Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Exatas e da Terra
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Naciara Pereira Dantas da Fonsêca

Uma Proposta Alternativa para o Ensino de Progressões Relacionadas a Funções

Caicó, abril de 2013

Naciara Pereira Dantas da Fonsêca

Uma Proposta Alternativa para o Ensino de Progressões Relacionadas a Funções

Trabalho apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, em cumprimento com as exigências legais para obtenção do título de Mestre.

Área de Concentração: Ensino de Matemática

Orientador:
Prof. Dr. Marcelo Gomes Pereira

Caicó, abril de 2013

Catalogação da Publicação na Fonte.
Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
Centro de Ensino Superior do Seridó - CERES.
Biblioteca Setorial Professora Maria Lúcia Bezerra da Costa - Caicó

Fonsêca, Naciara Pereira Dantas da.
Uma proposta alternativa para o ensino de progressões relacionadas a funções / Naciara Pereira Dantas da Fonsêca. - Caicó, 2013.
41 f. il.:

Orientador: Prof^{o}. Dr. Marcelo Gomes Pereira.

Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ensino Superior do Seridó. Centro de Ciências Exatas e da Terra. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional.

1. Matemática - Ensino. 2. Progressão - Matemática. 3. Função - Matemática. I. Pereira, Marcelo Gomes. II. Título.

UFRN/CERES/BS CAICÓ CDU: 51:37

NACIARA PEREIRA DANTAS DA FONSECA

Uma Proposta Alternativa para o Ensino de Progressões Relacionadas a Funções

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Matemática e aprovado em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, do Centro de Ciências Exatas e da Terra, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Banca Examinadora

Marcelo Gomes Pereira

Prof. Dr. Marcelo Gomes Pereira - UFRN

Prof. Dr. Adriano Thiago Lopes Bernardino – UFRN

Ary Vasconcelos Medino

Prof. Dr. Ary Vasconcelos Medino – UnB

Abril de 2013

Dedicatória

Ao meu pai Francisco (in memorian) e minha mãe Nilma, por tudo que fizeram por mim.

Agradecimentos

A Deus, por ter me dado oportunidades de chegar até aqui;

Ao meu pai, que onde está, continua torcendo por mim;

A minha mãe, por ser tão batalhadora e ter coragem de enfrentar a vida para dar o melhor aos seus filhos;

A minha filha Anny Carolini, que teve paciência de me acompanhar em todas as aulas do mestrado;

Ao meu esposo, pelas horas que foi trocado pelos estudos e por sua compreensão;

Aos meus irmãos, que sempre acreditaram no meu sonho de ser mestre;

A professora e coordenadora do mestrado Drª. Viviane, pela sua dedicação;

Ao meu orientador e professor Dr. Marcelo, pelas aulas bem dadas, pelo companheirismo, pelas horas que dedicou para tirar minhas dúvidas e acima de tudo por acreditar em mim;

Ao professor Dr. Adriano Thiago, que sempre nos ajudou com seus ensinamentos;

Ao professor Dr. André Gustavo, pelas palavras de incentivo;

A minha sogra Oscarina, por compartilhar comigo todas as vitórias vivenciadas nesse período;

Aos meus colegas de mestrado, especialmente Joaildo e Clésio, que dividiram comigo todas as angústias vivenciadas no mestrado;

Aos meus colegas de trabalho, e em especial a professora Hilária, que me ajudou na elaboração do abstract;

A SBM (Sociedade Brasileira de Matemática), por ter a iniciativa de criar o PROFMAT;

A CAPES, por apoiar e financiar o PROFMAT.

Resumo

Geralmente o ensino das progressões aritméticas e geométricas é feito separadamente das funções afins e exponenciais, com a utilização de fórmulas prontas, sem a preocupação de repassar para os alunos a relação que existe entre esses conteúdos. Pretende-se com esse trabalho apresentar uma maneira de ensinar esses conteúdos de forma integrada, iniciando com a definição do conceito das funções afim e exponencial, através de situações do cotidiano dos alunos. Em seguida foram mostradas propriedades e comportamento gráfico de tais funções, e posteriormente foram apresentadas as progressões aritméticas e geométricas como uma restrição das funções afim e exponencial, respectivamente. Dessa forma introduziu-se o estudo das progressões tomando por base as funções citadas a partir de situações vivenciadas pelos próprios alunos.

Palavras-chave: Ensino. Progressões. Funções.

Abstract

Generally, arithmetic and geometric progressions are taught separately from affine and exponential functions, only by the use of memorized formulas and without any concern of showing students how these contents are related. This paper aims at presenting a way of teaching such contents in an integrated way, starting with the definition of affine and exponential functions relating them to situations from the daily life of the students. Then, characteristics and graphics of those functions are presented and, subsequently, arithmetic and geometric progression are shown as a restriction of the affine and exponential functions. Thus, the study of the progressions is introduced based on the functions mentioned above using situations from students daily lives as examples.

Keywords: Education . Progressions. Functions.

Lista de Figuras

Sumário

Introdução

Ensinar matemática é um processo que requer muita dedicação, esforço, compromisso e acima da tudo paciência. Não se deve ensinar matemática fazendo uso de um grande número de fórmulas, sem sentido e com cálculos intermináveis. Devido a essa maneira de repassar os conteúdos, os alunos, na maioria, estão desmotivados em aprender matemática e parte dos professores demonstram insatisfação em ensinar matemática.

> O domínio da matemática passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de vários tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático.(PCNEM, 2000)

Quando ingressei no PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) comecei a me interessar por construções de padrões matemáticos, pois me pareceu que seria uma forma de motivar os alunos a desenvolver o interesse pela matemática.

É comum trabalharmos conteúdos no Ensino Médio de forma separada. Tentando desmitificar esta realidade, procuro responder perguntas do tipo: é realmente necessário trabalhar isoladamente os conteúdos matemáticos? Conseguiríamos despertar maior interesse em nossos alunos fazendo um inter-relacionamento dos conteúdos? É possível relacionar progressões aritméticas com funções afins e progressões geométricas com funções exponenciais?

Segundo Elon, o ensino da matemática deve abranger três componentes fundamentais: Conceituação, Manipulação e Aplicações. Dosando adequadamente esses três componentes, alcançamos o equilíbrio do processo de aprendizagem.

No ensino de progressões aritméticas e geométricas, devemos usar a conceituação para a compreensão da formulação correta e objetiva das definições e o estabelecimento de conexões com funções afins e exponenciais, a manipulação de caráter algébrico e o desenvolvimento de atitudes mentais automáticas e a aplicação em problemas do dia-a-dia e a questões que surgem em outras áreas.

