UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Presidente Prudente
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

ELISABETE TIYOKO NISHIMURA KUROIWA

UMA ABORDAGEM PECULIAR DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO.

Presidente Prudente

2016

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Presidente Prudente
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

UMA ABORDAGEM PECULIAR DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO.

ELISABETE TIYOKO NISHIMURA KUROIWA

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", pólo em Presidente Prudente, como requisito para obtenção do grau de mestre em Matemática.

Orientador: **Prof. Dr. José Carlos Rodrigues**

Presidente Prudente

2016

Kuroiwa, Elisabete Tiyoko Nishimura.
K98u Uma abordagem peculiar da equação do segundo grau / Elisabete Tiyoko Nishimura Kuroiwa.- Presidente Prudente , 2016
126 p : .il., tabs.

Orientador: José Carlos Rodrigues.
Coorientador: Marco Antônio Piteri.
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas.

1.Equação do Segundo Grau. 2. Metodologia da Resolução de Problemas. 3. Fórmula de Bháskara. I. Rodrigues, José Carlos. II. Piteri, Marco Antonio. III. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências e Tecnologia. IV. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca da UNESP

Campus de Presidente Prudente

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Presidente Prudente
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

UMA ABORDAGEM PECULIAR DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO.

ELISABETE TIYOKO NISHIMURA KUROIWA

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional PROFMAT, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", pólo em Presidente Prudente, como requisito para obtenção do grau de mestre em Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. José Carlos Rodrigues - Orientador

UNESP – Campus de Presidente Prudente

Profª. Dra. Cristiane Néspoli Morelato França

UNESP – Campus de Presidente Prudente

Profª. Dra Vera Lucia Carbone

Universidade Federal de São Carlos

Presidente Prudente, 18 de novembro de 2016

Dedico esta obra à minha mãe, Okuda Sakae, pelo seu exemplo de vida e conduta em sua luta pela criação de seus oito filhos, tornando-os cidadãos atuantes na sociedade e pessoas de bem.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela provação e comprovação de que tudo posso naquele que me fortalece. Por me fortalecer nos momentos de angústia e isolamento para a dedicação a este mestrado, durante o cumprimento dos estudos, execução das listas de exercícios e preparo para as avaliações.

À minha família: Matsuji (pai), Okuda Sakae (mãe), Mitsuo (sogro), Tieko (sogra), Sérgio (esposo), Eunice (irmã), Célia Emiko (cunhada), Emy e Keiko (filhas), Célia Yukie (cunhada), Fabio (cunhado) e muitos outros não citados aqui, pela ajuda imprescindível cedida em todos os momentos e das mais variadas formas.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo incentivo financeiro, pois, somente assim consegui reduzir minha jornada de trabalho e dedicar com maior afinco aos estudos.

Aos meus amigos e amigas, colegas de curso, notáveis por suas inteligências, proporcionando a mim ricas trocas de conhecimentos e experiências. Agradeço-lhes por em todos os momentos difíceis que enfrentamos e vencemos juntos. Em especial à Cíntia, Douglas, Emanueli e Luciana que fizeram parceria comigo em alguns trabalhos.

A todos os professores da UNESP, em especial ao Benini, Piteri, Gilberto, Aylton, Ronaldo, José Roberto, Suetônio, José Carlos e Cristiane que fundamentaram os conteúdos propostos.

Agradeço imensamente e de coração ao meu orientador e amigo José Carlos Rodrigues e ao colaborador Marco Antônio Piteri, que me incentivaram e indicaram caminhos com disposição e prontidão durante a realização deste trabalho.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) pelo Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), oportunizando conhecimentos para a melhoria da educação básica, e à UNESP de Presidente Prudente pela realização do curso.

Ao coordenador do Curso (PROFMAT – UNESP), Suetônio Meira por todas as palavras de incentivo, avisos e recomendações dados durante o curso e por não medir esforços para que seus alunos alcançassem o sucesso.

À Elaine M. S. Marra, coordenadora de minha escola juntamente com Érica Navarro e Carla Calderoni, PCNPs da Diretoria de Ensino que muito contribuíram com ideias e sugestões durante as atividades aplicadas.

À Diretora Terezinha P. V. Lima pela viabilidade da aplicação da atividade em sua escola. Aos colegas professores que colaboraram com suas ações e sugestões em especial Lucimara A. de B. Uê e Antonio R. dos Santos que disponibilizaram os alunos bem como suas aulas. À Professora Jéssica K. Ponciano pela revisão deste trabalho. E aos alunos participantes pela atuação e colaboração.

Enfim, agradeço a todos que não foram mencionados anteriormente, mas que direta ou indiretamente passaram pela minha vida neste tempo transcorrido e que, de alguma maneira colaboraram com esta minha jornada e me permitiram seguir em frente.

Muito Obrigada!

"Precisamos, entretanto, dar um sentido humano as nossas construções. E, quando o amor ao dinheiro, ao sucesso nos estiver deixando cegos, saibamos fazer pausas para olhar os lírios do campo e as aves do céu".

Érico Veríssimo

RESUMO

Há cerca de 2000 a.C, com o desenvolvimento do conhecimento matemático, a equação do 2º grau tem mostrado sua aplicabilidade principalmente em problemas de medidas, áreas e repartição de herança, pois, o Alcorão prescrevia uma divisão de herança de acordo com a idade. Além das circunstancias descritas acima, há uma infinidade de situações problema que envolve a resolução de uma equação deste tipo. Ao longo de minha jornada como docente, observei as dificuldades encontradas pelos discentes, que não conseguem aplicá-las e resolvê-las. Procuramos uma abordagem diferenciada para priorizar a aprendizagem, sanar suas dificuldades e efetivar a resolução. Assim, o objetivo deste trabalho consiste no auxílio aos professores na importante tarefa de ensinar, esclarecer, fundamentar e sedimentar os conceitos e as resoluções da equação do 2º grau, promovendo aprendizagem efetiva, com maior interação e cumplicidade ajudando-os em seus questionamentos, providenciando a retomada e a aquisição de saberes com suas intervenções propícias e auxiliando-os a encontrar as respostas às suas indagações. Para isto utilizamos a Metodologia de Resolução de Problemas, como ferramenta viável para a demonstração da fórmula de Bháskara, proporcionando uma motivação em sua construção, possibilitando ao aluno, maior envolvimento, participação e interação com manejo de material concreto. Essa metodologia proporciona maior interação entre o professor e os alunos auxiliando-os e estimulando-os com questionamento e intervenções convenientes. Iniciamos com uma abordagem histórica em ordem cronológica, de acordo com os conhecimentos desenvolvidos, bem como sua contextualização teórica, envolvendo inclusive os diversos métodos de resolução, através dos tempos, bem como seus exemplos. Apresentamos uma aplicação em sala de aula, com levantamento diagnóstico para verificar os conhecimentos dos estudantes, aplicabilidade e resoluções desta equação, sendo posteriormente feita uma reavaliação para verificar o nível de aprendizado, mostrando de maneira geral o método e a metodologia proposta.

Palavras chaves: Equação do Segundo Grau, Metodologia da Resolução de Problemas, Fórmula de Bháskara.

ABSTRACT

There are about 2000 B.C with the development of mathematical knowledge, the 2nd degree equation has shown its applicability especially in problems of measures, areas and division of inheritance, as the Qur'an prescribed a division of inheritance according to age. In addition to the circumstances described above, there are plenty of situations that involve problem solving an equation of this kind. Along my journey as a teacher, I noted the difficulties encountered by students who can not apply them and solve them. We seek a differentiated approach to prioritize learning, solve their problems and carry out the resolution. The objective of this work is to assist teachers in the important task of teaching, clarify, justify and consolidate the concepts and resolutions of the 2nd degree equation, promoting effective learning, with greater interaction and complicity helping them in their inquiries, arranging the recovery and the acquisition of knowledge with its favorable interventions and helping them find answers to their questions. For this we use the Troubleshooting Methodology as a viable tool for demonstrating the formula Bháskara, providing a motivation in their construction, allowing the student to greater involvement, participation and interaction with management of concrete material. This methodology provides greater interaction between teacher and students helping them and encouraging them to questioning and appropriate interventions. We begin with a historical approach in chronological order, according to the developed knowledge and its theoretical context, including the various methods of resolution, through the ages, as well as their examples. We present an application in the classroom, with diagnosis survey to check students' knowledge, applicability and resolutions of this equation, a reassessment later being done to check the level of learning, showing generally the method and the proposed methodology.

Key words: Second Degree Equation, Methodology of Troubleshooting, Formula Bhaskara.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

C – correto

CA – Caderno do aluno

CP – Caderno do Professor

E – errou

M – meio certo

NA – não avaliado

NF – não fez

NR – não resolveu

NT – não terminou

PCG – Proposta Curricular Geral

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

Q – Questão

RPM – Revista do Professor de Matemática

SARESP – Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.

SEE – Secretaria Estadual de Educação

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfa: α

Beta: β

Delta: Δ

Mais: $\overline{p}$ (de plus)

Menos: $\overline{m}$ (de moins)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Há aproximadamente 4000 anos, na antiga Babilônia, a Matemática surgiu como ferramenta para a resolução de problemas relacionados à medidas. Sua evolução ocorreu ao longo do tempo e partiu das tentativas humanas em representar seus pensamentos, criações e soluções numa linguagem específica.

Atualmente, propaga-se a visão de que a Matemática, composta por fórmulas, axiomas, definições, teoremas, demonstrações, etc., é uma ferramenta de ampla utilização na resolução de problemas das mais variadas situações, sejam elas de caráter científico ou cotidiano. Por meio dela, diversos fenômenos, de diferentes áreas do conhecimento, podem ser descritos, comprovados e explanados. A título de exemplo, podemos citar os fenômenos da física, da química, da biologia entre outras. Todas estas ciências compartilham da abstração presente na Matemática, pois os modelos matemáticos apresentam conceitos, concepções lógicas, etc..

Na aprendizagem dos conceitos matemáticos, o desenvolvimento cognitivo do ser humano deve ser observado, sendo portanto, um desafio aos professores encontrarem caminhos que tornem este aprendizado possível.

Segundo Piaget, o conhecimento

> "não pode ser concebido como algo predeterminado nem nas estruturas internas do sujeito, porquanto estas resultam de uma construção efetiva e contínua, nem nas características preexistentes do objeto, uma vez que elas só são conhecidas graças à mediação necessária dessas estruturas, e que essas, ao enquadrá-las, enriquecem-nas".(PIAGET, 2007, p.1)

E de acordo com o mesmo autor, são observados três estágios básicos em uma criança: estágio pré-operatório, estágio operatório concreto e o estágio das operações abstratas, que ocorre por volta dos 12 anos de idade, momento em que a criança já não depende de ações concretas ou de objetos concretos, utilizando o pensamento puramente abstrato.

É natural e humano apreciar a zona de conforto, porém os desequilíbrios entre experiências e estruturas mentais é o que contribui para o avanço do nosso desenvolvimento cognitivo. A desestabilização ocorre quando nos deparamos com uma nova situação.

Ao depararmo-nos com uma nova situação, ativamos nossos conhecimentos prévios, construímos significados associados à nossa própria experiência, projetando, estruturando, explorando e investigando, ocorrendo assim a assimilação através das estruturas cognitivas já constituídas anteriormente. Então, ocorre novamente a acomodação dessas novas estruturas, e a situação passa a ser percebida de outra forma.

É através deste processo que o nosso conhecimento é construído, promovendo a aquisição e a incorporação dos objetos matemáticos, utilizando os diversos níveis de representação e incorporação da linguagem matemática, partindo para a abstração.

Nesse sentido, o objetivo do professor é provocar esses desequilíbrios nos alunos para incentivá-los a questionarem sobre a situação proposta, induzindo-os ao encontro de solução ou soluções, a fim de apropriarem-se de ideias, constituírem estruturas matemáticas de caráter abstrato, com descobertas de regularidades e de invariantes, evidenciados pelas demonstrações baseadas no raciocínio lógico e mediado.

Como motivação pode-se partir de situações-problema referentes ao cotidiano do aluno, por exemplo: "Durante um jogo de futebol, o goleiro ao repor a bola ao jogo dá um chute". Em um exercício como este é fácil perceber que a trajetória descrita pela mesma é uma parábola, o que nos remete a uma função do segundo grau. Como forma de envolver os alunos na atividade, o professor pode levantar alguns questionamentos como: qual a distância percorrida por essa bola? Como poderíamos calcular sua altura máxima? Após quantos segundos ela tocará o solo?

Segundo Pastor, em seu artigo na *Revista do Professor de Matemática* (RPM), sobre o assunto relata que “observamos, atualmente, que o ensino relativo à resolução de equações do 2º grau tem se restringido praticamente a apresentação da fórmula e algumas vezes, das relações entre os coeficientes e raízes”. (PASTOR, 1985, p.36)

No entanto, para o aluno é muito mais instigante saber como a fórmula foi obtida, e segundo a mesma referência é conveniente também que se mostre e justifique seu surgimento e que se exponha, se houver, outros meios de resolução para a situação proposta.

De acordo com a história, a lei de repartição de heranças encontrada no Alcorão, baseada na idade e no sexo dos herdeiros, impulsionou o estudo das equações. Para executar a repartição dos bens era necessário conhecer as quantidades e as proporções e a partir disto foram-se desenvolvendo as equações de segundo grau.

A dissertação está organizada em três capítulos abaixo indicados.

O primeiro capítulo contém os Objetivos do trabalho, algumas informações históricas envolvendo a equação do 2º grau assim como a fundamentação teórica adotada.

No segundo capítulo temos os levantamentos de dados para aplicação em sala de aula, com a descrição das características da unidade escolar e dos alunos e aplicação da avaliação diagnóstica, apresentando suas questões e resultados obtidos pelos alunos.

No terceiro capítulo é apresentada a aplicação em sala de aula, com orientações; intervenções; sugestões de resolução; relatos do desenvolvimento; a reaplicação apresentando por meio do gráfico a porcentagens de acertos e desenvolvimentos apresentados pelos alunos.

Finalmente, no quarto capítulo apresentamos as conclusões obtidas.

2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Ao longo de minha trajetória escolar percebi que são notórias as dificuldades de aprendizagem dos alunos com relação ao conteúdo de equação do 2º grau.

O objetivo principal deste trabalho é auxiliar os professores na importante tarefa de ensinar matemática, e mais especificamente, a Equação do 2º Grau, promovendo aprendizagem efetiva, em que haja maior interação e cumplicidade entre o professor e o aluno. Neste processo, o docente auxiliará os alunos em seus questionamentos, promovendo a retomada e a aquisição de saberes com suas intervenções propícias e colaborando no encontro de respostas às suas indagações. Para isso apresentamos diferentes métodos de resolução da equação do 2º grau elaborados ao longo da história e conhecidos por nós, e utilizaremos a Metodologia da Resolução de Problemas.

Nosso trabalho é dirigido especificamente aos alunos do 9° ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio. Selecionamos estas turmas, pois acreditamos que possuem maturidade intelectual e conhecimentos prévios suficientes para desenvolverem as atividades propostas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), "a formalização do conhecimento matemático, bem como de outras áreas, passa pela observação de regularidades, generalização de padrões e poder de argumentação". (BRASIL, 1998, p.41-42)

Acreditamos que ao executarem as atividades propostas, os alunos conseguirão utilizar a álgebra para determinação do valor numérico de uma expressão, além de calcularem corretamente as potencias e raízes de números reais sem esquecerem-se das operações fundamentais.

Segundo Becker, "o construtivismo é uma teoria, e não uma pratica ou método. Esta teoria permite conceber o conhecimento como algo que é construído e constituído pelo sujeito, por sua ação e interação com o meio, tendo como base os conhecimentos já construídos anteriormente". (BECKER, 1994, p.87-93). Foi pensando nisto que utilizamos a Metodologia de Resolução de Problemas, para a aprendizagem deste conteúdo. Procuramos envolver o aluno de forma que este se sinta responsável e atuante, além do que, este método o leva a “aprender a aprender”, realizando suas atividades e desenvolvendo sua autonomia.

Como o público alvo são adolescentes, estes poderão enfrentar dificuldades na implementação desta nova metodologia, pois estão acostumados com aulas expositivas, porém são suscetíveis a mudanças.

Segundo Dante (1998), “[...] um problema é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-la.”

Faremos uma abordagem dos conhecimentos prévios através de uma avaliação diagnóstica e reaplicaremos posteriormente as mesmas questões para verificação de aprendizagem.

Este trabalho encontra-se em consonância com as atividades propostas pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, porém não são explicitadas e elencadas as ações para o desenvolvimento de cada atividade.

3 HISTÓRIA DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

De acordo com Boyer (1974), textos escritos em placas de argila na Mesopotâmia e em papiros no Egito (cerca de 2000 a.C) fazem referencias a problemas relativos a equações do segundo grau. Com o passar dos anos, vários povos como os da Arábia, do Egito, da Índia, da China, da Grécia e Europa Ocidental contribuíram para este estudo, formalizando o que conhecemos hoje em termos de conceitos, definições e aplicações.

No Egito encontram-se indícios de problemas do segundo grau, envolvendo cálculo de áreas, no papiro Golonishev (séc. XIX a.C), um dos mais famosos do mundo juntamente com o papiro Rhind. Tais problemas podem ser traduzidos por equações do tipo $ax^2 = b$.

Na Mesopotâmia o primeiro registro referente à resolução de problemas envolvendo a equação do 2º grau data de aproximadamente 1700 a.C. Este registro foi feito em forma de textos, como uma receita em uma tábua de argila, cuja característica fornecia somente uma raiz positiva.

Na Grécia (500 a 200 a.C), os matemáticos desenvolveram um tratamento geométrico para muitos problemas, inclusive para a equação do 2º grau, levando em consideração suas dificuldades no tratamento com números racionais e irracionais e a falta de praticidade do sistema de numeração grego em virtude de este ser literal.

No ano de 300 a.C, Euclides (de Alexandria), na obra "*Os Elementos*" dedicou algumas proposições sobre construções de aplicações de áreas e sobre o segmento áureo, que se comportam como casos típicos de equação do 2º grau.

Por volta do século I ou III d.C., viveu Diofanto (200d.C.–284d.C), um matemático grego que trabalhou na Universidade de Alexandria, no Egito, como "residente", e que iniciou o uso de uma simbologia algébrica acabando por suplantar a escrita da álgebra num estilo verbal chamado "álgebra retórica". A obra original de Diofanto, a "*Arithmetica*", composta por treze volumes, perdeu-se, e a cópia mais antiga que se conhece de qualquer uma das partes deste trabalho foi feita há mais de um milênio depois que a original foi escrita. Nesta obra temos as seguintes fórmulas resolutivas para alguns tipos específicos de equações do segundo grau.

Figura 1. 1 - Foto de Diofanto

Fonte: somatemática[1]

Tabela 1. 1 - Equações de Diofanto.

Tipo de Equação	Fórmula Resolutiva
$ax^2 + bx = c$	$ax = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac} - \frac{b}{2}$
$ax^2 + c = bx$	$ax = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}$
$ax^2 = bx + c$	$ax = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac}$

Fonte: Adaptado da Revista do professor de Matemática nº43

Segundo Fragoso, há um texto que foi extraído da Anthologia Palatina escrita na lápide de Diofanto, uma espécie de quebra-cabeças algébrico, que se refere há quantos anos viveu Diofanto:

> "Aqui jaz Diofanto. Maravilhosa habilidade pela arte da Álgebra, a lápide nos diz sua idade:

[1] Disponível em : http://www.somatematica.com.br/biograf/diofanto.php>

> Deus lhe deu um sexto da vida como infante, um duodécimo mais como jovem, de barba abundante; e ainda uma sétima parte antes do casamento; em cinco anos nasce-lhe vigoroso rebento. Lastima! 0 filho do mestre e sábio do mundo se vai.
>
> Morreu quando da metade da idade final do pai. Quatro anos mais de estudos consolam-no do pesar; para então, deixando a terra, também ele, alivio encontrar.
>
> Quantos anos Diofanto viveu?**”** **(**FRAGOSO, 2000, p.20)

Na sequência apresentamos uma resolução para este “enigma”.

Inicialmente devemos caracterizar a idade de Diofanto por uma incógnita, por exemplo, x.

Ao fazer a retirada dos dados, obtemos:

I. Um sexto da vida como infante: $\frac{1}{6}x$;

II. Um duodécimo como adolescente: $\frac{1}{12}x$;

III. Um sétimo jovem: $\frac{1}{7}x$;

IV. Nasce o filho após cinco anos de casado;

V. Faleceu ao completar a metade da idade que o pai tinha ao falecer: $\frac{x}{2}$;

VI. E tal fato acontece quatro anos antes do pai falecer.

A idade total de Diofanto então é a soma de sua idade quando solteiro, os 5 anos após o casamento e anterior ao nascimento do filho, a idade vivida pelo filho e os quatro anos que antecederam a sua morte, sendo que a fase de solteiro integra a fase infantil, adolescente e jovem.

Portanto temos:

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+9+\frac{x}{2}=x \qquad \text{(I)}$$

$$14x+7x+12x+756=84x$$

$$75x+756=84x$$

$$9x=756$$

$$x=84$$

Substituindo na equação (I) temos:

$$\frac{1}{6}.84+\frac{1}{12}.84+\frac{1}{7}.84+5+4+\frac{84}{2}=84$$

$$14+7+12+5+4+42=84$$

$$84=84 \text{ (verdadeiro)}$$

Resposta: Diofanto viveu 84 anos.

No século IX, foi desenvolvido um processo para a resolução dos problemas que deram inicio a álgebra geométrica através de al-Khowarizmi, muçulmano que por volta de 825 d.C, escreveu a obra *"Hisab AL-jabr wa-al-muqabalah"* com o objetivo de ajudar os homens em casos de repartições de heranças, legados, partições, processos legais e comércio, nas transações gerais como medições de terras e escavação de canais.

Da palavra AL-jabr originou-se a palavra álgebra, no sentido de restauração. Muqabalah quer dizer redução, significando o cancelamento de termos semelhantes em uma equação, a tradução do livro significa *"A transposição de termos subtraídos para o outro membro da equação"* e *"O cancelamento de termos semelhantes em membros opostos da equação"* ou de forma mais simples *"Ciência da restauração (ou reunido) e redução"*. A equação era resolvida totalmente por palavras usando o método que consistia em completar quadrados, tomando o trinômio quadrado perfeito.

Setecentos anos mais tarde, após a invenção da álgebra, outros matemáticos fizeram o uso de seu método. Além de resolver e explicar algumas equações eles procuraram verificar através da álgebra geométrica de Euclides, a validade de suas respostas.

No século XII o hindu Bháskara (1114-1185) apresentou uma fórmula resolutiva que permitiu a encontrar a solução de qualquer tipo de equação do 2º grau, porém de forma puramente algébrica. E isto tornou possível a resolução de qualquer equação do segundo grau, do seguinte modo:

Sendo, $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0 \iff$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a} \iff$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \iff$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \iff$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a} \iff$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}} \iff$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \iff$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \iff$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Porém somente no Brasil esta fórmula é conhecida como Fórmula de Bháskara.

Em 1303, o grande matemático chinês, Chu Shih-chieh, apresentou na obra "*Ssu-yüan yá-chien"* (Precioso espelho dos quatro elementos) uma técnica especial para a resolução da equação do 2° grau. Esta técnica baseada em aproximações sucessivas, de grande precisão, denominada método fan-fan, foi apresentada de forma retórica e encontrava uma única raiz, a positiva.

No século XVI d.C., François Viète (1540-1603) desenvolveu a equação utilizando as letras como símbolos, pois decifrar códigos era o mesmo que resolver equações. O primeiro passo foi representar sempre a incógnita de uma equação através de uma vogal e os coeficientes literais por consoantes, abreviando também algumas palavras como, por exemplo, $\overline{p}$ significava mais e $\overline{m}$ significava menos e a palavra $"in"$ significava vezes.

Os matemáticos no período Renascentista buscaram uma simbologia para as operações de soma e subtração e encontraram o símbolo $"+"$ e $"-"$ introduzindo-os definitivamente na matemática.

Viète sendo responsável pela modernização da álgebra ficou conhecido como "o Pai da Álgebra". Podemos ver alguns exemplos de como a álgebra se transformou:

$$A\acute{a}rea - A2\ \acute{e}\ igual\, a\ 0 \rightarrow x^2 - 2x = 0$$

$$B\, in\, A + C\ \acute{e}\ igual\ a\ 0 \rightarrow ax + b = 0$$

$$B\, in\, A\ \acute{a}rea + C\ in\ A + D\ \acute{e}\ igual\ a\ 0 \rightarrow ax^2 + bx + c = 0$$

Simultaneamente, em várias partes do Velho Mundo, os matemáticos foram descobrindo e trabalhando as propriedades dessa equação.

Thomas Harriot (1560 – 1621), por volta de 1586 conhecia a relação entre coeficientes e raízes e entre raízes e fatores, porém tal conhecimento não era completo porque ele não conhecia raízes negativas e imaginárias. Foi ele quem introduziu também os símbolos $">"$ para maior, $"<"$ para menor e introduziu o sinal $"="$ para igualdade, que contribuiu com o processo de resolução.

No inicio do século XVII, em 1629, o Francês Albert Girard (1595 – 1632), escreveu o livro "*Invention nouvelle em algèbre*". Nesse livro, ele demonstra as relações entre raízes e os coeficientes de uma equação, admitindo raízes negativas. Dada a equação $ax^2+bx+c=0$ e as raízes x' e x'', as relações de Girard entre essas raízes e os coeficientes a, b e c da equação serão dadas por:

1º relação: soma das raízes da equação:

$$x'+x''=-\frac{b}{a} \ ou \ S=-\frac{b}{a}.$$

2º relação: produto das raízes da equação:

$$x'.\,x''=\frac{c}{a} \ ou \ P=\frac{c}{a}.$$

De acordo com as relações de Girard, temos:

$$\frac{-b}{a}=S \ ou \ \frac{b}{a}=-S \ e \ \frac{c}{a}=P \ .$$

Veja que a equação $ax^2+bx+c=0$ se dividido ambos os membros por a, temos:

$$\frac{ax^2}{a}+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a} \ =x^2+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a} \ =0.$$

Substituindo os coeficientes respectivamente por S e P, obtém-se:

$$x^2-Sx+P=0,$$

que é a composição da equação através da soma e do produto de suas raízes.

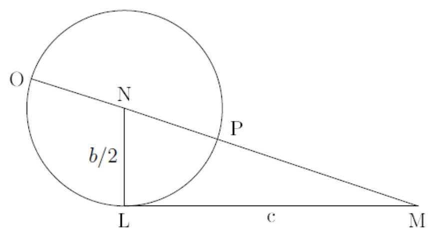
Em 1637, René Descartes (1596-1650), além de possuir uma notação que diferia da atual somente pelo símbolo de igualdade, desenvolveu um método geométrico para obtenção da raiz positiva.

No apêndice La Géométrie de sua obra "*O Discurso do Método*", Descartes resolveu equações do tipo: $x^2=bx+c^2$, $x^2=c^2-bx$ e $x^2=bx-c^2$, sempre com b e c positivos. Por exemplo, para resolver equações do tipo $x^2=bx+c^2$, usou o seguinte método:

Traça-se um segmento LM, de comprimento c, e, em L, levanta-se um segmento NL igual a $\frac{b}{2}$ e perpendicular a LM. Com centro em N, constrói-se um círculo de raio $\frac{b}{2}$ e traça-se a reta por M e N, que corta o círculo em O e P:

Vejamos a figura:

Figura 1. 2 - Método de Descartes



Fonte: Revista do Professor de Matemática, nº 43 (2000, p. 5)

Então a raiz procurada é o segmento OM.

Com efeito, no triângulo MLN, se $OM = x$, tem-se $NM = x - \frac{b}{2}$. Aplicando o Teorema de Pitágoras temos:

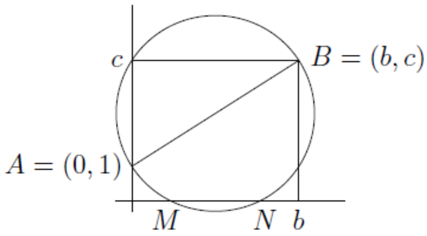
$$\left(x-\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c^2 \Rightarrow x^2 - \frac{2bx}{2} + \frac{b^2}{4} = \frac{b^2}{4} + c^2 \Rightarrow x^2 - bx = c^2.$$

Hoje, sabe-se que a segunda raiz é $-OM$, mas Descartes desconsiderava a raiz negativa.

No século XVIII surgiu o *Método de Leslie*. O inglês Sir John Leslie, em sua obra "*Elements of Geometry"*, apresentou o seguinte procedimento:

Dada uma equação quadrática $x^2 - bx + c = 0$, sobre um sistema de coordenadas cartesiano, marcam-se os pontos $A = (0,1)$ e $B = (b,c)$. Traça-se o círculo de diâmetro AB. As abscissas dos pontos em que esse círculo cortar o eixo x, se cortar, são as raízes da equação quadrática dada.

Figura 1. 3 - Gráfico do Método Cartesiano

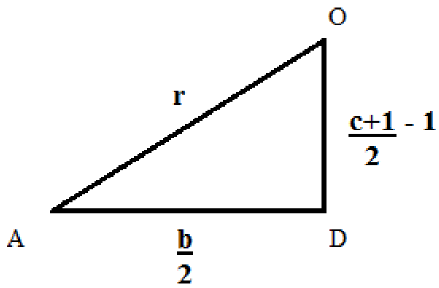


Fonte: Revista do Professor de Matemática, nº 43 (2000, p. 6)

Sendo O o centro do circulo, ponto médio de A e B, suas coordenadas serão dadas por: $\left(\frac{b+0}{2}, \frac{c+1}{2}\right) = \left(\frac{b}{2}, \frac{c+1}{2}\right)$.

Traçamos uma reta vertical passando pelo ponto O e uma reta horizontal passando pelo ponto A, ambas em relação ao eixo das abscissas. Na intersecção destas retas, encontramos o ponto D. Tomando o triangulo AOD, temos a seguinte figura:

Figura 1.3. 1: Triângulo retângulo AOD



Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$r^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{c+1}{2} - 1\right)^2 \Rightarrow$$

$$r^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{c+1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{c+1}{2}\right) \cdot 1 + 1^2 \Rightarrow$$

$$r^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{c+1}{2}\right)^2 - c - 1 + 1 \Rightarrow$$

$$r^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{c+1}{2}\right)^2 - c$$

Por outro lado a equação da circunferência será dada por:

$$\left(x-\frac{b}{2}\right)^2+\left(y-\frac{c+1}{2}\right)^2=r^2.$$

Substituindo o valor de r², temos:

$$\left(x-\frac{b}{2}\right)^2+\left(y-\frac{c+1}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{c+1}{2}\right)^2-c$$

Quando y=0 , temos:

$$x^2-\frac{2bx}{2}+\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{c+1}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{c+1}{2}\right)^2-c$$

Aplicando a lei do cancelamento, temos:

$$x^2-bx=-c.$$

Foi nesta época que as raízes negativas foram introduzidas.

No século XIX d.C. ,mais especificamente em 1819, os matemáticos ingleses William George Horner e Theophilus Holdred e o italiano Paolo Ruffini redescobriram o método fan-fan. Após a descoberta Horner reivindicou sua autoria, rebatizando-o de método de Horner.

Atualmente temos um recurso computacional chamado GeoGebra. Trata-se de um software de matemática que reúne geometria, álgebra e cálculo. Sua criação ocorreu em 2002, pelo o professor Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburgo na Áustria. Esta ferramenta encontra-se disponível através do site abaixo e seu download pode ser feito, com devido acesso: https://www.geogebra.org/download, para Tablets, Desktops e Smartphones. Percebemos que este software pode ser utilizado como mais um recurso metodológico para o ensino de equações do 2º grau, propiciando ao discente uma visualização gráfica e a percepção de que a Matemática é uma ciência que vem sendo historicamente construída.

4 DEFINIÇÕES SOBRE A EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Nesta seção, apresentamos algumas definições e resultados.

A forma geral da equação do 2º grau com uma incógnita será definida por:

Definição 1: *Chamamos de equação do 2º grau na incógnita ou variável real x a toda equação na forma* $ax^2+bx+c=0$, *com* $a\in\mathbb{R}-\{0\}$, $b\in\mathbb{R}$ *e* $c\in\mathbb{R}$.

Os números representados pelas letras a, b e c são chamados **coeficientes** da equação, particularmente o c é denominado como o **termo independente.**

4.1 Equações completas e incompletas

Definição 2: *Uma equação do 2º grau do tipo* $ax^2+bx+c=0$, *com* $a\neq 0$, *é completa quando* b e c *são diferentes de zero.*

Definição 3*: Uma equação do 2º grau do tipo* $ax^2+bx+c=0$ *é incompleta quando* $b=0$ *ou* $c=0$, *assim apresentam-se na forma* $ax^2+bx=0$, onde $c=0$, ou $ax^2+c=0$, quando $b=0$ ou $ax^2=0$ e neste caso $b=c=0$.

4.2 Raízes de uma Equação do 2º Grau

Definição 4: *Raiz de uma equação do 2º grau é o número real que transforma a equação em sentença verdadeira. O conjunto formado pelas raízes é denominado* ***conjunto verdade*** *ou* ***conjunto solução*** *da equação.*

4.3 Resolução de uma equação incompleta utilizando a fatoração

Para a resolução de uma equação incompleta do 2º grau é necessário o conhecimento prévio da fatoração e o uso dos conectivos e (∧) e ou (v).

Definição 5: *O produto entre dois números reais é nulo se e, somente se, um dos fatores for nulo. Utilizando símbolos, escrevemos:*

$$x \cdot y = 0 \Leftrightarrow x = 0 \ \ ou \ \ y = 0 .$$

Procedimentos para resolução de equação do tipo $ax^2 + bx = 0$:

Passo 1) Fatore o 1º membro, colocando x em evidência;

Passo 2) use a Definição 5.

Exemplo1: Resolva e encontre as raízes da equação $x^2 - 3x = 0$.

Resolução:

A equação é dada por: $x^2 - 3x = 0$

(executando o passo 1): $x(x-3) = 0$

(executando o passo 2): $x = 0 \ \ ou \ \ x - 3 = 0 \Rightarrow \ x = 3$

Raízes: 0 e 3; $V = \{0,3\}$.

Exemplo 2: Resolva e encontre as raízes da equação $3x^2 - 4x = 0$.

Resolução:

A equação é dada por $3x^2 - 4x = 0$

(executando o passo 1): $x(3x+4) = 0$

(executando o passo 2): $x = 0 \ \ ou \ \ (3x+4) = 0 \ \Rightarrow \ x = -\dfrac{4}{3}$

Raízes: 0 e $-\frac{4}{3}$; $V=\left\{0,-\frac{4}{3}\right\}$.

Definição 6: *Equações incompletas do tipo ax² + bx =0 têm como raízes* $x=0$ *e* $x=-\frac{b}{a}$. *Seu conjunto verdade é* $\left\{0,-\frac{b}{a}\right\}$.

Observação: $x=0$ sempre é raiz desse tipo de equação.

