SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ELIHEBERT SARAIVA

ENSINO DE FUNÇÃO ATRAVÉS DE EXPERIMENTOS: UM ESTUDO DE CASO NA ESCOLA APOLÔNIA ROSSI JAVARINI NO MUNICÍPIO DE PRESIDENTE MÉDICI - RO

Porto Velho

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Biblioteca Setorial - UNIR/Campus de Ji-Paraná

S243e
2016

Saraiva, Elihebert.

Ensino de função através de experimentos: Um estudo de caso na escola Apolônia Rossi Javarini no municipio de Presidente Médici-RO / Elihebert Saraiva; orientador, Marinaldo Felipe da Silva. -- Porto Velho, 2016.
60, p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) - Universidade Federal de Rondônia, 2016

Inclui referências

1.Didática da matemática. 2. Método de ensino. 3. Prática de ensino. I. Silva, Marinaldo Felipe da. II. Universidade Federal de Rondônia. III. Título.

CDU 37.091.33:512

Dados do Bibliotecário Responsável: Alex Alves Almeida CRB 11:853

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ELIHEBERT SARAIVA

ENSINO DE FUNÇÃO ATRAVÉS DE EXPERIMENTOS: UM ESTUDO DE CASO NA ESCOLA APOLÔNIA ROSSI JAVARINI NO MUNICÍPIO DE PRESIDENTE MÉDICI – RO

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT da Universidade Federal de Rondônia, *Campus* de Porto Velho, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob a orientação do Professor Dr. Marinaldo Felipe da Silva.

Porto Velho

2016

Elihebert Saraiva

ENSINO DE FUNÇÃO ATRAVÉS DE EXPERIMENTOS: UM ESTUDO DE CASO NA ESCOLA APOLÔNIA ROSSI JAVARINI NO MUNICÍPIO DE PRESIDENTE MÉDICI – RO

Este trabalho foi julgado Aprovado para obtenção do título de Mestre em Matemática do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, do Departamento de Matemática da Fundação Universidade Federal de Rondônia, *Campus* de Porto Velho.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marinaldo Felipe da Silva - Orientador

Profª. Ms. Marizete Nink de Carvalho

Prof. Dr. Gerson Flôres Nascimento

AGRADECIMENTOS

Agradeço a ***Deus*** *por ter conseguido chegar até aqui;*

Em seguida, à minha esposa ***Franciele Dallabrida*** *por todo o apoio e dedicação nestes dois anos tão difíceis e de ansiedade por este momento. Agradeço aos meus pais* ***Arlindo Saraiva Nogueira*** *e* ***Elizabeth Saraiva Rodrigues*** *por todo o esforço empregado desde os meus primeiros passos em direção à escola;*

Aos meus Irmãos ***Alasson Saraiva****,* ***Alípio Saraiva*** *e* ***Elawan Saraiva*** *que sempre comemoram por todas as minhas vitórias;*

Aos professores desta Universidade: ***Dr. Adeilton Fernandes da Costa, Dr. Abel Ahbid Ahmed Delgado Ortiz, Dr. Tomás Daniel Menéndez Rodríguez, Dr. Marinaldo Felipe da Silva, Dr. Flávio Batista Simão, Ms. Marizete Nink de Carvalho*** *e* ***Ms. Ronaldo Chaves Cavalcanti*** *que contribuíram para minha formação e, em especial, ao amigo* ***Marinaldo Felipe da Silva*** *e ao amigo* ***Tomás Daniel Menéndez Rodrígues,*** *que são referências à minha formação;*

Aos amigos de Mestrado ***Evandro Bento da Siva****,* ***Leonardo Motta de Andrade*** *e* ***Marcelo Moisés Corilaço*** *pela ajuda em partilharem seus conhecimentos.*

À minha colega de trabalho, que me apoiou nesta empreitada, ***Denise Quiovetti Bittencourt****, amigona de todas as horas;*

A todos os meus ***Alunos*** *da Escola Apolônia Rossi Javarini.*

SUMÁRIO página

RESUMO

Esta dissertação tem por objetivo analisar as concepções sobre o ensino de funções através de uma metodologia diferenciada com a utilização de experimentos e relatar a realização de uma sequência didática com os alunos dos últimos anos do ensino fundamental sobre funções afins e quadráticas através de oficinas e aulas práticas. A metodologia usada é a engenharia didática, uma metodologia abordada na didática da matemática, podendo ser definida como uma configuração específica de organizar os procedimentos metodológicos de pesquisas desenvolvidas nos ambientes de ensino, ou mesmo como uma referência para elaboração de uma sequência didática, desenvolvida pelo professor para o ensino de conteúdos de matemática. Durante a pesquisa, o trabalho se propôs demonstrar que a metodologia do uso de experimentos é uma forma viável de ensino de funções, pois é atrativa aos alunos, além disso, promove um aprendizado maximizado dos conceitos, e, ainda cumpre o dever de despertar no estudante o gosto pelo método científico.

Palavras-chave: Ensino de funções. Engenharia didática. Experimentos.

1 INTRODUÇÃO

Conhecimento pode ser definido como a possibilidade de processar uma informação a fim de usá-la para resolver ou amenizar um problema. O sentido de conhecimento é subjetivo, e vai do saber popular ao saber científico. Por consequência, é possível perceber que o conhecimento científico sofre influência histórica e cultural. No entanto, o saber dito "científico" é a veia principal, usada pela humanidade, para se afirmar como sociedade moderna, capaz de superar problemas que amiúde a ameaça.

A matemática exerce um papel místico[1] no saber científico, pois serve de base para todos os outros ramos das ciências. Do ponto de vista epistemológico, a matemática pode ser vista como uma linguagem na tentativa de entender o mundo que nos rodeia.

Segundo a visão de D'Ambrósio (2006) a matemática pode ser concebida como um conjunto de saberes desenvolvido exclusivamente pela espécie humana com o intuito de conviver com a realidade e tudo aquilo que emana dela, desenvolvida interconectada aos aspectos históricos e geográficos.

A matemática germinou da necessidade que o ser humano tem ao precisar compreender e interpretar fenômenos do mundo físico e do cotidiano, e, após passar a viver em sociedade, precisou fazer uso da matemática para empregar a mesma compreensão às relações sociais. De certo, a experimentação sempre esteve presente na construção do saber humano ao longo do tempo, tornando uma ferramenta indispensável à construção do conhecimento.

A experimentação é própria da natureza humana, serve-se como propulsor ao espírito científico. Em geral, ela está ligada ao "mundo real", servindo-se como ferramenta que permite a matemática fluir. Esta ideia está concatenada com o poder de transformação que a matemática potencializa no seio de qualquer sociedade moderna.

Libâneo (2006) ao definir os princípios básicos do ensino evidencia o poder de transformação que o conhecimento científico exerce sobre a sociedade, além disso, expõe que na vida de cada individuo o papel do conhecimento extrapola os limites das tarefas escolares e da vida prática, porque atua de forma destacada no papel de transformação.

Com isto, é impensável imaginar a sobrevivência da sociedade moderna sem a ciência e de modo particular, sem a matemática como instrumento norteador. Modernamente, alguns conceitos matemáticos, antes direcionados a cientistas ou estudiosos da área, se popularizou por ter importância em vários segmentos da vida social do indivíduo proporcionado a ele se afirmar como membro participativo da sociedade.

---

[1] Místico: O autor utiliza esse termo para expressar a variedade de significados e sentidos que a matemática pode absorver, além do seu poder transformador no processo de evolução do saber.

Não obstante, dentre os diversos conteúdos de matemática importantes para os saberes escolares e para a vida prática, a utilização de funções está entre os conceitos mais utilizados de maneira implícita pela sociedade moderna. Nos currículos brasileiros, ensino de funções inicia-se no último ano do ensino fundamental e é novamente revisto com mais profundidade no ano subsequente (1º ano do ensino médio).

Em alguns casos, o conteúdo é mostrado de forma desmotivadora elencando uma relação entre dois conjuntos A e B que faz corresponder a uma lei. Este tipo de abordagem gera desinteresse à maioria dos alunos, pois tem o ensino pautado por regras desprovidas do desejo de apreender.

Segundo Elon [9] o ensino de funções deve ser ensinado, enfatizando sua grande aplicação nas ciências físicas, sociais e econômicas, ao passo que sua conceituação deve ocorrer de modo simples, porém sem gerar ambiguidades ou dúvidas. Segundo (Moraes, *apud* Lima, p.21):

> Função é um dos conceitos fundamentais da matemática (o outro é conjunto). Os usuários da Matemática e os próprios matemáticos costumam pensar numa função de modo dinâmico, em contraste com essa concepção estática (...) uma função, cujo domínio é o conjunto X e contra domínio o conjunto Y , é uma correspondência (isto é, uma regra, um critério, um algoritmo ou uma série de instruções) que estabelece, sem exceções nem ambiguidade, para cada elemento x em X, sua imagem f(x) em Y.

Na metodologia de experimentos, o aluno se encontra em meio ao processo de formação do conhecimento, sendo propício envolver os alunos em atividade de conceitos importantes de matemática, ademais, ela encontra respaldo nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio [16] (p.84-85), um documento que serve de instrumento norteador do ensino e que defende:

> A modelagem matemática, percebida como estratégia de ensino, apresenta fortes conexões com a ideia de resolução de problemas apresentada anteriormente. Ante uma situação-problema ligada ao “mundo real”, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque variado de competências: selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, (...) e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda à

> situação real, aqui se revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento.

Esse pensamento serve como norteador do trabalho docente relativo ao ensino de funções, evidenciando seu caráter usual. Através desse entendimento pode-se afirmar que o aprendizado de função é efetivo quando o aluno tem a possibilidade de realizar experimentações, construindo assim, um caminho semelhante aos primeiros que construíram o conceito de função. As referências desta seção são: [9] e [16].

Este trabalho salienta o uso de experimentos voltado ao ensino de função para alunos dos últimos anos do ensino fundamental, sobretudo, evidência como esta metodologia pode contribuir para o aprendizado de conceitos menos elementares do conteúdo, com vista as suas nuances. Ademais, o presente trabalho, está estruturado da seguinte forma:

A Seção 2 contém os objetivos do trabalho, que consiste em analisar as concepções sobre o ensino de funções através da utilização de experimentos e relatar a realização de uma sequência didática com os alunos dos últimos anos do ensino fundamental sobre funções, com isso, deseja-se compreender como esta metodologia pode contribuir de forma mais enérgica com o aprendizado do conteúdo.

A Seção 3 consiste em promover um “diálogo” entre os autores que permearam pelo mesma veia de investigação – O ensino de funções, ao qual este trabalho paralelamente se propôs, considerando suas nuances em termos de metodologia, e objetivos, evidenciando suas colaborações para a pesquisa.

A Seção 4 tece reflexões a respeito da engenharia didática, parâmetro usado pelo autor para evidenciar aspectos intimamente ligados à pesquisa. Além disso, foi o procedimento que deu ao pesquisador direcionamento da maneira como se portar diante do problema proposto no objetivo da pesquisa e na maneira de conduzi-la, para evidenciar fatores que atingem a problemática.

Na Seção 5 consta o desenvolvimento da pesquisa com a aplicação do pré-teste, a análise qualitativa dos dados, a fase de experimentação, onde o pesquisador interviu com a aplicação de oficinas, apoiado pelo uso de experimentos, bem como a análise a posteori com a finalidade de validar os resultados da intervenção realizada.

Enfim, a Seção 6 faz a consideração final, destacando o caráter investigativo da pesquisa, além disso, evidencia a potencialidade do aprendizado significativo dos conceitos de função em virtude do uso controlado de experimentos, dosando a conceituação e a manipulação do objeto matemático.

2 OBJETIVOS

Objetivo geral

O trabalho apresenta como objetivo de pesquisa realizar um ensino-aprendizagem diferenciado através do uso de experimentos, adotando como suporte uma sequência didática com os alunos dos últimos anos do ensino fundamental sobre funções afins e quadráticas por meio de oficinas e aulas práticas.

Objetivos específicos

- ✓ Detectar as dificuldades encontradas pelos alunos ao conceituar e representar as funções;
- ✓ Analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos em usar a simbologia matemática para representar as funções;
- ✓ Diagnosticar por que os alunos tem dificuldade em contextualizar o que aprendem de funções e fazer aplicações no cotidiano;
- ✓ Destacar as contribuições da utilização de experimentos em sala para o ensino de funções;
- ✓ Evidenciar a influência positiva provocada pelo professor ao aplicar uma sequência didática pautada no uso experimentos;
- ✓ Elencar a importância de recursos didáticos metodológicos para o ensino de funções.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Estado da arte

O estado da arte também é conhecido como estado do conhecimento e consiste em fazer um levantamento sobre como está a produção científica sobre determinado assunto. Trata-se de conceber e analisar o que foi produzido até o momento. Segundo Ferreira [7] (2002):

> Definidas como de caráter bibliográfico, elas parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários.

Para gerar o estado da arte deste trabalho, precisa-se, primeiramente, fidelizar-se aos objetivos do programa PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional que segundo a Avaliação Suplementar Externa do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional [10] (2013) tem os seguintes objetivos:

- ✓Estimular a melhoria do ensino de Matemática em todos os níveis;
- ✓Qualificar professores de Matemática que atuam na Educação Básica em nível de pós-graduação stricto sensu, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo, oferecendo um curso de formação profissional que contemple as necessidades advindas do trabalho cotidiano no espaço da escola;
- ✓Incentivar uma postura crítica acerca das aulas de Matemática nos níveis do Ensino Fundamental e Médio, que enfatize o papel central do conhecimento de matemática frente às exigências da sociedade moderna;
- ✓Buscar a valorização profissional do professor por meio do aprimoramento de sua formação.

Dentre os itens acima é possível perceber que o PROFMAT prepara o egresso para a busca de inovações no ensino, voltado, principalmente, ao ensino básico. Portanto é justo que este trabalho sirva como produto de uma ação que vise discutir parâmetros para a melhora do ensino de matemática, em especial ao ensino de funções.

Dessa maneira, buscou-se alguns trabalhos realizados por egressos do programa que pudessem contribuir com os rumos desta pesquisa, ademais alguns autores renomados estão presentes, para que se possa obter amplitude na exploração do assunto, dando respaldo à pesquisa. Essa parte da pesquisa é importante, pois cria suporte teórico-metodológico a partir do levantamento de alguns trabalhos que possui tônica semelhante ao proposto.

Estes trabalhos serão norteadores das ações da presente pesquisa, uma vez que o objetivo da dissertação reside em elencar um método alternativo para o ensino de funções a partir da série final do ensino fundamental. Com efeito, foram selecionados alguns trabalhos que se mostraram interessantes.

Moraes [13] (2014) em sua dissertação de mestrado mostrou o quanto à matemática pode ser interessante quando construiu foguetes com garrafas *pets* e com isso fez uma densa discussão a respeito das equações e funções do segundo grau. Moraes [13] (2014, p.59) elenca que a contribuição mais profunda de seu trabalho está no projeto de competição de lançamento de foguetes, pois:

> O projeto teve como intuito contribuir para suprir a necessidade de trabalhar atividades experimentais com alunos, pois se mostra como uma atividade

> motivadora que proporciona uma maneira diferente para trabalhar conceitos das disciplinas de Matemática.

Além das aulas expositivas e dialogadas com os alunos sobre equação e função de segundo grau, o autor organizou uma competição dos foguetes, com objetivo de que os alunos pudessem experimentar a ação das leis físicas, observar conceitos físicos e matemáticos na estrutura da base de lançamento do foguete, entre outros, com isso conseguiu esculpir nos alunos um espirito de observação e perícia. Moraes [13] (2014, p.11) relata:

> (...) apresentar-se-á a metodologia do campeonato de lançamento de foguete com garrafa pet, onde o aluno terá contato com uma atividade prática relacionada ao conteúdo de funções estudado em sala de aula, aproximando-o assim de uma atividade experimental, onde ele terá autonomia para elaborar e testar suas hipóteses.

Moraes [13] (2014) aplica conceitos de funções para alunos do 9º ano fazendo observar que é possível uma abordagem mais completa da disciplina ainda no ensino fundamental. Além disso, o referencial curricular de Rondônia [19] (2013, p.188), documento norteador da rotina em sala de aula dos professores, permite que seja atingido os seguintes objetivos, habilidades e competências:

- ✓ Reconhecer que os números irracionais constituem os reais;
- ✓ Saber identificar cada número real com um ponto da reta e vice-versa;
- ✓ Saber as operações definidas nos números reais, inclusive potenciação e radiciação, e perceber que elas são necessárias para a resolução de problemas dos mais variados contextos;
- ✓ Utilizar as propriedades das operações com números reais;
- ✓ Resolver situações-problema envolvendo números reais, ampliando e consolidando os significados da medição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
- ✓ Identificar e aplicar os conceitos matemáticos em situações do dia a dia e outras áreas do conhecimento;
- ✓ Ler, interpretar, propor e resolver situações–problema envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas incluindo a utilização de equações, sistemas de equações;
- ✓ Representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas (gráficos de funções), analisando e caracterizando o comportamento dessa variação;

- ✓ Ler, interpretar, resolver, analisar e verificar a validade das soluções em situações-problema envolvendo equações, inequações e sistemas de equações de primeiro grau e de segundo graus;
- ✓ Compreender o conceito de função, e em particular as funções poligonais de primeiro e segundo graus, incluindo a construção de seus respectivos gráficos, determinando seus domínios e imagens;
- ✓ Utilizar as funções pra descrever modelos matemáticos para diversas situações-problema ocorridos em vários contextos;
- ✓ Saber resolver situações-problema com a utilização das funções, bem como descrever situações graficamente.

O assunto de funções é abordado no eixo temático números e funções junto com os conteúdos de conjunto dos números reais e equações e sistemas de 2º grau, levando o nome "noções de funções" e em suas competências, fica evidente a preocupação de nortear a relação entre conjuntos existente pela função destacando a ideia de domínio e contra domínio da função, bem como seu aspecto gráfico.

