cria um botão com legenda **Ok**.

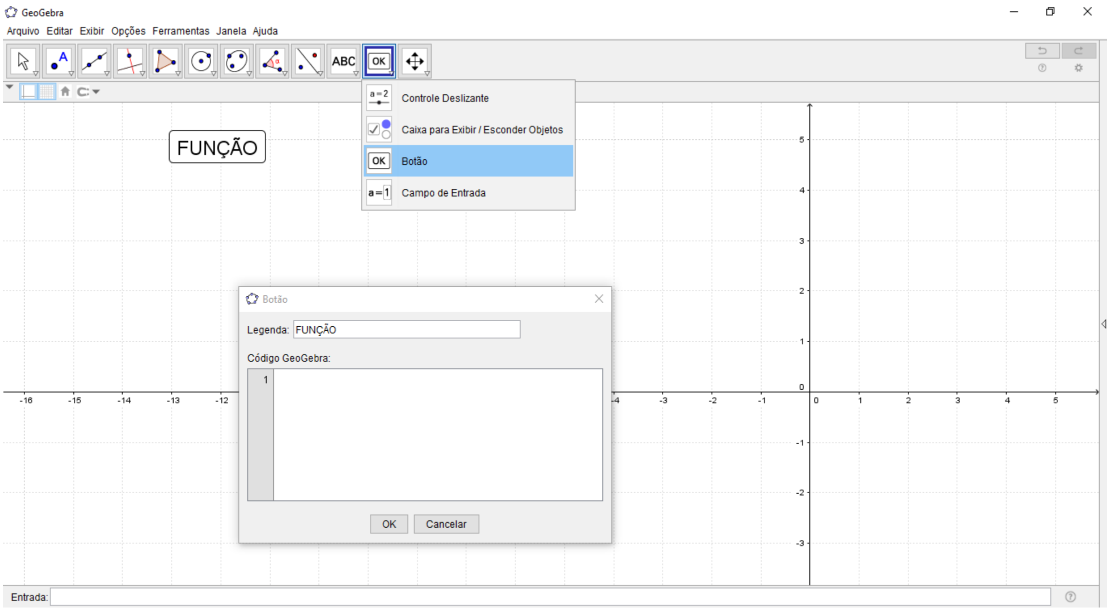

Figura 64: Criando botão pela barra de ferramentas

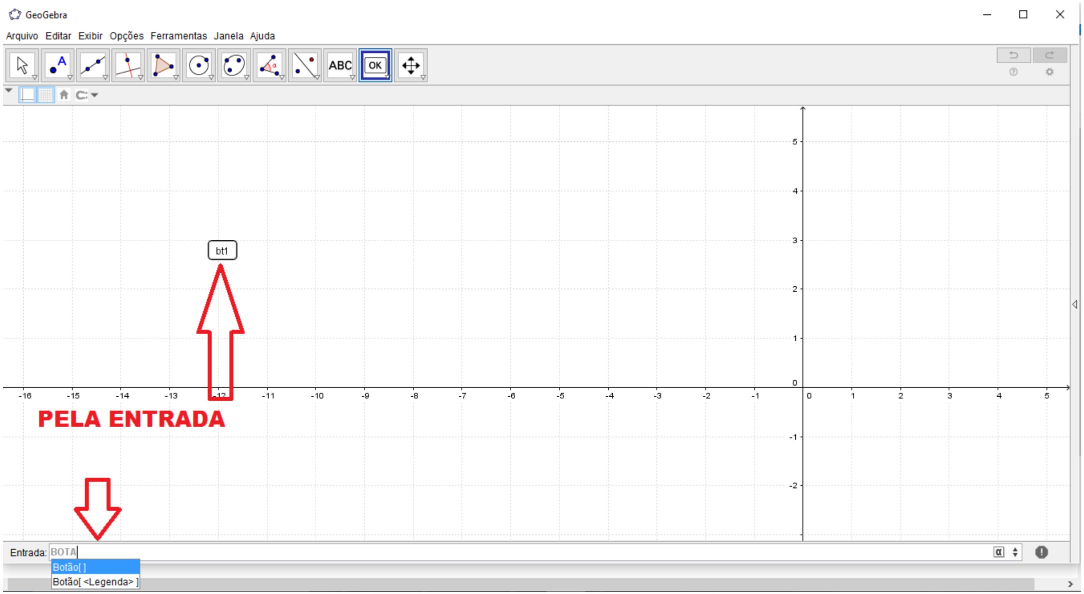

Figura 65: Criando botão pelo Campo de Entrada

4.6 DEFININDO CAMADA PARA OBJETOS

4.6.1 Objetos sobrepostos - Definir camadas

Pode acontecer de termos objetos sobrepostos, ou seja, objetos que tenham a mesma localização no plano. A utilidade da definição de camadas está no fato de que o objeto sobreposto de maior camada será o selecionado em caso de termos um click naquela localização.

Para definir a camada de um objeto, exiba a janela de propriedades e clique na guia **Avançado**. Em seguida, clique no botão **Camada** e selecione o número desejado.

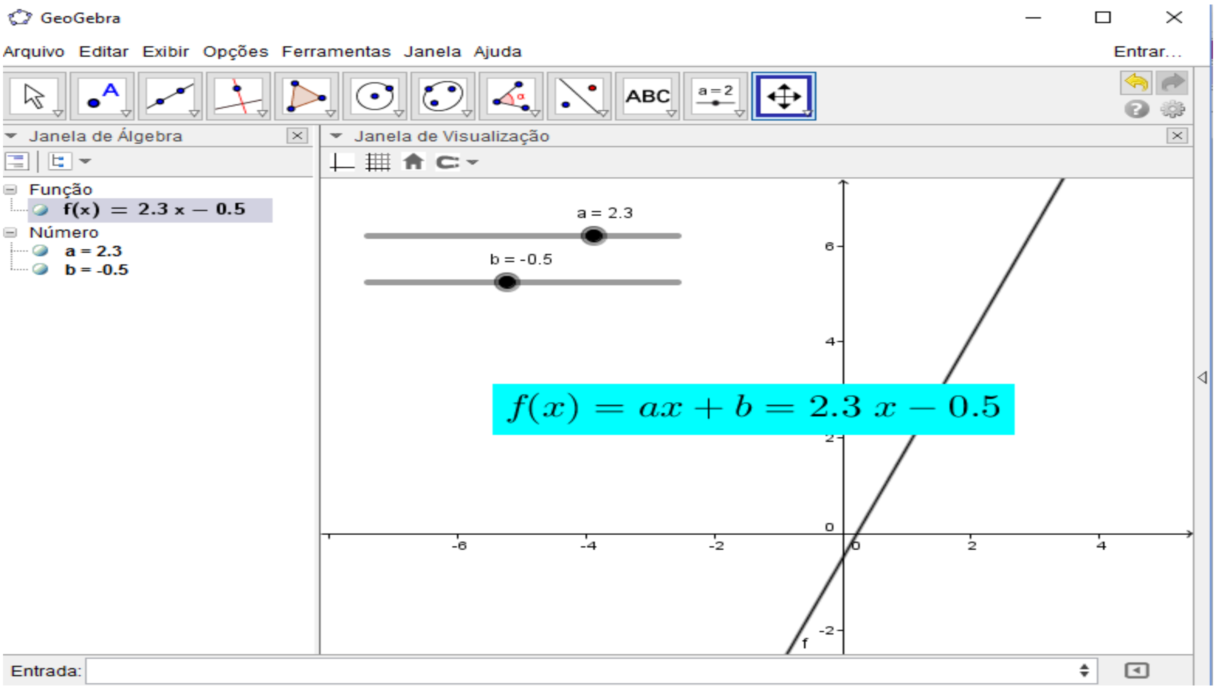

Figura 66: Texto na frente do gráfico da função

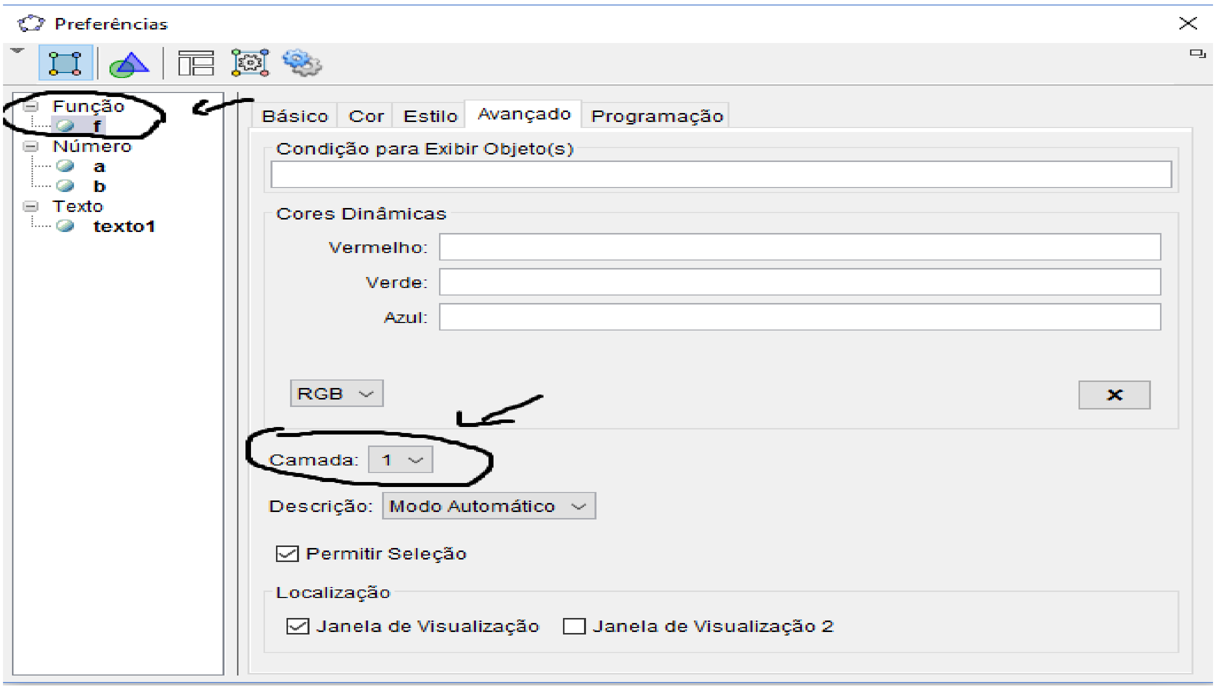

Figura 67: Função em camada 1

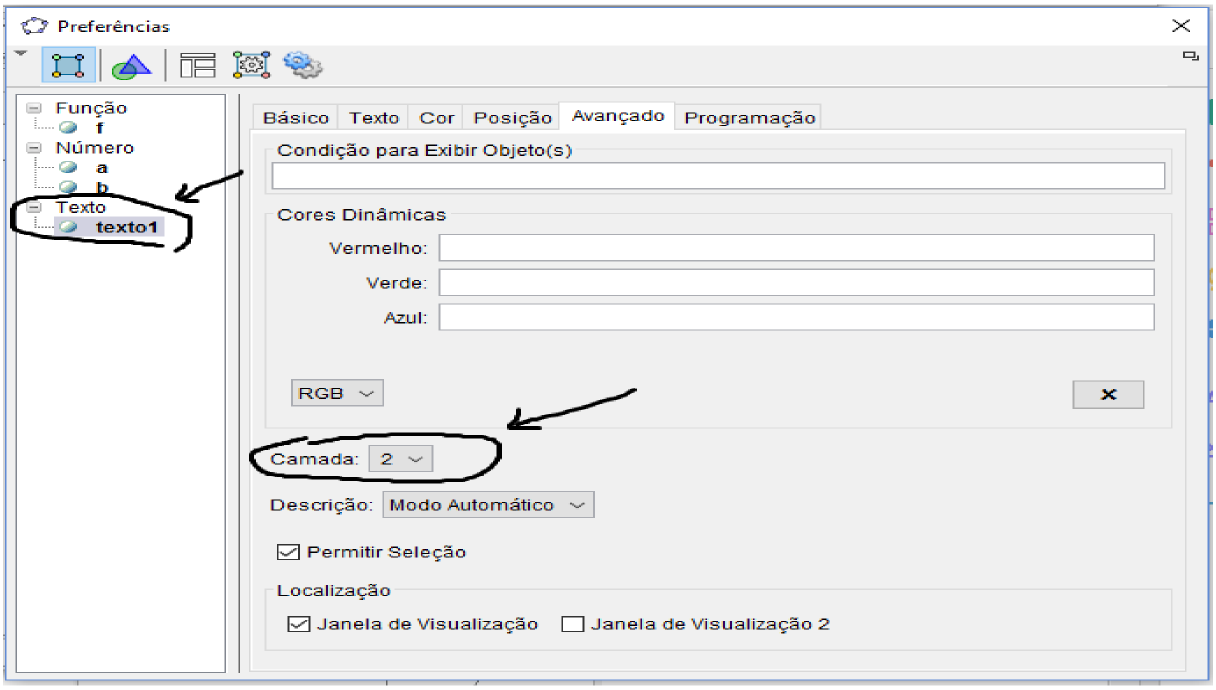

Figura 68: Texto em camada 2

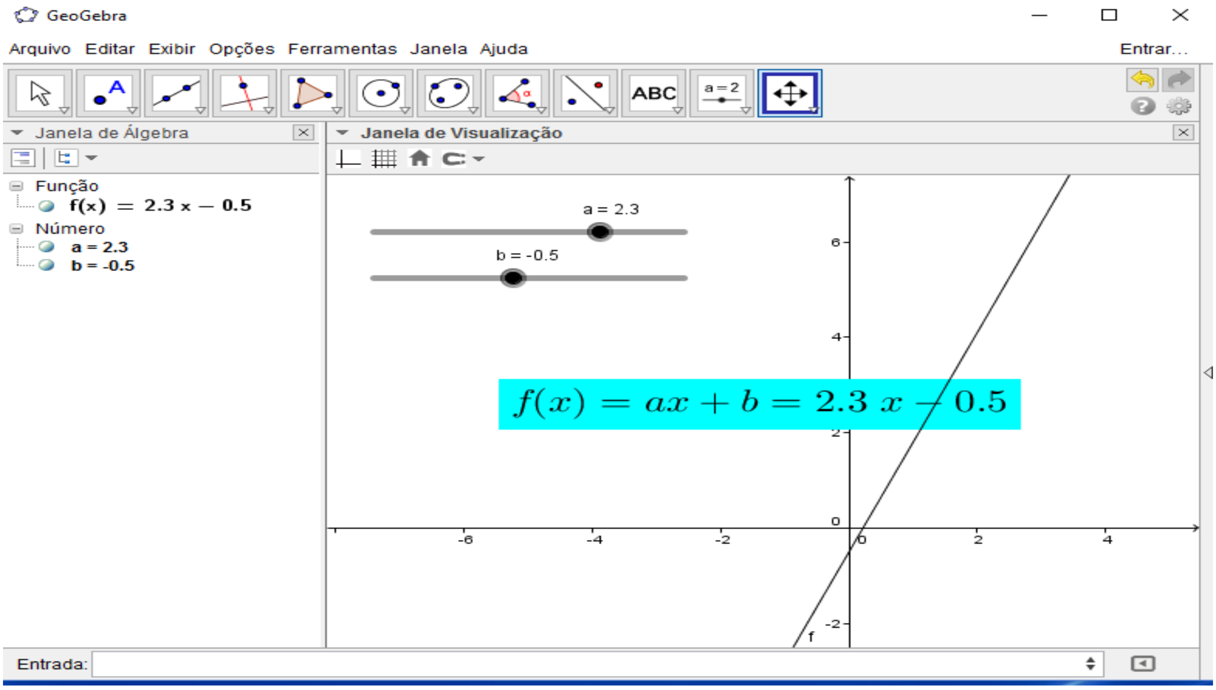

Figura 69: Gráfico da função na frente do texto

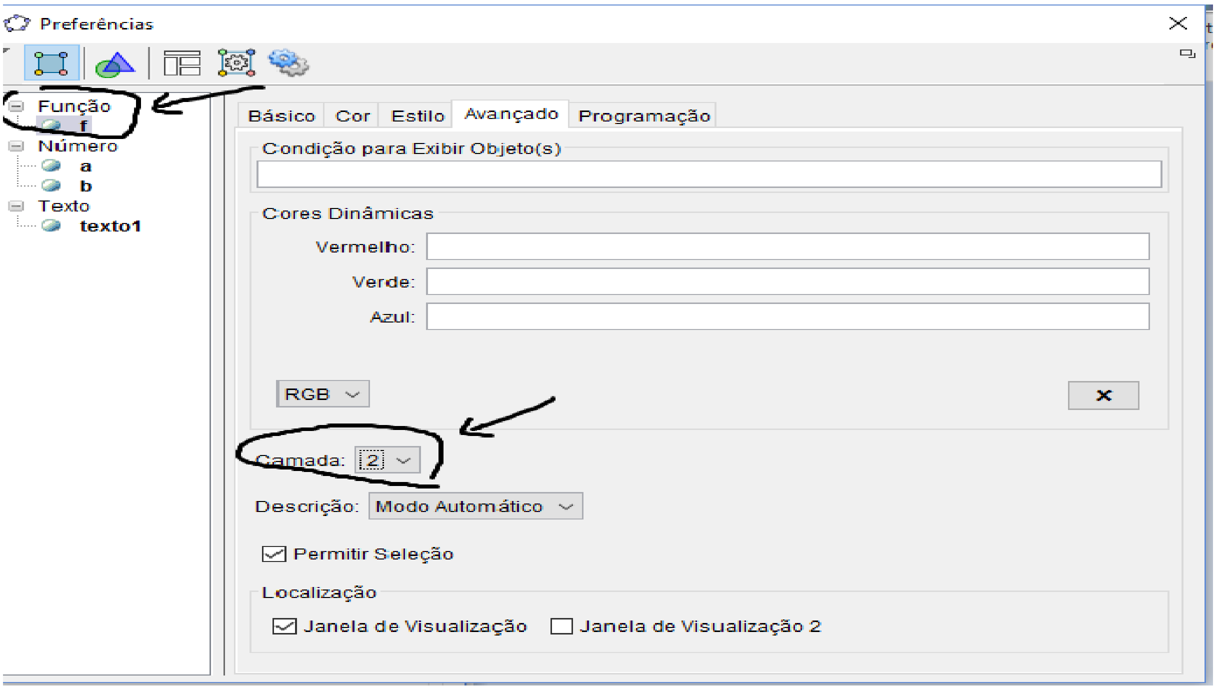

Figura 70: Função em camada 2

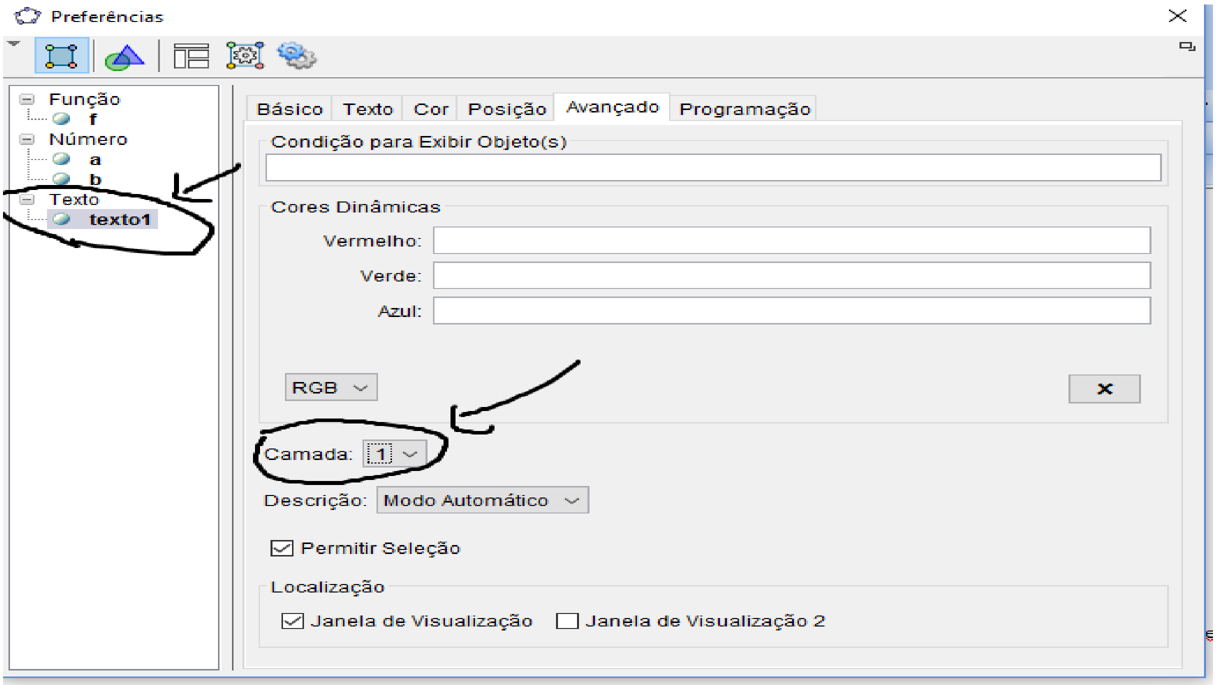

Figura 71: Texto em camada 1

4.6.2 Cores do Fundo de um objeto

O fundo do texto será transparente caso não seja selecionado a cor do fundo. **Quando for usada camada 2 nesse trabalho fica subententido que a cor de fundo deve ser selecionada e em posição absoluta na tela.**

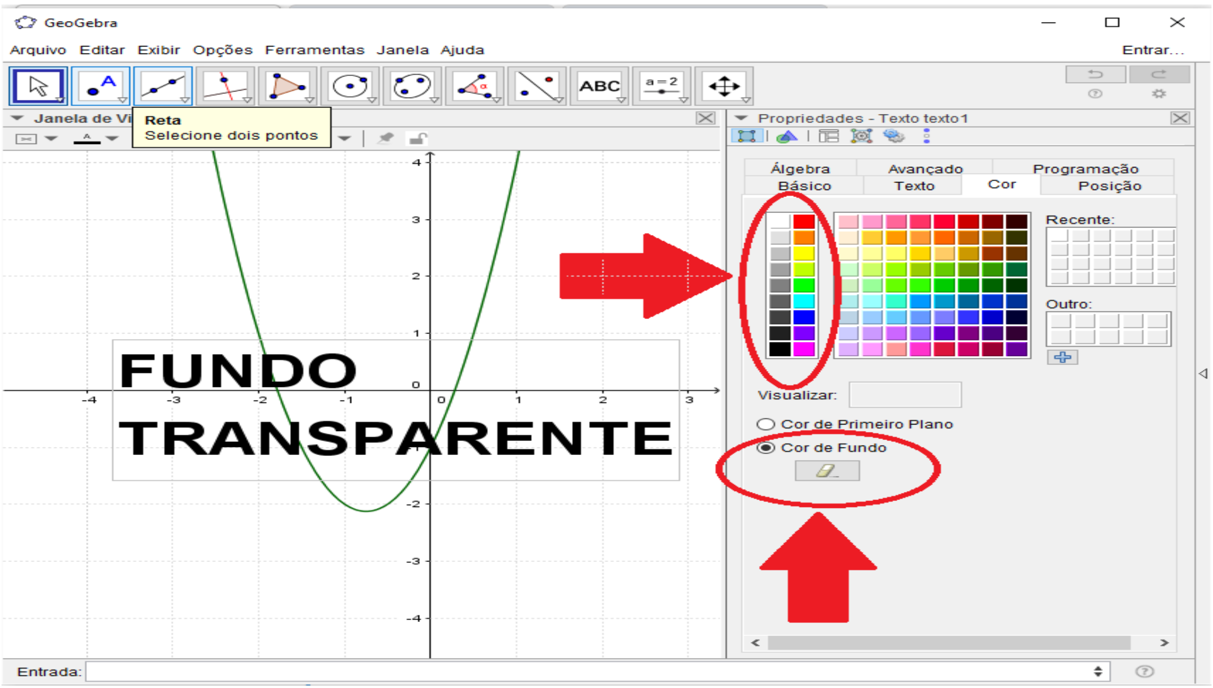

Figura 72: Fundo não selecionado

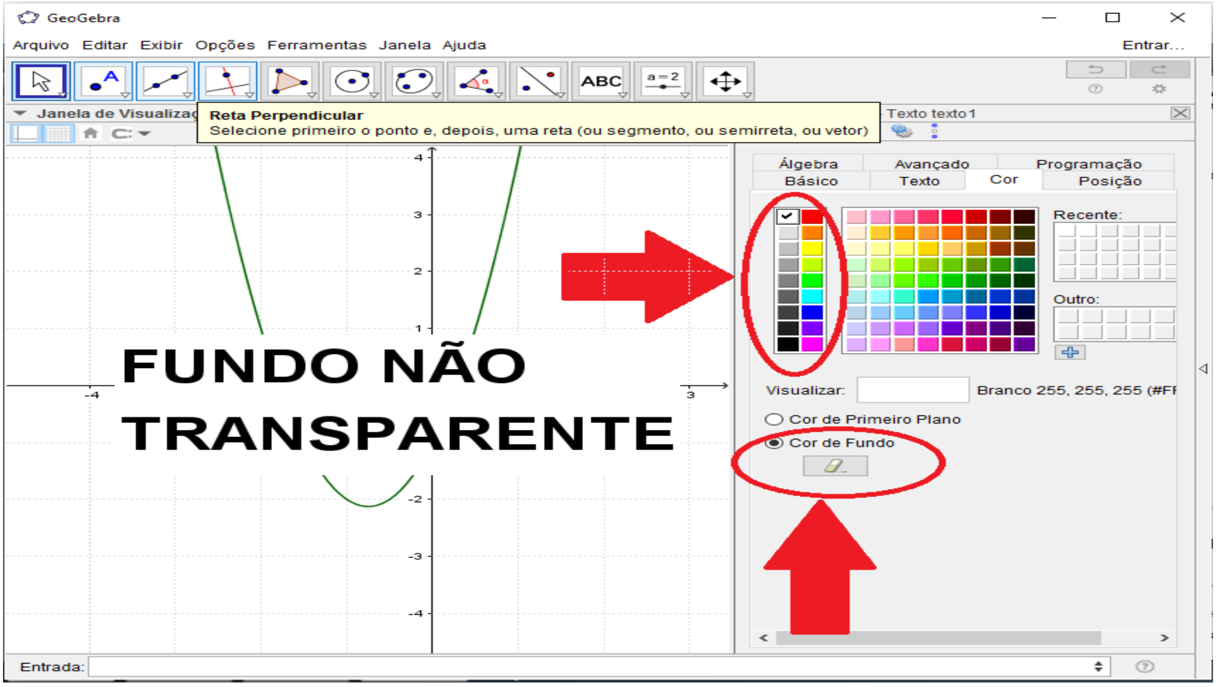

Figura 73: Fundo selecionado

4.7 VARIÁVEIS BOOLEANAS E OPERAÇÕES BOOLEANAS

4.7.1 Variáveis Booleanas

Podemos usar as variáveis booleanas “true”(verdadeiro) ou “false”(falso).

Por exemplo, escreva a = true ou b = false na Entrada de comando e clique enter. Outra opção e na barra de ferramentas.

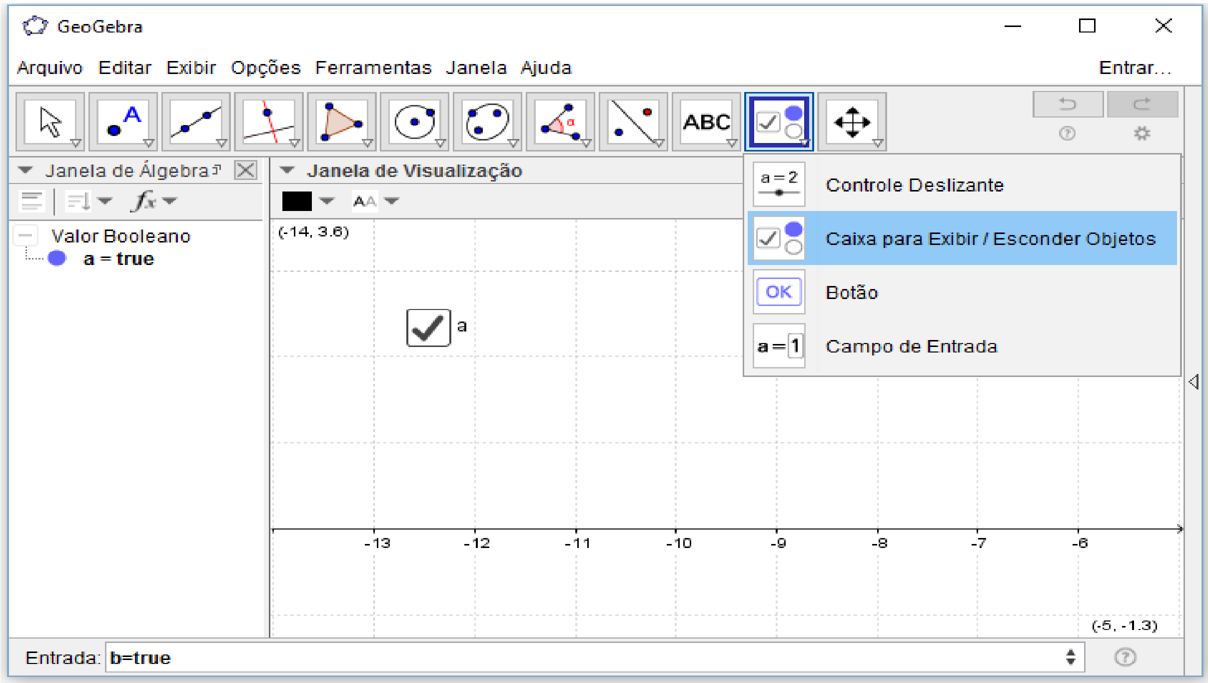

Figura 74: Valor booleano

É possível definir linhas de programação para serem executadas ao clicar ou ao atualizar objetos.

Para inserir linhas de programação, exiba a janela de propriedades, clique na guia **Programação** e, em seguida, clique na guia **Ao Clicar** ou **Ao Atualizar**. Digite as linhas de comando e clique em **OK**.

Como exemplo, temos os comandos mostrados na figura 75. Ao clicar no objeto com essa propriedade, os comandos definem o valor booleano d como $true$ (caixa de seleção marcada) e o valor booleano e como $false$ (caixa de seleção desmarcada).

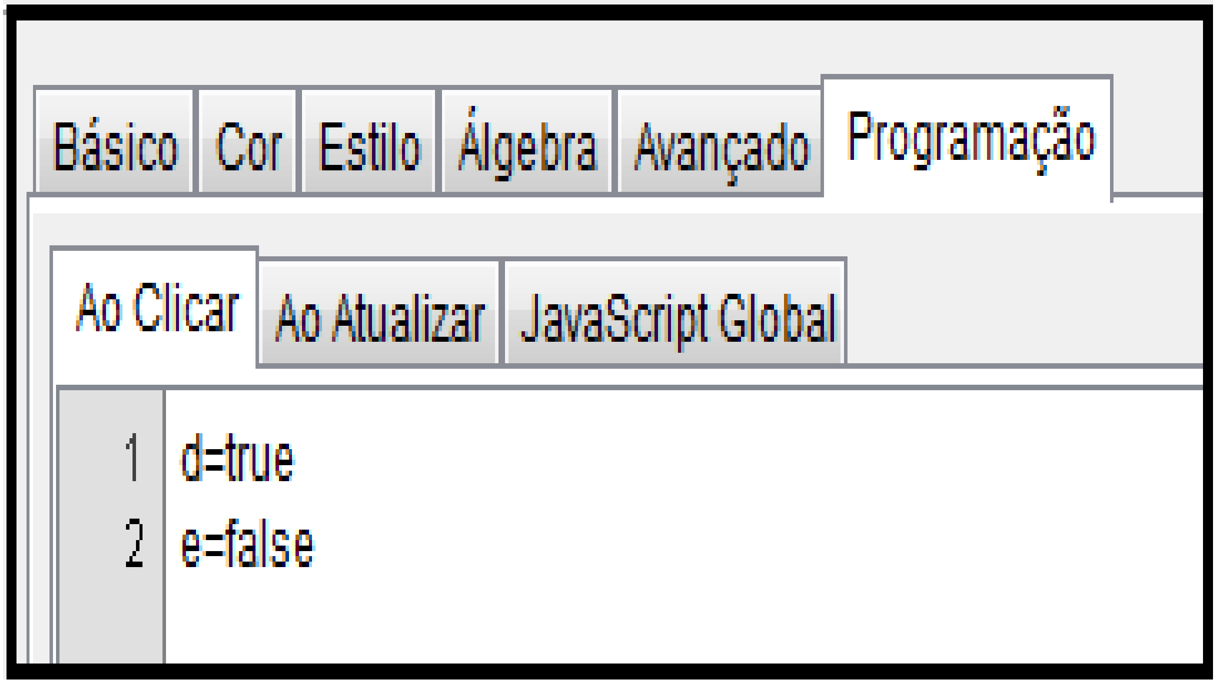

Figura 75: Definindo programação para objetos

Recomendação para esse trabalho

Durante uma programação é interessante exibir os valores booleanos e ir observando os efeitos da programação neles. **Ao termina a programação não exiba os valores booleanos.**

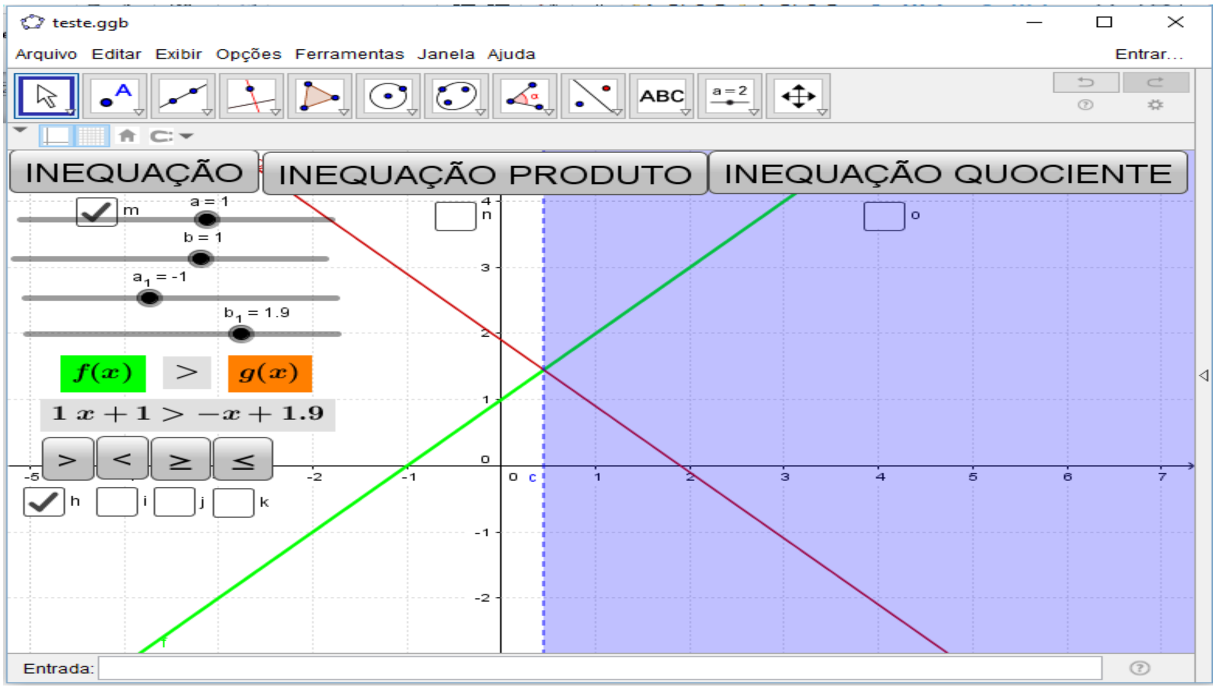

Figura 76: Durante a programação

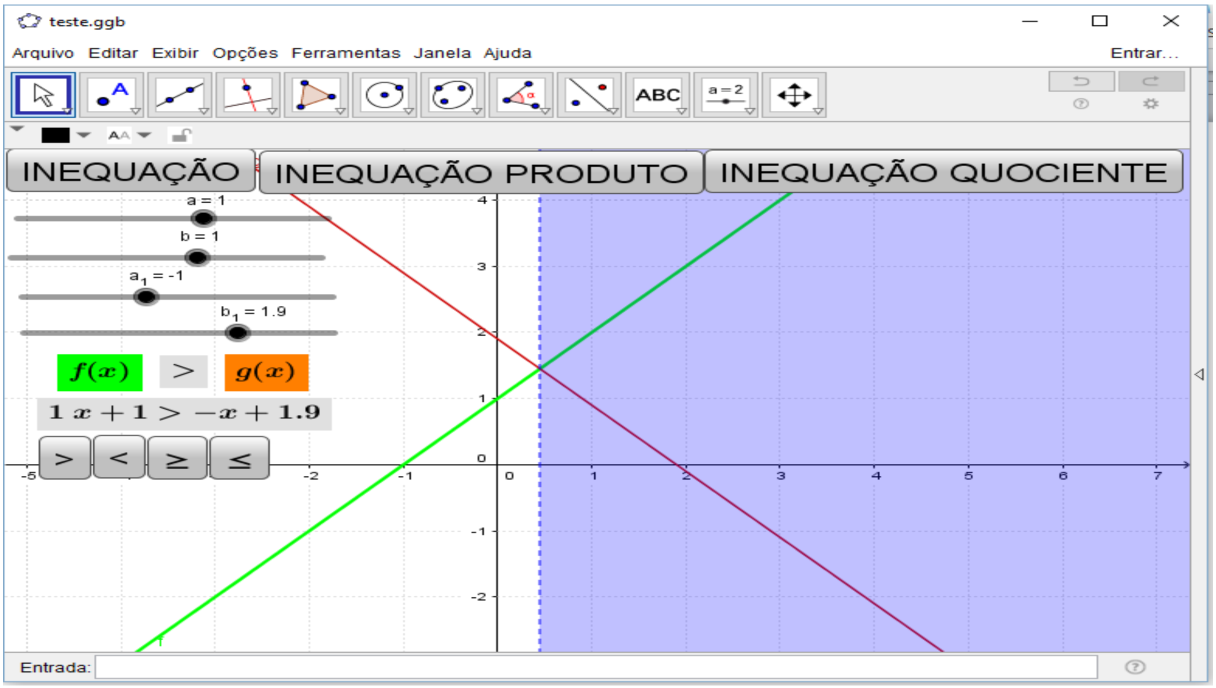

Figura 77: Depois da programação

4.7.2 Operações Booleanas

Pode usar as seguintes operações booleanas no GeoGebra, copiando-as da lista abaixo para a Entrada de Comandos ou inserindo-as diretamente com o teclado:

	Lista	Teclado	Exemplo	Objetos
Igual	$\stackrel{?}{=}$	$==$	$a \stackrel{?}{=} b$ ou $a == b$	números, pontos, retas, etc
Diferente	$\neq$	$!=$	$a \neq b$ ou $a! = b$	números, pontos, retas, etc
Menor	$<$	$<$	$a < b$	números a,b
Maior	$>$	$>$	$a > b$	números a,b
Menor ou igual	$\leq$	$<=$	$a \leq b$ ou $a <= b$	números a,b
Maior ou igual	$\geq$	$>=$	$a \geq b$ ou $a >= b$	números a,b
E	$\wedge$	&&	$a \wedge b$ ou $a\&\&b$	booleanos a,b
Ou	$\vee$	||	$a \vee b$ ou $a\|\|b$	booleanos a,b
Não	$\neg$	!	$\neg a$ ou $!a$	booleanos a,b

4.8 DEFININDO CONDIÇÃO PARA EXIBIR OBJETOS(S)

Uma das propriedades mais importantes que será utilizada na construção das nossas atividades é a **Condição para Exibir Objeto(s)**. Para defini-la exiba a janela de propriedades e clique na guia **Avançado**. Em seguida, digite a condição no campo

Condição para Exibir Objeto(s).