Procedimento para resolução de equação do tipo $ax^2 + c = 0$, onde c é um termo quadrado:

Passo 1) Fatore o 1º membro aplicando a diferença de quadrados;

Passo 2) Aplique a Definição 5.

Exemplo 3 : Resolva e encontre as raízes da equação $x^2+25=0$.

Resolução:

A equação é dada por $\quad x^2+25=0$

(executando o passo 1): $\quad (x+5)(x-5)=0$

(executando o passo 2): $\quad x+5=0 \Rightarrow x=-5$ *ou*

$x-5=0 \Rightarrow x=5$

Raízes: -5 e 5; $V=\{-5,5\}$.

Procedimento para resolução de equação do tipo $ax^2+c=0$, onde $a \neq 1$ não é um número quadrado:

Passo 1) multiplique a equação por $\frac{1}{a}$, colocando na forma de diferença de quadrados;

Passo 2) expresse na forma fatorada;

Passo 3) aplique a Definição 5.

Exemplo 4: Resolva e encontre as raízes da equação $2x^2 - 72 = 0$.

A equação é dada por $2x^2 - 72 = 0$

(executando o passo 1): $\frac{1}{2} \cdot \left(2x^2 - 72\right) = 0 \Rightarrow x^2 - 36 = 0$

(executando o passo 2): $(x+6)(x-6) = 0$

(executando o passo 3) $x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$ ou

$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$

Raízes: -6 e 6; $V = \{-6, 6\}$.

Definição 7: *Equações incompletas do tipo ax² +c = 0 (U=* $\mathbb{R}$ *) têm raízes se* $-\frac{c}{a} \geq 0$*. Seu conjunto verdade é* $\left\{\sqrt{\frac{-c}{a}}, -\sqrt{\frac{-c}{a}}\right\}$ *e suas raízes serão sempre simétricas. Se* $-\frac{c}{a} < 0$*, a equação não tem raízes em* $\mathbb{R}$*. Seu conjunto verdade é vazio* $(\varnothing)$.

Definição 8: *Equações incompletas do tipo* $ax^2 = 0$*, admite uma única solução:* $V = \{0\}$.

.Veja que $ax^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$.

Exemplo 5: Resolva e encontre a raiz da equação $7x^2 = 0$.

Resolução:

$7x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

Raiz: 0; $V = \{0\}$

4.4 Resolução de Equação do 2º Grau completa

Como mencionado em nossa introdução, o conhecimento de métodos para solucionar as equações do 2º grau, remontam as civilizações da antiguidade como Babilônios e Egípcios.

A fórmula que conhecemos hoje e que determina a solução da referida equação só veio a aparecer do modo que usamos, muito mais tarde com o francês Viéte. Elencaremos a seguir alguns processos que demonstram a sua construção.

4.4.1 Utilização da forma fatorada do trinômio quadrado perfeito

Inicialmente devemos levar em consideração que a forma fatorada:

- $x^2+2xa+a^2=(x+a)^2$
- $x^2-2xa+a^2=(x-a)^2$

Segundo Corcho (2005), para utilizar o método de completar quadrado procedemos da seguinte maneira: Dada a equação $ax^2+bx+c=0$, onde a≠ 0: (I)

- Isolamos o termo que não contém a variável x do lado direito na equação (I):

$ax^2+bx=-c$

- Dividimos a equação por a:

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

- Adicionando $\frac{b^2}{4a^2}$ a ambos os membros da igualdade acima temos:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$$

$$x^2+2\frac{b}{2a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{-4ac+b^2}{4a^2}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}.$$

- Extraindo a raiz quadrada quando $b^2-4ac\geq 0$ temos

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}.$$

Assim temos:

$$x+\frac{b}{2a}=\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \quad \text{e} \quad x+\frac{b}{2a}=-\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \quad .$$

Assim as duas soluções obtidas são:

$$x'=\frac{-b}{2a}+\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \;=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

e

$$x''=\frac{-b}{2a}-\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \;=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Em geral, a expressão b^2-4ac é chamada de discriminante da equação e denotamos por Δ (lê-se delta) do alfabeto grego.

Exemplo 6: Resolva as equações em $\mathbb{R}$ e dê o conjunto verdade.

a) $x^2+6x+9=4$

Fatoramos o primeiro membro: $(x+3)^2=4$

Igualamos o segundo membro a zero: $(x+3)^2-4=0$

Fatoramos o primeiro membro: $\left[(x+3)+2\right]\cdot\left[(x+3)-2\right]=0$

Aplicamos a Definição 5: $\left[(x+3)+2\right]=0 \quad \Rightarrow$

$x+3+2=0 \Rightarrow$

$x+5=0 \quad \Rightarrow$

$x = -5$

ou

$[(x+3)-2] = 0 \quad \Rightarrow$

$x+3-2=0 \quad \Rightarrow$

$x+1=0 \quad \Rightarrow$

$x=-1$

$V = \{-5, -1\}$

b) $25x^2 + 20x = 12$

Observamos que o 1º membro não é um quadrado perfeito, então precisamos descobrir qual é o termo que está faltando.

Verificamos que:

$25x^2 = 5^2 x^2 = (5x)^2$ e que

$20x = 2 \cdot 2 \cdot 5x = 2 \cdot 5x \cdot 2$. Assim, o termo que falta é $2^2 = 4$.

Logo somando 4 aos dois membros da equação ficamos com:

$25x^2 + 20x + 4 = 12 + 4 \;\Rightarrow$

$25x^2 + 20x + 4 = 16$. Fatorando o primeiro membro e igualando o segundo a zero, temos:

$(5x+2)^2 - 16 = 0$. Fatorando novamente, obtemos:

$[(5x+2)-4] \cdot [(5x+2)+4] = 0$. Aplicando a Definição 5, temos:

$[(5x+2)-4] = 0$ ou $[(5x+2)+4] = 0$

$5x+2-4=0 \Rightarrow$ $5x+2+4=0 \Rightarrow$

$5x-2=0 \;\Rightarrow$ $5x+6=0 \;\Rightarrow$

$x=\frac{2}{5}$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $x=\frac{-6}{5}$

$V=\left\{\frac{2}{5},\frac{-6}{5}\right\}$

c) $3x^2-8x+4=0$

Neste caso percebemos que $3x^2$ não é um quadrado perfeito, mas se multiplicarmos a equação por 3:

$3\cdot\left(3x^2-8x+4\right)=3\cdot 0 \quad \Rightarrow \quad 9x^2-24x+12=0$, aplicando o princípio aditivo, temos:

$9x^2-24x=-12$. Observamos que:

$9x^2=3^2x^2=\left(3x\right)^2$ e que

$24x=2\cdot 3\cdot x\cdot 4$. Assim o termo que falta será $4^2=16$. Somando a ambos os membros da equação, obtemos:

$9x^2-24x+16=-12+16$

$9x^2-24x+16=4$. Fatorando o primeiro membro e igualando o segundo a zero, temos:

$\left(3x-4\right)^2-4=0$. Fatorando novamente obtemos:

$\left[\left(3x-4\right)-2\right]\cdot\left[\left(3x-4\right)+2\right]=0$. Aplicando a Definição 5, temos:

$\left[\left(3x-4\right)-2\right]=0$ ou $\left[\left(3x-4\right)+2\right]=0$

$3x-4-2=0$ $\qquad$ $3x-4+2=0$

$3x-6=0$ $\qquad$ $3x-2=0$

$x=\frac{6}{3}=2$ $\qquad$ $x=\frac{2}{3}$

$$V = \left\{ 2\ ,\ \frac{2}{3} \right\}.$$

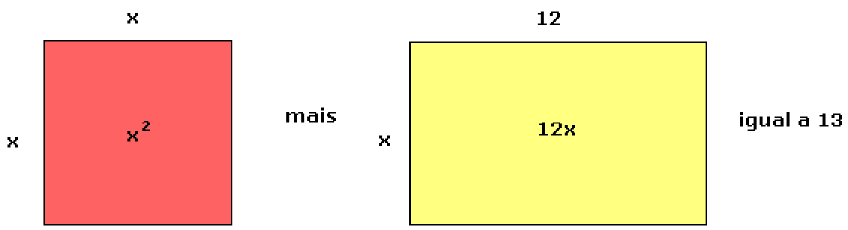
Exemplo 7: A área de um quadrado acrescido de 12 vezes o seu lado é igual a 13. Qual a medida do lado desse quadrado?

Resolução.

Inicialmente, vamos representar o problema utilizando a forma geométrica caracterizado na figura a seguir:

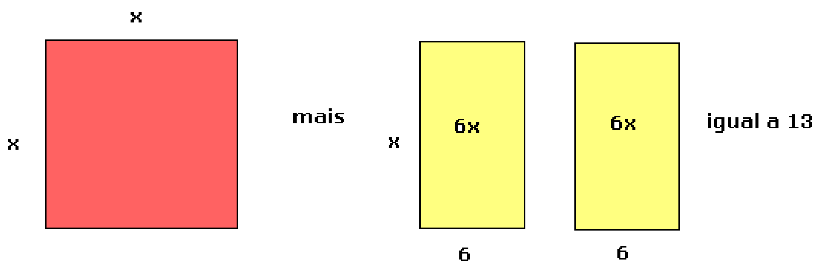
Figura 1. 4- Método de completar quadrados

Figura 1.4. 1 - Expressando o problema na forma geométrica



Fonte: SÃO PAULO (2014, p.68)

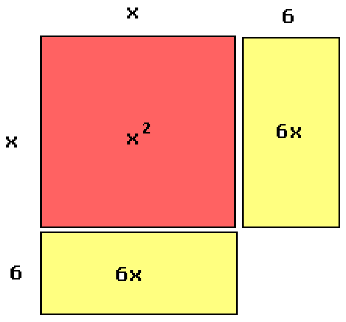
Figura 1.4. 2 - Expressando na forma geométrica dividindo o comprimento pela metade



Fonte: SÃO PAULO (2014, p.68)

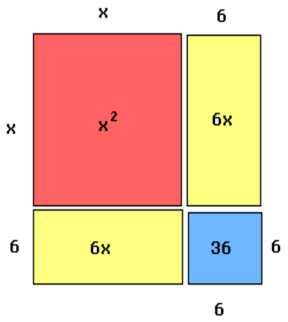
A equação neste caso é expressa por: $x^2 + 2 \cdot 6x = 13$. Agrupando as figuras de modo que se tenha um quadrado, percebemos que falta o termo 36 que é o quadrado de lado 6. Veja:

Figura 1.4. 3 - Disposição das figuras em forma quadrática



Fonte: SÃO PAULO (2014, p.68)

Figura 1.4. 4 - Completando o quadrado



Fonte: SÃO PAULO (2014, p.69)

Podemos expressar da seguinte forma a primeira figura: $x^2 + 2.6x = 36$ e a segunda figura por:

$$x^2 + 2.6x + 36 = 13 + 36 \quad \Rightarrow (x+6)^2 = 49.$$

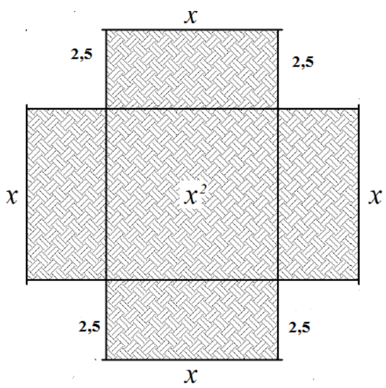
Sendo a nova área 49, a medida do lado do novo quadrado será $\sqrt{49} = 7$. Assim, o lado do quadrado será $x + 6 \; = 7$, portanto, $x = 1$ é a solução.

Esta é uma estratégia muito eficiente para apresentar o problema geometricamente.

Exemplo 8: Resolver a equação $x^2 + 10\,x = 39$.

Tomemos um quadrado de lado x para representar o termo x^2 e quatro retângulos de comprimentos x e largura $2{,}5$, para representar $10\,x$.

Figura 1. 5 - Disposição dos retângulos sobre os lados do quadrado.



Fonte:Adaptado de GUELLI (2002, p.31)

$Área = x^2 + 4(2,5x) = x^2 + 10x$.

Assim obtemos uma figura com área igual a 39 e para completar o quadrado basta adicionarmos quatro quadradinhos de lados iguais a $2,5$.

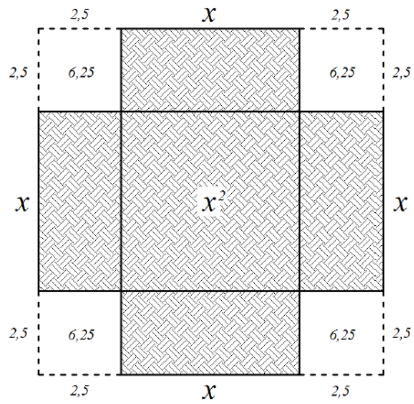
Assim temos:

$Área = 39 + 4(6,25) = 39 + 25 = 64$

Obtemos assim um quadrado de área igual a 64. Portanto, o lado do quadrado maior é igual a 8 e, $x + 2 \cdot (2,5) = 8$ o que implica em $x = 8 - 5 = 3$.

Observe a figura em questão:

Figura 1. 6 - Completando quadrado pelos cantos da figura.



Fonte: Adaptado de GUELLI (2002, p.31)

4.4.2 Fórmula de Bháskara

Aplicando o mesmo raciocínio das resoluções acima na equação $ax^2 + bx + c = 0$ podemos encontrar uma fórmula para a resolução de qualquer equação desse tipo, até mesmo as incompletas. Veja que nessa forma não podemos garantir que o 1º membro seja um Trinômio Quadrado Perfeito, logo a partir da equação $ax^2 + bx + c = 0$, fazemos também o seguinte:

- Multiplicamos por (a) toda a equação:

$a.ax^2 + a.bx + a.c = 0 \quad \Leftrightarrow$

$a^2x^2 + abx + ac = 0$.

Como em um Trinômio Quadrado Perfeito, o termo do meio deve ser divisível por 2,

- Multiplicamos a equação por 4, obtendo:

$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$,

- Escrevendo na forma fatorada:

$(2ax)^2 + 2\cdot(2ax)\cdot b + 4ac = 0$.

Vemos que está faltando o termo b^2 .

- Utilizando o principio aditivo acrescentando a ambos os membros da equação os termos $b^2 - 4ac$, obtemos:

$(2ax)^2 + 2\cdot(2ax)\cdot b + b^2 = b^2 - 4ac.$

- Fatorando o primeiro membro, encontramos:

$(2ax+b)^2 = b^2 - 4ac.$

Supondo que $b^2 - 4ac \geq 0$ e extraindo a raiz quadrada, recaímos em duas equações do 1º grau:

$2ax+b = -\sqrt{b^2 - 4ac}$ e

$2ax+b = +\sqrt{b^2 - 4ac}$

- Subtraindo b e dividindo por $2a$, ambos os membros, obtemos a equação:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Da condição de equação do 2º grau temos que $a \neq 0$ sempre, mas devemos estar atentos ao termo $b^2 - 4ac$, que deverá ser maior ou igual a zero para a existência de soluções reais. Assim observamos que das condições de desigualdades e igualdades iguais a zero temos:

Tabela 1. 2 - Análise das soluções de acordo com o discriminante.

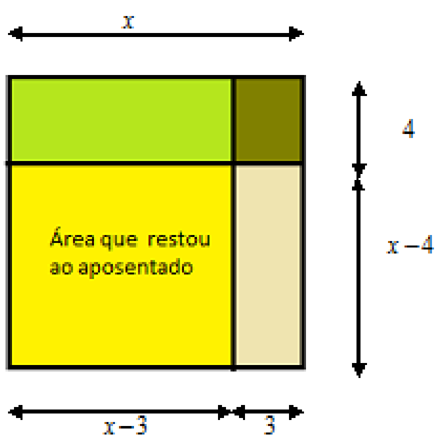
$b^2 - 4ac < 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac > 0$
A equação não tem soluções reais.	A equação tem uma solução real $x = \frac{-b}{2a}$	A equação terá duas raízes reais e diferentes: $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Fonte: autor

Encontrando a(s) solução(ões) do problema é necessário que se verifique a validade da solução no contexto de um problema pois a resposta pode não ser adequada, como verifica-se no exemplo a seguir.

Exemplo 9: Um velho aposentado teve parte do terreno de sua propriedade desapropriada pela prefeitura, que pretendia alargar duas avenidas. Do terreno em forma de quadrado, foram perdidas uma faixa de 4m de largura ao norte e uma faixa de 3 m de largura a leste. A área do terreno ficou reduzida à metade. De que tamanho era o terreno?

Figura 1. 7 - Representação Geométrica do exemplo 7



Fonte : autor.

Resolução:

A área que restou ao aposentado foi um retangulo de medidas $x-3$ por $x-4$, correspondente à metade da área anterior x^2. A equação será expressa por:

$(x-3)(x-4)=\frac{x^2}{2}$ ou seja $x^2-7x+12 = \frac{x^2}{2}$, equivalente a $x^2-14x+24 = 0$.

Resolvendo por Bháskara temos

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Sendo $a=1$, $b=-14$ e $c=24$, substituindo na equação temos:

$$x=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4\cdot1\cdot24}}{2\cdot1} \quad\Rightarrow$$

$$x=\frac{14\pm\sqrt{196-96}}{2} \quad\Rightarrow$$

$$x=\frac{14\pm\sqrt{100}}{2} \quad\Rightarrow\quad x=\frac{14\pm10}{2}$$

Assim temos:

$$x'=\frac{14+10}{2}=\frac{24}{2}=12$$

$$x''=\frac{14-10}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Validação das soluções:

As raízes encontradas são 12 e 2. Analisando os resultados percebemos que a área:

$(12-3)\cdot(12-4)=9\cdot8 = 72$ m^2, é considerável, porém para:

$(2-3)\cdot(2-4)=(-1).(-2)= 2m^2$, não deve ser considerada porque os lados do terreno ficariam com medidas negativas, e na realidade não se pode tirar mais do que se tem em casos de propriedades (terrenos).

Portanto a única resposta válida é $x = 12$ e o tamanho do terreno era de 144 m².

4.4.3 Relação entre coeficientes

1º relação: soma das raízes da equação:

$$x' + x'' = -\frac{b}{a} \quad ou \ \mathrm{S} = -\frac{b}{a}$$

Veja que tomando $\Delta = b^2 - 4ac$ para simplificarmos os cálculos, temos:

$$x' + x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}.$$

2º relação: multiplicação das raízes da equação:

$x' \,.\, x'' = \frac{c}{a}$ *ou* $\mathrm{P} = \frac{c}{a}$. O mesmo é dado por:

$$x' \,.\, x'' = \left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\cdot\left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right) = \left(\frac{(-b)^2 - \left(\sqrt{\Delta}\right)^2}{2a}\right) =$$

$$\frac{b-\Delta}{4a^2} = \frac{b^2+4ac-b^2}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}.$$

Veja que a equação $ax^2 + bx + c = 0$ se dividido ambos os membros por a, temos:

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}.$$

De acordo com as relações de Girard, temos:

$$-\frac{b}{a} = S \quad ou \quad \frac{b}{a} = -S \quad e \quad \frac{c}{a} = P.$$

Substituindo os temos na equação acima, vem:

$$x^2 - Sx + P = 0.$$

Exemplo 10: Escreva uma equação cujo produto de suas raízes seja igual a 300 e a soma das raízes iguais a 35.

Solução:

A equação usando soma e produto de suas raízes, é dada por

$x^2 - Sx + P = 0$

Neste caso temos $S = 35$ e $P = 300$. Substituindo na equação acima obtemos:

$x^2 - 35x + 300 = 0$

Exemplo 11: Determinar as raízes da equação x² -8x +15 = 0 utilizando a soma e produto das mesmas.

Solução:

Devemos encontrar dois números cuja soma seja igual a 8 e seu produto tenha o resultado igual a l5.

Ou seja, temos um sistema de equações dado por:

$$\begin{cases} x' + x'' = 8 \\ x' \,.\, x'' = 15 \end{cases}$$

Utilizando o método da substituição recaímos na equação dada, portanto resolvendo por Bháskara, encontramos:

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{8^2 - 4.1.15}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{64-60}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2}$$

$$x' = \frac{8+2}{2} = 5$$

$$x'' = \frac{8-2}{2} = 3$$

Portanto as raízes são $x' = 3$ e $x'' = 5$.

<u>4.4.4 Forma Canônica</u>

Sabendo que $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$, partindo da equação:

$ax^2+bx+c=0$, onde a, b e c $\in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, no qual isolando o termo a do primeiro membro, obtemos

$$a\left(x^2+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a}\right)=0,$$

Para obtermos o termo ao quadrado acrescentamos $+\frac{b^2}{4a^2}$ e $-\frac{b^2}{4a^2}$ sem alterar a expressão de forma a completar quadrado, assim,

$$a\left(x^2+\frac{bx}{a}+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=0.$$

Ou ainda:

$a\left(x^2+\frac{2bx}{2a}+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=0$ o que implica em

$a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]=0$, podendo ainda ser escrita na forma

$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}=0$, que é chamado de forma canonica.

Para obtermos as raízes, basta isolarmos o termo x, assim:

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}=0 \Rightarrow$$

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{4ac-b^2}{4a} \Rightarrow$$

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a} \Rightarrow$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \Rightarrow$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \Rightarrow$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\Rightarrow$$

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\quad\Rightarrow$$

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, que são as raízes da equação.

4.4.5 Um jeito diferente

Segundo Lima (2007), podemos fugir da rotina para chegar à fórmula das raízes.

Da equação $x^2-Sx+P=0$, com raízes iguais a α e β, chamaremos de:

$m=\dfrac{S}{2}=\dfrac{\alpha+\beta}{2}$, ou seja, é a média aritmética das raízes da equação.

Evidentemente, $m=\dfrac{\alpha+\beta}{2}\Rightarrow 2m=\alpha+\beta$. Assim $\alpha-m=m-\beta$

Multiplicando ambos os membros dessa igualdade por $\alpha-m$, obtemos

$$(\alpha-m)^2=(\alpha-m)(m-\beta)=\alpha m+\beta m-m^2-\alpha\beta=(\alpha+\beta)m-m^2-P=2m^2-m^2-P=$$

$$=m^2-P$$

Se α for a maior das raízes, então $\alpha-m\geq 0$; logo de $(\alpha-m)^2=m^2-P$, concluímos

$$\alpha-m=\sqrt{m^2-P}\Rightarrow\alpha=\frac{S+\sqrt{S^2-4P}}{2}\ .$$

Analogamente, para a menor raiz β teremos $\beta-m=-\sqrt{m^2-P}$ e daí

$$\beta=m-\sqrt{m^2-P}=\frac{S-\sqrt{S^2-4P}}{2}.$$

4.4.6 Outro modo

Segundo Lima (2007), para encontrarmos as raízes α e β, cuja soma é S e o produto é P, podemos também raciocinar assim:

Suponha $\alpha \geq \beta$, temos $\alpha - \beta \geq 0$, logo $\alpha - \beta = \sqrt{(\alpha - \beta)^2}$. Usando a identidade

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = S^2 - 4P$$

Resulta então que

$$\alpha - \beta = \sqrt{S^2 - 4P}$$

Portanto

$$\alpha = \frac{1}{2}\left((\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)\right) = \frac{1}{2}\left(S + \sqrt{S^2 + 4P}\right) = \frac{S + \sqrt{S^2 - 4P}}{2}$$

e

$$\beta = \frac{1}{2}\left((\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)\right) = \frac{1}{2}\left(S - \sqrt{S^2 - 4P}\right) = \frac{S - \sqrt{S^2 - 4P}}{2}.$$

Encerramos este capítulo, observando que existem outros métodos, como por exemplo, o método de Euler que não foi explanado, tendo em vista que sua resolução recai sobre determinantes, conteúdo este desenvolvido somente no 2º Ensino Médio.

5 LEVANTAMENTO DE DADOS PARA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA E DESCRIÇÕES SOBRE A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

A proposta será aplicada e executada na Escola Estadual Antonio Fioravante de Menezes, em duas turmas, uma de 1º ano do Ensino Médio e outra de 9º Ano do Ensino Fundamental.

Abordaremos neste capítulo descrições da unidade escolar e dos alunos bem como a atividade que será aplicada para fins de verificação do nível de conhecimento de ambas as turmas, com análises posteriores.

5.1 Descrição das características físicas da unidade escolar

A escola, situada na Rua Fernando Bacco, nº 270-Vila Dubus, em Presidente Prudente/SP, atende aos Níveis Escolares: Ensino Médio e Fundamental, com o total de 381 alunos frequentes, disponibilizados da seguinte forma: 154 frequentam o Ensino Médio, 2 são deficientes intelectuais[2]; a escola possui Sala de Recurso[3], responsável pelo atendimento de 24 alunos de Inclusão, em contraturno e 201 compõem o Ensino Fundamental-Ciclo 2. O estabelecimento de ensino possui uma Sala de Leitura, um Laboratório de Ciências; Sala de Informática com 5 computadores em funcionamento, porém neste ano a escola não contou com monitoria, o que impossibilitou a utilização da mesma; uma sala de Multimídia com projetor; 2 notebooks e um refeitório. No quesito "Recursos Humanos", a instituição conta com uma Diretora, uma Vice Diretora, uma Coordenadora, um Professor Mediador, 24 professores e 13 funcionários.

[2] Alunos com deficiência intelectual, portadores de laudo fornecido por um profissional da saúde, como por exemplo, neurologista, neuropediatra, psiquiatra e também pode ser por uma equipe multifuncional.

[3] Criada através da publicação da Resolução SE 61, de 11/11/14, em seu Art. 3º I, define-se como ambiente que visa o desenvolvimento de habilidades gerais e/ou específicas, promovendo atendimento individual, de caráter transitório, em contra turno à alunos com necessidades especiais.

5.2 Descrição das características dos alunos participantes

Considerando o contexto da pesquisa, pode-se afirmar que os alunos têm apresentado dificuldades de aprendizagem diante dos conteúdos e metodologias propostas, como por exemplo, Aula Expositiva e Dialogada, ou somente Aula Expositiva. Além disso, apresentam dificuldades em se concentrarem e manterem-se interessados. Não se interessam pela formulação de pensamentos e situações complexas, ao contrário, preferem conteúdos/exercícios fáceis, que exigem pouco conhecimento e reflexão. A matemática exige o uso da lógica, o pensar, o raciocinar, o não fazer mecanicamente e aparentemente, estas habilidades não foram satisfatoriamente observadas nos grupos por nós estudados. Em específico, no 1º ano do Ensino Médio, os alunos apresentam muita indisciplina, não respeitam a si mesmos e aos professores, promovem brincadeiras indevidas e não conseguem ficar sem conversar. O grupo, em geral, não mostra comprometimento em relação à execução da tarefa de casa e mesmo em sala de aula, muitos são apáticos, desorganizados e indispostos para execução das atividades propostas. Além de não possuírem hábito de estudo diário, faltam bastante às aulas. No cotidiano, podemos observar que há, entre os alunos, uma liderança interna; esse fator pode, em algumas situações, auxiliar o professor na manutenção do controle da turma.

Quanto ao 9º ano A, são falantes, se conhecem há muito tempo, sempre estudaram juntos nesta unidade escolar, têm apatia em relação à aprendizagem e quando nos propomos a ensiná-los, eles não apresentam disposição. Alguns alunos, aproximadamente 10% da sala promovem indisciplina, desestabilizam a sala com brincadeiras fora de hora, tentam desestabilizar o professor para que este não perceba as dificuldades que eles possuem, eles utilizam esta técnica para camuflarem a falta de conhecimento. Cerca de 28% dos alunos do 9º anos não apresentam no seu contexto escolar, concentração suficiente para a assimilação dos conceitos aprendidos ao longo do ensino fundamental II, 4% possui deficiência intelectual, e destacamos ainda que 8% deixaram de ser avaliados por motivo de não comparecimento a nenhuma das duas avaliações, sendo inclusive repetentes e sem perspectivas de estudo.

Considerando todos os alunos envolvidos, existe uma parcela mínima que apresenta domínio, gosta da matéria, entende o que esta sendo proposto e colabora muitíssimo com o projeto.

A aplicação da Avaliação Diagnóstica para o 1º ano do Ensino Médio foi executada após uma revisão do conteúdo pelo método tradicional aplicado pelo professor da sala. À estes alunos foi esclarecido que trataríamos este conteúdo como uma revisão e para o 9º ano foi esclarecido que o conteúdo era consonante com o plano de aula anual, tratando-se de um assunto no qual a aprendizagem estava prevista.

5.3 Sobre a Avaliação Diagnóstica

Com a Avaliação Diagnóstica procuramos levantar os seguintes dados: O aluno tem domínio sobre o conteúdo da equação de 2º grau? Sabe resolver problemas que recaem sobre esta equação? Apresenta métodos ou usa de operações e algoritmos matemáticos para resolvê-la?

Neste sentido, propusemos atividades com questões dissertativas para verificação de conhecimentos sobre a equação do segundo grau, para com isso, termos noções do que eles já sabiam, ou seja, procuramos detectar seus conhecimentos e posteriormente analisar e verificar, de acordo com a metodologia aplicada, os avanços feitos pela turma.

O intuito foi verificar se os alunos são capazes de compreender e aplicar os conceitos da equação do segundo grau, se recordam dos métodos e procedimentos matemáticos de sua resolução, se aplicam adequadamente os algoritmos e operações. Queremos ainda verificar se são capazes de analisar as informações e interpretar as questões propostas, usando de diferentes estratégias e recursos, desde a intuição até os algoritmos, principalmente a fórmula de Bháskara e enfim obterem as soluções corretas.

As questões utilizadas foram reaplicadas posteriormente para melhor depuração e verificação de aprendizagem dos conceitos.

Objetivamos que o aluno adquira saberes e conclua devidamente a resolução das situações propostas, de maneira autônoma, sendo responsável pelo seu aprendizado. Ao longo do processo, os estudantes trabalharam sendo supervisionados, questionados e orientados pelo professor que apresentou os objetivos, os saberes e as atividades, tendo em vista que, a aprendizagem significativa só ocorreria se os envolvidos estivessem conscientes dos objetivos a serem atingidos, além do que uma das motivações para a aprendizagem é a compreensão do seu significado.

Serão verificadas habilidades e competências em relação ao conteúdo, como propõe a Proposta Curricular Geral (PCG) Internet_md do Estado

> "Um currículo referido a competências supõe que se aceite o desafio de promover os conhecimentos próprios de cada disciplina articuladamente às competências e habilidades do aluno. É com essas competências e habilidades que ele contará para fazer sua leitura crítica do mundo, para compreendê-lo e propor explicações, para defender suas ideias e compartilhar novas e melhores formas de ser, na complexidade em que hoje isso é requerido. É com elas que, em síntese, ele poderá enfrentar problemas e agir de modo coerente em favor das múltiplas possibilidades de solução ou gestão.
>
> Tais competências e habilidades podem ser consideradas em uma perspectiva geral, isto é, no que tem de comum com as disciplinas e tarefas escolares, ou então no que tem de específico. Competências, neste sentido, caracterizam modos de ser, raciocinar e interagir que podem ser depreendidos das ações e das tomadas de decisão em contextos de problemas, tarefas ou atividades. Graças a elas podemos inferir se a escola como instituição esta cumprindo bem o papel que se espera para o mundo de hoje.[....]Uma das razões para se optar por uma educação centrada em competências diz respeito a democratização da escola.[...]A escola, para ser democrática, tem de ser igualmente acessível a todos, diversa no tratamento de cada um e unitária nos resultados". (SÃO PAULO, 2008, p. 08-10)

Segundo o *Caderno do Professor*, em nosso trabalho priorizamos as seguintes competências e habilidades especificas:

> "Capacidade de interpretar enunciados; utilizar a linguagem algébrica para exprimir a área e o perímetro de uma figura plana; transpor ideias relacionadas à álgebra para a geometria; compreender a linguagem algébrica na representação de situações e problemas geométricos e resolver a equação do 2º grau aplicando a fórmula de Bháskara". (SÃO PAULO, 2014, p. 58)

Nas questões de aplicação da Avaliação Diagnóstica as habilidades e as competências serão verificadas, em específico, nas questões de números 01, 04, 05 e 06, nelas o aluno irá resolver situações-problema envolvendo equações de 2º grau na forma algébrica. Nas questões de números 02, 03 e 07, irá resolver equações de 2º grau por diferentes métodos (cálculo mental, fatoração e aplicação da fórmula de Bháskara).

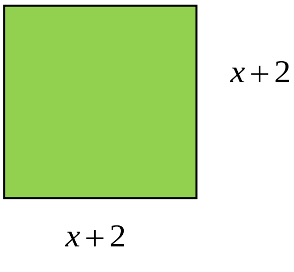
Nestas questões de forma geral, os alunos necessitam das competências e habilidades dos três grupos. As competências do Grupo I referem-se à observação, elas permitem ao aluno interpretar e identificar registros que serão úteis para a resolução da situação-problema. Nesse grupo as habilidades são expressas pela capacidade de observar, identificar, reconhecer, localizar, constatar e representar. No Grupo II, são contempladas as competências para a realização das transformações, após serem verificadas as habilidades de classificar, ordenar, compor e decompor, calcular estimativas e interpretar. Finalizando, as competências do Grupo III tratam das competências para compreender, incluindo as operações mentais mais complexas, cujas habilidades associam-se a análise, aplicação, avaliação, explicação, apresentação de conclusões e generalizações, justificação de suas interpretações, decisões e raciocínios.

Elencaremos a seguir as questões aplicadas.

5.3.1 Questões de aplicação da Avaliação Diagnóstica

01) A área do quadrado a seguir é igual a 49 cm². Qual é o valor de x em centímetros.

Figura 2. 1 - Representação geométrica da questão 1-Avaliação Diagnóstica



Fonte: autor

2) Quais são os números reais que tornam a equação $4x^2 - 36 = 0$ verdadeira?

3) Qual é o conjunto de todos os números que substituídos na expressão $4x^2 = 5x$, torna igualdade verdadeira?

4) Uma galeria vai organizar um concurso de pintura e faz as seguintes exigências:

I) a área de cada quadro deve ser 600 cm²;

II) os quadros precisam ser retangulares e a largura de cada um deve ter 10 cm a mais que a altura.

Qual deve ser a altura dos quadros?

5) Um professor de matemática fez um desafio para que seus alunos descobrissem a idade de seu filho:

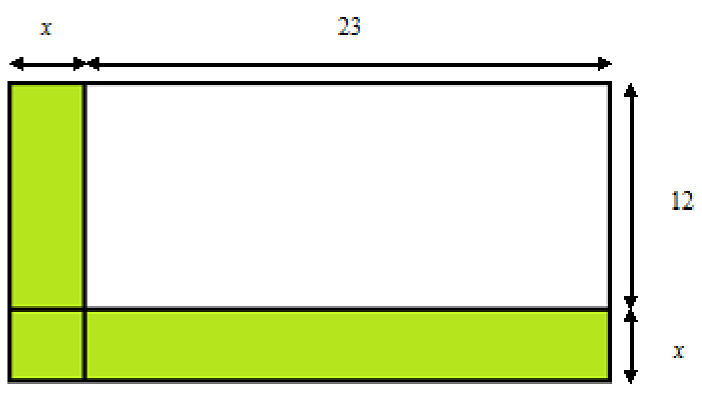
"A idade do eu filho é obtida pela seguinte expressão: a diferença entre o quadrado e quíntuplo de um número é igual a cinquenta." Assim, qual a idade do filho do professor?

