UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

JOSÉ IRMO DE OLIVEIRA SOUZA

ÁLGEBRA E GEOMETRIA COM ALEGRIA

Vitória da Conquista – BA
2016

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

ÁLGEBRA E GEOMETRIA COM ALEGRIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação Stricto Sensu Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática sob a orientação da Profa. Dra. Maria Aparecida Roseane Ramos.

Vitória da Conquista – BA

2016

Catalogação na fonte:

UESB – Campus Vitória da Conquista – BA

JOSÉ IRMO DE OLIVEIRA SOUZA

ÁLGEBRA E GEOMETRIA COM ALEGRIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação Stricto Sensu Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática sob a orientação da Profa. Dra. Maria Aparecida Roseane Ramos.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Maria Aparecida Roseane Ramos (Orientadora)

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB

Prof. Dr. Júlio César dos Reis.

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB

Profa Dra. Selma Rozane Vieira

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA

Vitória da Conquista – BA

2016

DEDICATÓRIA

Aos meus pais (sempre presentes) pelo dom da vida e, em especial à minha mãe, que na simplicidade de dona de casa, incutiu na minha mente que eu somente seria um homem realizado através dos estudos. Queridos pais, sei que de onde vocês estiverem, estão certamente transbordando de alegrias pelo filho que deixaram.

Ao Yves Franco de Oliveira e Souza meu amado filho, que tanto se mostrou compreensivo diante da minha ausência nos fins de semana, ou, até mesmo em casa quando me debruçava sobre os livros, dedico-lhe mais essa conquista.

À minha irmã Clementina de Oliveira Souza, que desempenhou o papel de irmã e de mãe, por abdicar muitas vezes dos seus sonhos em função dos meus, esta vitória também é sua!

AGRADECIMENTOS

A Deus por me presentear com a realização de mais um sonho, e, por estar comigo nos momentos de angústias, medo e alegrias.

Ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e à Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), pela oportunidade de realização de um sonho acalentado por um bom tempo em uma bagagem acrescentada nesses três anos de experiência única.

À minha orientadora Professora Maria Aparecida Roseane Ramos, pela paciência nos momentos em que o tempo não permitia responder aos emails e, por não ter desistido do nosso projeto.

A todos os professores do PROFMAT, os meus sinceros agradecimentos.

Aos colegas da turma PROFMAT-2012 pelas experiências trocadas, pela companhia, apoio e pela cumplicidade.

Aos companheiros de estrada José Marcos e Alano, que juntos dividimos noites sem dormir por conta do Cálculo ou da Aritmética. Não importa, somos "Amigos".

Às colegas de turma Dani, Driza (*in memorian*), Cris e Dena. O que seria de mim e dos demais colegas se não fossem essas garotas?

À Dani e Toninho, não há palavras que possam expressar a gratidão e a amizade, por receber-me sempre na casa de vocês, acompanhando-me no festival de inverno, ou, nas sextas feiras indo ao restaurante Boca à Lenha, lugar onde nos tornamos muito conhecidos, com direito a música especial para os mineiros e coreografia apresentada pelo José Marcos (Ziguiriguidun). E ainda, muito bom lembrar do *mojito* da Maria Selma, companheira inseparável. O que começou apenas pelo encontro casual do PROFMAT, é hoje uma "Amizade Eterna".

Ao tio Nelson(*in memorian)* e Tia Rosa, ao Messias e Luiza, ao tio Fernando e à tia Cida, ao tio Louro e tia Dionília, pessoas que nunca mediram esforços em caminhar comigo, ora puxando as orelhas, ora guiando, tudo para que esse momento tornasse real.

À Kátia Stolzemburg pela colaboração inestimável.

À Paulinha, Elzinha e Tina, que reclamaram infinitas vezes diante da minha ausência em momentos importantes, mas que não trocaram a minha amizade. Recebam também as minhas desculpas, pois a ausência nesses momentos se tornou necessária.

À Simone Gonçalves pelo suporte, conselhos, emails trocados e pela revisão deste trabalho.

Aos meus ex Professores de Matemática Ivanilde Pereira, José Ayrton Córdova Coutinho (*in memorian*) e Ana Purcina Ferreira de Oliveira (E.E. Geraldo de Souza Norte em Carlos Chagas-MG), Neide Guedes (E.E. Alfredo Sá em Teófilo Otoni-MG), meus inspiradores em seguir os caminhos da Matemática; Susana – (Faculdades Newton Paiva em Belo Horizonte-MG), Denarte Miranda Afonso (*in memorian*) e Núbia Glaia (FAFITO/FENORD em Teófilo Otoni-MG) por serem exemplos de Profissionais a serem seguidos.

À ex-diretora Vilma Leão e ao diretor Oldair Novaes da Escola Estadual Dr. Waldemar Neves da Rocha, o meu sincero obrigado por entenderem a minha ausência nos projetos escolares.

Ao Saulo Adolfo da Silva Melo (sempre vivo na memória), amigo, companheiro de farras, de momentos de alegria, das caipirinhas. Enfim, um tempo que ficará para sempre guardado e lembrado com saudade. Obrigado!

Às minhas eternas crianças, Eric, Atílio, Fred, Bricin, Rafinha, Rá, Bela, Malu e Malê, o meu obrigado especial pelo tempo que não volta, e pelas boas recordações.

À minha pequena Lara Soares, doçura de criança, atitudes de adulto, amor inexplicável, tio Zé Rimo será eternamente grato pelo carinho.

E um dia você aprende...

Aprende que as circunstâncias e os ambientes têm influência sobre nós, mas nós somos responsáveis por nós mesmos.

Aprende que, ou você controla seus atos ou eles o controlarão, e que ser flexível não significa ser fraco ou não ter personalidade, pois não importa quão delicada e frágil seja uma situação, sempre existem dois lados. Aprende que heróis são pessoas que fizeram o que era necessário fazer, enfrentando as conseqüências. Aprende que paciência requer muita prática. E você aprende que realmente pode suportar... que realmente é forte, e que pode ir muito mais longe depois de pensar que não se pode mais.

E que realmente a vida tem valor e que você tem valor diante da vida!