No final desse campo tem um botão (α) que, ao ser clicado, exibe vários símbolos, como mostra a figura 78. Ao passar o mouse sobre cada símbolo, seu significado é exibido. Os símbolos $\wedge$ e $\vee$, por exemplo, significam "E"e "OU", respectivamente.

O comando $(b > 0) \wedge (c > 0)$, por exemplo, exibe o objeto se $b > 0$ e $c > 0$ forem ambos verdadeiros, caso contrário ocultará o objeto.

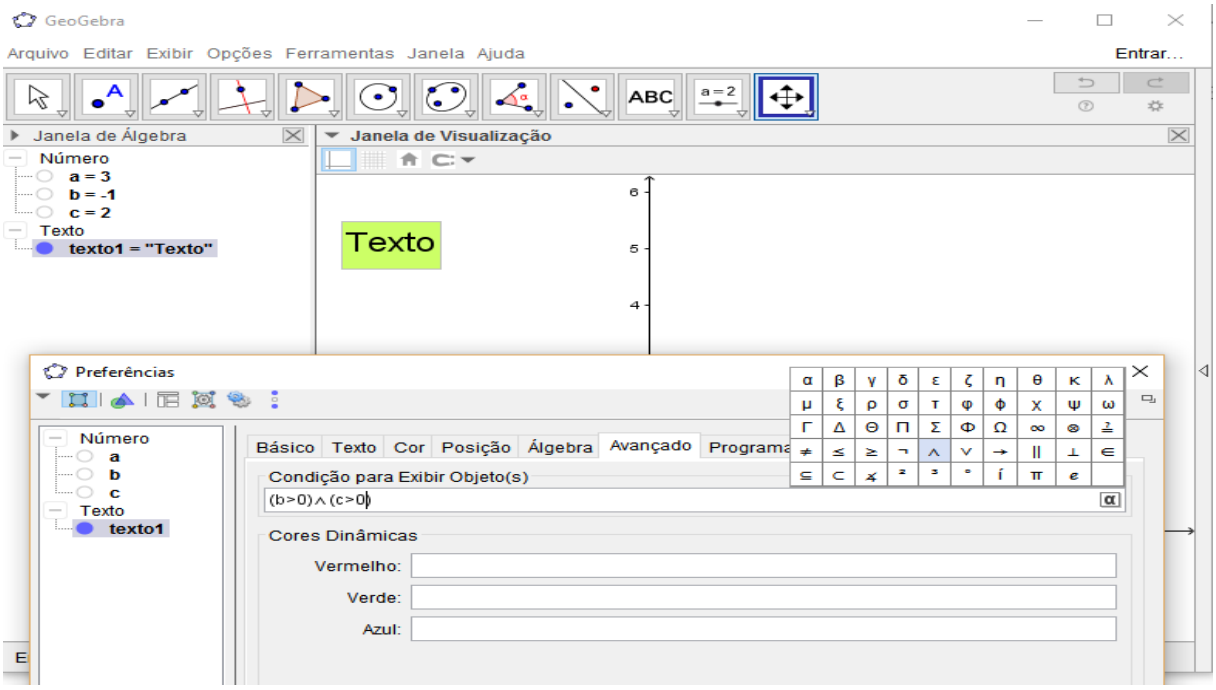

Figura 78: Definindo condição para exibir objetos

4.9 DEFININDO CONDIÇÃO PARA CORES DINÂMICAS

Uma das propriedades importantes que também será utilizada na construção das nossas atividades é as **Cores dinâmicas**. Para defini-la exiba a janela de propriedades e clique na guia **Avançado**. Em seguida, digite a condição no campo **cores dinâmicas** vermelho, azul ou verde.

Para as cores que não tem uma condição em comum.

O comando $(a < 0) \wedge c$ no vermelho e $(a > 0) \wedge c$ no azul, por exemplo, torna o objeto vermelho se $(a < 0)$ e c verdadeiro , e vermelho se $(a < 0)$ e c verdadeiro. Caso contrário, objeto será preto. Ver fig 79.

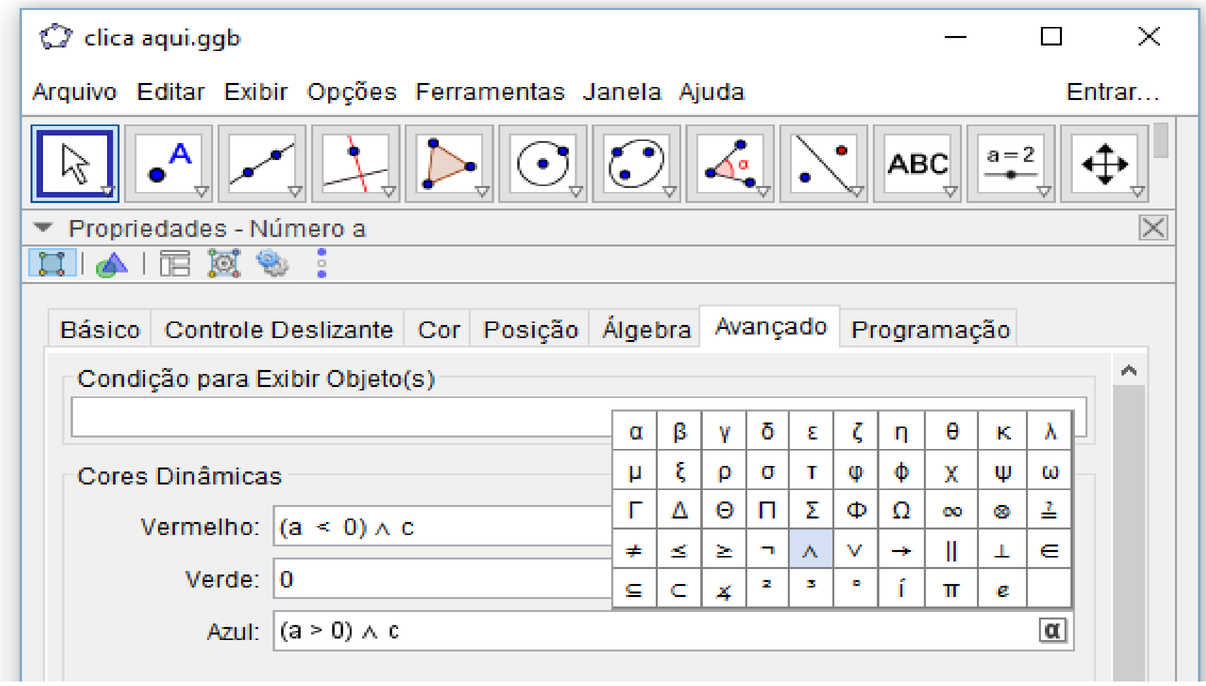

Figura 79: Definindo condição para cores dinâmica

4.10 PROGRAMAÇÃO AO CLICAR E AO ATUALIZAR

4.10.1 Programação ao clicar

Procure os comandos, veja no 4.1.2, e os executa em uma determinada ordem de programação ao clicar. Além do exemplo abaixo veja no 4.7.1 .

Exemplo

Definidos anteriormente a reta f e os números a e b.

Ao clicar na reta f ela cria o ponto D, depois é criado a reta u que é perpendicular a reta f passando por D e no final é produzido uma animação da reta u.

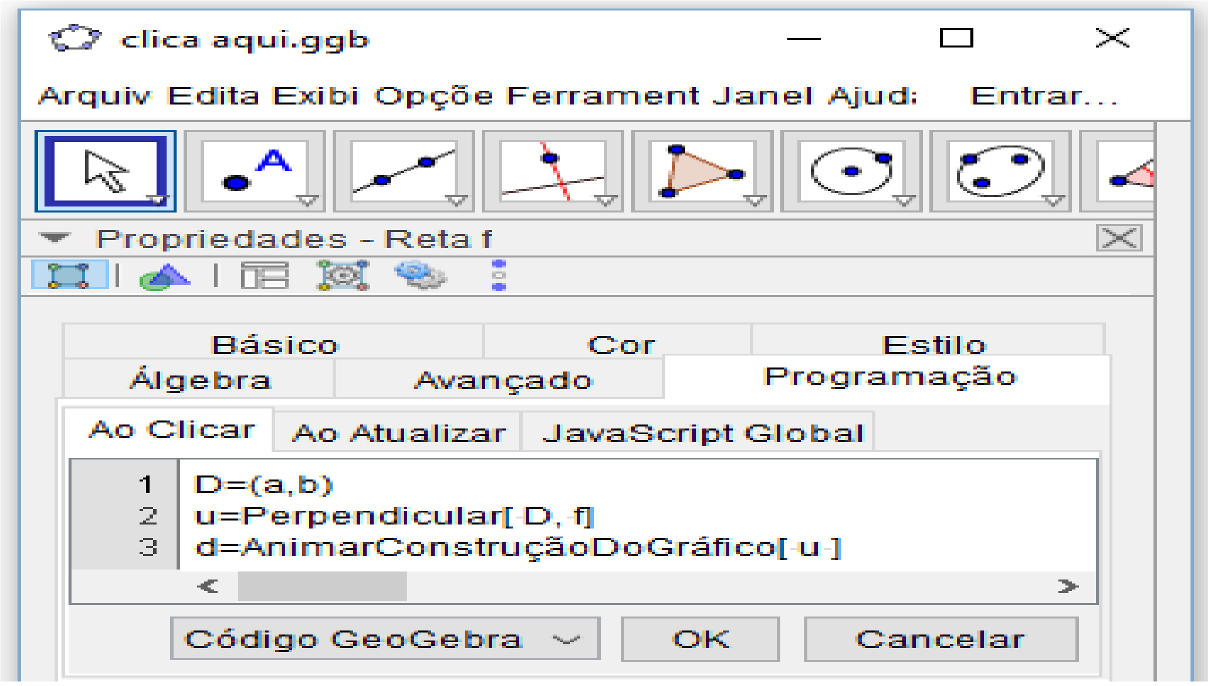

Figura 80: Definindo programação ao clicar

Veja este exemplo.

4.10.2 Programação ao atualizar

Pega os comandos, olhe 4.1.2, em uma determinada ordem de programação e os executa quando o objeto se move. **Apenas possível quando desabilita Fixar objeto**.

4.10.3 Juntando as duas programações

Para o objeto que tem disponível as duas programações, na programação ao clicar definiu um objeto especifico e na programação ao atualizar tenhamos esse mesmo objeto com uma outra definição. Ocorrerá que ao mover, acontece a definição ao atualizar e quando soltar retorna a definição ao clicar.

No exemplo abaixo ao clicar no texto ele cria o ponto F e ao soltar cria o ponto E, o vetor v é criado ao clicar como v=(2,2) e quando o solta vira v=(10,10). Portanto temos que segurando o clique v=(2,2) e soltando o clique v=(10,10) além de criar os pontos E e F.

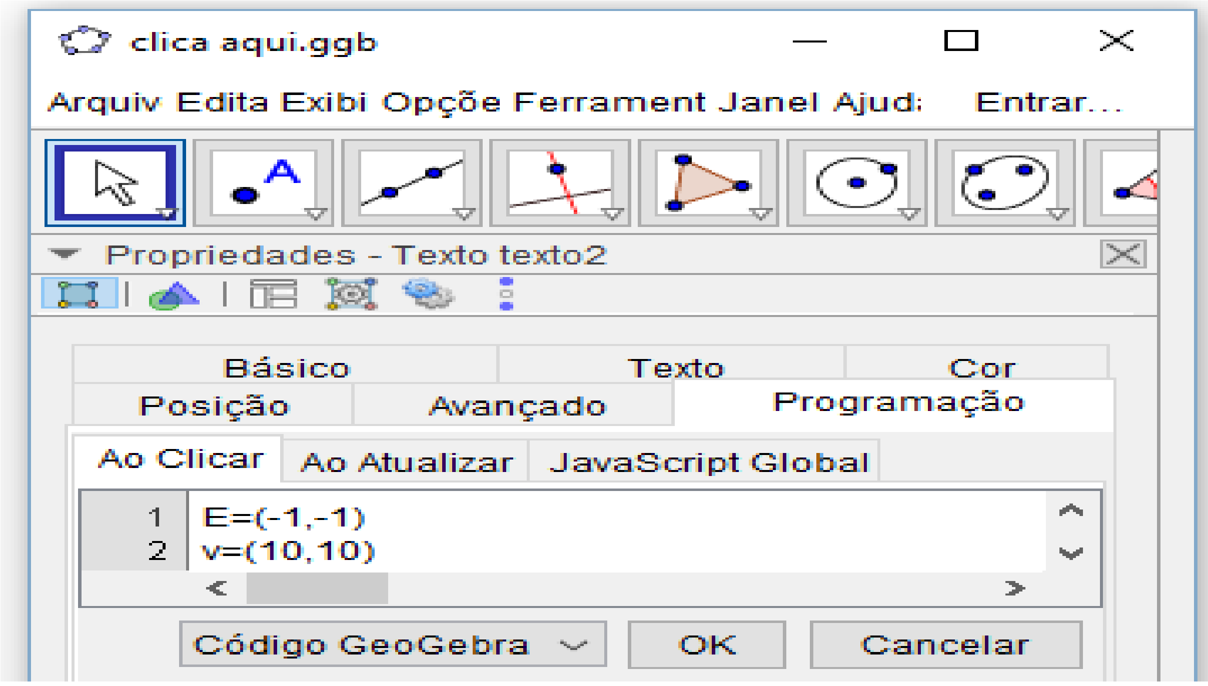

Figura 81: Soltando o clique no texto

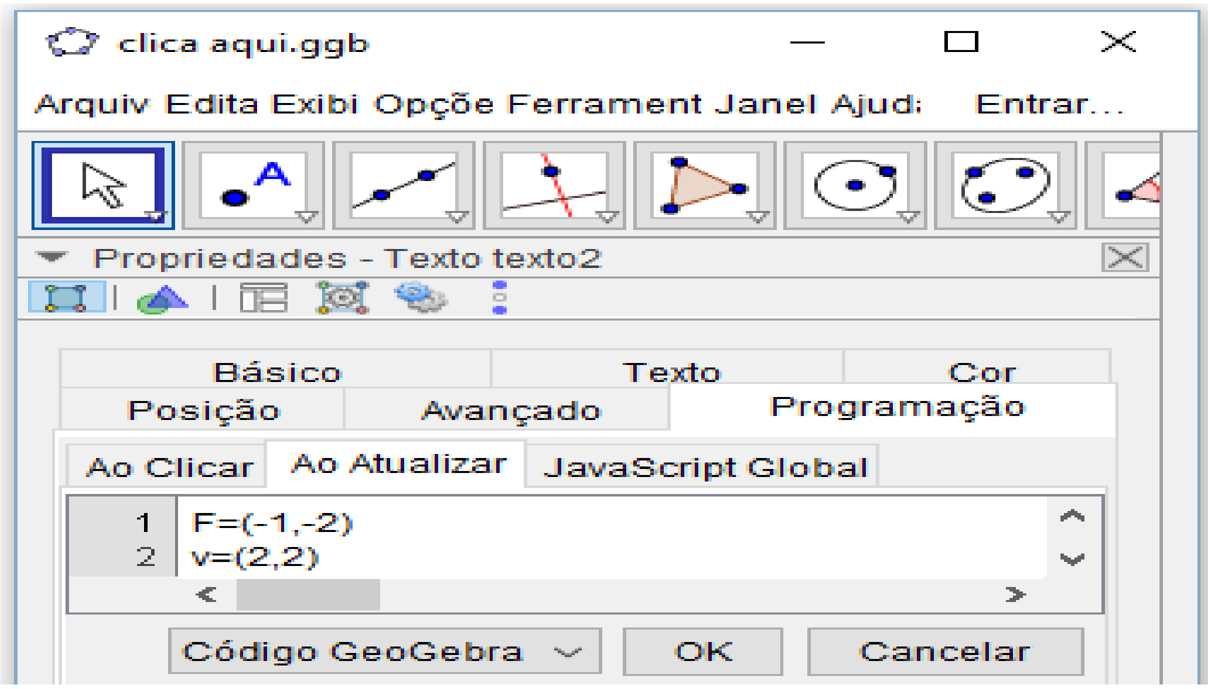

Figura 82: Segurando o clique no texto

Veja este exemplo.

Definidos anteriormente a reta f e o ponto C, no exemplo abaixo ao clicar no ponto ele cria a reta s que é perpendicular a reta r e passa no ponto C e ao arrastar o ponto ele cria o vetor s=C.

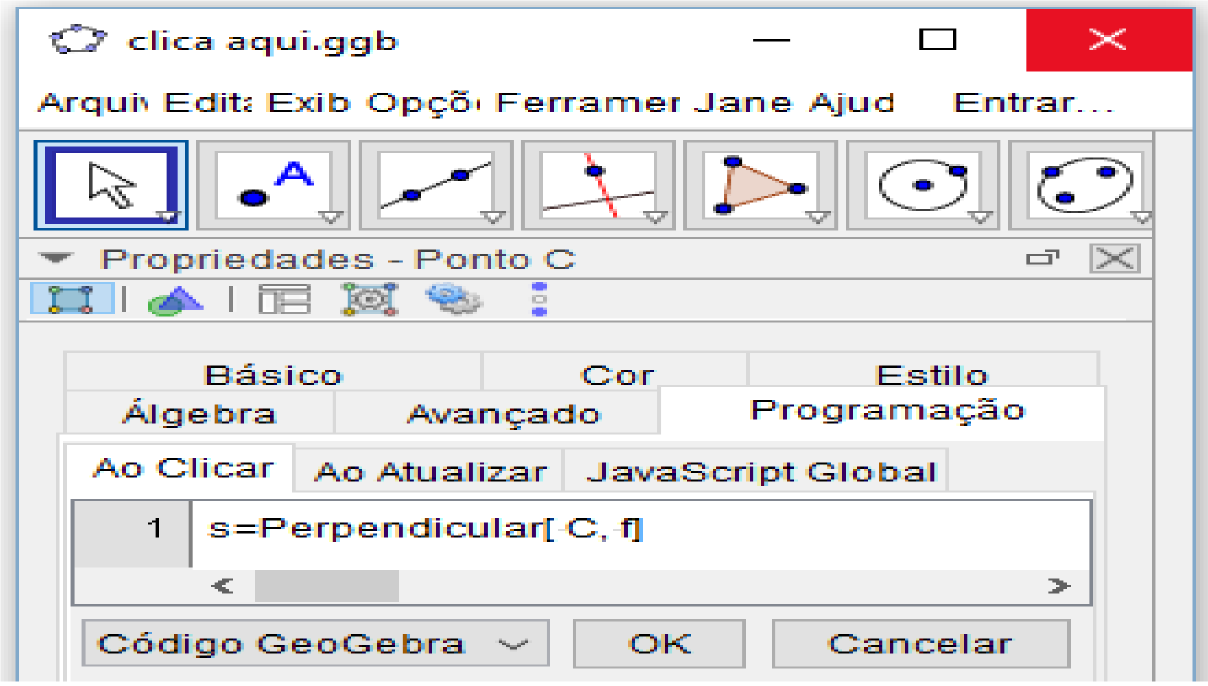

Figura 83: Ao clicar no ponto

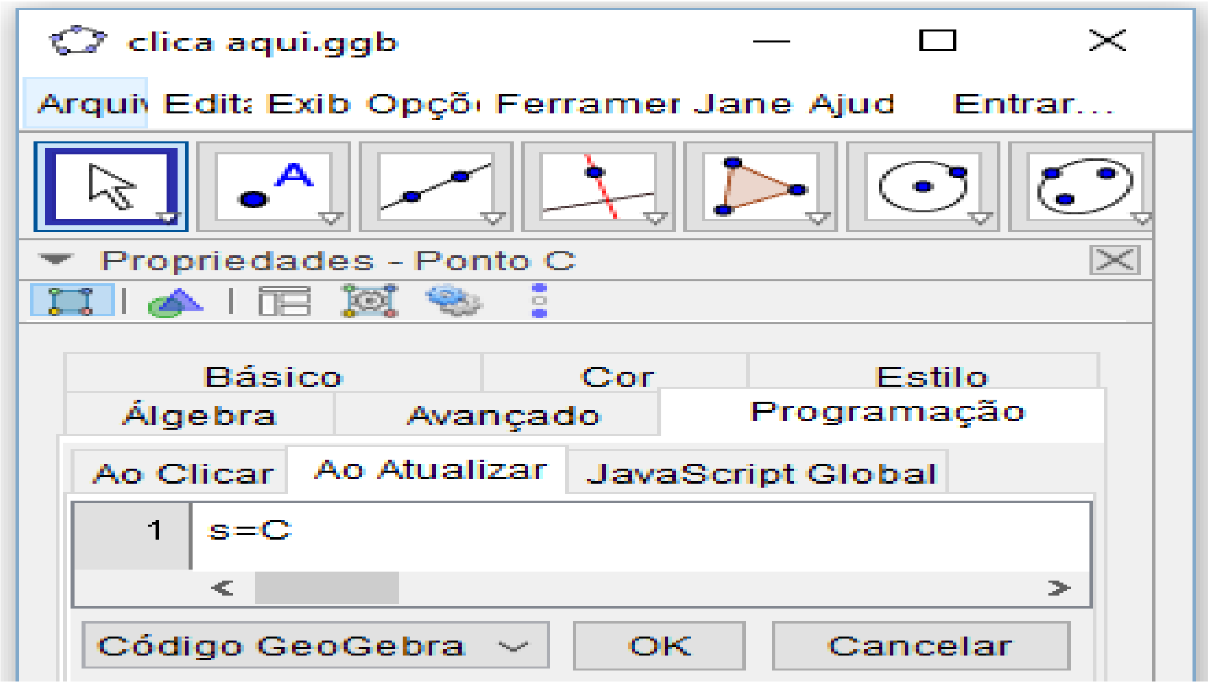

Figura 84: Ao arrastar o ponto

Veja este exemplo.

4.11 CRIANDO PONTOS ATRAVES DO COMANDO INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS

Quando precisamos criar pontos em interseção de retas, poderemos usar o comando da barra de ferramentas **Interseção de Dois Objetos**. Clique na seta que fica no canto inferior direito do segundo botão da Barra de Ferramentas, e clique na opção **Interseção de Dois Objetos**, como mostra a figura 85. Em seguida clique na interseção das retas que deseja.

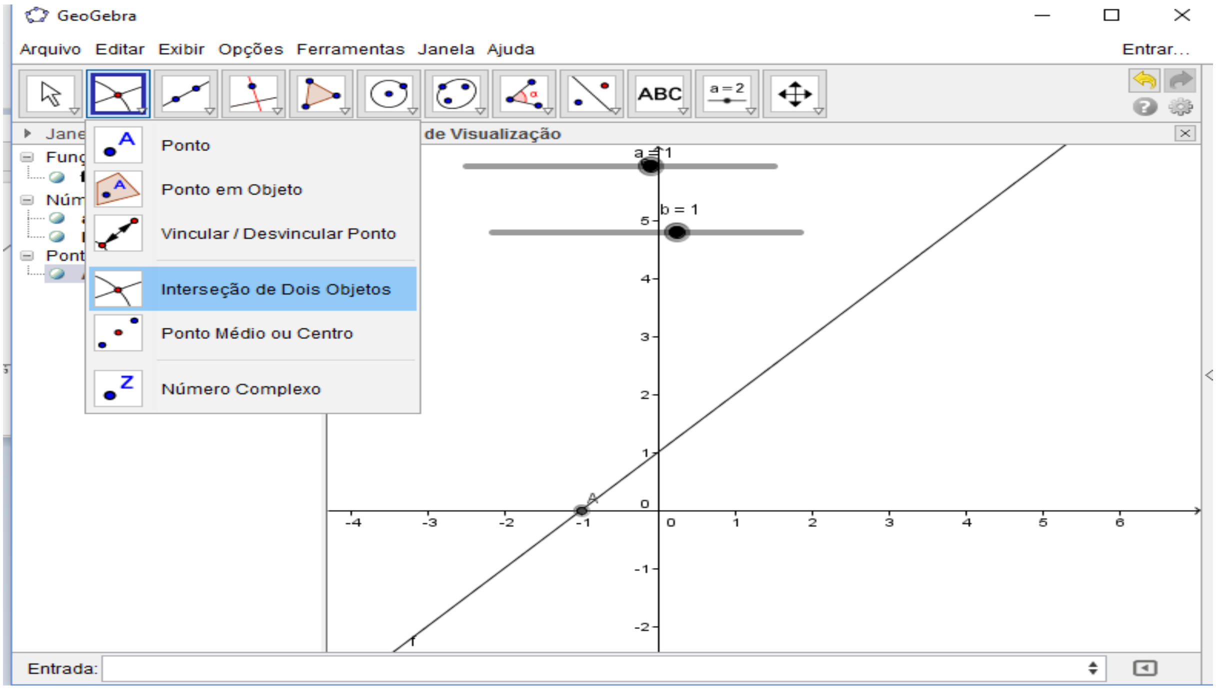

Figura 85: Ponto na interseção de dois objetos

4.12 COMO APAGAR OBJETOS FIXADOS

No decorrer de uma programação é natural que venhamos a modificar para adequar a uma nova proposta. Cada objeto desmarcado fixar objeto permite ser apagado com a opção Apagar quando clicado com tecla direita do mouse sobre ele além da tecla delete.

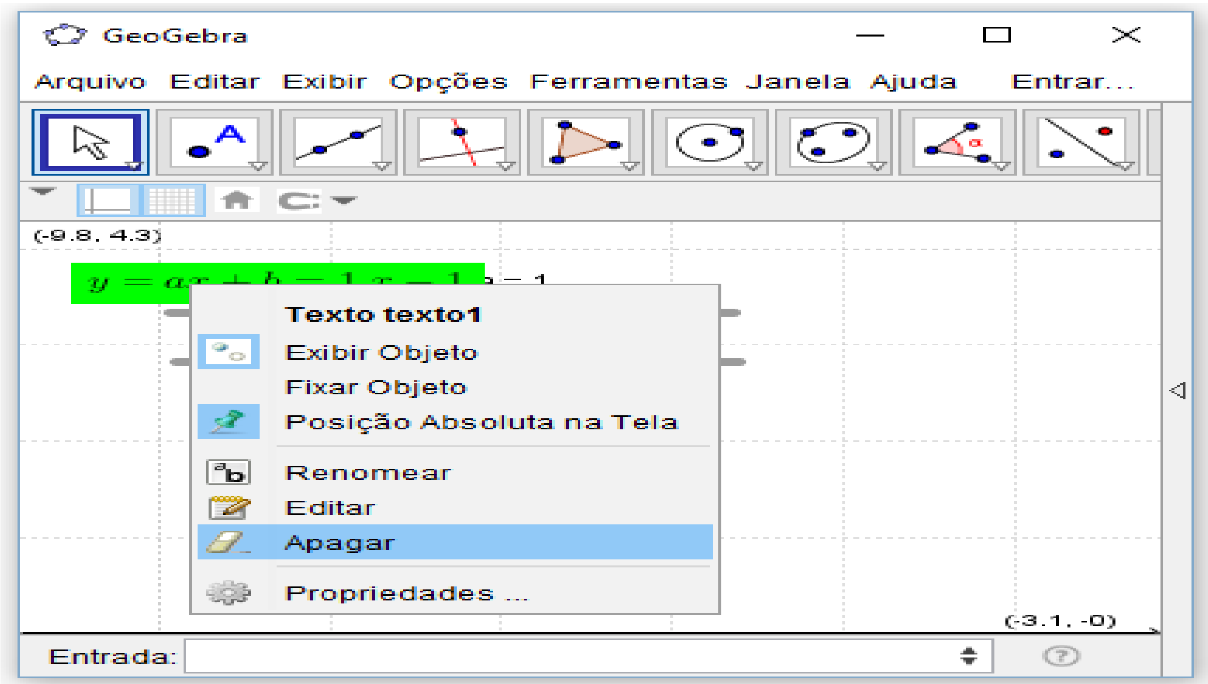

Figura 86: Apagando Objeto

5 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO GEOGEBRA

Nesta seção serão apresentadas algumas atividades desenvolvidas no geogebra envolvendo o conceito de função no Ensino Médio.

O passo-a-passo apresentado em cada atividade não representa um objeto fechado e acabado. Ele é apenas um norteador para que o professor possa, a partir daí, contruirá suas próprias atividades. Porém, algumas sequências são importantes para que a dinâmica funcione corretamente. Espera-se que o professor possa perceber isso durante as suas construções.

Nesta seção iremos explorar gradualmente os recursos do software Geogebra.

5.1 TEXTOS/LATEX

Começaremos com recursos bem simples do geogebra e gradualmente tornamos a programação mais elaborada.

5.1.1 Explorando Funções

5.1.1.1 Gráfico de função afim

Já vimos que o gráfico da função afim $y = a\ x + b$ é uma reta. O coeficiente de x, a, é chamado de coeficiente angular da reta e está ligado a inclinação da reta em relação ao eixo x. O termo constante, b, é chamado coeficiente linear da reta. O coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo y.

Para construir essa atividade, siga os seguintes passos:

1. Abra um novo arquivo no GeoGebra.

2. Crie a função $f(x) = 3x + 4$.

Basicamente com este recurso podemos somente ver o gráfico da função afim.

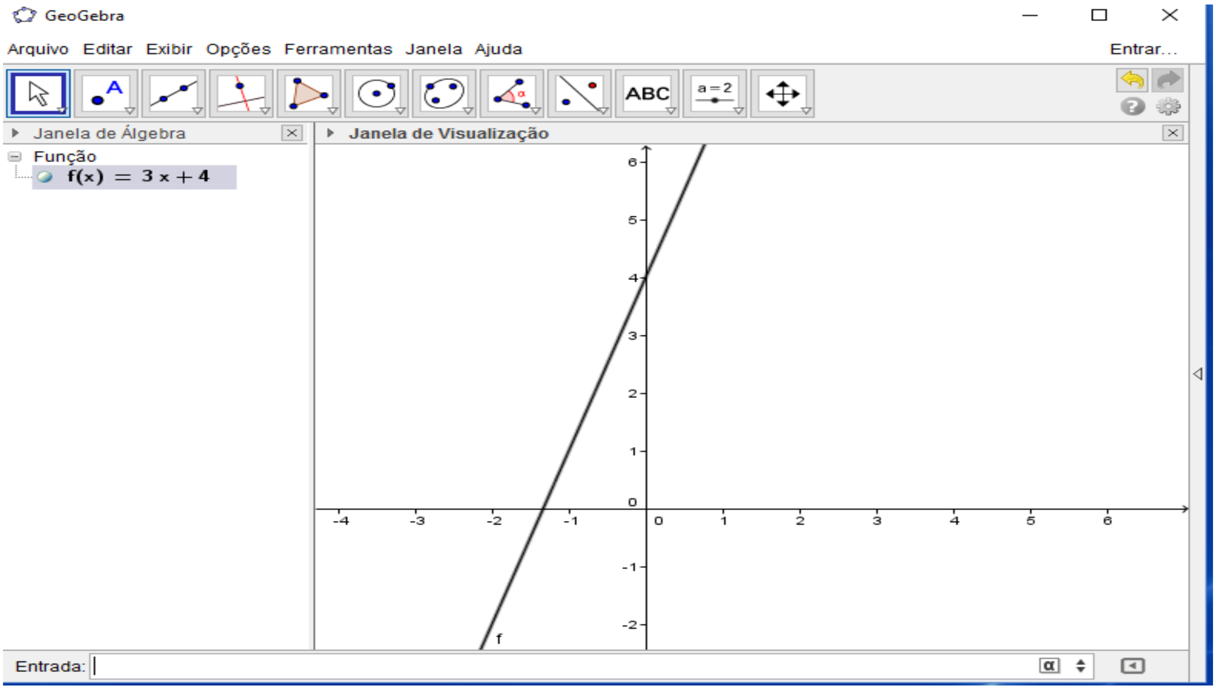

Figura 87: Criando função afim

5.1.1.2 Gráfico de função afim com controles deslizantes

Já vimos que o gráfico da função afim $y = a\ x + b$ é uma reta. O coeficiente de x, a, é chamado de coeficiente angular da reta e está ligado a inclinação da reta em relação ao eixo x. O termo constante, b, é chamado coeficiente linear da reta. O coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo y.

Para construir essa atividade, siga os seguintes passos:

1. Abra um novo arquivo no GeoGebra.

2. Crie os controles deslizantes a, b.

3. Crie a função $f(x) = ax + b$.

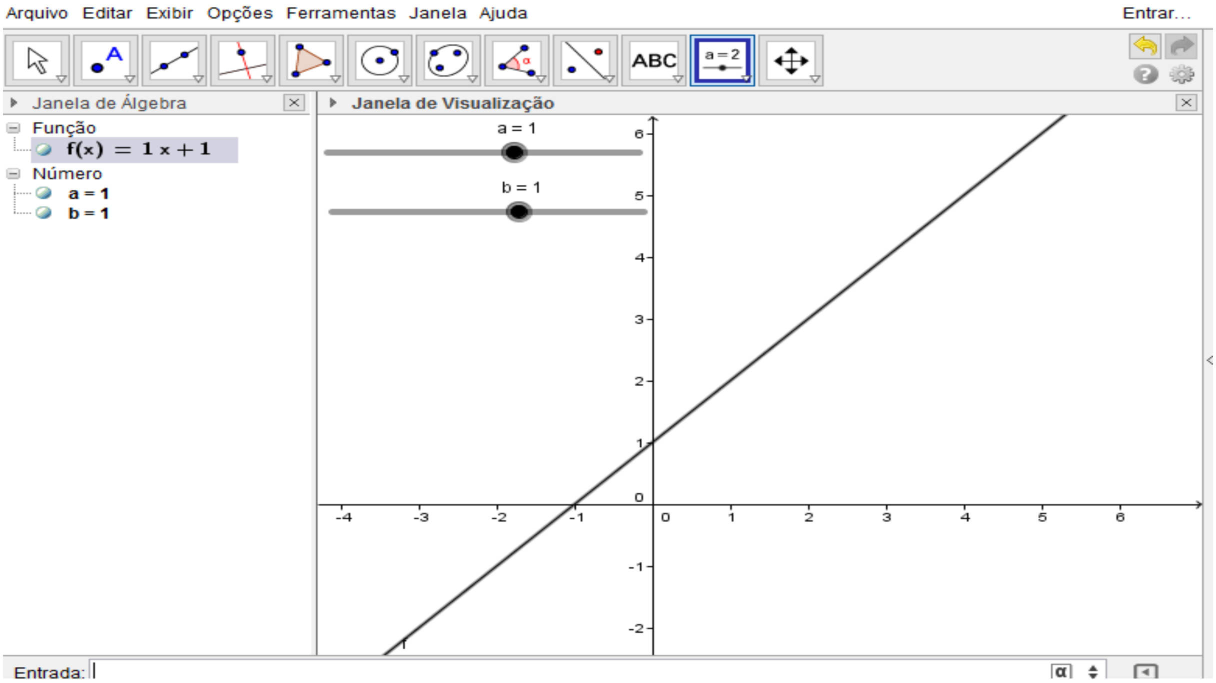

Figura 88: Criando função afim com controles deslizantes

Rodar o exemplo Função Afim.

Basicamente com estes recursos podemos explorar a inclinação da reta e onde a reta corta o eixo x.

5.1.1.3 Gráfico de função afim com controles deslizantes e textos

Como já vimos o zero ou raiz da função afim $y = f(x) = a\ x + b$, $a \neq 0$, é o número real tal que $x = -\frac{b}{a}$.

Passo a passo no geogebra para inserir a raiz o coeficiente linear b em forma de texto e dinâmico.

1. Construa a função afim do jeito que foi feito na subsubseção 5.1.1.2.

2. Crie o texto y=ax+b=ax+b, onde ax+b é um texto dinâmico do lado direito da equação. Coloque em Camada 2(dois).

3. Crie o ponto A na interseção da reta com o eixo x utilizando o comando interseção de dois objetos 4.12.

4. Crie o texto raiz=x(A), onde x(A) é um texto dinâmico. Posição A.

5. Crie o ponto B na interseção da reta com o eixo y utilizando o comando interseção de dois objetos 4.12.

6. Crie o texto b=y(B), onde y(B) é um texto dinâmico. Posição B.

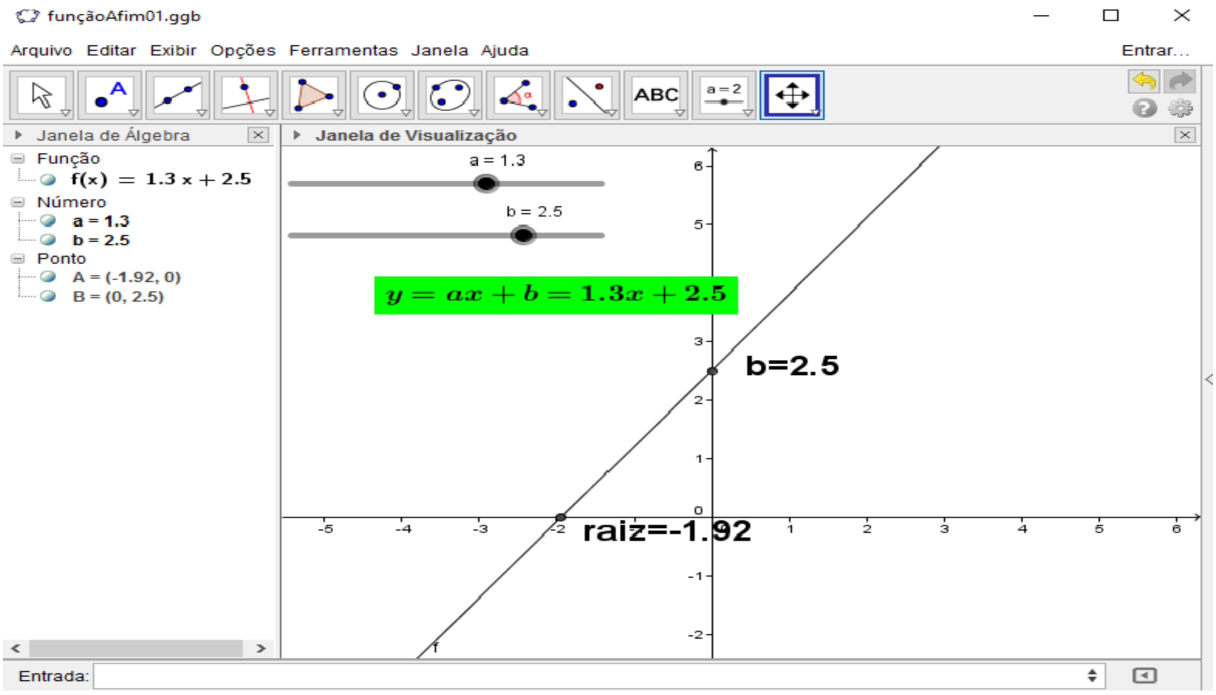

Figura 89: Zero de funções

Rodar o exemplo Função Afim.