6) Um paisagista projetou um jardim de 200 m² conforme a área em L destacada na planta.

A área total do terreno é 476 m².

- Qual é o valor de x, em metros?

Figura 2. 2 - Representação geométrica da questão 6 – Avaliação Diagnóstica



Fonte: autor

7) A altura h (em metros) que a bola de futebol atinge quando o goleiro de um time de futebol cobra o "tiro de meta", com velocidade constante, é dada em função do tempo t (em segundos) pela fórmula $h(t) = -t^2 + 4t$.

Quanto tempo após o chute a bola demora a tocar o solo novamente?

5.3.2 Análise dos acertos obtidos pelo 1º ano do Ensino Médio

Para facilitar a tabulação utilizamos as abreviações E, M, NR, NT, NF e NA, para as seguintes situações:

C: correto; E: errou (houve resolução); M: meio certo (apresentou alguns erros de cálculos ou tomou indevidamente valores de a, b ou c); NA: não avaliado por motivo de ausência; NR: não resolveu (apenas apresentou a resposta errada, não apresentou a conta e sim apenas algumas informações); NT: não terminou e NF: não fez a questão.

A nota será obtida da seguinte forma: 10:7 =1,4285 (valor de cada questão), sendo arredondado para 1 e M=0,714 (valor correspondente a metade de uma questão).

Tabela 2. 1: Dados referentes à Avaliação Diagnóstica – 1 ª A.

ALUNO-Nº	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	NOTAS 0 – 10	% de acertos
Aluno 1	NF	E	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 2	E	E	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 3	NF	E	NF	M	M	E	NF	1	14,3
Aluno 4	E	E	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 5	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 6	NR	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 7	E	C	E	E	E	NF	NF	1	14,3
Aluno 8	NF	C	E	E	E	NF	NF	1	14,3
Aluno 9	E	E	NR	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 10	E	C	NF	NF	NF	NF	NF	1	14,3
Aluno 11	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 12	E	E	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 13	E	E	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 14	NF	NR	NR	NR	NR	NR	NR	0	0,0

Tabela 2. 1: Dados referentes à Avaliação Diagnóstica – 1 ª A.

(conclusão)

ALUNO-Nº	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	NOTAS 0 - 10	% de acertos
Aluno 15	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 16	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 17	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 18	E	NR	NR	NR	NR	NR	NR	0	0,0
Aluno 19	E	E	E	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 20	E	NR	E	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 21	NF	NR	NR	NR	NR	NR	NF	0	0,0
Aluno 22	E	C	NF	NF	NF	NF	NF	1	14,3
Aluno 23	E	NR	NR	NR	NR	NR	NR	0	0,0

Os dados foram tabulados e obtivemos o seguinte quadro de resultados:

Tabela 2. 2 - Tabulação (Avaliação Diagnóstica – 1 ª A).

Quantidade de alunos	Acertos em porcentagem
18	0%
5	14,3%

Fonte; autor

A prova foi realizada pelos 23 alunos que estavam presentes no dia da aplicação da Avaliação. Depois que a prova foi distribuída, não houve interferência do professor. O conteúdo havia sido aplicado pelo método tradicional nas semanas anteriores, porém os estudantes não se recordavam dos passos que deveriam seguir para a resolução ou sequer lembravam da fórmula de Bháskara. Houve maior incidência de erros do que de acertos, como podemos observar na Tabela 2.2. Verificamos que alguns tentaram utilizar a fórmula, porém por erros de cálculos, por não lembrarem-se da continuação do procedimento de resolução, pela falta de atenção como o sinal de igual ou de menos antes da letra b, pelo esquecimento do sinal negativo antes do número, houve esquecimento do denominador na equação; enfim as observações destas falhas justificam o alto percentual de erros da avaliação. Muitos alunos utilizaram o valor incorreto nas substituições, cometeram erros na extração da raiz quadrada de um número e esqueceram o sinal negativo na passagem de uma equação para outra, estes equívocos também os levaram a não encontrarem a resposta adequada. Durante a realização da prova houve desconcentração por parte de alguns alunos, de modo geral eles não conseguem ficar quietos e concentrarem-se sem conversar. Outros estudantes ao lerem a prova e, imediatamente, não encontrarem subsídios para resolvê-la, não fizeram sequer tentativas e entregaram a prova sem resolução alguma, em branco, como podemos observar nas fotos das avaliações constantes no anexo A.

5.3.3 Análise dos acertos obtidos pelo 9º ano do Ensino Fundamental

Tabela 2. 3 - Dados referentes à Avaliação Diagnóstica – 9 ª A.

ALUNO-Nº	Q 1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	NOTAS 0 - 10	%
Aluno 1	NR	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0
Aluno 2	C	E	E	E	E	NF	NF	1	14,3
Aluno 3	NR	NR	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 4	C	E	NF	NF	NR	E	NF	1	14,3
Aluno 5	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 6	E	E	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 7								NA	NA
Aluno 8	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 9								NA	NA
Aluno 10	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 11								NA	NA
Aluno 12								NA	NA

Tabela 2. 3 - Dados referentes à Avaliação Diagnóstica – 9 ª A.

(conclusão)

ALUNO-Nº	Q 1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	NOTAS 0 - 10	%
Aluno 13	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 14	E	E	NR	E	NR	NF	NF	0	0,0
Aluno 15	E	E	NR	NF	E	E	NR	0	0,0
Aluno 16	C	E	E	E	E	E	E	1	14,3
Aluno 17	C	E	NF	NF	NF	NF	NF	1	14,3
Aluno 18	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 19	E	E	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 20								NA	NA
Aluno 21	E	E	E	E	E	E	NF	0	0,0
Aluno 22	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	0	0,0
Aluno 23	C	E	E	M	NF	NF	NF	2	21,4
Aluno 24	E	E	E	E	E	NF	NF	0	0,0
Aluno 25	E	E	E	NF	NF	NF	NF	0	0,0

Fonte; autor

Após a tabulação temos os seguintes resultados:

Tabela 2. 4 - Tabulação (Avaliação Diagnóstica – 9 ª A)

Quantidade de alunos	Acertos em porcentagem
15	0%
4	14,3%
1	21,4%
Não avaliados	5 alunos

No primeiro momento os alunos não conseguiram identificar os conceitos prévios necessários para a resolução da atividade. Então, foram lidas algumas questões e junto à leitura, foram feitos questionamentos resgatando conceitos já vistos anteriormente e como a característica da sala, no geral, é de apatia, falta de perspectiva no estudo, muitos deles encontram muitas dificuldades para interpretar problemas matemáticos.

Durante o desenvolvimento desta atividade os alunos ao receberem e iniciarem a prova ficaram apavorados, pois não conseguiam identificar os conceitos presentes na mesma. Mas, após a leitura e os questionamentos feitos por alguns (poucos) e sanadas às dúvidas, os estudantes conseguiram responder sozinhos. Todos fizeram silêncio, leram e se concentraram. Como alguns alunos desta sala conseguem assimilar os conteúdos propostos pelos professores, estes foram os que fizeram a tentativa de resolver os problemas.

Os motivos dos erros apresentados pelos alunos foram o uso de operações indevidas, falta de conclusão nos raciocínios, interpretação indevida do problema, falta de tentativa de resolução, falta de utilização de outros recursos como uma tabela para descobrirem os valores procurados, usaram do artifício do “chute” de uma resposta, não sabem tabuada, falta de ideias e sugestões, não possuem o hábito de utilizarem a álgebra nas resoluções, falta de percepção de que um número ao quadrado pode se tratar de área de um quadrado, erros nas operações básicas como 4+3 = 4 e, não sabem verificar a validade de uma solução. A falta de disposição e comprometimento de resolução por parte do aluno também colaborou para que apresentassem baixo índice de acertos.

Mostramos fotos de algumas provas referentes a esta sala, no anexo B.

6 PLANO DE APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES A SEREM DESENVOLVIDAS EM SALA DE AULA

A Proposta Curricular Geral (PCG) refere-se ao “conhecimento como[..] síntese dos saberes produzidos pela humanidade”[...], devendo a escola promover condições para o acesso a esses conhecimentos, uma vez que, com sua aquisição, os alunos poderão exercer a cidadania e serem capacitados para o mundo do trabalho.[...] “ Em todas as épocas, a Matemática apresenta-se como um componente básico dos currículos escolares[...]”(SÃO PAULO, 2008, p. 6-28), isso ocorre devido a função da escola como local de aprendizagem de conteúdos formais, tais como a leitura, a escrita, o conteúdo matemático e, com isso, a inserção dos alunos no universo numérico.

Estruturamos o trabalho executando a abordagem dos conteúdos referentes à equação do 2º grau com sugestões de intervenções, utilizando a Metodologia da Resolução de Problemas , partindo de atividades de resolução da equação na forma algébrica, obtendo a fórmula de Bháskara, fazendo um estudo do discriminante e resolvendo algumas equações. Foi elaborado um plano de aula incluindo os objetivos, as habilidades e competências, desenvolvimento e avaliação, constante no Apêndice A e as atividades elencadas estão constantes no Apêndice B.

A ideia é substituirmos o ensino tradicional, em que os exercícios são resolvidos mecanicamente através da aplicação de conceitos por repetição, por uma nova proposta.

Segundo o PCN de Matemática, a opção por uma metodologia que envolve a resolução de problemas “traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução”. (SÃO PAULO, 1998, p. 40), Buscamos apresentar a resolução de situações problema que possibilitam e evidenciam as competências adquiridas, em que os alunos constroem esquemas por meio de mecanismos de diferenciação, coordenação e generalização, adquirindo saberes com maior autonomia.

Segundo Onuchic, o aluno consegue construir relações entre as várias ideias matemáticas contidas num problema, pois quando resolve, mostra se entende, se interpreta mal ou se não entende parcialmente (conceitos específicos) e desta forma, o professor pode planejar sua intervenção de modo a otimizar o aprendizado do estudante, sanando especificamente suas dúvidas e, deste modo, aumentando cada vez mais a capacidade do mesmo. (ONUCHIC, 1999, p.199-218).

Segundo Freire, “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua própria produção ou para a sua construção.” (FREIRE, 1996, p. 21). O educador deve ser crítico e inquiridor, inquieto diante da tarefa que possui, que é a de ensinar; deve estar aberto a indagações, curiosidades e inibições dos alunos. Deve ainda acreditar no potencial deles, que são aprendizes, receptivos e interativos com o ambiente que os rodeia, possuem informações que são integradas em seus esquemas mentais, além de transformá-las e reordená-las para posterior aplicação, dessa forma, atuam como agentes ativos no processo de ensino e aprendizagem e capacitando-se para desenvolverem as competências e habilidades necessárias ao perfil dos atuantes no mercado de trabalho, pois, os diferentes contextos históricos e políticos proporcionam mudanças de comportamentos refletidos pela aquisição de saberes, construção de habilidades por meio da observação do estudo, da instrução ou da prática.

Segundo Perrenout (1999), o sentido real da aprendizagem ocorre ao utilizar o repertório interacionista entre professor e aluno, especificamente a proposta do construtivismo.

Neste contexto o professor assumirá um papel diferenciado no processo de construção do conhecimento. Ao invés de posicionar-se como elemento central e mero transmissor de conteúdos, o docente atuará no sentido de propor desafios que sejam capazes de formar um aluno mais autônomo no processo de desenvolvimento das habilidades propostas.

É fundamental o desempenho do professor com intervenções oportunas. O docente deve ser observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem, lançando questões desafiadoras e contribuindo para a interação entre os membros do grupo, para sanarem suas dificuldades, fazendo a intermediação, levando os alunos a refletirem. Para isso, exige-se paciência para esperar o tempo necessário, acompanhando suas explorações e solucionando os problemas secundários. Para o sucesso desta tarefa, é fundamental dominar os saberes a serem ensinados, aptidão para administrar as turmas e conhecimentos sobre técnicas avaliativas.

Trabalharemos pela Metodologia da Resolução de Problemas que decorre de um processo de matematização, envolvendo diferentes etapas e mobilizando um conjunto de competências e habilidades que serão desenvolvidas pelos alunos. Os problemas apresentados buscam integrar situações reais, fazendo com que os estudantes verifiquem o mundo real presente no problema tal como ele é proposto e a devida solução a ser encontrada, proporcionando-lhes a possibilidade de envolverem-se.

Segundo Polya (1978), o ato de resolver problemas leva o aluno a pensar, e o professor deve tomar muito cuidado ao empregar esforços para ensiná-los a pensar, atentando para não conduzir, através da indução, o pensamento dos educandos. O aluno deve compreender o problema e, deve também desejar resolvê-lo.

Sobre este conteúdo o *Caderno do Professor* (CP), relata que:

> “Pretende-se que os alunos resolvam situações, inclusive geométricas, que possam ser traduzidas por meio de equação de 2º grau, obtendo as raízes por diferentes métodos, e discutam o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta. [...] A fórmula, usualmente conhecida como Bháskara, para as equações de 2º grau também deverá ser desenvolvida”. (SÃO PAULO, 2014, p. 6)

O Governo do Estado de São Paulo anualmente vem aplicando uma prova cuja finalidade é a avaliação dos rendimentos dos alunos do Estado. Esta avaliação, denominada *Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP)*, possui também uma sistematização teórica de seu conteúdo direcionada aos docentes e intitulado como *Relatório Pedagógico de Matemática*.

O *Relatório Pedagógico de Matemática* de 2013, publicado no ano posterior, versa sobre habilidades e competências cobradas nas avaliações e desenvolvidas pelo Currículo Oficial do Estado de São Paulo. Além da exposição das competências e habilidades, há sugestões e orientações pedagógicas para que as mesmas sejam desenvolvidas pelos professores em sala de aula.

As habilidades propostas são desenvolvidas progressivamente, ano após ano dos Ensino Fundamental e Médio. Durante este processo, busca-se mensurar através da avaliação continuada, o progresso da aprendizagem e das limitações escolares dos estudantes.

Além das ações descritas acima, solicitam que os professores aprofundem as discussões em sala de aula, oferecendo, posteriormente atividades práticas com a finalidade de consolidar o aprendizado dos alunos. Estas propostas devem respeitar as possibilidades dos estudantes, as capacidades estruturais das dependências físicas e tecnológicas das escolas, de modo a tornar essa base matemática cada vez mais sólida.

6.1 Orientações

Considerando a resolução de problemas, segundo Polya (1978, p.03-12), devemos seguir algumas orientações para que a possibilidade de êxito seja maximizada.

Primeira orientação: **Interpretação e compreensão do enunciado do problema.**
Propõe habilidade na leitura, que a priori, poderá ser feita em grupo, depois individualmente sob a supervisão do professor e posteriormente, no caso de persistência da dúvida, leitura conjunta com o docente.

Após o entendimento da situação, os estudantes deverão identificar as partes principais, a incógnita, os dados, a condicionante, transcrevendo-os com anotações e designações de notação adequada, utilizando uma simbologia própria.

A partir desta ação, questiona-se:

- O que está sendo solicitado no problema?
- Quais os dados que ajudam a respondê-lo?

Segunda orientação: **Planejar um método.**

A primeira pergunta a ser feita é: Por onde devo começar? Para respondê-la deve-se formalizar um roteiro geral. Ao ler e entender o problema já esquematizamos, em nosso pensamento, onde queremos chegar.

Quando conhecemos quais as contas, os cálculos ou procedimentos que devemos executar, iniciamos o processo de esquematização/formulação do método da resolução. Caso o aluno encontre dificuldades, o professor pode intervir/sugestionar, de modo discreto, através de indagações e sugestões.

Ainda segundo Polya, um dos materiais indispensáveis à resolução de um problema matemático são as técnicas e conhecimentos adquiridos durante a solução de situações problemas anteriores. Assim, para ordenar tal experiência, é recomendado que se faça os seguintes questionamentos:

- Conhece algum problema correlato?
- É possível utilizá-lo?

Caso seja necessário temos de variar, de transformar ou de modificá-lo.

- É possível reformular o problema?
- Utilizou todos os dados?
- Utilizou toda a condicionante?

É necessário também que o aluno tenha bons hábitos mentais e boa concentração, principalmente ao realizar cálculos, pois errá-los também leva ao erro do problema.

Terceira orientação: **Execução do plano.**

Ao resolver a atividade, o aluno estará executando o plano traçado.

Em primeiro lugar, é preciso ter paciência, efetuando todos os detalhes desse roteiro, examinando detalhadamente cada passo, até que não lhe surjam dúvidas capazes de induzi-los aos erros. Para isso, os alunos devem seguir o roteiro descrito anteriormente.

Neste contexto, deve-se considerar o conhecimento do aluno, situando-o como aprendiz, utilizando-se da competência didática para dialogar com ele e fazer com que sua concepção se aproxime dos conhecimentos científicos.

A aplicação de regras e algoritmos, bem como a tradução para a linguagem matemática de maneira adequada é fundamental neste processo. O professor deve assegurar que o estudante sinta-se verdadeiramente esclarecido de cada passo da resolução, realçando-lhe a diferença entre “perceber” e “demonstrar”. O docente pode certificar-se através do seguinte questionamento: É possível perceber, claramente, que a etapa está correta? De que modo posso demonstrar sua exatidão?

Resolver um problema não é um simples processo de execução de operações matemáticas, para tal, o aluno deve pensar e persistir, evocando em sua memória experiências passadas, pois, certamente traz consigo, conhecimentos que lhe serão úteis. Esta é uma atividade para ser desenvolvida como aplicação da aprendizagem pelo aluno e também como orientação para o professor.

Desta forma a atividade se tornará questionadora. Caso o professor perceba que, ao fazer-lhe um questionamento, o estudante conduza suas explicações à resposta, deve-se tomar o cuidado de explicar-lhe através de outras perguntas, de forma alguma deve-se dar a resposta, mas sim fazer com que o aluno a encontre.

Após a resolução de todos os grupos, o professor deverá anotar na lousa os diferentes resultados obtidos pelos grupos, os que estão corretos ou não, e feitos pelos diferentes caminhos.

Caso ocorram divergências nas respostas, o professor deve socializar, colocando em conflito, sem falar quais são as resoluções certas ou erradas. Fazer os seguintes questionamentos:

- Como pensou?
- Onde houve alteração na resolução que o fez chegar em tal resposta?
- Os procedimentos estão corretos?

As dificuldades encontradas pelos alunos devem ser novamente trabalhadas. Surgem problemas secundários que, se não resolvidos, poderão impedir o progresso correto da atividade. Nesta análise, deve-se levar em conta a exploração feita pelos estudantes.

Quarta orientação: **Validar a solução.**

Como há possibilidade de erros, especialmente se a resolução for longa, é conveniente validar a solução. Os questionamentos a serem feitos são:

- A resposta é correta?
- A solução encontrada satisfaz o problema?
- É possível haver outras soluções?
- É possível descobrir resoluções mais práticas e mais eficientes?
- É possível verificar o resultado?
- É possível verificar o argumento?

- É possível utilizar o resultado ou método em algum outro problema?

0 professor deve observar que os problemas matemáticos relacionam-se entre si, fazendo um retrospecto da resolução. Porém, isto será interessante apenas se os alunos efetivamente participarem da resolução, tornando-se conscientes da solução obtida.

6.2 Intervenções

Na medida em que o aluno se propõe a realizar as atividades, o professor poderá fazer intervenções com questionamentos e sugestões. O docente poderá recomendar a utilização de desenhos geométricos (quadrados e retângulos), por exemplo.

Dadas as orientações descritas por Polya, podemos fazer os seguintes questionamentos sugeridos por Dante (2003, p. 29), da seguinte forma:

➢ **Interpretação e compreensão do enunciado do problema.**

a) O que se pede no problema?
b) Quais os dados e as condições do problema?
c) É possível fazer uma figura, um esquema ou um diagrama?
d) É possível estimar uma resposta?

➢ **Planejar um método.**

a) Qual é o seu plano para resolver o problema?
b) Que estratégia você desenvolverá?
c) Você se lembra de um problema semelhante que pode lhe ajudar a resolver este?
d) Tente resolver o problema por etapas.

➢ **Execução do plano.**

a) Execute o plano elaborado, verificando-o, passo a passo.
b) Efetue todos os cálculos indicados no plano.
c) Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.

- **Validar a solução.**

a) Examine se a solução obtida está correta.

b) Existe outra maneira de resolver o problema?

c) É possível utilizar o método empregado para resolver problemas semelhantes?

Ressaltamos que as questões acima foram redigidas de forma generalizada, cabendo ao professor, diante das dificuldades apresentadas pelos alunos, elaborar uma intervenção oportuna, com questionamentos direcionados à resolução do problema. Haverá diversidade e complexidade dependendo do grau de conhecimento apresentado por cada um dos discentes. Essas intervenções dependerão do grau de comprometimento e domínio do conteúdo por parte do professor, inclusive de suas experiências em sala de aula.

Nesta situação, se os alunos não se lembrarem de alguns conceitos durante a resolução, o professor poderá fazer uma retomada específica para a dúvida apresentada. Esta retomada deve levar em consideração que tratam-se de conteúdos estudados anteriormente, e sua finalidade consiste em uma breve revisão.

É fundamental também que não ignore outras possibilidades de resolução, desconstruindo a ideia de que o método utilizado para solucionar o problema é o único caminho possível.

Na seção a seguir, apresentamos a solução da atividade 1 proposta, sua respectiva resolução, juntamente com as orientações direcionadas ao professor. Com o propósito de sanar as dificuldades apresentadas na *Avaliação Diagnóstica*, esta atividade pretende promover uma construção gradual principiando do concreto para o abstrato, chegando à fórmula resolutiva da equação do segundo grau, e mostrando ao aluno sua aplicabilidade na atividade final. Isto explica o fato de estarem de formato diferente da equação na forma geral, ainda incluindo a aplicabilidade no conceito de área, como foi trabalhado no preâmbulo de suas resoluções.

6.3 Sugestão de resolução

Sugerimos uma resolução, passo a passo, do problema 1 da atividade 1, seguindo o método de Polya.

Atividade1

Problema 1

A área de um quadrado de lado igual a 5, acrescido de oito vezes o seu lado é igual a 65. Use o método de completar quadrado, usando a forma geométrica e obtenha a medida do lado do novo quadrado.

➢ **Interpretação e compreensão do enunciado do problema.**

- Quais são os dados do problema?

Ao fazer a leitura, levantamos que: o lado do quadrado vale 5 e se acrescentarmos oito vezes este lado, teremos uma área total igual a 65.

Podemos questionar: inicialmente, qual o tipo de figura em questão? Multiplicando por oito vezes o seu lado, que figura se tornará? Qual a característica do quadrado? E do retângulo?

- Como calcular suas áreas?

- O que é pedido?

Obter a medida do novo quadrado que a figura formará pelo método de completar quadrado.

➢ **Planejar um método.**

- Que objetivos precisamos atingir?

Partindo dos valores que temos, tentamos montar de novo um quadrado particionando o lado maior do retângulo em duas partes iguais e disponibilizando, de forma a obter um quadrado maior. Verifica-se então que falta um quadradinho para completá-lo, cujos lados são iguais à metade do lado maior deste retângulo. Acrescentamos o valor desta área a ambos os lados da equação.

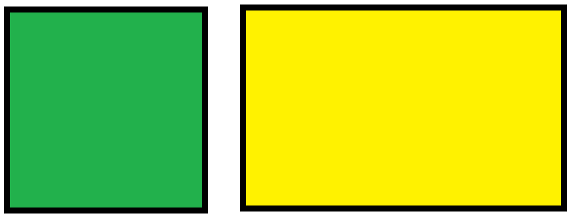
Pelo cálculo de área, extraímos a raiz quadrada e obtemos o valor do lado deste novo quadrado.

➢ **Execução o plano.**

Interpretando como área de um quadrado e área do retângulo, podemos escrever da seguinte forma:

Figura 3. 1 – Método de completar quadrados (atividade 1)

Figura 3.1. 1 – Expressando o problema na forma geométrica

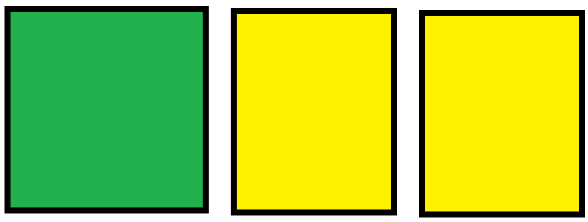


Temos: $5^2 \;+\; 8.5 = 65$

$25 \;+\; 40 \;= 65$

Dividindo o retângulo ao meio temos dois retângulos com a metade do valor inicial, deste modo:

Figura 3.1. 2 - Expressando na forma geométrica, dividindo o comprimento pela metade

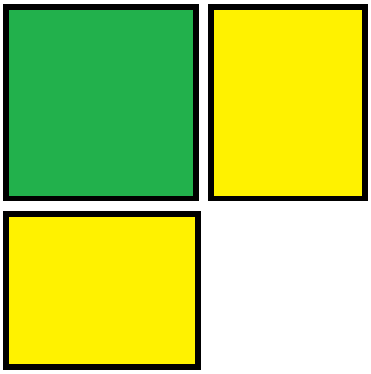


$5^2 \;+ 4.5 \;+ 4.5 = 65$

$25 \;+\; 20 \;+\; 20 = 65$

Cada retângulo deverá ser arranjado de modo que fique justaposto a dois lados do quadrado. Nesta composição a área permanece a mesma.

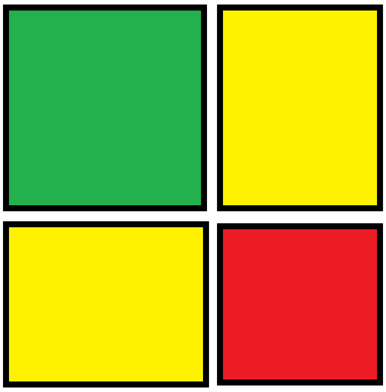
Figura 3.1. 3 - Disposição das figuras em forma quadrática



25 + 20 + 20 = 65

Para completar o quadrado precisamos acrescentar um quadrado no canto da figura de medida $4^2 = 4 \cdot 4$ que é igual a 16.

Figura 3.1. 4 – Completando o quadrado



Fonte: autor

25 +20 + 20 + 16 = 65 + 16

Resolvendo, percebe-se que temos: 81 = 81(sentença verdadeira)

Como a nova área é igual a 81, a medida do lado do novo quadrado é $\sqrt{81} = 9$.

- **Validar a solução.**

O lado do quadrado será 5 + 4 que de fato é igual a 9, portanto a solução é verdadeira.

6.4 Relato do desenvolvimento da aplicação da atividade com a sala do 1º Ensino Médio A

Em relação ao 1º A, a classe possui uma quantidade expressiva de alunos, e por isso foi impossível aplicar a atividade com a sala toda. A primeira tentativa, realizada em parceria com o professor de matemática da sala, restou um pouco infrutífera, pois os alunos apresentaram muita indisciplina, falta de concentração e atenção ao que lhes foi proposto. Além disso, os estudantes não permaneciam em silêncio para escutarem as explicações direcionadas à sala, ao invés disso, solicitavam que eu me encaminhasse aos seus lugares para receberem atendimento individual. Apesar da atividade estabelecer a formação em grupo, os alunos não dispensavam atenção às explicações e nem trocavam ideias com seus pares. Alguns deles mostraram-se indispostos e desinteressados, recusando-se a realizarem o lhes era solicitado. Transcorreram duas aulas e ainda não haviam terminado a primeira atividade. Percebi que com aquela turma a aplicação da proposta seria muito demorada, pois minhas aulas ocorriam simultaneamente as do professor, ficando com apenas duas aulas disponíveis por semana. Para solucionar este empecilho, realizamos um trabalho (coleta de dados) por amostragem, selecionando dez dos alunos que participaram desta prova Diagnóstica de forma aleatória. Ofereci a proposta a outra sala, também do primeiro ano do Ensino Médio, porém se recusaram a participar, mas um aluno se interessou e este foi incluído no projeto.

O trabalho foi realizado no laboratório da escola, composto por mesas redondas e quadradas, cadeiras e lousa disponíveis. A atividade foi aplicada no turno em que os alunos estudam regularmente (matutino), devido a impossibilidade de comparecimento deles em contraturno. Foi prazeroso o desenvolvimento deste trabalho, pois os estudantes demonstraram disposição na execução, participaram realizando as atividades propostas, e o trabalho com colagem de figuras permitiu maior visualização e entendimento.

Em alguns momentos percebi que o rendimento dos estudantes foi irrelevante, isso ocorreu em virtude do comportamento adolescente pelo fato de buscarem "chamar a atenção" dos colegas e da professora. Compreendi o episódio como algo natural da faixa etária, visto que nesta fase da vida, muitos garotos mostram-se resistentes e rebeldes com relação às regras e padrões. Então em uma das vezes que fomos trabalhar, resolvi separá-los, isto tornou a aplicação muito mais tranquila, pois os estudantes apresentaram maior dedicação e concentração, potencializando o rendimento na atividade.

Devido aos comentários dos alunos participantes, outros alunos demonstraram interesse em participar, questionando quando eu ia trabalhar com eles também.

Foram elaborados cartazes dos problemas correlatos, anexadas as fotos no Apêndice D, facilitando o auxilio ao aluno, e ao professor, livrando-nos da necessidade de escrever em lousa toda vez que quiséssemos elucidar uma dúvida ou mostrar procedimentos da resolução da equação. Para fins de ilustração, adicionamos as fotos das atividades com resolução, elaboradas por uma aluna (Anexo C).

6.5 Relato do desenvolvimento da aplicação da atividade com a sala do 9º ano do Ensino Fundamental A

O trabalho foi desenvolvido no Laboratório da Escola, juntamente com a professora da sala. A concepção destas atividades embasou-se na vertente teórica construtivista, isto é, passando do concreto para o abstrato, com objetivo de sanar as dificuldades apresentadas na Avaliação Diagnóstica.

Fosnot (1998) considera que “o construtivismo é uma teoria sobre a aprendizagem, não uma descrição do ensino” e tem como pressuposto principal entender “a aprendizagem como um processo de construção recursivo, interpretativo, realizado por aprendizes ativos que interagem com o mundo físico e social”.

O trabalho com colagem tornou a atividade mais interessante, fazendo com que os alunos se propusessem a executá-la, porém, como o conceito de fração algébrica é pouco conhecido, isto os desmotivou. A geometria foi fundamental para que eles pudessem ter maior visão e compreensão do que estava sendo feito naquele momento.

Procuramos envolver todos os alunos, organizados em grupos de 5 elementos, para uma maior interação entre os pares, para que pudessem sanar as dúvidas uns dos outros. Houve interesse dos estudantes que apresentaram dificuldades e dos repetentes, que demonstraram disposição e colaboração, como no caso do aluno 3 que no ano anterior, não se propunha a resolver as atividades propostas, apresentando baixo rendimento, e sendo retido no final do ano passado. Suas dificuldades ainda são imensas, com deficiência em conteúdos dos anos anteriores em virtude da sua própria negligencia e falta de comprometimento com seu aprendizado, pois, além de se envolver em conversas paralelas, mostra-se muito desatento. Devido à sua insegurança e carência, gosta de receber atendimento individualizado e por este motivo a todo momento estava nos chamando para que o atendesse.

Com relação à postura dos alunos, destaco especificamente a falta de concentração, pois este fator influencia de modo significativo, no aprendizado. O fato de conversarem e se distraírem, negligenciando a aquisição de saberes, faz com que a todo momento tenhamos que chamar-lhes a atenção, com isso há um acréscimo no tempo das atividades que pela leniência, não se preocupam em realizá-la em menor tempo. Em geral, não apresentavam comportamentos coerentes de educação e respeito, faltando-lhes concentração e apresentavam defasagens nos conceitos prévios com muitos erros de cálculos, até mesmo nas operações simples de soma ou multiplicação.

Em virtude do número de alunos, a atividade ocorreu em quatro semanas, somando-se um total de seis aulas por semana, haja visto que alguns discentes tentaram desestabilizar a sala, com indisciplina, e isso fez com que perdêssemos tempo em organização e preparação da turma para darmos início a atividade.

Iniciamos com a apresentação das atividades e utilizamos a Metodologia de Resolução de Problemas, porém os alunos não conseguiam dar respostas adequadas e diziam que não sabiam o que fazer. Apesar da nossa insistência em indagá-los, os estudantes não apresentavam soluções aos questionamentos propostos. Foi apresentado um problema correlato e foram feitas algumas sugestões de como resolver cada uma das atividades. Percebeu- se então que as defasagens apresentadas por eles eram enormes e variadas, fator que nos levou a retomar alguns conceitos que seriam utilizados. Foi válida a intervenção com sugestões de resolução para que superassem os obstáculos naquele momento. Nós não ficamos sentadas, percorremos a sala, de grupo em grupo, fazendo intervenções, pois percebemos que alguns alunos estavam compromissados, concentrados e trabalhando, porém, a maioria deles, estavam conversando e dispersos, deixando de executar a atividade.

Alguns alunos não completaram todas as atividades em virtude de sua ausência ou por resistência em executá-la, mesmo estando presente.

7 ANÁLISE DA REAPLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO

Após termos trabalhado todas as atividades propostas, o passo seguinte foi a verificação do desempenho dos alunos com a aquisição de saberes e o desenvolvimento das competências e habilidades propostas inicialmente. Foi-lhes entregue a prova novamente para que pudessem refazê-la, entretanto não lhes foi apresentada a resolução da Avaliação Diagnóstica feita por eles. Ao lerem o problema novamente, ficou mais clara a sua resolução, pois agora possuíam bagagem e ideias de resolução para o problema dado. Percebemos que muitos conseguiram evoluir, porém aqueles alunos que demonstraram descomprometimento na fase de execução ou apresentaram defasagens em conteúdos dos anos anteriores, nem sequer conseguiram resolver os problemas, deixando muitas questões em branco.

Alguns estudantes, ainda apresentaram erros em cálculos e não observância de determinados detalhes, como, sinais e ausência do denominador embora soubessem da existência do mesmo. Detalharemos na tabela abaixo o que foi detectado em cada questão.

Tabela 3. 1 - Relação dos erros apresentados pelos alunos

Problemas	Erros apresentados pelos alunos
Problema 1	• Não apresentou resolução ou descrição de raciocínio; • Esquecimento do denominador em uma passagem;
Problema 2	• Não observância de que o número, quando elevado ao quadrado, também pode ser negativo; • Substituição incorreta do valor de a no denominador; • Considerar o valor indevido de a no denominador;
Problema 3	• Falta de iniciativa para em encontrar outra solução; • Não utilizou a fórmula de Bháskara; • Esquecimento do denominador em uma das passagens na fórmula; • Tomada de valores trocados de b e c.