William Shakespeare

RESUMO

O presente trabalho teve por objetivo enfatizar a importância do uso do material lúdico na determinação de áreas do retângulo, do quadrado, do triângulo retângulo bem como no estabelecimento de relações entre sucessões numéricas e números figurados na prática escolar da Álgebra e da Geometria do ensino médio. A pesquisa foi realizada com 45 alunos de uma escola pública da cidade de Teófilo Otoni, Minas Gerais sendo que no início, a população alvo apresentou algumas dificuldades pela falta do hábito de lidar com atividades diferenciadas nas aulas de Matemática. No entanto, no decorrer do trabalho tais dificuldades foram superadas, em virtude da motivação para apreender conteúdos matemáticos por meio de atividades lúdicas e investigativas. Concluiu-se que a quebra de paradigmas de aulas exaustivas que não estimulam o gosto de apreender é possível através da ludicidade, despertou o interesse de cada aluno para a construção do seu próprio conhecimento.

Palavras-chave: Aprendizagem. Álgebra. Geometria. Ludicidade. Atividades Investigativas.

ABSTRACT

The present study aimed to emphasize the importance of the use of playful material in determining areas of rectangle, square, triangle as well as in establishing relationships between numerical successions and figured numbers on school practice of algebra and geometry in high school. The survey was conducted with 45 students in a public school in the city of Teófilo Otoni, Minas Gerais and in the beginning, the target population presented some difficulties for lack of habit of dealing with differentiated activities in math classes. However, in the course of work such difficulties were overcome, because of the motivation to learn mathematical content through playful and investigative activities. It was concluded that the breaking of paradigms of comprehensive classes that do not stimulate the taste of capture is possible through the playfulness, aroused the interest of each student for the construction of his own knowledge.

Keywords: Learning. Algebra. Geometry. Playfulness. Investigative Activities.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

De uma forma geral, o ensino da Matemática engloba várias questões que implicam direta ou indiretamente na melhoria do ensino dessa disciplina. Sob esse aspecto, é que se faz menção às dificuldades existentes tanto por parte dos alunos que não conseguem compreender o conteúdo, quanto pelo professor que não consegue alcançar seus objetivos de ensino aprendizagem em sala de aula. Outra dificuldade a ser pontuada está relacionada aos diversos profissionais que hesitam em repensar sua prática pedagógica, e adotam para si atitudes equivocadas para ensinar determinados assuntos.

A Matemática é uma disciplina que causa medo e traumas nos alunos. Nesse sentido, é importante que o professor dessa disciplina, conheça o que vai ser ensinado, domine técnicas e metodologias na sua prática escolar. Na verdade, todo esse cuidado é necessário, mas não suficiente, para que o professor se torne um bom profissional a ponto de alcançar resultados satisfatórios de seus aprendizes. Assim, a conjunção da prática pedagógica, conhecimento e visão crítica do que vai ser ensinado é extremamente importante para o equilíbrio entre o porquê, para quê e para quem ensinar Matemática.

Diante do processo ensino aprendizagem envolvendo conteúdos matemáticos torna-se fundamental compreender sua essência organizacional principalmente da Álgebra e da Geometria. A Álgebra se constitui na forma particular de organização do pensamento e estabelece a estreita relação entre o raciocínio matemático e a linguagem algébrica. A Geometria se caracteriza pela ligação ao espaço físico, formas, e relações espaciais de objetos específicos da Geometria demonstrativa herdada da axiomática dos gregos.

Do ponto de vista histórico, a Álgebra passou por três fases de desenvolvimento: a fase retórica aquela em que o pensamento algébrico era expresso com palavras, fase sincopada aquela em que eram utilizadas abreviações para representações algébricas, e a fase simbólica na qual a linguagem dos símbolos matemáticos torna-se um instrumento fundamental para o ensino da disciplina. Contudo, há a concepção de que a Álgebra é a ciência das equações, e, apesar do destaque dado às técnicas e às propriedades operatórias, muitos dos alunos apresentam dificuldades em relação à atribuição de significado às variáveis, muitas vezes confundidas com o significado de incógnitas nos processos de resolução algébrica de equações de 1º e 2º graus e à manipulação de estruturas algébricas elementares.

Lins e Gimenez (2006 *apud* VAILATI E PACHECO, 2009) afirmam que o ensino de Álgebra apresenta algumas dificuldades, dentre elas a forma de conduzi-la ao uso de símbolos e regras, seja para operar expressões algébricas, seja para expressar generalidades, frutos da ação do pensamento formal nas operações da Aritmética. Os autores ainda reforçam que a visão “estruturalista” condiciona as propriedades operatórias e possíveis transformações geométricas que a abordagem “letrista” associa a atividade algébrica ao uso de determinadas anotações e reduz a Álgebra à manipulação de símbolos e regras para operar com expressões algébricas. No entanto, para que seja alcançado o ensino aprendizagem significativo dessa parte da matemática é extremamente relevante considerar as três etapas históricas de sua evolução ao longo dos tempos.

A Geometria, cujo berço está na Grécia Antiga, consolidada nos *Elementos* de Euclides (sec. III a. C.), o qual se atribui ser o pai da Geometria. A história revela que os gregos eram extraordinários geômetras, no entanto, não possuíam um razoável sistema de numeração. Ainda assim, a genial concepção de Diofanto de Alexandria, (séc. III d. C.), também conhecido como o pai da Álgebra, por ter introduzido o uso de símbolos e sinais para denotar as quantidades e as operações, constituiu a mais notável contribuição grega à Álgebra e à Geometria. Esse matemático ocupou-se também dos problemas indeterminados, isto é, daqueles em que o número de equações é menor que o de incógnitas, e procurou evitar os longos raciocínios verbais até então usados para calcular com os números e resolver problemas. A intuição geométrica, dos pitagóricos, iniciada com o espaço físico pode ser estendida a outros espaços e a outros conhecimentos, como a Álgebra (BAUMGART, 1992).

Ainda segundo Baumgart (1992), a interligação entre Álgebra e Geometria se dá na criação dos números figurados pelos pitagóricos, por volta de 500 a. C. no interesse de compreender a natureza dos números. Tais números são aqueles que podem ser representados por uma construção geométrica de pontos equidistantes. Se o arranjo formar um polígono regular, esses números chamam-se números poligonais. Dentro eles podem ser destacados os números triangulares, quadrados e hexagonais. Os números figurados também podem ter outras formas ou dimensões, como por exemplo, os números pentatopes ou no espaço tridimensional, os números tetraédricos.

No ensino médio, as progressões Aritméticas (PA), a Geometria plana e espacial são conteúdos estudados isoladamente, sem nenhuma correspondência entre si. Segundo Almeida (2009), a estreita ligação entre a estrutura da matéria e os números pitagóricos, confirma a desenvoltura dos alunos em aprender Álgebra de forma mais eficiente e prazerosa, sem a articulação de traumas antigos em que existiam regras aplicadas de forma mecânica.