As progressões são conteúdos que devem ser bem trabalhados no Ensino Médio. Porém, a maioria dos professores, trabalha o ensino das progressões aritméticas e geométricas de forma tradicional e exclusivamente por meio de manipulação de fórmulas que são entregues aos alunos, sem as devidas demonstrações destas e também sua aplicabilidade e apenas são empregadas em exercícios tradicionais de sala de aula.

Dessa forma, decidi fazer um trabalho voltado para generalizações de padrões de progressões aritméticas e progressões geométricas fazendo uma interligação com funções afins e funções exponenciais, respectivamente, assim seriam desenvolvidas estratégias que levassem os alunos a resolver problemas que abordam de forma implícita progressões aritméticas e geométricas.

O presente trabalho está dividido em dois capítulos:

No capítulo 1 será tratado a definição de função afim, classificação, representação gráfica e os zeros de uma função. Em seguida, é a vez de definir a progressão aritmética e mostrar a sua relação com a função afim.

No capítulo 2 será a vez de tratar da função exponencial, partindo da sua definição, abordando características, propriedades e representação gráfica. Logo após, será mostrada a progressão geométrica e a relação entre ela e a função exponencial.

Para concluir serão feitas as considerações finais.

Capítulo 1

Função Afim e Progressão Aritmética

Trataremos a seguir da conexão entre o conceito de função afim e o de progressão aritmética. Apresentaremos as definições pertinentes, com consequências e aplicações, sugerindo uma maneira de abordar esses conteúdos de forma unificada.

1.1 Função Afim

1.1.1 A importância de se estudar as funções

Geralmente o ensino da funções é iniciado após o estudo de números reais e suas operações, em seguida é feita a definição de relações e, a partir daí começa-se o estudo de funções, como sendo um caso particular de relações.

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessárias para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problemas, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática.(PCN^{+}, 2002)

É interessante iniciar o estudo de funções, descrevendo situações que relacionam duas grandezas, como também podemos introduzir esse estudo por meio de situações relacionadas a vida cotidiana dos alunos, permitindo assim uma melhor compreensão do conteúdo estudado.

1.1.2 Função Afim

Observe a seguinte situação:

O preço de um litro de gasolina em um posto de gasolina é R$ 2,65. Qual é o preço pago por 3 litros de gasolina? E por 57 litros de gasolina?

Sejam x a quantidade de gasolina comprada pelo cliente e $f(x)$ o valor pago, então se:

- $x = 1,\ f(x) = 2,65 \times 1 = R\$\ 2,65;$
- $x = 2,\ f(x) = 2,65 \times 2 = R\$\ 5,30;$
- $x = 3,\ f(x) = 2,65 \times 3 = R\$\ 7,95.$

Daí, o preço pago por 3 litros de gasolina é R$ 7,95.

Observando o padrão que foi seguido para se chegar ao valor pago por 3 litros de gasolina, podemos calcular o valor pago por 57 litros de gasolina da seguinte forma:

$$x = 57, f(x) = 2,65 \times 57 = R\$\ 151,05$$

Logo, o valor pago por 57 litros de gasolina é R$ 151,05.

Observe que, se a quantidade de gasolina comprada for representada por x, tem-se:

$$f(x) = 2,65 \times x \Rightarrow f(x) = 2,65x$$

.

Portanto, a função $f : I\!R \to I\!R$ onde $I\!R$ é o conjunto dos números reais, dada por $f(x) = 2,65x$, é a função que relaciona a quantidade de gasolina com o valor pago.

Vejamos outra situação:

O salário mensal de um funcionário de uma loja é calculado da seguinte forma: uma parcela fixa de R$ 600,00 e outra parcela variável correspondente a 5% do total de vendas realizadas por aquele funcionário durante o mês. Qual é a função que relaciona o salário mensal do funcionário com o total de vendas feitas durante o mês por esse funcionário?

Sejam x o valor das vendas feitas pelo funcionário durante o mês e $f(x)$ o salário mensal do funcionário, então se:

- $x = 100, f(x) = 600 + 0,05 \times 100 \Rightarrow f(x) = 605;$

- $x = 200, f(x) = 600 + 0,05 \times 200 \Rightarrow f(x) = 610$;
- $x = 300, f(x) = 600 + 0,05 \times 300 \Rightarrow f(x) = 615$.

Seguindo o mesmo padrão, chegamos a conclusão que:

$$f(x) = 600 + 0,05 \times x \rightarrow f(x) = 0,05x + 600.$$

Assim, a função $f : I\!R \rightarrow I\!R$, onde $I\!R$ é o conjunto dos números reais, dada por $f(x) = 0,05x + 600$, representa o salário mensal do funcionário.

De acordo com a situação acima, note que a razão entre a variação dos valores de x é diretamente proporcional a razão entre a variação dos valores de $f(x)$ correspondentes. Por exemplo:

- Se x varia de 100 a 200, $f(x)$ varia de 605 a 610, portanto $\frac{200-100}{610-605} = \frac{100}{5} = 20$.
- Se x varia de 100 a 300, $f(x)$ varia de 605 a 615, portanto $\frac{300-100}{615-605} = \frac{200}{10} = 20$.

Assim, quando temos uma função onde a razão entre a variação dos valores de x é diretamente proporcional a razão entre a variação dos valores de $f(x)$ correspondentes, essa função é chamada de Função Afim.

Definição:

Função afim é toda função $f : I\!R \rightarrow I\!R$, do tipo $f(x) = ax + b$, com a e b reais, onde a todo número $x \in I\!R$ associa o número $f(x) = ax + b$ (Souza, 2010).

Para obter a taxa de crescimento ou taxa de variação de uma função afim, deve considerar dois pontos distintos dessa função, por exemplo, $(x_1, f(x_1))$, $(x_2, f(x_2))$, Assim $f(x_1) = ax_1 + b$ e $f(x_2) = ax_2 + b$, de onde obtemos

$$f(x_2) - f(x_1) = ax_2 + b - ax_1 - b \rightarrow$$

$$f(x_2) - f(x_1) = ax_2 - ax_1 \rightarrow$$

$$f(x_2) - f(x_1) = a(x_2 - x_1)$$

Portanto,

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{(x_2 - x_1)}.$$

O coeficiente a dessa função designa sua taxa de crescimento.

A função afim pode ser classificada da seguinte forma:

- Crescente, $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$, ou seja, quando $a > 0$;
- Decrescente, $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$, ou seja, quando $a < 0$;
- Constante, $f(x) = b, \forall x \in I\!R$, ou seja, quando $a = 0$

Vejamos alguns exemplos:

A função $f(x) = 3x - 2$ é uma função crescente, pois $a = 3 > 0$.