Aqui podemos explorar inserindo textos a raiz da função, observar a variação dos coeficientes angular e linear e também tudo que se foi observado nas seções anteriores, como gráfico, inclinação e onde o gráfico corta o eixo y.

5.1.1.4 Gráfico de função afim com controles deslizantes, textos e condições para exibir objetos

Explorar as características (crescente ou decrescente) da função Afim no geogebra

Objetivo é ilustrar no geogebra quando x cresce e o valor de f em x cresce, ela é função crescente e caso contrário se x cresce e o valor de f descrece, então ela é decrescente.

Passo a passo no geogebra para inserir Função crescente, decrescente, não-decrescente e não-crescente em forma de texto e dinâmico.

1. Construa a função afim do jeito que foi feito na subsubseção 5.1.1.2.

2. Crie o texto y=ax+b=ax+b, onde ax+b é um texto dinâmico do lado direito da equação. Coloque em Camada 2(dois).
3. Crie o ponto A na interseção da reta com o eixo x utilizando o comando interseção de dois objetos 4.12.
4. Crie o texto raiz=x(A), onde x(A) é um texto dinâmico. Posição A.
5. Crie dois pontos no eixo x (C e D) e dois outros pontos (E e F) no gráfico da função f.
6. Modifique as coordenadas de E para $E = (x(C), f(x(C))$ e de F para $F = (x(D), f(x(D))$.
7. Crie os textos x_1 e x_2 com a posição em C e D, respectivamente.
8. Crie os textos $f(x_1)$ e $f(x_2)$ com a posição em E e F, respectivamente.
9. Crie os segmentos pontilhado CE e DF.
10. Crie dois vetores $u = CD$ e $v = EF$. Coloque condições para exibir os vetores com a cor azul $x(D) > x(C)$ e $y(F) > y(E)$, respectivamete. A condição vermelho para u sendo $x(D) < x(C)$ e para v sendo $y(F) < y(F)$.
11. Crie o texto se $x_2 > x_1$ e $f(x_2) > f(x_1)$ então f é crescente. Coloque condições para exibir o texto. As condições são $(x(D) > x(C)) \wedge (y(F) > y(E)) \vee (x(D) < x(C)) \wedge (y(F) < y(E))$. Posição C.
12. Crie o texto se $x_2 > x_1$ e $f(x_2) < f(x_1)$ então f é decrescente. Coloque condições para exibir o texto. As condições são $(x(D) > x(C)) \wedge (y(F) < y(E)) \vee (x(D) < x(C)) \wedge (y(F) > y(E))$. Posição C.

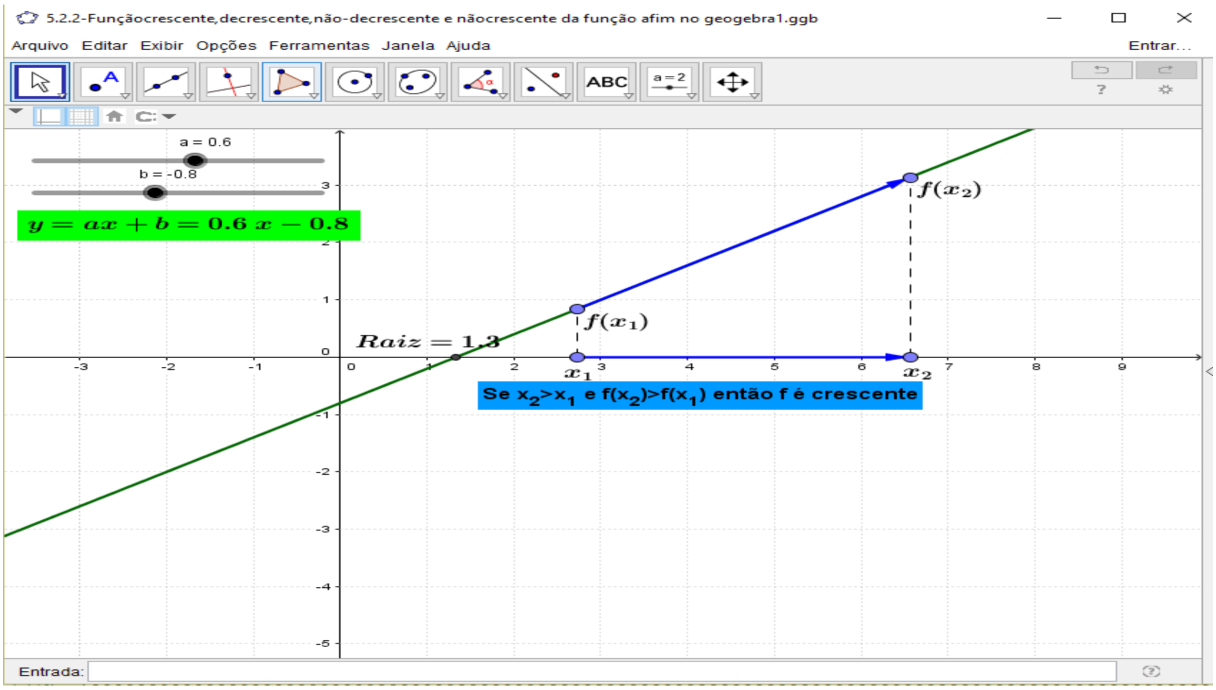

Figura 90: Criando função afim

Rodar o exemplo Função Afim crescente ou decrescente.

Explorar o estudo do sinal da função Afim no geogebra

Objetivo é colocar no geogebra os pontos onde o sinal da função é desejado. Passo a passo no geogebra para explorar a questão do sinal.

1. Construa a função afim do jeito que foi feito na subsubseção 5.1.1.2.
2. Crie o texto y=ax+b=ax+b, onde ax+b é um texto dinâmico do lado direito da equação. Camada 2(dois).
3. Crie o ponto A na interseção da reta com o eixo x utilizando o comando interseção de dois objetos 4.12.
4. Crie o texto raiz=x(A), onde x(A) é um texto dinâmico. Posição A.
5. Crie o controle deslizante x_1 de preferencia maior que 20, não exiba esse objeto e ao termino volte e o regule como achar melhor.
6. Crie o controle deslizante r entre 0 e 1, não exiba esse objeto e ao termino volte e o regule como achar melhor.
7. Crie Sequencia$[vetor[(i,0),(i,f(i))],i,-x_1+x(A),x(A),r]$ e a cor dinâmica vermelho para $f(-1+x(A))<0$ e azul para $f(-1+x(A))>0$.

8. Crie Sequencia[$vetor[(i, 0), (i, f(i))], i, x(A), x_1 + x(A), r$] e a cor dinâmica vermelho para $f(1 + x(A)) < 0$ e azul para $f(1 + x(A)) > 0$.

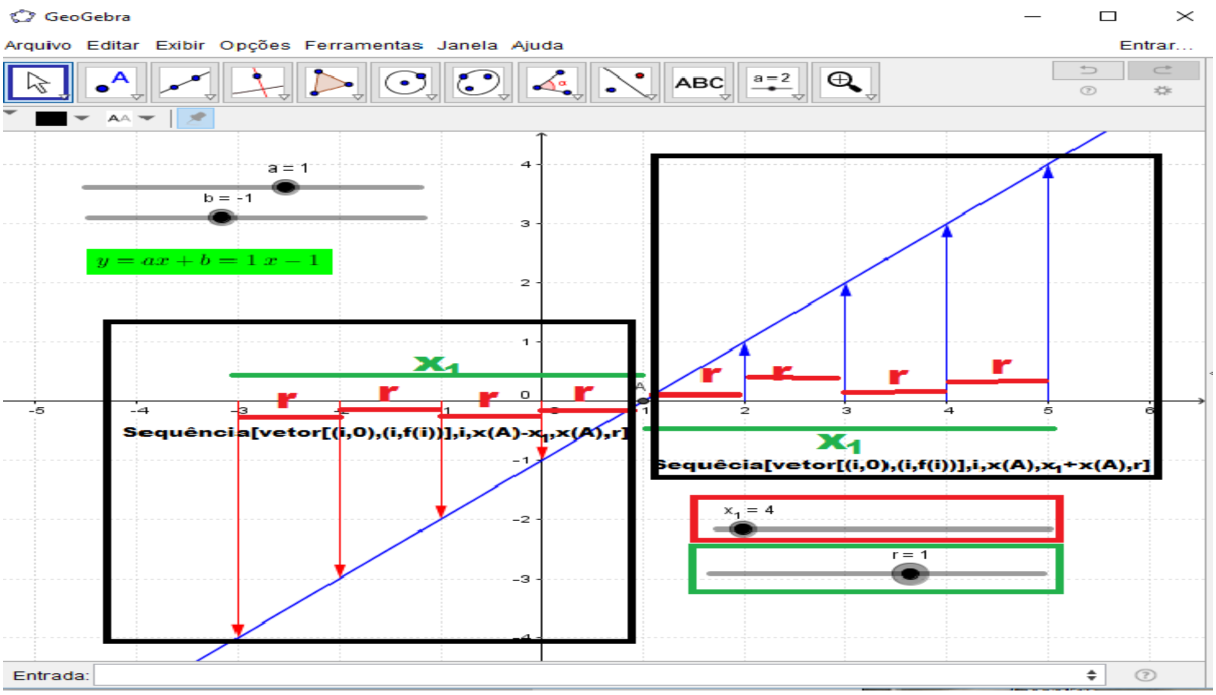

Figura 91: Sequência criando vetores

9. Crie o texto $f(x) > 0$ para $x > x(A)$, onde $x(A)$ é um texto dinâmico, condição para exibir $a > 0$. Ele deve estar a direita da raiz então na posição escreve $(x(A) + 3, 0)$.

10. Crie o texto $f(x) < 0$ para $x < x(A)$, onde $x(A)$ é um texto dinâmico, condição para exibir $a > 0$. Ele deve estar a esquerda da raiz então na posição escreve $(x(A) - 4, 0)$.

11. Crie o texto $f(x) > 0$ para $x < x(A)$, onde $x(A)$ é um texto dinâmico, condição para exibir $a < 0$. Ele deve estar a esquerda da raiz então na posição escreve $(x(A) - 4, 0)$.

12. Crie o texto $f(x) < 0$ para $x > x(A)$, onde $x(A)$ é um texto dinâmico, condição para exibir $a < 0$. Ele deve estar a direita da raiz então na posição escreve $(x(A) + 3, 0)$.

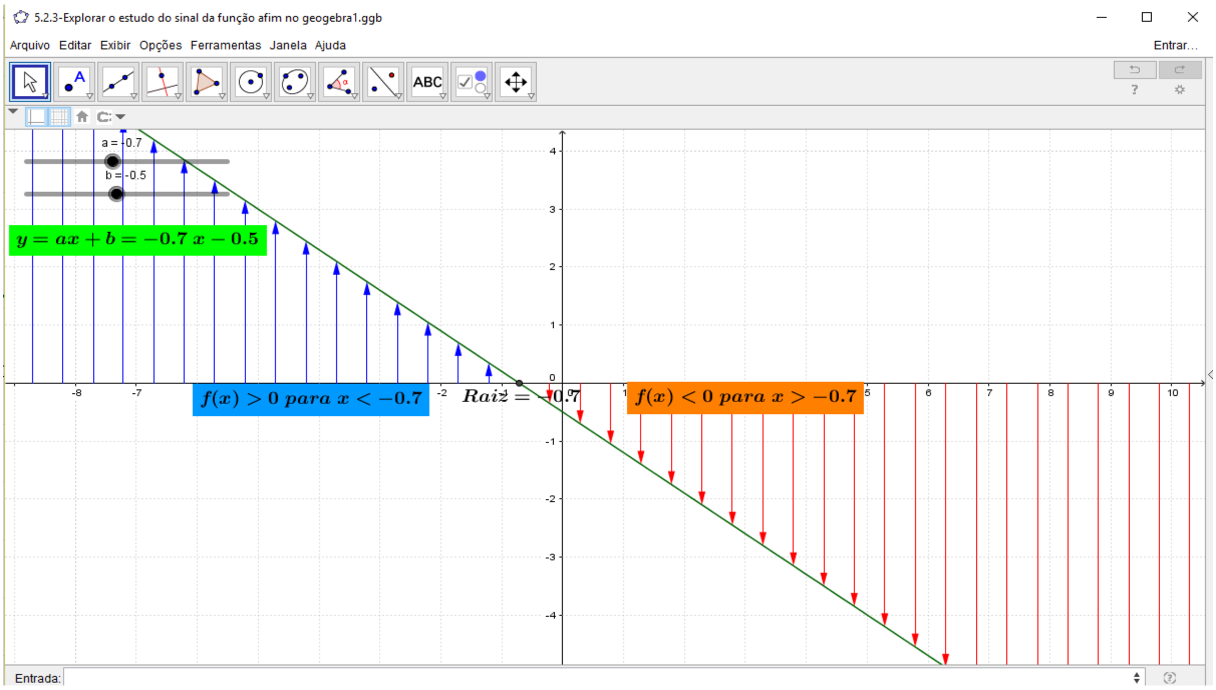

Figura 92: Sinal da função afim

Rodar o exemplo Sinal da função afim.

5.1.2 Explorando Inequações

Devemos ter os seguintes cuidados no geogebra.

- Caso queiramos inserir $f(x).g(x)$ devemos escrever na caixa de entrada $f(x) * g(x)$.
- O Geogebra produz um erro na exibição das desigualdades de inequações quando as retas das funções afim são coincidentes.

  Para $f(x) > g(x)$ deveria ser exibido o vazio então escreva na condição para exibir $\neg(a = a_1 \wedge b = b_1)$ e caso já tenha acrescente na condição para exibir $\wedge(\neg(a = a_1 \wedge b = b_1))$.

  Para $f(x) < g(x)$ deveria ser exibido o vazio então escreva na condição para exibir $\neg(a = a_1 \wedge b = b_1)$ e caso já tenha acrescente na condição para exibir $\wedge(\neg(a = a_1 \wedge b = b_1))$.

  Para $f(x) \geq g(x)$ deveria ser exibido tudo então:

  - Caso $f(x) \geq g(x)$ não tenha uma condição para exibir
    - Na desigualdade $f(x) \geq g(x)$ escreve a condição para exibir $\neg(a = a_1 \wedge b = b_1)$.

    * Cria a desigualdade $x+1 > x$ com a condição para exibir $(a = a_1 \wedge b = b_1)$.

  - Caso $f(x) \geq g(x)$ tenha uma condição para exibir x
    * Na desigualdade $f(x) \geq g(x)$ escreve a condição para exibir $x \wedge (\neg(a = a_1 \wedge b = b_1))$.
    * Cria a desigualdade $x+1 > x$ com a condição para exibir $x \wedge (a = a_1 \wedge b = b_1)$.

Para $f(x) \leq g(x)$ deveria ser exibido tudo então:

  - Caso $f(x) \leq g(x)$ não tenha uma condição para exibir
    * Na desigualdade $f(x) \leq g(x)$ escreve a condição para exibir $\neg(a = a_1 \wedge b = b_1)$.
    * Cria a desigualdade $x < x+1$ com a condição para exibir $(a = a_1 \wedge b = b_1)$.

  - Caso $f(x) \leq g(x)$ tenha uma condição para exibir x
    * Na desigualdade $f(x) \leq g(x)$ escreve a condição para exibir $x \wedge (\neg(a = a_1 \wedge b = b_1))$.
    * Cria a desigualdade $x < x+1$ com a condição para exibir $x \wedge (a = a_1 \wedge b = b_1)$.

- Observe que a inequação quociente não é efetuada pelo geogebra, mas veja que para as desigualdade $>$ e $<$, o seu resultado é idêntico aos resultados da inequação produto.

  O problema é para as desigualdades $\leq$ e $\geq$ da inequação quociente.

  - Para a inequação quociente com a desigualdade $\leq$, basta tomarmos a inequação produto com a desigualdade $<$ e a reta $x = -\frac{b}{a}$.
    * Caso não exista condição para $f(x) \leq 0$. Escreva na reta a condição para exibir $\frac{-b}{a} \neq \frac{-b_1}{a_1}$.
    * Caso exista condição x para $f(x) \leq 0$. Escreva na reta a condição para exibir $x \wedge \frac{-b}{a} \neq \frac{-b_1}{a_1}$

  - Para a inequação quociente com a desigualdade $\geq$, basta tomarmos a inequação produto com a desigualdade $>$ e a reta $x = -\frac{b}{a}$.
    * Caso não exista condição para $f(x) \geq 0$. Escreva na reta a condição para exibir $\frac{-b}{a} \neq \frac{-b_1}{a_1}$.

∗ Caso exista condição x para $f(x) \geq 0$. Escreva na reta a condição para exibir $x \wedge \frac{-b}{a} \neq \frac{-b_1}{a_1}$

5.1.2.1 Inequações produto sem controle deslizante e textos

Exemplo 1

1. Abra um novo arquivo no Geogebra.
2. Crie as funções $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = -x + 4$.
3. Escreva na caixa de entrada $f(x).g(x) \leq 0$.

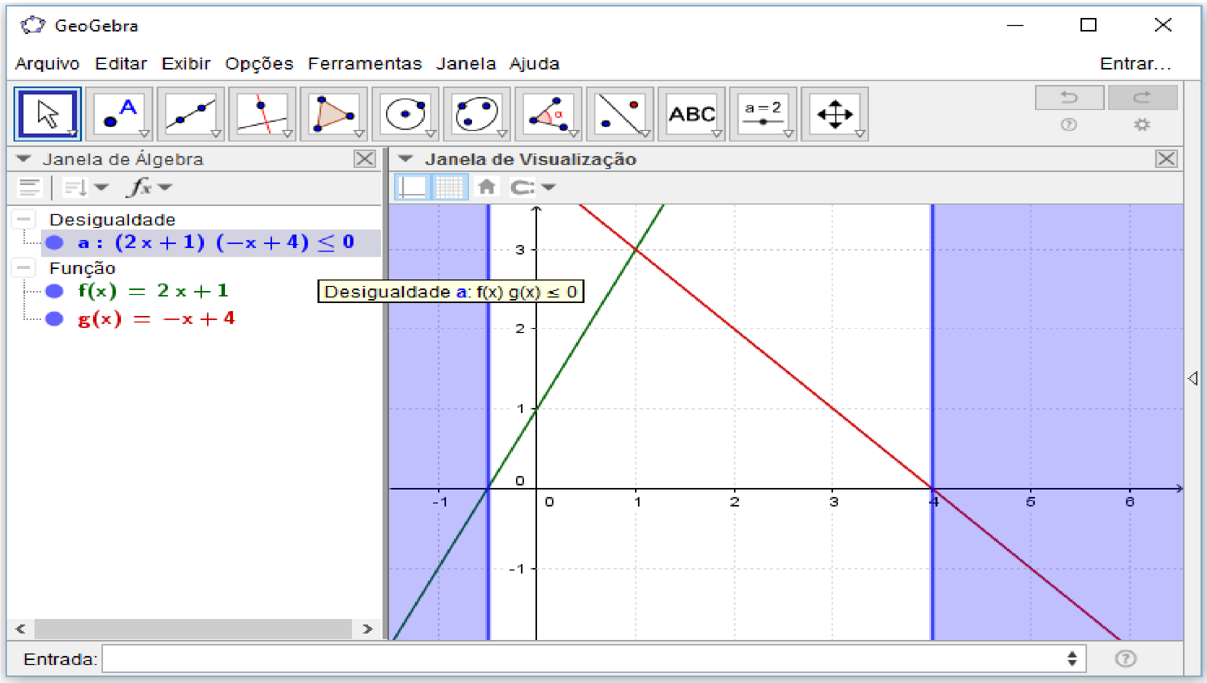

Figura 93: Criando inequação

Rodar o exemplo Criando inequação.

5.1.2.2 Inequações com controles deslizantes e sem textos

1. Abra um novo arquivo no Geogebra
2. Crie os controles deslizantes a, b, a_1, b_1.
3. Crie as funções $f(x) = ax + b$ e $g(x) = a_1x + b_1$.

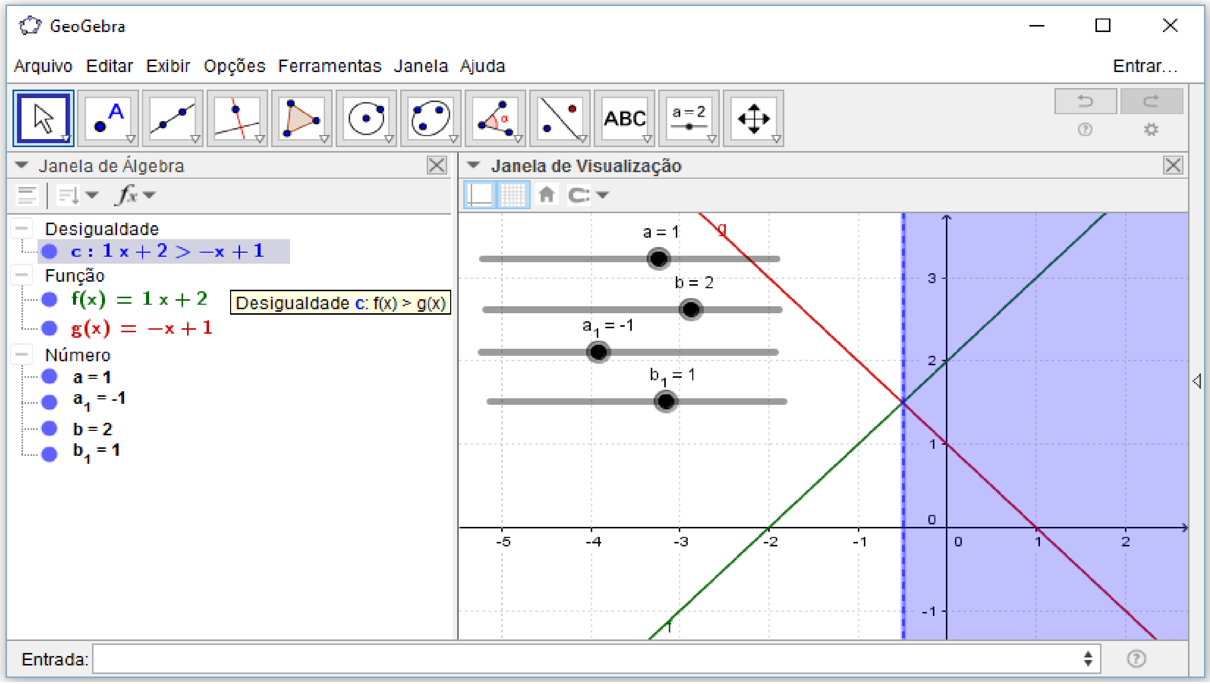

Figura 94: Criando inequação com controles deslizantes

4. Escreva a inequação $f(x) > g(x)$. Com a condição para exibir $\wedge\neg(a = a_1 \vee b = b_1)$

Rodar o exemplo Criando inequação com controle deslizante.

Basicamente podemos enxergar os efeitos da variação dos coeficientes sobre a inequação.

5.1.2.3 Inequações quociente com controles deslizantes e sem textos

Programar para resolver $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$

1. Abra um novo arquivo no Geogebra.
2. Crie os controles deslizante a, b, a_1, b_1.
3. Crie as funções $f(x) = ax + b$ e $g(x) = a_1x + b_1$.
4. Escreva a inequação $f(x).g(x) < 0$.
5. Escreva a reta $x = -\frac{b}{a}$, pois $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ quando $f(x) = ax + b = 0$. Essa reta tem a condição para exibir $-\frac{b}{a} \neq -\frac{b_1}{a_1}$

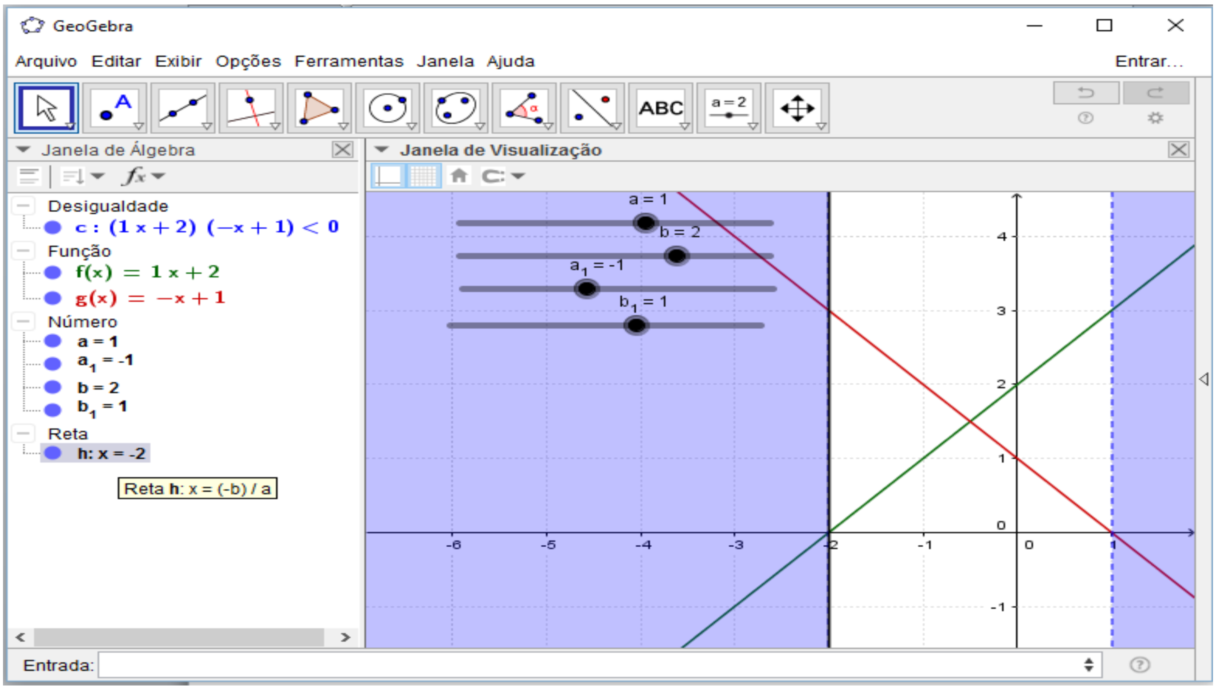

Figura 95: Inequação Quociente

Rodar o exemplo Criando inequação quociente com controle deslizante.

5.2 TEXTOS/LATEX E BOTÕES

5.2.1 Juntar todas as propriedades em uma só janela de visualização

Para isso precisaremos criar vários botões na janela de visualização.

Objetivo é criar botões para acionar as funções desejadas.

Passo a passo no geogebra

1. Criar o valor booleano i que estará veiculado a exibição dos objetos 5.1.1.3.

2. Criar o valor booleano j que estará veiculado a exibição dos objetos 5.1.1.4 função crescente e decrescente.

3. Criar o valor booleano k que estará veiculado a exibição dos objetos 5.1.1.4 sinal da função.

4. Vamos criar os botões segundo as programações abaixo. Observe que quando o seu valor booleano é verdadeiro ele torna os outros falso e isso evitar exibir objetos

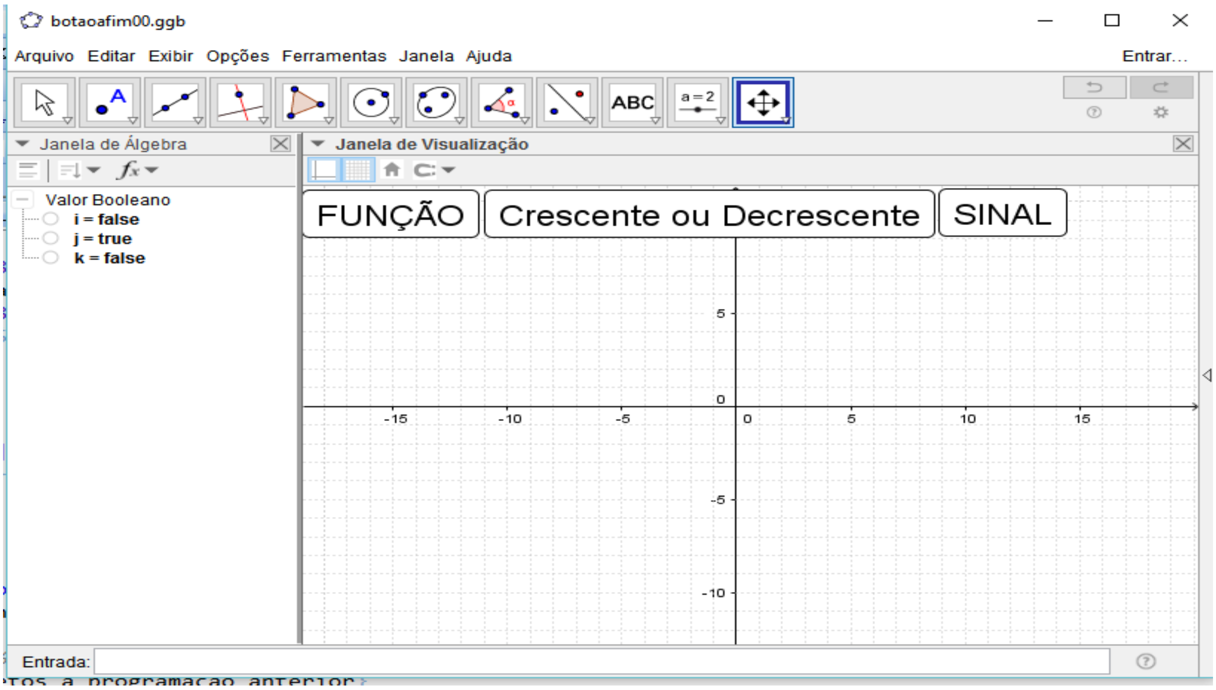

Figura 96: Criando botões para função afim

simultaneamente de condições diferentes. Camada 2.

BOTÃO	bt1	bt2	bt3
Legenda	FUNÇÃO	Crescente ou Decrescente	SINAL
	i=true	i=false	i=false
	j=false	j=true	j=false
	k=false	k=false	k=true

5. Escreve os itens 1,2,3,4 que são comuns em todas as programações, então não é necessário uma condição de exibição.

6. Cria os objetos dos itens 5,6 do subsection. 5.1.1.3 com a condição para exibir i.

7. Cria os objetos dos itens 5,6,7,8,9,10,11,12 do 5.1.1.4, função crescente e decrescente, com a condição para exibir j e caso já tenha uma condição adicione $\wedge i$.

8. Cria os objetos dos itens 5,6,7,8,9,10,11,12 do 5.1.1.4, sinal da função, com a condição para exibir k e caso já tenha uma condição adicione $\wedge k$.

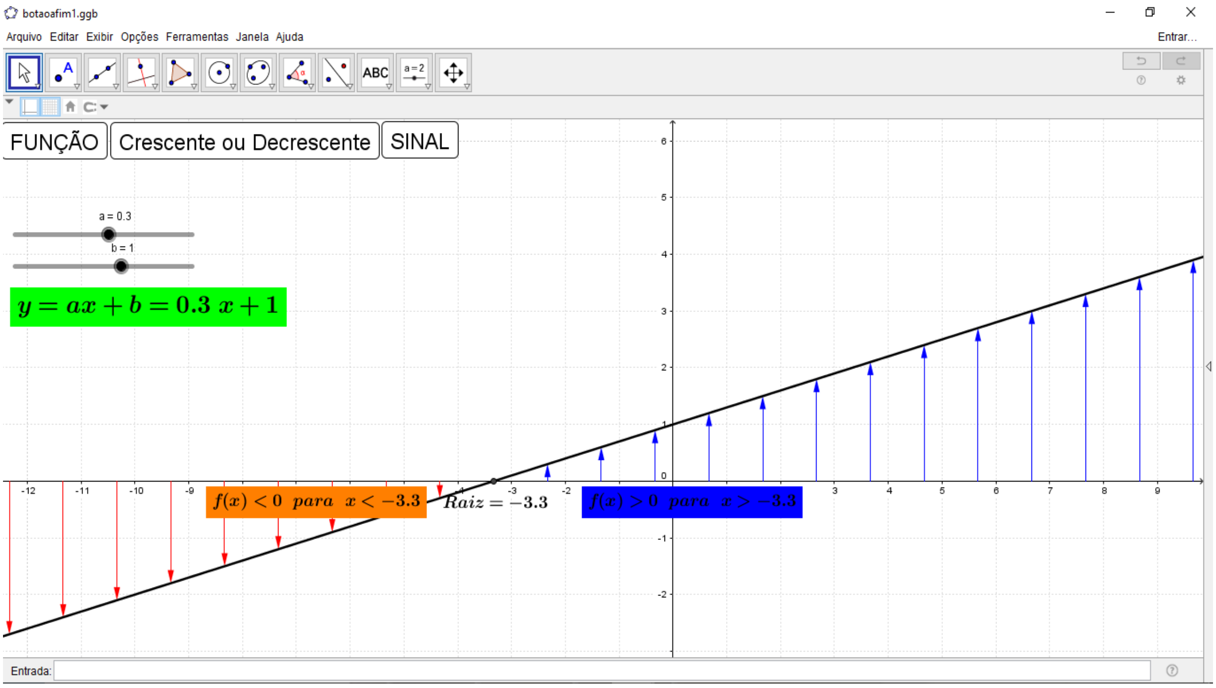

Figura 97: Função afim com botões

Rodar o exemplo Criando botões na função afim.

5.2.2 Adicionando alguns objetos a programação anterior

5.2.2.1 Adicionando texto

Vamos adicionar os textos para serem exibidos com o botão Função. Então para cada texto ser exibido é necessário satisfazer sua própria condição e o botão função, portanto na sua condição para exibir escreva "sua condição"$\wedge i$. Coloque cada texto em camada 2.

Passo a passo no geogebra

1. Crie o texto Função Afim f(x)=ax+b, onde ax+b é um texto dinâmico. Sua condição é $a \neq 0$, então teremos a condição para exibir $i \wedge (a \neq 0)$.
2. Crie o texto Função linear f(x)=ax, onde ax é um texto dinâmico. Sua condição é $a \neq 0$ e $b = 0$, então teremos a condição para exibir $i \wedge (a \neq 0) \wedge (b = 0)$.
3. Crie o texto Função identidade f(x)=x. Sua condição é $a = 1$ e $b = 0$, então teremos a condição para exibir $i \wedge (a = 1) \wedge (b = 0)$.
4. Crie o texto Função constante f(x)=b, onde b é um texto dinâmico. Sua condição particular é $a = 0$, então teremos a condição para exibir $i \wedge (a = 0)$.

5.2.2.2 Adicionando pontos

Vamos criar pontos que delizam sobre a função e com isso exibem segmentos pontilhado e seu valor em x e y nos eixos. Todos esses objetos, serão exibidos pelo botão Função ou pelo botão Sinal, portanto cada objeto abaixo tem sua condição para exibir $i \vee k$.

1. Criar os pontos G,H e I sobre a função.
2. Crie os pontos J=(x(G),0),K=(0,y(G)),L=(x(H),0),M=(0,y(H)),N=(x(I),0) e O=(0,y(I)).
3. Crie o texto x(G), onde x(G) é um texto dinâmico e na posição J.
4. Crie o texto y(G), onde y(G) é um texto dinâmico e na posição K.
5. Crie o texto x(H), onde x(H) é um texto dinâmico e na posição L.
6. Crie o texto y(H), onde y(H) é um texto dinâmico e na posição M.
7. Crie o texto x(I), onde x(I) é um texto dinâmico e na posição N.
8. Crie o texto y(I), onde y(I) é um texto dinâmico e na posição O.
9. Crie os segmentos pontilhados GJ, GK, HL, HM, IN e IO.

Veja este exemplo.

5.2.2.3 Aplicando cores dinâmicas

Usando a mesma ideia de cores dinâmicas na 4.9, deixaremos a programação 5.2.2.2 com o mesmo estilo.

1. No ponto G, segmento pontilhado GJ, GK, aplica a cor dinâmica vermelho para $y(G) < 0$ e azul para $y(G) > 0$.
2. No ponto H, segmento pontilhado HL, HM, aplica a cor dinâmica vermelho para $y(H) < 0$ e azul para $y(H) > 0$.
3. No ponto I, segmento pontilhado IN, IO, aplica a cor dinâmica vermelho para $y(I) < 0$ e azul para $y(I) > 0$.

Veja este exemplo.