Quando o ensino da Álgebra estabelece uma relação entre os números figurados (triangulares, quadrados, poligonais, piramidais,...), além de possibilitar uma aplicação mais interessante de regras algébricas (produtos notáveis, fatoração, potências, etc..), desenvolve a capacidade de visualização, argumentação e o raciocínio algébrico dos alunos e explicita as ricas conexões entre as várias subáreas da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria ...). Além disso, contribui significativamente para o preparo dos alunos na assimilação de temas mais complexos que serão estudados posteriormente no ensino médio, a exemplo de funções, sequências ou progressões algébricas (PA) e geométricas (PG).

No âmbito educacional são muitas as propostas e ações em prol da melhor qualidade do ensino, sendo o seu principal objetivo tornar homens e mulheres capazes de fazer coisas novas, adquirir novos conhecimentos, amplificando, e não simplesmente repetindo o que outras gerações fizeram.

O conhecimento deve ser ensinado de forma a favorecer a criatividade do aluno poderá ajudá-lo a superar as dificuldades relacionadas à compreensão dos conteúdos matemáticos. Poincaré (1854-1912) já dizia que um problema é criado para a busca da superação do sujeito quando suficientemente motivado. Sem um problema inicial, não há novos conhecimentos, e assim continua-se na segurança do que é conhecido (ALMEIDA, 2009).

Assim, se houver interesse por parte do professor em promover mudanças na prática de ensinar, poderá encontrar no lúdico, uma estratégia para o ensino aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

O lúdico ao que parece, segundo contextos de estudiosos como Kishimoto (2003) e Marinho et al (2007) faz parte do contexto diário das pessoas, de forma a proporcionar-lhes diversão, socialização, aprendizagem e com isso experiências – que permite ao ser humano maior concentração. Nessa direção, surgem alguns questionamentos neste estudo: Esse fato ocorre no ensino aprendizagem da Matemática, de forma específica em conteúdos relacionados aos números figurados? O uso do lúdico no ensino de conteúdos Matemáticos como de números figurados pode ser considerado fundamental na obtenção de resultados positivos para transpor as dificuldades relacionadas à aprendizagem dos alunos do ensino médio?

Sob esses aspectos, este estudo tem por objetivo enfatizar a importância do material lúdico no ensino aprendizagem da Álgebra e da Geometria, ressaltando as dificuldades enfrentadas no aprendizado diário em sala de aula.

Dentre os pressupostos teóricos utilizados para este trabalho estão os de Baumgart (1992) que descreveu sobre a história da Matemática para uso em sala de aula; Chacón (2003), que definiu os afetos na aprendizagem Matemática; Andrini e Vasconcelos (2012), que forneceram contextos sobre a prática da Matemática; e Moreira (2012) que contextualizou a dimensão das metodologias de pesquisa em ensino.

De encontro ao objetivo proposto neste estudo um teste diagnóstico foi realizado com 45 alunos do ensino médio de uma escola pública da cidade de Teófilo Otoni, Minas Gerais. Os assuntos abordados foram o cálculo das áreas do quadrado, retângulo e triângulo retângulo, as sucessões numéricas e os números figurados. Para as atividades em sala optou-se pelo uso do lúdico e de aulas investigativas, recursos que frequentemente são pouco explorados nas aulas de Matemática, com a expectativa de motivar a apreensão dos conteúdos matemáticos de forma diferenciada da que é utilizada no ensino tradicional.

Dessa feita, a estrutura deste trabalho foi composta de quatro capítulos divididos da seguinte forma:

O primeiro capítulo constituiu na fundamentação teórica com ênfase nos textos de Bicudo (1999), Almouloud e Manrique (2001) e dissertou um pouco sobre a história da Álgebra e da Geometria na Grécia antiga, passando pela origem da Geometria no antigo Egito e no nascimento da Álgebra da Matemática moderna. Oportunamente configurou-se o uso do lúdico no ensino da Álgebra e da Geometria, utilizando materiais de apoio como o Tangram, Geoplano, Jogos e a realização de uma Gincana envolvendo os números pitagóricos.

O segundo capítulo traz o estado da arte, destacando excertos de estudos de outros pesquisadores que viram no lúdico um instrumento essencial para ajudar no estímulo das potencialidades dos alunos na aprendizagem de diversos conteúdos, principalmente dos conteúdos matemáticos.

O terceiro capítulo descreve a metodologia, o público alvo da pesquisa, a criação e a aplicação das atividades desenvolvidas, a análise dos registros em consonância com os pressupostos teóricos.

O quarto capítulo aborda com detalhes como se deu o processo da realização das atividades alvo da investigação do presente trabalho. Ainda descreve os resultados de uma Gincana com os alunos pesquisados, bem como as devidas considerações referentes a essa atividade.

As considerações finais evidenciaram a importância do uso de atividades lúdicas como recurso didático na prática da Matemática para a melhoria do ensino aprendizagem dessa disciplina.

CAPÍTULO 1 – REFERENCIAL TEÓRICO

Diante da concepção que se tem do processo de ensino aprendizagem propriamente dito, não havia como desconsiderar o desenvolvimento planejado e consciente da História da Matemática que influenciou sistematicamente nas práticas de ensino da contemporaneidade. É inegável a contribuição ao longo dos tempos dos gregos e dos egípcios na construção de correlações entre os conhecimentos algébricos e geométricos, o que foi fundamental na concepção do presente trabalho.

A contextualização Histórica da Matemática teve como respaldo obras de Baron (1985), Marrou (1990), Guelli (1998) Guelli (2002), Struik (1992), Boyer e Uta (2012), e Eves (2002), que descreveram ser primordial o percurso cronológico da evolução da criação de conhecimentos matemáticos como caminho essencial para o exercício constante de como se convém ensinar.

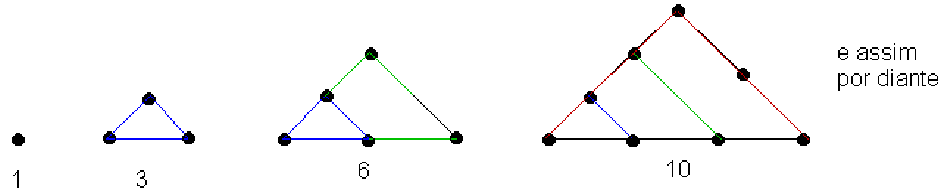
1.1 A MATEMÁTICA DA GRÉCIA ANTIGA: A GEOMETRIA E A ÁLGEBRA

Ganhou destaque o engajamento dos pitagóricos nas atividades políticas e no desenvolvimento teórico relacionados com o poder. Na verdade, havia certa dificuldade em perceber a contribuição de Pitágoras (571 a.C. - 570 a.C., 497 a.C. ou 496 a.C) à Matemática e, dentre outras razões: “Virtualmente perderam-se todos os documentos da época; Pitágoras fundou uma comunidade em que todo o conhecimento era compartilhado. Matemática era ciência e parte de religião” (BARON, 1985, p. 1).