Para verificarmos se $f(x) = 3x - 2$ é realmente crescente, basta tomarmos $x_1 \in I\!R$ e $x_2 \in I\!R$ e mostrar que $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$, ou seja, $f(x_2) - f(x_1) > 0$, de fato, pois $f(x_1) = 3x_1 - 2$ e $f(x_2) = 3(x_2) - 2$, obtém:

$$f(x_2) - f(x_1) = 3x_2 - 2 - (3x_1 - 2)$$

$$f(x_2) - f(x_1) = 3x_2 - 2 - 3x_1 + 2$$

$$f(x_2) - f(x_1) = 3x_2 - 3x_1$$

$$f(x_2) - f(x_1) = 3(x_2 - x_1).$$

Como $x_1 < x_2$, segue-se que $x_2 - x_1 > 0$ e consequentemente $3(x_2 - x_1) > 0$, portanto $f(x_2) - f(x_1) > 0$

A função $f(x) = -x + 1$ é uma função decrescente, pois $a = -1 < 0$.

Para verificarmos se $f(x) = -x + 1$ é realmente decrescente, basta tomarmos $x_1 \in I\!R$ e $x_2 \in I\!R$ e mostrar que $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$, ou seja, $f(x_2) - f(x_1) < 0$, de fato, pois $f(x_1) = -x_1 + 1$ e $f(x_2) = -x_2 + 1$, obtém:

$$f(x_2) - f(x_1) = -x_2 + 1 - (-x_1 + 1)$$

$$f(x_2) - f(x_1) = -x_2 + 1 + x_1 - 1$$

$$f(x_2) - f(x_1) = -x_2 + x_1$$

Como $x_1 < x_2$, segue-se que $x_1 - x_2 < 0$, ou seja, $-x_2 + x_1 < 0$, portanto $f(x_2) - f(x_1) < 0$

A função $f(x) = 5$ é uma função constante, pois $a = 0$.

De fato, para $\forall x$ temos $f(x) = 5$

1.1.3 Gráfico de uma função afim

O gráfico cartesiano de uma função é o conjunto de pontos marcados no plano cartesiano tais que $y = f(x)$, ou seja, do tipo $(x, f(x))$.

No caso da função afim, a reunião desses pontos formam uma reta não perpendicular ao eixo OX.

Quando a função é crescente, temos $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$, daí o gráfico é representado da seguinte forma:

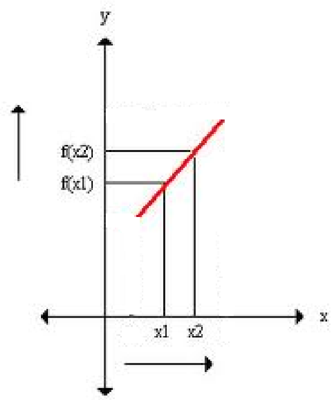

Figura 1.1: Função afim crescente

Quando a função é decrescente, temos $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$, daí o gráfico é representado da seguinte forma:

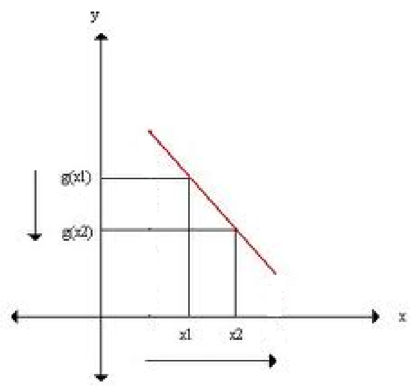

Figura 1.2: Função afim decrescente

Quando a função é constante, temos $f(x) = b, \forall x \in I\!R$, daí o gráfico é representado da seguinte forma:

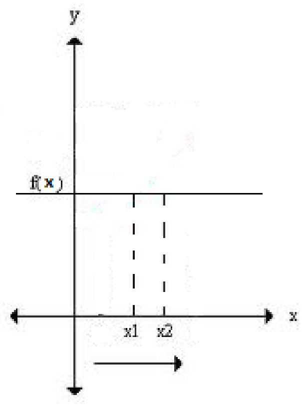

Figura 1.3: Função constante

1.1.4 Zeros de uma Função Afim

Os zeros de uma função f são todos os valores de x de seu domínio onde $f(x) = 0$. E graficamente é o ponto em que a reta corta o eixo x. Daí, como a representação gráfica de uma função afim é representada por uma reta, ela pode ter no máximo um zero e é justamente a interseção da reta com o eixo x.

Diante das propriedades de gráficos e zeros de uma função afim, podemos esboçar o gráfico de uma função afim.

Por exemplo, o esboço do gráfico de $f(x) = x + 2$ corta o eixo x no ponto -2, já que $f(x) = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$, como a função é crescente($a = 1 > 0$) a reta tem inclinação para a direita, assim o gráfico dessa função tem o seguinte formato:

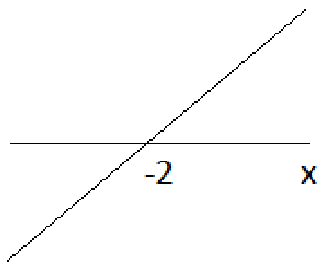

Figura 1.4: Esboço da função $f(x) = x + 2$

Para fazer o esboço do gráfico de uma função afim segue o mesmo raciocínio que usamos no exemplo anterior: encontra o zero da função e a seguir classifica em crescente, decrescente ou constante, para identificar a orientação da reta.

Observe esse exemplo:

Esboçar o gráfico da função $f(x) = -2x - 5$.

O zero da função é encontrado quando $f(x) = 0 \Rightarrow -2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$. Como $a = -2$ a função é decrescente, daí a reta fica orientada para a esquerda, com a seguinte representação:

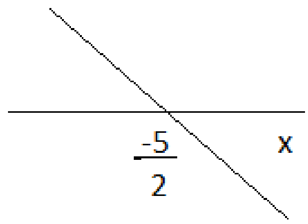

Figura 1.5: Esboço da função $f(x) = -2x - 5$

1.2 Progressão Aritmética

Uma máquina produz 80 peças a cada hora. Quantas peças são produzidas após 4 horas de funcionamento?

A produção dessa fábrica pode ser representada pela sequência

$$(80, 160, 240, 320, 400, ...),$$

daí tem-se que após 4 horas de funcionamento da máquina já foram produzidas 320 peças.

Essa sequência é chamada de **Progressão Aritmética**.

> Progressão Aritmética (P.A.) é toda sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo precedente (anterior) com uma constante r. O número r é chamado de razão da progressão aritmética.(Paiva, 2009)

Portanto o exemplo anterior é de fato uma P.A., pois se a cada termo anterior somarmos 80(que no caso é a razão), obtemos o termo posterior.