Tabela 3.1 – Relação dos erros apresentados pelos alunos

(conclusão)

Problemas	Erros apresentados pelos alunos
Problema 4	• Aplicação incompleta da Fórmula de Bháskara; • Não terminou a resolução; • Montagem incompleta da equação; • Esquecimento do denominador em uma passagem; • Desconsiderou o sinal negativo antes de b na fórmula; • Calculo incorreto de (- 10 + 50); • Falta de atenção não observando o caráter da equação.
Problema 5	• Uso incorreto do traço de fração; • Aplicação incompleta da fórmula; • Interpretação errônea do problema, trocando o sinal da letra b; • Esquecimento do sinal de b na substituição da fórmula; • Erro de cálculo em $-4.1.(-50)$
Problema 6	• Não considerou o sinal antes do número; • Esquecimento do denominador em uma passagem;
Problema 7	• Não considerou o número negativo em a;

Fonte; autor

Diante de todas as dificuldades enfrentadas na sala de aula e considerando as características dos alunos que possuímos, podemos dizer que alcançamos os objetivos definidos na proposta, como veremos na tabela de notas desta prova.

Tabela 3. 2 - Dados referentes à Segunda Avaliação – 1 ª A.

ALUNO-Nº	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	NOTAS 0 – 10	% de acertos
Aluno 1	C	E	C	M	NF	NF	NF	4	35,7
Aluno 2	C	E	C	C	C	C	C	9	85.7
Aluno 3	M	C	C	M	C	M	NF	6	64, 3
Aluno 4	C	E	C	C	C	C	C	9	85,7
Aluno 5	C	E	C	C	C	C	NF	7	71,4
Aluno 6	C	E	C	E	NF	E	NF	3	28,6
Aluno 7	C	C	C	M	NR	NF	NF	5	50,0
Aluno 8	C	C	C	E	C	C	M	8	78, 6
Aluno 9	C	E	C	NF	C	C	NF	6	57,1
Aluno 10	C	E	C	NT	NF	NF	NF	3	28,6
Aluno 11	C	E	E	C	M	E	E	4	35,7

Fonte; autor

Tabela 3. 3 - Análise de Rendimentos referentes ao 1ºA.

QUANTIDADE DE ALUNOS	NOTAS
4	Inferiores a 50 %
7	Superior ou igual a 50%

Fonte; autor

Tabela 3. 4- Dados referentes à Segunda Avaliação – 9º A

ALUNO-Nº	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	NOTAS 0 – 10	% de acertos
Aluno 1	C	C	C	C	C	C	M	9	92,9
Aluno 2	C	C	C	C	M	C	C	9	92,9

Tabela 3.4 – Dados referentes à Segunda Avaliação – 9º A

(continuação)

ALUNO-Nº	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	NOTAS 0 – 10	% de acertos
Aluno 3	C	C	C	M	NR	NR	NR	4	42,9
Aluno 4	C	C	C	C	C	C	C	10	100
Aluno 5	C	C	C	C	NT	NR	NF	6	5,7
Aluno 6	C	C	M	NF	NF	NF	NF	4	35,7
Aluno 7	C	M	E	NR	NR	NR	NR	3	21,4
Aluno 8	C	NR	NR	NR	NR	NR	NF	1	14,3
Aluno 9	C	C	C	C	M	C	C	9	92,9
Aluno 10	C	C	C	C	M	C	NF	8	78,6
Aluno 11	C	M	M	M	NR	NR	NF	4	35,7
Aluno 12	C	NR	NR	NR	NR	NR	NF	1	14,9
Aluno 13	C	C	C	C	M	NR	NF	6	64,3
Aluno 14	C	C	C	C	M	NF	NF	6	64,3
Aluno 15	C	C	C	C	C	E	C	9	85,71
Aluno 16	C	C	C	NR	NR	NR	NF	4	42,9
Aluno 17	C	C	C	C	C	C	C	10	100
Aluno 18	C	NR	NR	NR	NR	NR	NR	1	14,3
Aluno 19	C	C	M	M	M	NR	NF	5	50,0
Aluno 20	?	?	?	?	?	?	?		
Aluno 21	C	C	C	C	M	C	E	8	78,6
Aluno 22	C	C	NR	NR	NR	NR	NR	3	21,4

Tabela 3.4 – Dados referentes à Segunda Avaliação – 9º A

(conclusão)

ALUNO-Nº	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	NOTAS 0 – 10	% de acertos
Aluno 23	M	C	C	C	E	C	E	6	64,3
Aluno 24	C	C	C	C	C	C	C	10	100
Aluno 25	C	C	C	C	C	C	C	10	100

Fonte; autor

Tabela 3. 5 - Análise de Rendimentos referente ao 9 A.

QUANTIDADE DE ALUNOS	NOTAS
12	Inferiores a 50 %
12	Superior ou igual a 50%
1	Não Avaliado

Fonte: autor

No caso do aluno não avaliado, trata-se de um caso de inclusão. Este estudante é deficiente intelectual, possui laudo médico e frequenta a sala de recurso em período adverso. O mesmo somente faz cópias e consegue seguir explicações e orientações das atividades, executando-a quando acompanhado, porém não consegue resolver ou pensar matematicamente sozinho para dar uma resposta adequada.

7.1 Quadro de acertos em relação à Avaliação Diagnóstica do 1º e 9º A

Após a tabulação do quadro de acertos por questões, temos os seguintes resultados em relação à Avaliação Diagnóstica aplicada.

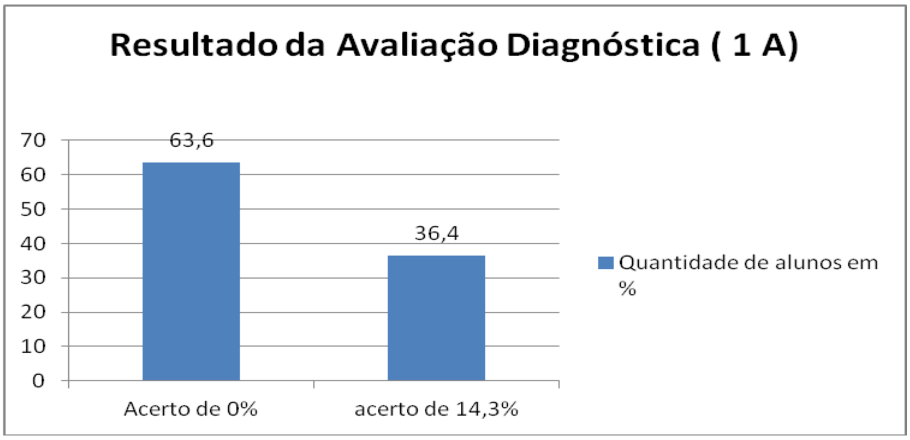
Tabela 3. 6 - Tabulação de acertos por quantidade de alunos -1º A

Acertos (%)	Quantidade de alunos (%)
Acerto de 0	63,6
Acerto de 14,3	36,4

Fonte; autor

Observemos os gráficos referentes as notas apresentadas pelos alunos:

Figura 3. 2 - Gráfico do resultado da Avaliação Diagnóstica (1 A)



Fonte: autor

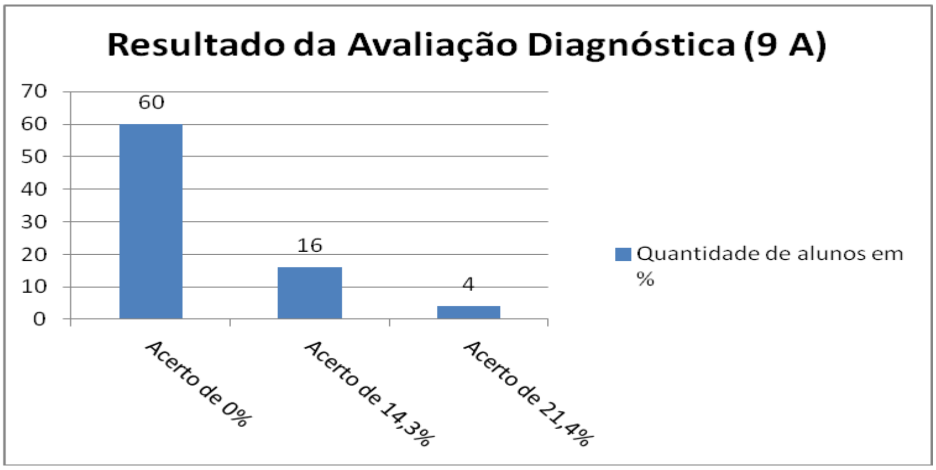
Tabela 3. 7 - Tabulação de acertos por quantidade de alunos - 9º A

Acertos (%)	Quantidade de alunos (%)
Acerto de 0	60
Acerto de 14,3	16
Acerto de 21,4	4

Fonte: autor

*Não foram avaliados 5 alunos que correspondem a 20% do total da sala avaliada.

Figura 3. 3 - Gráfico do resultado da Avaliação Diagnóstica (9 A)



7.2 Gráfico das notas em porcentagem referentes à reaplicação da Avaliação

Tabela 3. 8 - Tabulação da quantidade de alunos por tipos de notas- 1º A

QUANTIDADE DE ALUNOS (%) -1ª	NOTAS
36,4	Inferiores a 50 %
63,6	Superior ou igual a 50%

Figura 3. 4 - Gráfico do resultado das notas dos alunos na 2ª Avaliação(1 A)

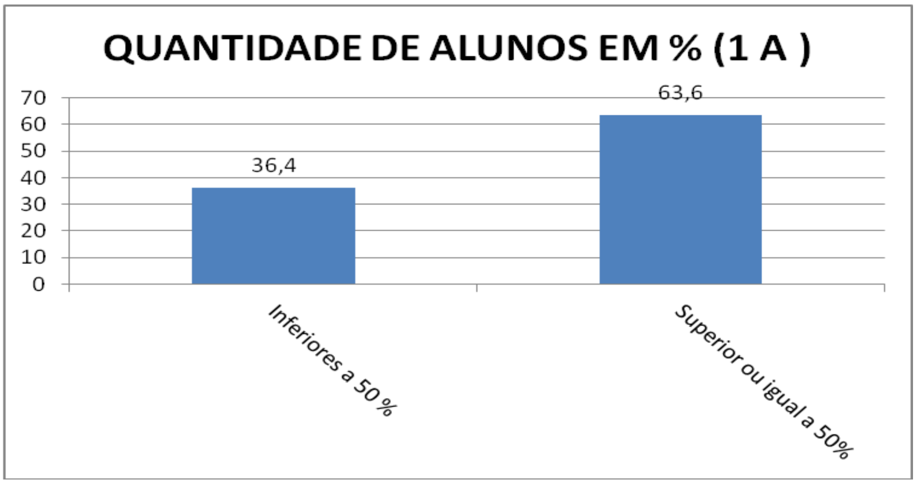
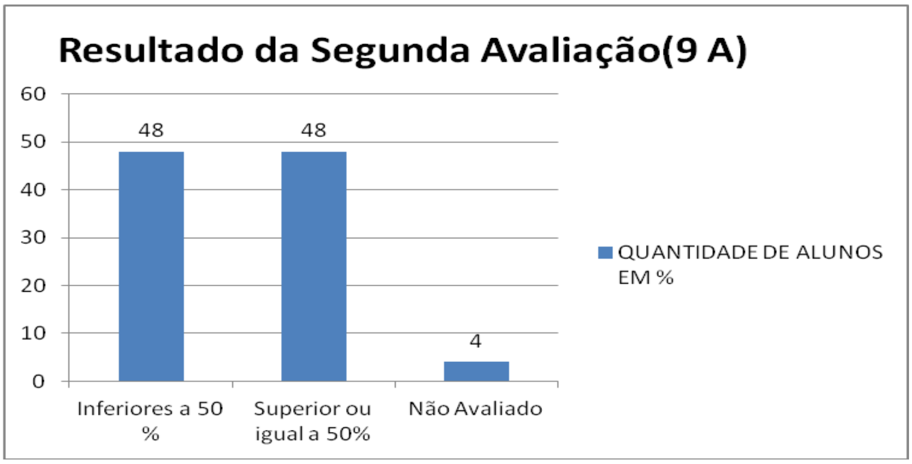


Tabela 3. 9 - Tabulação da quantidade de alunos por tipos de notas- 9º A

QUANTIDADE DE ALUNOS (%) - 9 A	NOTAS
48	Inferiores a 50 %
48	Superior ou igual a 50%
4	Não Avaliada

Figura 3. 5 - Gráfico do resultado das notas dos alunos na 2ª Avaliação (9ºA)



7.3 Análise da aprendizagem apresentada pelos alunos relativas a primeira e segunda avaliações (expressa em porcentagem).

Tabela 3. 10 - Tabela da evolução da aprendizagem dos alunos do 1º A

ALUNO - Nº	% de acertos na primeira Avaliação	% de acertos na segunda Avaliação	Evolução na Aprendizagem
Aluno 1	0,0	35,7	35,7
Aluno 2	0,0	85.7	85,7
Aluno 3	14,3	64, 3	50,0
Aluno 4	0,0	85,7	85,7

Tabela 3.10 – Tabela da evolução da aprendizagem dos alunos do 1º A

(conclusão)

ALUNO - Nº	% de acertos na primeira Avaliação	% de acertos na segunda Avaliação	Evolução na Aprendizagem
Aluno 5	0,0	71,4	71,4
Aluno 6	0,0	28,6	28,6
Aluno 7	14,3	50,0	35,7
Aluno 8	14,3	78, 6	64,3
Aluno 9	0,0	57,1	57,1
Aluno 10	14,3	28,6	14,3
Aluno 11	0,0	35,7	35,7

Figura 3. 6 - Gráfico da evolução na aprendizagem (1ºA)

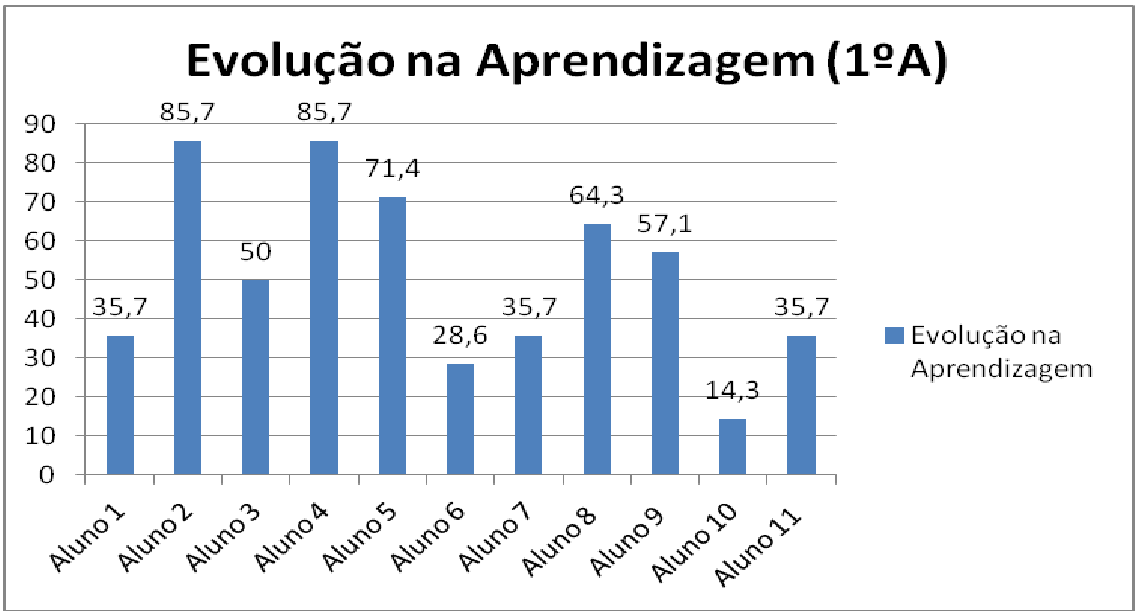


Tabela 3. 11 - Tabela da evolução da aprendizagem dos alunos do 9º A

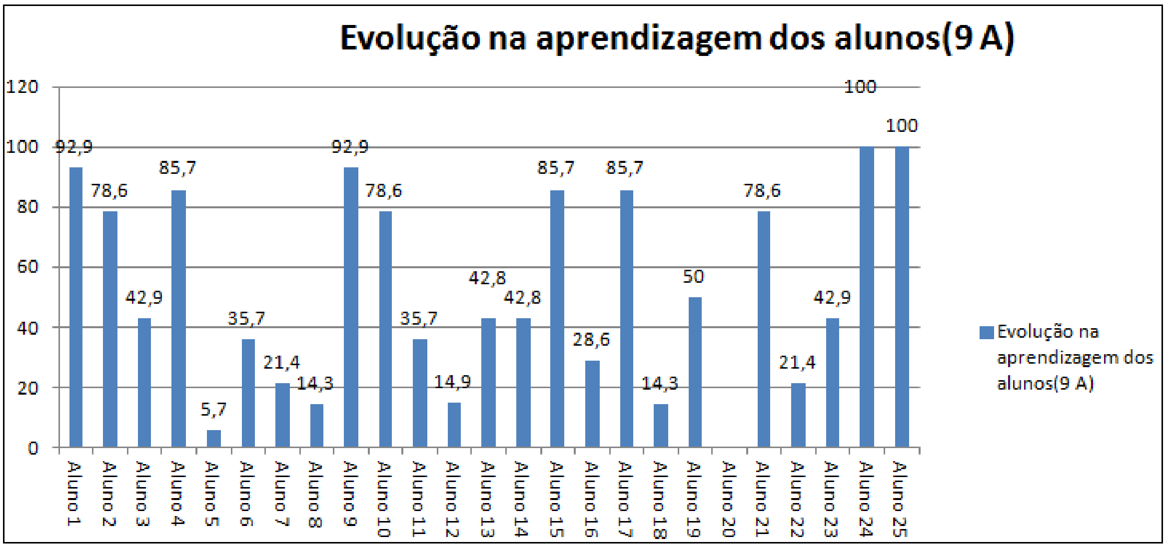
ALUNO-Nº	% de acertos Primeira Prova	% de acertos Segunda Prova	Evolução na aprendizagem
Aluno 1	0	92,9	92,9
Aluno 2	14,3	92,9	78,6
Aluno 3	0,0	42,9	42,9
Aluno 4	14,3	100	85,7
Aluno 5	0,0	5,7	5,7
Aluno 6	0,0	35,7	35,7
Aluno 7		21,4	21,4
Aluno 8	0,0	14,3	14,3
Aluno 9		92,9	92,9
Aluno 10	0,0	78,6	78,6
Aluno 11		35,7	35,7
Aluno 12		14,9	14,9
Aluno 13	0,0	42,8	42,8
Aluno 14	0,0	42,8	42,8
Aluno 15	0,0	85,7	85,7
Aluno 16	14,3	42,9	28,6
Aluno 17	14,3	100	85,7
Aluno 18	0,0	14,3	14,3
Aluno 19	0,0	50,0	50,0
Aluno 20			
Aluno 21	0,0	78,6	78,6

Tabela 3.11 - Tabela da evolução da aprendizagem dos alunos do 9º A

(conclusão)

ALUNO-Nº	% de acertos Primeira Prova	% de acertos Segunda Prova	Evolução na aprendizagem
Aluno 22	0,0	21,4	21,4
Aluno 23	21,4	64,3	42,9
Aluno 24	0,0	100	100
Aluno 25	0,0	100	100

Figura 3. 7 - Gráfico da evolução na aprendizagem (9º A)



8 CONCLUSÃO

A sequência de atividades e a construção da fórmula de Bháskara pelo método de completar quadrado foram profícuas. Tal conclusão resultou da observação de que a aplicação dos exercícios deu sentido e entendimento ao desenvolvimento da equação de 2º grau. Muitos tópicos foram abordados durante a sua aplicação, pois os alunos apresentaram as mais diversas falhas de conceitos matemáticos necessários ao desenvolvimento pleno da fórmula.

A aplicação contextualizada, na forma de situações problema, proporcionou aos estudantes valerem-se da aplicabilidade do conceito que na “Avaliação Diagnóstica” não conseguiram desenvolver para que obtivesse êxito na resolução. Após o término da atividade, os alunos demonstraram maior desenvoltura na resolução, visto que assimilaram o conceito matemático, e adquiriram experiências práticas neste processo.

Aplicando a Metodologia da Resolução de Problemas, propomos aos discentes atividades que ordenassem a obtenção da fórmula de Bháskara. Partindo da fórmula geral da Equação do 2º grau e fundamentando em situações concretas. Abordamos também suas peculiaridades como análise da quantidade de respostas, as retiradas dos valores de a, b e c das questões para utilização na referida fórmula, bem como a sua resolução.

Confesso que houve momentos em que a aplicação desta metodologia foi dificultosa; empecilhos ocasionados em virtude das condições em que se encontrava a sala, pelas atitudes negativas de alguns alunos e pela falta de colaboração. Tivemos que promover mudanças de atitudes e perspectivas para ensiná-los, para que pudéssemos impactá-los, visto que muitos deles recusavam-se, sob alegação de que ninguém lhes “obrigaria” a realizar tais atividades. Tal resistência ocorreu pois, segundo suas percepções acerca do sistema escolar, basta que tenham frequência para serem aprovados para a série seguinte.

Fizemos o possível para dar “sentido” na aprendizagem dos estudantes, ora explicando, ora questionando e com relação a proposta de elaborarem um plano, os alunos apresentaram muita dificuldade e se recusavam a pensar em estratégias e dar algumas sugestões. Neste momento recorremos aos problemas correlatos elaborando cartazes, para ilustrar de modo claro, os passos que deveriam ser seguidos pelos estudantes.

A proposta de trabalho em grupo foi satisfatória, pois com a ajuda do colega, que tem a mesma idade e fala a mesma língua, a atividade prosperou para a maioria deles.

Percebemos que, enquanto abordávamos as operações de modo concreto, tudo transcorreu bem. A maior dificuldade ocorreu na passagem do concreto para o abstrato, isto é, durante a formalização dos conceitos matemáticos. Os alunos não estavam acostumados com a escrita formal, comum na redação dos exercícios matemáticos e tampouco com demonstração matemática.

Para alguns, o domínio dos conceitos matemáticos, o compromisso e a responsabilidade na aprendizagem é pertinente, porém, há uma parcela considerável de estudantes que apresentam dificuldades imensas relacionadas à aptidão, às atitudes e ao comportamento. Isto explica o resultado demonstrado na segunda avaliação.

Em relação ao 9º A, o trabalho foi realizado apenas com os alunos presentes na segunda avaliação, por este motivo, 20% deles não foram avaliados na "*Avaliação Diagnóstica*". O cálculo foi feito em porcentagem, o que garante maior rigor na descrição da realidade da sala em questão.

Acredito que o resultado poderia ser muito mais relevante se fosse aplicado em uma escola cujo contingente de estudantes comprometidos com a própria aprendizagem fosse maior. Neste caso, os rendimentos seriam superiores, mesmo com as dificuldades intrínsecas na disciplina de matemática.

Apesar dos resultados positivos demonstrarem que a maioria dos alunos avaliados obtiveram notas superiores a 50%, são necessárias pesquisas que envolvam maior número de estudantes do 1º ano do Ensino Médio, em virtudes das características desta sala, alguns alunos não se sobressaíram no aprendizado, como mostra o resultado da avaliação posterior, podendo este índice ser mais expressivo. Porém neste caso, o projeto foi válido, e conseguiu atingir seu objetivo.

Ao longo da aplicação, podemos perceber que existem vários fatores que influenciam no processo ensino aprendizagem, abaixo listamos alguns deles:

- Apresentação, exposição e encaminhamento do professor;
- Experiências vividas e presenciadas pelos alunos;
- A presença e atitude da família na vida escolar do estudante;
- O compromisso e a responsabilidade do aluno para com seu aprendizado;

- Os materiais e recursos utilizados pelo professor;
- Ausência de conhecimentos prévios demonstrada por alguns estudantes;
- A conduta, personalidade e paciência do professor;
- A descrição das atividades propostas, bem como sua sequência;
- As diferenças na faixa etária dos alunos, levando a discordâncias de pensamentos e posturas na sala de aula decorrentes da maturidade apresentada por eles;
- Comportamento da turma, referente a condições educacionais e temperamentais;
- Instalações físicas da escola condições de uso e aparência dos materiais e ambientes disponíveis.
- A formação do professor, bem como seu trato na transmissão do conteúdo (didática).

Todos os alunos que se destacam ou não, e mostram uma grande ou pequena evolução na aprendizagem, são os que aumentam a nossa autoestima e nos fazem orgulhosos de sermos mestres, mostrando que devemos permanecer firmes em nossos objetivos. Para os discentes que não atingiram os objetivos propostos por motivo de insuficiência de conhecimentos e aquisição de habilidades, devemos nos comprometer com ações específicas de recuperação, bem como com a elaboração de atividades específicas para que possamos ajudá-los. Infelizmente a superlotação das salas de aula e, consequentemente pela impossibilidade de acompanhá-los individualmente, dando lhes maior orientação e atenção, muitos concluem o ano letivo sem a devida evolução em suas aprendizagens. Assim seguem-se os anos até que concluam o Ensino Médio e nos deixam com sentimentos de que pouco pudemos fazer por eles.

REFERÊNCIAS

BECKER, F. O que é o construtivismo? **Série Ideias**, São Paulo, n. 20, p. 87-93, 1994. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_20_p087-093_c.pdf>. Acesso em: 21 jun. 2016.

BIANCHINI, E. **Matemática**. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BOYER, C. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher/EDUSP, 1974.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília, 1998.

CORCHO, A.et al. **Revista Estágio dos Alunos Bolsistas – OBMEP 2005**, Rio de Janeiro, n. 4, 2005.

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2ª ed. São Paulo. 1998

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2003.

FOSNOT, C. **Construtivismo – teorias, perspectivas e pratica pedagógica**. Porto Alegre, Artmed, 1998, p.47.

FRAGOSO, W. C. Uma abordagem histórica da equação do 2° grau. **Revista do Professor de Matemática**, n. 43, p. 20-25, 2000.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à pratica educativa. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GUELLI, O. **Contando a história da matemática**: história da equação do 2º grau. 10. ed. São Paulo: Ática, 2002.

LIMA, E. L. **Matemática e ensino**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.p. 75.

LIMA, E. L.,et al. **A matemática do Ensino Médio**. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. v. 1.

LIMA, M. A. B.; SIANE FILHO, N.; COUTO FILHO, T. **Matemática... você constrói**. Rio de Janeiro: Ediouro, 1997.

ONUCHIC, L. L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**. São Paulo: Ed. UNESP, 1999. p. 199-218.

PASTOR, A. L. Equação do 2º grau: completando quadrados. A fórmula de Bháskara. **Revista do Professor de Matemática**, n. 6, p. 36-38, 1985.

PEDROSO, H. A. Uma breve história da equação do 2º grau. **Revista Eletrônica de Matemática**, n. 2, 2010. Disponível em: <http://matematicajatai.com/rematFiles/2-2010/eq2grau.pdf>. Acesso em: 21 jun. 2016.

PERRENOUT, P. **Pedagogia diferenciada**: das intenções à ação. Porto Alegre: Artmed, 1999.

PIAGET, J. **Epistemologia genética**. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. [S.l.]: Alciléa Augusto, n. 43, 1 jan. 2000.

REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. [S.l.]: Alciléa Augusto, n. 6, 1 jan. 1985.

SÃO PAULO (Estado). Resolução SE 61, de 11 de novembro de 2014. Dispõe sobre a Educação Especial nas unidades escolares da rede estadual de ensino. **Diário Oficial do Estado de São Paulo**, Poder Executivo, São Paulo, 12 nov. 2014. Seção 1, p. 30.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Caderno do professor**: Matemática: Ensino Fundamental: 8ª série/9° ano. São Paulo, 2013. v. 2.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências matemáticas**: 8ª série. Versão preliminar. São Paulo, 1996.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Proposta curricular do Estado de São Paulo**. São Paulo, 2008. Disponível em: <http://www.rizomas.net/images/stories/artigos/PropostaCurricularGeral_Internet_md.pdf>. Acesso em: 21 jun. 2016.

SÃO PAULO(Estado). Secretaria da Educação. Fundação para o vestibular da UNESP. **Relatório pedagógico 2014 SARESP matemática**. São Paulo, 2014.

SILVA, M. N. P. **O surgimento da equação do 2º grau**. [Portal] Brasil Escola. Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/o-surgimento-equacao-2-o-grau.htm>. Acesso em: 21 jun. 2016.

WAGNER, E. **Revista Estágio dos Alunos Bolsistas – OBMEP 2005**, Rio de Janeiro, n. 6, 2005.

APENDICE A - Plano de Aula

Obtenção da fórmula de Bháskara, análise do discriminante e sua resolução.

Objetivos Gerais

Realizar a obtenção da fórmula de Bháskara pelo método de completar quadrados, utilizando a metodologia da Resolução de Problema. Mostrar que, dependendo do valor do discriminante, este determina o número de raízes da equação e aplicar a fórmula na resolução de alguns exercícios.

Objetivos Específicos

- Identificar, o problema a ser resolvido, montando a estratégia de resolução pelo método de completar quadrado, utilizando números e simultaneamente utilizando a álgebra e a geometria para seu melhor entendimento;
- Justificar, matematicamente, a resolução passo a passo;
- Resolver e encontrar a solução da Equação do 2º grau, utilizando a fórmula de Bháskara.

Conteúdo: Equação de 2º grau.

Habilidades e Competências:

- Interpretar enunciados de problemas;
- Utilizar a linguagem algébrica na representação de situações abordadas pelas questões que envolvem equação do 2º grau;
- Transpor ideias relacionadas à álgebra para a geometria;
- Utilizar a linguagem algébrica para exprimir a área de uma figura plana;

- Usar os conceitos sobre equações, raiz quadrada e potencia;
- Resolver Equação de 2º grau pelo método da aplicação da fórmula de Bháskara.

Público Alvo

1º Ensino Médio e Anos Finais do Ensino Fundamental.

Tempo Estimado

Quatro semanas.

Material

• Folhas de papel manilhas coloridas e cortadas em quadrados e retângulos, de forma que possam ilustrar os passos da resolução.

Sugestão para cada atividade:

- ❖ Um quadrado (4 cm X 4 cm) na cor verde;
- ❖ Dois retângulos (3 cm X 4 cm) na cor amarela;
- ❖ Um quadrado (3 cm X 3 cm) na cor laranja;
- ❖ Um retângulo (6 cm X 4 cm) na cor amarela.
- Lápis.
- Borracha.
- Régua.
- Folhas sulfites ou folhas de caderno dos alunos
- Cola.

Desenvolvimento

• 1ª etapa: Dividir os alunos em grupos de quatro pessoas. Em seguida, distribuir o material que irão utilizar;

• 2ª etapa: solicitar que façam as resoluções, observando os passos de Polya (Entender o problema, montar o plano, executar o plano e fazer retrospecto), onde os alunos deverão:

- ✓ Solucionar a Equação do 2º grau, encontrando a fórmula de Bháskara, utilizando o mesmo raciocínio com o auxilio do professor que poderá realizar o exercício em quadro negro de forma expositiva e dialogada, caso os alunos não consigam, devido as operações algébricas necessárias;
- ✓ Analisar o valor do discriminante (negativo, positivo ou igual à zero), justificando a quantidade de raízes obtidas;
- ✓ Resolver a equação, ou seja, encontrar a solução da Equação do 2º grau, utilizando a fórmula de Bháskara.
- ✓ Validar a solução encontrada.

O papel do professor será de auxílio e intervenção em cada passo descrito acima, e em cada atividade proposta, revendo o conceito de áreas, o cálculo de raiz quadrada e da potência (ao quadrado), quando necessário e à medida que surgirem dúvidas dos estudantes.

Avaliação

O processo de avaliação será realizado durante toda a aplicação da atividade proposta, através da observação do posicionamento do aluno, isto é, postura perante o trabalho em grupo, questionamentos, organização de suas ideias na forma escrita e na socialização dos resultados.

Serão também aplicadas as questões diagnósticas, para que, através delas possamos justificar e concluir se houve ou não aprendizagem efetiva.

APENDICE B - Atividades propostas.

Atividade1

Resolva simultaneamente esses dois problemas, um ao lado do outro:

Problema 1

A área de um quadrado de lado igual a 5, acrescido de oito vezes o seu lado é igual a 65. Use o método de completar quadrado, usando a forma geométrica e obtenha a medida do lado do novo quadrado.

Problema 2

A área de um quadrado de lado igual a x, acrescido de oito vezes o seu lado é igual a 65. Use o método de completar quadrado, usando a forma geométrica e obtenha o valor de x.

Atividade 2

Resolva a equação $3x^2 + 8x + 5 = 0$

Atividade 3

Resolva a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, assim estará resolvendo todas as equações do 2º grau.

Atividade 4

Considere o valor da expressão $b^2 - 4ac$ e faça uma análise com a fórmula de Bháskara e justifique as afirmações acima.

Atividade 5

Diante de uma lista de equações de 2ª grau para resolver, um aluno começou calculando o valor da expressão $b^2 - 4ac$, para cada equação e encontrou os seguintes valores:

i)-4

ii)36

iii)0

iv)25/9

v)81

vi)-64

vii)200

viii)100

Responda e justifique suas respostas:

a)Quais das equações dadas admitem duas raízes reais distintas?

b)Quais das equações dadas admitem duas raízes reais idênticas?

c)Quais das equações dadas não admitem raízes reais?

Atividade 6

Resolva as equações a seguir aplicando a fórmula de Bháskara, lembrando que a equação do 2º grau pode ter duas raízes reais distintas, uma raiz real dupla, ou nenhuma raiz real.

$a)\ x(x+3)^2 = 64$

$b)\ 3x^2 = 5x$

$c)\ x^2 - 16 = 0$

$d)\ x(x+5) = 300$

$e)\ x^2 - 5x = 24$

$f)\ (x+3)(x+5) = 195$

APENDICE C - Atividades propostas e suas resoluções.

Atividade 1:

Resolva simultaneamente esses dois problemas, um ao lado do outro:

Problema 1:

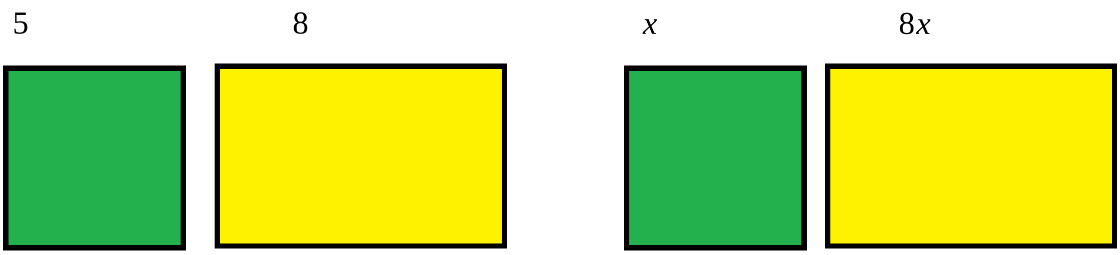
A área de um quadrado de lado igual a 5, acrescido de oito vezes o seu lado é igual a 65. Use o método de completar quadrado, usando a forma geométrica e obtenha a medida do lado do novo quadrado.

Problema 2:

A área de um quadrado de lado igual a x, acrescido de oito vezes o seu lado é igual a 65. Use o método de completar quadrado, usando a forma geométrica e obtenha o valor de x.