Segundo Almeida (2009) os antigos gregos tinham suas próprias concepções sobre a estrutura da matéria e isso não seria diferente entre os pitagóricos. Para esses, a matéria se constituía por uma conjunção de pontos-unidade, sendo que 1 é o ponto, 2 é a linha, 3 é o triângulo e 4 é a pirâmide, o que remete aos conceitos de dimensão em geometria que anos depois foi confirmado por Aristóteles (384 a.C - 322 a. C.) quando afirmou que os números exerciam para os pitagóricos o papel da matéria e da forma do universo. Eles chamavam um ponto de um, uma reta de dois, uma superfície de três, e um sólido de quatro. O somatório de pontos gerava retas, o de retas, superfícies e o de superfícies, sólidos; com os seus um, dois, três e quatro eles poderiam construir o universo.

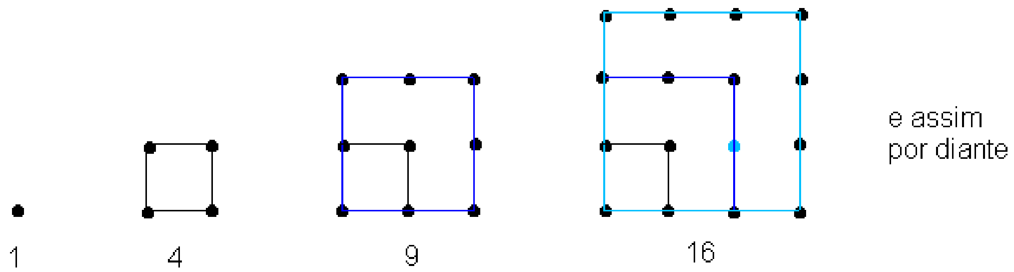
Tornou-se possível extrair a compreensão de que a criação dos números figurados pelos dos pitagóricos é atribuída à concepção da matéria e tais números são exemplos interessantes de padrões matemáticos. A História da Matemática revela que do ponto de vista geométrico, os pitagóricos desejavam compreender a natureza íntima dos números figurados que podem ser vistos como a reunião de pontos numa determinada configuração geométrica, isto é, a quantidade de pontos representa um número, e estes são agrupados de formas geométricas sugestivas, de acordo com as configurações a seguir:

FIGURA 1: Números triangulares



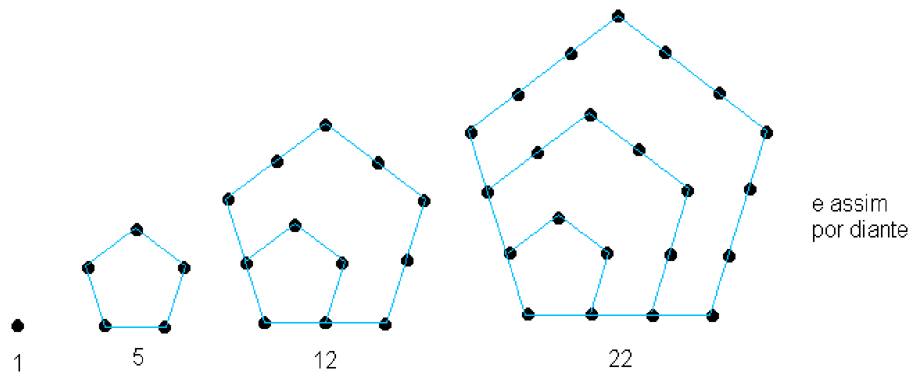
Fonte: Google Imagens

FIGURA 2: Números quadrados



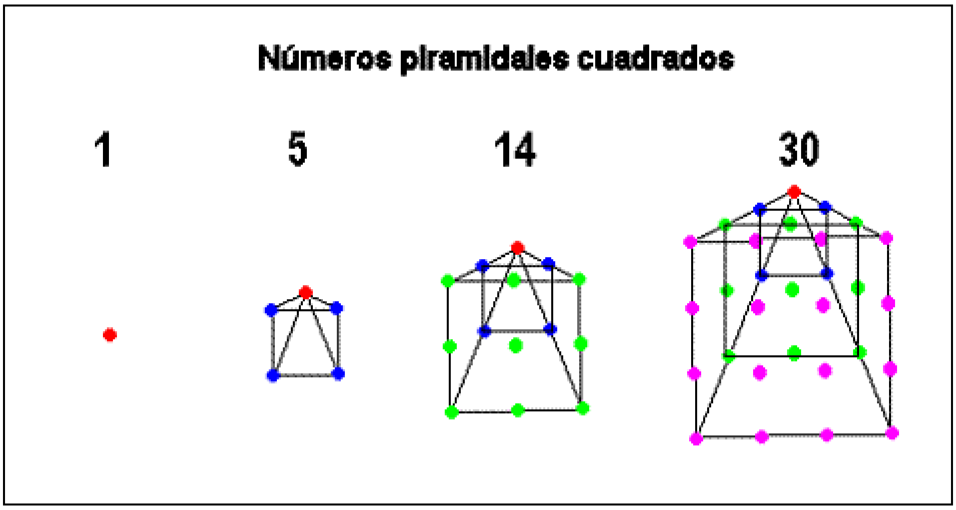
Fonte: Google Imagens

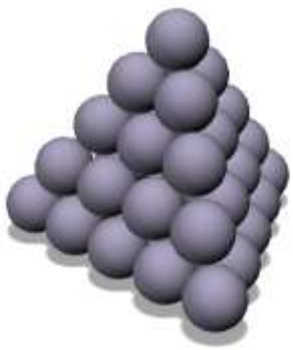
FIGURA 3: Números pentagonais



Fonte: Google Imagens

FIGURA 4: Números piramidais





Fonte: Google Imagens

Baumgart (1992) ratifica que a interligação entre Álgebra e Geometria se dá na criação dos números figurados. Dentre eles podem ser destacados os números triangulares, quadrados, pentagonais e hexagonais. Os números figurados também podem ter outras formas ou dimensões, como por exemplo, os números pentatopes ou no espaço tridimensional, os números tetraédricos. Nos cursos de Licenciatura em Matemática, a depender do projeto pedagógico do curso, tais assuntos são estudados de forma abstrata na disciplina Teoria dos Números. Os números figurados são objetos matemáticos que possibilitam o desenvolvimento de habilidades no estabelecimento de padrões e de regularidades Aritméticas, Algébricas e de Figuras. Nesse sentido, se assim forem ensinados nas licenciaturas em Matemática, em muito contribuirá para que os estudantes adquiram habilidades de generalização.