Então , pode-se dizer que: Progressão Aritmética é uma sequência onde o 1º termo é a_1 e os outros termos obedece a fórmula de recorrência:

$$a_n = a_{n-1} + r, \forall n \in I\!N$$

Resolvendo a recorrência acima, temos:

$$\begin{array}{lllll}
a_1 = & a_1 & & & \\
a_2 = & a_1 + r & & & \\
a_3 = & a_2 + r = & a_1 + r + r = & a_1 + 2r = & a_1 + (3-1)r \\
a_4 = & a_3 + r = & a_1 + 2r + r = & a_1 + 3r = & a_1 + (4-1)r \\
\vdots & & & & \vdots \\
a_n = & a_{n-1} + r = & a_1 + (n-2)r + r = & a_1 + nr - 2r + r = & a_1 + (n-1)r
\end{array}$$

Assim,

$$a_n = a_1 + nr - r \Rightarrow a_n = nr + a_1 - r,$$

Ou seja, o enésimo termo de uma progressão aritmética é uma função $f : I\!N \rightarrow I\!R$, dada por $f(n) = an + b$, onde $a = r$ e $b = a_1 - r$.

Portanto, uma progressão aritmética é a restrição de uma função afim onde o domínio é o conjunto dos números naturais.

Exemplos:

1. A função$f : I\!N \rightarrow I\!R$, onde $I\!N$ é o conjunto dos números naturais e $I\!R$ é o conjunto dos números reais, definida por $f(n) = 3n - 3$ representa a P.A cuja razão é 3 e o primeiro termo é 0, pois $a = r$ e $b = a_1 - r$, assim $r = 3$ e $-3 = a_1 - 3 \Rightarrow a_1 = 0$.

2. A função$f : I\!N \rightarrow I\!R$ definida por $f(n) = -5n + \frac{4}{3}$ representa a P.A cuja razão é -5 e o primeiro termo é $-\frac{11}{3}$, pois $a = r$ e $b = a_1 - r$, assim $r = -5$ e $\frac{4}{3} = a_1 - (-5) \Rightarrow a_1 = -\frac{11}{3}$.

3. Qual é a função que representa a P.A (2,6,10,...)? Observe que $a_1 = 2$ e $r = 6 - 2 = 4$, logo $a = 4$ e $b = 2 - 4 = -2$, portanto $f(n) = 4n - 2$

CLASSIFICAÇÃO

Do mesmo modo que a função afim pode ser classificada em crescente, decrescente ou constante, as progressões aritméticas também são classificadas em:

- **Crescente:** São as progressões aritméticas onde o termo anterior é sempre menor que o posterior, ou seja quando $r > 0$ e isso ocorre quando na função $f(n) = an + b$ o coeficiente a é maior que zero;

- **Decrescente**: São as progressões aritméticas onde o termo anterior é sempre maior que o posterior, ou seja quando $r < 0$ e isso ocorre quando na função $f(n) = an + b$ o coeficiente a é menor que zero;

- **Constante**: São as progressões aritméticas onde o termo anterior é sempre igual ao posterior, ou seja quando $r = 0$ e isso ocorre quando $f(n) = b$ (o coeficiente a é igual a zero).

Vejamos agora alguns exemplos:

Exemplo 1: Um aparelho de som foi comprado em 1º de fevereiro de 2010 e sofreu uma depreciação de R$ 25,00 a cada mês. Sabendo que em 1º de fevereiro de 2012 esse aparelho de som foi avaliado em $R\$ \ 800,00$, escreva a função que expressa seu valor a cada mês, determine o valor do som em 1º de abril de 2012 e após que mês o som perde o seu valor?

Pelo enunciado, observa-se que a cada mês o valor do som diminui R$ 25,00. Essa situação pode ser representada pela sequência

$$(a_1, ..., 800, 775, 750, 725, ...)$$

Onde o termo posterior é obtido a partir do termo antecedente adicionando -25, portanto se trata de uma P.A. de razão -25.

Substituindo esse valor na função $f(n) = an + b$, onde $a = r$ e $b = a_1 - r$, obtemos:

$$f(n) = -25n + a_1 - (-25)$$

$$f(n) = -25n + a_1 + 25.$$

Em 1º de fevereiro de 2012, já se passaram 24 meses, então $a_{24} = 800$, ou seja $f(24) = 800$. Daí, temos que

$$f(24) = -25 \times 24 + a_1 + 25 \Rightarrow$$

$$800 = -600 + a_1 + 25$$

$$a_1 = 800 + 600 - 25$$

$$a_1 = 1375.$$

Logo a função que expressa o valor do som a cada mês é:

$$f(n) = -25n + 1375 + 25$$

$$f(n) = -25n + 1400.$$

Em 1º de abril de 2012 já se passaram 26 meses da compra do som, portanto seu valor é dado pelo valor de $f(26)$:

$$f(26) = -25 \times 26 + 1400$$

$$f(26) = -650 + 1400$$

$$f(26) = 750.$$

Assim, o valor do som em 1º de abril de 2012 é R$ 750,00.

O som perde seu valor quando o enésimo termo dessa P.A. for igual a zero, ou seja, quando $f(n) = 0$, daí temos:

$$-25n + 1400 = 0$$

$$25n = 1400$$

$$n = \frac{1400}{25}$$

$$n = 56.$$

Assim $a_{56} = 0$, ou seja o som perde seu valor 56 meses após a sua compra, em 1º de outubro de 2014.

De acordo com o exemplo dado, o 56º termo é igual a zero e a partir daí, o valor do objeto não sofre depreciação, assim a sequência que representa essa situação tem um número de termos limitado. Nota-se, então, que existem progressões aritméticas limitadas. Nessas progressões além da razão e do 1º termo, é possível encontrar o último termo.

Exemplo 2:

(Cesgranrio-RJ - adaptado) Sabe-se que o valor de um carro novo é R$ 28000,00 e, com quatro anos de uso, passou a ser R$ 18000,00. Supondo que o preço caia com o tempo, segundo uma linha reta, qual é o valor desse carro após um ano de uso?

Como o preço do carro cai, segundo uma linha reta, então a função que descreve o preço do carro de acordo com o tempo de uso é uma função afim (já que a função afim é representada graficamente por uma reta).

Pode-se também representar essa situação pela sequência:

$$(28000, a_2, a_3, a_4, 18000, ...)$$

Que é uma P.A., pois está relacionada a função afim.

Daí temos que $a_1 = 28000$ e $a_5 = f(5) = 18000$. Substituindo esses valores na função $f(n) = an + b$, onde $a = r$ e $b = a_1 - r$, obtemos:

$$f(5) = r \times 5 + 28000 - r$$

$$18000 = 5r + 28000 - r$$

$$4r = -10000$$

$$r = -2500.$$

Segue-se que a função que representa essa P.A. é dada por:

$$f(n) = -2500 \times n + 28000 - (-2500) = -2500n + 30500.$$

Para achar o valor do carro após um ano de uso, basta achar o valor de $a_2 = f(2)$, assim

$$f(2) = -2500 \times 2 + 30500 = 25500$$

Portanto após um ano de uso o carro vale R$ 25500,00.