Além disso, nas competências/habilidades o penúltimo item que fala a respeito do uso das funções para descrever modelos matemáticos reflete a preocupação em estabelecer relacionamento do ensino de funções com sua aplicabilidade em problemas "reais". Esse apelo reside no abundante campo de aprendizado em que o aluno é colocado.

Esses objetivos promovem no 9º ano a imersão no ambiente de função, porém, não o aborda de forma completa, ficando assim a cargo do primeiro ano do ensino médio. Isso dá autenticidade à ideia de que o ensino de funções como é ensinado nas escolas tende a ter caráter introdutório. Muitas vezes enfatizando seu aspecto algébrico e gráfico, com isso, predomina-se a mera reprodução de exercícios "clássicos" que não valorizam o aprendizado para fora dos muros da escola.

Segundo Magarinus [11] (2013, p.12):

> (...) apesar da possibilidade de contextualização e interdisciplinaridade, o ensino de funções não vem garantindo aos alunos sua efetiva aprendizagem ou a flexibilidade esperada para a resolução de problemas diversos. Muitos alunos demonstram dificuldades em trabalhar com funções e poucos parecem compreender seu conceito.

É possível perceber em sua fala sobre a importância dada à função no que diz respeito a sua aplicabilidade, porém, a autora observa que um dos grandes impedimentos ao seu aprendizado reside na conceituação, talvez gerado pela forma mecânica abordada. Para isto, Maganirius [11] (*apud* Costa, p.12) aponta a raiz do problema:

> Surpreendentemente, Costa, C. (2008, p. 93), investigando o conhecimento do professor de Matemática sobre o conceito de função, verificou que este, quando confrontado com questões envolvendo funções que geralmente são abordadas no ensino básico, “apresenta um fraco desempenho, demonstrando limitações incompatíveis com o seu grau de formação, ora produzindo os erros dos alunos desta etapa da educação, ora reproduzindo em sala de aula erros de abordagem e de conceito.”

Esse fato também é evidenciado pelo PCN Ensino Médio [3] (p.43):

> O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou ainda, a relevância, cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. Um primeiro exemplo disso pode ser observado com relação às funções. O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui.

Corriqueiramente, o ensino de função com caráter isolado das aplicações, é ensinado segundo o que se pode conceituar por ensino tradicional, com apego às fórmulas e ao aspecto gráfico. Esse cuidado excessivo gera a desmotivação do aluno. É prudente que o professor faça a conceituação formal logo que perceber que os alunos construíram um primeiro significado ao conceito de função enfatizando sua natureza usual no cotidiano.

A vertente metodológica abordada até aqui e que está estreitamente ligada à ideia de experimentar, vislumbrando a matemática de forma experimental é a modelagem matemática. Segundo Bassanezi [4] (2002, p.24)

> “Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual”.

Essa metodologia tem por pressuposto da ideia de que a matemática está presente nos objetos e nos resta, propor um sistema do qual seriamos capazes de idealizar, de tomar decisões a partir da possiblidade de poder prever o futuro. Esse processo chama-se matematizar, e que segundo Bienbemgut&Hein [3] (2000, *apud* Brasil) afirma que *é um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento*. Ou seja, os objetos matemáticos existem por conta própria espalhados pelo "mundo" e a mente humana concebe isso de forma "natural" para em fim poder tomar suas decisões.

Para a ciência este método é valioso e serve-se de base para a construção do conhecimento. No que diz respeito à educação, em nível de escolarização secundária, existe algumas ressalvas, pois exige do aluno bom manuseio das ferramentas a serem usadas. Isto é, requer do estudante-pesquisador o domínio teórico do conteúdo matemático a qual o problema está relacionado.

Com isso, não quer dizer que se deve abolir a modelagem do ensino, pelo contrário, é prudente que o professor faça as devidas adequações ao seu uso em sala, pois é de grande utilidade ao aluno. Conforme [2] (Bienbemgut *apud* Bragança) "*Há o inconveniente de não sabermos, inicialmente, por onde o modelo passará, ou seja, nem sempre o ferramental matemático requerido está ao alcance do educando e mesmo do professor. Existem também as dificuldades de adequação ao currículo estabelecido".*

Silva [20] (2015, p.48) ao ensinar funções, por meio de modelagem de experimentos físicos, confirma que está metodologia contribui para o aprendizado de funções, especialmente porque permite ao aluno ser componente ativo do processo de ensino, pois o próprio objeto experimental permite que ao manuseá-lo o estudante conclua seu raciocínio de forma mais ilustrada, e ainda dá ao aluno a oportunidade de navegar por entre os campos do saber:

> Apesar das dificuldades encontradas tanto no ensino de física quanto no de matemática, quando os alunos participam ativamente do processo educacional, a aprendizagem acontece com maior facilidade, pois ela torna-se significativa para o aluno. (...). A interdisciplinaridade possibilita a transferência de métodos de uma disciplina para a outra, e não apenas saberes, onde através dela é possível a participação ativa do aluno, proporcionando uma aprendizagem mais estruturada e completa.

Com efeito, o professor é peça fundamental no aprendizado do aluno, pois se decide usar a modelagem como metodologia de ensino tem que ter em mente que não é possível tornar firme o solo que se pisa. Além disso, pode gerar um inconveniente de "frustrar" o aluno, já que nem sempre é possível chegar a um modelo que se possa tirar uma conclusão. Resta à classe professoral aplicar um tratamento "menos rígido" de modelagem de modo que faça o que Bassanezi [4] (2004, p.16) crê:

> (...) acreditamos que os professores devem valorizar o que ensinam de modo que o conhecimento seja ao mesmo tempo interessante, por ser útil, e estimulante, por ser fonte de prazer. Assim, o que propomos é a busca da construção de uma prática de ensino-aprendizagem matemática que combine "jogos" e resultados práticos.

Esta metodologia é um meio bastante dinâmico, que promove o elo entre o aluno e o aprendizado. Entendendo isto, o professor gera uma aula mais dinâmica, trabalhando com o aluno outros sentidos táteis, resultando em aprendizado efetivo. Com isto, é possível promover uma ponte entre as práticas escolares concatenadas ao saber puramente científico, colocando o aprendizado em um patamar de destaque.

Contudo, é válido destacar que existem alguns conteúdos de matemática ou mesmo algumas aplicações de alguns conteúdos com o qual se pode usar esta metodologia. Com isso, pode-se classificar este trabalho a um patamar de experimentos "controlados", pois desse modo, o experimento feito em sala tem uma resposta efetiva, um modelo a ser testado pelos alunos, minimizando problemas como a desmotivação, e, assim, exploram as habilidades dos alunos. As referências desta subseção são: [2], [3], [4], [7], [10], [11], [13], [19] e [20].

Com isso, é preciso discutir matematicamente algumas definições e propriedades do objeto matemático em questão, e que são apresentados aos alunos da pesquisa, para que seja possível discutir o caminhar do conteúdo durante a realização das atividades experimentais em sala de aula. Na próxima seção, encontra-se uma discussão do conteúdo de função, com vista a uma abordagem daquilo que se pretende ensinar no decorrer do trabalho a campo.

3.2 Algumas definições sobre funções

O conteúdo de função aparece nos livros didáticos a partir do nono ano do ensino fundamental, sendo que no ensino médio ele recebe um tratamento mais pragmático. Portanto a abordagem a respeito do conteúdo de funções será mediada pelo objetivo do trabalho, ou seja, as definições dadas a seguir a respeito de funções retratam somente os aspectos que se desejam compreender do ensino de funções no último ano do ensino fundamental.

Além disso, à medida que forem desenvolvendo as definições e propriedades a respeito do conteúdo, algumas explanações, com a finalidade de situar historicamente e socialmente o ambiente educacional o qual o conteúdo de funções está inserido poderá aparecer. As definições presentes no texto são adotadas levando em conta conceitos difundidos em livros de grande circulação, portanto determinadas definições podem sofrer pequenas variações na forma como são apresentadas.

Definição 1 [8] *Dados dois conjuntos A e B não vazios, chama-se de função uma relação que* $\forall\, x \in A, \exists$ *um único* $y \in B$ *tal que* $f(x) = y$.

É imprescindível para o aprendizado a boa conceituação do que se estuda. Isso acarreta uma definição de função bastante concisa e sem ambiguidades. Por outro lado, é preciso tomar alguns cuidados para que detalhes presentes no texto não passe despercebidos. Zuffi & Pacca [21] p.19 relata, em sua pesquisa, dificuldades que professores encontraram ao definir funções:

> Notamos que houve dificuldades quanto à verificação da propriedade P1 (que a todo elemento do conjunto do domínio, faz associar uma imagem) a qual caracteriza uma relação como função, quando a expressão algébrica que determina é simétrica relação às variáveis x e y. Talvez este possa ser indício da dificuldade em se olhar a função como um todo, ou como um processo de transformação.

O primeiro contato com a definição de função pode tornar o aprendizado confuso ao aluno, pois a sutileza com a ideia de que para todo elemento x do conjunto A (de partida) faz corresponder um, e somente um, elemento y do conjunto B (de chegada). Ou seja, se o conteúdo for introduzido pelo professor como uma relação entre conjuntos, provavelmente o professor terá que recorrer a situações quotidianas para apoiar a existência de uma “lei” entre esses conjuntos. Vale ressaltar que em matemática os problemas mais complexos se resumem de forma geral a provar existência e em seguida a unicidade.

Definição 2 *Decorre da definição 1 que o conjunto A é chamado de domínio de f, o conjunto B é chamado de contradomínio e o conjunto de todos $f(x)$ de conjunto imagem de f, portanto $Im(f) \subset B$.*

É recorrente que uma função seja descrita por sua forma analítica, isto é, associa-se à função uma equação algébrica que vai descrever a "ação" que se deve tomar para "levar"[2] um elemento do conjunto de partida ao conjunto de chegada. Com isso, didaticamente, cada função fica inteiramente definida a partir de sua expressão analítica.

Definição 3 *Chama-se função afim* $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ *tal que* $f(x) = ax + b$, *onde* $a, b \in \mathbb{R}$ *sendo* $\mathbb{R}$ *é o conjunto dos números reais. Além disso, quando* $a = 0$, *tem-se a função constante,* $f(x) = b$, *se* $b = 0$ *temos a função linear* $f(x) = ax$ *e quando* $a = 1$, *tem-se a função identidade* $f(x) = x$.

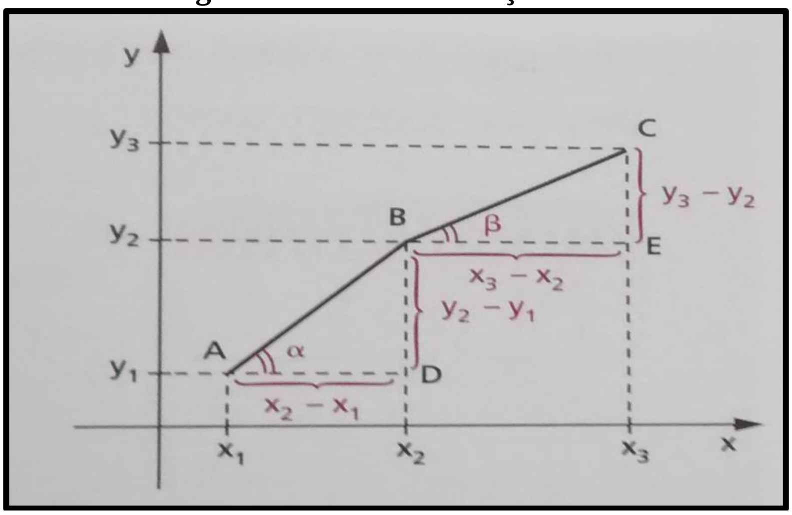
A definição acima é bastante abrangente, pois estabelece conceitos de proporcionalidade direta, que dependendo do domínio estabelecido, recebe o tratamento no ensino médio de PA-Progressão Aritmética. Ademais, lhe confere propriedades como: $i)\ f(1) = a, ii)\ f(x + y) = f(x) + f(y)$ e $iii)\ f(nx) = n.f(x)$.

Outra maneira de reconhecer uma função é por meio de seu gráfico em um plano cartesiano. O uso do gráfico sintetiza informações globais de uma situação, fazendo com que o leitor economize tempo de análise. A construção gráfica é um componente importante ao estudo das funções.

Propriedade 1 *O gráfico de uma função afim com* $a \neq 0$ *é uma reta.*

Demonstração: Sejam x_1, x_2 *e* $x_3 \in \mathbb{R}$ *então* $\begin{cases} y_1 = ax_1 + b \\ y_2 = ax_2 + b, \\ y_3 = ax_3 + b \end{cases}$ *subtraindo membro a membro tem-se:* $\begin{cases} y_3 - y_2 = a(x_3 - x_2) \\ y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1) \end{cases} \Rightarrow \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$, *geometricamente:*

Figura 1: Gráfico da função afim



Fonte: Iezzi & Murakami [8] (2013)

[2] Esse termo é usado no sentido figurado com a finalidade de ser didático ao aluno.

Com isto, os ΔABD *e* ΔBCE *tem dois de seus lados proporcionais e os ângulos entre esses lados iguais, pois ambos são retos,* $\therefore\ \Delta ABD \sim \Delta BDE\ pelo\ caso\ (LAL - Lado - \hat{A}ngulo - Lado),\ \Rightarrow\ \alpha = \beta.$ *Ou seja, todo ponto que pertence ao gráfico de uma função afim estão sobre uma reta.*

É comum dizer ao aluno que o gráfico de uma função linear é uma reta, mostrando-lhe na prática que isso ocorre, porém, é importante dar ao aluno suporte teórico mínimo para que ele possa romper com a falsa crença de que em matemática os objetos são dados por acaso, sem uma justificativa plausível. Pois, nesta idade o aluno tem condições de entender uma demonstração como a acima, desde que tenha lembrança de semelhança de triângulos (assunto do 9º ano) e entender o conceito de função, incluindo sua manipulação.

Depois que o aluno aprendeu conceituar e manipular funções, a propriedade de que o gráfico da função afim é uma reta serve para ensiná-lo a construir o gráfico, porque basta que seja feito o cálculo de dois pontos distintos e fazer o uso do postulado da *determinação de Euclides* que afirma o seguinte: *dois pontos distintos determinam uma única reta*. Fazendo uma releitura: *por dois pontos distintos passa uma única reta*. As referências desta subseção são: [8] e [21].

Definição 4 *Chama-se função quadrática* $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ *tal que* $f(x) = ax^2 + bx + c$, *onde* $a, b\ e\ c \in \mathbb{R}\ e\ \ a \neq 0$.

Ademais, os conceitos acima destacados se referem ao conteúdo de função que o pesquisador almeja lograr êxito em ensinar, distribuído de forma coerente entre as oficinas com a aplicação dos conceitos em cada experimento.

Precisou-se buscar uma metodologia que pudesse destacar as dificuldades dos alunos e do professor ao estudar e ensinar funções, respectivamente. Além disso, em uma pesquisa ação, a maneira como conduzir os trabalhos é fator importante para o sucesso da tarefa do pesquisador, por isso, tomou-se a engenharia didática como técnica dos trabalhos relativos à organização dos procedimentos a serem realizados dentro de sala de aula. Na próxima seção, este procedimento de trabalho será descrito, evidenciando seu caráter operacional para a pesquisa.

4 METODOLOGIA

4.1 Reflexões sobre procedimentos metodológicos

Ser professor nos dias atuais é um ofício árduo com inúmeros desafios, portanto é preciso se atualizar constantemente com novas estratégias e métodos de ensino, ter uma didática satisfatória e utilizar uma sequência de ensino pautada em objetivos claros e almejáveis. Uma das fundamentais premissas para o ensino é que o professor deve ser responsável por promover condições de ensino, com o intuito de que o próprio aluno realize interações e dinâmicas de forma que valorize sua autonomia para apossar-se do conteúdo em estudo e, por fim, promover sua própria aprendizagem.

Brousseau (1996 a,b) e Artigue (1996), dentre outros pesquisadores da Didática da Matemática, defendem a utilização de situações de aprendizagem nas quais os alunos são levados a pensar e praticar a matemática através de jogos, experimentos e situações-problema, de modo a criar estratégias e usar conhecimentos anteriores para que sejam capazes de encontrar as possíveis soluções para as situações apresentadas, organizando e interpretando as informações, representando-as de diferentes formas para a tomada de decisões.

A partir desse novo campo de estudo, um referencial que possibilitou fortalecer e direcionar o ensino de matemática como um projeto social e significativo na formação do aluno foi a proposta da metodologia da engenharia didática, esquematizada por Brousseau (1996 a,b) e descrita nos trabalhos de Artigue (1996). Pommer [17] conclui ainda que "*a Engenharia Didática foi inicialmente concebida como uma forma de concretizar os ideais e pressupostos de investigação da escola da Didática da Matemática Francesa. Nos primórdios da Didática da Matemática*".

Sendo assim a engenharia didática pode ser usada como suporte metodológico de pesquisa no ensino da matemática, bem como ser importante para a criação de sequências didáticas que resultem na efetiva aprendizagem do aluno. Com efeito, a engenharia didática se mostra viável à finalidade deste trabalho.

4.2 Engenharia didática

A engenharia didática é uma metodologia abordada na didática da matemática, podendo ser definida como uma configuração específica de organizar os procedimentos metodológicos de pesquisas desenvolvidas nos ambientes de ensino, ou mesmo como uma referência para elaboração de uma sequência didática, desenvolvida pelo professor para o ensino de conteúdos de matemática.

Quando se usa essa metodologia para desenvolver uma pesquisa em educação matemática, articula-se o saber matemático a uma prática reflexiva mediante o uso de sequências de atividades teóricas ou experimentais.