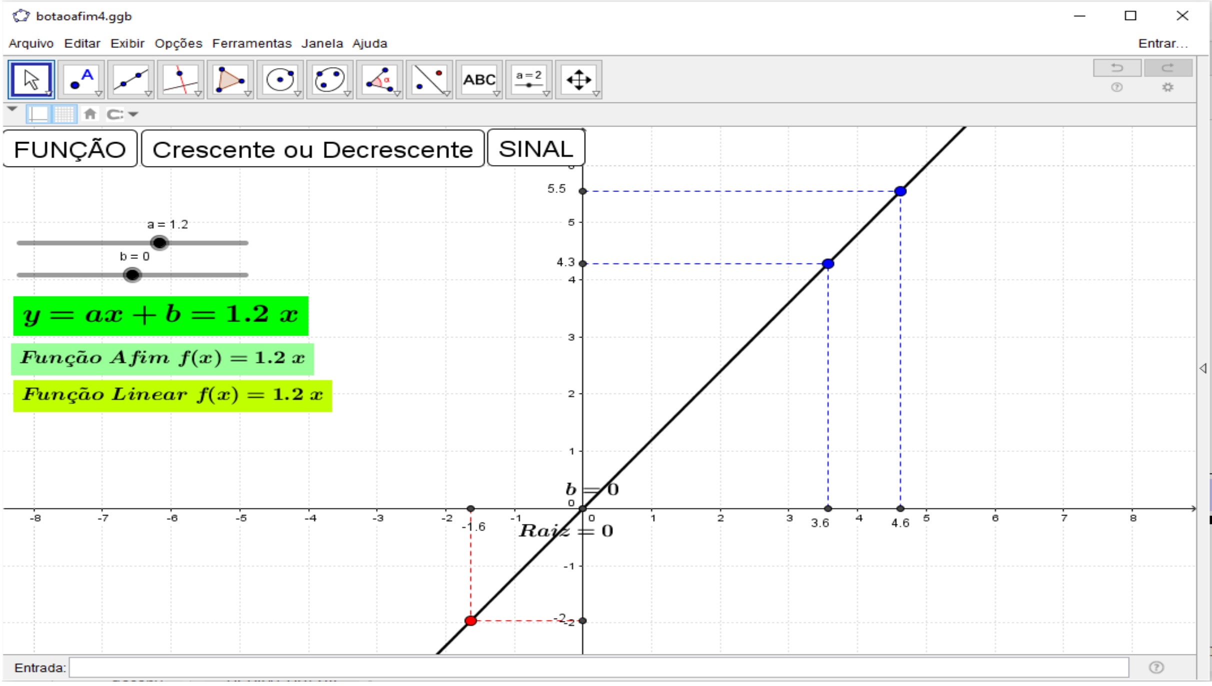

Figura 98: Cores dinâmicas na função afim

5.2.2.4 Tabela dinâmica

Vamos criar um texto misto que mostra todas as etapas que resolvemos ao plotar os pontos.

Tomemos os pontos da programação 5.2.2.2, como eles são exibidos para o botão função ou sinal,então esta tabela tem a condição para exibir $i \vee k$. Coloque esse texto em camada 2.

5.2.2.5 Tabela dinâmica veiculada aos pontos

Vamos aplicar a programação ao clicar, olhe 4.10. A ideia é da tabela na programação 5.2.2.4 além da sua exibição estar condicionada aos botões, também esteja condicionada quando arrastar os pontos G,I,H da programação 5.2.2.2.

O problema surge que devemos definir algo que conecte os pontos a exibição da tabela, então criamos o valor booleano c, tal que na programação avançado para cada ponto ao atualizar c=true e ao clicar c=false. Portanto a nova condição para exibir a tabela será $(i \vee k)$ e c o que é $(i \vee k) \wedge c$.

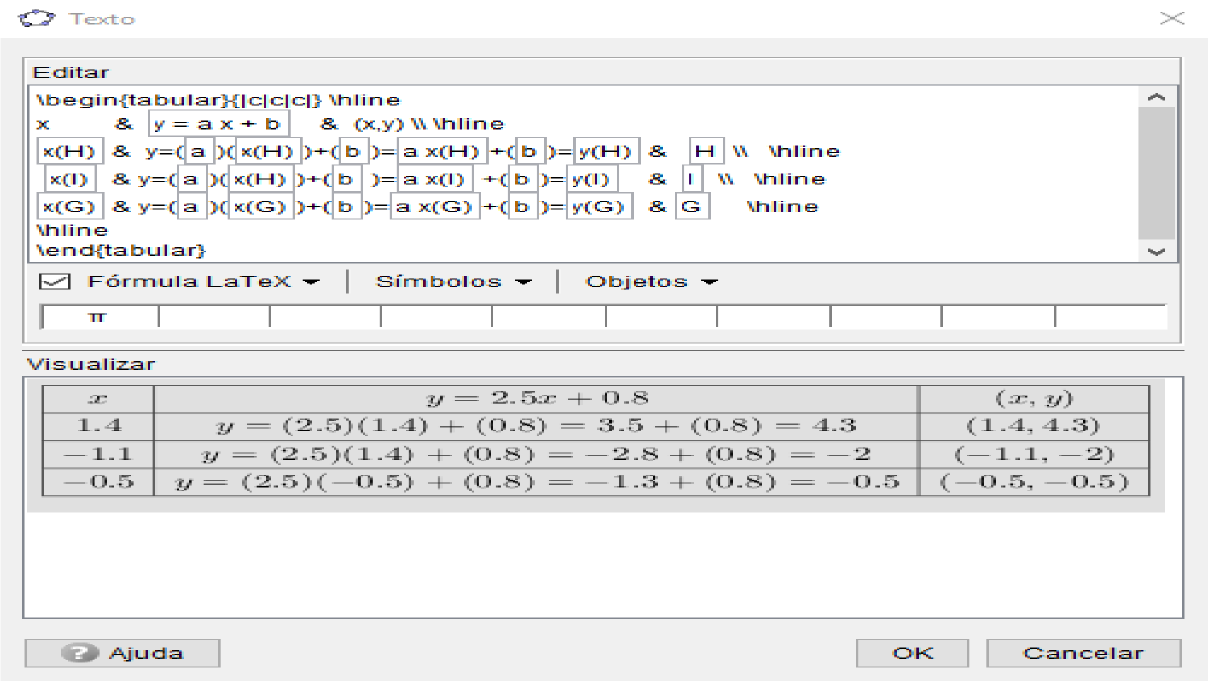

Figura 99: Tabela dinâmica

5.2.2.6 Botão animação

A ideia é que seja executada uma animação ao clicar no texto, para auxiliar nessa questão vamos criar o botão animação, cuja função é parar a animação que o texto inicia.

Para os controles deslizantes vamos criar duas setinhas próximas a eles, elas servirão de link para animação de cada um deles. Coloque as em camada 2.

1. Cria o botão com legenda Animação.

2. Cria duas setas pelo recurso texto e símbolo.

- **Usando o comando animarconstruçãodográfico[função]**

Vamos associar o texto f(x)=ax+b a animação da função.

1. Vamos criar o valor booleano d que associa esse texto ao botão animação.

2. No texto f(x)=ax+b coloque na programação ao clicar d=animarconstruçãodográfico[f(x)]

3. No botão animação na programação ao clicar coloque d=(0,0), não exiba o rotulo, veja que d é um vetor nulo e como usa o mesmo nome da programação animação ele a desabilita.

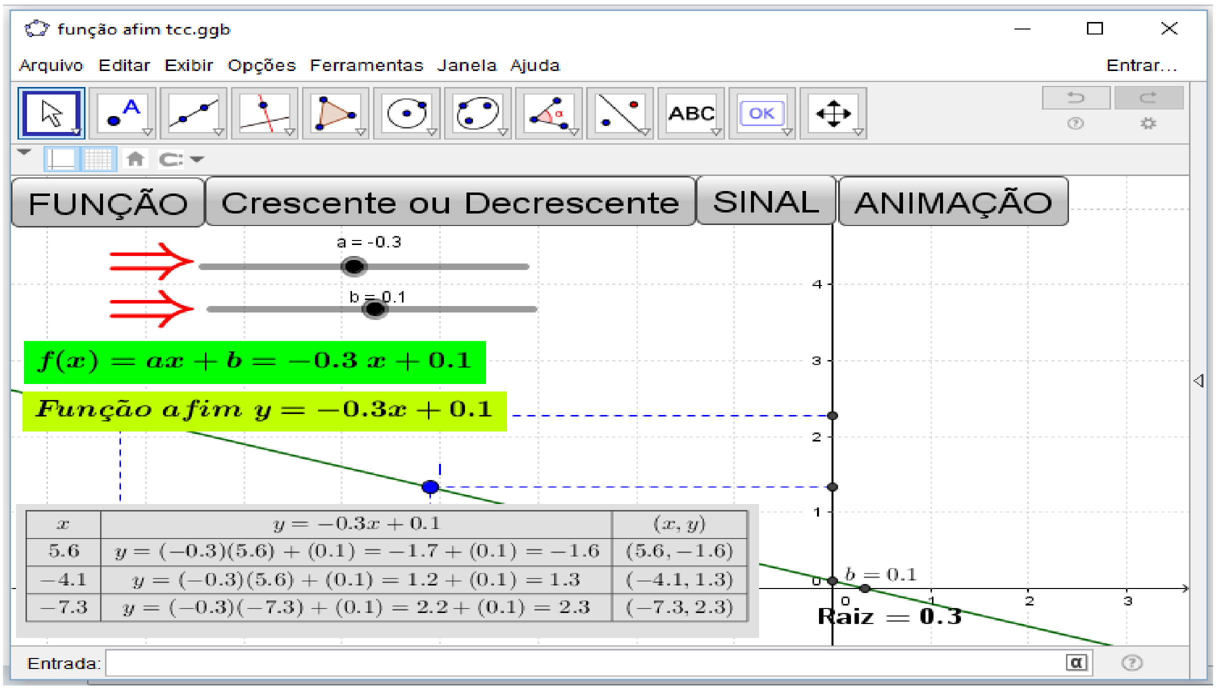

Figura 100: Programando animação

4. Formate a espessura e a cor da reta animada, visível na janela de álgebra.

- **Usando iniciar animação, olhe 3.3.1**

Vamos associar a tabela com a animação dos pontos G,H,I, para isso criamos o valor booleano e, não os exiba. Essa animaçao só inicia quando e for verdadeiro, portanto a programação ao clicar a tabela tem que respeitar estritamente essa ordem.

1º e=true

2º iniciaranimação[G,H,I,e]

E no botão animação ela para quando e=false e aplica sua regra. Observe que já temos a 1ºprogramação ao clicar comprometida com o vetor d=(0,0). Então:

2ºe=false;

3ºiniciaranimação[G,H,I,e].

Vamos associar a primeira seta de cima para baixo com a animação do controle deslizante a,para isso criamos o valor booleano o, não o exiba. Note que essa animaçao só inicia quando o for verdadeiro, portanto na seta teremos:

1ºo=true;

2ºiniciaranimação[a,o].

E no botão animação para quando e=false e aplica sua regra. Então adicionamos na programação ao clicar:

4°e=false;

5ºiniciaranimação[a,o].

Vamos associar a segunda seta de cima para baixo com a animação do controle deslizante b, para isso criamos o valor booleano t, não o exiba. Note que essa animação só inicia quando t for verdadeiro, portanto na seta teremos:

1ºt=true;

2ºiniciaranimação[b,t].

E no botão animação para quando t=false e aplicado sua regra. Então adicionamos na sua programação ao clicar:

6°t=false;

7ºiniciaranimação[b,t].

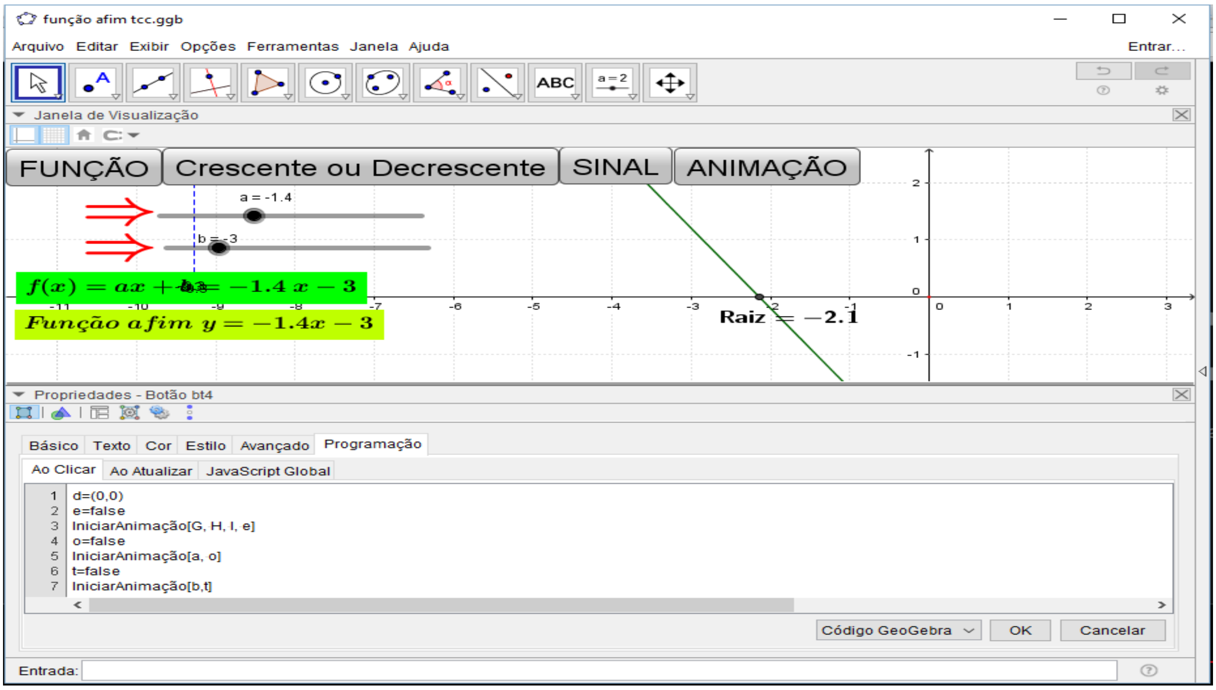

Figura 101: Programando ao clicar do botão animação

Veja este exemplo Botões com animação.

5.2.3 Adicionando botões para as desigualdades

Vamos aproveitar à programação 5.1.2.2, a ideia é completar ela com botões para as desigualdades. Veja que as inequações baseiam-se em quatro possibilidades de desigualdades, então vamos criar quatro valores booleanos associados a cada desigualdade. Objetivo é criar botões para acionar suas funções desejadas.

1. Criar o valor booleano h que estará veiculado a desigualdade >.

2. Criar o valor booleano i que estará veiculado a desigualdade <.

3. Criar o valor booleano j que estará veiculado a desigualdade ≥.

4. Criar o valor booleano k que estará veiculado a desigualdade ≤.

5. Vamos criar os botões segundo as programações abaixo. Observe que quando o seu valor booleano é verdadeiro ele torna os outros falso isso evita exibir objetos simultaneamente de condições diferentes. Coloque em camada 2.

BOTÃO	bt1	bt2	bt3	bt4
Legenda	>	<	≤	≥
	h=true	h=false	h=false	h=false
	i=false	i=true	i=false	i=false
	j=false	j=false	j=true	j=false
	k=false	k=false	k=false	k=true

6. Escreva a programação 5.1.2.2 e seleciona a inequação $f(x) > g(x)$ pela janela de álgebra e acrescente na condição para exibir $\wedge h$.

7. Escreve na caixa de entrada $f(x) < g(x)$, selecione na janela de álgebra e escreve na condição para exibir $i \wedge (\neg(a = a_1 \wedge .b = b_1))$.

8. Escreve na caixa de entrada $f(x) \geq g(x)$, selecione na janela de álgebra e escreve na condição para exibir $j \wedge (\neg(a = a_1 \wedge .b = b_1))$.

9. Escreva na caixa de entrada $x + 1 > x$, selecione na janela de álgebra renomeando para d_1 e condição para exibir $j \wedge (a = a_1 \wedge .b = b_1)$.

10. Escreve na caixa de entrada $f(x) \leq g(x)$, selecione na janela de álgebra e escreve na condição para exibir $k \wedge (\neg(a = a_1 \wedge .b = b_1))$.

11. Escreva na caixa de entrada $x < x + 1$, selecione na janela de álgebra renomeando para d_2 e condição para exibir $k \wedge (a = a_1 \wedge .b = b_1)$.

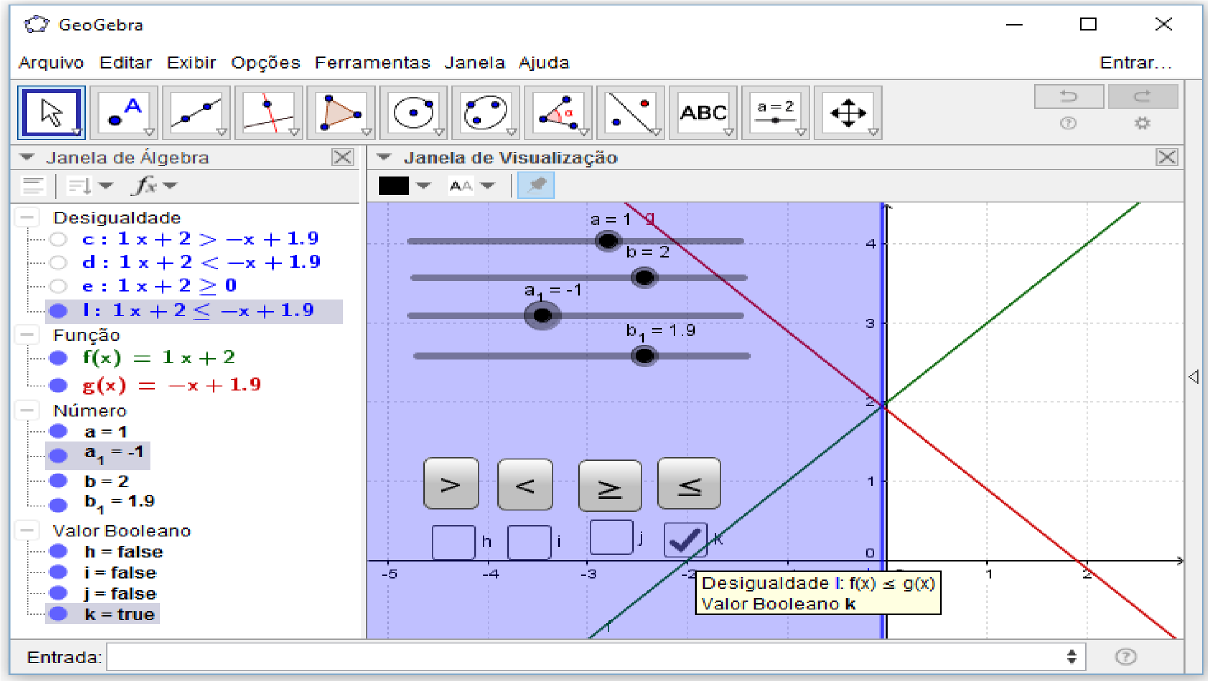

Figura 102: Desigualdades em botões

Rodar o exemplo Criando botões para as desigualdades.

5.2.4 Adicionando textos

Aproveitando a programação 5.2.3 vamos criar textos que exibem a desigualdade efetuada. Cada texto deve estar em camada 2.

1. Crie o texto $>$, condição para exibir h.
2. Crie o texto $<$, codição para exibir i.
3. Crie o texto $\geq$, condição para exibir j.
4. Crie o texto $\leq$, condiçao para exibir k.
5. Crie o texto f(x).
6. Crie o texto g(x).
7. Crie o texto $ax + b > a_1x + b_1$, onde a $ax + b$ e $a_1x + b_1$ são textos dinâmicos, condição para exibir h.
8. Crie o texto $ax + b < a_1x + b_1$, onde a $ax + b$ e $a_1x + b_1$ são textos dinâmicos, condição para exibir i.

9. Crie o texto $ax + b \leq a_1x + b_1$, onde a $ax + b$ e $a_1x + b_1$ são textos dinâmicos, condição para exibir j.

10. Crie o texto $ax + b \geq a_1x + b_1$, onde a $ax + b$ e $a_1x + b_1$ são textos dinâmicos, condição para exibir k.

11. Crie o ponto A de intersecção das funções, não o exiba.

12. Crie o texto $x(A)$, onde $x(A)$ é um texto dinâmico, na posição $(x(A), 0)$.

13. Crie o segmento pontilhado pela caixa de entrada ”$Segmento[(x(A), 0), A]$”

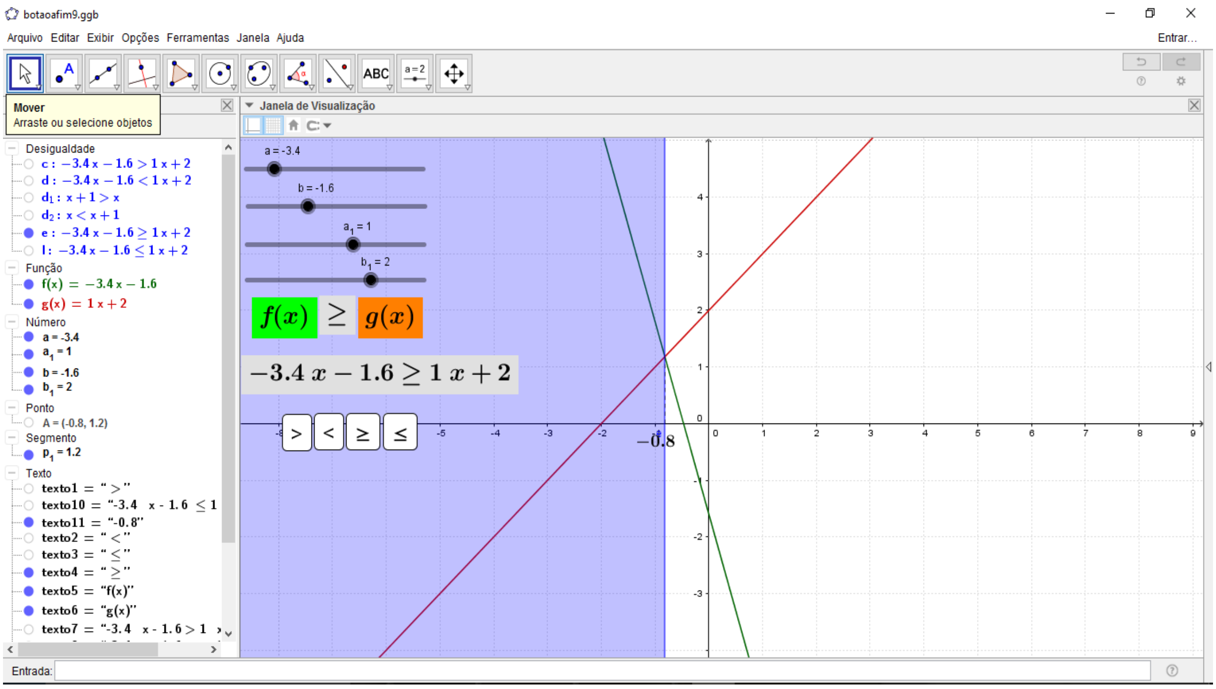

Figura 103: Inequação com texto e botões

Veja este exemplo.

5.2.5 Adicionando os botões Inequação

Vamos criar botões relacionados com os botões da programação 5.2.4

A ideia é criar os botões INEQUAÇÃO, INEQUAÇÃO PRODUTO E INEQUAÇÃO QUOCIENTE. Como são três possibilidades criamos três valores booleanos para associar a exibição de seus objetos.

1. Crie o valor booleano m.

2. Crie o valor booleano n.

3. Crie o valor booleano o.

4. Crie os botões segundo a tabela abaixo:

BOTÃO	bt5	bt6	bt7
Legenda	INEQUAÇÃO	INEQUAÇÃO PRODUTO	INEQUAÇÃO QUOCIENTE
	m=true	m=false	m=false
	n=false	n=true	n=false
	o=false	o=false	o=true

Com essa programação ao ativar um botão, ele desativa os demais. Evitando exibir seus objetos exclusivos para outro botão.

Mas veja que já existem botões na programação, consideremos a seguinte relação.

Quando os botões inequação ativam eles desabilitam os botões desigualdade. Nessa relação garantimos que os objetos exibidos pelas desigualdades desapareçam ao entrar com um dos botões inequação.

Então a programaçao ao clicar dos botões inequação passa a ser:

BOTÃO	bt5	bt6	bt7
Legenda	INEQUAÇÃO	INEQUAÇÃO PRODUTO	INEQUAÇÃO QUOCIENTE
	m=true	m=false	m=false
	n=false	n=true	n=false
	o=false	o=false	o=true
	h=false	h=false	h=false
	i=false	i=false	i=false
	j=false	j=false	j=false
	k=false	k=false	k=false

Veja este exemplo.

5.2.6 Condicionando os objetos ao botão inequação

A ideia é que os objetos da programação 5.2.5 sejam exibidos quando aperta o botão inequação.

Observe que os botões das desigualdades servem para todas as inequações, então esses

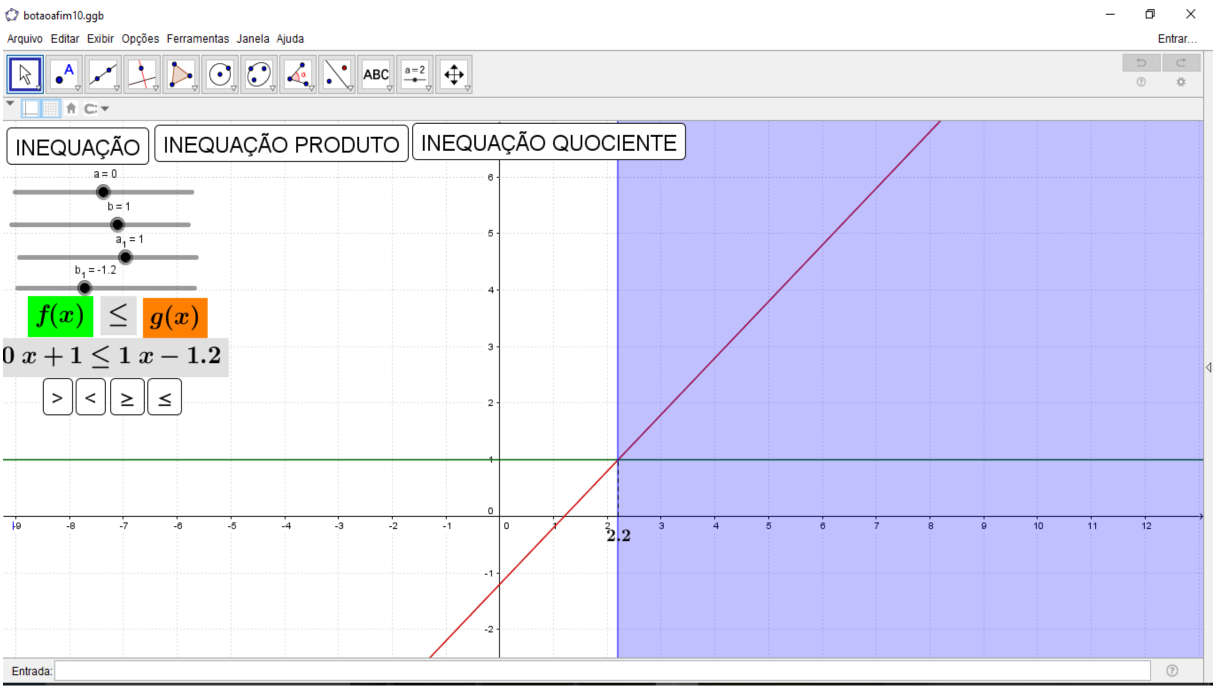

Figura 104: Programando inequação

botões não precisam ter uma condição para exibir. O mesmo acontece para os controles deslizantes e as funções.

Vamos pegar todos os textos inseridos pela programação 5.2.4 e além da sua condição tenham também o valor booleano m. Portanto escreve na condição para exibir "sua condição "$\wedge m$. Pegamos todas as desigualdades da janela de álgebra e adiciona na sua condição $\wedge m$.

Veja este exemplo.

5.2.7 Adicionando objetos da inequação produto

Vamos adicionar na programação 5.2.6 objetos para serem exibidos com botão inequação produto. Veja que alguns objetos já tem uma codição pela sua desigualdade. Os textos deveram estar em camada 2(dois).

Clica no botão inequação produto para que alguns objetos desapareçam.

1. Escreva na caixa de entrada $f(x).g(x) > 0$. Selecione na janela de álgebra e coloque a condição para exibir $h \wedge n$.

2. Escreva na caixa de entrada $f(x).g(x) < 0$. Selecione na janela de álgebra e coloque a condição para exibir $i \wedge n$.

3. Escreva na caixa de entrada $f(x).g(x) \geq 0$. Selecione na janela de álgebra e coloque a condição para exibir $j \wedge n$.

4. Escreva na caixa de entrada $f(x).g(x) \leq 0$. Selecione na janela de álgebra e coloque a condição para exibir $k \wedge n$.

5. Crie o texto > 0, condição para exibir $h \wedge n$.

6. Crie o texto < 0, codição para exibir $i \wedge n$.

7. Crie o texto ≥ 0, condição para exibir $j \wedge n$.

8. Crie o texto ≤ 0, condiçao para exibir $k \wedge n$.

9. Crie o texto f(x). Coloque com a condição para exibir n.

10. Crie o texto g(x). Coloque com a condição para exibir n.

11. Crie o texto simbolo ponto. Coloque com a condição para exibir n.

12. Crie o texto $(ax+b).(a_1x+b_1) > 0$, onde a $ax+b$ e a_1x+b_1 são textos dinâmicos, condição para exibir $h \wedge n$.

13. Crie o texto $(ax+b).(a_1x+b_1) < 0$, onde a $ax+b$ e a_1x+b_1 são textos dinâmicos, condição para exibir $i \wedge n$.

14. Crie o texto $(ax+b).(a_1x+b_1) \leq 0$, onde a $ax+b$ e a_1x+b_1 são textos dinâmicos, condição para exibir $j \wedge n$.

15. Crie o texto $(ax+b).(a_1x+b_1) \geq 0$, onde a $ax+b$ e a_1x+b_1 são textos dinâmicos, condição para exibir $k \wedge n$.

16. Crie o ponto B de intersecção entre a função $f(x)$ e o eixo x. Não exiba.

17. Crie o texto $x(B)$ onde $x(B)$ é um texto dinâmico, posição B e condição para exibir $n \vee o$.

18. Crie o ponto C de intersecção entre a função $g(x)$ e o eixo x. Não exiba.

19. Crie o texto $x(C)$ onde $x(C)$ é um texto dinâmico, posição C e condição para exibir $n \vee o$.

Veja este exemplo.

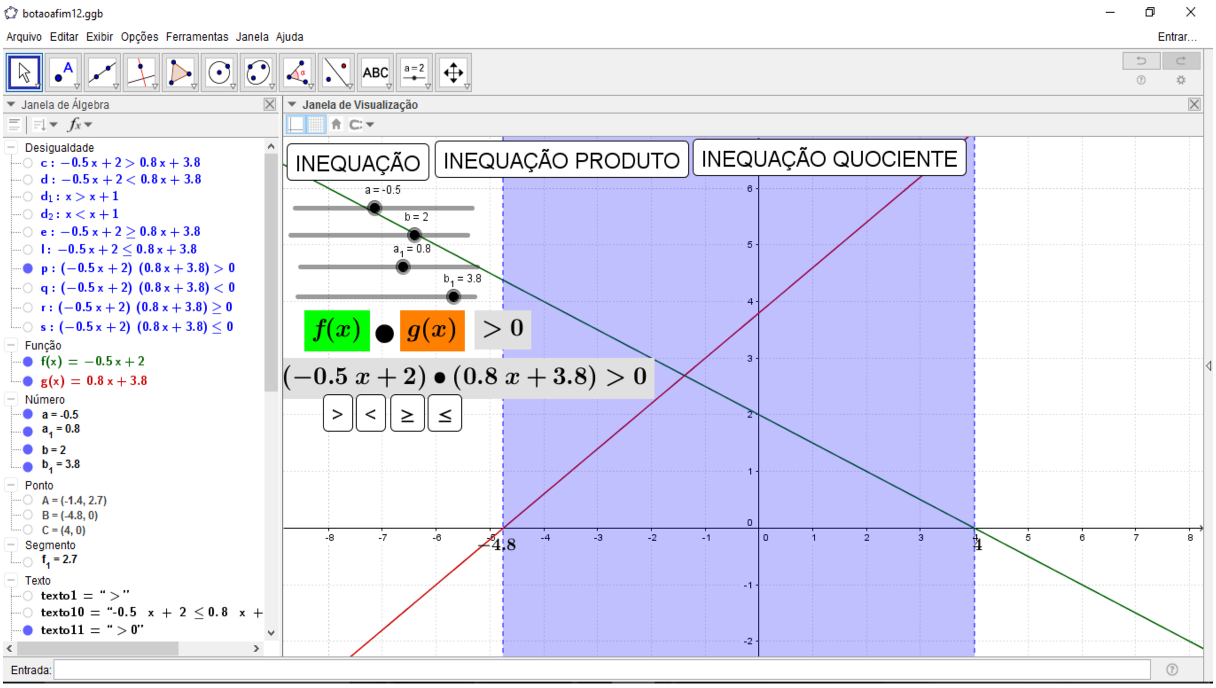

Figura 105: Adicionando inequação produto

5.2.8 Adicionando objetos da inequação quociente

Vamos adicionar na programação 5.2.7 objetos para serem exibidos com botão inequação produto. Veja que alguns objetos já tem uma codição pela sua desigualdade.

Coloque os textos em camada 2(dois).

Temos que ter o cuidado já citado na 5.1.2.

- $f(x).g(x) > 0$ serve para $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ e $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$, veja a tabela abaixo:

	Desigualdades	Condições	2º ou 3º	(2º ou 3º)ou 1º
1º	$f(x).g(x) > 0$	$h \wedge n$		$((h \vee j) \wedge o) \vee (h \wedge n)$
2º	$\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	$h \wedge o$	$(h \vee j) \wedge o$	
3º	$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$	$j \wedge o$		

- $f(x).g(x) < 0$ serve para $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$ e $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$, veja a tabela abaixo:

	Desigualdades	Condições	2º ou 3º	(2º ou 3º)ou 1º
1º	$f(x).g(x) < 0$	$i \wedge n$		$((i \vee k) \wedge o) \vee (i \wedge n)$
2º	$\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	$i \wedge o$	$(i \vee k) \wedge o$	
3º	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	$k \wedge o$		

- Para $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$ e $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ temos a reta $x = -\frac{b}{a}$, então sua condição para exibir $(j \vee k) \wedge o \wedge -\frac{b}{a} \neq -\frac{b_1}{a_1}$

1. Crie o texto >0, condição para exibir $h \wedge o$.
2. Crie o texto <0, codição para exibir $i \wedge o$.
3. Crie o texto ≥ 0, condição para exibir $j \wedge o$.
4. Crie o texto ≤ 0, condiçao para exibir $k \wedge o$.
5. Crie o texto f(x). Coloque com a condição para exibir o.
6. Crie o texto g(x). Coloque com a condição para exibir o.
7. Crie o texto simbolo traço. Coloque com a condição para exibir o.
8. Crie o texto $\frac{ax+b}{a_1x+b_1} > 0$, onde a $ax+b$ e a_1x+b_1 são textos dinâmicos, condição para exibir $h \wedge o$.
9. Crie o texto $\frac{ax+b}{a_1x+b_1} < 0$, onde a $ax+b$ e a_1x+b_1 são textos dinâmicos, condição para exibir $i \wedge o$.
10. Crie o texto $\frac{ax+b}{a_1x+b_1} \leq 0$, onde a $ax+b$ e a_1x+b_1 são textos dinâmicos, condição para exibir $j \wedge o$.
11. Crie o texto $\frac{ax+b}{a_1x+b_1} \geq 0$, onde a $ax+b$ e a_1x+b_1 são textos dinâmicos, condição para exibir $k \wedge o$.

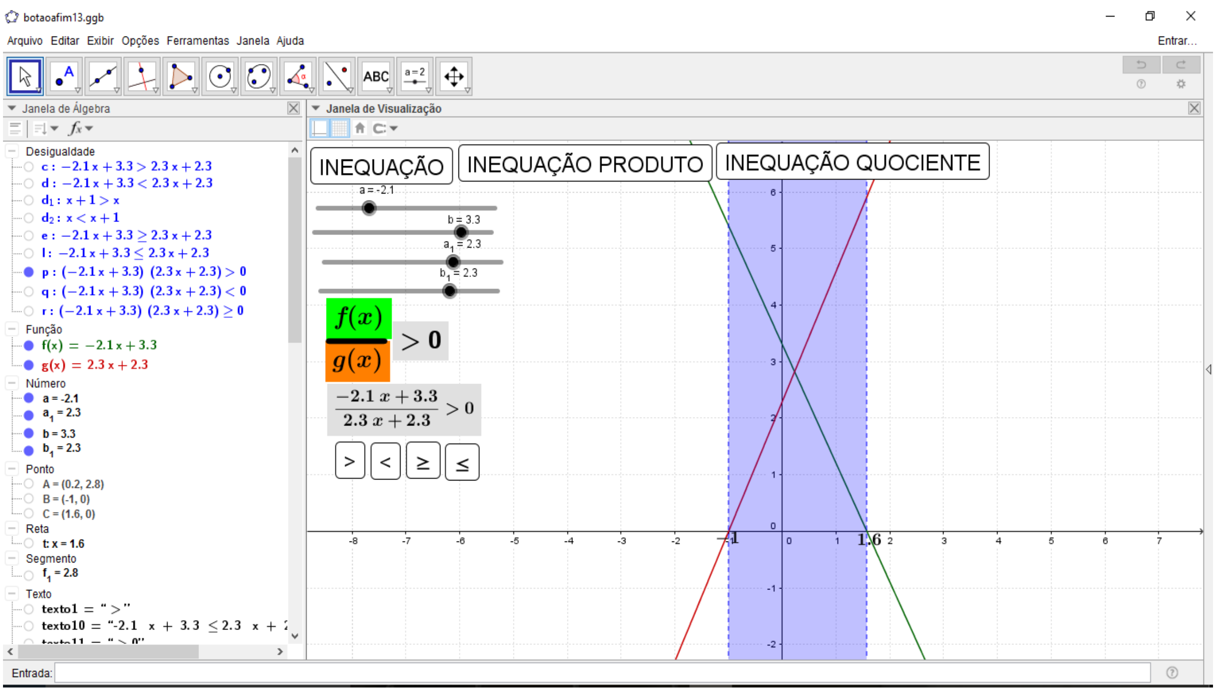

Figura 106: Adicionando inequação quociente

Veja este exemplo.

5.2.9 Formatando as cores

Veja que as desigualdades exibem em azul então vamos mudar as desigualdades $<$ e $\leq$ para vermelho.