Exemplo 3:

Uma bonelaria de Caicó, em um período normal, produz 500 bonés por dia, como está em período carnavalesco, a produção aumentou para 800 bonés por dia. Se esse ritmo de produção durar por 12 dias, quantos bonés a mais que no período normal, serão produzidos?

Neste caso, a produção aumentou em $800 - 500 = 300$ bonés por dia, e esse aumento pode ser representado pela sequência $(300, 600, 900..., a_{12})$, que é uma P.A. pois o termo posterior é obtido a partir do termo antecedente adicionando a 300. Daí substituindo na função $f(n) = an + b$, onde $a = r$ e $b = a_1 - r, r$ por 300 e a_1 por 300, obtemos:

$$f(n) = 300 \times n + 300 - 300$$

$$f(n) = 300n.$$

Assim $a_{12} = f(12) = 300 \times 12 = 3600$, portanto serão produzidos a mais 3600 bonés.

Capítulo 2

Função exponencial e progressão geométrica

A função exponencial é um conteúdo pouco explorado no ensino médio, geralmente é explorada a parte teórica como definição, propriedades e construções de gráficos, com exercícios repetitivos e sem significados, sem fazer nenhuma relação com problemas do dia-a-dia, algumas vezes são resolvidas equações e inequações exponenciais, com o objetivo apenas de desenvolver o algoritmo, sem sentido algum. Os alunos sentem dificuldades de interpretar o significado da potenciação e devido ao fato do expoente ser variável, fica mais difícil o entendimento. Eles não se interessam pelo conteúdo e consideram sem aplicação no cotidiano, já que é trabalhado de forma abstrata.

Embora a parte teórica e a habilidade na resolução de equações e inequações sejam de grande importância para o desenvolvimento do raciocínio matemático, esses itens devem ser abordados com problemas que surgem no nosso cotidiano, ficando mais fácil o entendimento da função estudada.

Esse capítulo aborda as funções exponenciais, sua definição e algumas situações que envolvem funções exponenciais, logo após será apresentada uma característica especial das funções exponenciais e suas propriedades. Em seguida será feita a construção do gráfico e apresentada suas características.

Em outro tópico será tratada as progressões geométricas como uma particularidade das funções exponenciais.

2.1 Função Exponencial

Vejamos a seguinte situação:

Um biológo observou que uma certa colônia de bactérias dobra sua população a cada minuto. Sabendo que essa colônia iniciou apenas com uma bactéria, qual é quantidade de bactérias após 4 minutos? e após x minutos?

Sejam x a quantidade de minutos e $f(x)$ a quantidade de bactérias no instante x, então se:

- $x = 1$, $f(x) = f(1) = 2 \times 1 = 2 = 2^1$;
- $x = 2$, $f(x) = f(2) = 2 \times f(1) = 2 \times 2 = 4 = 2^2$;
- $x = 3$, $f(x) = f(3) = 2 \times f(2) = 2 \times 4 = 8 = 2^3$;
- $x = 4$, $f(x) = f(4) = 2 \times f(3) = 2 \times 8 = 16 = 2^4$.

Assim, após 4 minutos a colônia de bactérias já terá 16 bactérias.
Pelos cálculos feitos, nota-se que tem um padrão a ser seguido. Observe que:

$$f(1) = 2 = 2^1;$$
$$f(2) = 4 = 2^2;$$
$$f(3) = 8 = 2^3;$$
$$f(4) = 16 = 2^4.$$

Seguindo o mesmo padrão, tem-se que $f(x) = 2^x$, portanto após x minutos a colônia de bactérias terá 2^x bactérias.

A função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por, $f(x) = 2^x$ obtida no exercício anterior é chamada de função exponencial, por apresentar uma variável como expoente de uma constante.

Definição

Paiva(2009) definiu função exponencial da seguinte forma:
Chama-se função exponencial toda função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$, tal que $f(x) = a^x$, com $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $a \neq 1$, onde $\mathbb{R}_+^*$ é o conjunto dos números reais positivos.

Vejamos outro exemplo:

O tratamento de uma certa doença é feito com a utilização de um medicamento que deve ser administrado da seguinte forma: no 1º dia, o paciente ingere 3 gotas do medicamento e nos dias seguintes, deve ser ingeridas o triplo da dosagem do dia anterior. Quantas gotas desse medicamento será tomada por uma pessoa no 5º dia de tratamento?

Sejam x a quantidade de dias e $f(x)$ a quantidade de gotas do medicamento tomadas pela pessoa naquele dia. Então se:

- $x = 1, f(x) = f(1) = 3;$
- $x = 2, f(x) = f(2) = 3 \times f(1) = 3 \times 3 == 3^2;$
- $x = 3, f(x) = f(3) = 3 \times f(2) = 3 \times 3^2 = 3^3;$
- $x = 4, f(x) = f(4) = 3 \times f(3) = 3 \times 3^3 = 3^4;$
- $x = 5, f(x) = f(5) = 3 \times f(4) = 3 \times 3^4 = 3^5.$

Portanto no 5º dia de tratamento , a pessoa toma $3^5 = 243$ gotas do medicamento.

Note que o exercício anterior segue um padrão, e se a quantidade de dia for designado por x, temos

$$f(x) = 3^x.$$

Daí, temos uma função exponencial, pois aparece uma variável como expoente de uma constante.

Observa-se que o exemplo citado se trata de uma situação hipotética, pois geralmente quantidades maiores de medicamento são ministradas em milílitros.

Existem funções, ainda, que podem ser obtidas da função exponencial.

Observe o exemplo seguinte:

Um atleta treinando para uma corrida, decidiu treinar da seguinte maneira: no 1º dia ele correu 300m e nos dias seguintes ele correu o triplo do que tinha corrido no dia anterior. Quantos metros ele correu no 4º dia de treino?

Seja x a quantidade de dias e $f(x)$ a distancia percorrida pelo atleta naquele dia. Então se:

- $x = 1, f(x) = f(1) = 300;$

- $x = 2, f(x) = f(2) = 3 \times f(1) = 3 \times 300 = 3 \times 3 \times 100 = 3^2 \times 100;$
- $x = 3, f(x) = f(3) = 3 \times f(2) = 3 \times 3^2 \times 100 = 3^3 \times 100;$
- $x = 4, f(x) = f(4) = 3 \times f(3) = 3 \times 3^3 \times 100 = 3^4 \times 100.$

Portanto no 4º dia ele correu $3^4 \times 100 = 8100m$.