Resolução:

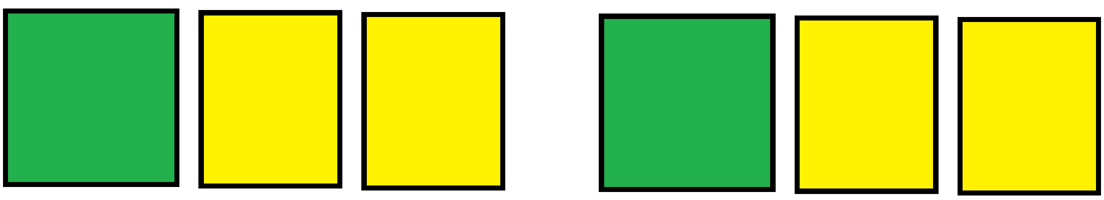
Interpretando como área de um quadrado e área do retângulo, podemos escrever da seguinte forma:



Temos:

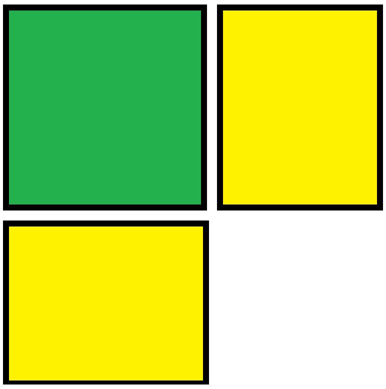
$25 \quad + \quad 40 \quad = \quad 65$ $\qquad\qquad$ $x^2 \quad + \quad 8x \quad = \quad 65$

Dividindo o retângulo ao meio temos dois retângulos com a metade do valor inicial, assim:

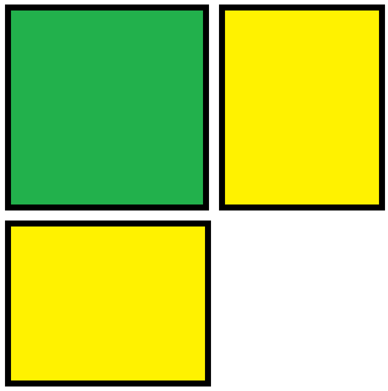


$25 \quad + \quad 20 \quad + \quad 20 \; = \; 65$ $\qquad\qquad$ $x^2 \quad + \quad 4x \quad + \quad 4x \; = \; 65$

Cada retângulo deverá ser arranjado de modo que fique justaposto a dois lados do quadrado. Nesta composição a área permanece a mesma.

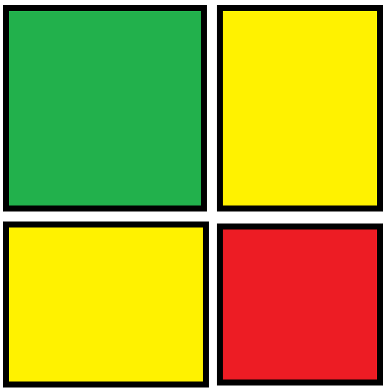


$25 \quad + \quad 20 \quad + \quad 20 = 65$



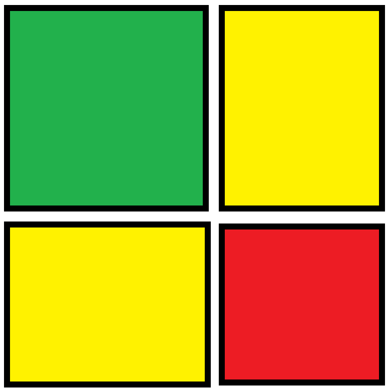
$x^2 \quad + \quad 4x \quad + \quad 4x = 65$

Para completar o quadrado precisamos acrescentar um quadrado no canto da figura de medida $4 \cdot 4$ que é igual a 16.



$25+20+20+16=65+16$

$81 = 81$(sentença verdadeira)



$x^2 + 4x + 4x + 16 = 65+16$

$x^2+8x+16=81$

Como a nova área é igual a 81, a medida do lado do novo quadrado é $\sqrt{81}=9$.

Portanto, o lado do quadrado será igual a 9 e então como tínhamos $x+4=9$, temos que $x=9-4=5$.

Algebricamente, da equação, $x^2+8x+16=81$ temos então:

$$(x+4)^2 = 81 \Rightarrow x+4 = \pm\sqrt{81} \Rightarrow x+4 = \pm 9 \qquad \begin{cases} x' = 9-4 = 5 \\ \\ x'' = -9-4 = -13 \end{cases}$$

Verificação:

Em $(x+4)^2 = 81$, temos:

Para $x = 5 \rightarrow (5+4)^2 = 81 \rightarrow 9^2 = 81$ (verdadeiro)

Para $x = -13 \rightarrow (-13+4)^2 = 81 \rightarrow (-9)^2 = 81$ (verdadeiro)

Também podemos verificar em $x^2 + 8x = 65$, da seguinte forma

Para $x = 5 \rightarrow 5^2 + 8.5 = 65 \rightarrow 25 + 40 = 65$ (verdadeiro)

Para $x = -13 \rightarrow (-13)^2 + 8.(-13) = 65 \rightarrow 169 + (-104) = 65$ (verdadeiro)

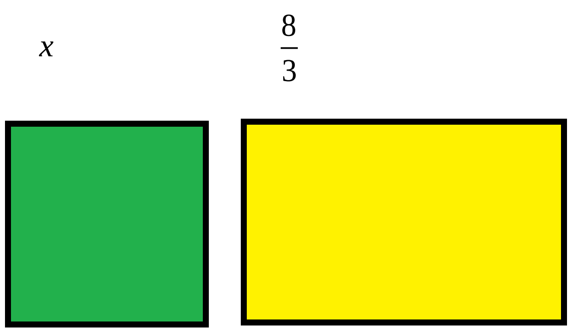
Atividade 2

Resolva a equação $3x^2 + 8x + 5 = 0$.

Neste caso percebemos que $3x^2$ não é um quadrado perfeito, mas se dividirmos a equação por 3 :

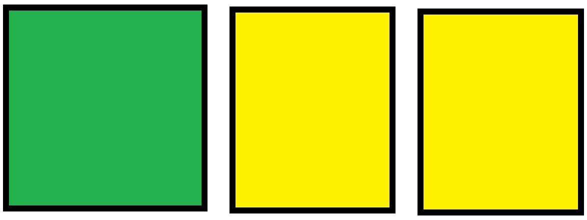
$$x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{5}{3} = \frac{0}{3} \quad \leftrightarrow \quad x^2 + \frac{8}{3}x = -\frac{5}{3} \text{ (aplicando o princípio aditivo)}$$

Interpretando como área de um quadrado e área do retângulo, podemos escrever da seguinte forma:



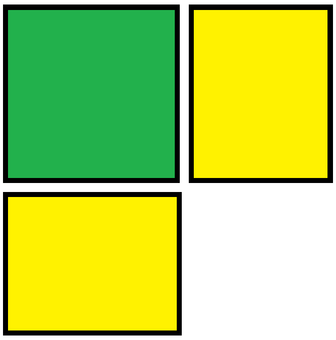
$$x^2 + \frac{8}{3}x = -\frac{5}{3}$$

Dividindo o retângulo ao meio temos dois retângulos com a metade do valor inicial, assim:



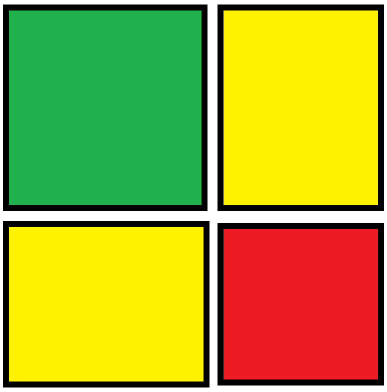
$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}x = -\frac{5}{3}$$

Cada retângulo deverá ser arranjado de modo que fique justaposto a dois lados do quadrado. Nesta composição a área permanece a mesma.



$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}x = -\frac{5}{3}$$

Para completar o quadrado precisamos acrescentar um quadrado no canto da figura de medida $\frac{4}{3} \bullet \frac{4}{3}$ que é igual a $\frac{16}{9}$.



$$x^2 + \frac{4}{3}\ x + \frac{4}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{5}{3} + \frac{16}{9}$$

Resolvendo percebe-se que temos:

$$x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = \frac{1}{9}$$

Como a nova área é igual a $\frac{1}{9}$, a medida do lado do novo quadrado é $\sqrt{\frac{1}{9}} = \pm\frac{1}{3}$.

Portanto, o lado do quadrado será igual a $\frac{1}{3}$ e então como tínhamos $x + \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$, temos que

$x = \frac{1}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{3}{3} = -1.$

Algebricamente, da equação, $x^2 + \left(\frac{8}{3}\right)x + \frac{16}{9} = \frac{1}{9}$ temos então:

$$\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \rightarrow x + \frac{4}{3} = \pm\sqrt{\frac{1}{9}} \rightarrow x + \frac{4}{3} = \pm\frac{1}{3} \qquad \begin{cases} x' = \frac{1}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{3}{3} = -1 \\ \\ x'' = -\frac{1}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Verificação:

Em $\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$, temos:

Para $x = -\frac{5}{3} \rightarrow \left(-\frac{5}{3} + \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ (verdadeiro)

Para $x = -1 \rightarrow \left(-1 + \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ (verdadeiro)

Também podemos verificar em $x^2 + \left(\frac{8}{3}\right)x = -\frac{5}{3}$, da seguinte forma

Para $x = -\frac{5}{3} \rightarrow \left(-\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{8}{3}\right)\cdot\left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{5}{3} \rightarrow \frac{25}{9} - \frac{40}{9} = -\frac{5}{3} \rightarrow -\frac{15}{9} = -\frac{5}{3}$ (verdadeiro)

Para $x = -1 \rightarrow (-1)^2 + \left(\frac{8}{3}\right)\cdot(-1) = -\frac{5}{3} \rightarrow 1 - \frac{8}{3} = -\frac{5}{3} \rightarrow -\frac{5}{3} = -\frac{5}{3}$ (verdadeiro)

Logo, $V=\left\{-1\,,-\frac{5}{3}\right\}$

Atividade 3

Resolva a equação $ax^2+bx+c=0$ com $a\neq\ 0$, assim estará resolvendo todas as equações do 2º grau.

Resolução:

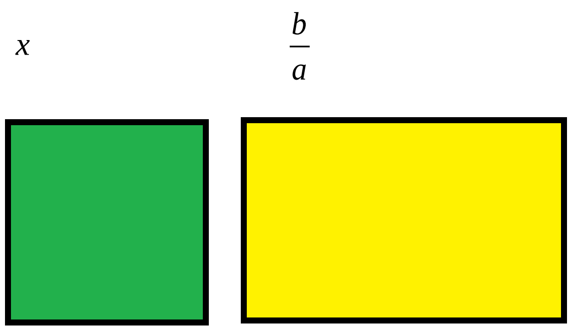
A equação geral pode ser escrita na forma:

$ax^2+bx=-c$

Ou ainda:

$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$

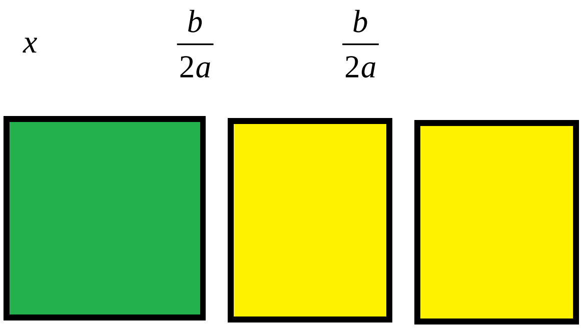
Observe que a equação tem a seguinte forma geométrica:



Dividindo o retângulo pela metade obtemos a metade de $\frac{b}{a}$. Assim

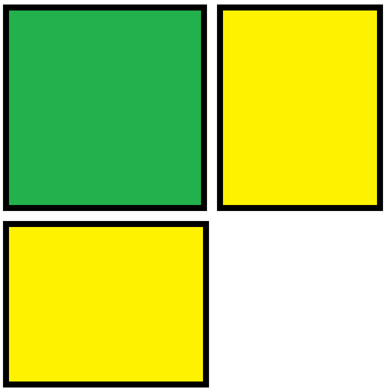
$$\frac{b}{a}\div 2=\frac{b}{2a}$$

Na forma geométrica temos:



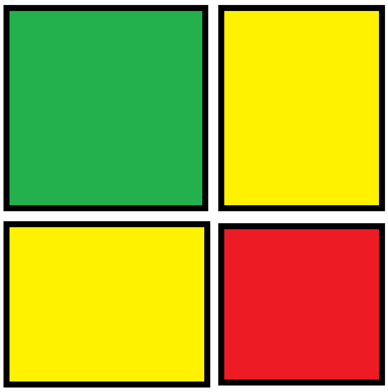
$$x^2+\frac{b}{2a}x+\frac{b}{2a}x=-\frac{c}{a}$$

Dispondo as figuras de modo a formar um quadrado, obtemos:



que também possui o valor de $x^2+\frac{b}{2a}x+\frac{b}{2a}x=-\frac{c}{a}$.

Percebemos que falta um quadrado de lado $\frac{b}{2a}$, ou seja $\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}$.



Somando ambos os membros da igualdade, logo temos:

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$. Porém $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$.

Substituindo na equação, encontramos:

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x=\frac{-b}{2a}\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$ que é a fórmula de Bháskara.

Porém antes do aluno aplicar a fórmula por completo, convém calcular o valor da expressão b^2-4ac, pois, dependendo do valor da expressão, podemos concluir que:

- A equação admite duas raízes reais distintas;
- A equação admite duas raízes reais idênticas;
- A equação não admite raízes reais.

Atividade 4:

Considere o valor da expressão b^2-4ac e faça uma análise com a fórmula de Bháskara e justifique as afirmações acima.

Resolução

Como b^2-4ac é o radicando de uma raiz quadrada podemos verificar que se for:

- Igual a zero, observamos que somando ou subtraindo $(-b)$ por zero o resultado é o mesmo. Portanto temos duas raízes idênticas;
- Positivo, observamos que vamos subtrair ou somar o valor da raiz quadrada deste discriminante, obtendo duas raízes distintas;
- Negativo, observamos que é impossível extrair sua raiz quadrada, portanto não admite raízes reais.

Atividade 5

Diante de uma lista de equações de 2ª grau para resolver, um aluno começou calculando o valor da expressão b^2-4ac, para cada equação e encontrou os seguintes valores:

$i)-4$

$ii)36$

$iii)0$

$iv)\frac{25}{9}$

$v)81$

$vi)-64$

$vii)200$

$viii)100$

Responda e justifique suas respostas:

$a)$ Quais das equações dadas admitem duas raízes reais distintas?

$b)$ Quais das equações dadas admitem duas raízes reais idênticas?

$c)$ Quais das equações dadas não admitem raízes reais?

Resolução

$a)$ ii, v, vii e viii

$b)$ iii, apenas,

$c)$ i e vi

As justificativas passam pelos valores e pelos sinais do discriminante.

Atividade 6

Resolva as equações a seguir aplicando a fórmula de Bháskara, lembrando que a equação do 2º grau pode ter duas raízes reais distintas, uma raiz real dupla, ou nenhuma raiz real.

$a)x(x+3)^2 = 64$

$b)3x^2 = 5x$

$c)x^2 - 16 = 0$

$d)x(x+5) = 300$

$e)x^2 - 5x = 24$

$f)(x+3)(x+5) = 195$

Respostas:

$a)S = \{-11,5\}$

$b)S = \{0,\ 5/3\}$

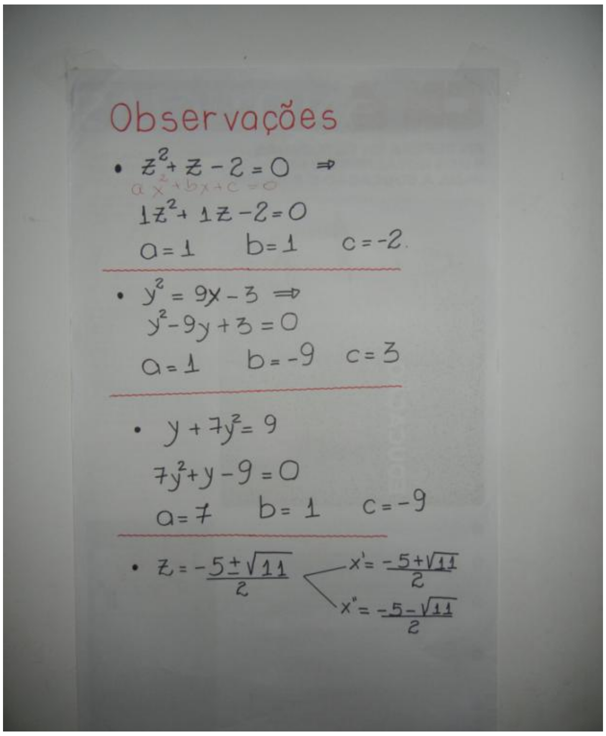
$c)S = \{-4,\ 4\}$

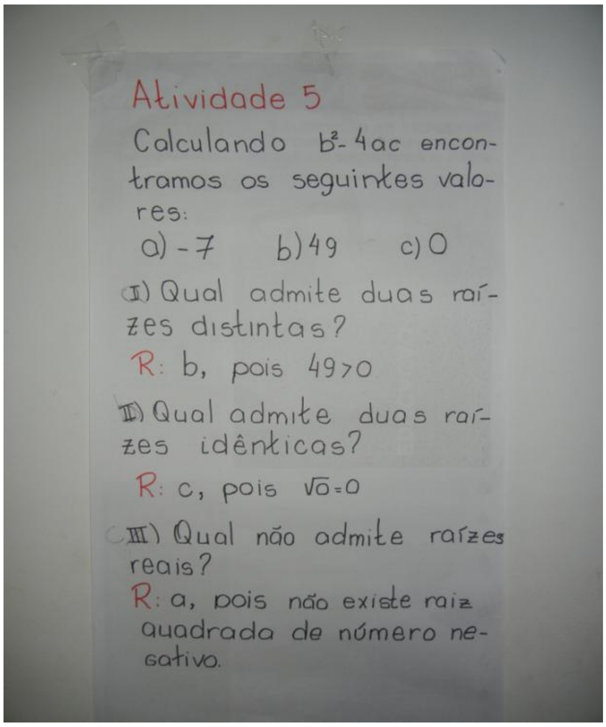
$d)S = \{-20,\ 15\}$

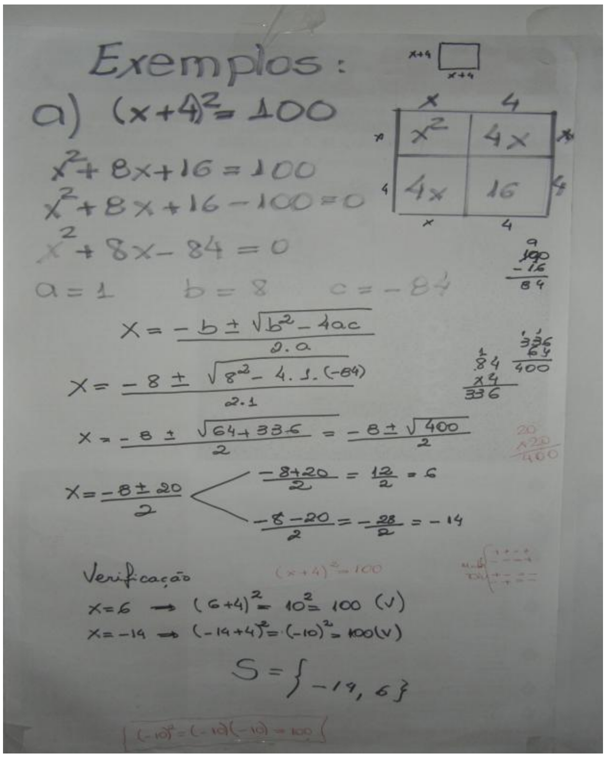
$e)S = \{-3,8\}$

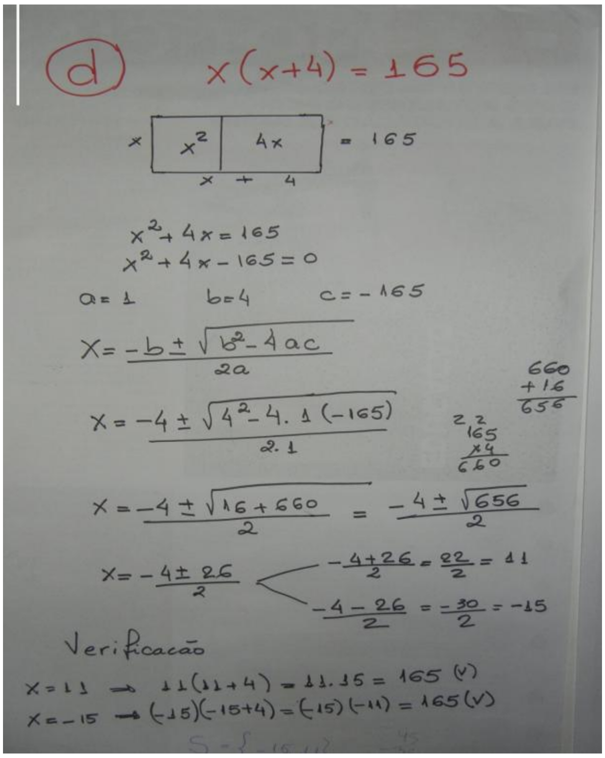
$f)S = \{-18,10\}$

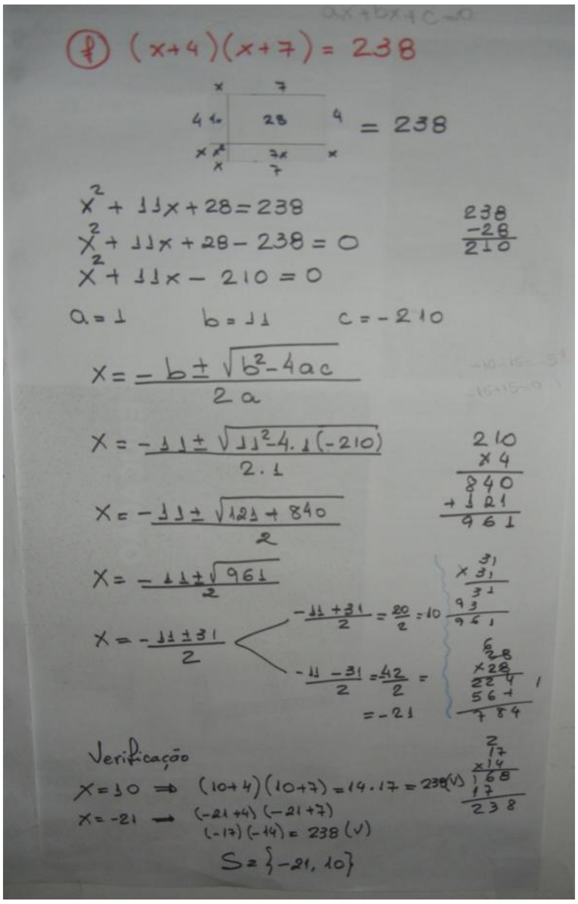
APENDICE D –Alguns cartazes utilizados como demonstração de problemas correlatos











$ax^2+bx+c=0$

(f) $(x+4)(x+7)=238$

	x	7	
4	4x	28	4
x	x^2	7x	x
	x	7	

$= 238$

$x^2+11x+28=238$

$x^2+11x+28-238=0$

$x^2+11x-210=0$

$238 - 28 = 210$

$a=1 \quad b=11 \quad c=-210$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-11\pm\sqrt{11^2-4.1(-210)}}{2.1}$$

$210 \times 4 = 840$

$840 + 121 = 961$

$$x=\frac{-11\pm\sqrt{121+840}}{2}$$

$$x=\frac{-11\pm\sqrt{961}}{2}$$

$31 \times 31 = 961$

$$x=\frac{-11\pm 31}{2}$$

$$\frac{-11+31}{2}=\frac{20}{2}=10$$

$$\frac{-11-31}{2}=\frac{-42}{2}=-21$$

$28 \times 28 = 784$

Verificação

$x=10 \Rightarrow (10+4)(10+7)=14.17=238$ (V)

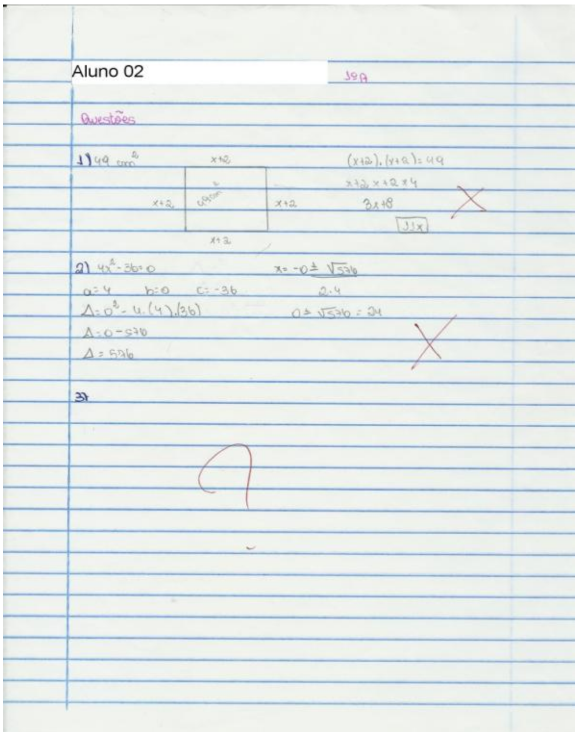
$x=-21 \rightarrow (-21+4)(-21+7)$

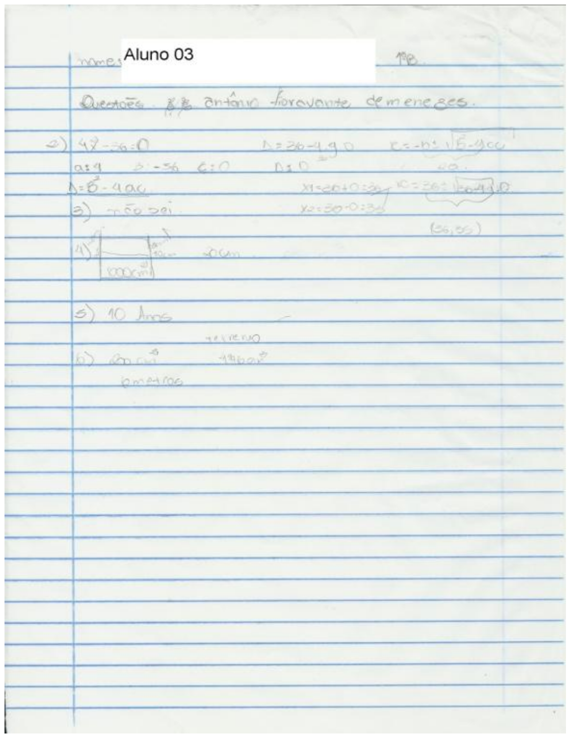
$(-17)(-14)=238$ (V)

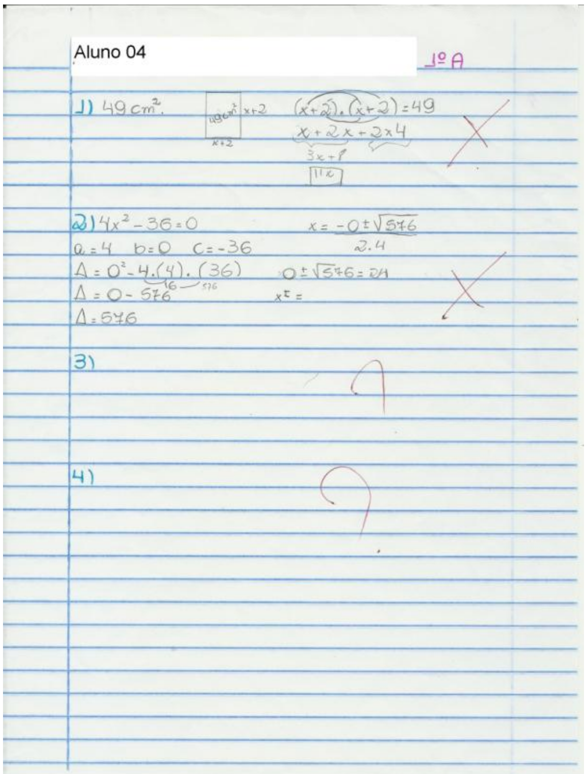
$17 \times 14 = 238$

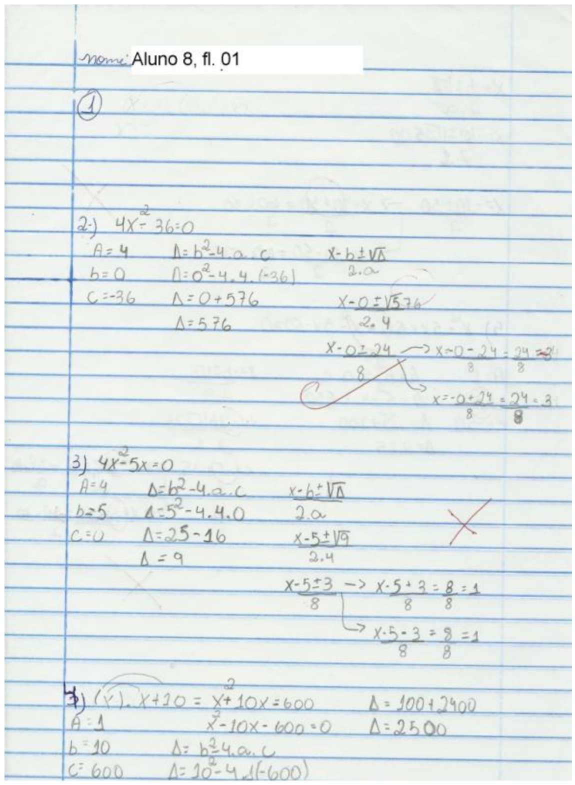
$S=\{-21, 10\}$

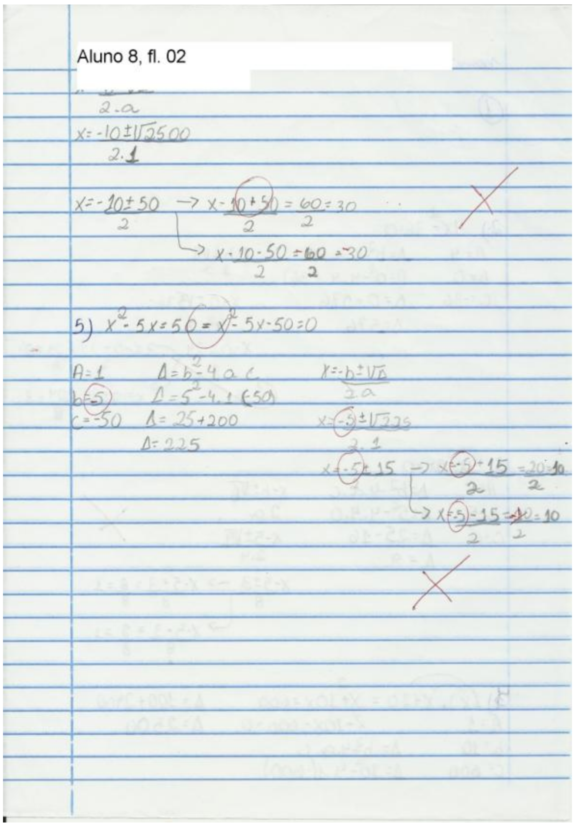
ANEXO A – Algumas fotos da Avaliação Diagnóstica feita por alunos do 1ª ano A










Aluno 8, fl. 02

$$\frac{\ldots}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{2500}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-10 \pm 50}{2} \rightarrow x = \frac{10 + 50}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

$$\rightarrow x = \frac{10 - 50}{2} = \frac{60}{2} = -30$$

5) $x^2 - 5x = 50 = x^2 - 5x - 50 = 0$

$A = 1$ $\quad \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ $\quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$b = 5$ $\quad \Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-50)$ $\quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{225}}{2 \cdot 1}$

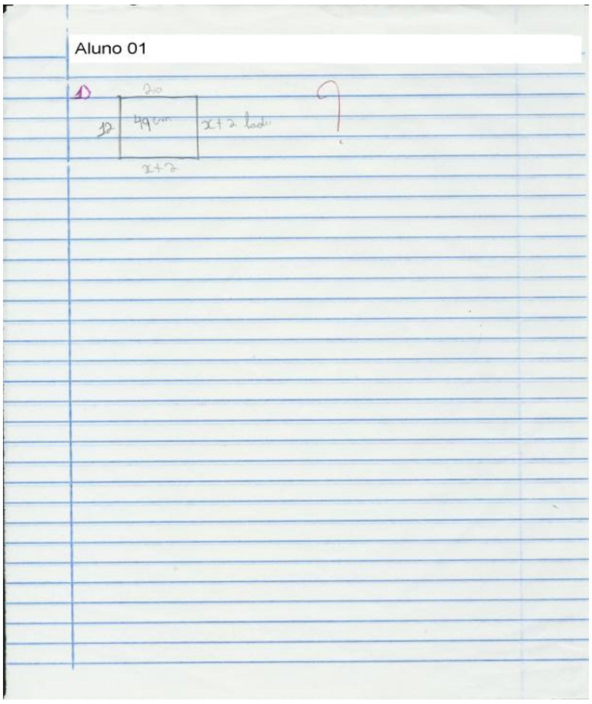
$c = -50$ $\quad \Delta = 25 + 200$

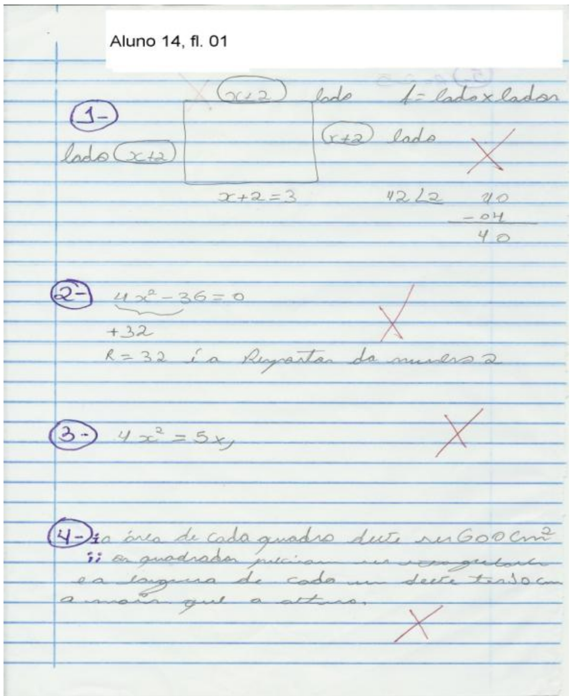
$\Delta = 225$

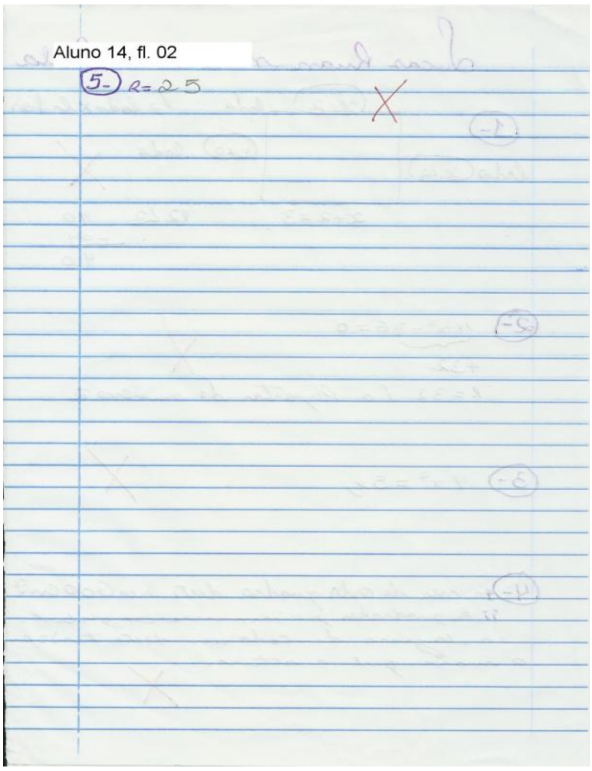
$$x = -5 \pm 15 \rightarrow x = \frac{-5 + 15}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