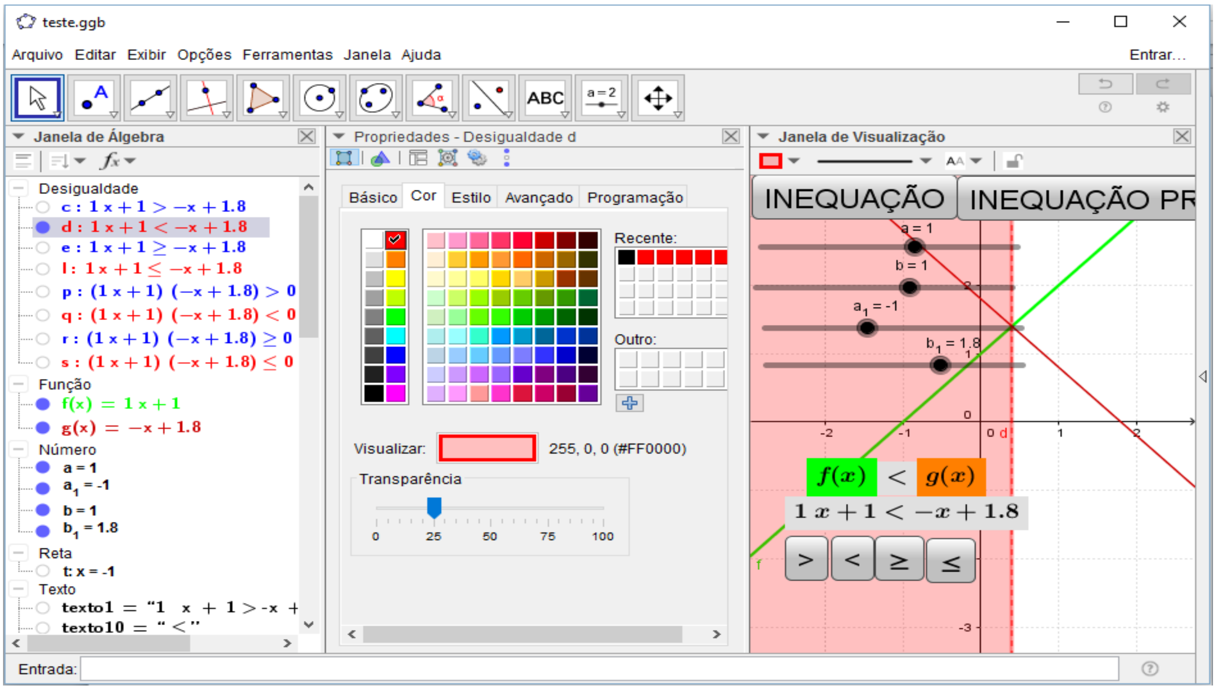

Figura 107: Vermelhor nas desigualdades $<$ e $\leq$

Veja este exemplo.

5.3 ADICIONANDO O BOTÃO SOLUÇÃO

Criamos o valor booleano u que estará associado ao botão solução.

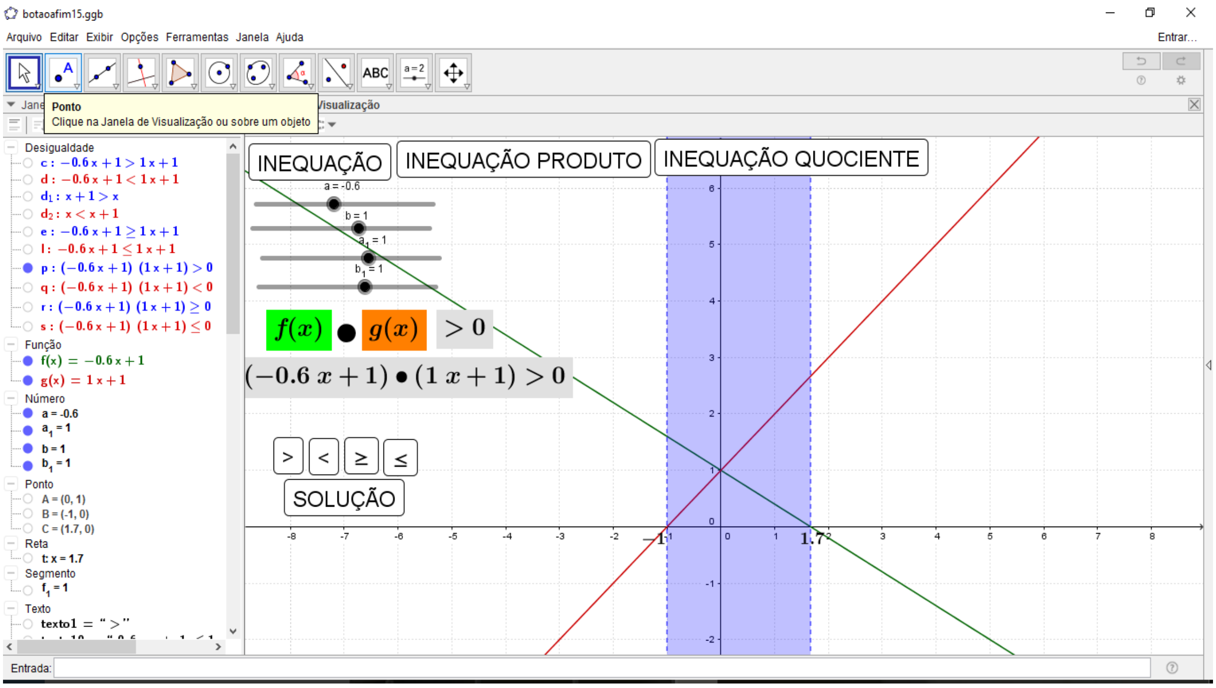

Figura 108: Botão solução

Veja este exemplo.

Criamos o botão solução na programação ao clicar escrevemos u=true. O seu objeto são textos com a resolução das inequações. O texto solução deixa de ser exibida quando os outros botões são exibidos. Portanto vamos pegar todos os outros botões e adicionar na linha de programação ao clicar u=false

5.3.1 Texto solução da Inequação

Texto exibidos como solução para inequação.

Inequação com retas concorrentes.

Inequação	$f(x) > g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 109
m	h	$a > a_1$	u	$m \wedge h \wedge (a > a_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) > g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 110
m	h	$a < a_1$	u	$m \wedge h \wedge (a < a_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) < g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 111
m	i	$a > a_1$	u	$m \wedge i \wedge (a > a_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) < g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 112
m	i	$a < a_1$	u	$m \wedge i \wedge (a < a_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) \geq g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 113
m	j	$a > a_1$	u	$m \wedge j \wedge (a > a_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) \geq g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 114
m	j	$a < a_1$	u	$m \wedge j \wedge (a < a_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) \leq g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 115
m	k	$a > a_1$	u	$m \wedge k \wedge (a > a_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) \leq g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 116
m	k	$a < a_1$	u	$m \wedge k \wedge (a < a_1) \wedge u$

Inequação com retas paralelas

Inequação	$f(x) > g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 117
m	h	$a = a_1$ e $b > b_1$	u	$m \wedge h \wedge (a = a_1) \wedge (b > b_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) > g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 118
m	h	$a = a_1$ e $b < b_1$	u	$m \wedge h \wedge (a = a_1) \wedge (b < b_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) < g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 119
m	i	$a = a_1$ e $b > b_1$	u	$m \wedge i \wedge (a = a_1) \wedge (b > b_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) < g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 120
m	i	$a = a_1$ e $b < b_1$	u	$m \wedge i \wedge (a = a_1) \wedge (b < b_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) \geq g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 121
m	j	$a = a_1$ e $b > b_1$	u	$m \wedge j \wedge (a = a_1) \wedge (b > b_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) \geq g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 122
m	j	$a = a_1$ e $b < b_1$	u	$m \wedge j \wedge (a = a_1) \wedge (b < b_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) \leq g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 123
m	k	$a = a_1$ e $b > b_1$	u	$m \wedge k \wedge (a = a_1) \wedge (b > b_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) \leq g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 124
m	k	$a = a_1$ e $b < b_1$	u	$m \wedge k \wedge (a = a_1) \wedge (b < b_1) \wedge u$

Inequação com retas coincidentes

Inequação	$f(x) > g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 125
m	h	$a = a_1$ e $b = b_1$	u	$m \wedge h \wedge (a = a_1) \wedge (b = b_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) < g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 126
m	i	$a = a_1$ e $b = b_1$	u	$m \wedge i \wedge (a = a_1) \wedge (b = b_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) \geq g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 127
m	j	$a = a_1$ e $b = b_1$	u	$m \wedge j \wedge (a = a_1) \wedge (b = b_1) \wedge u$

Inequação	$f(x) \leq g(x)$	situação	Solução	Condição para texto 128
m	k	$a = a_1$ e $b = b_1$	u	$m \wedge k \wedge (a = a_1) \wedge (b = b_1) \wedge u$

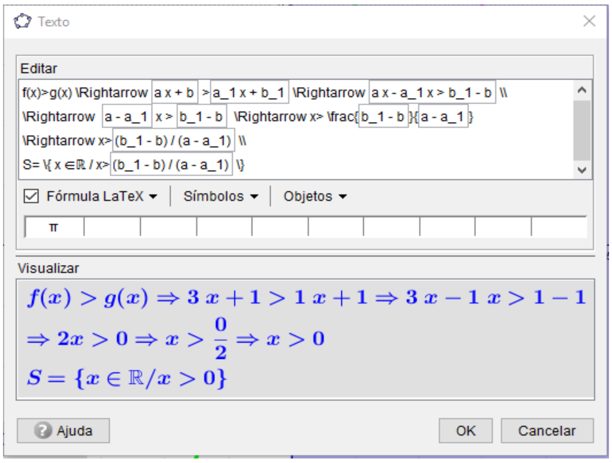

Figura 109: Texto inequação 1

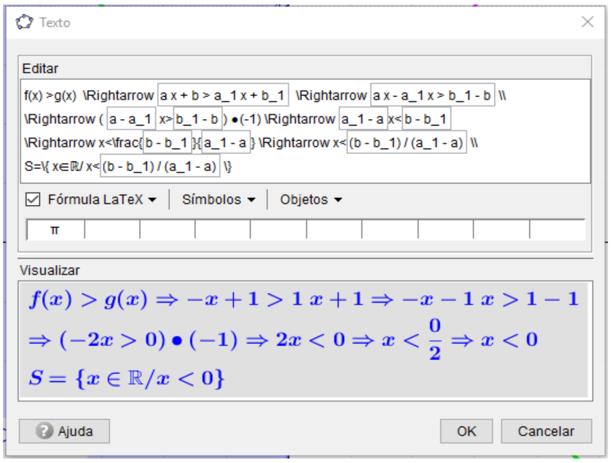

Figura 110: Texto inequação 2

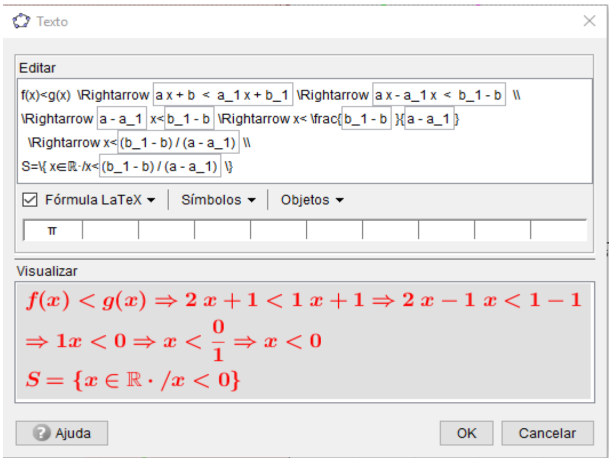

Figura 111: Texto inequação 3

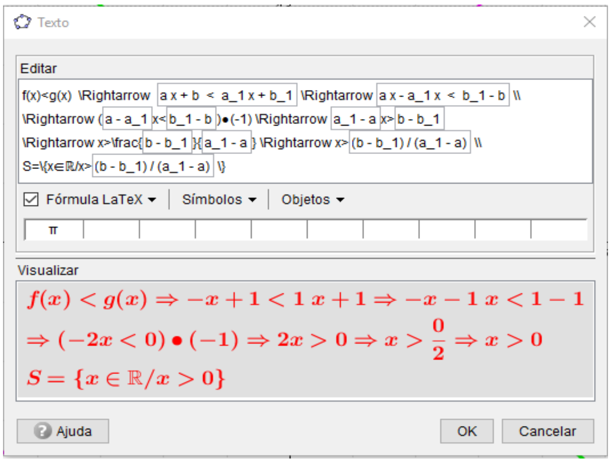

Figura 112: Texto inequação 4

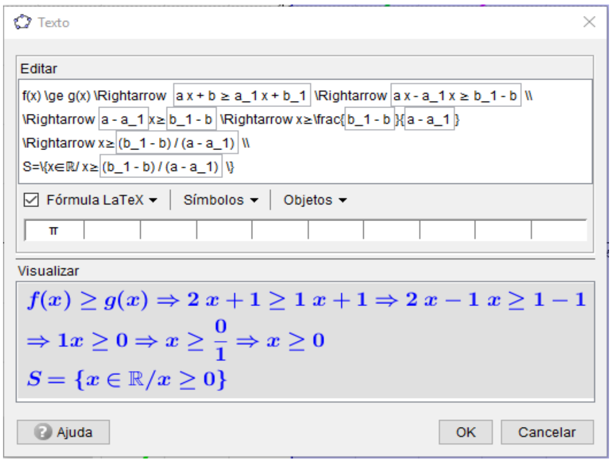

Figura 113: Texto inequação 5

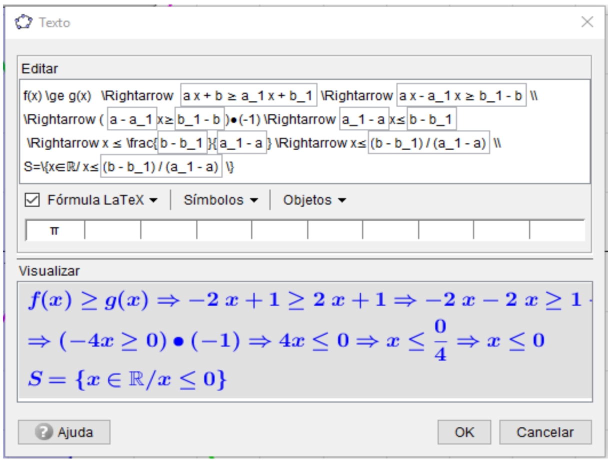

Figura 114: Texto inequação 6

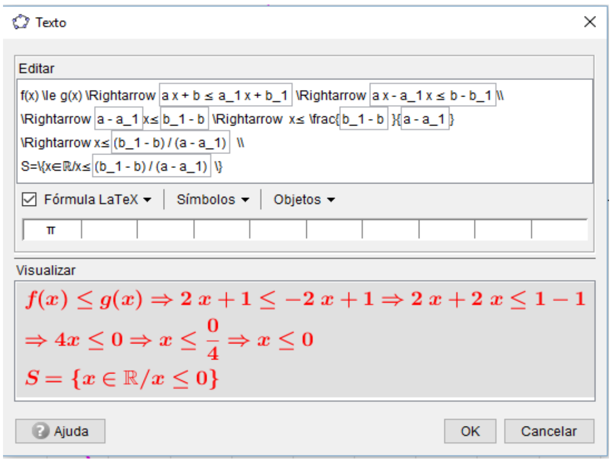

Figura 115: Texto inequação 7

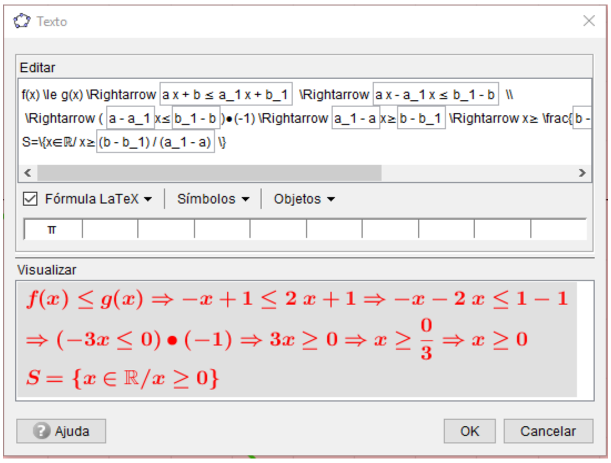

Figura 116: Texto inequação 8

5.3.2 Texto solução para Inequação produto e quociente

Solução para a desigualdade do produto de duas funções $f(x).g(x) > 0$ e $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$

Raiz de f(x) menor que a raiz de g(x), adicione na condição $\wedge(-\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1})$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 129
$n \vee o$	h	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 130
$n \vee o$	h	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 131
$n \vee o$	h	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 132
$n \vee o$	h	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

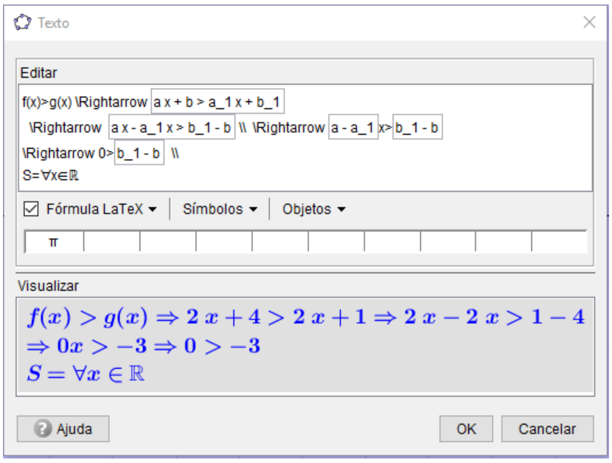

Figura 117: Texto inequação 9

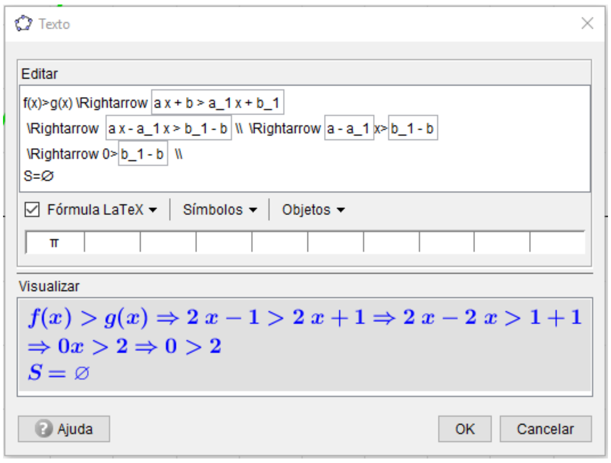

Figura 118: Texto inequação 10

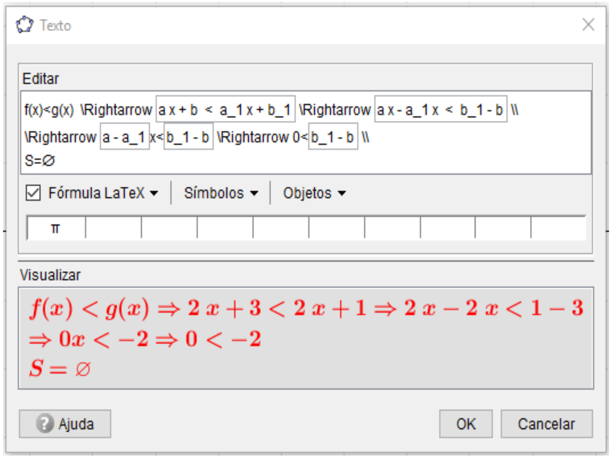

Figura 119: Texto inequação 11

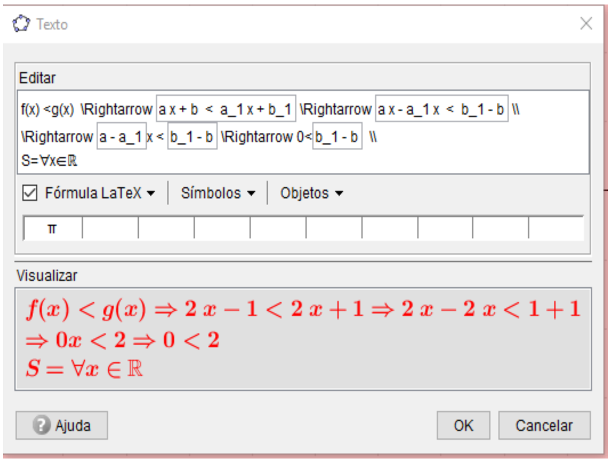

Figura 120: Texto inequação 12

Solução para $f(x).g(x) > 0$ e $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$

Raiz de f(x) maior que raiz de g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 133
$n \vee o$	h	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 134
$n \vee o$	h	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 135
$n \vee o$	h	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 136
$n \vee o$	h	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Solução para $f(x).g(x) > 0$ e $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$

Raiz de f(x) igual a raiz de g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

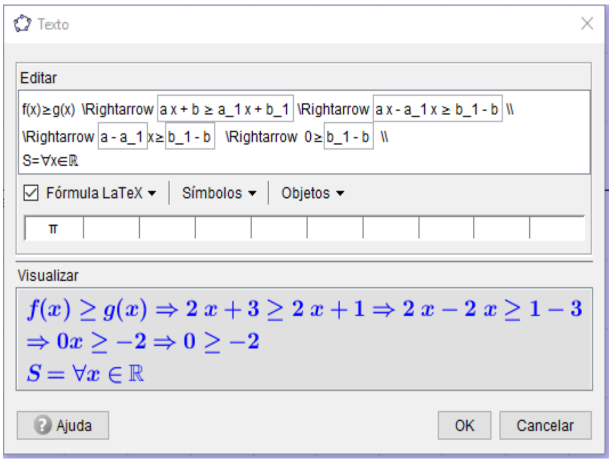

Figura 121: Texto inequação 13

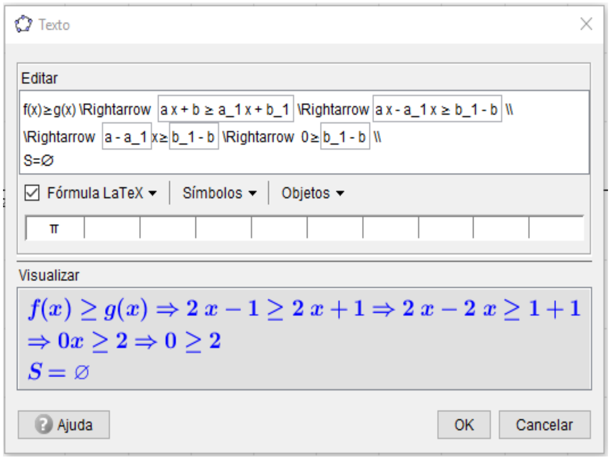

Figura 122: Texto inequação 14

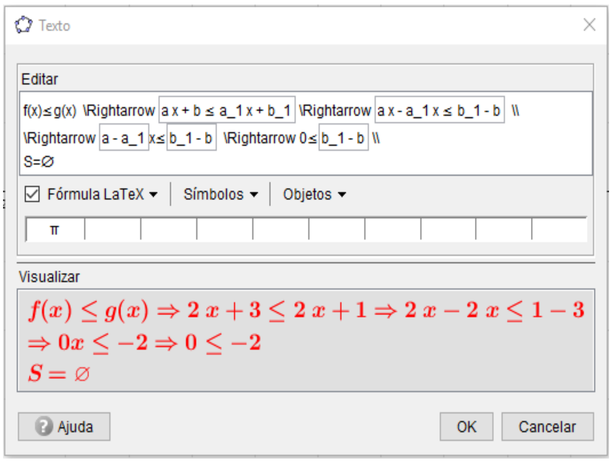

Figura 123: Texto inequação 15

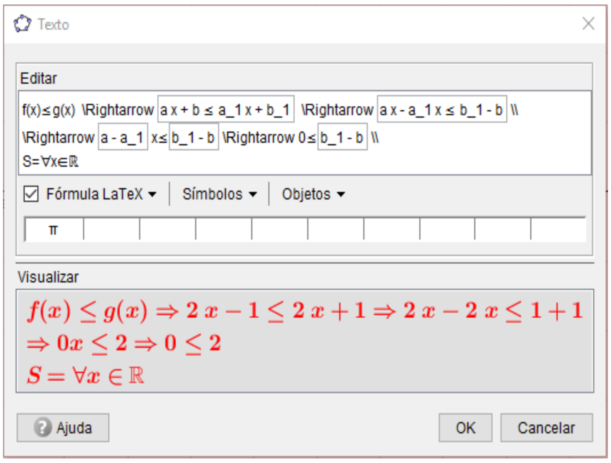

Figura 124: Texto inequação 16

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 137
$n \vee o$	h	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 138
$n \vee o$	h	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 139
$n \vee o$	h	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) > 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 140
$n \vee o$	h	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge h \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

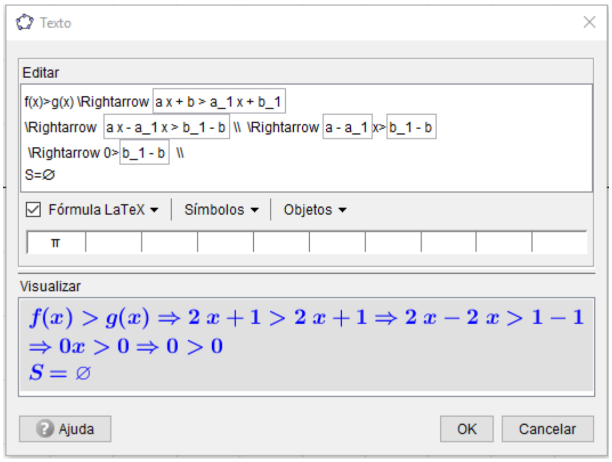

Figura 125: Texto inequação 17

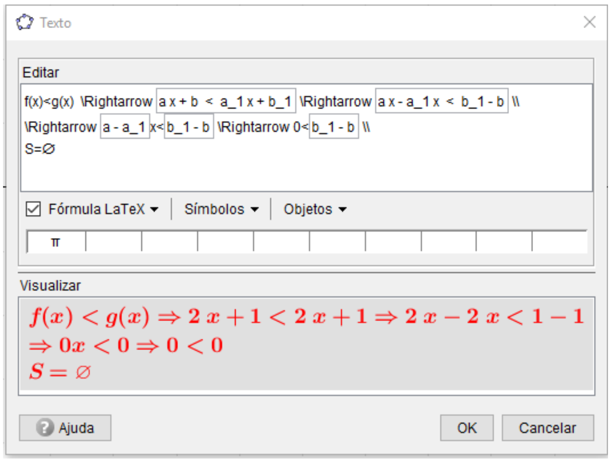

Figura 126: Texto inequação 18

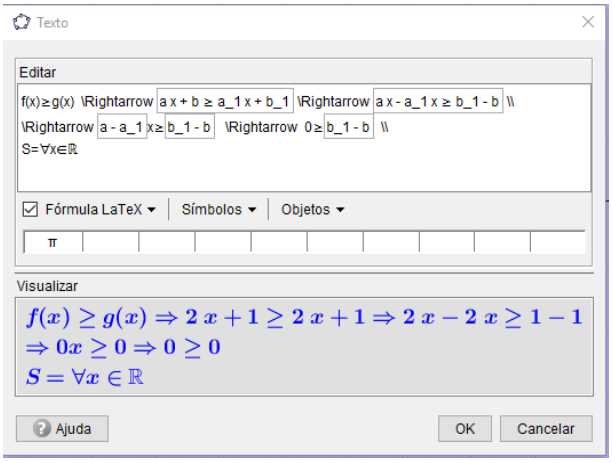

Figura 127: Texto inequação 19

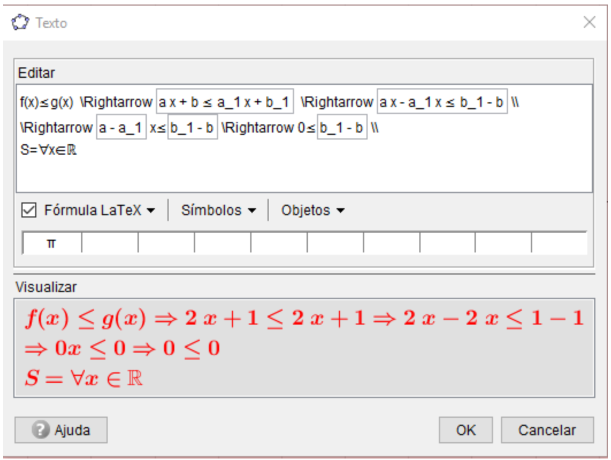

Figura 128: Texto inequação 20

Solução para $f(x).g(x) < 0$ e $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$

Raiz de f(x) menor do que a raiz de g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 142
$n \vee o$	i	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 143
$n \vee o$	i	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 144
$n \vee o$	i	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 145
$n \vee o$	i	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Solução para $f(x).g(x) < 0$ e $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$

Raiz de f(x) maior do que a raiz de g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

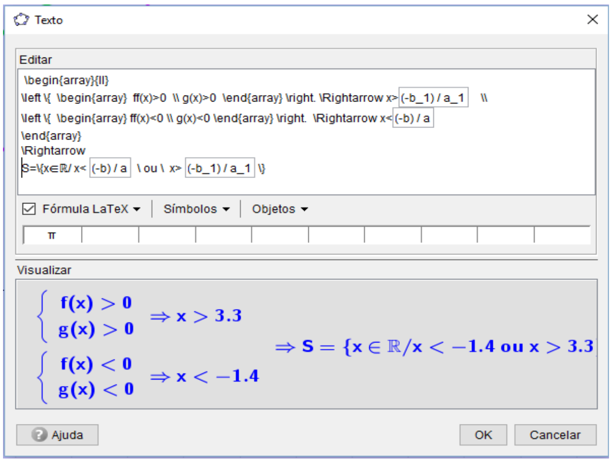

Figura 129: Texto inequação produto e quociente 1

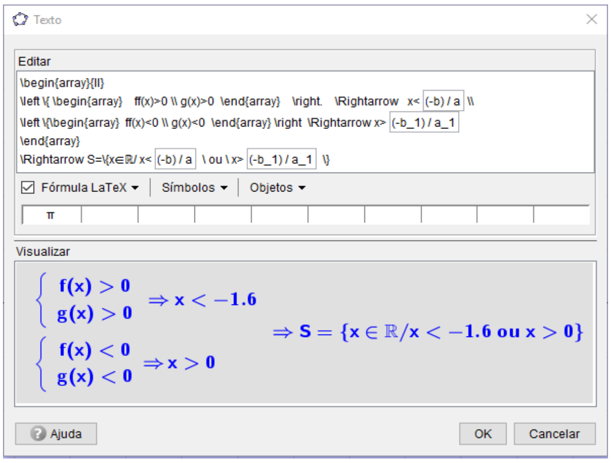

Figura 130: Texto inequação produto e quociente 2

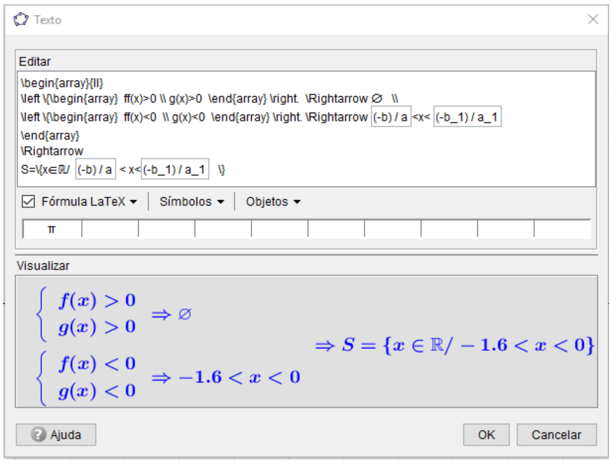

Figura 131: Texto inequação produto e quociente 3

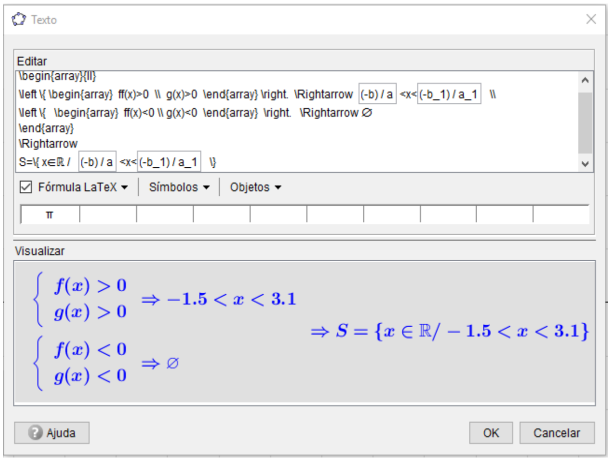

Figura 132: Texto inequação produto e quociente 4

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 146
$n \vee o$	i	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 147
$n \vee o$	i	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 148
$n \vee o$	i	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 149
$n \vee o$	i	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

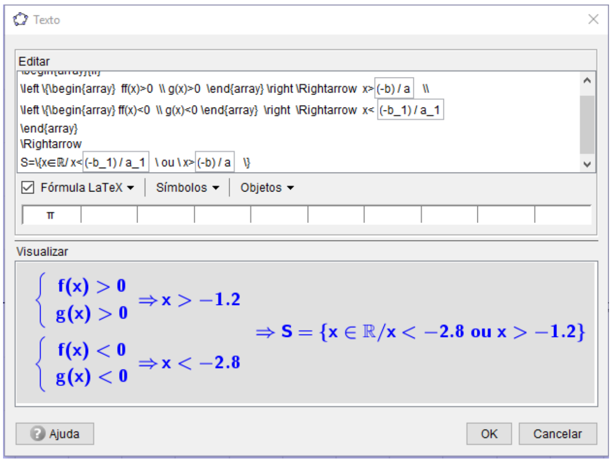

Figura 133: Texto inequação produto e quociente 5

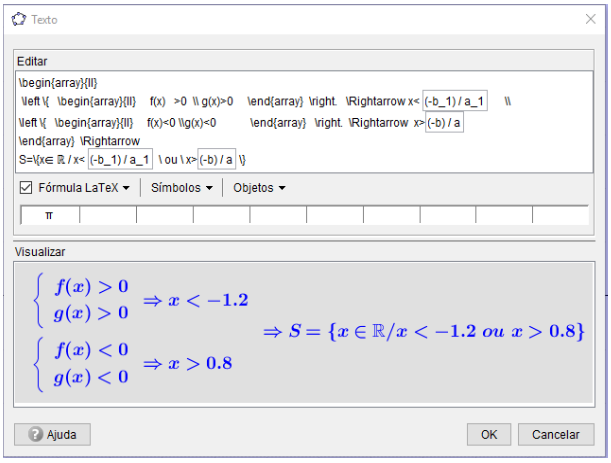

Figura 134: Texto inequação produto e quociente 6

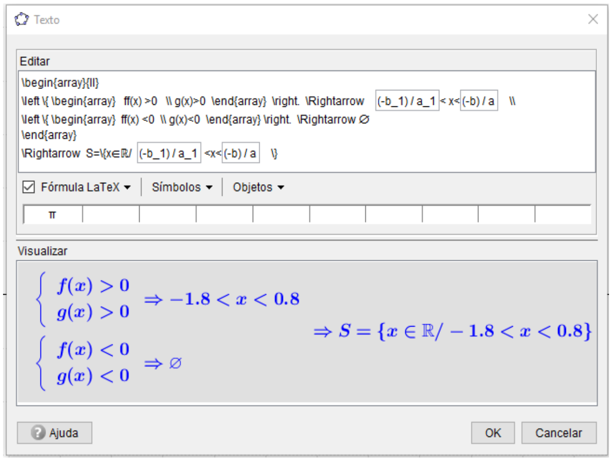

Figura 135: Texto inequação produto e quociente 7

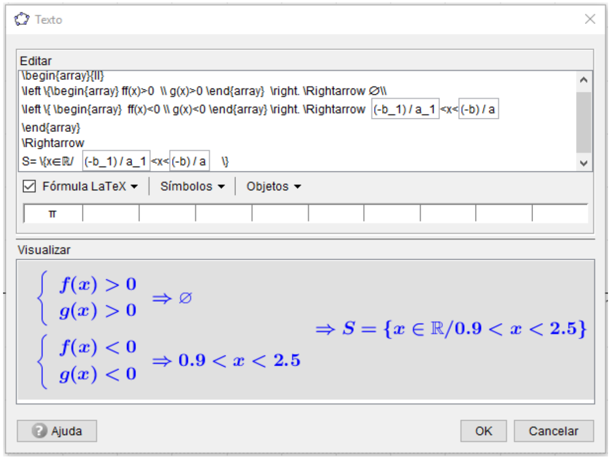

Figura 136: Texto inequação produto e quociente 8

Solução para $f(x).g(x) < 0$ e $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$

Raiz de f(x) igual a raiz de g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 150
$n \vee o$	i	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 151
$n \vee o$	i	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 152
$n \vee o$	i	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto ou Inequação Quociente	$f(x).g(x) < 0$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 152
$n \vee o$	i	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$(n \vee o) \wedge i \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

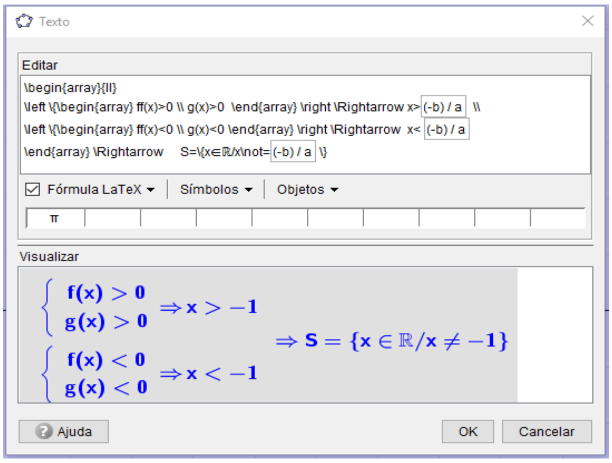

Figura 137: Texto inequação produto e quociente 9

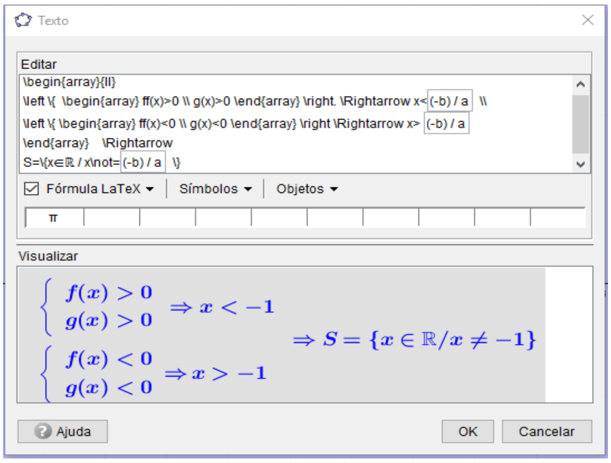

Figura 138: Texto inequação produto e quociente 10

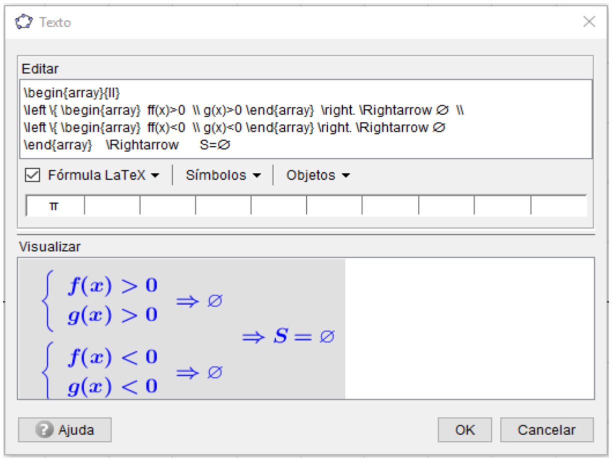

Figura 139: Texto inequação produto e quociente 11

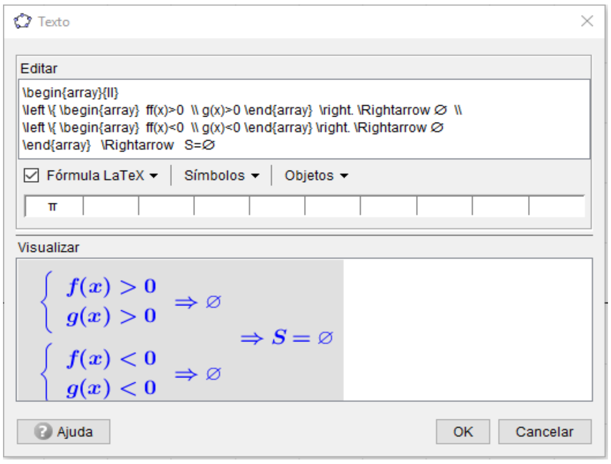

Figura 140: Texto inequação produto e quociente 12

Solução para $f(x).g(x) \geq 0$

Raiz de f(x) menor do que a raiz g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 153
n	j	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$n \wedge j \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 154
n	j	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$n \wedge j \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 155
n	j	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$n \wedge j \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 156
n	j	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$n \wedge j \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Solução para $f(x).g(x) \geq 0$