Note que o exercício anterior segue um padrão, e se a quantidade de dia for designado por x, temos

$$f(x) = 3^x \times 100 \Rightarrow f(x) = 100.3^x.$$

Daí, temos uma função do tipo $f : I\!R \to I\!R$ do tipo $f(x) = b.a^x$, que foi obtida a partir da função exponencial.

2.1.1 Característica da função exponencial

Seja a função exponencial $f : I\!R \to I\!R$ dada por $f(x) = 2^x$, obtida na situação do início do capítulo, observe que:

- $x = 1 \to f(1) = 2^1;$
- $x = 1 + 1 = 2 \to f(2) = 2^2 = 2^{1+1} = 2.2^1 = 2.f(1);$
- $x = 1 + 2 = 3 \to f(3) = 2^3 = 2^{1+2} = 2.2^2 = 2.f(2);$
- $x = 1 + 3 = 4 \to f(4) = 2^4 = 2^{1+3} = 2.2^3 = 2.f(3).$

Veja que a medida que foi dado aumentos iguais a x, o valor da função foi multiplicado por uma mesma constante, no caso, por 2.

Agora, generalizando , se tivermos $f(x) = a^x$, obtemos:

- $x_0 \to f(x_0) = a^{x_0};$
- $x_0 + h \to f(x_0 + h) = a^{x_0+h} = a^{x_0}.a^h = a^h.f(x_0);$
- $x_0 + 2h \to f(x_0 + 2h) = a^{x_0+2h} = a^{x_0+h+h} = a^{x_0+h}.a^h = a^h.f(x_0 + h);$
- $x_0 + 3h \to f(x_0 + 3h) = a^{x_0+3h} = a^{x_0+2h+h} = a^{x_0+2h}.a^h = a^h.f(x_0 + 2h).$

Observe que a medida que foram dados os aumentos a x , $f(x)$ ficou multiplicada por um mesmo fator.

Daí, conclui-se que acréscimos iguais dados a x fazem com que $f(x)$ fique multiplicada sempre pela mesma constante.

2.1.2 Propriedades da função exponencial

1ª propriedade: Seja $f : I\!R \to I\!R$ dada por $f(x) = a^x$, sendo $a > 0$ e $a \neq 1$, tem-se: $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$.
2ª propriedade: Seja $f : I\!R \to I\!R$ dada por $f(x) = a^x$, se $a > 1$, então $f(x)$ é crescente em todo seu domínio.
3ª propriedade: Seja $f : I\!R \to I\!R$ dada por $f(x) = a^x$, se $0 < a < 1$, então $f(x)$ é decrescente em todo seu domínio.

Utilizando essas propriedades podemos resolver diversas situações que envolvem funções exponenciais.

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1:

(U. Amazonas) Em pesquisa realizada, constatou-se que a população (P) de determinada bactéria cresce segundo a expressão $P(t) = 25.2^t$, em que t representa o tempo em horas. Quantas horas são necessárias para atingir uma população de 400 bactérias?

Observe que (P)=400 e $P(t) = 25.2^t$, daí tem-se que:

$$25.2^t = 400$$
$$2^t = \frac{400}{25}$$
$$2^t = 16.$$

Como $16 = 2^4$, então $2^t = 2^4$, segue-se, pela 1ª propriedade, que $t = 4$.
Portanto são necessárias 4 horas para que a população atinja 400 bactérias.

Exemplo 2:

Uma empresa utiliza a função $n(t) = 88.2^t$ para estimar o número n de peças produzidas mensalmente por um funcionário com t meses de experiência. A partir de quantos meses um funcionário passa a produzir mais de 1408 peças?

Observe que $n(t) > 1408$ e $n(t) = 88.2^t$, daí

$$88.2^t > 1408$$

$$2^t > \frac{1408}{88}$$

$$2^t > 16$$

$$2^t > 2^4.$$

Como $f(x) = 2^x$ é uma função crescente, pois $a = 2 > 1$, segue-se que $t > 4$.

Portanto um funcionário só passa a produzir mais de 1408 peças com no mínimo 4 meses de experiência.

2.1.3 Gráfico de uma função exponencial

Vamos esboçar o gráfico da função $f(x) = 2^x$. Para isso será atribuído alguns valores para x e calculado os valores correspondentes a $f(x)$, determinando assim o par ordenado $(x, f(x))$. Em seguido é representado esses pontos no plano cartesiano.

Assim,

- $x = -2 \to f(-2) = 2^{-2} = \frac{1}{4}$, daí temos o ponto $(-2, \frac{1}{4})$;
- $x = -1 \to f(-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2}$, daí temos o ponto $(-1, \frac{1}{2})$;
- $x = 0 \to f(0) = 2^0 = 1$, daí temos o ponto $(0, 1)$;
- $x = 1 \to f(1) = 2^1 = 2$, daí temos o ponto $(1, 2)$;
- $x = 2 \to f(2) = 2^2 = 4$, daí temos o ponto $(2, 4)$.

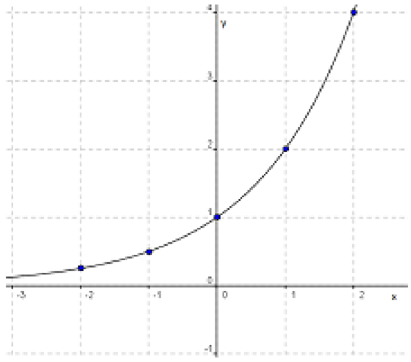

Figura 2.1: Gráfico de $f(x) = 2^x$

Da mesma forma que construimos o gráfico de $f(x)$, vamos esboçar o gráfico da função $g(x) = (\frac{1}{2})^x$. Assim,

- $x = -2 \to g(-2) = (\frac{1}{2})^{-2} = 4$, daí temos o ponto $(-2, 4)$;
- $x = -1 \to g(-1) = (\frac{1}{2})^{-1} = 2$, daí temos o ponto $(-1, 2)$;
- $x = 0 \to g(0) = (\frac{1}{2})^0 = 1$, daí temos o ponto $(0, 1)$;
- $x = 1 \to g(1) = (\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{2}$, daí temos o ponto $(1, \frac{1}{2})$;
- $x = 2 \to g(2) = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$, daí temos o ponto $(2, \frac{1}{4})$.