Já Almeida (2009, p. 16) destaca que “Filolaus (470 a. C.-385 a. C.), um expoente da escola pitagórica, conhecia os números poliedrais regulares”. Como exemplos, ele cita os números tetraedrais, cúbicos e icosaedrais. Na tentativa de se estabelecer um padrão para os números tetraedrais. Esse mesmo autor descreve a seguinte fórmula:

$$\frac{n\,(n+1)}{2} + \frac{1}{2}\,\frac{(n-1)\,n\,(n+1)}{3} = \frac{n\,(n+1)\,(n+2)}{6}$$

Importante ressaltar que os números poligonais, criados pelos pitagóricos e objeto do presente trabalho, também podem ser definidos tanto geometricamente ou algebricamente por meio de sequências de números naturais como estabelecidos nos estudos de Ramos (2010). De acordo com a autora, ao serem consideradas as diferentes progressões aritméticas cujo primeiro termo é a unidade e as razões são sucessivamente 1, 2, 3, 4, etc., são formadas novas sequências, por meio de acréscimos de termos a cada progressão. Desse modo, essas diferentes sequências dão origem aos números figurados ou poligonais. A apresentação de uma tabela com as sequências formadas esclarece ao leitor não somente a noção de números poligonais, mas também, suas divisões em diferentes categorias.

TABELA 1: Progressões Aritméticas e números poligonais

Progressões Aritméticas	*Sequências de números poligonais*
1, 2, 3, 4, 5...n	1, 3, 6, 10, 5.. $\frac{n(n+1)}{2}$
1, 3, 5, 7, 9...$2n - 1$	1, 4, 9, 16, 25.. n^2
1, 4, 7, 10, 13...$3n - 2$	1 , 5, 12, 22, 35...................................... $\frac{n(3n-1)}{2}$
1, 5, 9, 13, 17...$4n - 3$	1, 6, 15, 28, 45.. $n(2n - 1)$
. . .	. . .
1, α +1, 2 α +1,... $n\alpha - \alpha + 1$	1, α + 2, 3α + 3................................. $\frac{n(n-1)}{2}\,\alpha + n$

Fonte: RAMOS (2010)

A tabela 1 demonstra à primeira sequência 1, 3, 6,... , $\frac{n(n+1)}{2}$, que representa os números triangulares, quando n = 1, 2, 3,.... A segunda 1, 4, 9,... , n^2, representa os números quadrados para n = 1, 3, 5,..., 2n – 1, a terceira 1, 5, 12,..., $n(3n-1)/2$

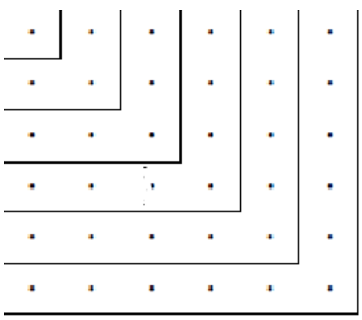
, se refere à sequência 1, 4, 7,..., 3n – 2, representam os números pentagonais, e assim sucessivamente.

Segundo *Espêusipo* de Atenas (~ 407 - 338 a. C.), filósofo grego sucessor de Platão (428 a.C. ou 427 a. C - 348 a.C. ou 347 a.C), os mais velhos seguidores de Pitágoras conheciam os números triangulares, quadrangulares e outros números poligonais. Na realidade, a “figura” como um numeral teve origem na escola de Pitágoras (BARON, 1985).

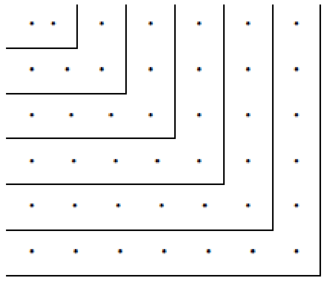
Já Ramos (2010), afirma que Fermat (1601-1665) estabeleceu uma relação entre os números poligonais e números naturais assim: um número qualquer pode ser decomposto como a soma de no máximo três números triangulares, como soma de até quatro números quadrados, como soma de no máximo de até cinco números pentagonais, de até seis hexagonais e assim sucessivamente. Explica ainda Ramos (2010) que esse teorema foi redigido em latim na página de número 180 na cópia de Fermat do livro *Arithmetica* que é o sexto livro do principal tratado de Diofanto de Alexandria (200-204).

Por outro lado, Baron (1985) observa que a regularidade de certas coleções de unidades geometricamente organizadas possibilita a identificação de determinadas propriedades dos números naturais. Destacam-se nessa obra algumas atividades:

“A soma dos n primeiros números ímpares é igual ao quadrado de lado n”. Ou seja, $1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n – 1) = n^2$. Observemos que este caso se trata dos números quadrados 1, 4, 9, 16,..., conforme segunda linha da Tabela 1.



“A soma dos n primeiros números pares é igual a n(n + 1)”. Isto é, 2 + 4 + 6 + 8 ++... + 2n = n(n + 1)



O terceiro exemplo se refere às construções de números figurados em três dimensões, no caso de pirâmides triangulares (como somas de números triangulares), de pirâmides quadradas (como somas de números quadrados) e de cubos. Denotando $\triangle_i$ para pirâmide triangular, $\square_j$ para pirâmide quadrangular e C_k para cubo, obtém- se que:

$\triangle_1 = 1, \triangle_2 = 1 + 3 = 4$, $\triangle_3 = 1 + 3 + 6 = 10$, $\triangle_4 = 1 + 3 + 6 + 10 = 20$

$\square_1 = 1, \square_2 = 1 + 4 = 5$, $\square_3 = 1 + 4 + 9 = 14$, $\square_4 = 1 + 4 + 9 + 16 = 30$

$C_1 = 1$, $C_2 = 23 = 8$, $C_3 = 33 = 27$, $C_4 = 43 = 64$

O autor supracitado apresenta em seu trabalho algumas atividades atípicas com os números figurados, tais como:

Exercício 1: Usando a notação introduzida acima, complete a seguinte tabela, onde a coluna extra marcada com E é a soma dos números cúbicos C:

n	T	S	R	$\triangle$	$\square$	C	E
1	1	1	2	1	1	1	1
2	3	4	6	4	5	8	9
3							
4							
5							

Exercício 2. Usando sua tabela:

a) Expresse $S_n + C_n$ em termos de Rn.

b) Expresse $T_n + S_n + C_n$ em termos de $\square_n$.