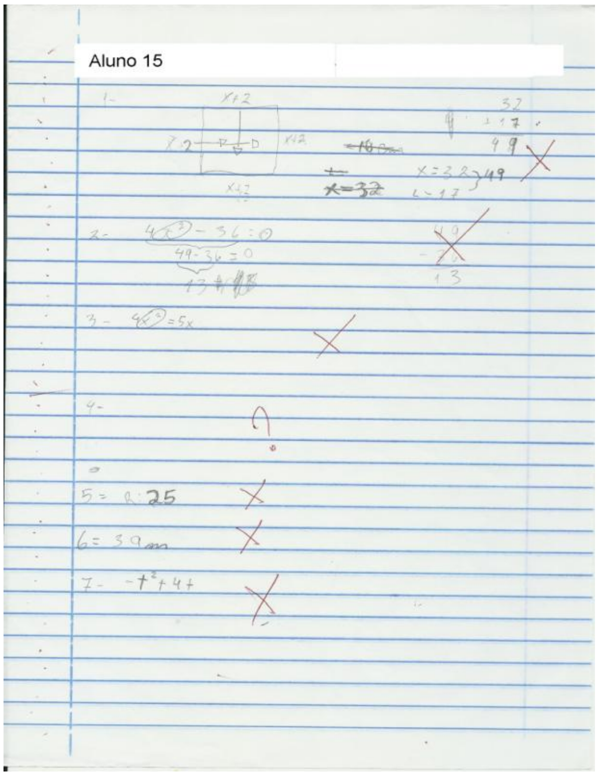
$$\rightarrow x = \frac{5 - 15}{2} = \frac{-10}{2} = 10$$

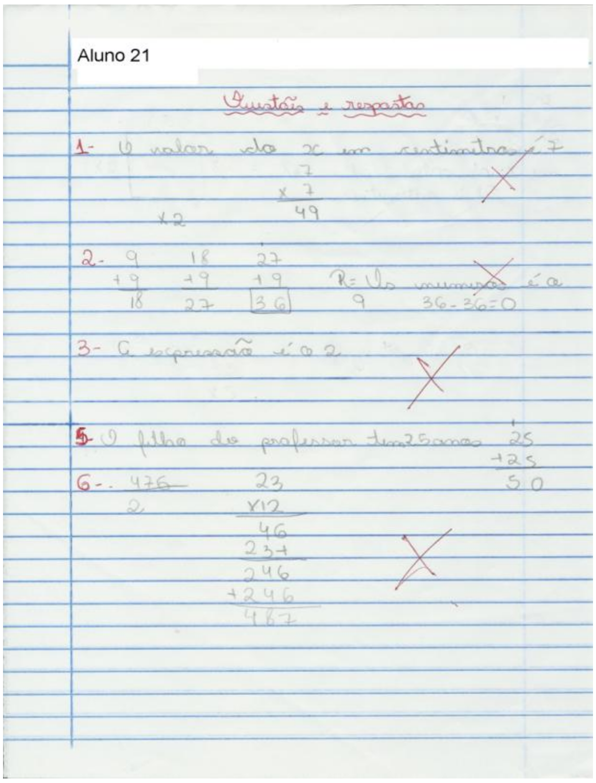
ANEXO B - Algumas fotos da avaliação diagnóstica feita por alunos do 9º A

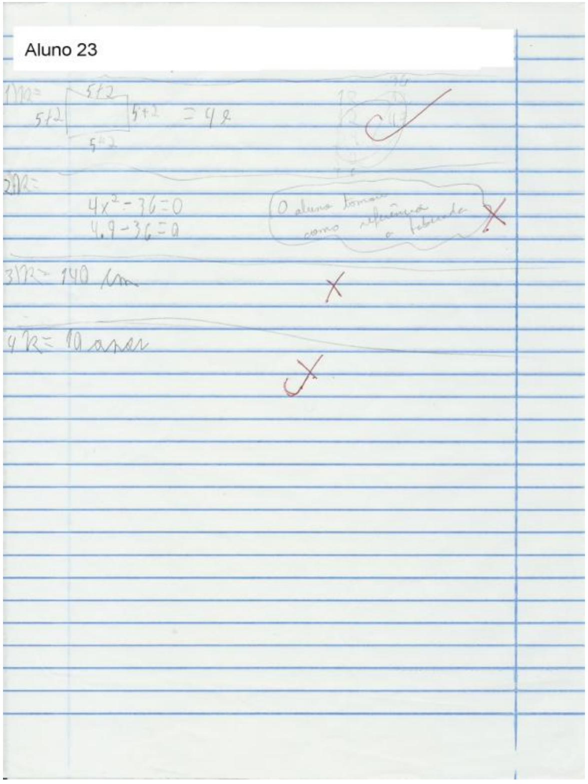




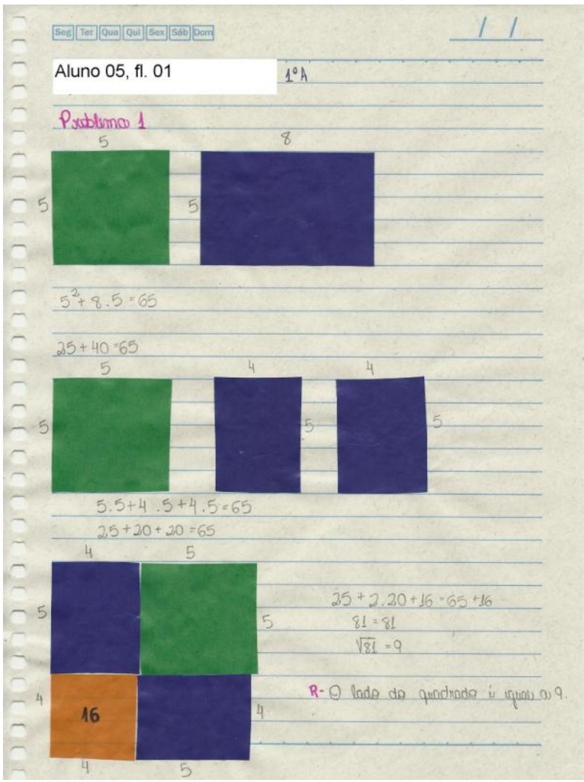


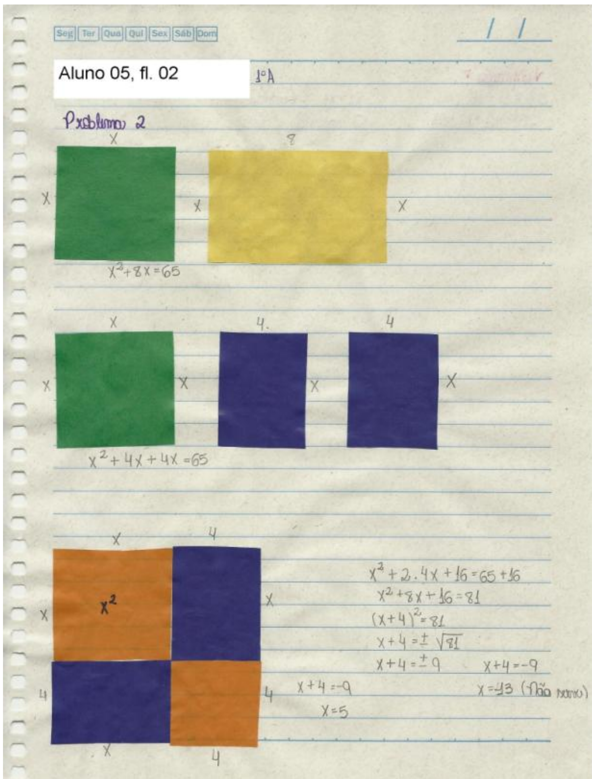


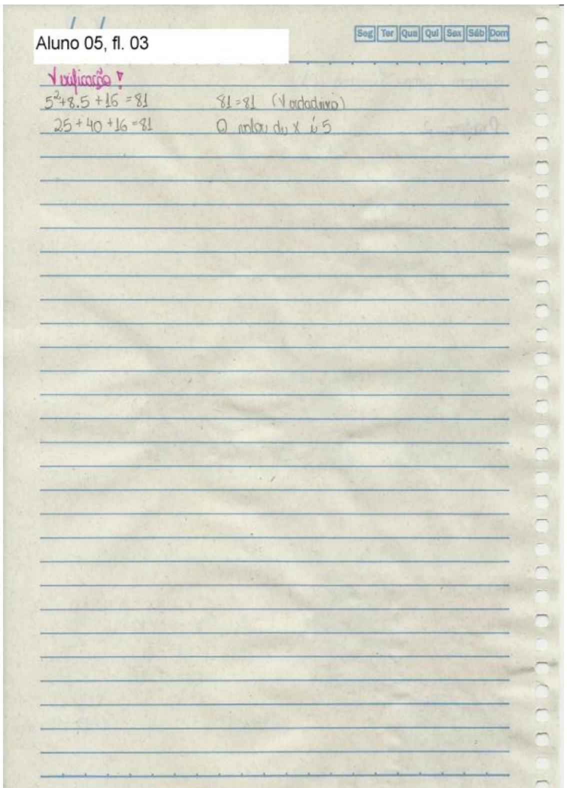

Aluno 21
Questões e respostas
1- O valor do x em centímetro é 7
7
x 7
49
x 2
2- 9 18 27
+9 +9 +9
18 27 36
R= Os números é a 9
36-36=0
3- A expressão é o 2
5- O filho do professor tem 25 anos
25
+25
50
6- 476
2
23
x12
46
23+
246
+246
487

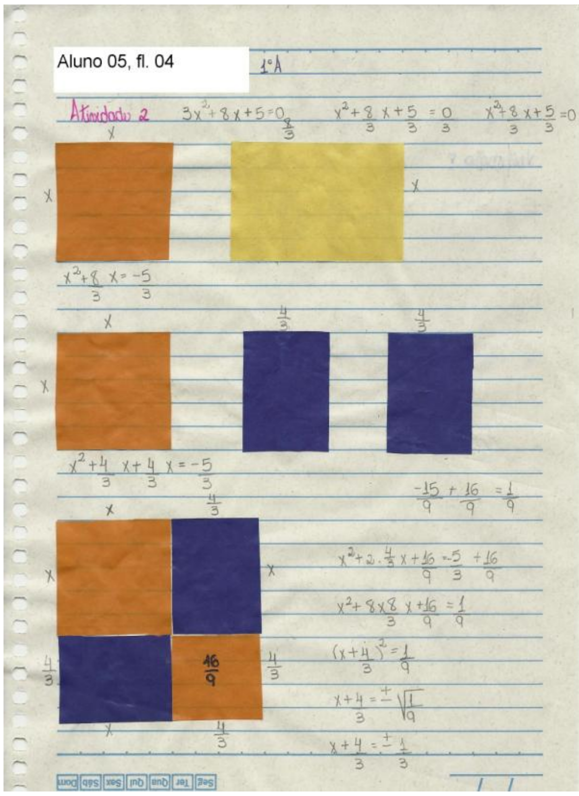

Aluno 23
1R=
= 49
2R=
4x² - 36 = 0
4.9 - 36 = 0
O aluno tomou como referência a tabuada
3R= 140 cm
4R= 10 anos

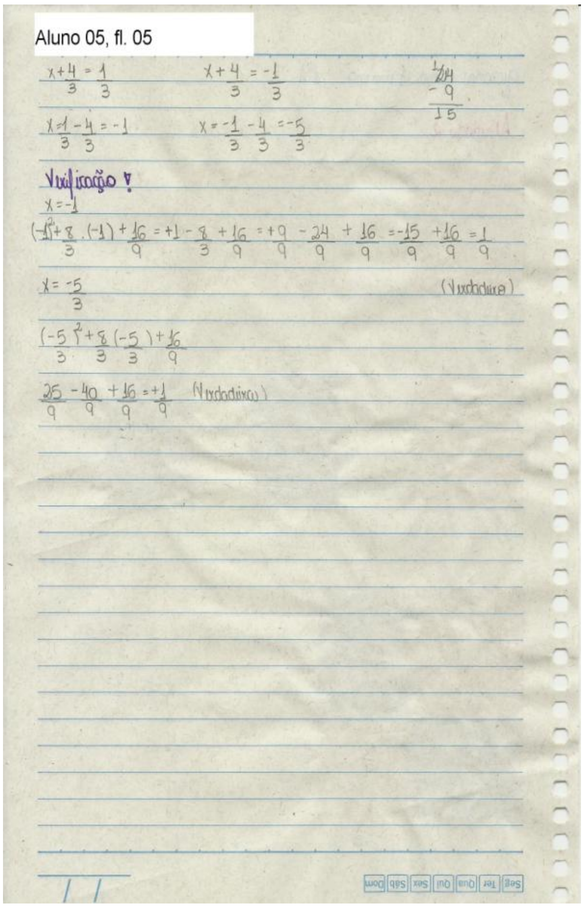
ANEXO C – Fotos das atividades desenvolvidas por um aluno do 1º A.











Aluno 05, fl. 05

$x + \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$ $\quad$ $x + \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$ $\quad$ $24 - 9 = 15$

$x = \frac{1}{3} - \frac{4}{3} = -1$ $\quad$ $x = -\frac{1}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{5}{3}$

Verificação!

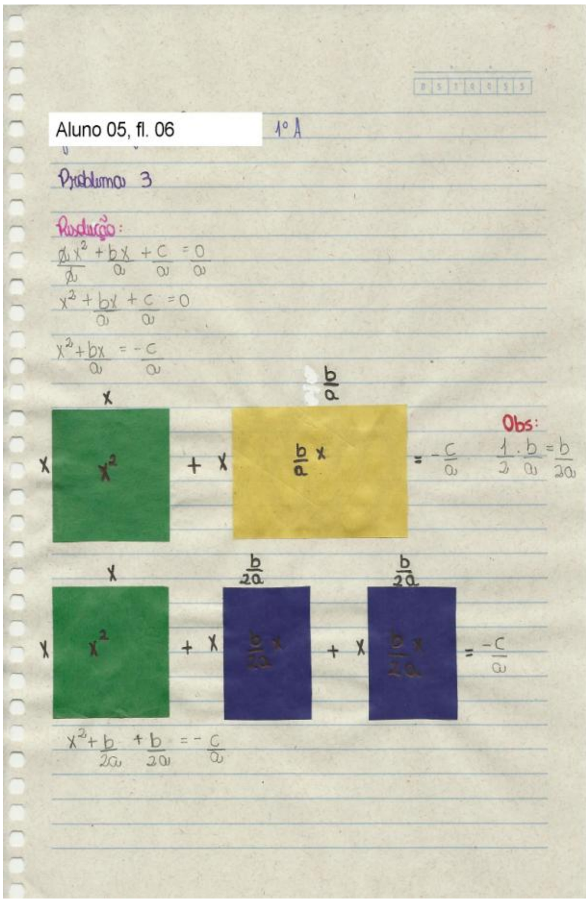
$x = -1$

$(-1)^2 + \frac{8}{3} \cdot (-1) + \frac{16}{9} = +1 - \frac{8}{3} + \frac{16}{9} = +\frac{9}{9} - \frac{24}{9} + \frac{16}{9} = -\frac{15}{9} + \frac{16}{9} = \frac{1}{9}$

$x = -\frac{5}{3}$ (Verdadeira)

$\left(-\frac{5}{3}\right)^2 + \frac{8}{3}\left(-\frac{5}{3}\right) + \frac{16}{9}$

$\frac{25}{9} - \frac{40}{9} + \frac{16}{9} = +\frac{1}{9}$ (Verdadeira)



Aluno 05, fl. 06 1° A

Problema 3

Resolução:

$\frac{\cancel{a}x^2}{\cancel{a}} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$

$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$

$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$

x $\quad$ $\frac{b}{a}$

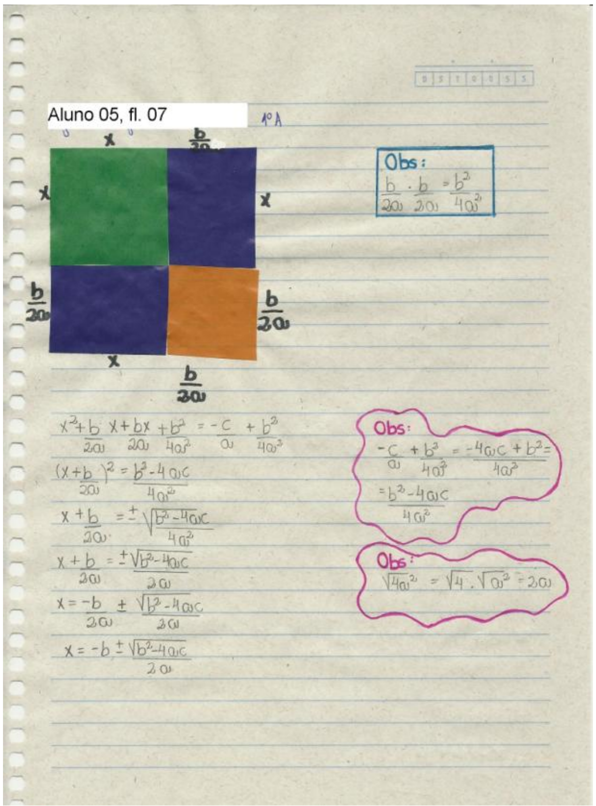
x x^2 $+ x$ $\frac{b}{a}x$ $= -\frac{c}{a}$

Obs: $\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a} = \frac{b}{2a}$

x $\quad$ $\frac{b}{2a}$ $\quad$ $\frac{b}{2a}$

x x^2 $+ x$ $\frac{b}{2a}x$ $+ x$ $\frac{b}{2a}x$ $= \frac{-c}{a}$

$x^2 + \frac{b}{2a} + \frac{b}{2a} = -\frac{c}{a}$



Aluno 05, fl. 07 1° A

x $\quad$ $\frac{b}{2a}$ $\quad$ x $\quad$ x $\quad$ $\frac{b}{2a}$ $\quad$ $\frac{b}{2a}$ $\quad$ x $\quad$ $\frac{b}{2a}$

Obs: $\frac{b}{2a} \cdot \frac{b}{2a} = \frac{b^2}{4a^2}$

$x^2 + \frac{b}{2a}x + \frac{bx}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$

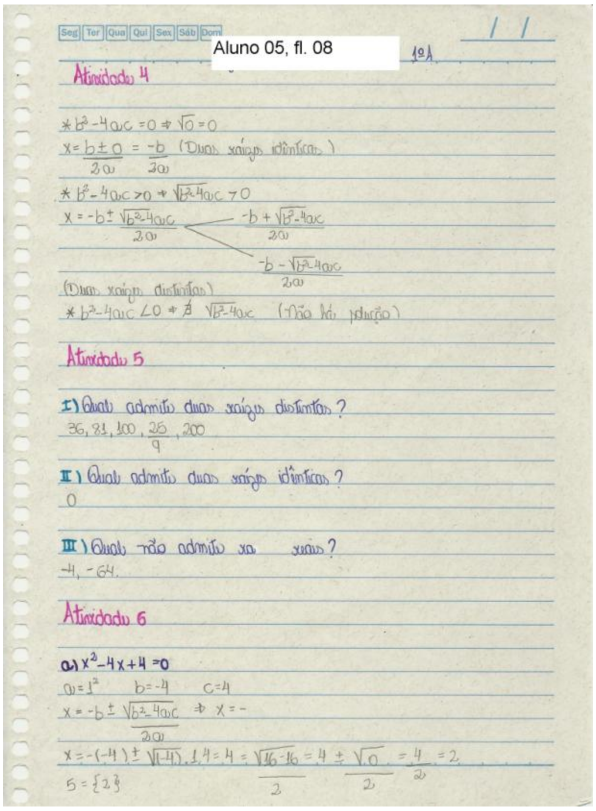
$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Obs: $-\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{-4ac + b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

Obs: $\sqrt{4a^2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{a^2} = 2a$



Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom Aluno 05, fl. 08 1° A / /

Atividade 4

$* \; b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow \sqrt{0} = 0$

$x = \frac{b \pm 0}{2a} = \frac{-b}{2a}$ (Duas raízes idênticas)

$* \; b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow \sqrt{b^2 - 4ac} > 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ → $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

(Duas raízes distintas)

$* \; b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow \nexists \sqrt{b^2 - 4ac}$ (Não há solução)

Atividade 5

I) Qual admite duas raízes distintas?

36, 81, 100, $\frac{25}{9}$, 200

II) Qual admite duas raízes idênticas?

0

III) Qual não admite ra[...] reais?

-4, -64.

Atividade 6

a) $x^2 - 4x + 4 = 0$

$a = 1^2 \quad b = -4 \quad c = 4$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = -$

$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$S = \{2\}$

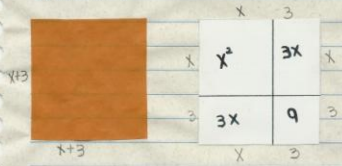
Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom / /

Aluno 05, fl. 09

Atividade 6

Resolva as equações pela fórmula de Bháskara:

a) $(x+3)^2=64$



$x^2+6x+9=64$

$x^2+6x+9-64=0$

$x^2+6x-55=0$

$\begin{array}{r} 55 \\ \times 4 \\ \hline 220 \end{array}$

$a=3 \quad b=6 \quad c=-55$

$x=\frac{6\pm\sqrt{6^2-4ac}}{2.a}$

$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4.1(-55)}}{2.1}$

$x=\frac{-6\pm\sqrt{36+220}}{2}=\frac{-6\pm\sqrt{256}}{2}$

$x=\frac{-6\pm16}{2}$ ⟨ $\frac{-6+16}{2}=\frac{+10}{2}=+5$; $\frac{-6-16}{2}=\frac{-22}{2}=-11$

Aluno 05, fl. 10 / / Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom

Verificação!

$x=5 \Rightarrow (5+3)^2=8^2=64$ (V)

$x=-11 \Rightarrow (11+3)^2=(-8)^2=64$ (V

b) $3x^2=5x$

$3x^2-5x=0$

$a=3 \quad b=-5 \quad c=0$

$x=\frac{b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2a}$

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4.3.0}}{2.3}$

$x=\frac{5\pm\sqrt{25}}{6}=\frac{5\pm5}{6}$ ⟨ $\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$; $\frac{0}{6}=0$.

Verificação

$x=\frac{5}{3} \Rightarrow 3\left(\frac{5}{3}\right)^2=5.\frac{5}{3}$

$\frac{75}{9}=\frac{25}{3}$

$x=0$

$3.0^2=5.0$

$0=0$ (V)

Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom / /

Aluno 05, fl. 11

c) $x^2-16=0$

$x^2+0x-16=0$

$a=1 \quad b=0 \quad c=-16$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$

$x=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4.1(-16)}}{2.1}$

$x=\frac{\pm\sqrt{64}}{2}=\frac{\pm8}{2}$ ⟨ $\frac{8}{2}=4$; $\frac{-8}{2}=-4$

Verificação

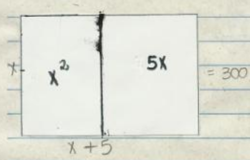
$x=4 \Rightarrow 4^2-16=16-16=0$ (V)

$x=-4 \Rightarrow (-4)^2-16=+16-16=0$ (V)

Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom / /

Aluno 05, fl. 12

d) $x(x+5)=300$



$x^2+5x=300$

$x^2+5x-300=0$

$a=1 \quad b=5 \quad c=-300$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4.1(-300)}}{2.1}$

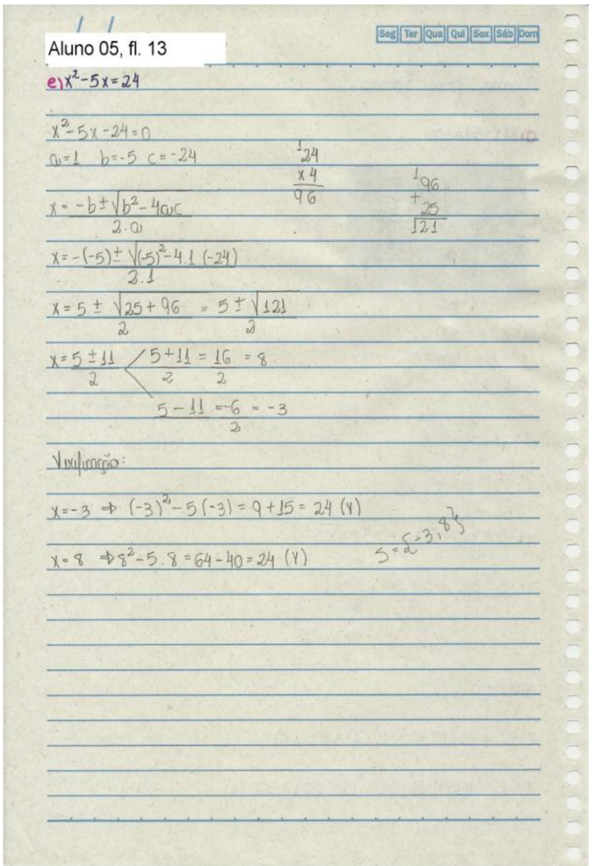
$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+1200}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{1225}}{2}$

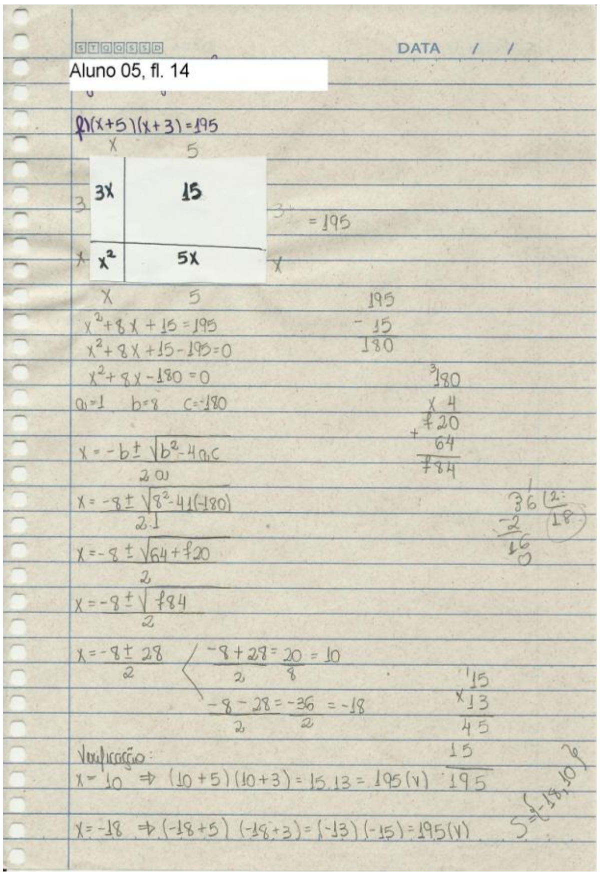
$x=\frac{-5\pm35}{2}$ ⟨ $\frac{-5+35}{2}=\frac{30}{2}=15$; $\frac{-5-35}{2}=\frac{-40}{2}=-20$

Verificação

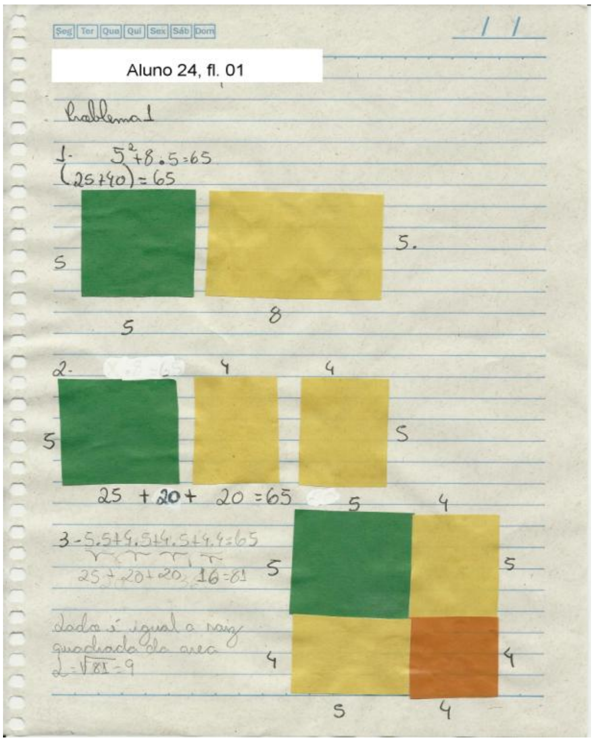
$x=15 \Rightarrow 15(15+5)=15.20=300$ (V)

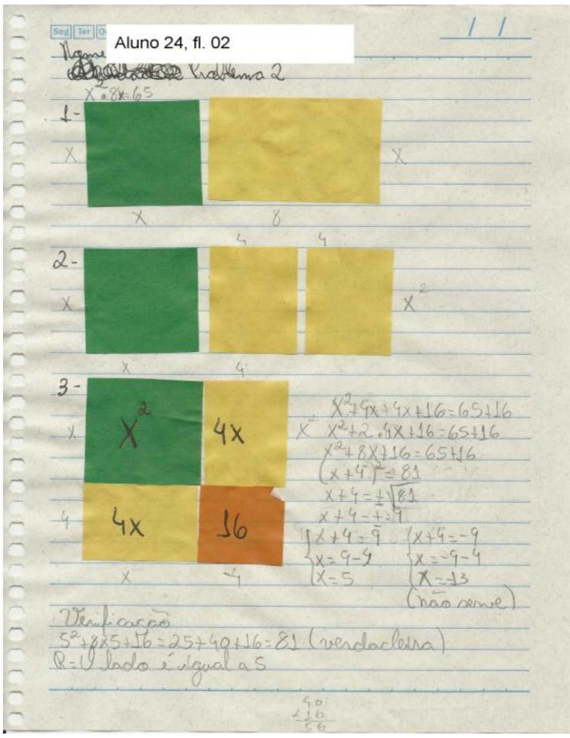
$x=-15 \Rightarrow (-15)(-15+5)=(-15)(-20)=-300$ (V)

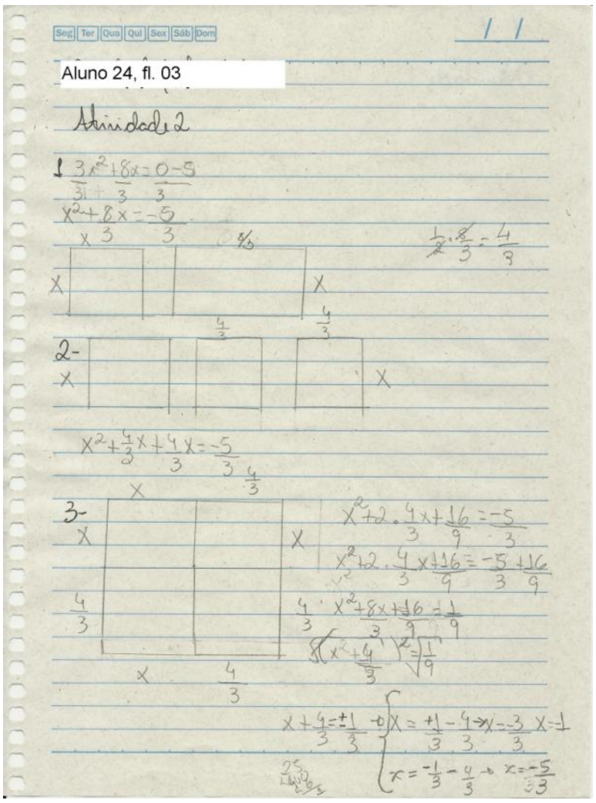

Aluno 05, fl. 13
Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom
e) x²-5x=24
x²-5x-24=0
a=1 b=-5 c=-24
x = -b ± √b²-4ac / 2·a
x = -(-5) ± √(-5)²-4.1(-24) / 2.1
x = 5 ± √25+96 / 2 = 5 ± √121 / 2
x = 5 ± 11 / 2
5+11 / 2 = 16 / 2 = 8
5-11 / 2 = -6 / 2 = -3
Verificação:
x=-3 ⇒ (-3)²-5(-3) = 9+15 = 24 (V)
x=8 ⇒ 8²-5.8 = 64-40 = 24 (V)
S={-3, 8}

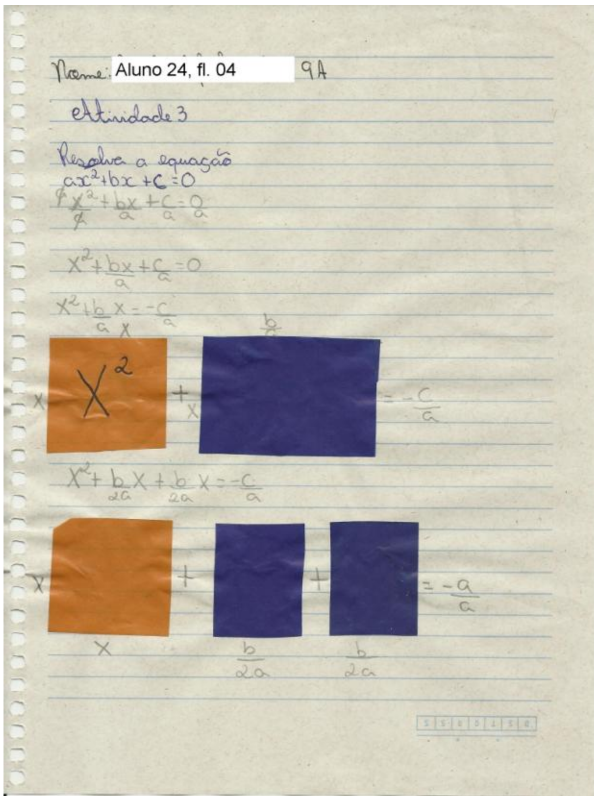

Aluno 05, fl. 14
DATA / /
f) (x+5)(x+3)=195
3x
15
x²
5x
= 195
x²+8x+15=195
x²+8x+15-195=0
x²+8x-180=0
a=1 b=8 c=-180
x = -b ± √b²-4ac / 2a
x = -8 ± √8²-4.1(-180) / 2.1
x = -8 ± √64+720 / 2
x = -8 ± √784 / 2
x = -8 ± 28 / 2
-8+28 / 2 = 20 / 2 = 10
-8-28 / 2 = -36 / 2 = -18
Verificação:
x=10 ⇒ (10+5)(10+3) = 15.13 = 195 (V)
x=-18 ⇒ (-18+5)(-18+3) = (-13)(-15) = 195 (V)
S={-18, 10}

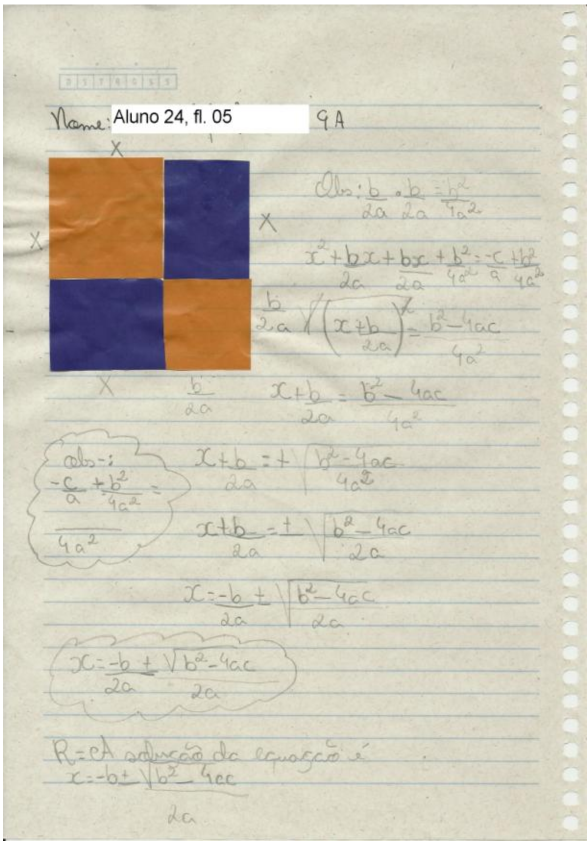
ANEXO D – Fotos das atividades desenvolvidas por um aluno do 9ª A.