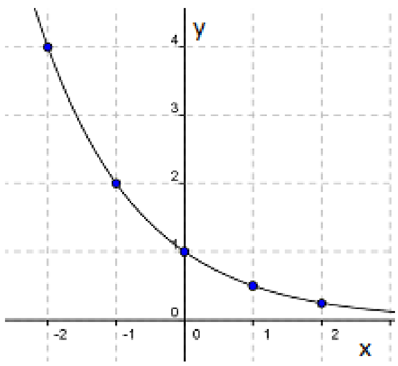

Figura 2.2: Gráfico de $g(x) = (\frac{1}{2})^x$

As funções $f(x)$ e $g(x)$ são funções do tipo a^x, ou seja, são funções exponenciais. Note que $f(x)$ é crescente, pois $a = 2 > 1$ e $g(x)$ é decrescente, pois $a = \frac{1}{2}$, e $0 < \frac{1}{2} < 1$.

Observe que, embora uma seja crescente e a outra seja decrescente, ambas intersectam o eixo y no ponto $(0,1)$, pois para todo $a \neq 0$, tem-se $a^0 = 1$.

Note que:

$$f(-1) = a^{-1} = \frac{1}{a};$$

$$f(-2) = a^{-2} = \frac{1}{a^2};$$

$$f(-3) = a^{-3} = \frac{1}{a^3};$$

$$\vdots$$

$$f(-n) = a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Ou seja, a medida que n cresce, $\frac{1}{a^n}$ se aproxima de zero, e consequentemente, a^x também se aproxima de zero, porém não chega a ser igual a zero, e daí, a função $f(x) = a^x$ não intersecta a reta $y = 0$, que é chamada de assíntota.

Assim os gráficos ocupam o 1º e o 2º quadrante e portanto, seu domínio é o conjunto dos números reais positivos.

De modo geral, se $f(x) = a^x$ e:

- $a > 1$, ou seja, $f(x)$ é crescente, o gráfico é da seguinte forma:

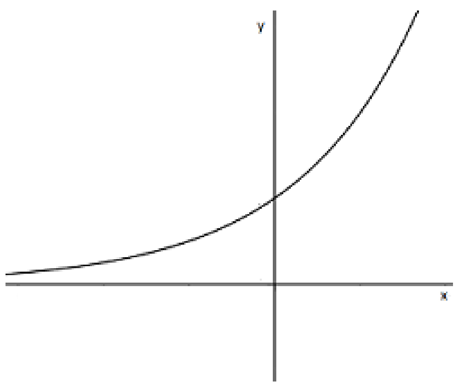

Figura 2.3: Esboço do gráfico da função exponencial crescente

- $0 < a < 1$, ou seja, $f(x)$ é decrescente, o gráfico é da seguinte forma:

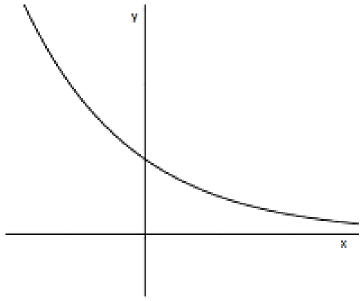

Figura 2.4: Esboço do gráfico da função exponencial decrescente

2.2 Progressões geométricas

No início do capítulo foi exposto uma situação na qual um biológo observava um crescimento de uma colônia de bactérias, após a observação, chegou a conclusão que a colônia iniciou com uma bactéria e nos minutos seguintes atingiu duas, quatro, oito, dezesseis bactérias, e assim por diante.

Observe que o crescimento dessa colônia pode ser representada pela sequência:

$$(1, 2, 4, 8, 16, ...)$$

Note que cada termo, a partir do segundo, é o produto do termo anterior por 2.

Assim, definiremos Progressão Geométrica (P.G.) como sendo uma sequência, em que cada termo a partir do segundo, é obtido pelo produto do termo anterior por uma constante q, a qual chamaremos de razão da P.G..

> Progressão Geométrica é toda sequência de números não nulos na qual é constante o quociente da divisão de cada termo (a partir do segundo) pelo termo anterior.(Dante, 2010)

Esse quociente constante é chamado razão (q) da progressão. Ou seja, uma progressão geométrica é uma sequência na qual a taxa de crescimento relativo de cada termo para o seguinte é sempre a mesma.

Então pode-se dizer que P.G. é uma sequência onde o 1º termo é igual a a_1 e os outros termos obedece a lei de recorrência:

$$a_n = a_{n-1}.q, \forall n \in I\!N^*$$

Onde $I\!N^*$ é o conjunto dos números naturais não-nulos.

Resolvendo a recorrência acima, obtemos:

$$\begin{array}{llll} a_1 = & a_1; & & \\ a_2 = & a_1.q; & & \\ a_3 = & a_2.q = & a_1.q.q = & a_1.q^2; \\ a_4 = & a_3.q = & a_1.q^2.q = & a_1.q^3; \\ \vdots & & & \vdots \\ a_n = & a_{n-1}.q = & a_1.q^{n-2}.q = & a_1.q^{n-1}. \end{array}$$

Assim, pode-se dizer que:

$$a_n = a_1.q^{n-1}, \text{ou seja,} a_n = \frac{a_1}{q}.q^n$$

Ou seja, o enésimo termo de uma progressão geométrica é dado pela função $f : I\!N^* \to I\!R$, do tipo $f(n) = b.a^n$, onde $b = \frac{a_1}{q}$ e $a = q$.

Segue-se que uma progressão geométrica pode ser representada por uma função exponencial onde o domínio é o conjunto dos números naturais não-nulos.

Exemplos:

1. A função $f : I\!N^* \to I\!R$ definida por $f(x) = 2^x$ representa a P.G. em que $q = 2$ e $a_1 = 2$, pois $a = 2 \Rightarrow q = 2$ e $b = 1 \Rightarrow \frac{a_1}{q} = 1 \Rightarrow \frac{a_1}{2} = 1 \Rightarrow a_1 = 2$
2. A função $f : I\!N^* \to I\!R$ definida por $f(x) = 2.3^x$ representa a P.G. em que $q = 3$ e $a_1 = 6$, pois $a = 3 \Rightarrow q = 3$ e $b = 2 \Rightarrow \frac{a_1}{q} = 2 \Rightarrow \frac{a_1}{3} = 2 \Rightarrow a_1 = 6$
3. A sequência $(3, 12, 48, 192, ...)$ é uma P.G. de razão 4, pois $\frac{12}{3} = \frac{48}{12} = \frac{192}{48} = 4$, como $a = q$ e $b = \frac{a_1}{q}$ segue-se que $a = 4$ e $b = \frac{3}{4}$. Logo essa sequência pode ser representada pela função $f(x) = \frac{3}{4}.4^x$, com $x \in I\!N^*$.

Classificação de uma progressão geométrica

Dependendo da razão q uma P.G. pode ser:

- **Crescente:** quando $q > 1$.

  Lembre-se que uma P.G. pode ser representada pela função exponencial $f(x) = b.a^x$, que é crescente quando $a > 1$, como $q = a$, segue que a P.G. é crescente quando $q > 1$.

- **Decrescente:** quando $0 < q < 1$.