Artigue [1] (1996) caracteriza a engenharia didática como sendo: "(...) *um esquema experimental baseado sobre 'realizações didáticas' em sala de aula*, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de uma sequência de ensino". De acordo com está concepção as atividades desenvolvidas a partir de princípios da engenharia didática devem ser associadas a praticas de investigação.

A partir desta abordagem metodológica, a aprendizagem se materializa, pois sua importância está no senso crítico e na compreensão do conhecimento ou informação explorada e não no conteúdo estático que o aluno copia, responde de forma mecânica e pouco retém para si para a reprodução em determinadas avaliações.

A engenharia didática possibilita ao professor tornar o seu fazer docente um trabalho reflexivo, pois suas ações pedagógicas podem ser objetos de investigação procurando sempre estabelecer um elo entre o saber teórico e a prática na busca da construção de conhecimento conforme afirma Pais [14] (2002, p.99):

> "A engenharia didática possibilita uma sistematização metodológica para a realização da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e pratica. Esse é um dos argumentos que valoriza sua escolha na conduta de investigação do fenômeno didático, pois sem articulação entre a pesquisa e a ação pedagógica, cada uma destas dimensões tem seu significado reduzido".

O surgimento desta abordagem metodológica se dá a partir da preocupação com o desinteresse do aluno em aprender a matéria bem com a necessidade de produzir inovações no ensino de matemática, ampliando caminhos para as experiências e vivências em sala de aula, desde que haja uma fundamentação científica e seja coerente para tais realizações. Relaciona-se também com as práticas do professor, pois seu papel de transpor o conhecimento é amparado por sua capacidade didática e por seu domínio da complexidade do processo de ensino e aprendizagem.

Nessa perspectiva, a questão consiste em afirmar a possibilidade de o professor desenvolver suas técnicas de ensino com racionalidade, baseando-se em conhecimentos matemáticos e didáticos, destacando a relevância de realizar a didática na sala de aula como prática de investigação.

A engenharia didática recebeu esta denominação por ser um trabalho didático análogo à atividade realizado por engenheiros, que para desenvolver um projeto se ampara em conhecimentos científicos com intuito de encontrar soluções plausíveis para problemas cotidianos ou complexos.

Artigue [1] (1996) diz que:

> "Esse termo foi cunhado para o trabalho didático que é aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto a enfrentar praticamente, com todos os meios que dispõe problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta".

O professor ao desenvolver suas atividades pautadas pelo uso da engenharia didática poderá refletir sobre o seu desempenho, avaliar sua ação educativa, e dará significado ao que ensina à medida que trabalha a partir das dificuldades cognitivas de aprendizagem que os alunos manifestam no estudo de determinados saberes. Dessa forma, se essas dificuldades forem tratadas corretamente pelo professor, o aluno terá uma formação mais ampla, contextualizada e com significação. Através da engenharia didática o professor tem a oportunidade de redirecionar e resignificar o trabalho que desenvolve no seu fazer docente como afirma Pantoja e Silva [15]:

> "Não existe ninguém melhor que o próprio professor para entender a complexidade dos fatos ocorridos em sala de aula, ninguém melhor para entender as dúvidas e dificuldades que os alunos apresentam, por isso, é ele quem deve buscar entender os motivos que impedem o aprendizado dos alunos investigando e refletindo as próprias ações educativas efetuadas em sala de aula."

A engenharia didática enquanto suporte de pesquisa no ensino de matemática ou em outras áreas do conhecimento se estrutura em quatro fases, sendo elas: Análises prévias, concepção e análise a priori, aplicação de uma sequência didática ou fase de experimentação e por último é feita a análise a posteori da sequência aplicada ou da experimentação sendo finalizadas com uma validação da experiência.

Na primeira fase, ou seja, na análise prévia, ocorre um levantamento sobre os aspectos e estudos que envolvem o objeto pesquisado. Esses dados coletados são bases para o desenvolvimento de reflexões para uma possível contribuição ou interferência positiva no ensino.

Nessa fase também são analisadas: considerações a respeito da fundamentação teórica geral sobre os saberes didáticos já concebidos a respeito do assunto em questão; aspectos epistemológicos dos conteúdos abordados; como o professor tem desenvolvido o assunto e suas implicações no ensino; a concepção dos alunos sobre o objeto de estudo bem como as possíveis dificuldades e obstáculos que apresentam perante esse saber e também as barreiras que dificultam o processo de ensino e aprendizagem.

Para a conceituação da análise prévia, Pais [14] (2002, p.101) afirma que:

> "Para melhor organizar a análise preliminar, é recomendável proceder a uma descrição das principais dimensões que definem o fenômeno a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino, tais como a epistemologia cognitiva, pedagógica, entre outras. Cada uma dessas dimensões participa na constituição do objeto de estudo".

O autor enfatiza a importância de permear pelas dimensões que cercam o objeto de estudo para uma fundamentação consistente que fomentará uma busca por totalidade e compreensão do que deve ser explorado pelo professor e de que maneira se tornará eficiente. Depois da elaboração de uma análise prévia e sequenciando uma análise a priori o professor poderá pensar no desenvolvimento da sequência didática que será objeto de investigação.

A segunda fase é a análise a priori que se faz sobre o objeto em estudo. Nessa fase acontecem as concepções para a organização do planejamento, por conseguinte a esquematização do roteiro a ser seguido. Dos estudos investigados e das considerações obtidas na análise prévia se pode elaborar as atividades da sequência didática, apontando os objetivos, caracterizando cada atividade, as possíveis estratégias de realização do trabalho e as respectivas dificuldades encontradas pelos alunos. A fase da análise a priori, segundo Artigue (1996), compreende duas etapas nas quais, uma é descritiva e a outra preditiva. Ou seja, a etapa de descrição do objeto de estudo e a etapa de previsão na qual se estima as previsões de futuras melhorias para o ensino de matemática.

É preciso então delinear as escolhas baseadas nas reflexões sobre os contextos geral e local, para descrever as atividades proposta. Assim ocorre a necessidade de apontar as problemáticas existentes sobre o objeto de estudo e fazer um levantamento de hipóteses, que deverão ser verificadas mediante as práticas investigativas, elaboradas para tal didática sugerida. Para a engenharia didática é de suma importância à criação de hipóteses, pois elas serão as certificações das possíveis soluções das problemáticas encontradas, após a comparação com os resultados finais da sequência didática aplicada, além de que as hipóteses serão usadas para validar ou não às atividades propostas.

A terceira fase é o período da experimentação, ou seja, é o momento de desempenhar a aplicação da sequência didática na qual o professor coloca em prática todo o seu aporte teórico e o seu saber didático na expectativa de atingir os resultados almejados e delineados no seu planejamento. Através dessa fase, a sequência didática sugerida deverá ser desenvolvida mediante uma abordagem metodológica visando sempre à construção de uma aprendizagem significativa.

Essas atividades deverão desenvolver no aluno o ato de indagar, ser crítico e que o faça refletir sobre o objeto de estudo, para que assim fique motivado a explorar os possíveis caminhos para as soluções de problemas e a participar efetivamente das ações propostas retendo o máximo de saberes e aplicações em diversos contextos. Sendo assim a elaboração de uma sequência didática exige uma fundamentação, conforme mostra Pais [14] (2002, p. 102):

> "Uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas sessões, tendo em vista o seu caráter especifico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas no sentido da rotina da sala de aula. Tal como acontece na execução de todo projeto, é preciso estar atento ao maior número possível de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigatório"

Além dessas pontuações, é na fase de experimentação que se dá as condições para a aplicação da sequência didática. Artigue diz que na fase experimental é preciso deixar claro os pontos que norteiam a aula a ser desempenhada, são eles:

- ✓ Elucidar os objetivos e condições da realização da pesquisa;
- ✓ Estabelecer um contrato didático[3];
- ✓ Aplicação de experimentos e instrumentos de pesquisa;

[3] Brousseau [5] (1996) caracteriza o contrato didático como: "um conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos dos alunos que são esperados pelo professor. Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro".

- ✓ Registrar as observações feitas durante o período de experimentação.

Enfim, a partir desses pontos abordados pela autora, o professor, dever ter claramente definido esses pontos em seu planejamento, se posicionando e refletindo sobre o conteúdo a ser ensinado e elaborar as abordagens metodológicas adequadas e que sigam esses princípios evidenciados por Artigue.

A quarta e última fase é a da análise a posteriori e da validação. Esta fase analisa os dados obtidos durante a experimentação e se baseia pelas observações realizadas durante cada sequência didática aplicada ao ensino. E também afere as produções feitas pelos alunos bem com o rendimento deles. Esta etapa serve para verificar se após o período experimental a aprendizagem foi significativa e se o aluno conseguiu construir o seu conhecimento a partir de sua autonomia intelectual, ou seja, é o momento em que se realiza a comparação das análises a priori com as análises a posteori, refletindo se o que esperávamos dos alunos realmente aconteceu e se o aprendizado foi positivo, para assim determinar a validação, ou não, da sequência didática praticada.

Para a validação da pesquisa e definir as conclusões, é de suma relevância considerar os resultados obtidos no pré-teste e pós-teste, comparando-os para verificar se a realização da sequência didática fomentou a compreensão do conteúdo, se as expectativas da investigação foram satisfatórias e se as hipóteses iniciais foram confirmadas.

Conhecendo as fases que estruturam a engenharia didática é notável o direcionamento que esta abordagem metodológica possibilita às práticas educativas abordadas em sala de aula. Ao considerar a própria pratica de ensino como objeto de investigação o professor pode avaliar possíveis alterações em seu trabalho mediante as observações dos resultados alcançado. Esse direcionamento citado acima é confirmado por Pais [14] (2002, p.104) quando ele diz que:

> “Trata-se de uma sistematização da pesquisa de maneira que ciência e técnica são mantidas articuladas, estabelecendo melhores condições de fluxo entre as fontes de influência descritas pela transposição didática. Nesse caso, o saber acadêmico é constituído pelos resultados da pesquisa, enquanto que suas constatações práticas estão relacionadas com o saber a ser ensinado. A estrutura proposta pela engenharia didática mantém um elo de aplicação entre esses dois saberes, aproximando a academia das práticas escolares.

Por este motivo, a Engenharia Didática pode ser um referencial metodológico viável no desenvolvimento de produtos para o ensino já que através da junção dos conhecimentos práticos e teóricos o professor pode compreender os processos e implicações na aprendizagem dos alunos a partir de suas práticas docentes desenvolvidas em sala de aula. As referências desta subseção são: [1], [5], [14] e [15].

4.3 Procedimentos da pesquisa

Para a realização de uma pesquisa no campo educacional é preciso reconhecer o problema sobre uma visão tridimensional: apontando fatores históricos, sociais e econômicos que evidenciam a tônica da problemática, além disso, esta avaliação generalizada serve de base para onde a pesquisa-ação[4] deve caminhar a fim de amenizar e/ou elucidar o problema existente.

A presente pesquisa-ação identificou problemas no aprendizado de conceito de função, problemas com a manipulação algébrica, reconhecimento e construção de gráficos e falta de visão de aplicação, possivelmente, gerando desinteresse pela disciplina de matemática na turma do 9º ano, na qual o qual o pesquisador é o professor da disciplina de matemática.

O pesquisador interviu de forma direta, atuando como docente da turma e aplicando a sequência didática planejada. Na realização das atividades era esperado obter as estratégias já conhecidas pelos alunos e as linguagens que eles já utilizavam. Os exercícios foram feitos individualmente e/ou em grupos dependendo do planejamento de cada oficina.

O público alvo da pesquisa foram os alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental Apolônia Rossi Javarini, localizada em Vila Bandeira Branca, distrito 10 km distante de Presidente Médici, Rondônia. A pesquisa foi realizada durante o segundo semestre de 2016, e contou com a participação de 17 alunos, sendo 10 alunos do 8º ano e 7 alunos do 9º ano.

As oficinas foram realizadas coletivamente, após o desenvolvimento das atividades dos alunos, foram recolhidos seus registros, conferindo quais estratégias de resolução que tinham sido usadas pelo grupo, apreciando os conhecimentos prévios dos alunos e as estratégias já conhecidas.

A sequência didática foi aplicada, durante duas semanas, em 20 aulas de 45 minutos em 4 oficinas com a distribuição de tempo de maneira não igualitária em virtude da profundidade de cada assunto abordado nas atividades das oficinas. As atividades compreendidas na sequência didática foram desenvolvidas e analisadas a priori tendo como base concepções, enquanto professor e pesquisador, estruturando – se em reflexões a partir do referencial

[4] O pesquisador se encontra inserido no meio a qual pesquisa se realiza, agindo de modo a intervir no problema em estudo.

teórico abordado. Para o desenvolvimento da investigação foram realizadas as seguintes etapas:

1. O pré-teste (com caráter diagnóstico), pois os alunos já estudaram o conteúdo de função anteriormente;

2. A elaboração e planejamento das oficinas e atividades a serem exploradas durante a aplicação da sequência didática;

3. Realização das oficinas com a utilização de experimentos, atividades teóricas sobre funções e atividades de aplicação desse conteúdo através de problemas abertos e fechados;

4. E por fim o pós-teste (com caráter de validação de hipóteses e conclusões), pois este novo questionário aborda problemas abertos e fechados baseados nos conceitos trabalhados durante a experimentação, verificando o nível de aprendizado após a realização das oficinas práticas.

Segundo Prodanov [18] (2013, p. 34), a pesquisa qualitativa "*é um método de interpretação dinâmica e totalizante da realidade, pois considera que os fatos não podem ser relevados fora de um contexto social, político, econômico etc*".

Além disso, Prodanov [18] (2013, p. 70) também considera que:

> Há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Esta não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. Tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem.

Método de investigação que, segundo Lakatos e Marconi [12] (2010), toma como objeto de análise registros, entrevistas e questionários. Outra questão intrínseca a qualquer pesquisa em educação é a maneira como ela será realizada. Existe uma preocupação em definir as ferramentas corretas para que os procedimentos a serem empregados após o levantamento das hipóteses apontadas resulte em dados concretos e conclusões que fomentem soluções para o ensino.

O uso de experimentos em sala de aula promove um aprendizado dinâmico, onde o aluno pode participar de forma mais ativa e, além disso, desenvolve nele: o senso científico, a busca pelo desconhecido e faz com que o aluno crie sues próprios métodos de investigação colaborando com o trabalho do professor. Por isso optou-se pela elaboração de uma sequência didática com a utilização de experimentos.

Segundo Lima [9] (1999. p.6) o ensino da matemática se resume a três campos: conceituação, manipulação e aplicações, dos quais se encontram interconectados e devem ser usados de forma harmoniosa de modo que se qualquer um dos três faltar ou se qualquer um deles for demasiadamente usado em razão da falta de outro, resulta em um descompasso ao aprendizado do aluno. "*O professor dedicado deve procurar organizar seu curso de modo a obter o equilíbrio entre os três componentes fundamentais. Assim procedendo, terá dado um largo passo na direção do êxito na sua missão de educar.*" Além disso, o autor [9] destaca que as aplicações é o eixo motriz do ensino e aponta uma problema grave:

> Encontrar aplicações significativas para a matéria que está expondo é um desafio e deveria ser uma preocupação constante do professor. Elas devem fazer parte das aulas, ocorrer em muitos exercícios e ser objeto de trabalhos em grupo. (...) A falta de aplicações para os temas estudados em classe é o defeito mais gritante do ensino da Matemática em todas as séries escolares.

Por isso, foram selecionados experimentos que justificasse o ensino de função, ademais pudesse trazer clareza aos conceitos menos elementares. Os experimentos foram encontrados por meio de pesquisas na internet pelo site *Edumatec-educação matemática e tecnologia informática*[5] que torna livre o uso de seus trabalhos desde que cite a fonte. Os três experimentos que fizeram parte da pesquisa foram usados nas oficinas ministradas. As referências desta subseção são: [12] e [18].

A próxima Seção apresenta o uso dos experimentos selecionados, destacando aos alunos seu caráter didático voltado ao aprendizado de funções, com o objetivo de interpretar e analisar as conclusões produzidas pelos participantes da pesquisa, no momento em que ocorre a mediação entre o conteúdo da disciplina e a manipulação feita por eles dos experimentos, bem como suas dificuldades encontradas.

5 DESENVOLVIMENTO

5.1 Concepções sobre o ensino de funções e análise prévia

[5] A descrição dos experimentos que serviram de base para o estudo se encontram relacionados nos links abaixo:

- http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/cursos/trab2/exp1.htm
- http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/cursos/trab2/exp3.htm
- http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/cursos/trab2/exp4.htm

É cada vez mais comum justificar que em meio a uma sociedade moderna fica difícil para a escola competir em pé de igualdade com as novidades tecnológicas acessíveis às mãos dos alunos e que a escola não tem pra oferecer. A própria figura arcaica que o professor representa é um exemplo disto.

A sociedade moderna determina em pouco espaço de tempo as profissões que sobreviverão e a figura do professor só não foi banida ainda em virtude de se viver uma sociedade da informação, da comunicação e do conhecimento, porém impõe ao professor que renove constantemente.

Com efeito, a relação professor-conhecimento-aluno tem sido pouco a pouco refeita com os moldes de ensino baseado no construtivismo. No entanto, aquele sentimento que assombra desde os primórdios esta trina se encontra muito enraizado na prática do professor de matemática, trazendo uma pseudo-sensação de que é um conhecimento feito para poucos, recheado de saber inacessível ao aluno e de caráter sublime.

Esta sensação relacionada ao ensino de matemática atinge também o ensino de função e é um dos fatores que fortemente dificultam seu efetivo aprendizado, além disso, a falta de objetividade que se observa nos conteúdos engessados agrava o quadro de problemas que circundam o ensino de funções.