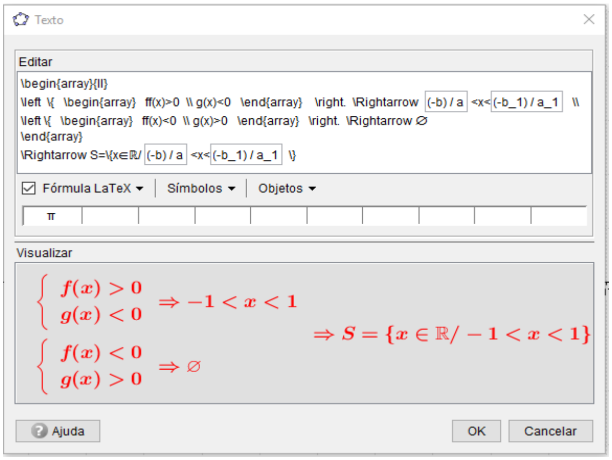

Figura 141: Texto inequação produto e quociente 13

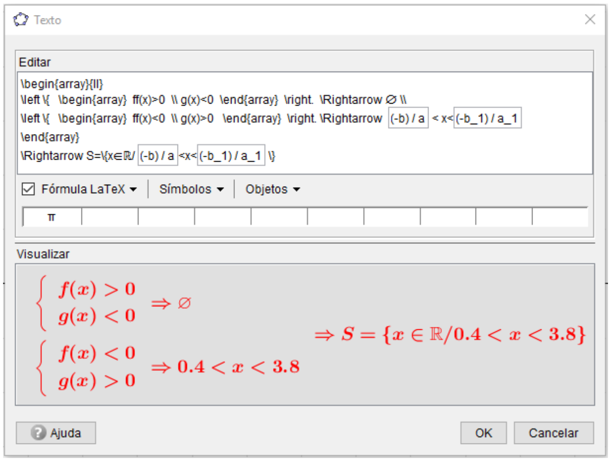

Figura 142: Texto inequação produto e quociente 14

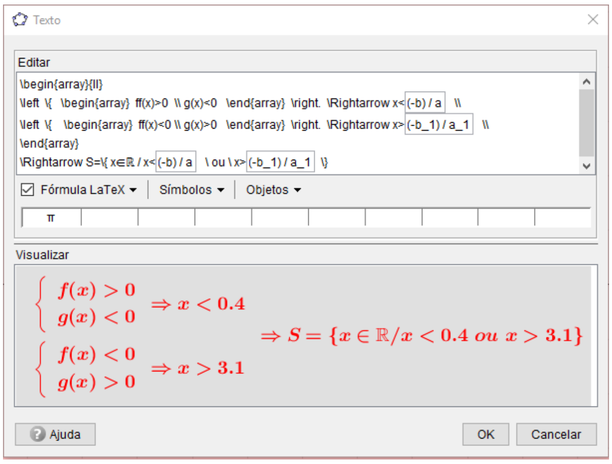

Figura 143: Texto inequação produto e quociente 15

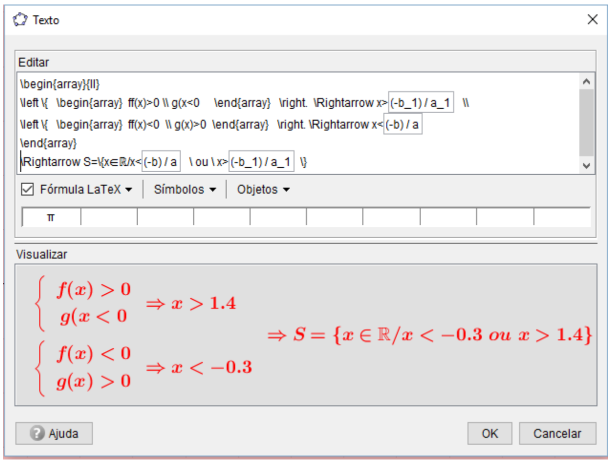

Figura 144: Texto inequação produto e quociente 16

Raiz de f(x) maior do que a raiz de g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 157
n	j	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$n \wedge j \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 158
n	j	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$n \wedge j \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 159
n	j	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$n \wedge j \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 160
n	j	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$n \wedge j \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

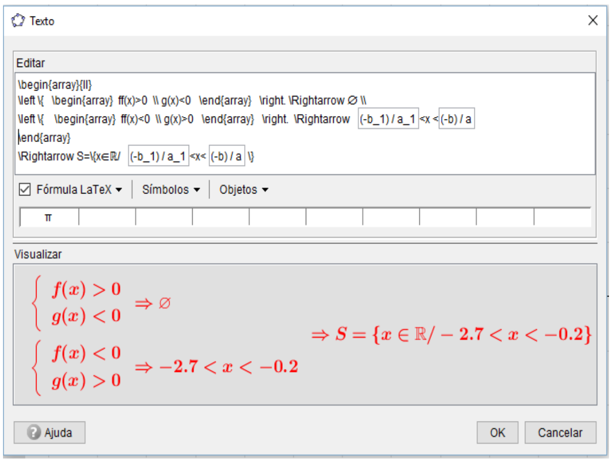

Figura 145: Texto inequação produto e quociente 17

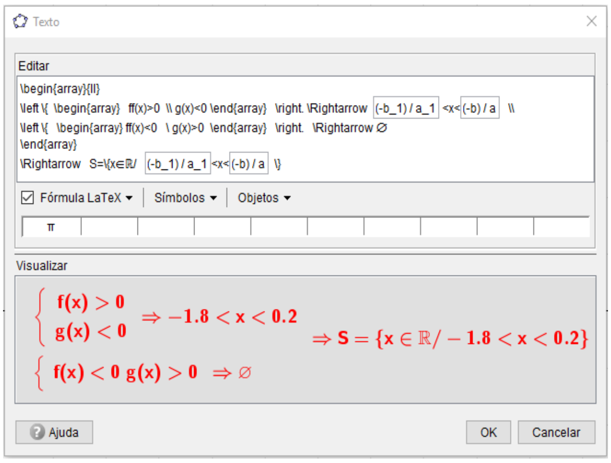

Figura 146: Texto inequação produto e quociente 18

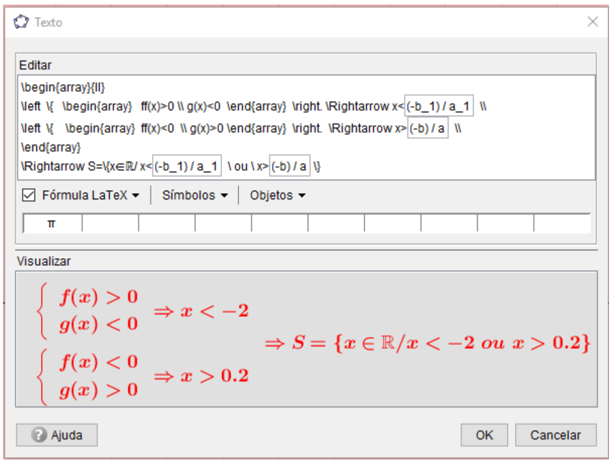

Figura 147: Texto inequação produto e quociente 19

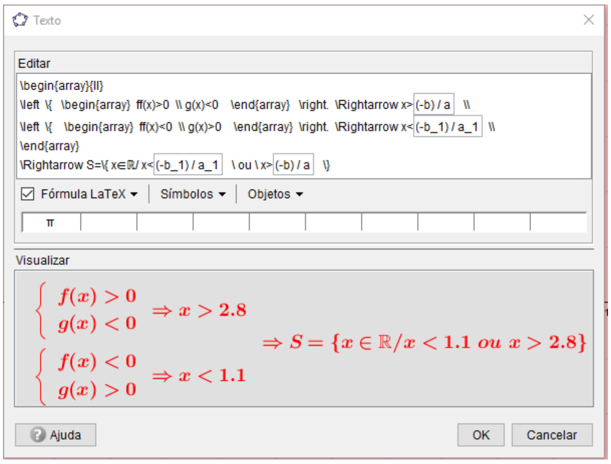

Figura 148: Texto inequação produto e quociente 20

Solução para $f(x).g(x) \geq 0$

Raiz de f(x) igual a raiz de g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 161
n	j	$a>0 \wedge a_1>0$	u	$n \wedge j \wedge a>0 \wedge a_1>0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 162
n	j	$a<0 \wedge a_1<0$	u	$n \wedge j \wedge a<0 \wedge a_1<0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 163
n	j	$a<0 \wedge a_1>0$	u	$n \wedge j \wedge a<0 \wedge a_1>0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \geq 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 164
n	j	$a>0 \wedge a_1<0$	u	$n \wedge j \wedge a>0 \wedge a_1<0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

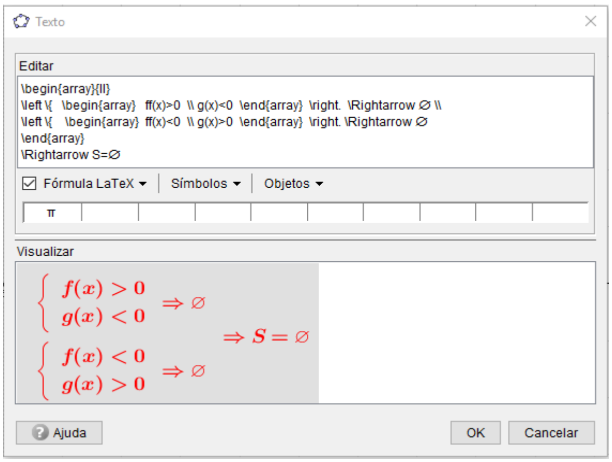

Figura 149: Texto inequação produto e quociente 21

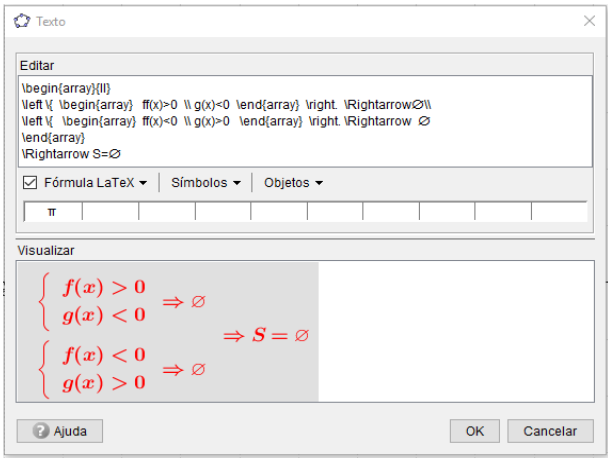

Figura 150: Texto inequação produto e quociente 22

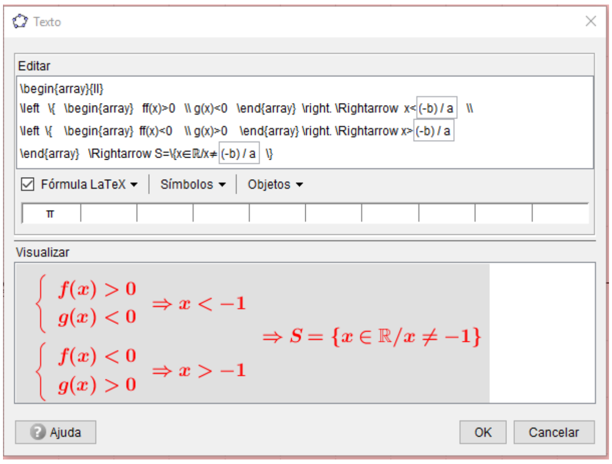

Figura 151: Texto inequação produto e quociente 23

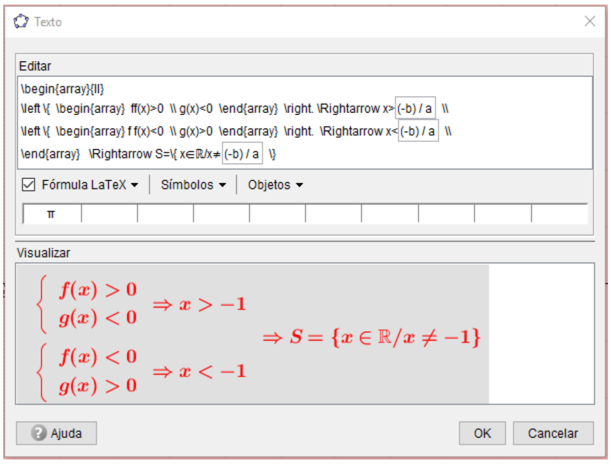

Figura 152: Texto inequação produto e quociente 24

Solução para $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$

Raiz de f(x) menor do que a raiz de g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 165
o	j	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge j \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 166
o	j	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge j \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 167
o	j	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge j \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 168
o	j	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge j \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Solução para $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$

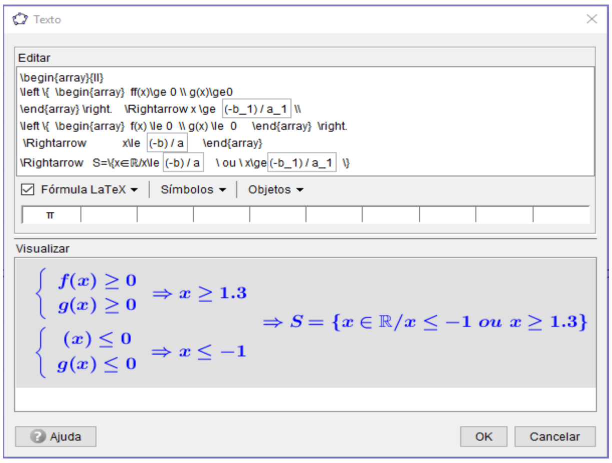

Figura 153: Texto inequação produto 1

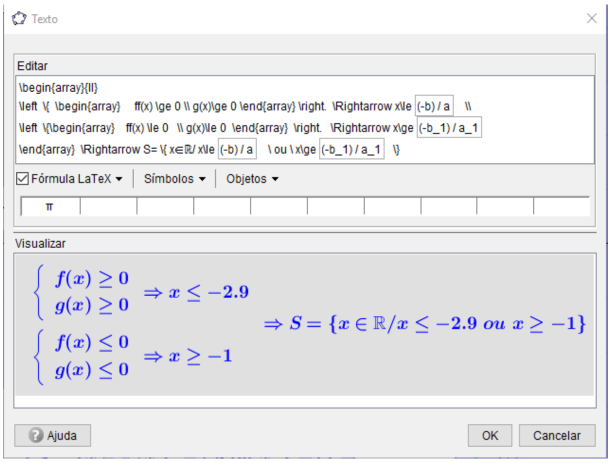

Figura 154: Texto inequação produto 2

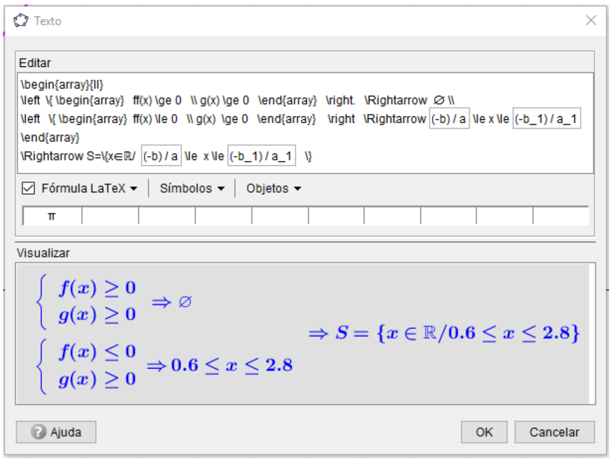

Figura 155: Texto inequação produto 3

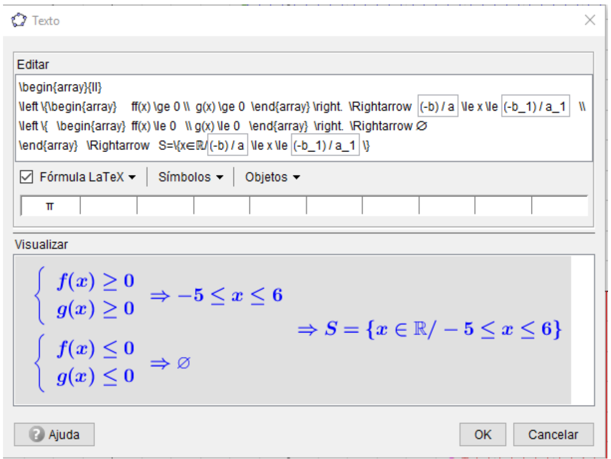

Figura 156: Texto inequação produto 4

Raiz de f(x) maior do que a raiz de g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \ge 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 169
o	j	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge j \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \ge 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 170
o	j	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge j \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \ge 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 171
o	j	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge j \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \ge 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 172
o	j	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge j \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

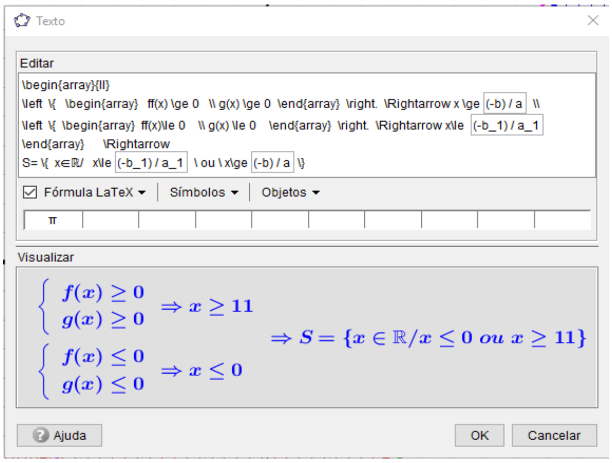

Figura 157: Texto inequação produto 5

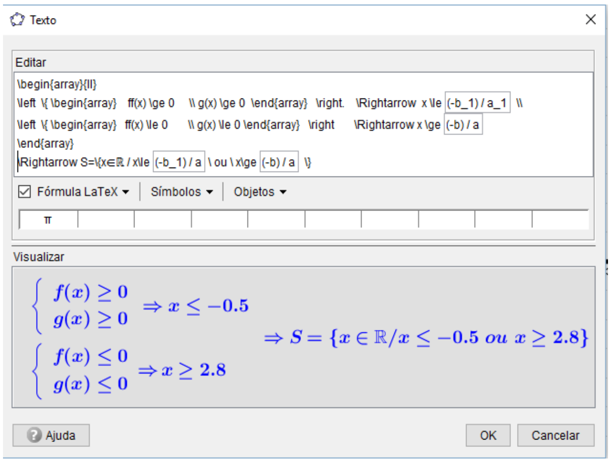

Figura 158: Texto inequação produto 6

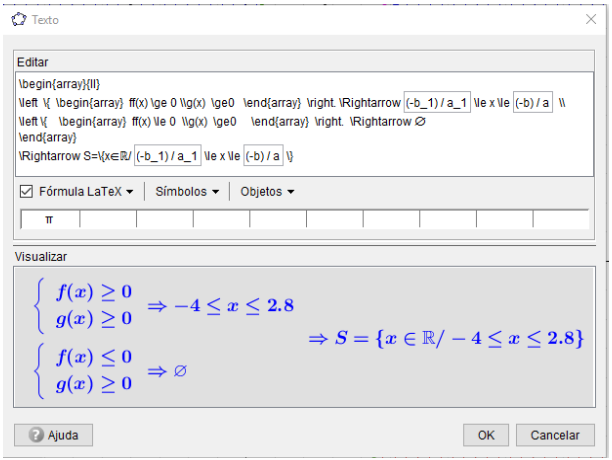

Figura 159: Texto inequação produto 7

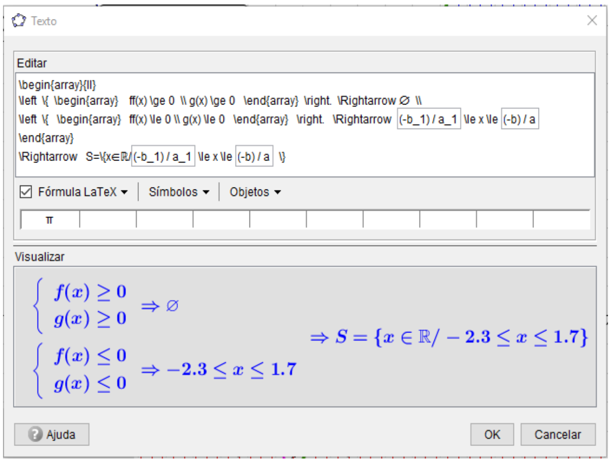

Figura 160: Texto inequação produto 8

Solução para $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$

Raiz de f(x) igual a raiz de g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 173
o	j	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge j \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 174
o	j	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge j \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 175
o	j	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge j \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 176
o	j	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge j \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

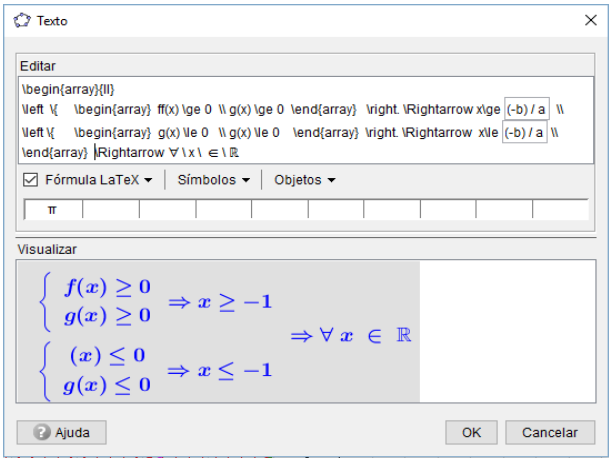

Figura 161: Texto inequação produto 9

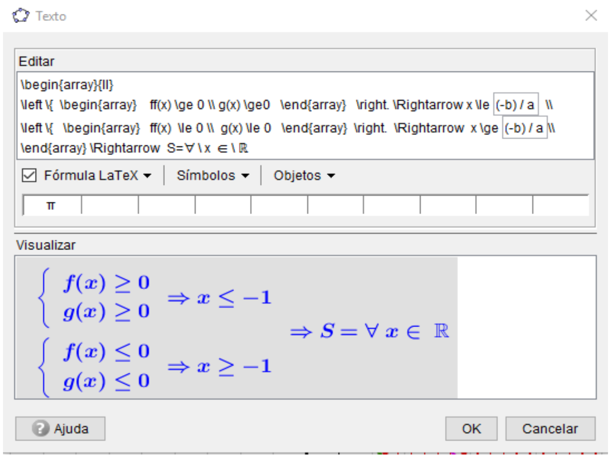

Figura 162: Texto inequação produto 10

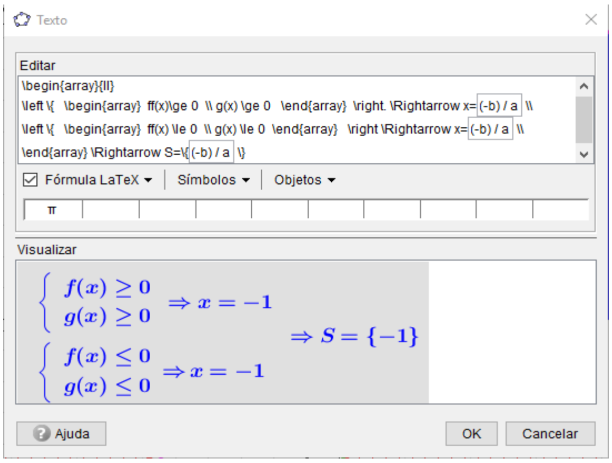

Figura 163: Texto inequação produto 11

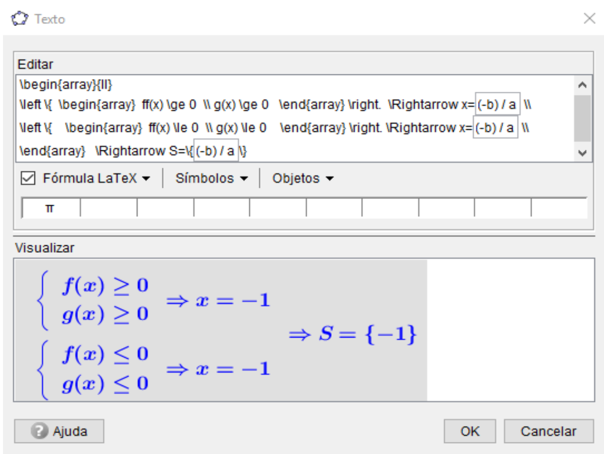

Figura 164: Texto inequação produto 12

Solução para $f(x).g(x) \leq 0$

Raiz de f(x) menor que raiz g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 177
n	k	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$n \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 178
n	k	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$n \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 179
n	k	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$n \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

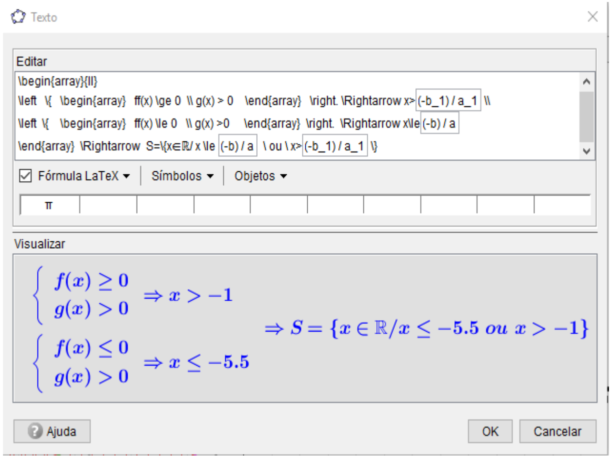

Figura 165: Texto inequação quociente 1

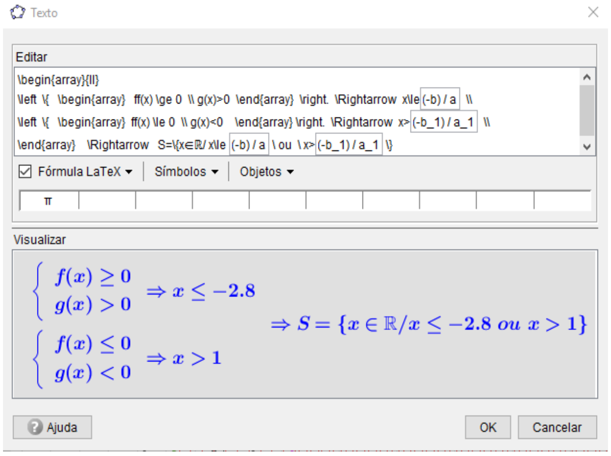

Figura 166: Texto inequação quociente 2

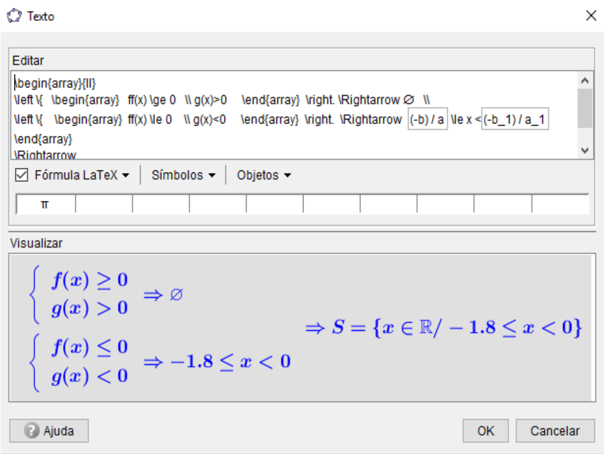

Figura 167: Texto inequação quociente 3

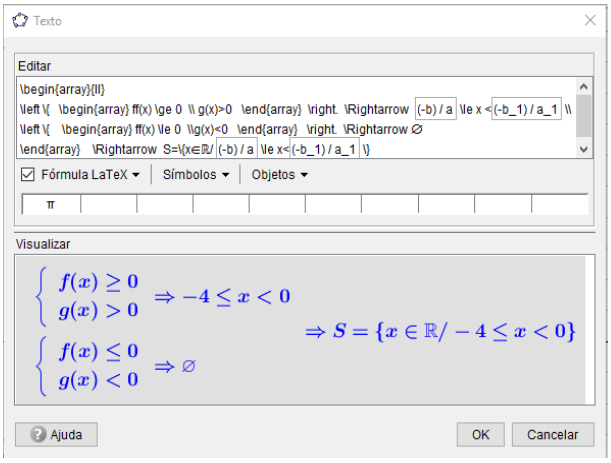

Figura 168: Texto inequação quociente 4

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 180
n	k	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$n \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Solução para $f(x).g(x) \leq 0$

Raiz de f(x) maior que raiz g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 181
n	k	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$n \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 182
n	k	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$n \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

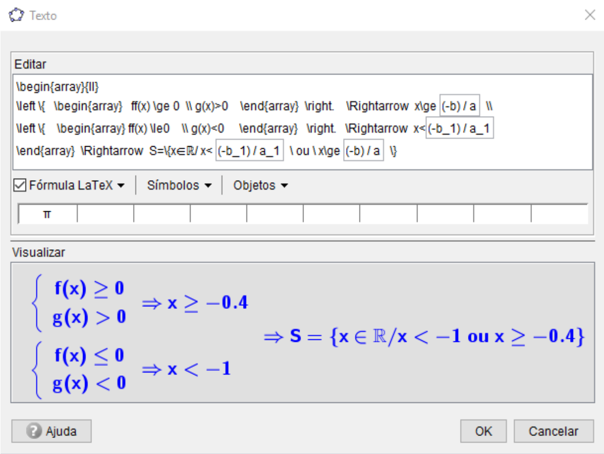

Figura 169: Texto inequação quociente 5

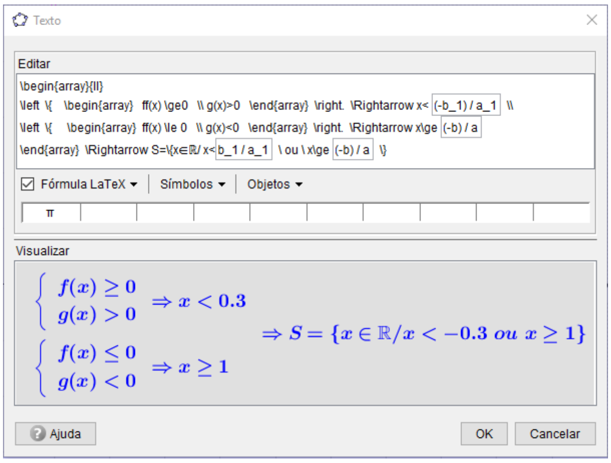

Figura 170: Texto inequação quociente 6

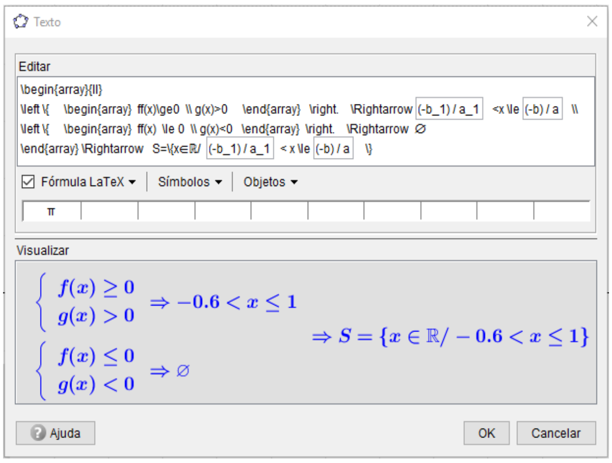

Figura 171: Texto inequação quociente 7

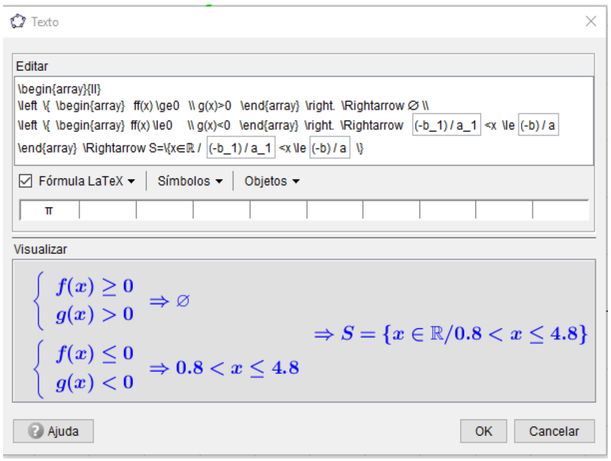

Figura 172: Texto inequação 8

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 183
n	k	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$n \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 184
n	k	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$n \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

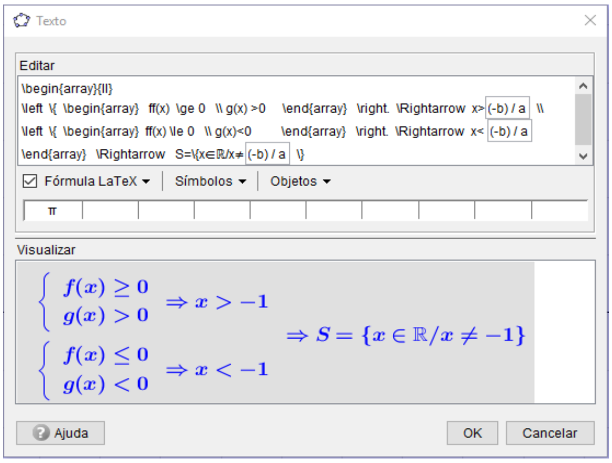

Figura 173: Texto inequação quociente 9

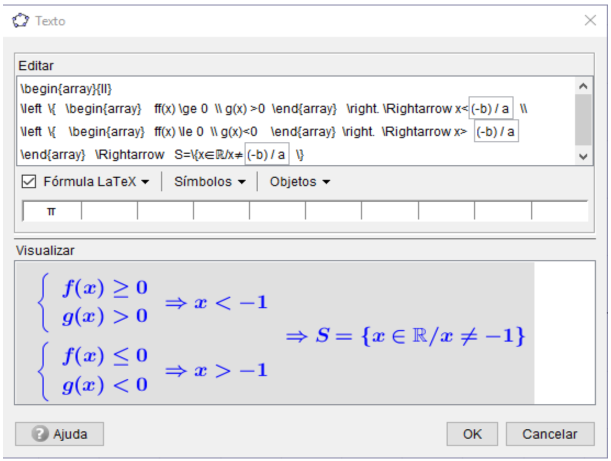

Figura 174: Texto inequação quociente 10

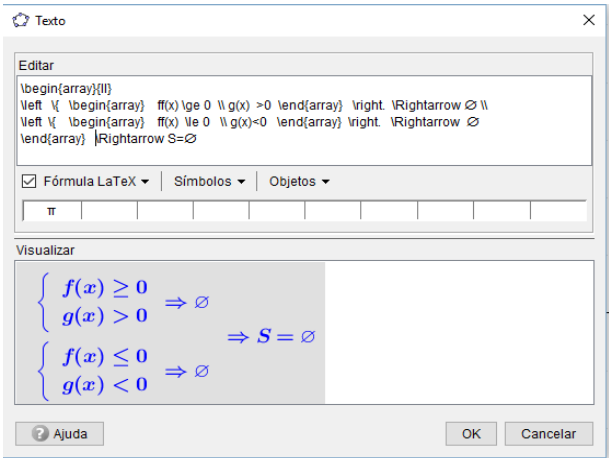

Figura 175: Texto inequação quociente 11

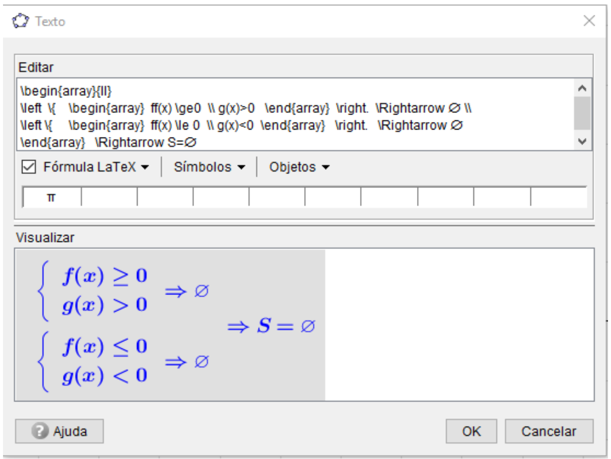

Figura 176: Texto inequação quociente 12

Solução para $f(x).g(x) \leq 0$

Raiz de f(x) igual a raiz g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 185
n	k	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$n \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 186
n	k	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$n \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 187
n	k	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$n \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Produto	$f(x).g(x) \le 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 188
n	k	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$n \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