Name: Aluno 24, fl. 05 9 A

Obs: $\frac{b}{2a} \cdot \frac{b}{2a} = \frac{b^2}{4a^2}$

$x^2 + \frac{bx}{2a} + \frac{bx}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{-c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

$x + \frac{b}{2a} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

obs: $-\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{}{4a^2}$

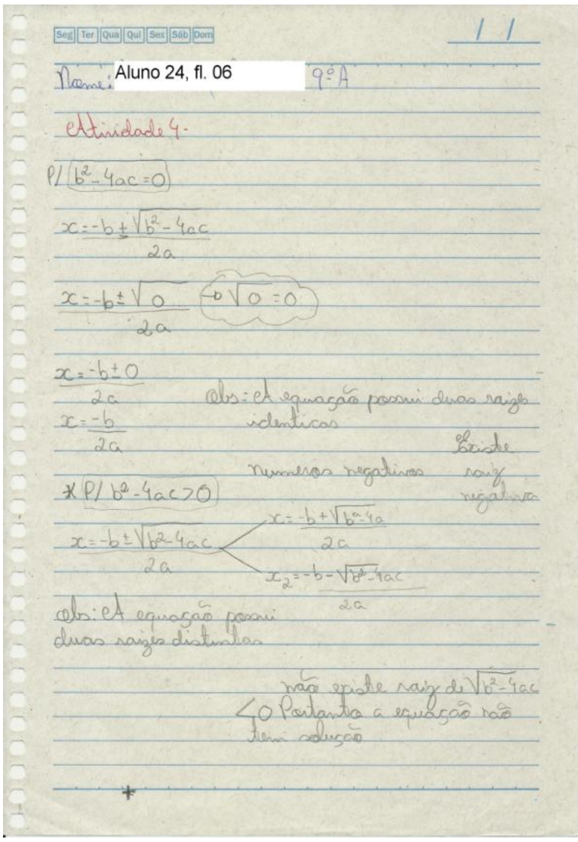
$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$

$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{2a}}$

$x = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{2a}}$

$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

R = A solução da equação é $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$



Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom / /

Name: Aluno 24, fl. 06 9º A

Atividade 4-

P/ $\boxed{b^2 - 4ac = 0}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a}$ $\to \sqrt{0} = 0$

$x = \frac{-b \pm 0}{2a}$

$x = \frac{-b}{2a}$

obs: A equação possui duas raízes idênticas

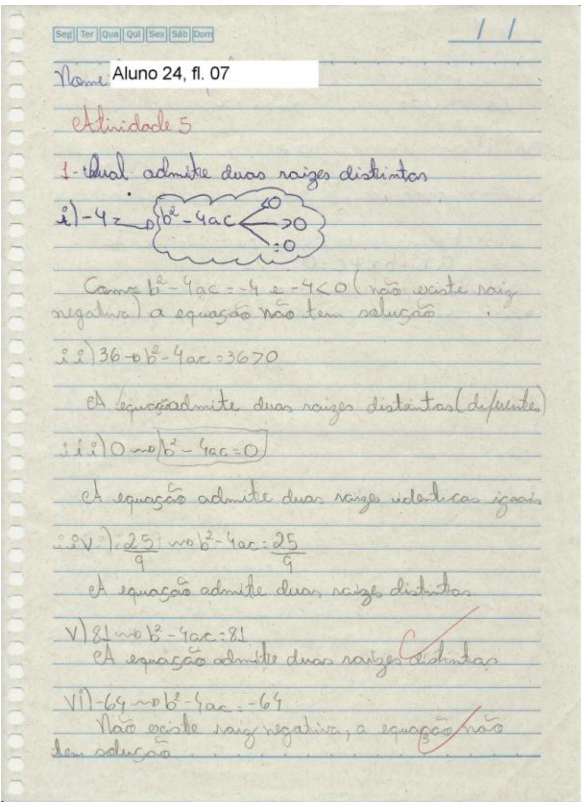
numeros negativos Existe raiz negativa

* P/ $\boxed{b^2 - 4ac > 0}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ — $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

obs: A equação possui duas raízes distintas

< 0 não existe raiz de $\sqrt{b^2 - 4ac}$ Portanto a equação não tem solução



Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom / /

Name: Aluno 24, fl. 07

Atividade 5

1- Qual admite duas raízes distintas

i) $-4 \to b^2 - 4ac$ < 0, > 0, $= 0$

Como $b^2 - 4ac = -4$ e $-4 < 0$ (não existe raiz negativa) a equação não tem solução

ii) $36 \to b^2 - 4ac = 36 > 0$

A equação admite duas raízes distintas (diferentes)

iii) $0 \to \boxed{b^2 - 4ac = 0}$

A equação admite duas raízes idênticas iguais

iv) $\frac{25}{9} \to b^2 - 4ac = \frac{25}{9}$

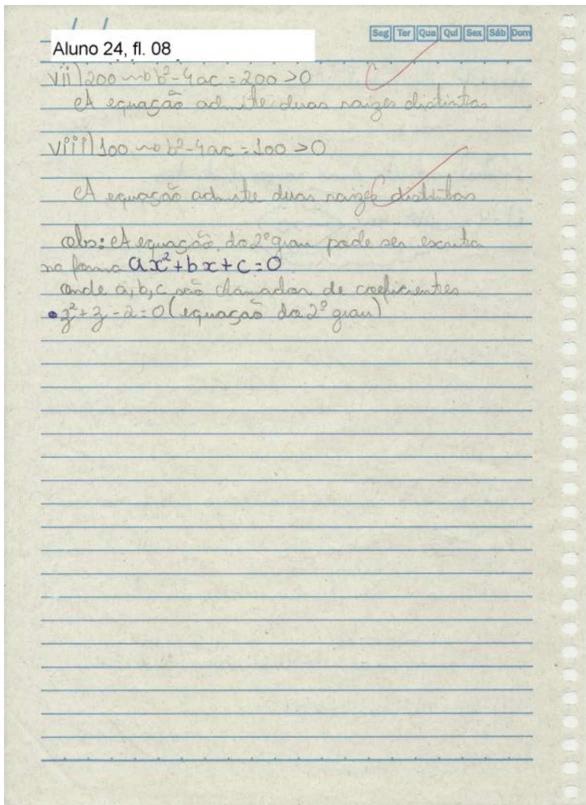
A equação admite duas raízes distintas.

v) $81 \to b^2 - 4ac = 81$

A equação admite duas raízes distintas C

vi) $-64 \to b^2 - 4ac = -64$

Não existe raiz negativa, a equação não tem solução



/ / Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom

Aluno 24, fl. 08

vii) $200 \to b^2 - 4ac = 200 > 0$ C

A equação admite duas raízes distintas

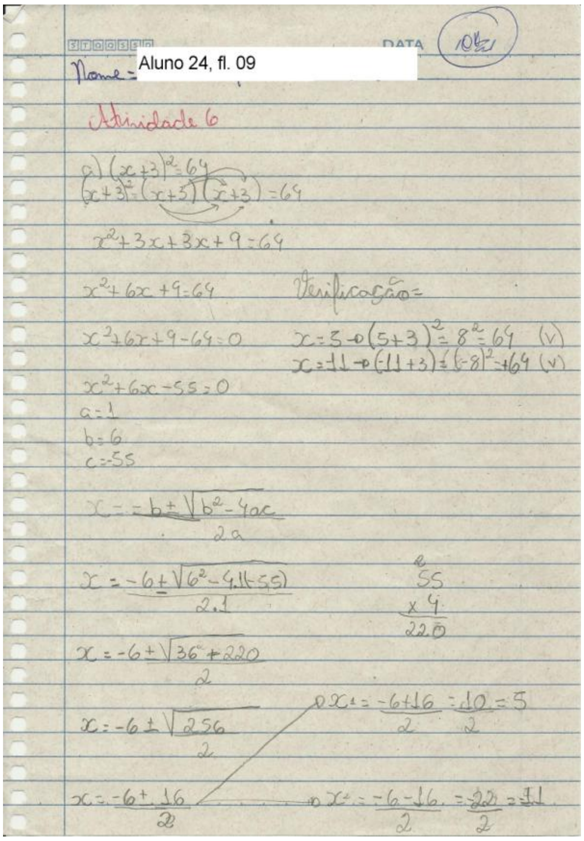
viii) $100 \to b^2 - 4ac = 100 > 0$

A equação admite duas raízes distintas C

obs: A equação do 2º grau pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$

onde a, b, c são chamados de coeficientes

• $z^2 + z - 2 = 0$ (equação do 2º grau)



Nome: Aluno 24, fl. 09 DATA 10/6/21

Atividade 6

a) $(x+3)^2=64$

$(x+3)^2=(x+3)(x+3)=64$

$x^2+3x+3x+9=64$

$x^2+6x+9=64$ Verificação=

$x^2+6x+9-64=0$ $x=5 \to (5+3)^2=8^2=64$ (V)

$x=-11 \to (-11+3)^2=(-8)^2=64$ (V)

$x^2+6x-55=0$

a=1

b=6

c=-55

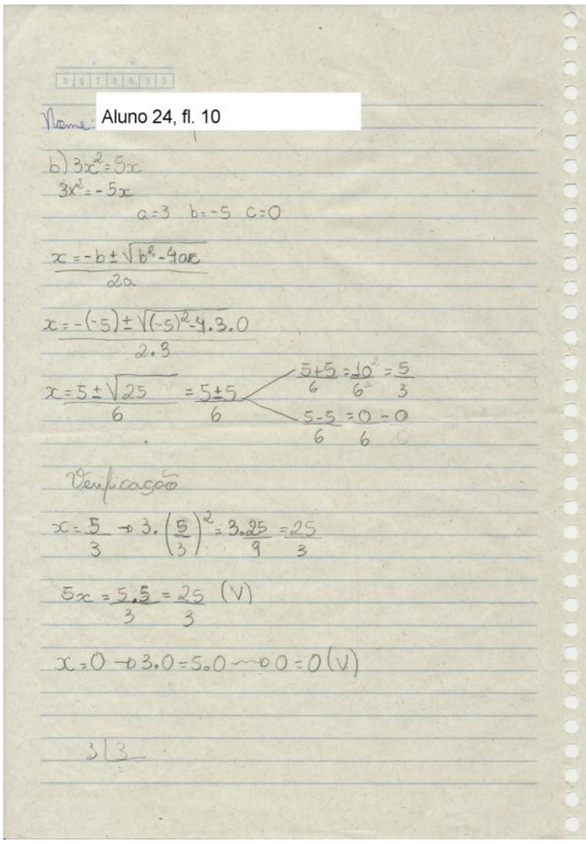
$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4.1(-55)}}{2.1}$ $55 \times 4 = 220$

$x=\frac{-6\pm\sqrt{36+220}}{2}$

$x=\frac{-6\pm\sqrt{256}}{2}$ $\to x_1=\frac{-6+16}{2}=\frac{10}{2}=5$

$x=\frac{-6\pm16}{2}$ $\to x_2=\frac{-6-16}{2}=\frac{-22}{2}=-11$



Nome: Aluno 24, fl. 10

b) $3x^2=5x$

$3x^2-5x$

a=3 b=-5 c=0

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4.3.0}}{2.3}$

$x=\frac{5\pm\sqrt{25}}{6}=\frac{5\pm5}{6}$ $\to \frac{5+5}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$; $\frac{5-5}{6}=\frac{0}{6}=0$

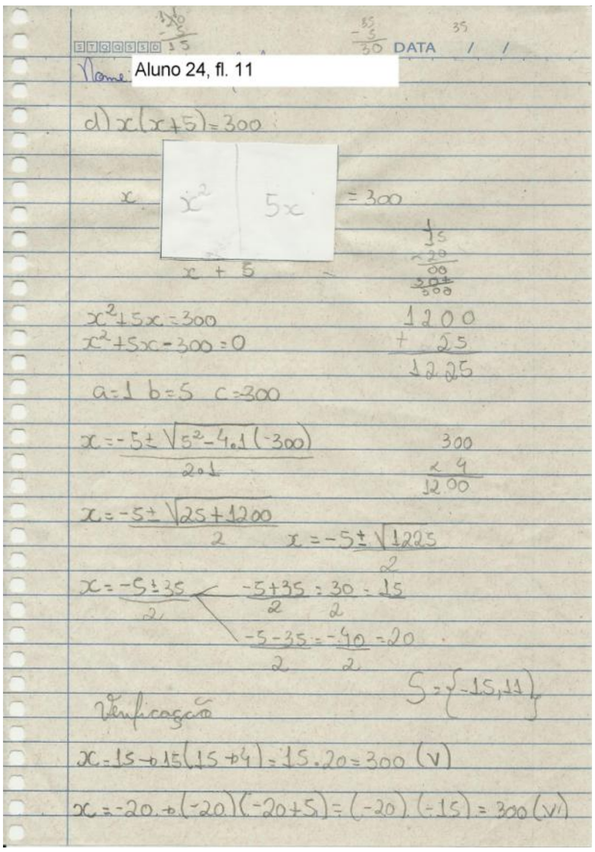
Verificação

$x=\frac{5}{3}\to 3.\left(\frac{5}{3}\right)^2=3.\frac{25}{9}=\frac{25}{3}$

$5x=\frac{5.5}{3}=\frac{25}{3}$ (V)

$x=0\to 3.0=5.0 \to 0=0$ (V)

3|3



Nome: Aluno 24, fl. 11

d) $x(x+5)=300$

x | x^2 | 5x | = 300

x + 5

$x^2+5x=300$ 1200 + 25 = 1225

$x^2+5x-300=0$

a=1 b=5 c=300

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4.1(-300)}}{2.1}$ $300 \times 4 = 1200$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+1200}}{2}$ $x=\frac{-5\pm\sqrt{1225}}{2}$

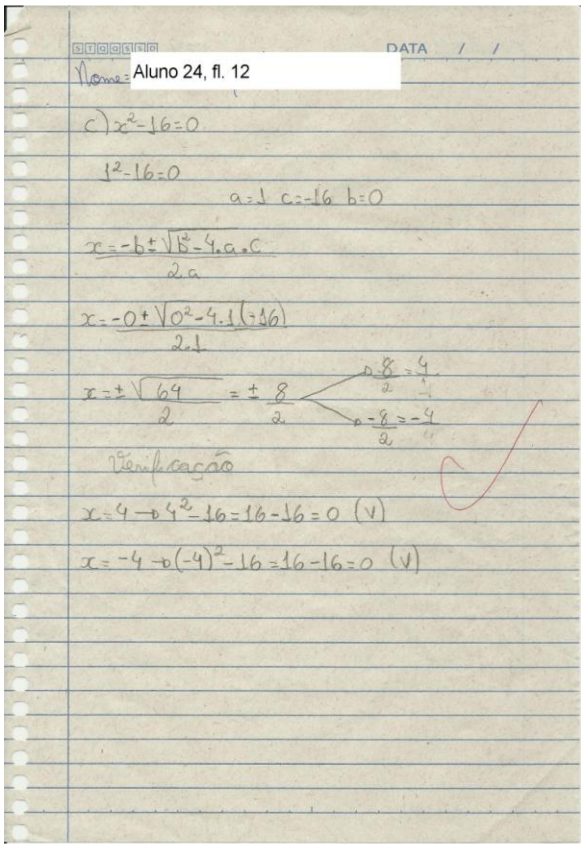
$x=\frac{-5\pm35}{2}$ $\to \frac{-5+35}{2}=\frac{30}{2}=15$; $\frac{-5-35}{2}=\frac{-40}{2}=-20$

S = {-15, 11}

Verificação

$x=15\to 15(15+5)=15.20=300$ (V)

$x=-20\to(-20)(-20+5)=(-20)(-15)=300$ (V)



Nome: Aluno 24, fl. 12

c) $x^2-16=0$

$1^2-16=0$

a=1 c=-16 b=0

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2a}$

$x=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4.1(-16)}}{2.1}$

$x=\frac{\pm\sqrt{64}}{2}=\pm\frac{8}{2}$ $\to \frac{8}{2}=4$; $\frac{-8}{2}=-4$

Verificação

$x=4\to 4^2-16=16-16=0$ (V)

$x=-4\to(-4)^2-16=16-16=0$ (V)

Aluno 24, fl. 13

DATA / /

e) $x^2-5x=24$

$x^2-5x-24=0$

$a=1 \quad b=-5 \quad c=-24$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(5)\pm\sqrt{(5^2)-4.1(-24)}}{2.1}$$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{25+96}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{121}}{2}=\frac{5\pm 11}{2}$$

$\frac{5+11}{2}=\frac{16}{2}=8$

$\frac{5-11}{2}=\frac{-6}{2}=-3$

$25 + 96 = 121$; $11 \times 11 = 121$; $24 \times 4 = 96$

Verificação $\quad x^2-5x=24$

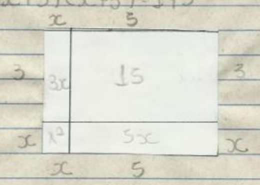
$x=-3 \to (-3)^2-5(-3)=9+15=24$ (V)

$x=8 \to 8^2-5.8=64-40=24$ (V)

Aluno 24, fl. 14

DATA / /

f) $(x+5)(x+3)=195$



$x^2+8x+15=195$

$x^2+8x+15-195=0$

$x^2+8x-180=0$

$a=1 \quad b=8 \quad c=-180$

$195 - 15 = 180$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4.1(-180)}}{2.1}$$

$180 \times 4 = 720$; $720 + 64 = 784$

$x=-8\pm\sqrt{64+720}$

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{784}}{2}$$

$$x=\frac{-8\pm 28}{2}$$

$\to \frac{-8+28}{2}=\frac{20}{2}=10$

$\to \frac{-8-28}{2}=\frac{-36}{2}=-18$

Aluno 24, fl. 15

$18 - 5 = 13$

DATA / /

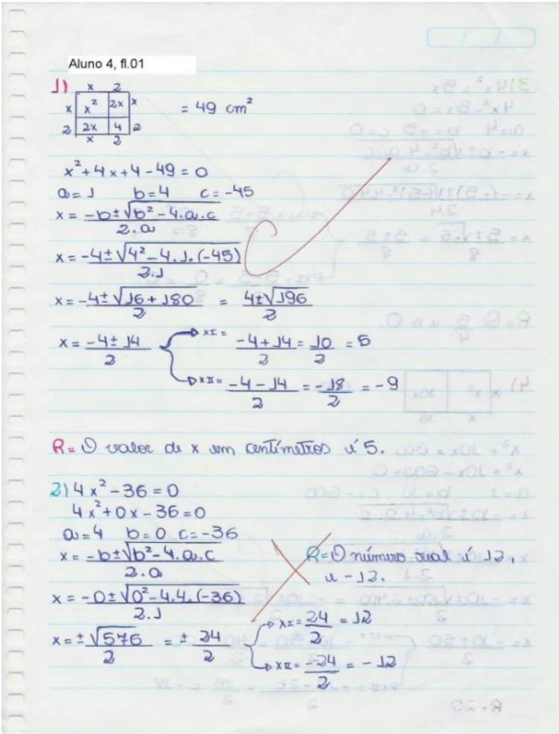
Verificação

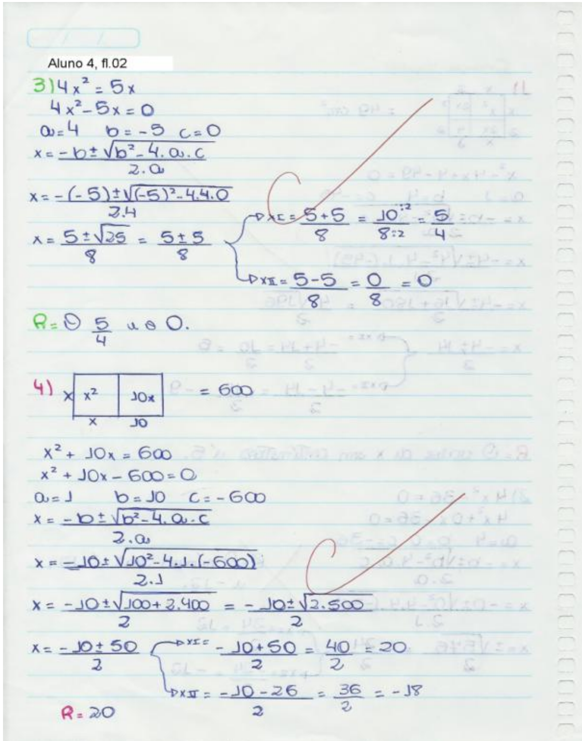
$x=10 \to (10+5)(10+3)=15.13=195$ (V)

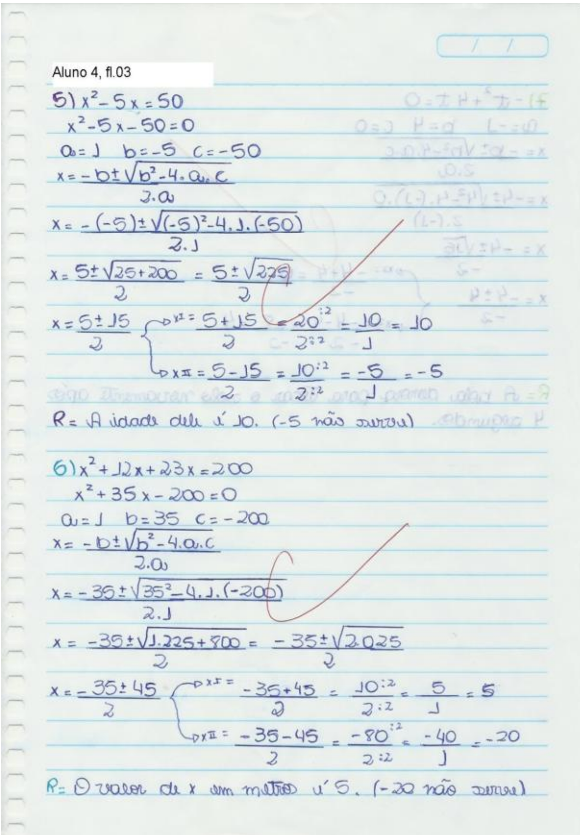
$x=-18 \to (-18+5)(-18+3)$

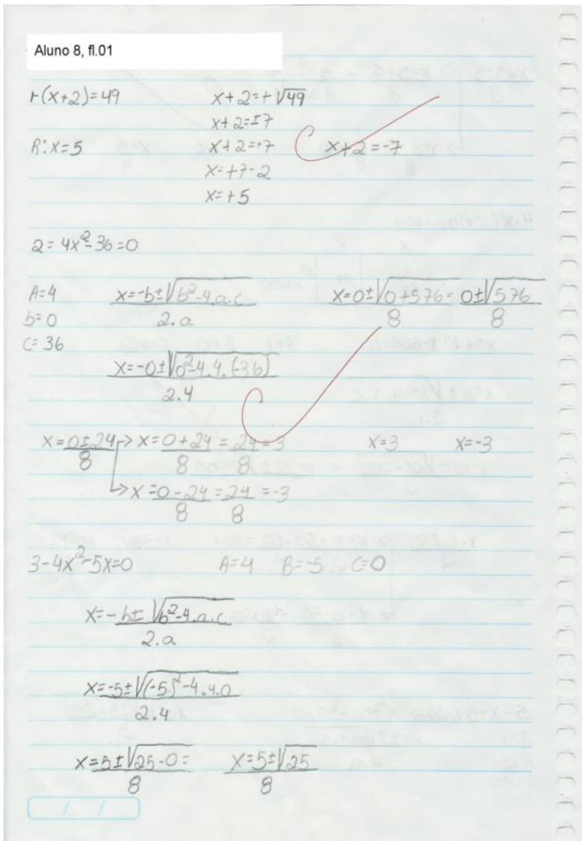
$(-13).(-15)=195$ (V)

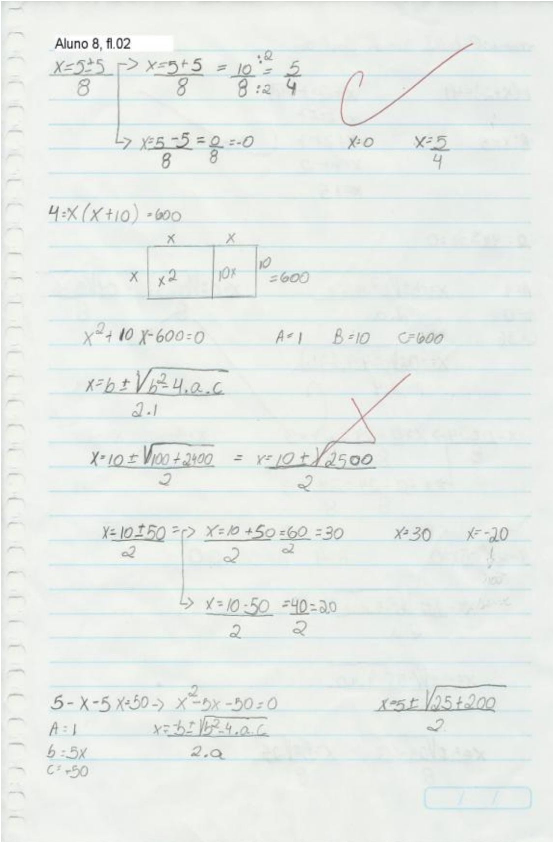
ANEXO E – Algumas fotos das provas de reavaliação dos alunos do 1º A.



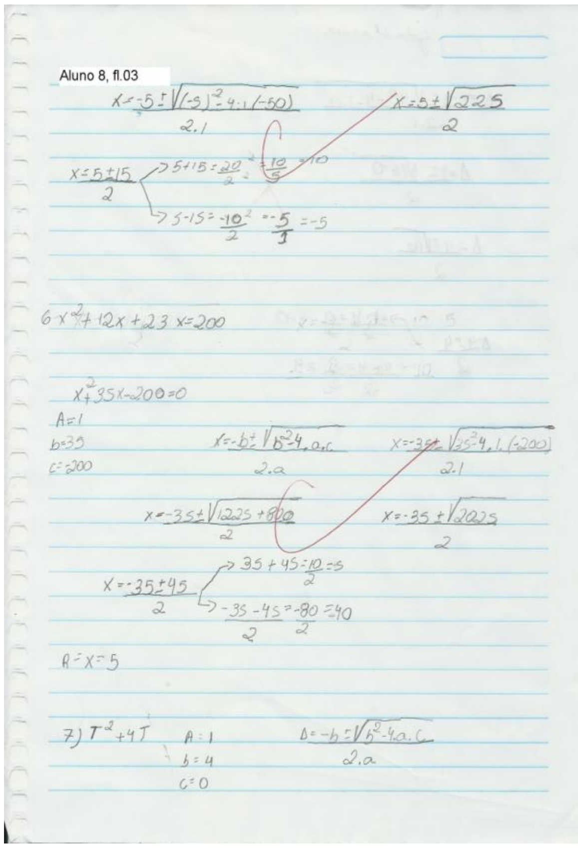




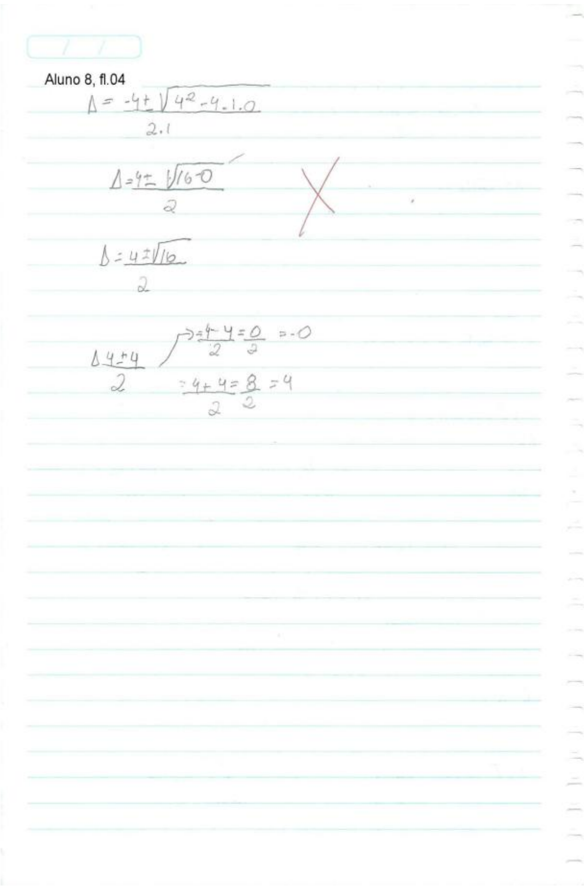




Aluno 8, fl.02
$x = \frac{5 \pm 5}{8}$ → $x = \frac{5+5}{8} = \frac{10}{8} \frac{:2}{:2} = \frac{5}{4}$
→ $x = \frac{5-5}{8} = \frac{0}{8} = -0$
$x = 0$ $x = \frac{5}{4}$
4: $x(x+10) = 600$
x x
x x^2 10x 10 =600
$x^2 + 10x - 600 = 0$ A=1 B=10 C=600
$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.1}$
$x = \frac{10 \pm \sqrt{100+2400}}{2} = x = \frac{10 \pm \sqrt{2500}}{2}$
$x = \frac{10 \pm 50}{2}$ → $x = \frac{10+50}{2} = \frac{60}{2} = 30$
$x = 30$ $x = -20$
→ $x = \frac{10-50}{2} = \frac{40}{2} = 20$
$5 - x \cdot 5x + 50 \to x^2 - 5x - 50 = 0$
A=1 b=5x c=+50
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$
$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+200}}{2}$

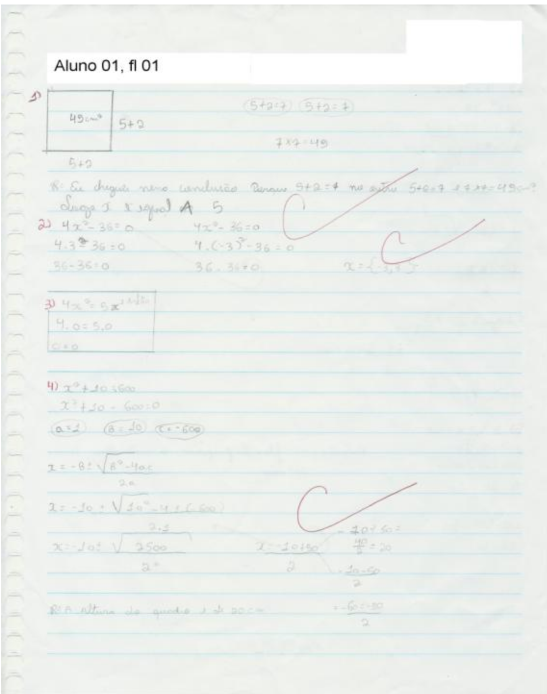


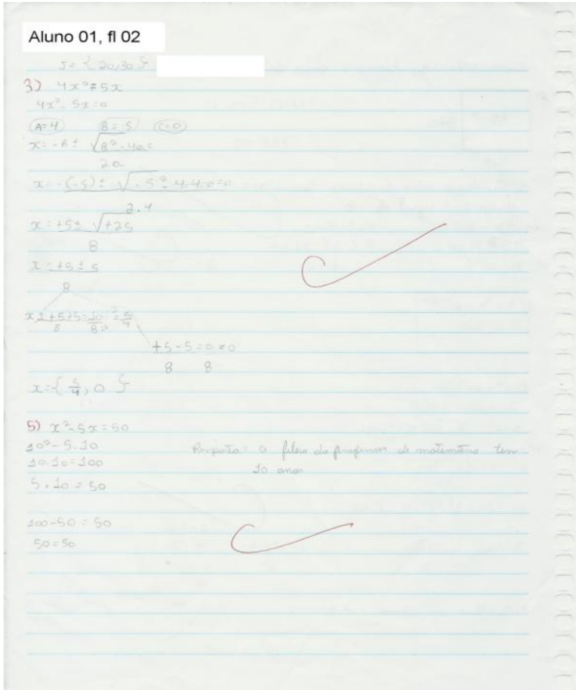
Aluno 8, fl.03
$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.(-50)}}{2.1}$
$x = \frac{5 \pm \sqrt{225}}{2}$
$x = \frac{5 \pm 15}{2}$ → $\frac{5+15}{2} = \frac{20}{2} = \frac{10}{5} = 10$
→ $\frac{5-15}{2} = \frac{-10}{2} = \frac{-5}{1} = -5$
$6x^2 + 12x + 23x = 200$
$x^2 + 35x - 200 = 0$
A=1 b=35 c=200
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$
$x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4.1.(-200)}}{2.1}$
$x = \frac{-35 \pm \sqrt{1225+800}}{2}$
$x = \frac{-35 \pm \sqrt{2025}}{2}$
$x = \frac{-35 \pm 45}{2}$ → $\frac{35+45}{2} = \frac{10}{2} = 5$
→ $\frac{-35-45}{2} = \frac{-80}{2} = 40$
R = x = 5
7) $T^2 + 4T$ A=1 b=4 c=0
$\Delta = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$