A priori parece que o problema é gerado exclusivamente pela figura do professor, no entanto ele é vitima de uma situação ao qual a sociedade se colocou durante sua modernização. O problema do ensino, em especial ao de funções, não reside apenas no papel que o professor exerce de levar o que sabe ao aluno. Existem outras variáveis, de cunho social, que atingem o ensino de modo geral, Carretero [6] (1997, p.73) explica:

> Definitivamente, (...) a ciência do professor se encontra entre a ciência do cientista e a ciência dos alunos. Ou seja, não parece que tenha sentido basear o ensino da ciência, de maneira primordial, nos próprios conteúdos científicos, à margem das estratégias de raciocínios implicados no uso do método científico, ainda que seja em versão simplificada.

Um exemplo no ensino de função que evidencia esta problemática é a moderna definição de função:

$Dados\ dois\ conjuntos\ não\ vazios\ A\ e\ B,\ a\ relação\ que\ possui\ a\ propriedade$: $\forall\ x \in$ A, $\exists$ ú$nico\ y \in B; f(x) = y$

O professor para ensinar este conceito precisará obter recursos que em tese se distancia do saber puramente científico para que seu trabalho tenha êxito, ou seja, para que o aluno efetivamente aprenda, pois, a finesa teórica da definição é tamanha, que frequentemente induz o aprendiz/estudante ao retirar conclusões erradas, como imaginar que a relação deva ser injetiva, ou tirar conclusões com o que acontece com o contra domínio, sem observar que a propriedade que define função refere-se apenas aos elementos do domínio.

Dentre estas nuances que cercam o trabalho do professor, ele também se encontra inserido no problema, pois precisa filtrar constantemente o que sabe enquanto saber científico e ainda ser o construtor do elo entre aluno e conhecimento, com vista a obter sucesso em sua mércia. Uma alternativa viável discutido por Carreiro [6] (1999, p.73) para o ensino de toda ciência:

> (...) convenha afirmar que o ensino da ciência não deve basear-se somente em práticas ou atividades, senão também na reflexão sobre elas. As primeiras são uma condição necessária mas não suficiente, para uma verdadeira assimilação de conhecimento. É bem sabido que a situação mais habitual no ensino da ciência é precisamente a falta de práticas e a insistência num ensino extremamente verbalista.

Pois, segundo o autor não basta apenas praticar, mas também é preciso refletir o que se pratica. Com efeito, isto pode ser alçando quando o aluno pode, além de experimentar, tirar conclusões pautadas naquilo que experimenta, extraindo conclusões que são do próprio saber puramente científico.

Com isso, além de viabilizar a intenção das ações do professor, o uso de experimentos como recurso faz com que o aluno evidencie na prática a existência de funções, podendo fazer observações a respeito de suas propriedades como domínio, contradomínio, imagem, lei de formação, aprende a aplicar o conceito para resolver outras situações-problemas, potencializando seu aprendizado.

5.2 Análise a priori

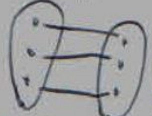
Para iniciar as análise, convém observar que apenas os alunos do 9º ano fizeram o pré-teste que se encontra no apêndice 2. Na análise constam os registros de algumas questões que abordam: o conceito, a manipulação e a aplicação do conteúdo de funções. Nesta subseção, estes alunos recebem as letras A, B, C, D, E, F e G para que seja possível discutir apenas os aspectos relativos aos erros cometidos nas questões. Contudo, aparecem na análise a priori só os alunos A, F e G, pois são os casos em que ficam evidentes as dificuldades sobre o conteúdo de funções, ademais, os alunos B, C, D e E cometeram erros análogos aos dos alunos A, F e G.

O estudo de função é muito abrangente; sendo inserida no último ano do ensino fundamental, sua abordagem conceitual é voltada às situações que amiúde é iniciada por relações entre conjuntos, com isso, a peculiaridade da relação funcional diante das demais perde notoriedade quando não fica claro a que a propriedade $\forall x \in D, \exists\, único\; y \in CD\; tal\; que\; f(x) = y$, que a caracteriza, representa fatos que corriqueiramente ocorre no mundo. No teste diagnóstico, isto fica claro. O aluno A define função apenas como uma relação entre conjuntos.

1) Questão
Dê uma definição de função.
É a relação entre dois con junto

O aluno F consegue destacar que elementos x do domínio, tem que se relacionar de maneira única com elementos y do contradomínio, porém em sua escrita não fica claro que todos os elementos do domínio devem estar relacionados. Além disso, considera a construção de gráficos como parte integrante do conceito de função. Isto mostra como a conceituação fica apagada em virtude da manipulação em excesso.

1) Questão
Dê uma definição de função.
FUNÇÃO É DADA DA SEGUINTE forma

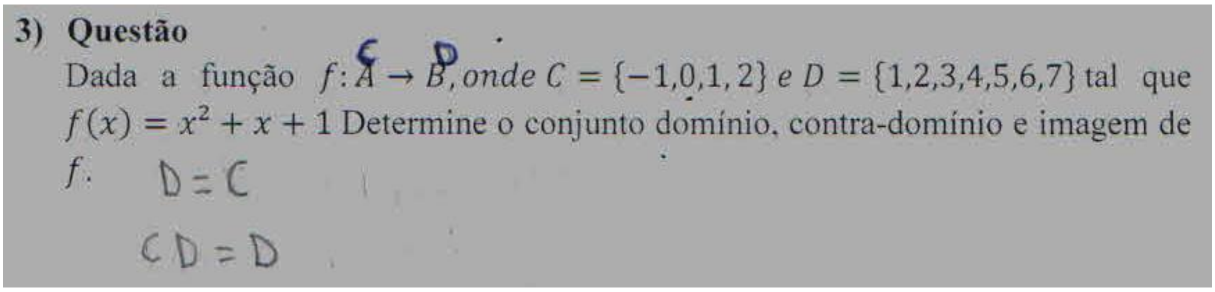


função é uma forma que o ponto de partida não pode ter nada a mais de 1
função é uma forma de f(x) que construímos tabelas
2) Questão é uma forma que tem a função entre dois conjuntos sobre função

O aluno G consegue estabelecer uma visão mais globalizada do conteúdo, destacando sua ligação com outras disciplinas, além de justificar que em virtude do conceito existe outras formas de trabalhar com função, entre elas: os gráficos e sua expressão algébrica, mostrando que tem conhecimentos dos aspectos gráficos quando menciona retas e parábolas ao destacar a construção gráfica.

1) Questão
Dê uma definição de função.
A função tem como relação dois conjunto: Por excemplo um conjunto A e B, tal que F: A → B (do conjunto A esta indo B). E ela estabelece varias áreas de trabalho que e vem com ela graficos de retas e parabola
2) Questão

Compreender o conceito de função também contribui para o desenvolvimento das ideias de domínio, contra domínio e imagem da função. A primeira observação se refere a elencar que se está falando em conjuntos e que admitindo a ideia de relação entre conjuntos simbolizada pelo diagrama de Venn fica simples assimilar domínio ao conjunto de partida, contra domínio ao conjunto de chegada, restando ao conjunto da imagem os elementos que são "flechados" pela relação. A aluna C conseguiu identificar de forma sucinta domínio e contra domínio, porém não soube identificar o conjunto imagem, talvez por não conseguir aplicar os elementos do domínio na lei que seleciona os elementos da imagem.



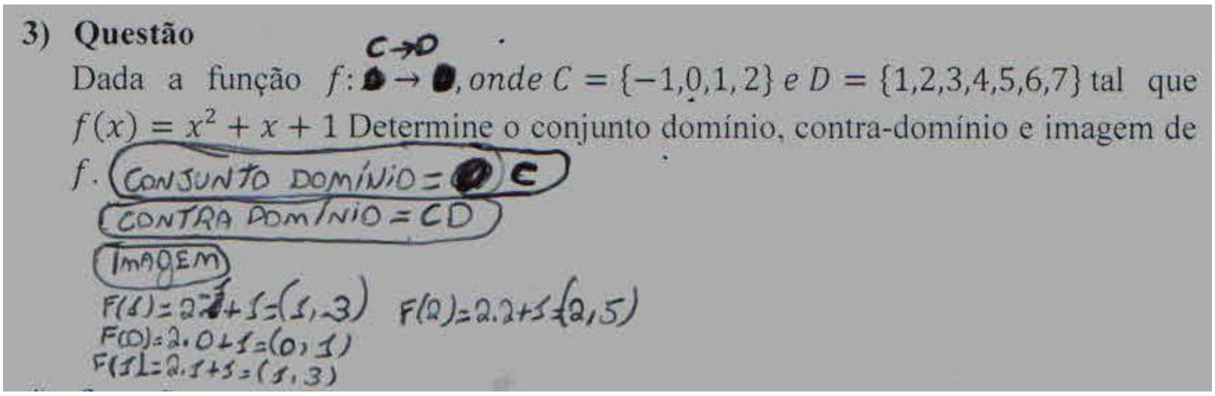
3) Questão

Dada a função $f: A \to B$, $onde\ C = \{-1,0,1,2\}\ e\ D = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ tal que $f(x) = x^2 + x + 1$ Determine o conjunto domínio, contra-domínio e imagem de f.

D = C

CD = D

Aluno F seguiu a mesma linha de pensamento, no entanto, não entendeu que determinar a imagem da função resumiria a descrever o conjunto que possui elementos do contra domínio e que forma um conjunto. Para tanto o aluno calculou ponto a ponto dos elementos do domínio gerando as imagens, mas sem organizá-las em um conjunto.



3) Questão

C→D

Dada a função $f: \to$, $onde\ C = \{-1,0,1,2\}\ e\ D = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ tal que $f(x) = x^2 + x + 1$ Determine o conjunto domínio, contra-domínio e imagem de f.

CONJUNTO DOMÍNIO = C

CONTRA DOMÍNIO = CD

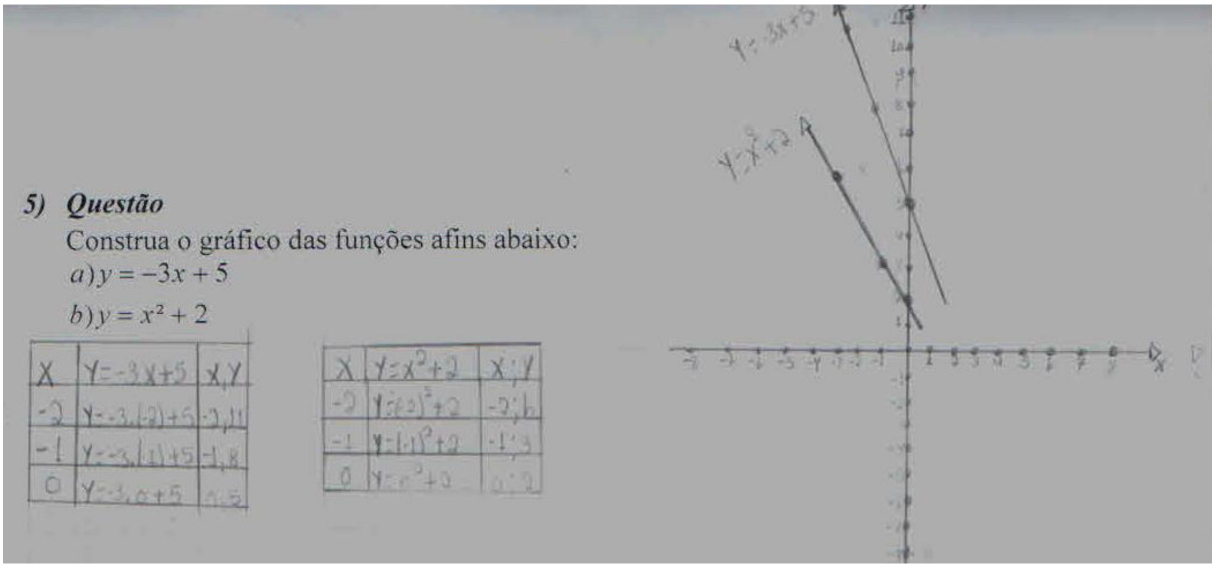
IMAGEM

F(1)=2·2+1=(1,3) F(2)=2.2+1=(2,5)

F(0)=2.0+1=(0,1)

F(1)=2.1+1=(1,3)

A interpretação de gráficos e sua construção se resumem ao estudo da função afim e de maneira menos detalhada a de quadrática. Dar-se ao aluno sem grandes justificativas que o gráfico de uma função afim é uma reta e o da função quadrática é uma parábola, mostrando-lhe na prática de construir que isso ocorre. O aluno D soube construir o gráfico da função $f(x) = -3x + 5$ atribuindo os pontos $-2, -1$ e 0. Mas não levou em conta que o gráfico de uma função quadrática é uma parábola, sendo traída por ter calculado pontos que não descreviam a curva em sua totalidade.



5) Questão

Construa o gráfico das funções afins abaixo:

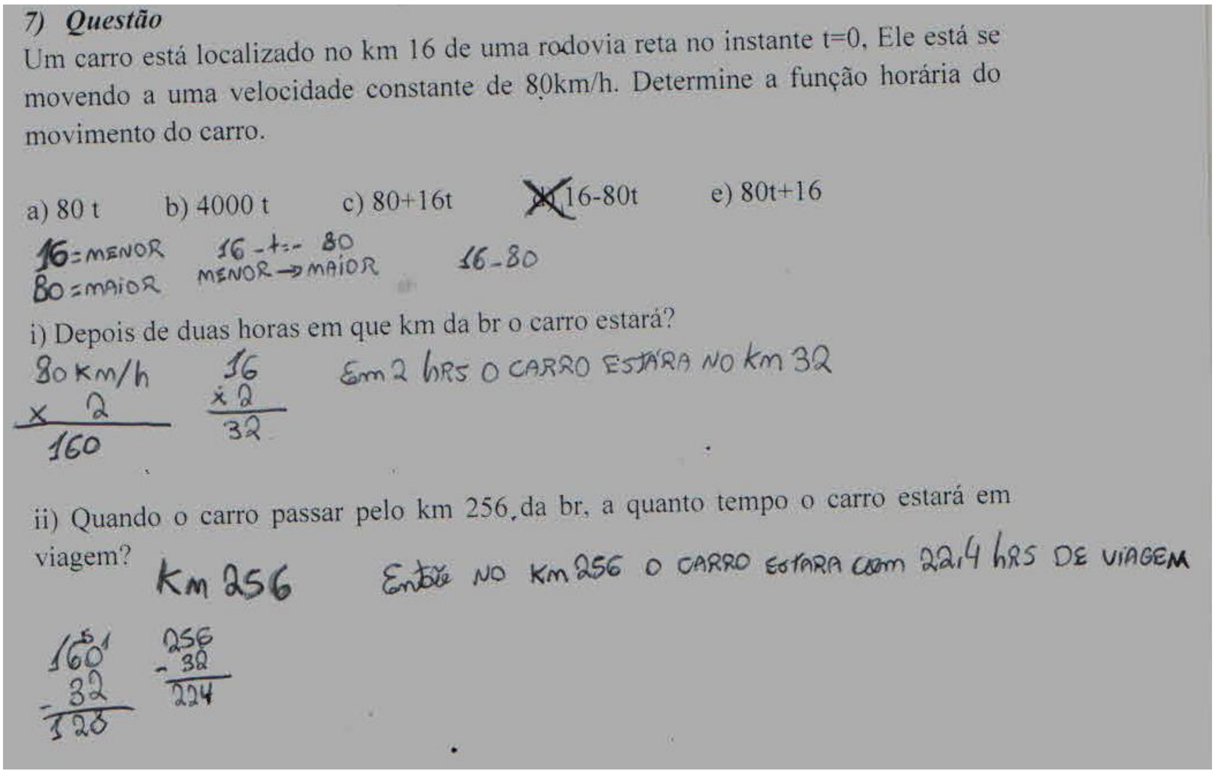
$a) y = -3x + 5$

$b) y = x^2 + 2$

X	Y=-3x+5	X,Y
-2	Y=-3.(-2)+5	-2,11
-1	Y=-3.(-1)+5	-1,8
0	Y=-3.0+5	0,5

X	Y=x²+2	X;Y
-2	Y=(-2)²+2	-2;6
-1	Y=(-1)²+2	-1;3
0	Y=0²+2	0;2

Após a abordagem sobre conceitos e construções gráficas de funções, as aplicações (exercícios metodologicamente propostos com vista a estimular a visualização de um mundo em que a matemática é ferramenta para inferir, deduzir, projetar, tomar decisões, entre outros) também sofre em virtude do aprendizado que superestima o procedimento mecânico, então quando o aluno precisa adaptar a realidade não o faz. Como é o caso do Aluno F:



7) Questão

Um carro está localizado no km 16 de uma rodovia reta no instante t=0, Ele está se movendo a uma velocidade constante de 80km/h. Determine a função horária do movimento do carro.

a) 80 t b) 4000 t c) 80+16t d) 16-80t e) 80t+16

16=MENOR
80=MAIOR
16 - t = - 80
MENOR → MAIOR
16-80

i) Depois de duas horas em que km da br o carro estará?