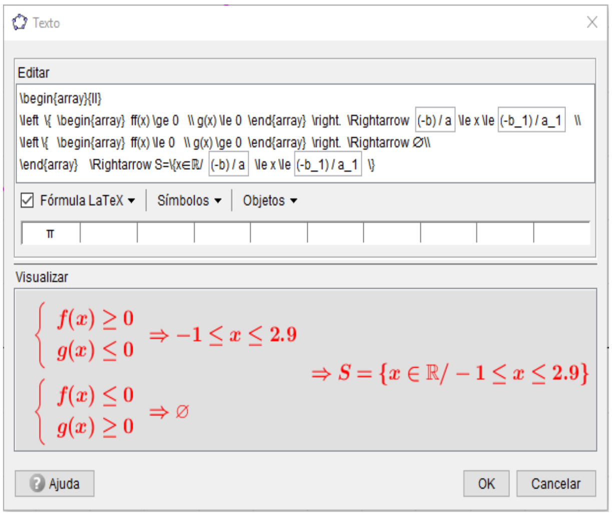

Figura 177: Texto inequação produto 13

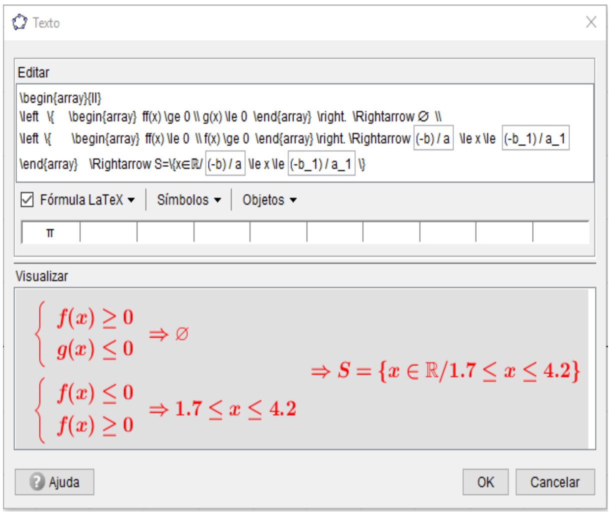

Figura 178: Texto inequação produto 14

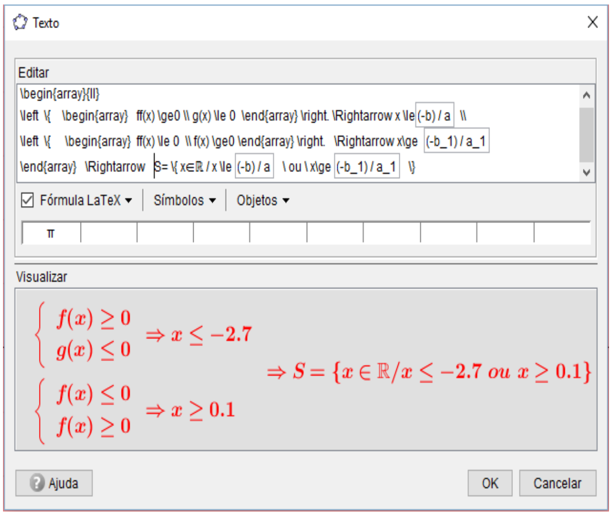

Figura 179: Texto inequação produto 15

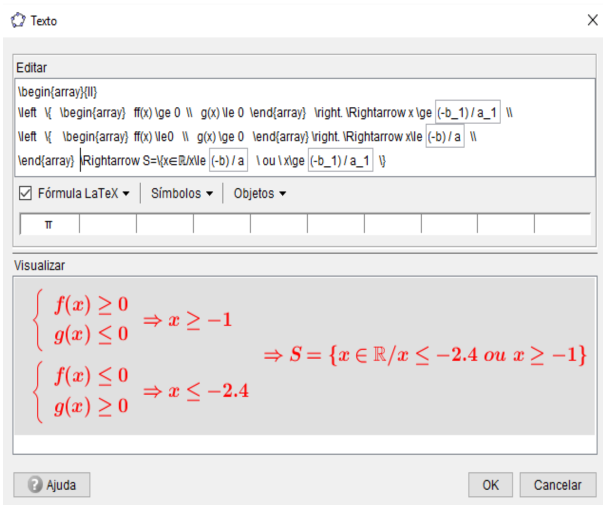

Figura 180: Texto inequação produto 16

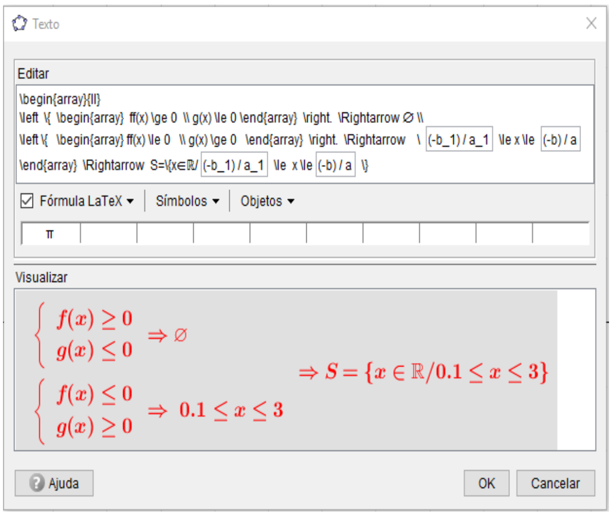

Figura 181: Texto inequação produto 17

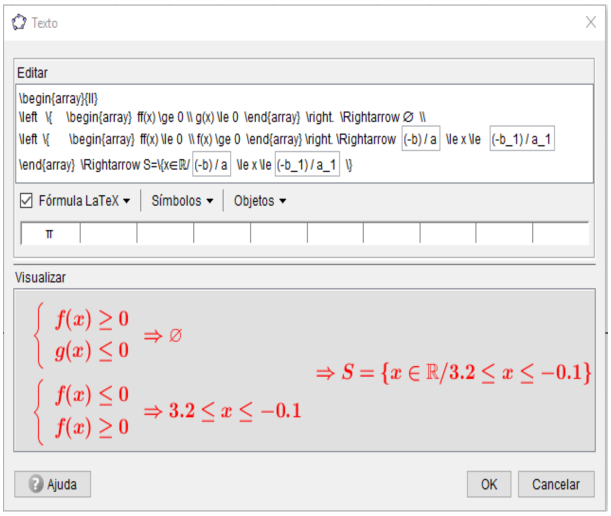

Figura 182: Texto inequação produto 18

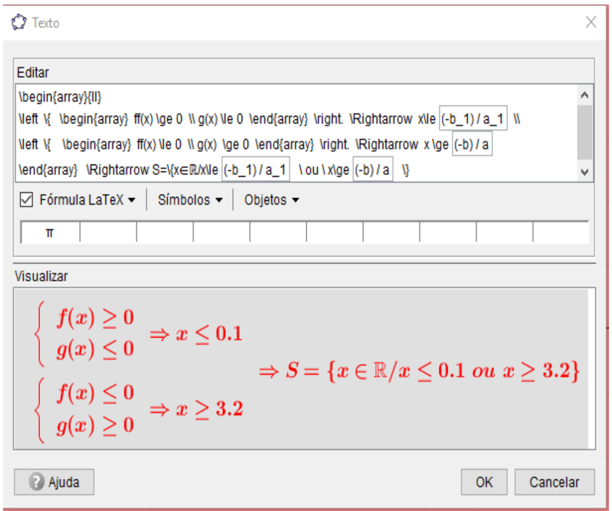

Figura 183: Texto inequação produto 19

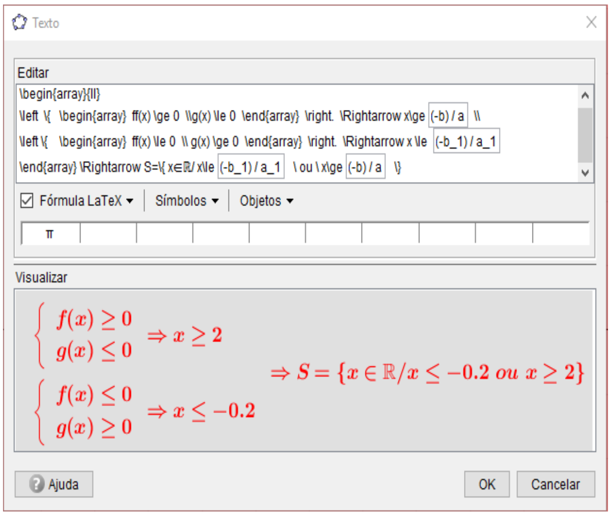

Figura 184: Texto inequação produto 20

Solução para $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$

Raiz de f(x) menor que raiz g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 189
o	k	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 190
o	k	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

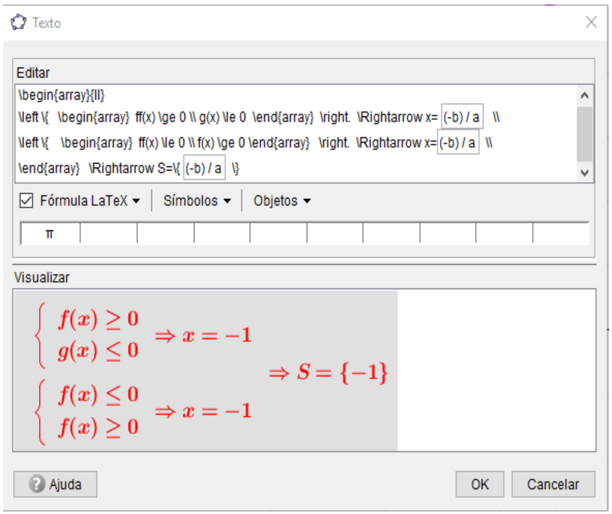

Figura 185: Texto inequação produto 21

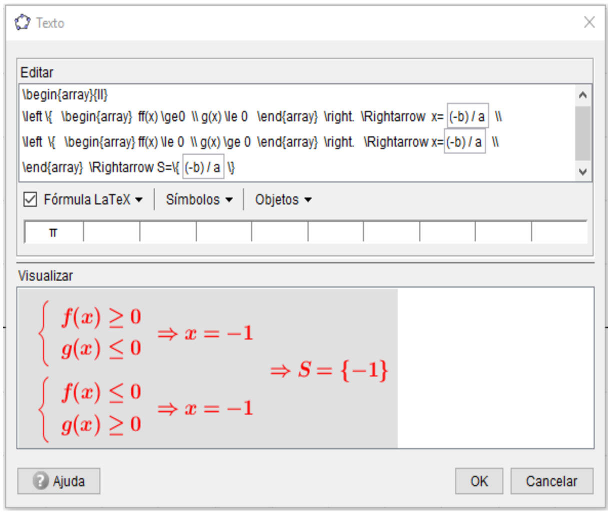

Figura 186: Texto inequação produto 22

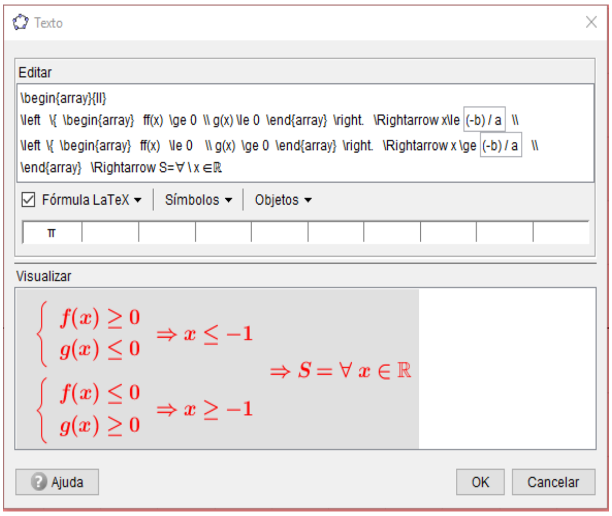

Figura 187: Texto inequação produto 23

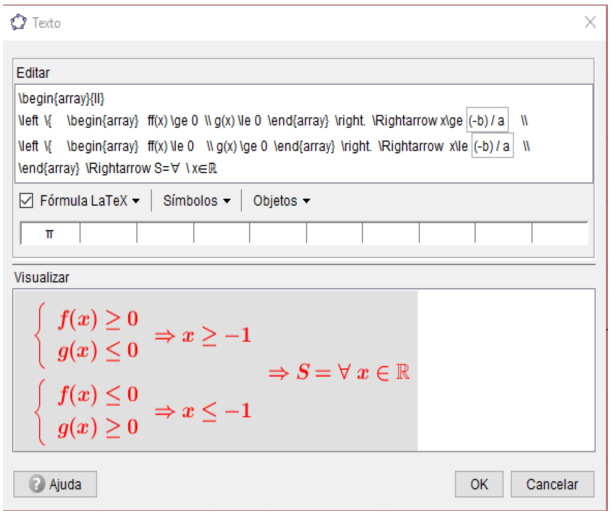

Figura 188: Texto inequação produto 24

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 191
o	k	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 192
o	k	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} < -\frac{b_1}{a_1}$

Solução para $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$

Raiz de f(x) maior que raiz g(x) , adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 193
o	k	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 194
o	k	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 195
o	k	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 196
o	k	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} > -\frac{b_1}{a_1}$

Solução para $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$

Raiz de f(x) igual a raiz g(x), adicione na condição $\wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) crescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 197
o	k	$a > 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 198
o	k	$a < 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) decrescente e g(x) crescente	Solução	Condição para texto 199
o	k	$a < 0 \wedge a_1 > 0$	u	$o \wedge k \wedge a < 0 \wedge a_1 > 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

Inequação Quociente	$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$	f(x) crescente e g(x) decrescente	Solução	Condição para texto 200
o	k	$a > 0 \wedge a_1 < 0$	u	$o \wedge k \wedge a > 0 \wedge a_1 < 0 \wedge u \wedge -\frac{b}{a} = -\frac{b_1}{a_1}$

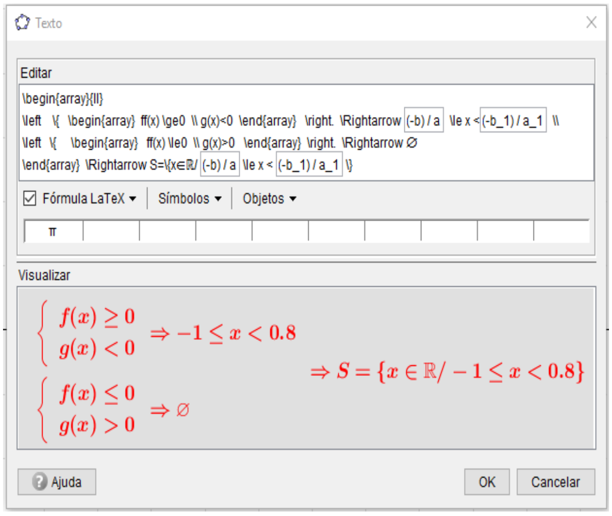

Figura 189: Texto inequação quociente 13

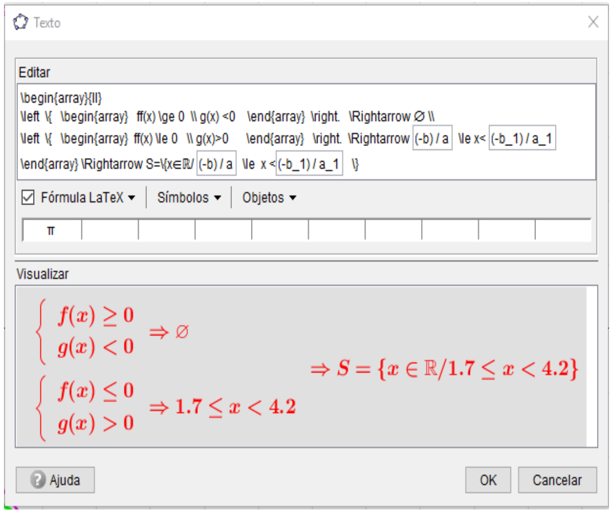

Figura 190: Texto inequação quociente 14

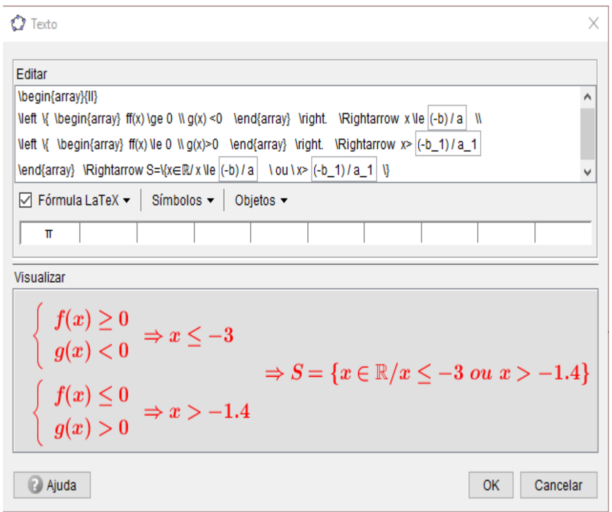

Figura 191: Texto inequação quociente 15

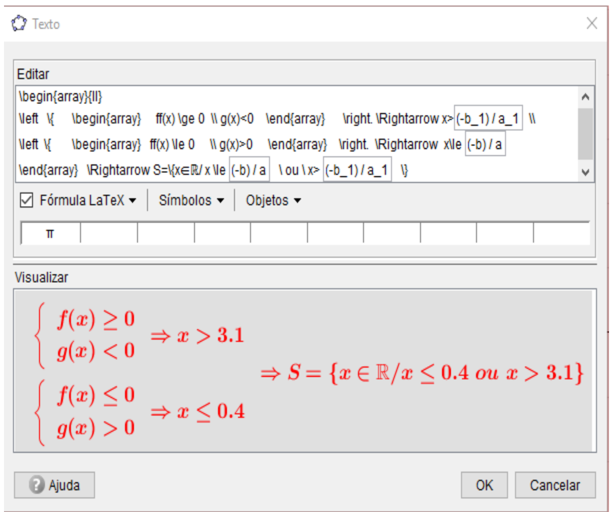

Figura 192: Texto inequação quociente 16

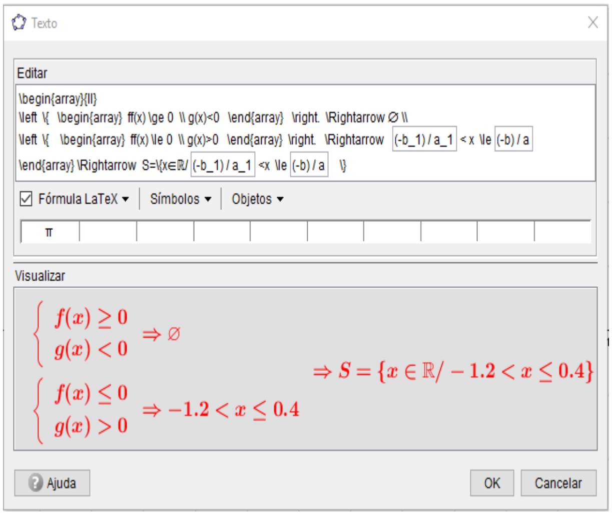

Figura 193: Texto inequação quociente 17

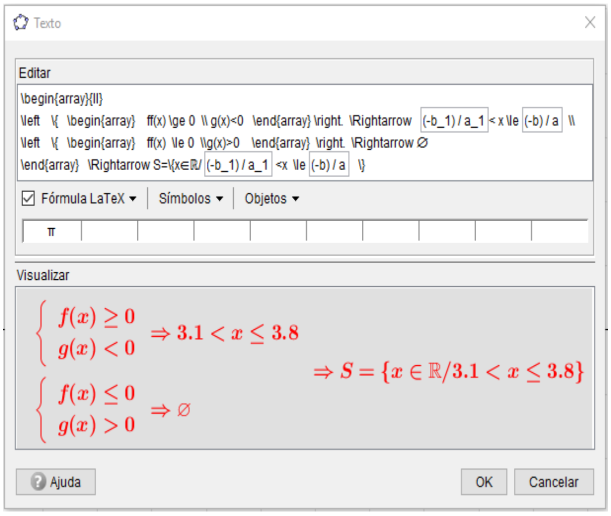

Figura 194: Texto inequação quociente 18

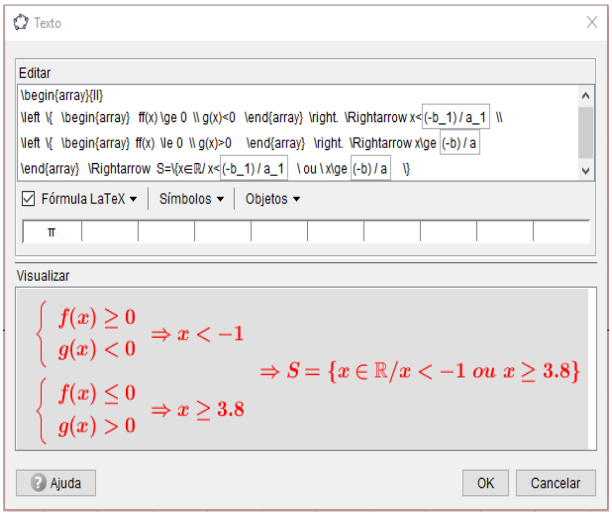

Figura 195: Texto inequação quociente 19

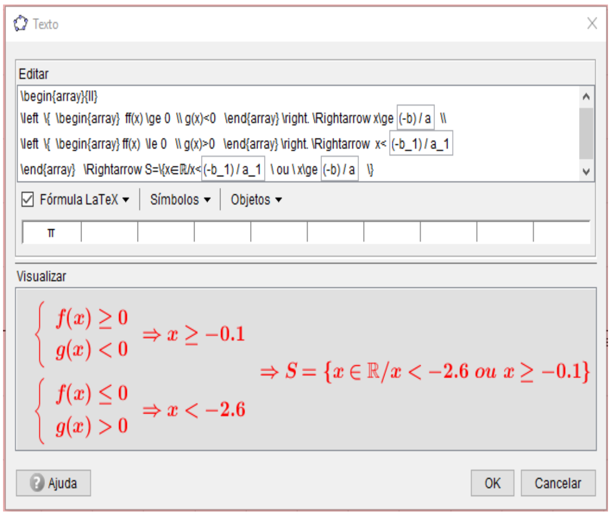

Figura 196: Texto inequação quociente 20

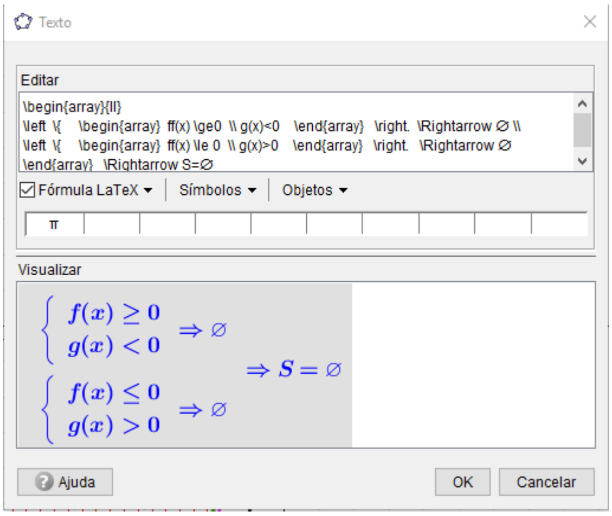

Figura 197: Texto inequação quociente 21

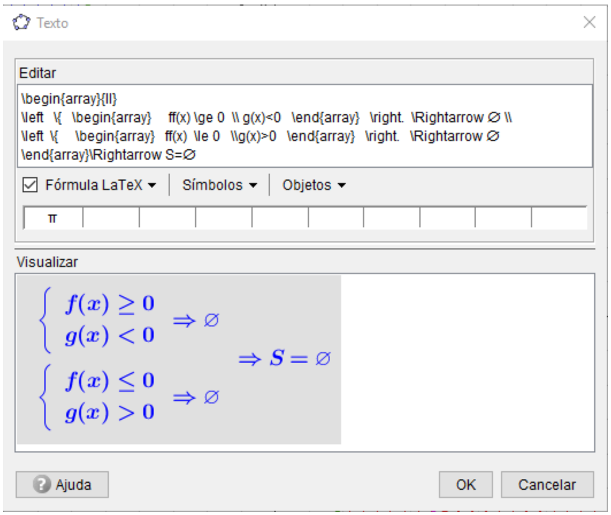

Figura 198: Texto inequação quociente 22

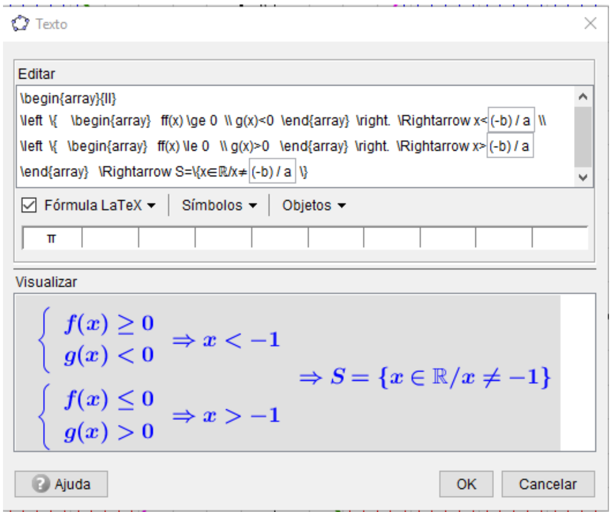

Figura 199: Texto inequação quociente 23

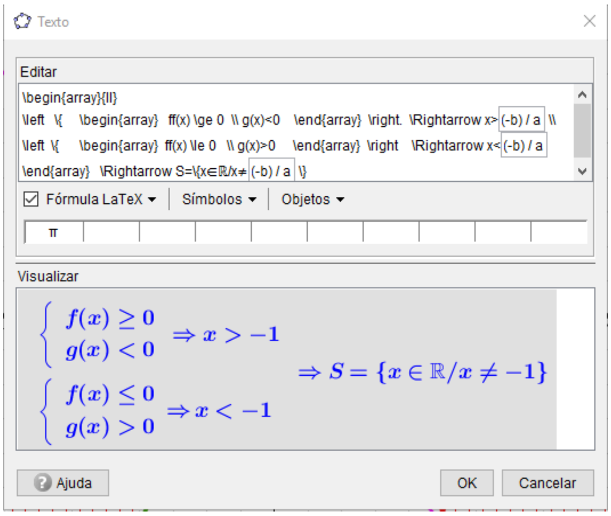

Figura 200: Texto inequação quociente 24

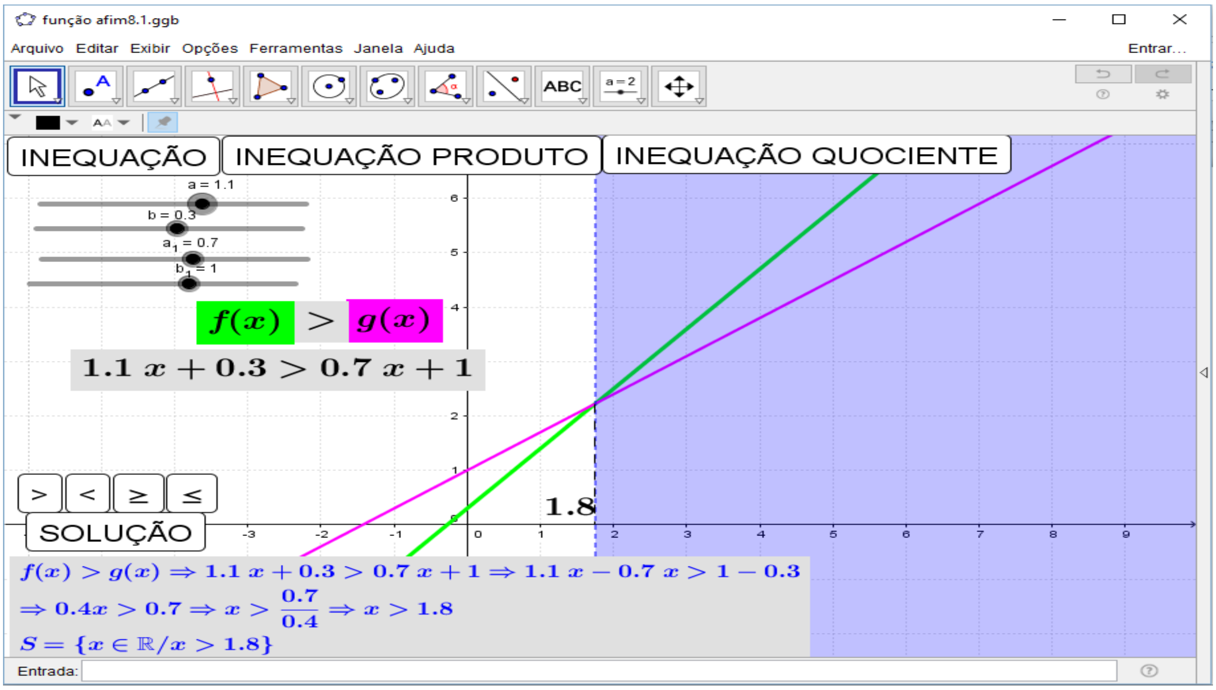

Figura 201: Botão solução

Rodar este exemplo final de inequações com botões.

6 CRIANDO UM JOGO

A criação do jogo foi inspirada no vídeo [15].

A ideia é criar um jogo do tipo quiz com o gráfico das funções. O botão COMEÇAR inicia o contador de erros e acertos e o botão GRÁFICOS gera o gráfico de funções aleatoriamente com as opções, ao apertar um dos botões opções de acordo com o texto a sua direita será computado acerto ou erro e será exibida a opção correta.

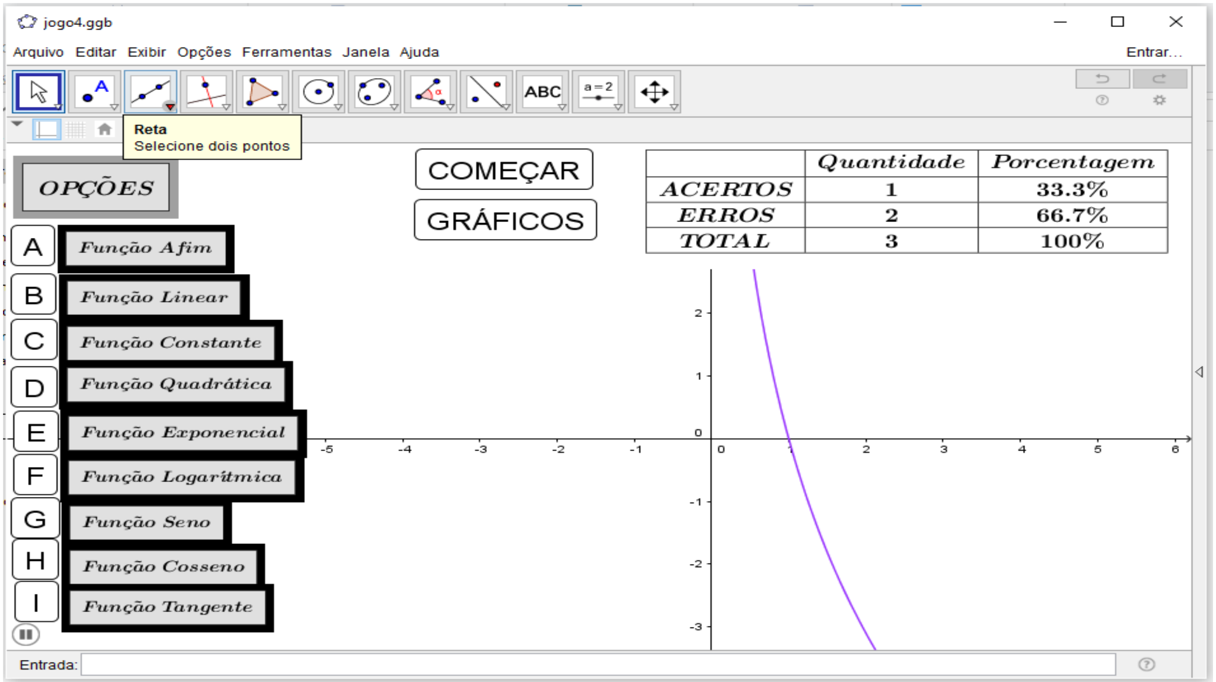

Figura 202: Quiz de gráficos

A programação dos botões utilizada no jogo só leva em consideração ao clicar, portanto não será usada a programação ao atualizar.

6.1 CRIANDO OS BOTÕES

Vamos criar os valores booleanos que estarão associados aos botões a sua esquerda, conforme a figura 203.

Criamos os botões abaixo. Esses botões serão considerados botões opções

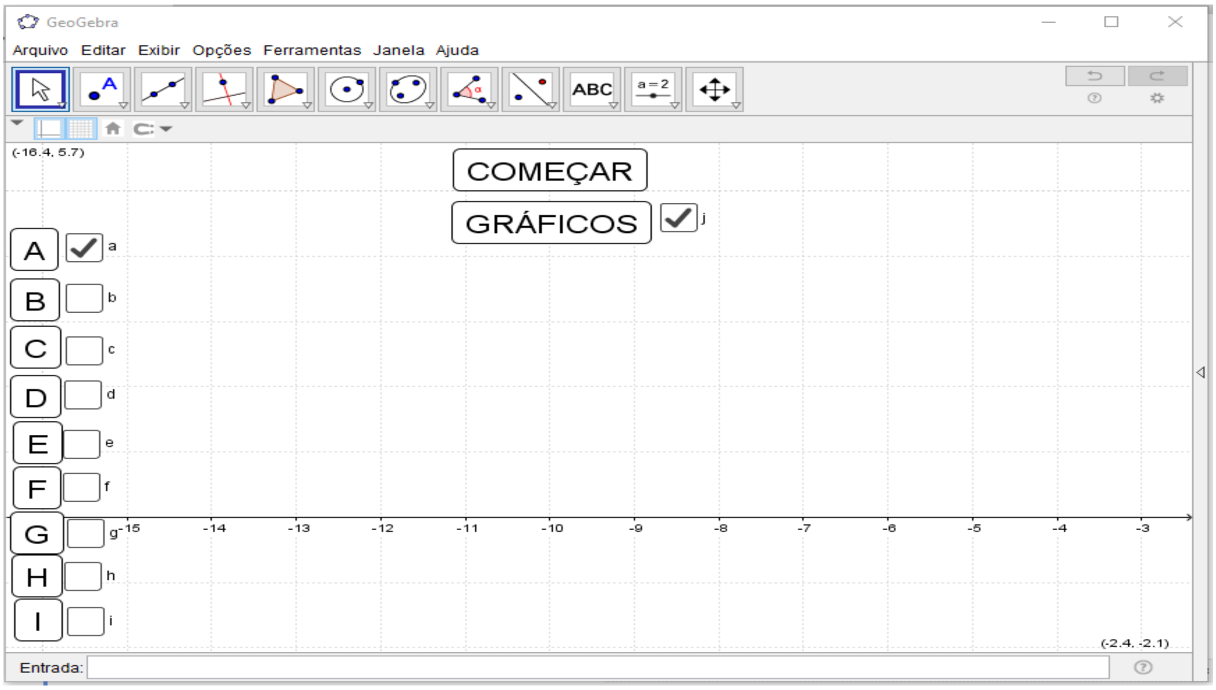

Figura 203: Botões do jogo

Botão	bt1	bt2	bt3	bt4	bt5	bt6	bt7	bt8	bt9
Legenda	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	a=true	a=false	a=false	a=false	a=false	a=false	a=false	a=false	a=false
	b=false	b=true	b=false	b=false	b=false	b=false	b=false	b=false	b=false
	c=false	c=false	c=true	c=false	c=false	c=false	c=false	c=false	c=false
	d=false	d=false	d=false	d=true	d=false	d=false	d=false	d=false	d=false
	e=false	e=false	e=false	e=false	e=true	e=false	e=false	e=false	e=false
	f=false	f=false	f=false	f=false	f=false	f=true	f=false	f=false	f=false
	g=false	g=false	g=false	g=false	g=false	g=false	g=true	g=false	g=false
	h=false	h=false	h=false	h=false	h=false	h=false	h=false	h=true	h=false
	i=false	i=false	i=false	i=false	i=false	i=false	i=false	i=false	i=true

Com essa programação garantimos que ao clicar em um botão opção ele torna os valores booleano dos outros botões opção falso.

Criamos também os botões abaixo.

Botão	bt10	bt11
Legenda	COMEÇAR	GRÁFICOS
		j=true

6.2 CRIANDO OS TEXTOS

Criamos os textos abaixo em camada 2.

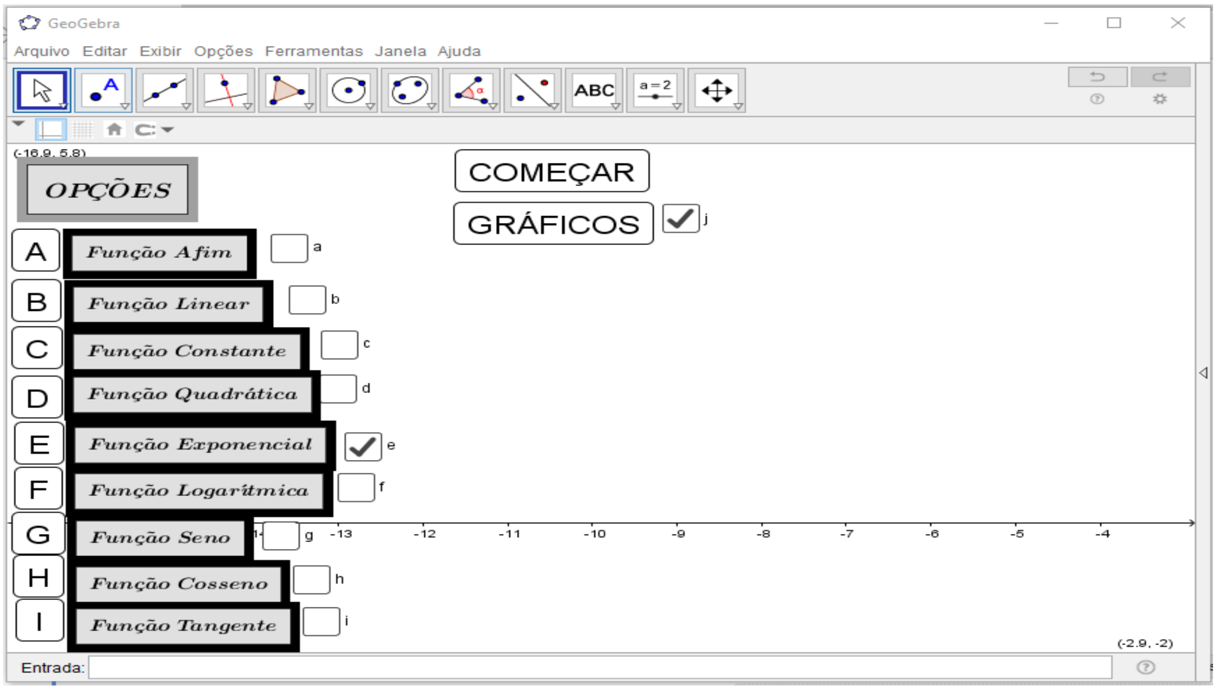

Figura 204: Textos do jogo

Vamos colocar os textos e os botões opções com a condição para exibir j, o objetivo é que ao clicar no botão gráfico exiba-os.

Agora vamos adicionar, nos botões opções e COMEÇAR, na linha de programação j=false. Com isso desaparecem os botões opções e os textos ao clicar nos botões opções ou em COMEÇAR.