  Da mesma forma tem-se que $f(x) = b.a^x$, que é decrescente quando $0 < a < 1$, e como $q = a$, segue-se que a P.G. é decrescente quando $0 < q < 1$.

Temos, ainda, as progressões geométricas constantes, quando $q = 1$, por exemplo, $(8, 8, 8, ...)$ em que $q = 1$ e as progressões geométricas alternantes, quando $q < 0$, por exemplo $(4, -8, 16, -32, ...)$ em que $q = -2$.

Vejamos agora alguns exemplos:

Exemplo 1:

Uma queijeira produz 1000Kg de queijo no 1º trimestre de 2012. Supondo que a produção dobre a cada semestre. Qual é a função que expressa a produção de queijo em um determinado trimestre? Qual será a produção estimada para o 3º trimestre de 2013?

Veja que o problema pode ser esquematizado para os 4 primeiros trimestres da seguinte forma:

- produção no 1º trimestre de 2012 = 1000;
- produção no 2º trimestre de 2012 = 2000;
- produção no 3º trimestre de 2012 = 4000;
- produção no 4º trimestre de 2012 = 8000.

Nessas condições, a produção trimestral pode ser representada pela sequência

$$(1000, 2000, 4000, 8000, ...)$$

Observe que $2000 = 2 \times 1000, 4000 = 2 \times 2000, 8000 = 2 \times 4000$, ou seja, o termo cada termo a partir do segundo, é obtido pelo produto do termo anterior por 2, portanto, temos uma P.G. de razão $q = 2$ e $a_1 = 1000$. Como uma progressão geométrica pode ser representada por $f(x) = b.a^x$, com $x \in I\!N^*$, onde $a = q$ e $b = \frac{a_1}{q}$, então $a = 2$ e $b = \frac{1000}{2} = 500$. Assim, $f(n) = 500.2^n$, onde n representa a quantidade de trimestre passados a partir do 1º trimestre de 2012.

O 3º trimestre de 2013 é referente ao 7º trimestre de produção, então devemos encontrar $a_7 = f(7)$:

$$f(7) = 500.2^7 = 500.128 = 64000$$

Logo, a produção estimada de queijo no 3º trimestre de 2013 é 64000Kg.

Exemplo 2:

Em uma comunidade rural foi construída uma cisterna com capacidade para armazenar $24300m^3$de água. Na construção da cisterna, ficou acordado que durante o mês só poderia ser consumido um terço da água existente. Supondo que os moradores da comunidade consumam a quantidade máxima de água por mês, qual é a função que indica a quantidade de água que pode ser consumida em um determinado mês?

Podemos esquematizar a quantidade de água consumida da seguinte forma:

- 1º mês $= \frac{1}{3} \times 24300 = 8100$;
- 2º mês $= \frac{1}{3} \times 8100 = 2700$;
- 3º mês $= \frac{1}{3} \times 2700 = 900$.

E assim por diante. Note que essa situação pode ser representada pela sequência:

$$(8100, 2700, 900, ...).$$

Observe que

$$\frac{2700}{8100} = \frac{900}{2700} = \frac{1}{3},$$

Ou seja, temos uma P.G. de razão $q = \frac{1}{3}$ e $a_1 = 8100$. Seja $a = q \Rightarrow a = \frac{1}{3}$ e

$$b = \frac{a_1}{q}$$

$$b = \frac{8100}{1/3}$$

$$b = 24300.$$

Substituindo esses valores na função $f(x) = b.a^x$, obtem-se:

$$f(n) = 24300.(\frac{1}{3})^n$$

Portanto $f(n) = 24300.(\frac{1}{3})^n$, onde n indica a quantidade de meses em que a água está sendo utilizada.

Logo, observe que existe uma semelhança entre os exemplos de progressões geométricas e de funções exponenciais, que se diferenciam apenas pelo domínio, ou seja, pode-se dizer que as progressões geométricas são consideradas restrições das funções exponenciais.

Considerações finais

Este trabalho contempla um estudo sobre o ensino das funções afins e exponenciais, fazendo uma ligação com as progressões aritmética e geométrica, de maneira que os alunos do Ensino Médio aprendam de forma significativa esses conteúdos.

O uso de metodologias que possibilitam um ensino que envolvem, além do cálculo algébrico, o raciocínio e a criatividade, facilitam a compreensão e aprendizagem do conteúdo, propiciando uma melhor avaliação do rendimento do aluno, em relação ao conteúdo estudado. Assim, esse trabalho também propõe o uso de metodologias, que levam o aluno a pensar e a descobrir padrões que chegam até a uma função.

No primeiro bloco, foi desenvolvida uma sequência de conteúdos, que contempla o ensino das funções afins por meio de situações do nosso cotidiano e em seguida foi exposta a progressão aritmética como sendo um caso particular da função afim.

Já no segundo bloco foi abordada a função exponencial, também através de situações problemas, em seguida foi construída a definição de função exponencial e feito um estudo sobre seu comportamento graficamente, em seguida foi apresentada a progressão geométrica relacionada a função exponencial.

Os PCNs (2006) enfocam que as progressões podem serem definidas como funções, onde o domínio é o conjunto dos números naturais, e não devem ser tratadas como um tópico independente, em que o aluno não as reconhece como funções já estudadas.

> A teoria da aprendizagem significativa na situação de aprendizagem justifica a utilização de funções como ideia inicial para a contrução de progressões.(Brucki, 2011).

Assim, acredito que, quando os alunos são levados a pensar sobre determinada situação e a partir dali chega a uma solução, os resultados são mais satisfatórios, e quando os conteúdos se relacionam e sua compreensão fica mais fácil.

Diante do exposto, acredito que esse trabalho contribua para a melhora do ensino e da aprendizagem de Funções e Progressões no ensino médio.

Referências

Barroso, J.M. *Conexões com a Matemática*, Obra coletiva. 1 ed. Vol. 2. São Paulo: Moderna(2010).

Brasil, Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio* - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, Vol. 2. Brasília: MEC/SEF (2006).

Brucki, Cristina Maria *O Uso de Modelagem no Ensino de Função Exponencial* - dissertação de mestrado. Disponível em http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/cristina brucki.pdf

Dante, Luiz Roberto *Matemática Contextos e Aplicações*. 1 ed. Vol. 1. São paulo: Ática (2011).

Lima, E. L. *Matemática e Ensino*. 3ed. SBM (2007).

Paiva, Manoel *Matemática Paiva*. 1 ed. Vol. 1. São Paulo:Moderna(2009).

PCN + ENSINO MÉDIO. *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias* . Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf. Acesso em 15 de dezembro de 2012.

Souza, Joamir *Novo Olhar Matemática*. 1ed Vol. 1. São Paulo: FTD(2010).