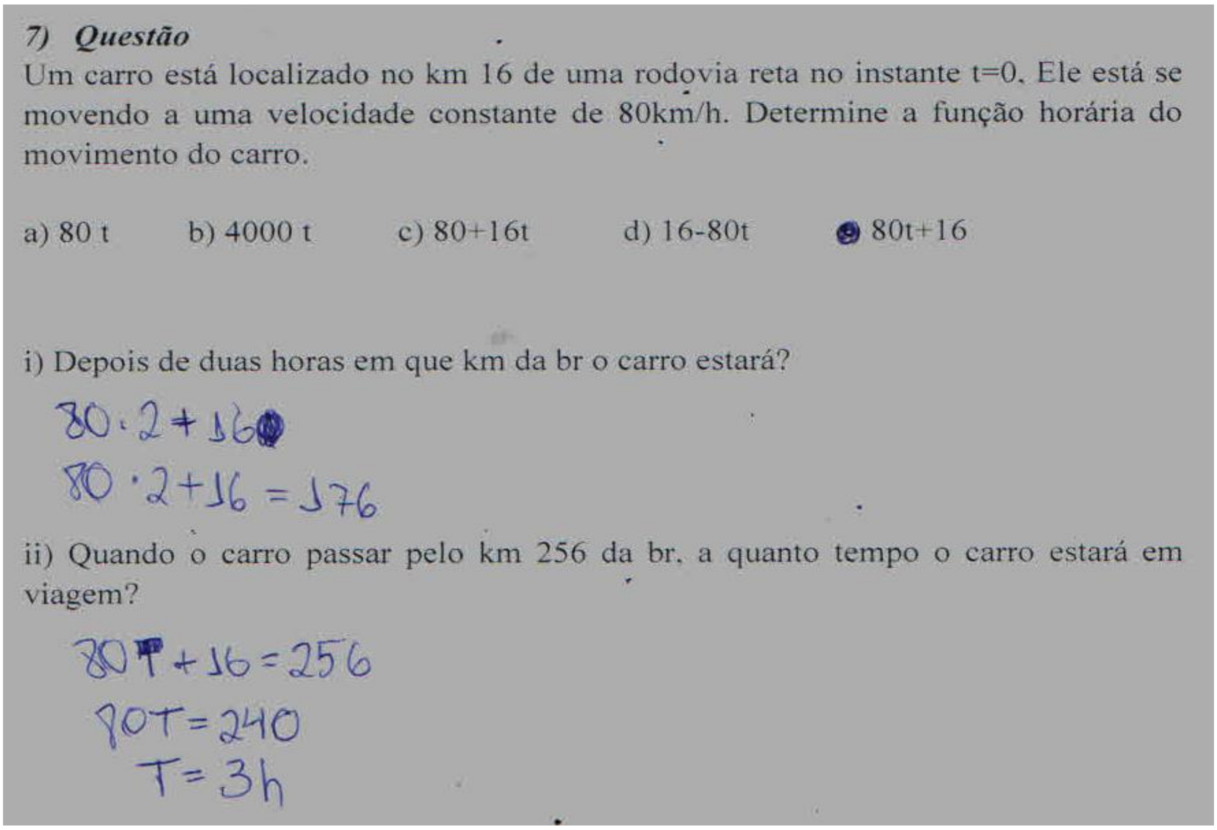
80 km/h × 2 = 160
16 × 2 = 32
Em 2 hrs O CARRO ESTÁRA NO km 32

ii) Quando o carro passar pelo km 256 da br, a quanto tempo o carro estará em viagem?

km 256
ENTÃO NO km 256 O CARRO ESTARA COM 22,4 hrs DE VIAGEM

160 − 32 = 128
256 − 32 = 224

Em alguns casos, algum aluno consegue raciocinar de forma correta relacionando variável independente e dependente de modo a obter o resultado correto, contudo é possível observar a falta de estruturação algébrica, evidenciando que os primeiros para a resolução de um problema dito de aplicação pode, nesses casos, ser feito buscando explorar didaticamente sem o uso maçante de álgebra das funções, como mostra a resolução abaixo do aluno G.



7) Questão

Um carro está localizado no km 16 de uma rodovia reta no instante t=0. Ele está se movendo a uma velocidade constante de 80km/h. Determine a função horária do movimento do carro.

a) 80 t b) 4000 t c) 80+16t d) 16-80t e) 80t+16

i) Depois de duas horas em que km da br o carro estará?

$80 \cdot 2 + 16$

$80 \cdot 2 + 16 = 176$

ii) Quando o carro passar pelo km 256 da br, a quanto tempo o carro estará em viagem?

$80T + 16 = 256$

$80T = 240$

$T = 3h$

5.3 Fase de experimentação da sequência didática

Após a análise prévia com a aplicação do pré-teste foi possível observar que as complicações oriundas do conteúdo de funções residem majoritariamente na falta sustentação estrutural do assunto. Levando a maioria dos alunos a ter uma visão distorcida ou mesmo renegada a condição de fazer por fazer, sem atribuir significado ao assunto que se estuda.

Essas observações permitiu a construção de uma sequência didática aplicada na oficina I, chamada *conceitos preliminares de função*, voltada à construção das ideias de conjuntos, depois em particular, conjuntos numéricos. Os objetivos desta oficina foi nortear o aluno sobre os conceitos que antecede a definição de função (conjuntos, produto cartesiano e relações) e evidenciar o conceito de função, bem como elencar seu processo de manipulação simbólica.

Em seguida, foi definido o produto cartesiano entre dois conjuntos não vazios para fazer o aluno concluir que a notação moderna de calcular ponto a ponto do conjunto de partida faz com que ele economize trabalho, ou seja, foi necessário introduzir o conteúdo com vista a uma retórica de que calcular $f(x)$ é mais econômico do que ter que fazer o produto e depois ter que, por inspeção, fazer a seleção dos elementos que vão compor a relação.

Na oficina I o trabalho se concentrou na discussão de que é relativamente comum fazer uso de critérios, usando como base algumas situações quotidianas, para que fosse possível a aceitação teórica do conteúdo como algo que pudesse ser natural tanto quanto as quatro operações, depois disso, à medida que se tornou conclusivo a necessidade de calcular possíveis imagens, usando exemplos de relações, existiam algumas que atendiam a uma propriedade em especial, a qual se chama de função.

Com isso, o aluno foi levado à conclusão de que função é uma relação que possui uma propriedade em particular e mais detalhadamente, esta propriedade só faz observações no conjunto de partida. A necessidade de conceituar função a partir de uma relação entre conjuntos acarreta a construção de uma base estrutural do conteúdo que age de forma cirúrgica no problema que os alunos enfrentam quando precisam conceituá-la.

O experimento I presente na oficina II teve por objetivo definir uma função afim, conceituar os conjuntos domínio, contradomínio e imagem e obter a construção do gráfico da função. Neste experimento, utiliza-se um recipiente cilíndrico e uma régua graduada presa ao recipiente de modo que possa ser medida a altura do volume de água que será colocada dentro dele.

A oficina II iniciou com o experimento *observando o nível da água em um copo* onde o objetivo foi explorar as propriedades das funções afins com os alunos e levá-los à conclusão de que muitas relações importantes para sociedade são dadas por relações funcionais. Após terem se organizados e recebido os comandos provenientes do pesquisador, puderam manusear as bolitas[6] com a finalidade de responder algumas perguntas.

[6] O termo bolita refere-se a um objeto maciço de vidro de modelo esférico, que em outros lugares pode ser conhecido por outros nomes, como bola de gude, peteca, e burquinha e são usados em jogos infantis.

Imagem 1: Realização de experimento para observar o nível da água em um copo

Fonte: Acervo da pesquisa

As primeiras perguntas abordadas foram as seguintes: *Qual o conjunto do domínio, do contradomínio e da imagem?* Nessa pergunta, foi possível observar que os conjuntos domínio (bolitas) e contradomínio (régua) foram rapidamente anunciados pelos dois grupos. Porém houve dificuldade em reconhecer o conjunto imagem, talvez estivessem analisando a necessidade de calcular ponto a ponto, mas bastou intervir com as seguintes perguntas retóricas: *Existe alguma quantidade de bolita que faz com que o nível do copo vá à 6cm? E à 5 ou 4?* Então puderam concluir o conjunto da imagem.

Ademais, ficaram claros os conceitos referentes à função para a maioria dos alunos e, a partir disto, foi possível estudar as particularidades sobre as vertentes gráficas e de aplicações. Ademais estas observações permitiram retirar informações de notória importância para a construção dos gráficos de uma função.

Também foi perguntado aos grupos: *A relação funcional do nosso experimento atende a que critério?* Ficou evidente a dificuldade que os alunos enfrentam quando precisam algebrizar, porque poucos alunos concluíram instantaneamente que $f(x)$ é dado pela lei de formação $8 + 0{,}1x$, ou seja, $f(x) = 8 + 0{,}1x$ então novamente foi preciso intervir com explanações*: o volume está marcando quanto inicialmente? E para cada bolita acrescentada, mais quanto? Para uma, duas, três bolitas? E sendo x a quantidade de bolitas, a expressão que me diz a altura da régua?* Só então conseguiram determinar a lei de formação.

A oficina II encerrou com a construção do gráfico da função encontrada no experimento, observando que seu aspecto gráfico é uma reta, assim como o de toda função afim, que tem a forma algébrica $f(x) = b + ax$, com $a, b \in \mathbb{R}$, então, em seguida, outras duas discussões foram levantadas pelo pesquisador:

1. *Se o domínio for apenas o conjunto das bolitas inteiras. Qual o aspecto gráfico? E se for considerado que posso "pegar quantidades quaisquer" de bolitas?*
2. *Sabendo que o gráfico de uma função afim é uma reta, por que calculando dois pontos quaisquer do domínio, é possível construir o gráfico da função? Além disso, foi usado o conceito de função?*

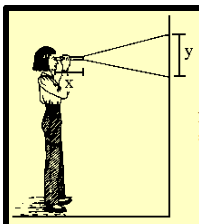
Observou-se que não houve conclusão imediata da turma, o que já era esperado em virtude da dificuldade observada quando foi trabalhado com o conjunto dos números reais na oficina I. Com isso, para o item 1 foi justificado que haveria falhas na reta se fossem consideradas apenas as bolitas inteiras e que para quantidades quaisquer de bolitas, teríamos a reta suporte toda "coberta".

No item II, de geometria plana, temos que por dois pontos passam uma única reta, e, além disso, foi usado o conceito de função, pois quando se constrói a reta a partir de dois pontos inicialmente dados, está construção só pode ser feita, em benefício do conceito de função que estabelece a existência de imagem para todo elemento do domínio e é único. Ou seja, sabendo que o gráfico é uma reta, não existe a possibilidade de furos nela ou de pontos que não pertença à reta.

O objetivo do experimento II, presente na oficina III é destacar que as funções podem ocorrer em situações diversas não ficando apenas no estudo de funções algébricas de primeiro e sendo grau, além disso, almejou definir o conjunto do domínio, contra domínio e imagem desta função, buscou-se fazer uso da modelagem matemática para definir a expressão algébrica da função em questão, contudo aproximar o aluno da atitude de pesquisador; fazendo levantamento de hipóteses, usando o método de inspeção e conjeturando motivo que pudesse levar ao erro na observação.

A oficina III iniciou com o experimento *olhando através de tubos*, que consiste em tomar tubos de comprimentos diferentes colocando-os a uma altura e distância fixas, e, além disso, procura-se olhar pelo tubo em um ponto alvo (uma parede ou uma figura), pois é perceber a diferença de comprimento da imagem obtida ao olhar por tubos de diâmetros diferentes. A imagem abaixo descreve a ação feita pelo observador.

Figura 1: Modelo de observação



Neste experimento, a medida da imagem visualizada é função do comprimento do tubo, mantendo fixa sua diatância da parede. Consideremos o comprimento do tubo como sendo a variável independente e a medida da imagem que você enxerga como sendo a variável dependente.

Equipamento

- Três cilindros ocos de comprimentos diferentes e mesmo diâmetro por grupo (sugestão: os tubos podem ser confeccionados com cartolina);
- Trenas, uma por grupo. Este material pode ser confeccionado pelo grupo para facilitar a visualização das medidas.
- Folhas de papel milimetrado, uma por aluno.

Procedimento

- trabalhar em grupo de dois ou três;
- medir o comprimento dos três tubos (x);
- fixar uma trena na parede;
- posicionar-se a uma distância fixa da parede e visualizar a trena (y);
- anotar numa tabela os valores de x e y;
- repetir o procedimento para cada tubo;
- construir, na folha de papel milimetrado, o gráfico (tamanho do tubo x medida da imagem) a partir dos valores obtidos para x e y.

Fonte: http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/cursos/trab2/exp1.htm

Com isso foram selecionados três tubos de comprimentos 40cm, 80cm e 120cm para que observando uma imagem em alvo seja possível perceber que a amplitude visualizada está funcionalmente relacionada ao comprimento do tubo cilíndrico oco por onde a imagem é observada, neste momento o sentimento de competição havia sido aflorado entre os dois grupos em virtude da comparação dos resultados obtidos do experimento da oficina II.

Então, ainda mantendo os mesmos integrantes de cada um dos dois grupos, foram passadas as instruções de como deveriam ocorrer a organização do experimento, pois para obter observações com o melhor grau de exatidão possível alguns itens deveriam ser levados em conta, como: posicionar o cavalete na sala, encontrar o foco da imagem que estava sendo reproduzida no quadro, além de fazer medições da distância entre o olho e o quadro e o diâmetro do tubo, que futuramente seriam usadas para a dedução dos resultados obtidos na fase de experimentação.

Esta discussão inicial entre pesquisador e a classe de alunos, levou às seguintes conclusões:

1. *Fixada uma distância entre o quadro e o cavalete, a distância entre o cavalete e uma parede lateral da sala deveriam ser a mesma entre a distância da parede ao foco produzido pelo tubo;*
2. *A altura entre o chão e o foco no quadro deve ser a mesma do chão ao ponto de observação do tubo;*
3. *A medida do diâmetro do tubo deveria ser coletada de sua parte interna;*
4. *Todas as medidas deveriam ser registradas na mesma unidade;*
5. *Após encontrar o ponto de observação no quadro branco, o observador deveria destacar*

junto a um auxiliar uma reta que fosse observada do tubo como a mais próxima possível do diâmetro, formando uma reta perpendicular;

6. *Outro aluno ficaria a cargo de conduzir a ponta do pincel para quadro branco paulatinamente sobre a reta vertical, obedecendo aos comandos de subir, descer e parar, do observador;*
7. *O observador deveria visualizar a imagem o mais próximo possível do tubo.*

Imagem 2: Experimento olhando através de tubos em teste pelos alunos

Fonte: Acervo da pesquisa

A imagem acima mostram dois alunos fazendo o uso do experimento logo após as etapas de centralização do equipamento e de construção da reta que passa pelo diâmetro de observação. Em seguida, foram iniciadas as atividades de medição com régua graduada e o tira teima feito pela observação através do tubo por outros alunos. Após a confirmação feita pela discussão entre os participantes, ocorrem os registros que foram postados no quadro.

Imagem 3:Utilização de paquímetro para medir o diâmetro do tubo

Fonte: Acervo da pesquisa

Para assessorar a organização prévia do experimento foram utilizados os seguintes objetos: paquímetro[7], caneta a lazer, trena, o quadro branco da sala de aula e marcador para quadro branco. Todos os recursos descritos foram utilizados pelos alunos sob a supervisão e intervenção do pesquisador.

O paquímetro foi utilizado para medir com precisão o diâmetro do tubo, a trena para a obtenção das distâncias do cavalete ao quadro, da altura de cada tubo ao chão e do foco ao chão, bem como a distância entre a parede lateral ao cavalete e o ponto do foco à parede lateral e o restante dos objetos serviram de material de apoio que normalmente é usado em sala de aula.

Utilizando a segunda metade do quadro, foi construída uma tabela para que os alunos pudessem comparar as imagens obtidas de cada equipe, pois nesta atividade não havia perigo de um grupo acessar a informação do outro grupo, pois a linha que passava pela visualização do observador era construída no quadro branco com canetão e não havia graduação sendo

[7] Paquímetro é um instrumento que mede objetos com precisão de centésimos.

contabilizado por uma régua avulsa, além disso, a cada execução os riscos que delimitavam a imagem observada eram apagados por um integrante da equipe para não atrapalhar a próxima observação. Com isso, os valores obtidos da imagem dependiam da precisão de cada observador do grupo.

Ademais, entre os integrantes de cada grupo, foi promovida uma discussão a respeito da precisão, com as observações feitas até que fosse possível chegar a um consenso das medidas entre os participantes. Para tanto, após as observações e preenchimento da tabela eles concluíram que quanto maior o tubo, menor a imagem de visualização.

Foram-lhes perguntados: *quem é a variável independente e a variável dependente?* Observou-se que a maioria dos alunos entendeu, em termos menos simples, quem dependia de quem. Também concluíram que o conjunto imagem desta função parte de 0 chegando ao tamanho que for desejado, dependendo do tamanho do tubo observado.

Porém, quando desafiados a deduzir uma possível fórmula que faz associar o tamanho do tubo a imagem vista por meio dele, não foi obtido êxito, apesar de ter sido observado muitos alunos tentando deduzi-la a partir dos dados obtidos das observações, além disso, foi observado que houve uma tentativa de deduzir a fórmula a partir da conceituação de função afim tentando encontrar um a e b que satisfizesse os valores obtidos para a imagem com as medidas de 40, 80 e 120 cm, mesmo tendo acrescentado pouco antes de indagá-los o conteúdo de semelhança de triângulos com a finalidade de colocar todos em iguais condições de tirar a conclusão da fórmula.