6.3 CRIANDO AS FUNÇÕES

Vamos criar números aleatórios que estarão veiculados a exibição de cada tipo de função. Um problema seria o usuário ficar clicando varias vezes o botão GRÁFICOS até achar um gráfico conveniente.

Para evitarmos isso vamos criar dois valores booleanos k e l. Nos botões opções acrescentamos na linha de programação k=true.

No botão GRÁFICOS adicionamos na linha de programação l=!k e a linha abaixo m=NúmeroAleatório[1,9,l] e k=false.

Vamos criar os controles deslizantes com a opção aleatório selecionado e que funcionarão como coeficientes das funções. No intervalo você pode especificar até aonde você quer a exibição da sua função.

Controle deslizante	Intervalo	Incremento
n	-4 até 4	0,1
o	0,1 até 4	0,1
p	-4 até 4	0,1
r	-4 até 4	0,1
v	1.1 até 4	0,1

Função	Cria a função	Explicação	Condição para exibir
Afim	q(x)=Se[n≠0,nx+p,ox+p]	Caso n≠0 teremos q(x)=nx+p e caso n=0 será q(x)=ox+p	m=1
Linar	s(x)=Se[n≠0,nx,ox]	Caso n≠0 teremos s(x)=nx e caso n=0 será s(x)=ox	m=2
Constante	t(x)=n		m=3
Quadrática	$u(x) = Se[n \neq 0, nx^2 + px + r, ox^2 + px + r]$	Caso n≠0 teremos $u(x) = nx^2 + px + r$ e caso $n = 0$ teremos $u(x) = ox^2 + px + r$	m=4
Exponencial	$f_1(x) = Se[o \neq 1, o^x + p, v^x + p]$	Caso o≠1 teremos $f_1(x) =, o^x + p$ e caso o=1 será $f_1(x) =, v^x + p$	m=5
Logaritmica	$g_1(x) = Se[o \neq 1, log(o, x), log(v, x)]$	Caso o≠1 teremos $g_1(x) = log_o x$ e caso o=1 será $g_1(x) = log_v x$	m=6
Seno	$h_1 = Se[n \neq 0, nsenx + p, osenx + p]$	Caso n≠0 teremos $h_1(x) = nsenx + p$ e caso n=0 será $h_1(x) = osenx + p$	m=7
Cosseno	$p_1 = Se[n \neq 0, ncosx + p, ocosx + p]$	Caso n≠0 teremos $p_1(x) = ncosx + p$ e caso n=0 será $p_1(x) = ocosx + p$	m=8
Tangente	$q_1 = Se[n \neq 0, ntgx + p, otgx + p]$	Caso n≠0 teremos $q_1(x) = ntgx + p$ e caso $n = 0$ será $h_1(x) = otgx + p$	m=9

Vamos exibir o texto correto depois de ter clicado o botão opção.

Texto	Acrescente na condição para exibir	Condição para exibir
Função afim	$\vee m = 1 \vee m = 2$	$j \vee m = 1 \vee m = 2$
Função linear	$\vee m = 2$	$j \vee m = 2$
Função constante	$\vee m = 3$	$j \vee m = 3$
Função quadrática	$\vee m = 4$	$j \vee m = 4$
Função exponencial	$\vee m = 5$	$j \vee m = 5$
Função logaritmica	$\vee m = 6$	$j \vee m = 6$
Função seno	$\vee m = 7 \vee m = 8$	$j \vee m = 7 \vee m = 8$
Função cosseno	$\vee m = 7 \vee m = 8$	$j \vee m = 8 \vee m = 7$
Função tangente	$\vee m = 9$	$j \vee m = 9$

Quando o botão COMEÇAR é clicado, ele apaga os textos, os botões opções e os gráficos. Para isso inseri na programação do botão COMEÇAR m=0 e na condição para exibir os textos $\wedge m \neq 0$.

Texto	Acrescente na condição para exibir	Condição para exibir
Função afim	$\wedge m \neq 0$	$(j \vee m = 1 \vee m = 2) \wedge m \neq 0$
Função linear	$\wedge m \neq 0$	$(j \vee m = 2) \wedge m \neq 0$
Função constante	$\wedge m \neq 0$	$(j \vee m = 3) \wedge m \neq 0$
Função quadrática	$\wedge m \neq 0$	$(j \vee m = 4) \wedge m \neq 0$
Função exponencial	$\wedge m \neq 0$	$(j \vee m = 5) \wedge m \neq 0$
Função logaritmica	$\wedge m \neq 0$	$(j \vee m = 6) \wedge m \neq 0$
Função seno	$\wedge m \neq 0$	$(j \vee m = 7 \vee m = 8) \wedge m \neq 0$
Função cosseno	$\wedge m \neq 0$	$(j \vee m = 8 \vee m = 7) \wedge m \neq 0$
Função tangente	$\wedge m \neq 0$	$(j \vee m = 9) \wedge m \neq 0$

Observe que até aqui nos coeficientes das funções só ocorre mudanças ao clicar no botão COMEÇAR. Vamos inserir essas mudanças também toda vez que clica no botão

GRÁFICOS, portanto inseri na **primeira linha** de programação $m = 0$.

6.4 CRIANDO O CONTADOR DE ACERTOS E ERROS

A questão e de contarmos, acertos ou erros, ao clicar nos botões opções. P_1 é considerado o número de acertos e P_2 o número de erros.

O botão COMEÇAR inicia a contagem do número de acertos e erros, portanto adicionamos na linha de programação do botão COMEÇAR $P_1 = 0$ e também $P_2 = 0$.

Botão	Acrescenta na programação do botão	Explicação
A	$P_1 = Se[m == 1 \vert\vert m == 2 \&\& a, P_1 + 1, P_1]$	Acrescenta um ponto caso exiba função afim ou linear, caso contrario mantem a pontuação
A	$P_2 = Se[!m == 1 \vert\vert m == 2 \&\& a, P_2 + 1, P_2]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função afim ou linear, caso contrario mantem a pontuação
B	$P_1 = Se[m == 2 \&\& b, P_1 + 1, P_1]$	Acrescenta um ponto caso exiba função linear, caso contrario mantem a pontuação
B	$P_2 = Se[!(m == 2) \&\& b, P_2 + 1, P_2]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função linear, caso contrario mantem a pontuação
C	$P_1 = Se[m == 3 \&\& c, P_1 + 1, P_1]$	Acrescenta um ponto caso exiba função constante, caso contrario mantem a pontuação
C	$P_2 = Se[!(m == 3) \&\& c, P_2 + 1, P_2]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função constante, caso contrario mantem a pontuação
D	$P_1 = Se[m == 4 \&\& d, P_1 + 1, P_1]$	Acrescenta um ponto caso exiba função quadrática, caso contrario mantem a pontuação
D	$P_2 = Se[!(m == 4) \&\& d, P_2 + 1, P_2]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função quadrática, caso contrario mantem a pontuação

Botão	Acrescenta na programação do botão	Explicação
E	$P_1 = Se[m == 5 \&\& e, P_1 + 1, P_1]$	Acrescenta um ponto caso exiba função exponencial, caso contrario mantem a pontuação
E	$P_2 = Se[!(m == 5) \&\& e, P_2 + 1, P_2]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função exponencial, caso contrario mantem a pontuação
F	$P_1 = Se[m == 6 \&\& f, P_1 + 1, P_1]$	Acrescenta um ponto caso exiba função logaritmica, caso contrario mantem a pontuação
F	$P_2 = Se[!(m == 6) \&\& f, P_2 + 1, P_2]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função logaritmica, caso contrario mantem a pontuação
G	$P_1 = Se[m == 7 \vert\vert m == 8 \&\& g, P_1 + 1, P_1]$	Acrescenta um ponto caso exiba função seno ou cosseno, caso contrario mantem a pontuação
G	$P_2 = Se[!(m == 7 \vert\vert m == 8) \&\& g, P_2 + 1, P_2]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função seno ou cosseno, caso contrario mantem a pontuação
H	$P_1 = Se[m == 7 \vert\vert m == 8 \&\& h, P_1 + 1, P_1]$	Acrescenta um ponto caso exiba função cosseno ou seno, caso contrario mantem a pontuação
H	$P_2 = Se[!(m == 7 \vert\vert m == 8) \&\& h, P_2 + 1, P_2]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função cosseno ou seno, caso contrario mantem a pontuação
I	$P_1 = Se[m == 9 \&\& i, P_1 + 1, P_1]$	Acrescenta um ponto caso exiba função tangente, caso contrario mantem a pontuação
I	$P_2 = Se[!(m == 9) \&\& i, P_2 + 1, P_2]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função tangente, caso contrario mantem a pontuação

Vamos inserir a tabela abaixo que serve para mostrar a contagem de erros e acertos.

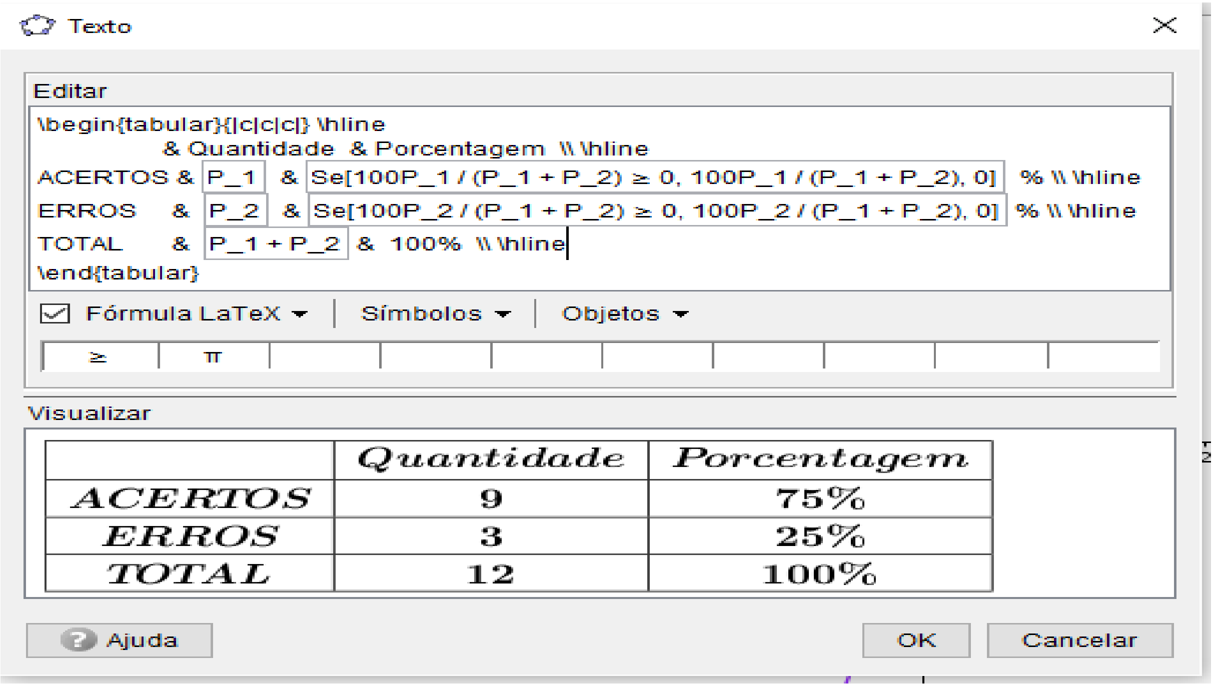

Figura 205: Acertos e Erros

6.5 TEXTO CONFIRMANDO O ERRO OU ACERTO

A ideia é criar um texto parabenizando ou indicando que errou.

Cria o texto PARABÉNS VOCÊ ACERTOU!. Também cria o texto ERROU TENTE NOVAMENTE.

6.5.1 Condição para exibir

- Texto PARABÉNS VOCÊ ACERTOU!

O texto será exibido toda vez que a pontuação de acertos aumentar.

Acerto do A	Acerto do B	Acerto do C	Acerto do D	Acerto do E	Acerto do F	Acerto do G	Acerto do H	Acerto do I
$(m=1 \vee m=2) \wedge a$	$m=2 \wedge b$	$m=3 \wedge c$	$m=4 \wedge d$	$m=5 \wedge e$	$m=6 \wedge f$	$(m=7 \vee m=8) \wedge g$	$(m=7 \vee m=8) \wedge h$	$m=9 \wedge i$
$((m=1 \vee m=2) \wedge a) \vee (m=2 \wedge b) \vee (m=3 \wedge c) \vee (m=4 \wedge d) \vee (m=5 \wedge e) \vee (m=6 \wedge f) \vee ((m=7 \vee m=8) \wedge g) \vee ((m=7 \vee m=8) \wedge h) \vee (m=9 \wedge i)$								

Observe que existe um problema: exibido o texto PARABÉNS VOCÊ ACERTOU!, caso clique no botão GRÁFICOS e ocorra o mesmo tipo de gráfico o texto continua na tela.

Portanto acrescente na condição $\wedge(\neg j)$, logo a condição para exibir o texto será:

$$((m=1 \vee m=2) \wedge a) \vee (m=2 \wedge b) \vee (m=3 \wedge c) \vee (m=4 \wedge d) \vee (m=5 \wedge e) \vee (m=6 \wedge f) \vee ((m=7 \vee m=8) \wedge g) \vee ((m=7 \vee m=8) \wedge h) \vee (m=9 \wedge i) \wedge (\neg j)$$

- Texto ERROU TENTE NOVAMENTE

O texto será exibido toda vez que não satisfaz a condição de acerto.

$$(\neg((m=1 \vee m=2) \wedge a) \vee (m=2 \wedge b) \vee (m=3 \wedge c) \vee (m=4 \wedge d) \vee (m=5 \wedge e) \vee (m=6 \wedge f) \vee ((m=7 \vee m=8) \wedge g) \vee ((m=7 \vee m=8) \wedge h)) \vee (m=9 \wedge i)) \wedge (\neg j)$$

Observe que existe um problema: exibido o texto ERROU TENTE NOVAMENTE e caso você clique no botão COMEÇAR o texto continua na tela, então acrescente nessa condição $\wedge(m \neq 0)$. A condição para exibir o texto será conforme esta escrito abaixo

$$(\neg((m=1 \vee m=2) \wedge a) \vee (m=2 \wedge b) \vee (m=3 \wedge c) \vee (m=4 \wedge d) \vee (m=5 \wedge e) \vee (m=6 \wedge f) \vee (m=7 \wedge g) \vee (m=8 \wedge h)) \vee (m=9 \wedge i)) \wedge (\neg j) \wedge (m \neq 0)$$

6.5.2 Animacão do texto

A ideia e fazer uma animação com os textos 6.5, tanto na posição, rotação, tamanho e cor.

Essas animações ocorrem em função da animação do ponto A.

Na linha de programação do botão COMEÇAR, adiciona w=true e na linha abaixo anima=IniciarAnimação[A,w].

Animação da posição do texto

Conforme foi visto na 4.3 e especificamente na figura 57, o texto movimentara de acordo com o ponto animado.

Como a trajetória do texto será circular, digite no campo de entrada $x^2 + y^2 = 4$.

Cria o ponto A sobre esse circulo.

Na posição dos textos 6.5, escreva ponto A+(-3,0). Aqui você pode definir o que achar melhor.

Não exiba o ponto e nem o circulo, com isso temos apenas os textos movimentando em circulo.

Animação da rotação do texto

Olha na 3.1.1.3, pegamos os textos 6.5. O ângulo do texto será 10 vezes a abscissa do ponto, nesse caso escrevemos o texto \ rotatebox{10x(A)}{texto} , sendo 10x(A) um texto dinâmico.

Animação do tamanho do texto

Veja no 3.1.1.1, pegamos os textos 6.5. Usaremos o comprimento do texto sendo 10 vezes o modulo da abscissa de A e a altura 2 vezes o modulo da abscissa de A. Escrevemos $\backslash resizebox\{10{*}abs(x(A))cm\}\{2{*}abs(x(A))cm\}\{texto\}$, onde $10{*}abs(x(A))$ e $2{*}abs(x(A))$ são textos dinámicos.

Animando a cor do texto

Veja no 3.1.1.4, pegamos os textos 6.5. Observe que cada cor em rgb fica entre 0 e 1, incluindo-os.

O texto PARABENS VOCÊ ACERTOU!, terá a cor vermelho 0, verde corresponde a metade do modulo da ordenada de A e azul corresponde a metade do modulo da abscissa de A. Escreva $\backslash definecolor\{variacor\}\{rgb\}\{0, abs(y(A)) \setminus 2, abs(x(A)) \setminus 2\} \setminus textcolor\{variacor\}\{PARABENS \setminus VOCE \setminus ACERTOU!\}$. Onde $abs(y(A)) \setminus 2$ e $abs(x(A)) \setminus 2$ são textos dinamicos.

O texto ERROU TENTE NOVAMENTE!, terá a cor vermelho metade do modulo da abscissa de A , verde sendo 0 e azul corresponde a um quarto do modulo da ordenada de A. Escreva $\backslash definecolor\{novacor\}\{rgb\}\{abs(x(A)) \setminus 2, 0, abs(y(A)) \setminus 4\} \setminus textcolor\{novacor\}$ $\{ERROU \setminus TENTE \setminus NOVAMENTE!\}$. Onde $abs(x(A)) \setminus 2$ e $abs(y(A)) \setminus 4$ são textos dinamicos.

Juntando as animações

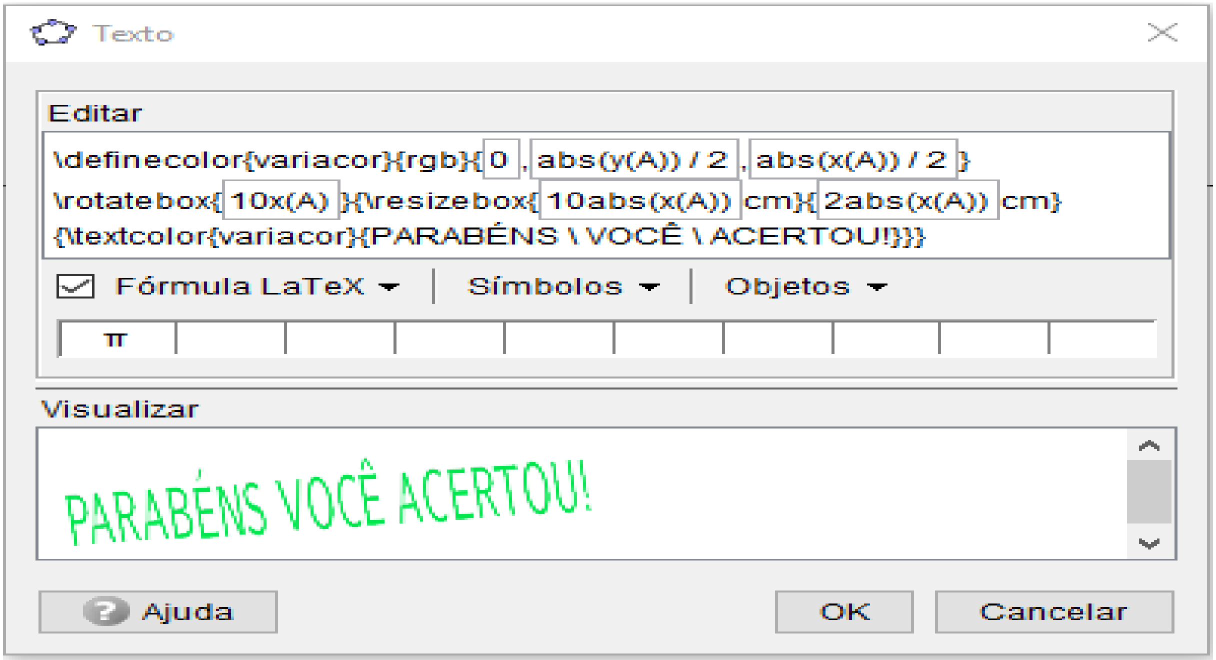

Figura 206: texto PARABENS VOCÊ ACERTOU!

Rodar o jogo.

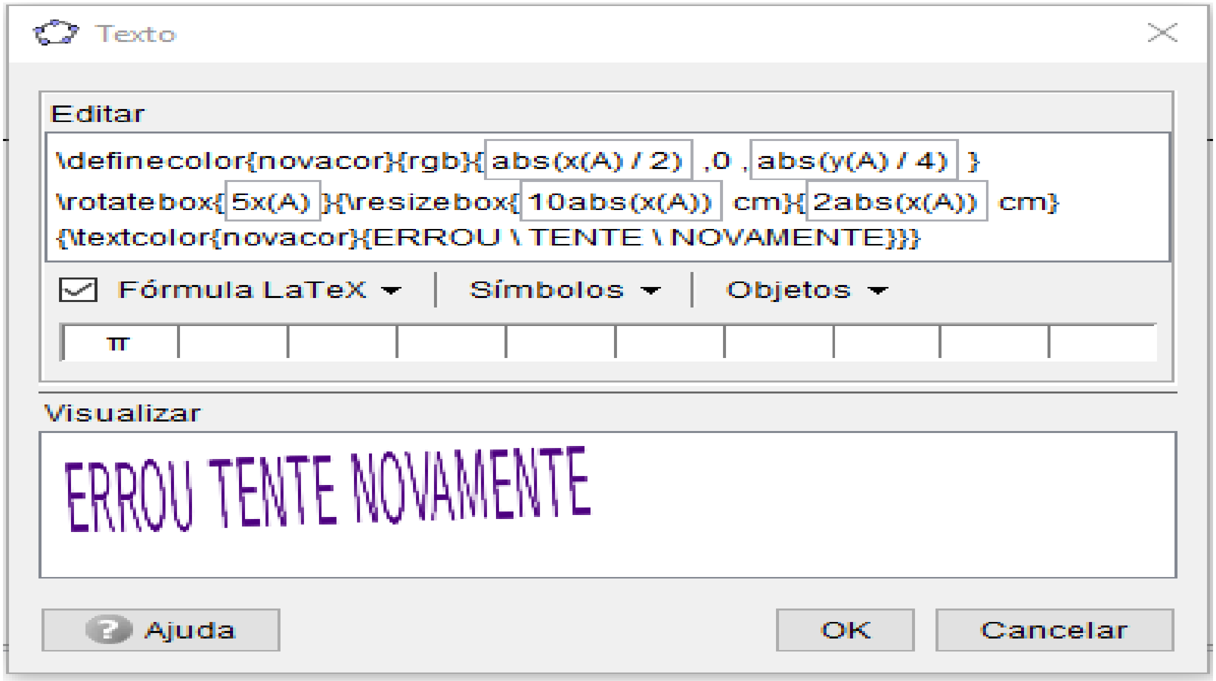

Figura 207: texto ERROU TENTE NOVAMENTE

6.6 ADICIONANDO O BOTÃO RELATÓRIO

Esse botão funciona como um diagnostico do desempenho do aluno em relação aos gráficos das funções. Vejamos um exemplo: exibe uma parabola e o aluno clica em função afim, poderiamos considerar erro na função quadrática ou erro da função afim, será considerado o erro da opção clicada, no caso função afim.

Adiciona na programação do botão COMEÇAR	Explicação
$n_1 = 0$	Inicia a quantidade de acertos da função afim em 0
$n_2 = 0$	Inicia a quantidade de acertos da função linear em 0
$n_3 = 0$	Inicia a quantidade de acertos da função constante em 0
$n_4 = 0$	Inicia a quantidade de acertos da função quadrática em 0
$n_5 = 0$	Inicia a quantidade de acertos da função exponencial em 0
$n_6 = 0$	Inicia a quantidade de acertos da função logaritmica em 0
$n_7 = 0$	Inicia a quantidade de acertos da função seno em 0
$n_8 = 0$	Inicia a quantidade de acertos da função cosseno em 0
$n_9 = 0$	Inicia a quantidade de acertos da função tangente em 0

Adiciona na programação do botão COMEÇAR	Explicação
$m_1 = 0$	Inicia a quantidade de erros da função afim em 0
$m_2 = 0$	Inicia a quantidade de erros da função linear em 0
$m_3 = 0$	Inicia a quantidade de erros da função constante em 0
$m_4 = 0$	Inicia a quantidade de erros da função quadrática em 0
$m_5 = 0$	Inicia a quantidade de erros da função exponencial em 0
$m_6 = 0$	Inicia a quantidade de erros da função logaritmica em 0
$m_7 = 0$	Inicia a quantidade de erros da função seno em 0
$m_8 = 0$	Inicia a quantidade de erros da função cosseno em 0
$m_9 = 0$	Inicia a quantidade de erros da função tangente em 0

Botão	Acrescenta na programação do botão	Explicação
A	$n_1 = Se[m == 1 \vert\vert m == 2 \&\& a, n_1 + 1, n_1]$	Acrescenta um ponto caso exiba função afim ou linear, caso contrario mantem a pontuação
A	$m_1 = Se[!(m == 1 \vert\vert m == 2) \&\& a, m_1 + 1, m_1]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função afim ou linear, caso contrario mantem a pontuação
B	$n_2 = Se[m == 2 \&\& b, n_2 + 1, n_2]$	Acrescenta um ponto caso exiba função linear, caso contrario mantem a pontuação
B	$m_2 = Se[!(m == 2) \&\& b, m_2 + 1, m_2]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função linear, caso contrario mantem a pontuação
C	$n_3 = Se[m == 3 \&\& c, n_3 + 1, n_3]$	Acrescenta um ponto caso exiba função constante, caso contrario mantem a pontuação
C	$m_3 = Se[!(m == 3) \&\& c, m_3 + 1, m_3]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função constante, caso contrario mantem a pontuação
D	$n_4 = Se[m == 4 \&\& d, n_4 + 1, n_4]$	Acrescenta um ponto caso exiba função quadrática, caso contrario mantem a pontuação
D	$m_4 = Se[!(m == 4) \&\& d, m_4 + 1, m_4]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função quadrática, caso contrario mantem a pontuação

Botão	Acrescenta na programação do botão	Explicação
E	$n_5 = Se[m == 5\&\&e, n_5 + 1, n_5]$	Acrescenta um ponto caso exiba função exponencial, caso contrario mantem a pontuação
E	$m_5 = Se[!(m == 5)\&\&e, m_5 + 1, m_5]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função exponencial, caso contrario mantem a pontuação
F	$n_6 = Se[m == 6\&\&f, n_6 + 1, n_6]$	Acrescenta um ponto caso exiba função logaritmica, caso contrario mantem a pontuação
F	$m_6 = Se[!(m == 6)\&\&f, m_6 + 1, m_6]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função logaritmica, caso contrario mantem a pontuação
G	$n_7 = Se[m == 7\|\|m == 8\&\&g, n_7 + 1, n_7]$	Acrescenta um ponto caso exiba função seno ou cosseno, caso contrario mantem a pontuação
G	$m_7 = Se[!(m == 7\|\|m == 8)\&\&g, m_7 + 1, m_7]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função seno ou cosseno, caso contrario mantem a pontuação
H	$n_8 = Se[m == 7\|\|m == 8\&\&h, n_8 + 1, n_8]$	Acrescenta um ponto caso exiba função cosseno ou seno, caso contrario mantem a pontuação
H	$m_8 = Se[!(m == 7\|\|m == 8)\&\&h, m_8 + 1, m_8]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função cosseno ou seno, caso contrario mantem a pontuação
I	$n_9 = Se[m == 9\&\&i, n_9 + 1, n_9]$	Acrescenta um ponto caso exiba função tangente, caso contrario mantem a pontuação
I	$m_9 = Se[!(m == 9)\&\&i, m_9 + 1, m_9]$	Acrescenta um ponto caso não exiba função tangente, caso contrario mantem a pontuação

Cria o texto abaixo no qual é uma tabela mostrando os acertos e erros de cada função.

A proposta é que ao clicar no botão RELATORIO abre a tabela e ao clicar na tabela ela desaparece da tela.

Vamos criar o valor booleano a_1.

Cria o botão, RELATÓRIO e na programação avançado escreve $a_1 = true$.

Essa tabela tem a condição para exibir a_1 e na programação ao clicar escreva a_1=false.

Rodar o jogo com botão relatorio.

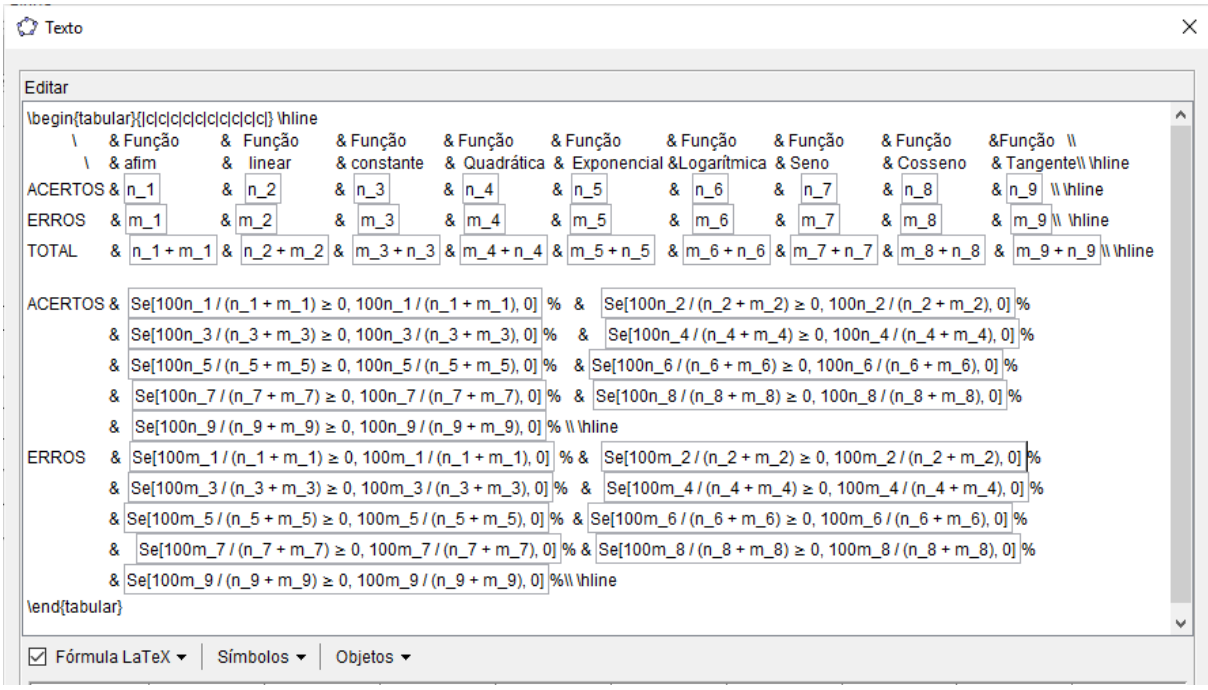

Figura 208: Tabela do relatório

6.7 TUTORIAL PARA JOGAR

1º-Clique no botão COMEÇAR.

2º-Clique no botão GRÁFICOS.

3º-Clique em uma das opções A,B,C,D,E,F,G,H e I.

4º-Clique no botão GRÁFICOS.

5º-Clique em uma das opções A,B,C,D,E,F,G,H e I.

Continue, indefinidamente, clicando no botão gráficos e após clique em uma das opções A,B,C,D,E,F,G,H e I.

A qualquer momento do jogo você pode clicar no botão relatório.

Uma opção interessante no final é salvar o jogo com o nome do aluno. Posteriormente o professor abre o arquivo com o nome do aluno e verifica os resultados pelo botão relatório.

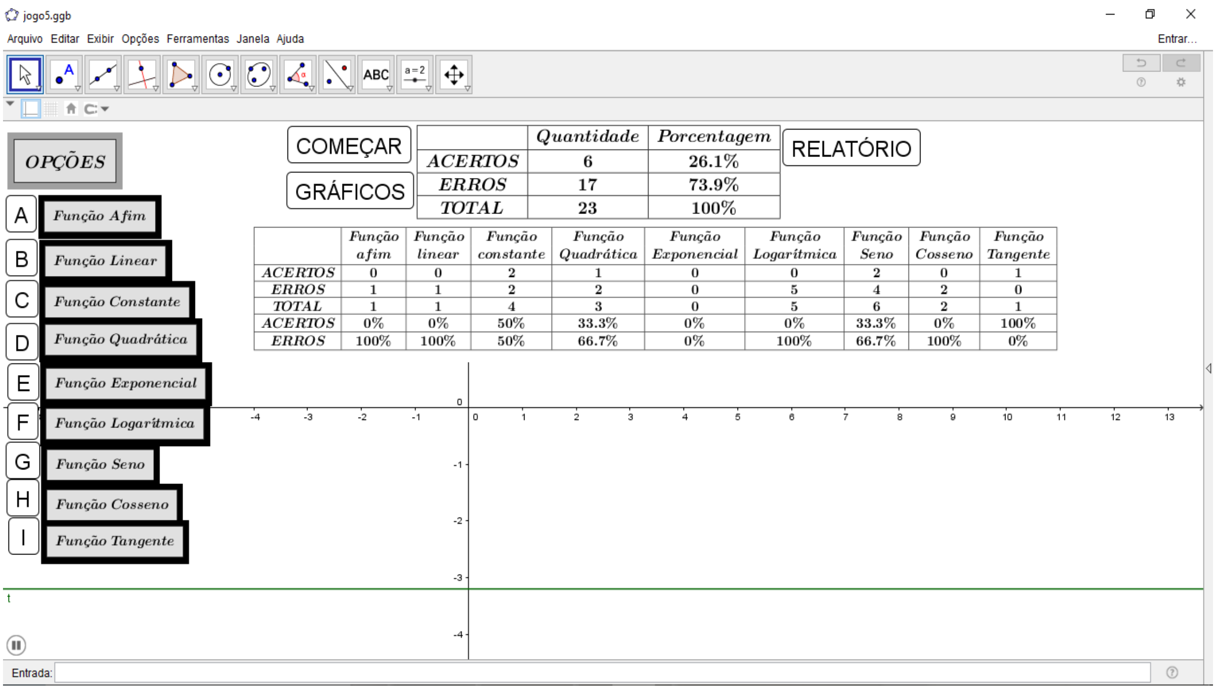

Figura 209: Resultado final

7 CONCLUSÃO

Seguindo os objetivos gerais do PROFMAT, esperamos que este trabalho contribua com a prática do ensino de matemática nas escolas do Ensino Básico, então seguindo estes objetivos fomos buscar informações na Base Nacional Comum Curricular - BNCC e lá diz que um dos objetivos de aprendizagem do componente curricular matemática no ensino médio em álgebra e funções, mas especificamente funções é reconhecer as funções e suas representações algébricas e gráficas, identificando variação (taxa, crescimento e decrescimento), pontos de interseção de seu gráfico com eixos coordenados e o sentido geométrico dos coeficientes da equação da reta. Diante deste exposto, propomos neste trabalho uma forma de contribuir para o ensino de funções usando uma combinações de ferramentas do software livre Geogebra. Estas ferramentas são os botões, textos dinâmicos e latex. Usamos estas ferramentas combinadas para que se tenha um resulto melhor do que elas fossem usadas isoladamente. Foram feitos vários programas para ensinar funções, por exemplo, combinamos todas as três ferramentas para o estudo de funções crescentes e decrescentes, sinais de funções, desigualdades de funções, raízes de funções, etc. Para finalizar gostaria de relatar que durante as programações me vi diante de querer algo que não estava ao meio alcance e cheguei achar que não iria conseguir, mas como sabia que se conseguisse o programa ficaria muito mais completo, então foi a fundo em cada comando até encontrar qual seria útil para completar meu objetivo. O Geogebra exige conhecimento dos seus comandos, porém para que se tenha uma boa programação devemos ter conhecimento do assunto de se quer resolver e criatividade. Me esforcei para ter um bom programa, contudo considero essas programações inacabadas pois sempre me pego pensando em acrescentar ou remover algo do que já fiz.

Referências

[1] Sociedade Brasileira de Matemática-SBM. **Regimento do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.** Rio de Janeiro, RJ, 2016. Disponível em: `http://www.profmat-sbm.org.br/funcionamento/regimento`

[2] Ministério da Educação-MEC. **Base Nacional Comum Curricular** Brasília, DF, 2015. Disponível em: `http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio`.

[3] SÁNCHEZ, Jesús-Nicasio García. **Dificuldades de aprendizagem e intervenção psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

[4] SILVA, José Augusto Florentino da. **Refletindo Sobre as Dificuldades de Aprendizagem na Matemática: Algumas Considerações**. TCC de graduação. Acesso em: 03 julho de 2016. Disponível em: `https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/JoseAugustoFlorentinodaSilva.pdf`

[5] OLIVEIRA, Suzana Maria do Amaral. **Superando as Dificuldades em Matemática com Inovações Pedagógicas no Ensino Fundamental I**. Monografia de graduação. 2014. Disponível em: `http://www.faculdadescearenses.edu.br/biblioteca/2014-07-23-00-33-36/graduacao/9-pedagogia/622`

[6] CAVALCANTE, Nahum Isaque dos Santos. **O Ensino de Matemática e o Software Geogebra: Discutindo Potencialidades Dessa Relação Como Recurso Para o Ensino de Funções**. VI EPBEM-Monteiro-PB. 2010. Disponível em: `http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/pacotes/RE-12419073.pdf`

[7] NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa et all. **GGBOOK: uma interface que integrará os ambientes de texto e gráfico no GeoGebra** 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra.ISSN 2237- 9657, pp.03-12, 2012.

[8] SILVA, Admilson Batista da. **Geometria Analítica Dinâmica**. Dissertação de Mestrado.Disponível em: `http://www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes?&pag=12`. Uberaba, 2015.

[9] ANDRADE, Lenimar Nunes de. **Breve Introdução ao** $\boldsymbol{LATEX2_\epsilon}$, Disponível em: `http://www.mat.ufpb.br/lenimar/historia/lenimar_tex.pdf`

[10] ALENCAR FILHO, Edgard de. **Iniciação à Lógica Matemática**. Editora Nobel, São Paulo, 2002.

[11] IEZZI, Gelson et al. **Matemática: Ciência e aplicações**. v. 3. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

[12] IEZZI, Gelson et al. **Fundamentos de Matematica elementar: Conjuntos e Funções**. v. 1. 3. ed. São Paulo: Atual, 1977.

[13] IEZZI, Gelson et al. **Fundamentos de Matematica elementar: Logaritmo**. v. 2. 3. ed. São Paulo: Atual, 1977.

[14] IEZZI, Gelson et al. **Fundamentos de Matematica elementar: Trigonometria**. v. 3. 2. ed. São Paulo: Atual, 1977.

[15] 22- GeoGebra - Como construir um jogo no GeoGebra (parte 1 de 2).Licença padrão do YouTube. Local:http:www.ogeogebra.com.br, 2014. 17:10. Disponível em: `https://www.youtube.com/watch?v=6wRCcaSaltg`. Acesso em: Março de 2016