Exercício 3: Prove que a regra estabelecida no Exercício 2. b), $T_n + S_n + C_n = 3\square_n$, é equivalente à fórmula

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Vale ressaltar que na tabela do Exercício 1 uma coluna extra (E) foi acrescentada à tabela para se determinar a soma dos cubos C. Fácil verificar que em cada linha, a soma dos cubos é igual ao quadrado do número triangular naquela linha, ou seja, esse resultado pode ser expresso pela série numérica:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

Os exercícios de Baron (1985) são um diferencial quando comparados com os exercícios tradicionais, essencialmente tecnicistas, pois proporcionam o desenvolvimento de habilidades de dedução e de observação de regularidades que permitem inferir algumas propriedades sobre os números figurados.

1.2 A GEOMETRIA PRAGMÁTICA DOS EGÍPCIOS

No século IV a.C o historiador Heródoto (485 a.C - 425 a.C) afirma que a origem da Geometria se deu no antigo Egito diante da necessidade de remarcação de terras após inundações do rio Nilo. Os egípcios por sua vez desenvolveram três formas de escrita, dentre elas a hieroglífica, mais antiga, utilizada pelos sacerdotes em monumentos e tumbas. De forma cursiva, a hieroglífica era usada nos papiros, chamada hierática da qual resulta, mais tarde, a escrita demótica, de uso geral (EVES, 2002).

Para Boyer e Uta (2012), há um limite de informações acerca da Matemática nos calendários e pedras tumulares. Apontam esses autores que a Matemática vai além do contar e medir, como pode ser constado nos registros de alguns hieroglíficos do Egito Antigo.

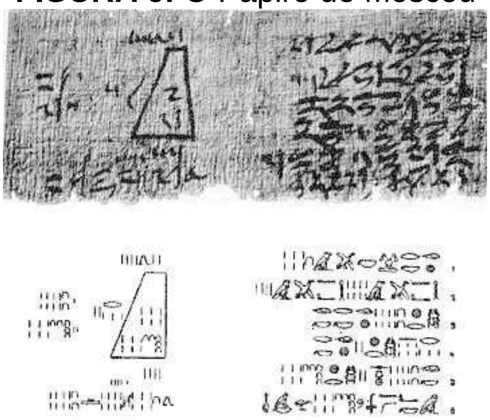
Segundo Guelli (1998) é possível encontrar descrições sobre a Matemática egípcia nos Papiro de Ahmes e de Moscou. O Papiro de Ahmes escrito em 1650 a.C. por um súdito chamado Aahmesu, cujo nome significa “filho da Lua” tem aproximadamente 5,5 metros de comprimento, 32 centímetros de largura, e 85 problemas resolvidos. Foi comprado em 1858 numa cidade á beira do Nilo, por um antiquário escocês, chamado Henry Rhind (1833 - 1863), por isso é também conhecido como Papiro Rhind. Na atualidade ele se encontra no Museu Britânico, de Londres (Figura 5).

FIGURA 5 Papiro de Ahmes

Fonte: GUELLI (1998)

Já o Papiro de Moscou de acordo com Boyer e Uta (2012), é uma estreita tira de 5,5m de comprimento por 8 cm de largura, com 25 problemas. Não se tem informações de quem seria seu autor, porém, sabe-se que foi feito por um escriba da décima segunda dinastia no ano de 1890 a.C. aproximadamente (Figura 6).

FIGURA 6: O Papiro de Moscou



Fonte: BOYER; UTA (2012)

Os problemas apresentados nos dois Papiros se referem em grande parte, a problemas numéricos e apresentam praticidade em lidar com questões que dizem respeito à distribuição de pão e cerveja, sobre balanceamento de rações para gado e aves domésticas e sobre armazenamento de grãos. De forma clara se percebe a intenção de deixar um legado para os estudantes, sem ter única finalidade (EVES, 2002).

Ainda de acordo com Eves (2002), entre os 110 problemas dos papiros, 26 eram geométricos, muitos deles provenientes de fórmulas de mensuração necessária para cálculo de áreas de terras e volumes de grãos. Os egípcios conheciam a área de um círculo que era tomada igual à de um quadrado de lado igual a do diâmetro, o que equivale, na notação atual a tomar uma aproximação para igual a 3,16. Utilizavam também a fórmula para o cálculo da área de triângulos e retângulos e do volume do cilindro reto e do tronco de pirâmide de bases quadradas e área de um triângulo qualquer. O que se pôde abstrair a respeito dos textos do Papiro de Moscou e de Papiro Ahmes, é que os egípcios tiveram maior preocupação com a Aritmética, sendo que a transmissão de tal conhecimento era garantida pelas corporações de ofício a serviço da administração central do Estado, que mantinham as informações deste gênero inacessíveis para salvaguardar o seu poder.

Para Eves (2002), em virtude da postura utilitarista dos egípcios e mesopotâmicos, a civilização esperou até meados de 600 a.C pela propagação e formalização da Matemática na Grécia no mundo greco-romano. Por meio da cultura grega, a Matemática se tornou mais abstrata, com uma atitude filosófica própria. Diante desse contexto, foi possível constatar uma forte influencia da cultura grega romana na ideia de se primar o registro e a preservação histórica em prol das gerações posteriores. O desenvolvimento da linguagem algébrica evoluiu passando por três estágios: o retórico (verbal), o sincopado (abreviações de palavras) e o simbólico que passou por várias transformações até se tornar estável.

O estilo retórico é caracterizado pela descrição de procedimentos, em que instruções verbais fornecidas eram aplicadas a uma sequência de casos específicos. Por exemplo, a expressão "*aebus p. rebus aequalis 20*", de Gerônimo Cardano (1501 – 1576), seria uma forma sincopada de exprimir uma equação que na linguagem simbólica posterior correspondia $x^3 + 6x$ = 20. A Álgebra babilônica, a Álgebra egípcia e a Álgebra geométrica grega apresentavam o estilo retórico (EVES, 2002).