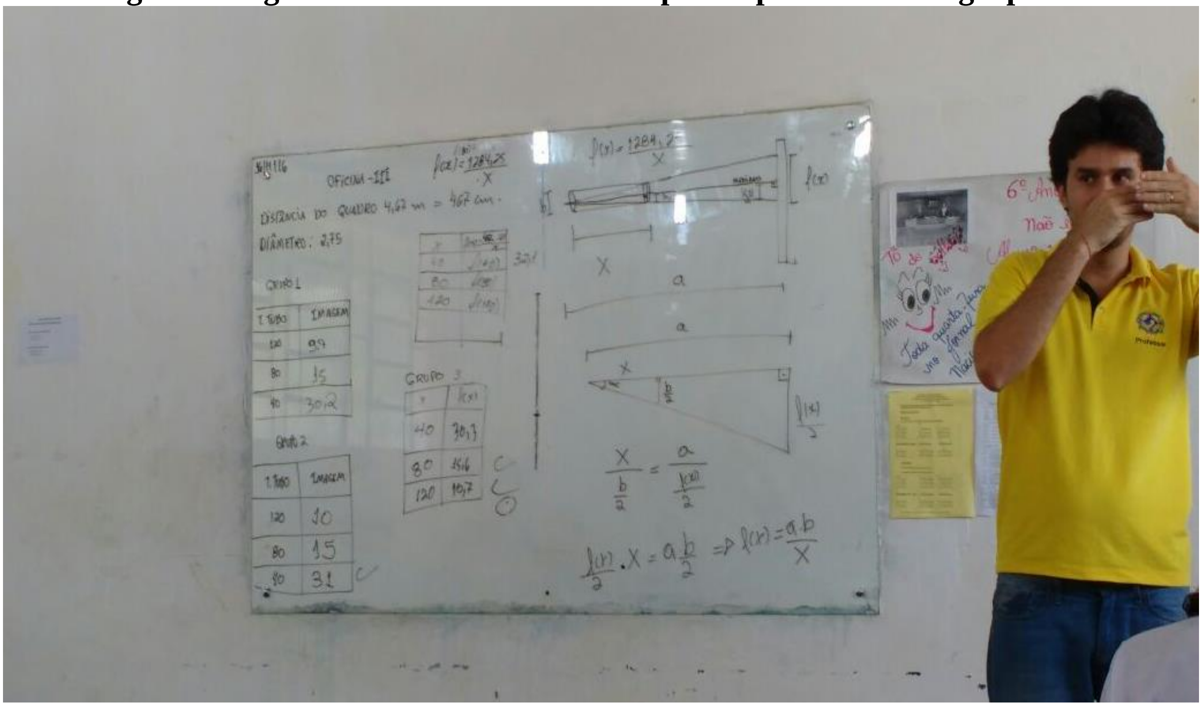
O pesquisador interviu elucidando a fórmula de que dispõe a função, fazendo uso da semelhança de triângulos. Para modelar o problema proposto, foram destacados fatores primordiais a serem usados na modelagem, como: a escolha da vista lateral para observar tanto tubo quanto a imagem que estava sendo construída no quadro, a representação gráfica desta visualização, a inferência de que a imagem produzida pelo olho humano é concentrada em um ponto do olho, bem como estabelecer que dado o olho centralizado pode-se evidenciar a existência de triângulos isósceles com vértice comum partindo de onde se está visualizando a imagem, fatores estes que contribuem a dedução da lei de formação da função, além do uso da álgebra.

Após a dedução da fórmula, foi observado o interesse dos dois grupos em fazer uso dela para calcular o quão próximo cada equipe chegou do resultado caso tivéssemos em condições perfeitas, molde em que a fórmula é concebida.

No geral, está oficina foi a que gerou maior expectativa tanto para os alunos quanto para o pesquisador, não se resumia à construção de um conhecimento estruturado de forma didática para o aluno, mas também o aproximava do método científico, da inspeção, da verificação, do levantamento de hipóteses de como deve ser conduzido o experimento de modo a dar certo, e do contrário se desse errado onde residiu o erro, tudo isso foi observado nas falas que permeavam os pensamentos dos alunos.

Na imagem abaixo, os resultados obtidos dos dois grupos após as condições que eles julgaram procedentes para o experimento.

Imagem 4: Registro dos resultados obtidos pelo experimento dos grupos 1 e 2.



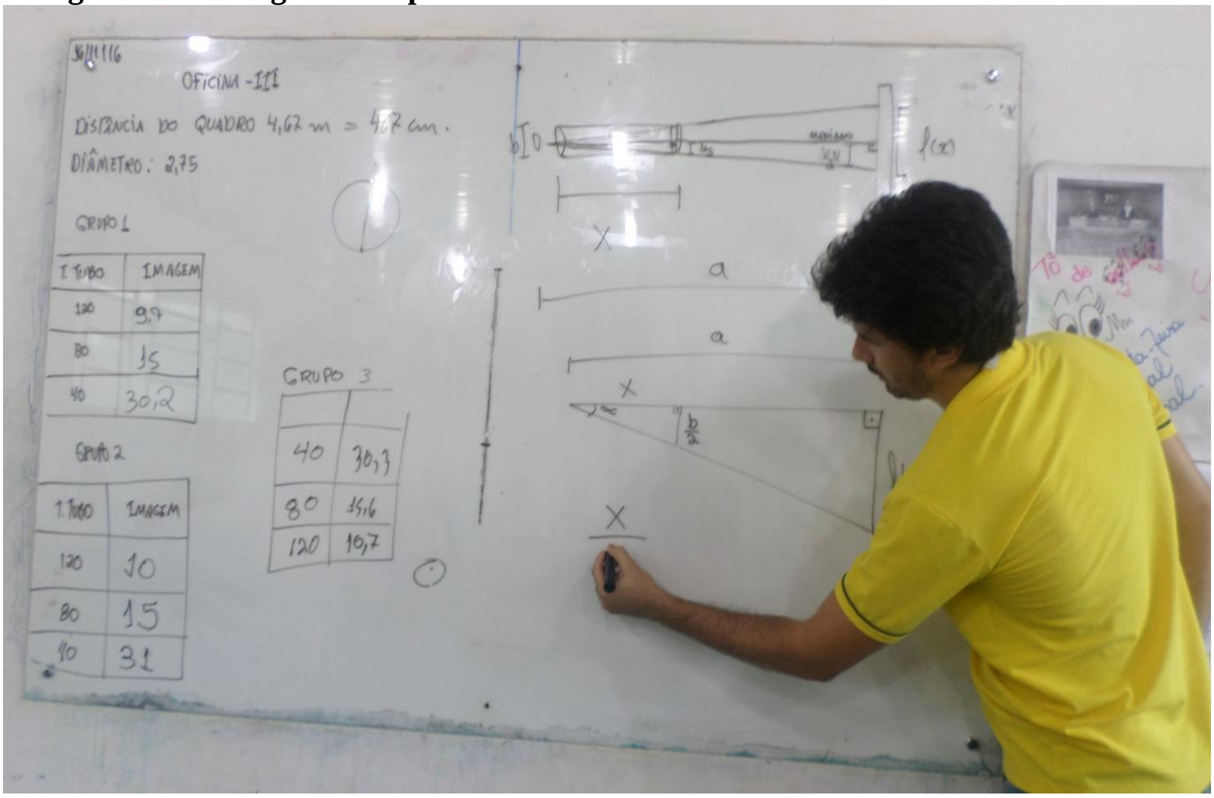
Fonte: Acervo da pesquisa

Segundo as medições dos alunos, o cavalete se situou a uma distância de 467 centímetros do quadro, o diâmetro do tubo medido pelo paquímetro de 2,75 centímetros e as observações de cada grupo está registrado no quadro.

Antes que a fórmula que determina o diâmetro da imagem vista pelo tubo em função da medida de seu comprimento fosse construída com os alunos. O pesquisador deixou como desafio a dedução da fórmula, promovendo primeiramente uma discussão sobre semelhança de triângulos, de modo que eles conseguissem deduzi-la, no entanto foi observado que os alunos tinham dificuldades em determinar a lei de formação das imagens a partir de outro conteúdo empregado pela matemática.

Um dos alunos tentou encontrar a fórmula a partir da generalização da função afim, o que fica evidente que os alunos sentem dificuldades em perceber a caracterização das funções elementares. E que provavelmente, tornar-se-á um problema a ser trabalhado na série seguinte, pois é quando alguns exercícios propostos não ficam evidente que modelo de função conhecida deve ser usado para resolvê-la.

Imagem 5: Modelagem do experimento: olhando através de tubos desenvolvida em sala



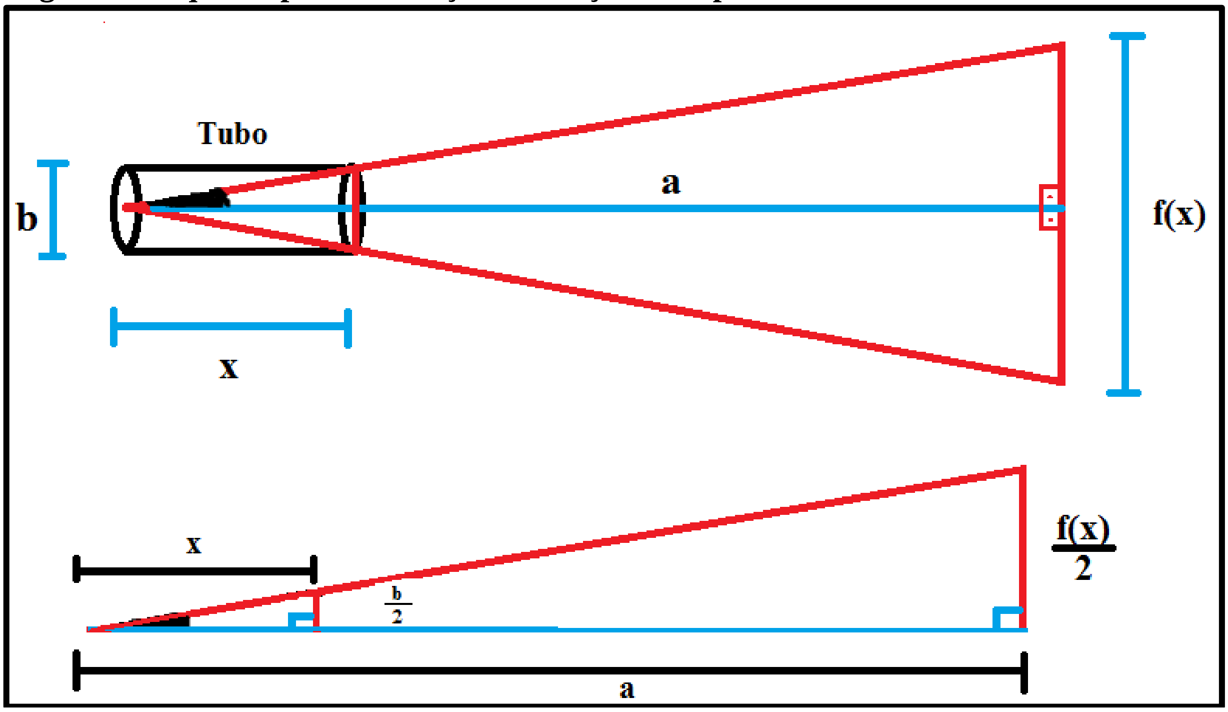
Fonte: Acervo da pesquisa

Os grupos obtiveram respectivamente as seguintes medições para as imagens visualizadas pelos tubos de 40cm, 80cm e 120cm: Grupo 1: 30,2cm 15cm e 9,7cm. Grupo 2: 31cm 15cm e 10cm.

Na imagem é possível ver uma tabela com cabeçalho grupo 3, após as medições dos alunos a professora de geografia que auxiliava nos trabalhos quis participar do experimento, convidando o pesquisador para fazer as medições e restando a ela o trabalho de fazer as observações pelos tubos, o qual chegaram, respectivamente, às seguintes medidas: 30,3cm 15,6cm e 10,7cm.

No quadro é possível observar a dedução da fórmula, usando semelhança de triângulos, dada por: $f(x) = \frac{a.b}{x}$, onde a é a distância do observador até o quadro, b é o diâmetro do tubo, x é a medida do tubo e $f(x)$ é a medida da imagem vista através do tubo. Com estas informações, é possível modelar o problema utilizando semelhança de triângulos, conteúdo da geometria plana, normalmente visto no 9º ano do ensino fundamental:

Figura 2: Esquema para a dedução da função do experimento olhando através de tubos



Fonte: Representação elaborada pelo autor

Observando os triângulos retângulos da figura, tem-se um caso de semelhança entre triângulos, logo pelo caso $AA\,(\hat{A}ngulo - \hat{A}ngulo)$, a razão entre os lados homólogos envolvidos dá a seguinte razão de semelhança: $\frac{f(x)/2}{a} = \frac{b/2}{x} \Leftrightarrow \frac{f(x)}{2a} = \frac{b}{2x} \Leftrightarrow f(x) = \frac{a.b}{x}$.

Com isso, a fórmula obtida para o experimento feito em sala, onde os alunos obtiveram 467 centímetros para a distância de observação e 2,75 centímetros para o diâmetro do tubo é $f(x) = \frac{467.2{,}75}{x} = \frac{1284{,}25}{x}$, fazendo os cálculos teríamos com bom grau de exatidão: $f(40) = 32{,}10625$; $f(80) = 16{,}05312$ e $f(120) = 10{,}70208$.

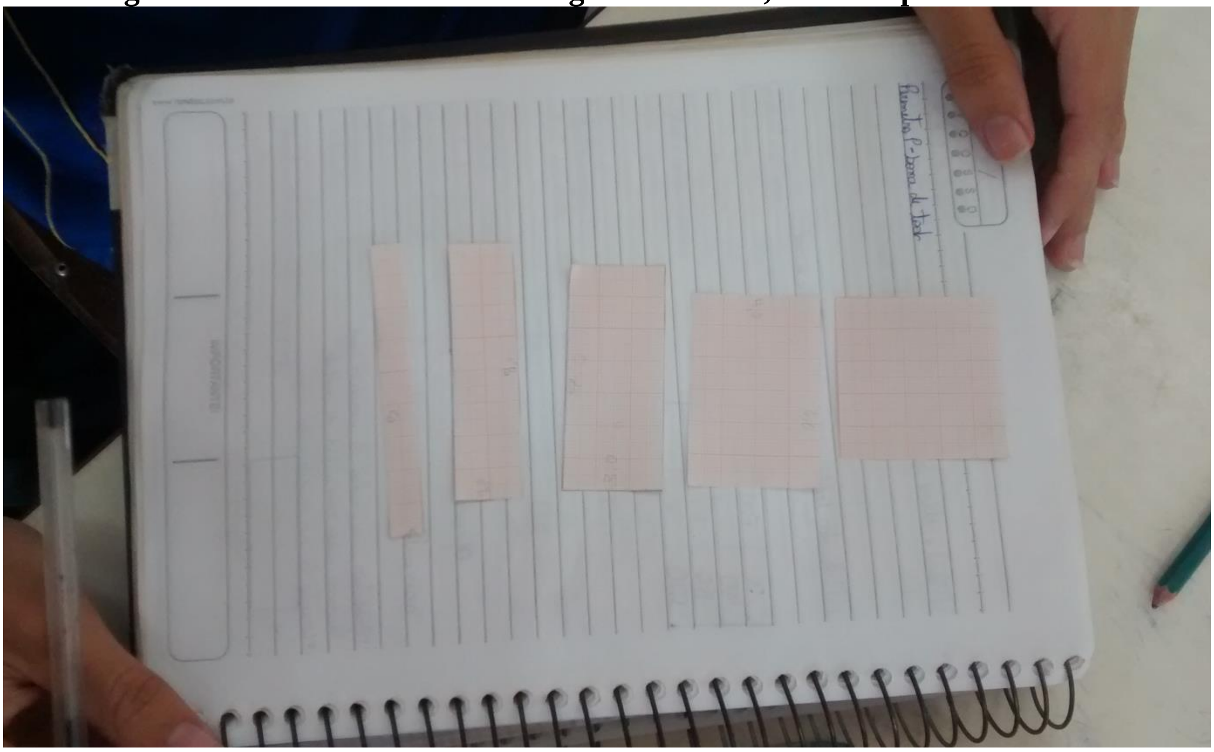
O Grupo 1 cometeu respectivamente erros de: $1{,}90625cm$; $1{,}05312cm$ e $1{,}00208cm$. O Grupo 2 cometeu respectivamente erros de $1{,}10625cm$; $1{,}05312cm$ e $0{,}702cm$. No acumulado, o grupo 1 errou $3{,}96145cm$ e o grupo 2 $2{,}86137cm$, portanto a vitória foi dada ao grupo 2 por ter errado menos, gerando vibração ao grupo, com isto, se encerrou a oficina III.

O objetivo do experimento III é definir conceito de área, perímetro e função quadrática, bem como evidenciar que alguns problemas que envolvem funções podem recair a uma lei de formação dada por uma equação do segundo grau. A oficina IV iniciou com os comandos emitidos pelo pesquisador para a realização do experimento *trabalhando com retângulos*, a ideia era estabelecer uma ralação de dependência entre os lados o que resultaria em uma função linear e em seguida estabelecer o cálculo da área em função de apenas um dos lados do retângulo. Para isso, foi exigido que o perímetro continuasse fixo sendo seu valor igual a 20.

Foi entregue aos dois grupos folha de papel milimetrado, ainda foi pedido que utilizassem o quadrado como unidade de área e seus lados como unidade de medida, também foi feito uma explanação sobre o conceito de área, bem como calcular a área de um retângulo, foi definido o perímetro, com o objetivo de servir de suporte aos alunos nas atividades que em seguida iria ocorrer.

Então foi observado que eles fizeram 5 retângulos de medidas respectivamente 1 e 9, 2 e 8, 3 e 7, 4 e 6 e um quadrado de lado 5. Duas observações são válidas: eles não consideram valores decimais como 1,5 e 8,5, por exemplo, e, além disso, um dos grupos justificaram que para construir retângulo de medidas 5, não daria. Ou seja, eles não conceituaram que todo quadrado é um retângulo.

Imagem 6: Aluno manuseando retângulos distintos, todos de perímetro 20 u.m.