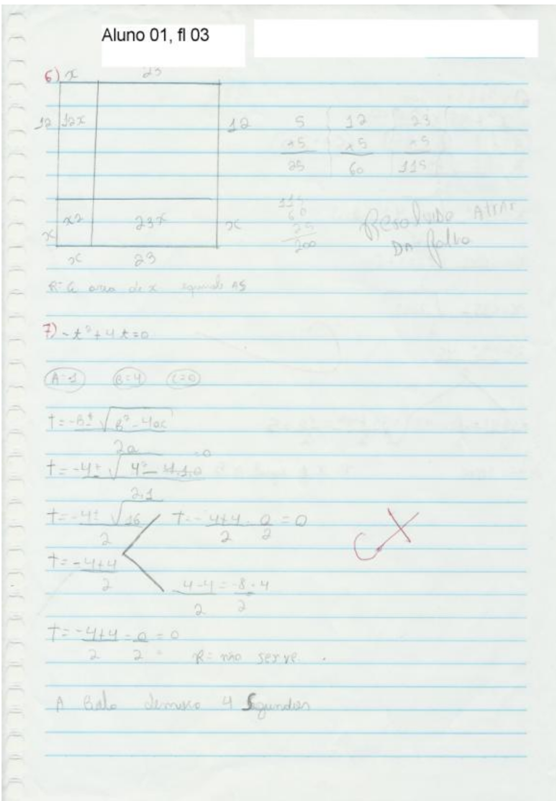


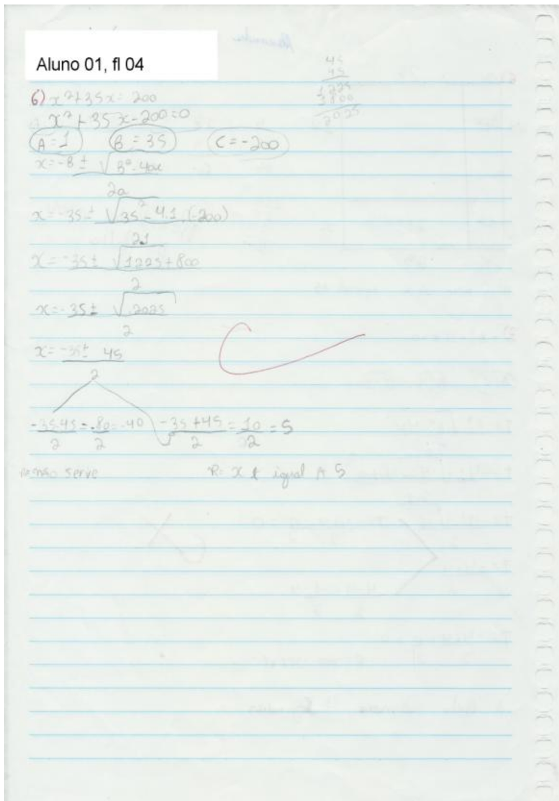
Aluno 8, fl.04
$\Delta = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.1.0}}{2.1}$
$\Delta = \frac{4 \pm \sqrt{16-0}}{2}$
$\Delta = \frac{4 \pm \sqrt{16}}{2}$
$\Delta \frac{4 \pm 4}{2}$ → $\frac{4-4}{2} = \frac{0}{2} = -0$
$\frac{4+4}{2} = \frac{8}{2} = 4$

ANEXO F – Algumas fotos da avaliação de reaplicação dos alunos do 9ºA









Aluno 09, fl 01

9º A

1º) $5+2=7$ $5+2=7$ $7\times7=49$

R: O valor de x é 5 cm

2º) $4x^2-36=0$

$a=4$
$b=0$
$c=-36$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2.a}$

$x=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4.4.(-36)}}{2.4}$

$x=\frac{\pm\sqrt{576}}{8}$

$x=\frac{\pm 24}{8}$; $x_1=\frac{24}{8}=3$; $x_2=\frac{-24}{8}=-3$

$S=\{3,-3\}$

R: Os números reais são 3, -3

Aluno 09, fl 02

3º) $4x^2=5x$

$4x^2-5x+0=0$

$a=4$
$b=-5$
$c=0$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4.4.0}}{2.4}$

$x=\frac{5\pm\sqrt{25}}{8}=\frac{5\pm5}{8}$; $\frac{5+5}{8}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$; $\frac{5-5}{8}=\frac{0}{8}=0$

$S=\{\frac{5}{4},0\}$

4º) $x^2+10x=600$

$x^2+10x-600=0$

$a=1$
$b=10$
$c=-600$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2.a}$

$x=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4.1.(-600)}}{2.1}$

$x=\frac{-10\pm\sqrt{100+2400}}{2}$

$x=\frac{-10\pm\sqrt{2500}}{2}$

$x=\frac{-10\pm50}{2}$; $\frac{-10+50}{2}=\frac{40}{2}=20$; $\frac{-10-50}{2}=\frac{-60}{2}=-30$

$S=(20,-30)$

R: A altura do quadro é 20

Aluno 09, fl 03

5º) $x^2+5x=50$

$x^2+5x-50=0$

$a=1$
$b=5$
$c=-50$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2.a}$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4.1.(-50)}}{2.1}$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+200}}{2}$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{225}}{2}$

$x=\frac{-5\pm15}{2}$; $\frac{-5+15}{2}=\frac{10}{2}=5$; $\frac{-5-15}{2}=\frac{-20}{2}=-10$

$S=(5,10)$

R: Cidade é 5 anos

6º) $x^2+12x+23x=200$

$x^2+35x=200$

$x^2+35x-200=0$

$a=1$
$b=35$
$c=200$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2.a}$

$x=\frac{-35\pm\sqrt{35^2-4.1.(-200)}}{2.1}$

$x=\frac{-35\pm\sqrt{1225-800}}{2}$

Aluno 09, fl 04

$x=\frac{-35\pm\sqrt{2.025}}{2}$

$x=\frac{-35\pm45}{2}$; $\frac{-35+45}{2}=\frac{10}{2}=5$; $\frac{-35-45}{2}=-\frac{80}{2}=-40$

R: O valor de x é 5

7º) $h(t)=-t^2+4t$

$a=-1$
$b=4$
$c=0$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2.a}$

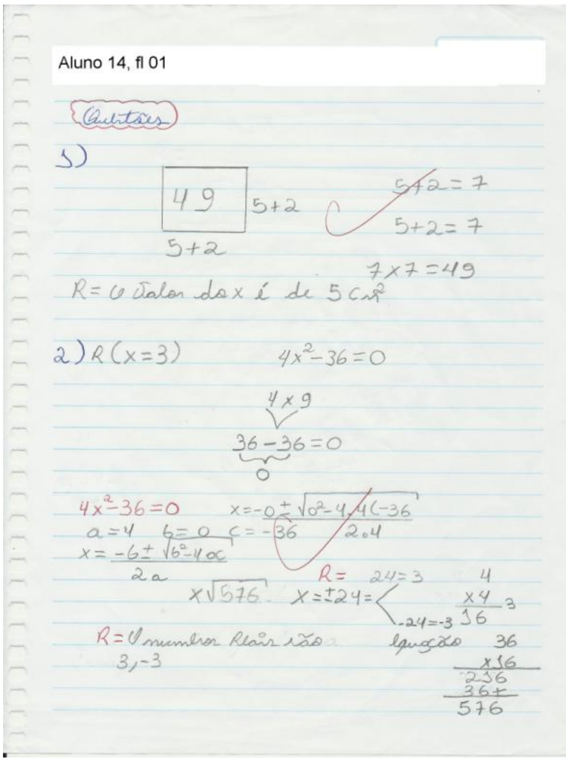
$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4.1.0}}{2.(-1)}$

$x=\frac{-4\pm\sqrt{16}}{-2}$

$x=\frac{-4\pm4}{-2}$; $\frac{-4+4}{-2}=\frac{0}{-2}=0$; $\frac{-4-4}{-2}=\frac{-8}{-2}=4$

$S=\{4,0\}$

R: A bola demora para tocar o chão exatamente 4 segundos



Aluno 14, fl 01

Questões

1)

49 | 5+2

5+2

5+2 = 7

5+2 = 7

7x7 = 49

R = O valor do x é de 5 cm²

2) R (x=3) $4x^2-36=0$

4 x 9

36 − 36 = 0

0

$4x^2-36=0$ $x=-0\pm\sqrt{0^2-4.4(-36}$

a=4 b=0 c=−36 2.4

$x=-b\pm\sqrt{b^2-4ac}$

2a

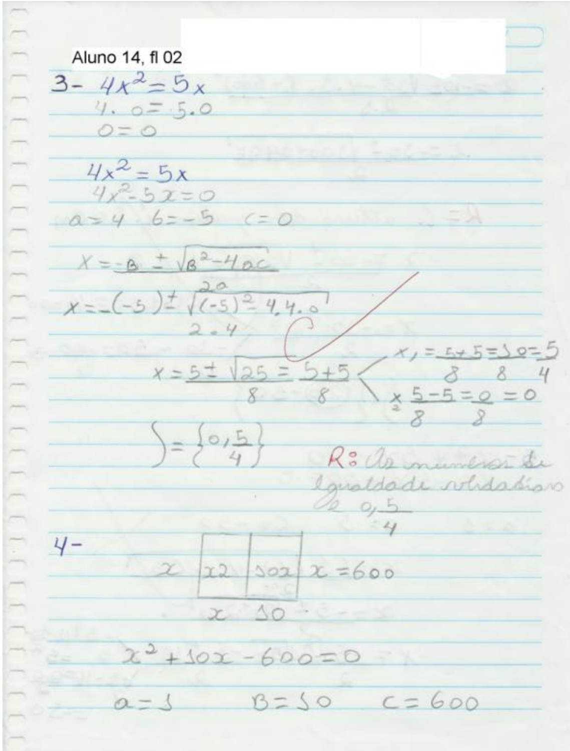
R= 24 = 3

$x\sqrt{576}$ $x=\pm 24=$ −24=−3

R = O números Reais são 3, −3

equação

4 x 4 = 16 ; 36 x 16 = 216 + 36 = 576



Aluno 14, fl 02

3 − $4x^2=5x$

4 . 0 = 5 . 0

0 = 0

$4x^2=5x$

$4x^2-5x=0$

a=4 b=−5 c=0

$x=-b\pm\sqrt{b^2-4ac}$

2a

$x=-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4.4.0}$

2 . 4

$x=\frac{5\pm\sqrt{25}}{8}=\frac{5\pm5}{8}$; $x_1=\frac{5+5}{8}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$; $x_2=\frac{5-5}{8}=\frac{0}{8}=0$

S = {0, 5/4}

R: Os números de igualdade verdadeiros é 0, 5/4

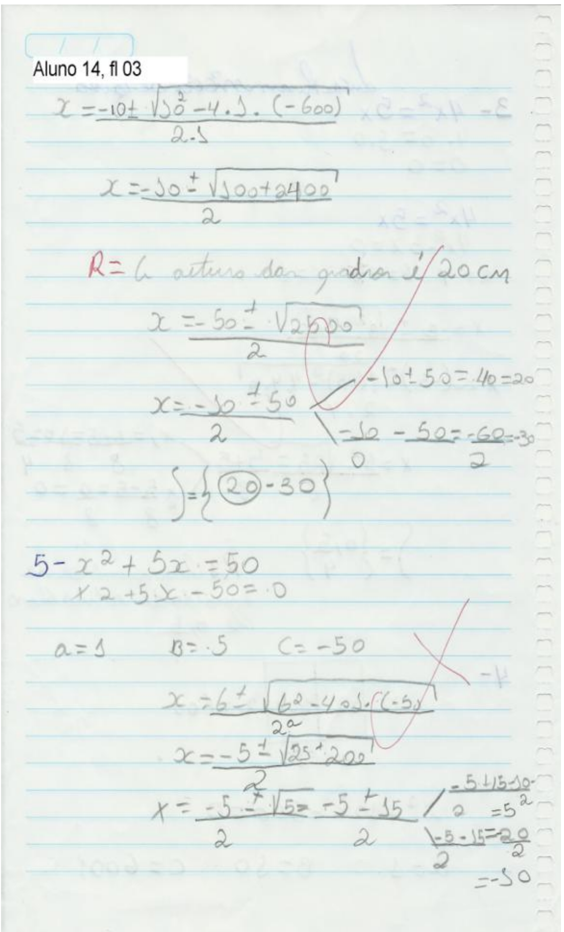
4 −

x | x2 | 10x | x = 600

x 10

$x^2+10x-600=0$

a=1 B=10 C=600



Aluno 14, fl 03

$x=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4.1.(-600)}}{2.1}$

$x=\frac{-10\pm\sqrt{100+2400}}{2}$

R = A altura do quadro é 20 cm

$x=\frac{-10\pm\sqrt{2500}}{2}$

$x=\frac{-10\pm50}{2}$; $\frac{-10+50}{2}=\frac{40}{2}=20$; $\frac{-10-50}{2}=\frac{-60}{2}=-30$

S = {20, −30}

5 − $x^2+5x=50$

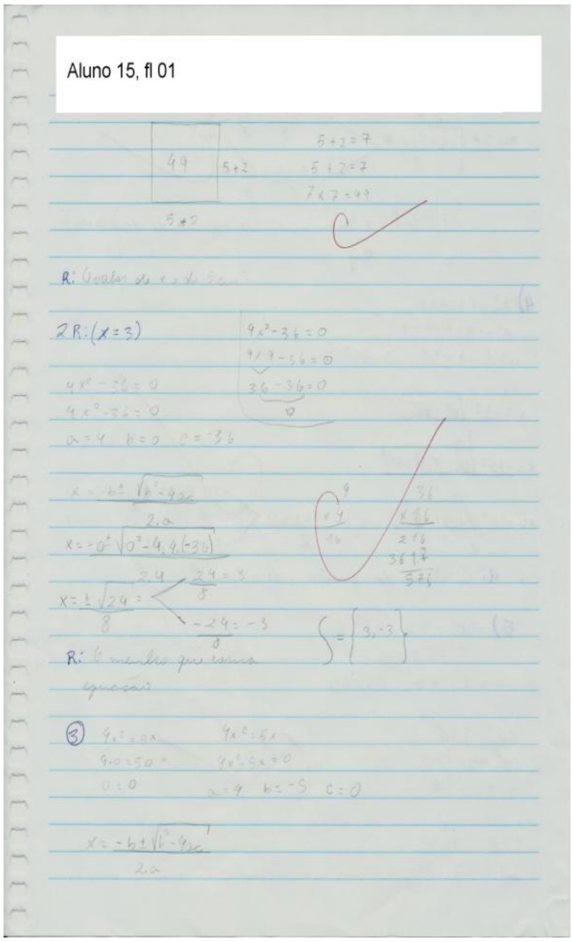
$x^2+5x-50=0$

a=1 B=5 C=−50

$x=\frac{b\pm\sqrt{b^2-4.1.(-5)}}{2a}$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+200}}{2}$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{15}}{2}=\frac{-5\pm15}{2}$; $\frac{-5+15}{2}=\frac{10}{2}=5$; $\frac{-5-15}{2}=\frac{-20}{2}=-10$



Aluno 15, fl 01

49 | 5+2 ; 5+2 = 7 ; 5+2 = 7 ; 7x7 = 49

5+2

R: O valor de x é 5 ...

2 R: (x=3)

$4x^2-36=0$; 4.9 − 36 = 0 ; 36 − 36 = 0 ; 0

$4x^2-36=0$

a=4 b=0 c=−36

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2.a}$

$x=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4.4.(-36)}}{2.4}$

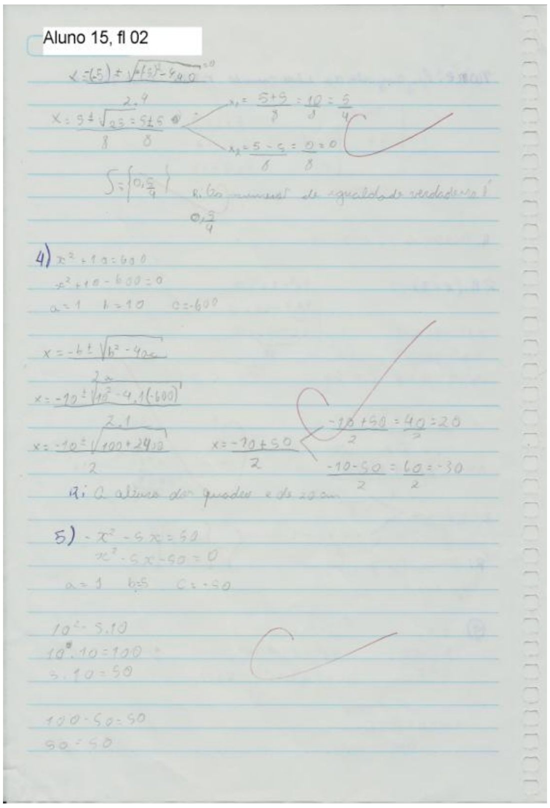
$x=\frac{\pm\sqrt{24}}{8}$; 24 = 3 ; −24 = −3

S = {3, −3}

R: O número que ... equação

(3) $4x^2=5x$; 4.0 = 5.0 ; 0 = 0 ; $4x^2=5x$; $4x^2-5x=0$; a=4 b=−5 c=0

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2.a}$



Aluno 15, fl 02

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 0}}{2 \cdot 4}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25}}{8} = \frac{5 \pm 5}{8}$ — $x_1 = \frac{5+5}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$; $x_2 = \frac{5-5}{8} = \frac{0}{8} = 0$

$S = \{0, \frac{5}{4}\}$

R: Os números de igualdade verdadeira é $0, \frac{5}{4}$

4) $x^2 + 10x = 600$

$x^2 + 10x - 600 = 0$

$a = 1 \quad b = 10 \quad c = -600$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1(-600)}}{2 \cdot 1}$

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 2400}}{2}$ $\quad x = \frac{-10 \pm 50}{2}$ — $\frac{-10+50}{2} = \frac{40}{2} = 20$; $\frac{-10-50}{2} = \frac{-60}{2} = -30$

R: A altura do quadro é de 20 cm

5) $-x^2 - 5x = 50$

$x^2 - 5x - 50 = 0$

$a = 1 \quad b = 5 \quad c = -50$

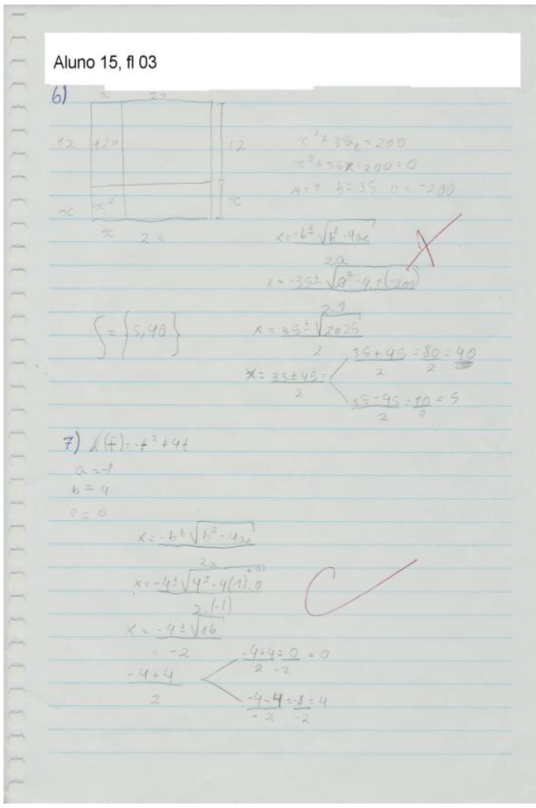
$10^2 - 5 \cdot 10$

$10^2 \cdot 10 = 100$

$5 \cdot 10 = 50$

$100 - 50 = 50$

$50 = 50$



Aluno 15, fl 03

6) $x^2 + 35x = 200$

$x^2 + 35x - 200 = 0$

$a = 1 \quad b = 35 \quad c = -200$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 \cdot 1(-200)}}{2 \cdot 1}$

$x = \frac{35 \pm \sqrt{2025}}{2}$

$x = \frac{35 \pm 45}{2}$ — $\frac{35+45}{2} = \frac{80}{2} = 40$; $\frac{35-45}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$S = \{5, 40\}$

7) $f(t) = -t^2 + 4t$

$a = -1$

$b = 4$

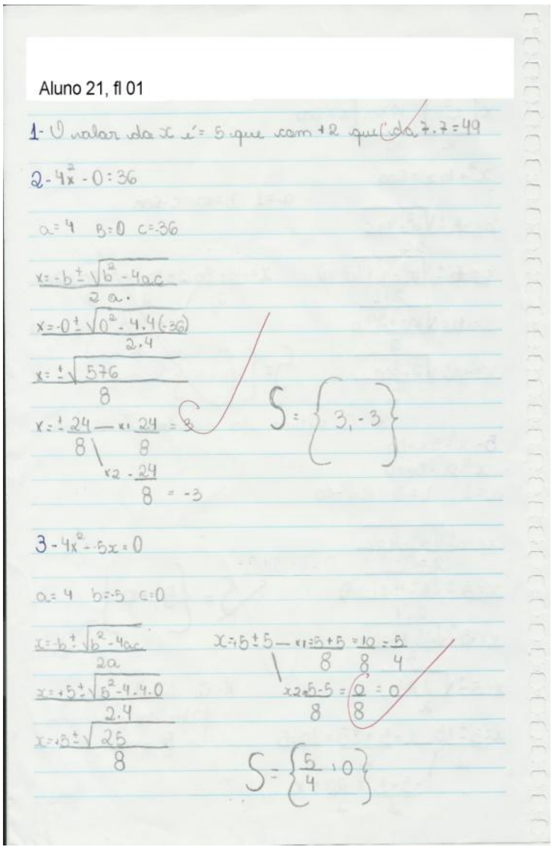
$c = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(-1) \cdot 0}}{2 \cdot (-1)}$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16}}{-2}$

$\frac{-4 \pm 4}{2}$ — $\frac{-4+4}{-2} = \frac{0}{-2} = 0$; $\frac{-4-4}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$



Aluno 21, fl 01

1- O valor de x é = 5 que com +2 que dá 7.7 = 49

2- $4x^2 - 0 = 36$

$a = 4 \quad b = 0 \quad c = -36$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 4(-36)}}{2 \cdot 4}$

$x = \frac{\pm\sqrt{576}}{8}$

$x = \frac{\pm 24}{8}$ — $x_1 = \frac{24}{8} = 3$; $x_2 = \frac{-24}{8} = -3$

$S = \{3, -3\}$

3- $4x^2 - 5x = 0$

$a = 4 \quad b = -5 \quad c = 0$

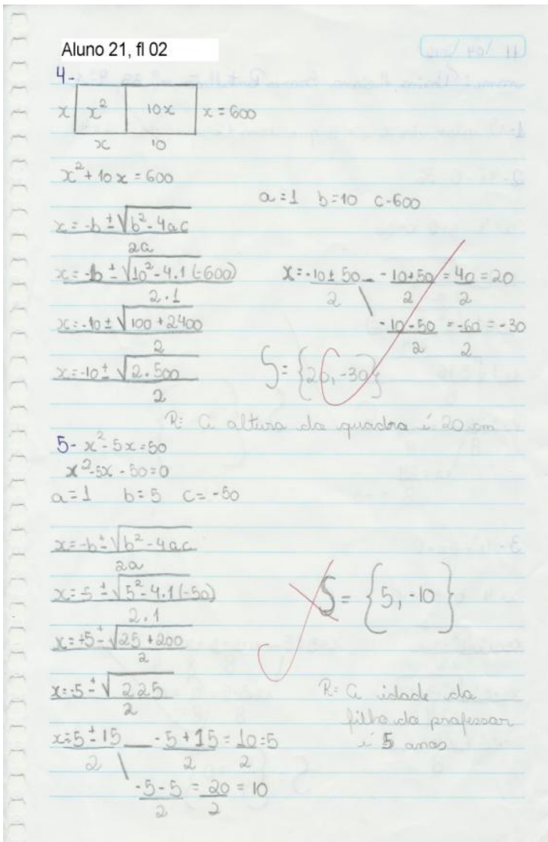
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{+5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 4 \cdot 0}}{2 \cdot 4}$

$x = \frac{+5 \pm \sqrt{25}}{8}$

$x = \frac{5 \pm 5}{8}$ — $x_1 = \frac{5+5}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$; $x_2 = \frac{5-5}{8} = \frac{0}{8} = 0$

$S = \{\frac{5}{4}, 0\}$



Aluno 21, fl 02

4- x^2 | $10x$ — $x = 600$

$x^2 + 10x = 600$

$a = 1 \quad b = 10 \quad c - 600$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1(-600)}}{2 \cdot 1}$

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 2400}}{2}$

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{2.500}}{2}$

$x = \frac{-10 \pm 50}{2}$ — $\frac{-10+50}{2} = \frac{40}{2} = 20$; $\frac{-10-50}{2} = \frac{-60}{2} = -30$

$S = \{20, -30\}$

R: A altura do quadro é 20 cm

5- $x^2 - 5x = 50$

$x^2 - 5x - 50 = 0$

$a = 1 \quad b = 5 \quad c = -50$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1(-50)}}{2 \cdot 1}$

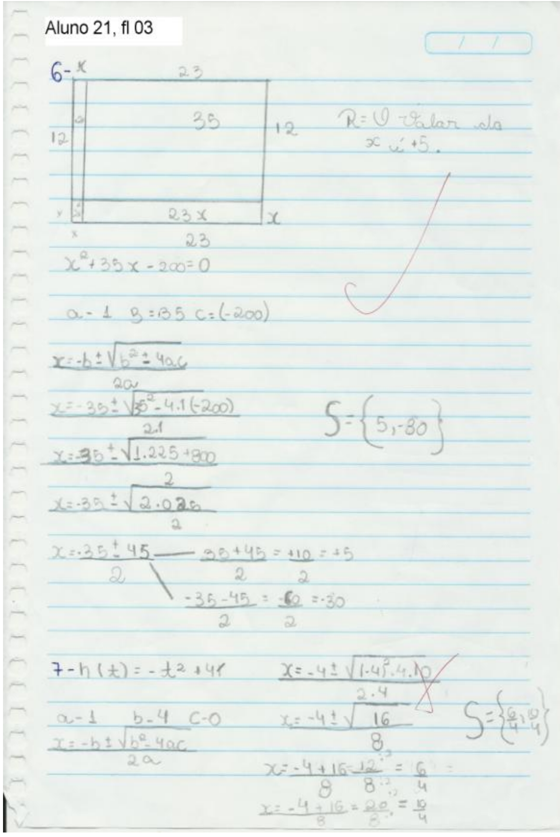
$x = \frac{+5 - \sqrt{25 + 200}}{2}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{225}}{2}$

$x = \frac{5 \pm 15}{2}$ — $\frac{-5+15}{2} = \frac{10}{2} = 5$; $\frac{-5-5}{2} = \frac{20}{2} = 10$

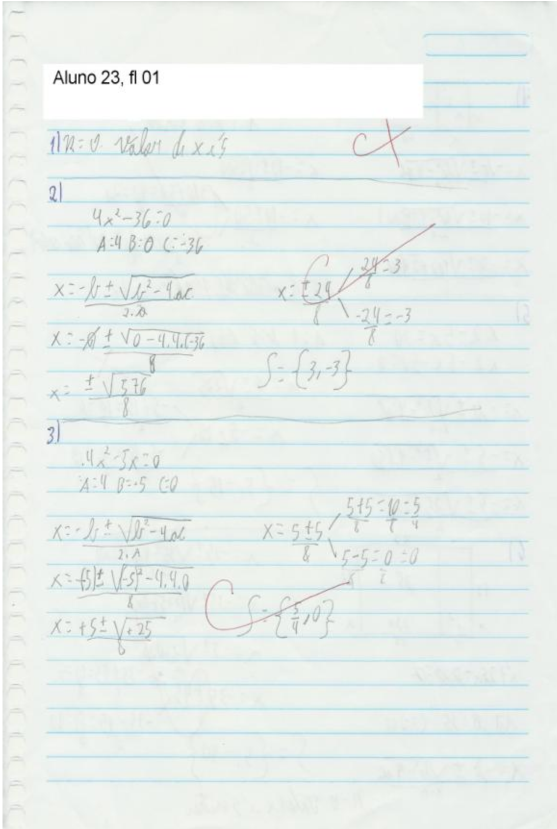
$S = \{5, -10\}$

R: A idade da filha da professora é 5 anos

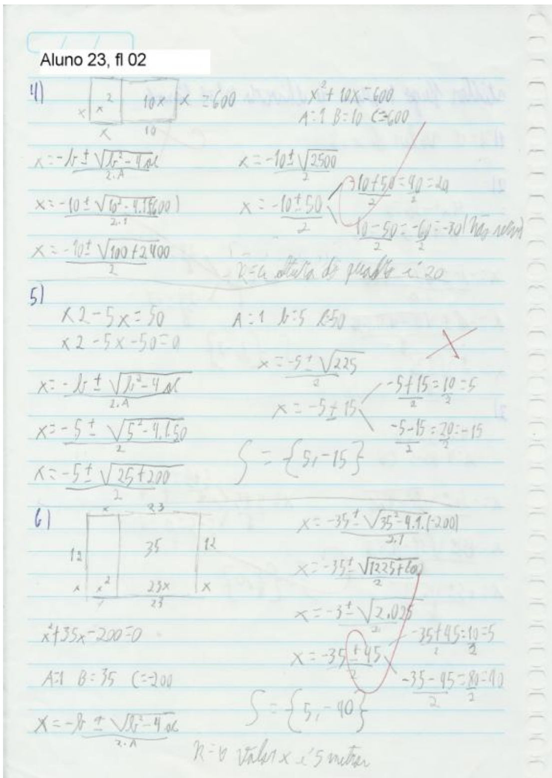

Aluno 21, fl 03

6-
R = O valor de x é +5.
$x^2 + 35x - 200 = 0$
a = 1 b = 35 c = (-200)
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4.1.(-200)}}{2.1}$
$x = \frac{-35 \pm \sqrt{1.225 + 800}}{2}$
$x = \frac{-35 \pm \sqrt{2.025}}{2}$
$x = \frac{-35 \pm 45}{2}$ $\frac{-35+45}{2} = \frac{+10}{2} = +5$ $\frac{-35-45}{2} = \frac{-80}{2} = -40$
S = {5, -80}

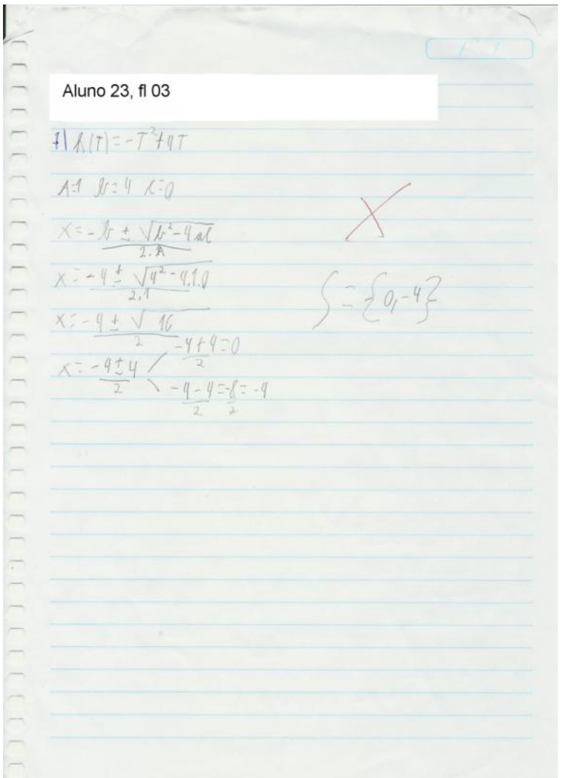
7- h(t) = $-t^2 + 4t$
a-1 b-4 c-0
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(-4)^2 \cdot 4 \cdot 10}}{2.4}$
$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16}}{8}$
$x = \frac{-4+16}{8} = \frac{12}{8} = \frac{6}{4}$
$x = \frac{-4+16}{8} = \frac{20}{8} = \frac{10}{4}$
S = {6/4, 10/4}


Aluno 23, fl 01

1) R = O valor de x é 5
2)
$4x^2 - 36 = 0$
A: 4 B: 0 C: -36
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2.A}$
$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0 - 4.4.(-36)}}{8}$
$x = \frac{\pm \sqrt{576}}{8}$
$x = \frac{\pm 24}{8}$ $\frac{24}{8} = 3$ $\frac{-24}{8} = -3$
S = {3, -3}
3)
$4x^2 - 5x = 0$
A: 4 B: -5 C: 0
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2.A}$
$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.4.0}}{8}$
$x = \frac{+5 \pm \sqrt{+25}}{8}$
$x = \frac{5 \pm 5}{8}$ $\frac{5+5}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ $\frac{5-5}{8} = 0 = 0$
S = {5/4, 0}


Aluno 23, fl 02

4) $x^2 + 10x = 600$
A: 1 B: 10 C = -600
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2.A}$
$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4.1.(-600)}}{2.1}$
$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 2400}}{2}$
$x = \frac{-10 \pm \sqrt{2500}}{2}$
$x = \frac{-10 \pm 50}{2}$ $\frac{-10+50}{2} = \frac{40}{2} = 20$ $\frac{-10-50}{2} = \frac{-60}{2} = -30$ (não serve)
R = A área do quadro é 20
5)
$x^2 - 5x = 50$
$x^2 - 5x - 50 = 0$
A: 1 B: -5 C: -50
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2.A}$
$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4.1.50}}{2}$
$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 200}}{2}$
$x = \frac{-5 \pm \sqrt{225}}{2}$
$x = \frac{-5 \pm 15}{2}$ $\frac{-5+15}{2} = \frac{10}{2} = 5$ $\frac{-5-15}{2} = \frac{20}{2} = -15$
S = {5, -15}
6)
$x^2 + 35x - 200 = 0$
A: 1 B: 35 C: -200
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2.A}$
$x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4.1.(-200)}}{2.1}$
$x = \frac{-35 \pm \sqrt{1225 + 800}}{2}$
$x = \frac{-35 \pm \sqrt{2.025}}{2}$
$x = \frac{-35 \pm 45}{2}$ $\frac{-35+45}{2} = \frac{10}{2} = 5$ $\frac{-35-45}{2} = \frac{-80}{2} = -40$
S = {5, -40}
R = O valor x é 5 metros


Aluno 23, fl 03

7) $h(T) = -T^2 + 4T$
A: 1 B: 4 C: 0
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2.A}$
$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.1.0}}{2.1}$
$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16}}{2}$
$x = \frac{-4 \pm 4}{2}$ $\frac{-4+4}{2} = 0$ $\frac{-4-4}{2} = \frac{-8}{2} = -4$
S = {0, -4}