1.3 *X, Y, Z*,...: O NASCIMENTO DA ÁLGEBRA LITERAL DA MATEMÁTICA MODERNA

A história da Matemática traz no seu bojo a organização dos períodos que interligam a Matemática da Antiguidade, a Renascença e ao mundo Moderno, destacando seus personagens. Dentre os personagens destacados está François Viéte (1540-1603) que de forma notória contribuiu para o avanço da passagem da Aritmética para a Álgebra (do qual é considerado o pai, o criador). Viète foi considerado o fundador da Álgebra literal, e aproximou-se das ideias modernas ao utilizar uma vogal para representar quantidade supostamente desconhecida, ou indeterminada (BOYER; UTA, 2012).

Na idade moderna, na França, a Matemática tomou impulso especial de forma notória no desenvolvimento da Teoria das Funções, mais particularmente nas Funções da Variável Complexa, da Geometria Projetiva e do Cálculo das Probabilidades (BICUDO, 1999).

O desenvolvimento histórico permitiu que a Álgebra percorresse um longo caminho até chegar ao século XIX, quando, com o aparecimento do Cálculo Diferencial e Integral, começaram a surgir estruturações dos conjuntos numéricos, envolvendo também, as estruturas algébricas, que são conjuntos munidos de duas operações, que satisfazem certas propriedades. Primeiro, foi o conjunto dos inteiros e racionais, atribuído a Karl Weierstrass (1815-1897), em seguida, com a sutileza que lhe é peculiar, o conjunto dos números irracionais (e reais), foi estruturado, independentemente, por volta de 1870, por Georg Cantor (1845-1918), e Richard Dedekind (1831-1916). O conjunto dos números naturais recebeu uma bela axiomatização por Giuseppe Peano (1858-1932), em 1889. A estruturação desses conjuntos numéricos exigiu o desenvolvimento da axiomatização de estruturas operatórias e, em meados do século XIX, surgem estruturas de grupo e corpo, através dos trabalhos de Galois (1811-1832). Na mesma época, o matemático alemão Ernest Eduard Krummer (1810-1893), introduz o conceito de ideal e anel. Quem estuda a História da Matemática, vê claramente que a busca de soluções para problemas não resolvidos, sejam eles solúveis ou não leva invariavelmente a descobertas importantes pelo caminho (EVES, 2002).

Nesse sentido, um ponto de extrema importância no ensino de Álgebra (e no de Matemática em geral) é mostrar a fecundidade da própria ideia de estrutura: que, por trás de “objetos” matemáticos, estão, no fundo, estruturas algébricas, topológicas. Essa é um dos motivos pelo qual se pode falar da reta dos números reais: nos dois casos obtém um corpo ordenado, contínuo e completo. No fundo, polinômios, vetores e translação possuem a mesma estrutura de espaço vetorial.

Dessa feita, torna-se perceptível que a necessidade de resolver problemas levou à construção das estruturas algébricas, que são objetos de estudos nos cursos de Matemática, seja Licenciatura ou Bacharelado (SOUZA, 2008).

1.4 ALGEBRA & GEOMETRIA

A intuição geométrica dos pitagóricos iniciada com o espaço físico pode ser estendida a outros espaços e a outros conhecimentos, como a Álgebra que pela forma particular de organização do pensamento, possui um aspecto relevante na estreita relação entre o raciocínio matemático e a linguagem algébrica. Assim, é que se tem uma contribuição em prol de uma Matemática semântica e uma linguagem própria.

A Geometria nasceu das observações de fenômenos da natureza, da forma dos planetas, de remarcação de terras. Numa visão mais moderna é comum relacioná-la ao espaço físico, às formas, às relações espaciais, à axiomática, enfim, a uma Matemática demonstrativa e analítica. Entretanto, é uma área que promove polêmicas até hoje, a exemplo do V Postulado de Euclides[1]. Na visão de alguns matemáticos, o V Postulado de Euclides não se trata de um postulado e sim de um teorema que necessita ser demonstrado. Entretanto, a Geometria euclidiana embora possua algumas controvérsias, a exemplo do V Postulado, foi “uma das mais geniais realizações do espírito humano” (FOSSA, 2001, p. 95).

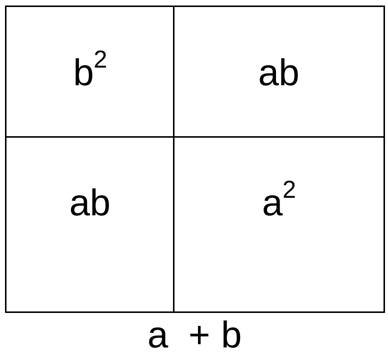
Uma ligação entre a Álgebra e a Geometria Euclidiana é encontrada em Baumgart (1992), em que a Álgebra grega foi formulada pelos pitagóricos e por Euclides como uma “Álgebra geométrica”. Por exemplo, quando se escreve numa linguagem simbólica que $(a+b)^2= a^2 + 2ab + b^2$ ', isso era concebido pelos gregos do ponto de vista geométrico, e era enunciado de forma retórica por Euclides nos *Elementos*, Livro II, Proposição 4:

[1]“Suponha que uma reta corta duas outras retas de tal maneira que a soma dos ângulos colaterais internos é menor do que dois ângulos retos. Então se as duas retas estiverem estendidas o suficiente neste lado, elas se encontrarão.

> Se uma linha reta é dividida em duas partes quaisquer, o quadrado sobre a linha toda é igual aos quadrados sobre as duas partes, junto com duas vezes o retângulo que as partes contêm. Para os gregos da época de Euclides, a^2 era realmente um quadrado. (BAUMGART, 1992, p. 6-7).

Que, geometricamente, pode ser assim representado de acordo com a Figura 7:

FIGURA 7: Representação geométrica



Fonte: BAUMGART (1992)

Nesse sentido, os pitagóricos conheciam bem a Álgebra babilônica e, de fato seguiam os métodos padrão babilônios de resolução de equações. Euclides deixou registrados esses resultados pitagóricos. É inegável a correlação entre essas duas ciências. Indo de encontro à Histórica da Matemática, o Brasil promove a articulação entre o ensino da Álgebra ao ensino de Geometria nos Parâmetros Curriculares Nacionais, os PCN de 1998, pois:

> A verificação de expressões algébricas através do cálculo de áreas e perímetros de retângulos ajuda assimilar noções algébricas onde *a a+2: o c*álculo da área do retângulo pela multiplicação das dimensões do retângulo: a *e* a + 2: a.(a + 2); e onde o c*álculo da área do retângulo pela soma das áreas das figuras que o compõem, o quadrado e o retângulo menor:* $a^2 + 2a$; o resultado é $a.(a + 2) = a^2 + 2a$ *(*BRASIL, 1998, p. 121).