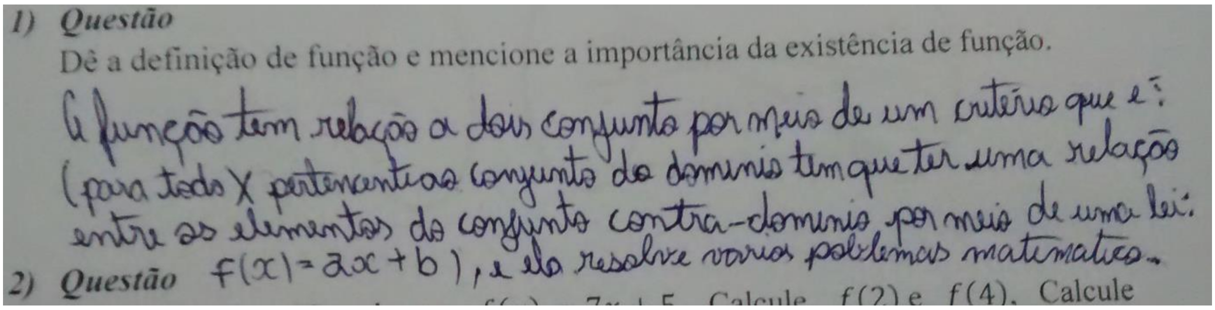
Fonte: Acervo da pesquisa

Após a construção dos retângulos e o preenchimento de uma tabela disposta no quadro relacionando as medidas à área, foram-lhes perguntados: *a medida do segundo lado depende da primeira?* A resposta sim foi quase que unânime, mas não conseguiram evidenciar a lei funcional a partir dos conhecimentos de geometria. Talvez por precisarem entender que se x e y são os lados e $2x + 2y = 20$, ou seja $x + y = 10$ implica $y = 10 - x$, onde $y = f(x)$. Ao que pôde ser observado a expressão $x + y = 10$ foi vista apenas como uma equação do primeiro grau.

O mesmo ocorreu quando os alunos foram indagados da possibilidade de calcular a área em função apenas de uma das medidas, o que já era esperado pelo pesquisador, visto que o bom andamento da segunda atividade dependia do sucesso da primeira. Os alunos apenas conseguiram fazer as devidas conclusões após uma intervenção, sendo trabalhadas as questões de áreas que envolvem equações do segundo grau e a fórmula de baskára na resolução.

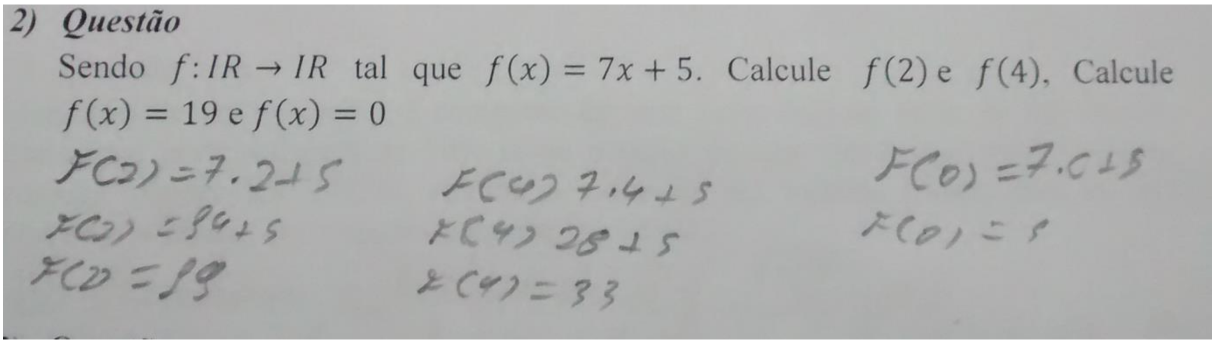
5.4 Análise a posteori

O pós-teste foi aplicado com o intuito de observar de forma qualitativa o rendimento dos alunos após as oficinas. Durante todas as oficinas foi trabalhado o conceito de função para que fossem corrigidos os vícios de linguagem que volta e meia era possível perceber nos alunos, de modo teve melhora no aprendizado da definição, porém existe uma dificuldade em escrever formalmente o conceito de função.


1) Questão
Dê a definição de função e mencione a importância da existência de função.
A função tem relação a dois conjunto por meio de um criterio que é: (para todo X pertencente ao conjunto do dominio tem que ter uma relação entre os elementos do conjunto contra-dominio por meio de uma lei: $f(x) = 2x + b$), e ela resolve varios poblemas matematicos.
2) Questão

Neste caso, o aluno consegue observar que a função pode ser definida a partir de uma relação binária, ressaltando a existência de uma lei que seleciona termos, consegue observar a existência de dois conjuntos, mas a escrita da propriedade que caracteriza a função não é mencionada, e para ele a lei de formação restringe-se à classe das funções afins. Ademais o aluno considera a importância de funções, mesmo sem citar exemplos.

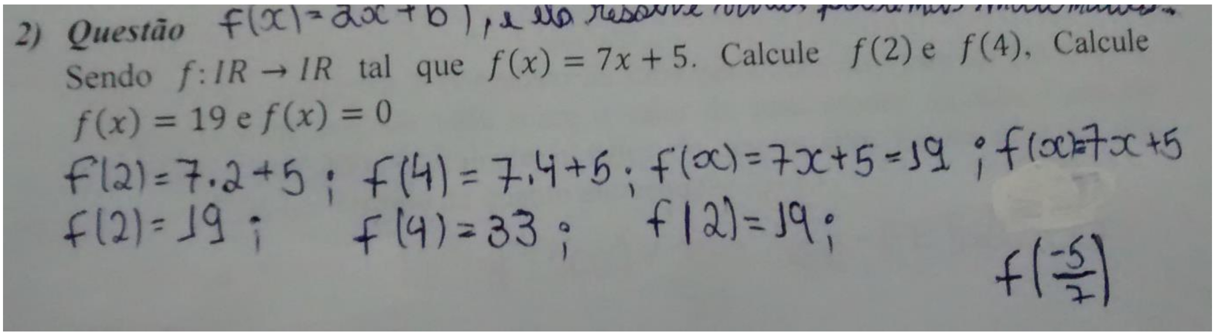
No que diz respeito ao cálculo da imagem, foi notado que os alunos no geral entenderam bem o conceito, no entanto quando lhes foi pedido que encontrasse x quando f(x) é 19, houve problemas de interpretação, onde apenas uma parcela pequena conseguiu entender que existe um x tal que quando aplicado na função gera aquele valor para a imagem.


2) Questão

Sendo $f: IR \to IR$ tal que $f(x) = 7x + 5$. Calcule $f(2)$ e $f(4)$. Calcule $f(x) = 19$ e $f(x) = 0$

F(2) = 7.2 + 5   F(4) 7.4 + 5   F(0) = 7.0 + 5
F(2) = 14 + 5   F(4) 28 + 5   F(0) = 5
F(2) = 19   F(4) = 33

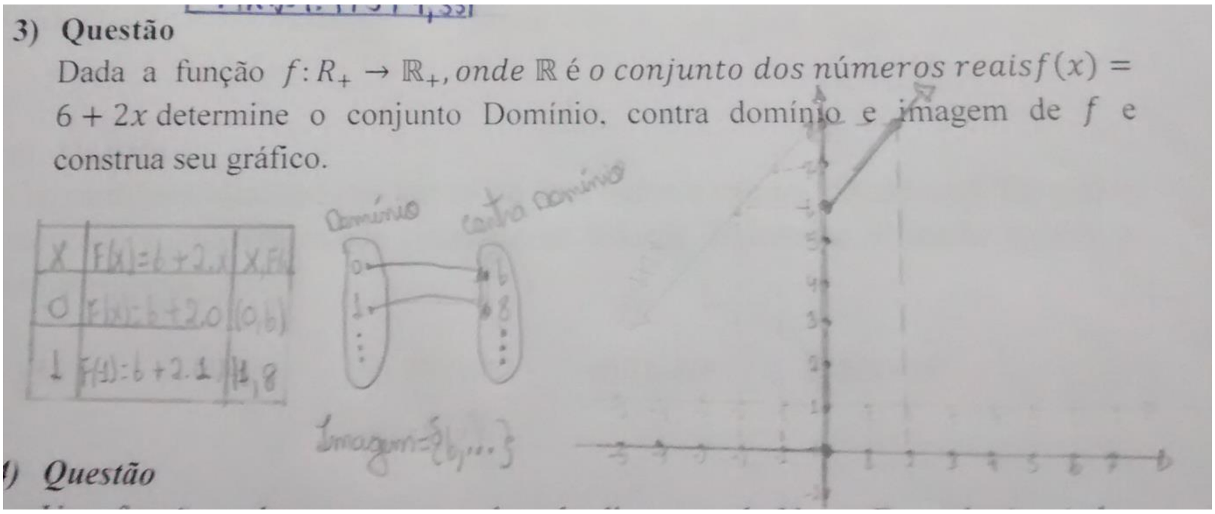
Já este aluno mostrou domínio da conceituação e da manipulação, mostrando bom domínio da álgebra elementar, quando fez $f(x) = 7x + 5 = 19$, infere-se que ele entendeu que em dado momento $f(x)$ tornar-se-á 19 e como ele também pode ser representado pela expressão $7x + 5$, bastou igualar os termos.


2) Questão f(x) = ax + b

Sendo $f: IR \to IR$ tal que $f(x) = 7x + 5$. Calcule $f(2)$ e $f(4)$. Calcule $f(x) = 19$ e $f(x) = 0$

f(2) = 7.2 + 5 ; f(4) = 7.4 + 5 ; f(x) = 7x + 5 = 19 ; f(x) = 7x + 5
f(2) = 19 ; f(4) = 33 ; f(2) = 19 ;
f(-5/7)

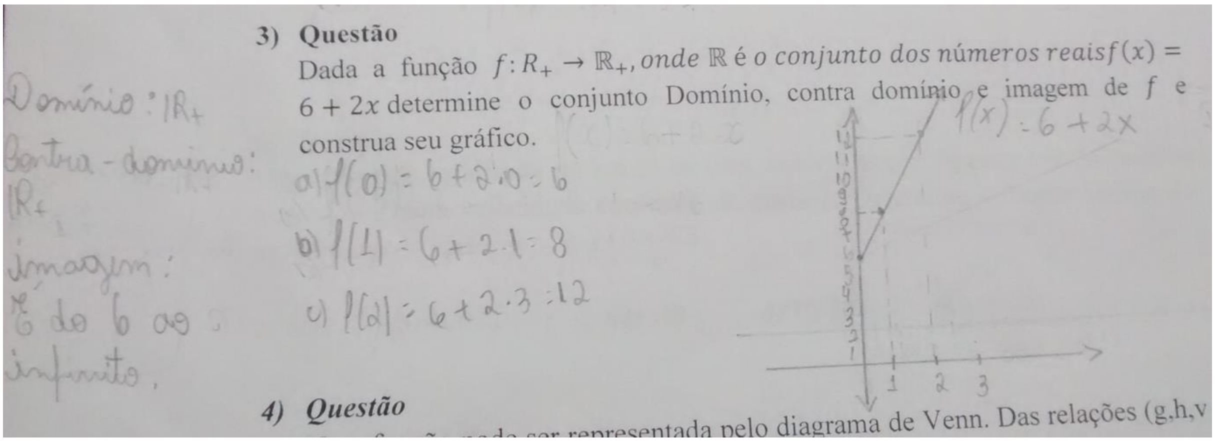
A construção do gráfico da função afim foi bem sucedido, pois a maioria dos alunos conseguiram entender porque é possível ligar os pontos desde que seja conhecido o aspecto gráfico, no caso em questão uma reta, além disso, os conceitos de domínio, contra domínio e imagem também foi entendido por eles, alguns tiveram dificuldade apenas em entender o conjunto imagem da função, mas ao recorrer ao experimento I ficou claro que se tratava do conjunto, ou seja de todas as imagens, que seria encontrada, a partir do primeiro elemento do domínio, no caso 0, tendo imagem $f(0) = 6$.


3) Questão

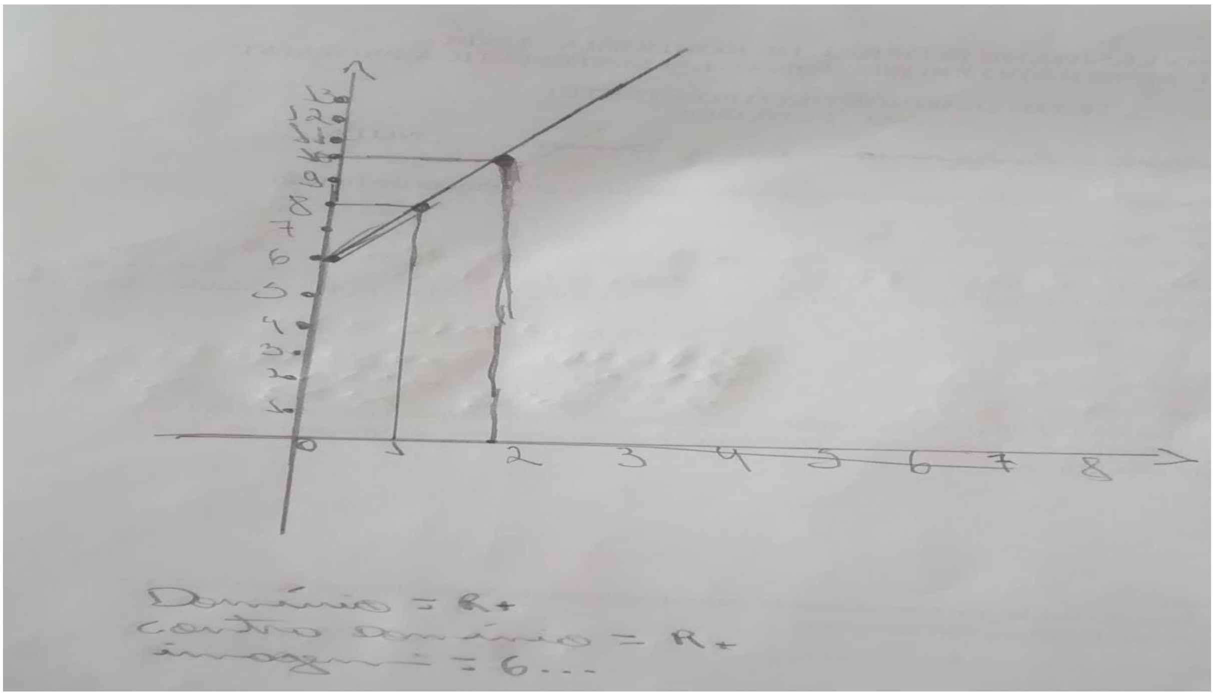
Dada a função $f: R_+ \to \mathbb{R}_+$, *onde* $\mathbb{R}$ *é o conjunto dos números reais* $f(x) = 6 + 2x$ determine o conjunto Domínio, contra domínio e imagem de f e construa seu gráfico.

X	F(x) = 6 + 2.x	X, F(x)
0	F(0) = 6 + 2.0	(0, 6)
1	F(1) = 6 + 2.1	(1, 8)

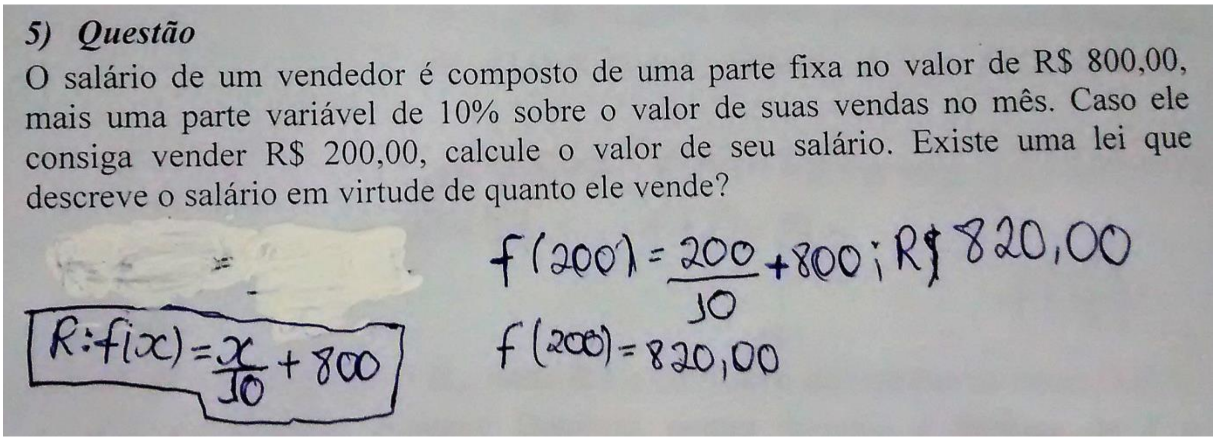
Conforme observado, a notação usual de função que facilita o aluno entender a existência de uma ação mediada por uma sentença, normalmente na forma algebrizada, que toma elementos do domínio e leva no contra domínio, foi bem aceita, pois foi observado que nenhum aluno quis usar a letra y para representar elementos do contradomínio.



Neste caso o aluno se confundiu ao associar no gráfico f(2) a 12 no eixo da ordenada. No entanto, ficou entendido que se tratou de um descuido do aluno, ao fazer o registro no gráfico, pois outros alunos conseguiram fazer a construção do gráfico com êxito.



A questão 5 visava aferir a habilidade de encontrar a lei de formação que relaciona a venda em dinheiro com o salário obtido do final do mês, foi observado que não houve problemas em encontrar o salário do vendedor para a venda de R$ 200,00, embora houve muitos alunos que conseguiram descrever a sentença que dava o salário em virtude de quanto fosse vendido, teve aluno que conseguiu fazer a construção correta.



5) Questão

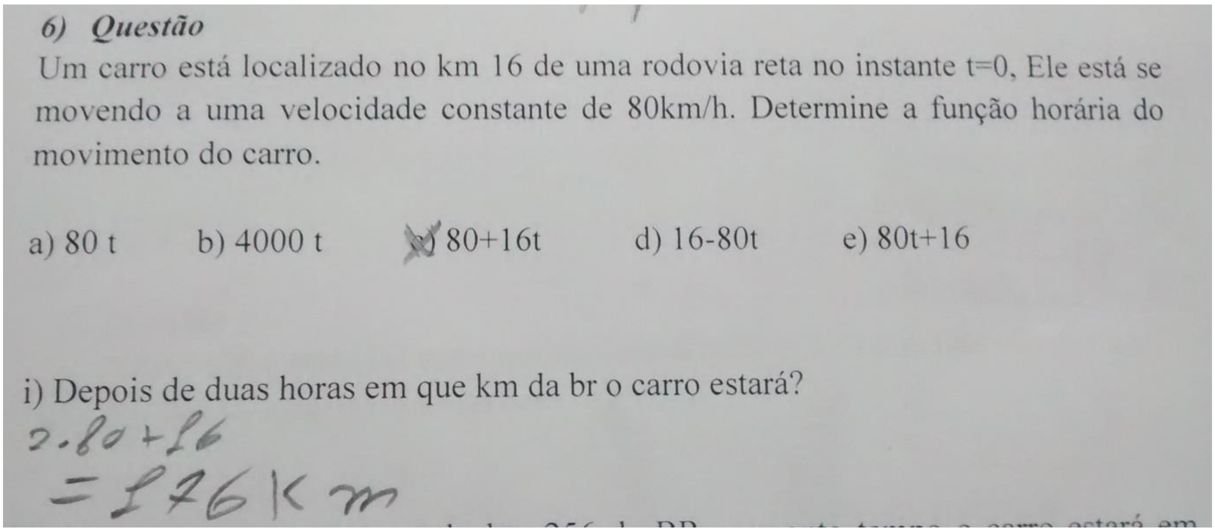
O salário de um vendedor é composto de uma parte fixa no valor de R$ 800,00, mais uma parte variável de 10% sobre o valor de suas vendas no mês. Caso ele consiga vender R$ 200,00, calcule o valor de seu salário. Existe uma lei que descreve o salário em virtude de quanto ele vende?

$f(200) = \frac{200}{10} + 800$; R$ 820,00

$f(200) = 820,00$

$\boxed{R: f(x) = \frac{x}{10} + 800}$

Outrossim, o raciocínio numérico permitia os alunos retiram conclusões corretas, mas a álgebra é um obstáculo a ser vencido. No exercício 6 o aluno consegue calcular a que quilômetro o carro está na BR depois de duas horas de viagem, consegue escrever $2.80 + 16$, mas passa despercebido que o 2 é justo a variação ou, em termos funcionais, a variável independente, e que se $t = 2$, trocando na expressão que ele próprio montou, ter-se-ia: $2.80 + 16 \; = \; t.80 + 16$, concluindo o raciocínio, $80t + 16$.



6) Questão

Um carro está localizado no km 16 de uma rodovia reta no instante t=0, Ele está se movendo a uma velocidade constante de 80km/h. Determine a função horária do movimento do carro.

a) 80 t b) 4000 t c) 80+16t d) 16-80t e) 80t+16

i) Depois de duas horas em que km da br o carro estará?

2.80+16

= 176 Km

Sobretudo as ideias mais complicadas para os alunos tratam do pensamento generalizado, numérico e algébrico, ficando evidente no pós-teste. O primeiro diz respeito ao conjunto dos números reais, em geral existe falta de familiaridade com a caracterização dos elementos deste conjunto, em especial as frações não decimais, fazer operações com estes números e localizá-lo na reta.

Durante as oficinas, quando foram ligeiramente trabalhados alguns conceitos do conjunto dos números reais, percebeu-se que os alunos tinham dificuldade em entender a ideia de que um número irracional é aquele que não se pode escrever na forma de fração, porque sua representação decimal é infinita, porém existe uma localização na reta comprimido entre dois racionais, mas que ainda sim não há como determiná-lo, restando no máximo se aproximar por um número racional. Assim também foi notado dificuldade, quando houve a necessidade de generalizar para qualquer quantidade ou valor, que corroborou para que poucos alunos fizessem a questão de número 5.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O pesquisador acredita que com a intervenção houve melhoria do aprendizado do conteúdo estudado, mostrando-se viável a aplicação da sequência didática que envolveu o uso de experimentos com alunos dos últimos anos do ensino fundamental, pois se considera que o efetivo aprendizado se estrutura inicialmente pelo desejo de saber e para isso cabe ao professor mediador provocar situações que gerem isto.

A pesquisa aconteceu em uma escola pública cuja clientela é formada por miscigenação de alunos vindos da zona rural e de Vila Bandeira Branca, com isso, o pesquisador encontrou dificuldades oriundas deste fato, pois as diferenças sociais promovem interesses distintos em sala de aula, outrossim, a adoção de experimentos em sala pode gerar alguns conflitos em virtude do trabalho em equipe, porque alguns poucos alunos se encontravam dispersos, em certos momentos, dificultando o bom andamento das aulas.

Um dos fatores que contribuíram com pesquisa foi o privilegiado tempo com os alunos para realizar as atividades de experimentação, pois o pesquisador dialogou com os outros professores e supervisão sobre a necessidade de ter os horários das aulas disponíveis para a realização de seus trabalhos, pois a sobrecarga gera dificuldade de concentração. Ou seja, buscou-se colocar os alunos em um ambiente de total dedicação às oficinas. Para o uso desta metodologia, necessita-se de uma parceria com a equipe escolar, pois a rotina das atividades em sala de aula da escola precisa ser reelaborada.

Com efeito, o trabalho se propôs evidenciar a metodologia o uso de experimentos como uma forma de ensino de funções atrativa aos alunos, além disso, promove um aprendizado maximizado dos conceitos de conjunto domínio, conjunto do contra domínio e conjunto da imagem, pois os alunos tem a oportunidade de questionar o que aprende teoricamente por meio de sua própria prática.

Didaticamente, é comum mencionar aos alunos que pensar teoricamente em função, pode ser descrito por uma ação, transformação ou aplicação que leva elementos de um conjunto ao outro por uma sentença, com isso, o uso de experimentos internaliza no aluno esse sentimento, torna condizente com a ideia de executar uma devida ação que antes estava apenas no campo da imaginação.

Contudo, o ensino de função é um campo fértil para pesquisas em educação matemática. Neste trabalho reside uma parcela de contribuição quanto ao ensino de funções com vista ao uso de experimentos, mostrando-se uma metodologia viável de ensino, e, ainda cumprindo o dever de despertar no estudante o desejo pelo método científico.

7 REFERÊNCIAS

[1] ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

[2] BRAGANÇA, Bruno. **MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO: compreensão de significados.** Dissertação de Mestrado em Educação Tecnológica Belo Horizonte – MG, 2009.

[3]BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. – Brasília: MEC / SEF, 1998.

[4] BASSANEZI, Carlos Rodney. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** 4. ed. - São Paulo: Contexto, 2004.

[5] BROUSSEAU, G. **A Teoria das Situações Didáticas e a Formação do Professor**. Palestra. São Paulo: PUC, 2006.

[6] CARRETERO, Mario. **Construtivismo e educação.** Trad. Jussara Haubert Rodrigues. – Porto Alegre; Artes médicas. 1997.

[7] FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. **As pesquisas denominadas "estado da arte".** Educação & Sociedade, ano XXIII, n o 79, Agosto/2002.

[8] IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de matemática elementar, 1: conjuntos, funções**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

[9] LIMA, Elon Lages. **Conceituação, manipulação e aplicações: Os três componentes do ensino da matemática.** IMPA-RJ. Revista do professor de matemática 41, 1999.

[10] LIMA. José Fernandes de. **AVALIAÇÃO SUPLEMETAR EXTERNA DO PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL** (PROFMAT) 2013. Disponível em: http://www.profmat-sbm.org.br/files/Arquivos%20do%20Site/Relatorio/PROFMAT_Av_Suplementar.pdf. Acesso em: 22 de Novembro de 2016.

[11] MAGARINUS, Renata. **Uma proposta para o ensino de funções através da utilização de objetos de aprendizagem**. Dissertação de mestrado, PROFMAT, Santa Maria - RS, 2013.

[12] MARCONI, M. A./LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica.**– 7. ed. – São Paulo: Atlas, 2010.

[13] MORAIS, Alisson Gleike. **Uma contribuição ao ensino-aprendizagem da matemática na educação básica: aplicação das funções quadráticas no lançamento de foguetes confeccionados com garrafas pet**. Dissertação, PROFMAT, Porto Velho – RO, 2014.

[14] PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática, uma análise da influência francesa.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2002.

[15] PANTOJA, L. F. L.; SILVA, F.H.S. **Engenharia didática : articulando um referencial metodológico para o ensino de matemática na EJA**. 2010. Disponível em: < www.sbem.com.br/files/ix_enem > Acesso em: 20 de novembro 2016.

[16] **Orientações Conteúdos Curriculares. 2. Ensino Médio. 3. Matemática. 4. Bilogia. 5. Física. 6. Química. I.** Brasil. Secretaria de Educação básica. Brasília: MEC; SEB, 2006.

[17] POMMER, Wagner Marcelo. **A Engenharia Didática em sala de aula: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares.** São Paulo. 2003 72p. ils.:Tabs.

[18] PRODANOV, Cleber C., FREITAS, Ernane C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. Novo Hamburgo, Rio Grande do Sul: Universidade Feevale, 2013.

[19] CARVALHO, Rute Alves da Silva. FARIAS, Zuleide Santos. **REFERENCIAL CURRICULAR DE RONDÔNIA:** Ensino Fundamental. Porto Velho: SEDUC, 2013.

[20] SILVA, Francinéia Alves de Souza. **Aprendendo funções com experimentos de física e atividades interdisciplinares**. Dissertação, PROFMAT, Catalão–GO, 2015.

[21] ZUFFI, Edna Maura; PACCA, Jesuína L.A. **Sobre Funções e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio.** ZETETIKÉ – CEMPEM-FE/UNICAMP. V. 5, Nº 13/14 , p. 7 – 28. 2000.

8 APÊNDICES

Apêndice I

Foto da turma que participou das oficinas

Foto do trabalho em grupo

Apêndice I: pré-teste aplicado na turma do 9º ano

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA - UNIR
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA PROFMAT

TESTE DIAGNÓSTICO (PRÉ-TESTE)
9º ANO - FUNÇÕES

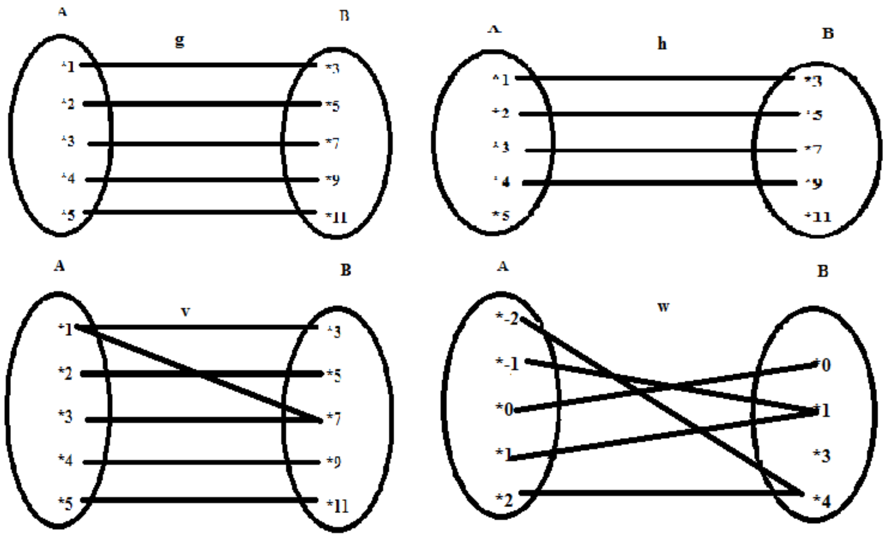
ALUNO:____ NOTA_______

1) ***Questão***
   Dê uma definição de função.

2) ***Questão***
   Sendo $f: IR \to IR$ tal que $f(x) = 7x + 5$. Calcule $f(11)$, $f(6)$ e $f\left(\frac{13}{2}\right)$, Calcule $f(x) = 3, f(x) = 5$ e $f(x) = 0$

3) **Questão**
   Dada a função $f: A \to B, onde\ A = \{-1,0,1,2\}\ e\ B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ tal que $f(x) = x^2 + x + 1$ Determine o conjunto Domínio , contradomínio e imagem de f.

4) ***Questão***
   Uma função pode ser representada pelo diagrama de Venn. Das relações (g,h,v e w) abaixo, qual(is) são funções:



5) ***Questão***

Construa o gráfico das funções afins abaixo:

$a) y = -3x + 5$

$b) y = x + 2$

6) ***Questão***

O salário de um vendedor é composto de uma parte fixa no valor de R$ 800,00, mais uma parte variável de 12% sobre o valor de suas vendas no mês. Caso ele consiga vender R$ 45 000,00, calcule o valor de seu salário.

7) ***Questão***

Um carro está localizado no km 16 de uma rodovia reta no instante t=0, Ele está se movendo a uma velocidade constante de 80km/h. Determine a função horária do movimento do carro.

a) 80 t b) 4000 t c) 80+16t d) 16-80t e) 80t+16

i) Depois de duas horas em que km da br o carro estará?

ii) Quando o carro passar pelo km 256 da br, a quanto tempo o carro estará em viagem?

"Não há maior majestade do que o domínio de si mesmo"
(Leonardo da Vinci)
Bom teste!

Apêndice II: pós-teste aplicado após as oficinas

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA - UNIR
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA PROFMAT

TESTE DIAGNÓSTICO (PÓS-TESTE)
9º ANO - FUNÇÕES

ALUNO:____ NOTA_______

1) ***Questão***

Dê a definição de função e mencione a importância da existência de função.

2) ***Questão***

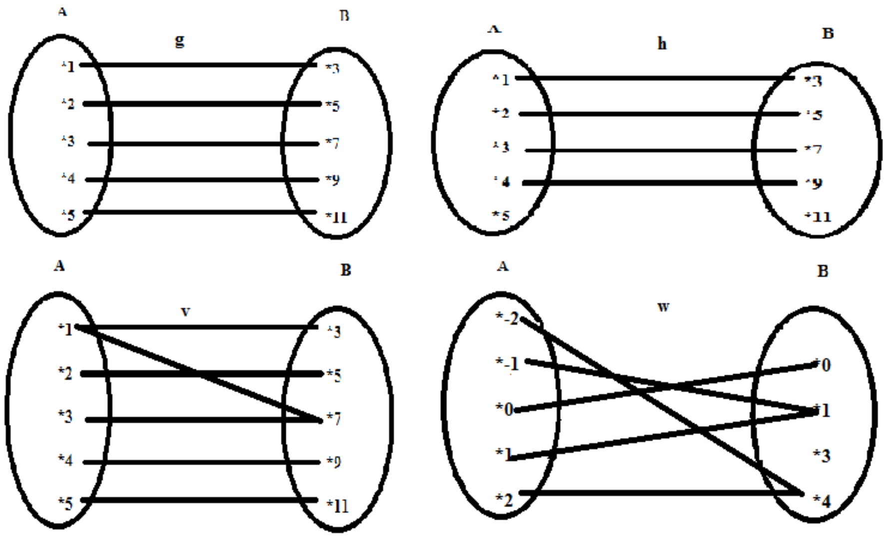
Sendo $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 7x + 5$. Calcule $f(2)$ e $f(4)$, Calcule $f(x) = 19$ e $f(x) = 0$

3) **Questão**

Dada a função $f: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+, onde$ $\mathbb{R}$ é $o\ conjunto\ dos\ números\ reais f(x) = 6 + 2x$ determine o conjunto Domínio, contra domínio e imagem de f e construa seu gráfico.

4) ***Questão***

Uma função pode ser representada pelo diagrama de Venn. Das relações (g,h,v e w) abaixo, qual(is) são funções:



5) Questão

O salário de um vendedor é composto de uma parte fixa no valor de R$ 800,00, mais uma parte variável de 10% sobre o valor de suas vendas no mês. Caso ele consiga vender R$ 200,00, calcule o valor de seu salário. Existe uma lei que descreve o salário em virtude de quanto ele vende?

6) Questão

Um carro está localizado no km 16 de uma rodovia reta no instante t=0, Ele está se movendo a uma velocidade constante de 80km/h. Determine a função horária do movimento do carro.

a) 80 t   b) 4000 t   c) 80+16t   d) 16-80t   e) 80t+16

i) Depois de duas horas em que km da br o carro estará?

ii) Quando o carro passar pelo km 256 da BR, a quanto tempo o carro estará em viagem?

"Não há maior majestade do que o domínio de si mesmo"
(Leonardo da Vinci)
Bom teste!

Apêndice IV: termo de consentimento

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Pai ou responsável,

Sou Elihebert Saraiva, professor de seu(a) filho(a) na Estadual de Ensino Fundamental Apolônia Rossi Javarini, estudante do Mestrado Profissional em Matemática do Polo UNIR/Porto Velho, e estou realizando uma pesquisa para minha dissertação sob a orientação do Prof. Dr. Marinaldo Felipe da Silva, cujo objetivo é investigar qual a influência do uso de experimentos para o aprendizado de funções em sala de aula.

Desta forma, gostaria de convidar seu(a) filho(a) a participar, como colaborador(a)/voluntário(a), da referida pesquisa, A participação dele(a) envolve apenas a frequência e a participação das atividades oferecidas nas oficinas que serão ministrada por mim.

A participação nesta pesquisa é voluntária, na publicação dos resultados desta pesquisa, o autor tornará públicas imagens produzidas, de modo que não gere nem ônus nem bônus aos participantes, e, caso algum participante queira, serão omitidas todas as informações que permitam identificá-lo(a).

Mesmo não tendo benefícios diretos em participar, indiretamente seu filho(a) estará contribuindo para a compreensão do fenômeno estudado e para a produção de conhecimento científico, visando a melhoria do ensino básico público.

Quaisquer dúvidas relativas à pesquisa poderão ser esclarecidas pelo professor-pesquisador através do e-mail elihebert_saraiva@hotmail.com e do celular (69) 9-9266-6366, ou ainda com o seu orientador através do e-mail felipe@unir.br.

Atenciosamente,

Ji-Paraná – RO, _____ de _______________ de 2016.

____

Elihebert Saraiva

Declaro entender os objetivos e benefícios da participação de meu filho(a) na pesquisa, e que concordo com a sua participação na pesquisa.

____________________________________	____________________________________
Assinatura do responsável	**Local e data**