A descrição acima citada serviu de mola propulsora para que fossem criadas situações didáticas com a articulação entre conceitos correlatos das disciplinas, Álgebra e Geometria no presente trabalho.

1.4.1 Por que e para quê aprender Álgebra

Ao tratar do ensino da Álgebra os PCNs expressam a necessidade do ensino buscar algum tipo de ferramenta que estimule o aluno à capacidade de abstração e generalização na resolução de problemas. Fato é que a abordagem do conteúdo algébrico tem ocorrido de forma mecânica, sem ao menos articular com as situações-problema do cotidiano (BRASIL, 1998). Nesse vértice os PCNs de 1998 descrevem que:

> Muito mais do que alcançar fórmulas, é a necessidade de situações que envolvam problemas com variações de grandezas, gerando contextos oportunos para trabalhar a ideia de função nos terceiro e quarto ciclos. Assim, será oportunizado ao aluno estabelecer a alteração do perímetro ou a área de um quadrado, em razão da medida de seu lado; definir a expressão algébrica que representa a variação assim como esquematizar o gráfico cartesiano que caracteriza essa variação (BRASIL, 1998, p. 121).

De acordo com a concepção proposta pelo que diz o PCN, o ensino de conceitos algébricos de forma significativa possibilita uma aprendizagem eficaz dos conteúdos. Não obstante, é preciso que os educadores estejam atentos às dificuldades, à limitação da interpretação geométrica dos cálculos algébricos, pois nem sempre se consegue um modelo geométrico adequado para caracterizá-los. Vale ressaltar que no ensino fundamental as atividades algébricas permitem que os alunos construam seu conhecimento em bases sólidas tendo como ponto de partida as situações problema que trazem significados concernentes aos conceitos algébricos (BRASIL, 1998).

De acordo com Oliveira e Zuim (2005), os PCNs de Matemática em relação à Álgebra produzem com evidência como deve ser um ensino aprendizagem, que se relaciona a outros conteúdos.

O panorama histórico até aqui apresentado enfatizou que a Matemática da Antiguidade era dividida em três blocos: Geometria, Aritmética e Álgebra, sendo possível observar a existência de uma restrição dos números ao campo da Aritmética e da matemática literal ao campo da Álgebra.

No decorrer dos tempos, a perspectiva da Educação Matemática tem sido um pouco diferente, vez que não se refere à Álgebra como bloco de conteúdos, mas sim como conceitos matemáticos que devem ser construídos numa intenção do desenvolvimento de habilidades algébricas.

Usiskin (1995) aponta a existência de quatro concepções sobre o ensino da Álgebra: 1) A Álgebra como uma Aritmética generalizada em que além dos números é introduzida uma linguagem literal, o que seria caracterizado como um campo algébrico. 2) A Álgebra como ferramenta é eficaz na resolução de problemas, sabendo-se que certos problemas algébricos não podem ser resolvidos aritmeticamente 3) A Álgebra como expressão de relações entre grandezas. 4) A Álgebra como o estudo das estruturas de grupos, aneis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais. As três primeiras concepções ocorrem na educação básica e o último no ensino superior.

Embora Usiskin (1995) tenha apontado quatro concepções, ele discordou da primeira concepção, pois, para ele, a Álgebra representa muito mais que uma Aritmética generalizada, uma vez que ela oferece alternativas para desenvolver e avaliar relações levando a compreensão de que se torna o melhor caminho para a caracterização das estruturas matemáticas.

De acordo com esse autor, os problemas decorrentes na aprendizagem Matemática são as dificuldades que os alunos apresentam na resolução de problemas algébricos simples, que se iniciam na compreensão textual do problema para a linguagem matemática, ou seja, dificuldades na passagem da lingual verbal para a linguagem simbólica.

1.4.2 Por que e para quê aprender Geometria

Como notável instrumento da Matemática, a Geometria é uma das portas para maior percepção e visualização do espaço, dando condições ao aluno de expandir para novas habilidades em outras áreas do conhecimento. Ao que consta a aplicação da Geometria no cotidiano, leva o aluno a buscar novas possibilidades para fazer explorações, representações e construções. Por sua vez, a Geometria deve ser mais bem explorada no desenvolvimento cognitivo e motor do aluno, uma vez que diversas pesquisas psicológicas indicam que inúmeras situações escolares requerem percepção espacial, tanto em Matemática, quanto na leitura e na escrita (LORENZATO, 1995).

Em consonância com que dizem os PCN´s, no que diz respeito ao ensino dos conteúdos da Geometria e medidas em que

> Haverá a oportunidade para o aluno identificar regularidades, fazer generalizações, aperfeiçoar a linguagem algébrica e obter fórmulas, como para os cálculos das áreas. O aluno também poderá ser conduzido a construir procedimentos que alcancem fórmulas para calcular o número de diagonais ou definir a soma dos ângulos internos de um polígono. No quarto ciclo pode-se não somente interpretar e representar a localização como também o deslocamento de uma figura no plano cartesiano. Assim, tem-se a possibilidade de construir vários retângulos, em que a medida da base seja igual ao dobro da medida da altura, verifica-se a variação da área em função da variação da medida da base, decidir a sentença algébrica que irá arrolar essas medidas descrevendo-as através de um gráfico cartesiano. (BRASIL, 1998, p. 121)

A esse respeito, complementam Cararo e Souza (2016), que:

> (...) o estudo de propriedades de posições relativas de objetos geométricos; relações entre figuras planas e os sólidos; propriedades de congruência e semelhança de figuras planas; análise de várias representações das figuras planas tais como desenho, planificações e construções com instrumentos (CARARO; SOUZA, 2016, p. 9).

Diante de tudo que aqui foi apresentado, os PCN´s de Matemática de 1998 enfatizam o ensino da Geometria como parte integrante dos temas transversais, por ser relacionado a problemas do cotidiano das pessoas, e essa ligação possibilita na compreensão e interpretação do espaço, das formas, das grandezas e das medidas.

Segundo Almouloud e Manrique (2001), o ensino de Geometria tem sido restrito ao estudo de medidas, e com essa síntese tem levado os alunos a tirarem conclusões precipitadamente erradas.

Almeida e Costa Curta (2010) descrevem que o simples ato de escolher um itinerário num mapa, ou até mesmo pendurar um quadro na parede estaria fortemente relacionado à Geometria, pois, ações como essas exigem as noções de orientação no espaço e de medida. Esses mesmos autores concordam que o ensino da Geometria deveria ser experimental e uma exploração do espaço na vida diária do aluno, desde a Educação infantil até os anos iniciais do Ensino Fundamental, momento esse ricamente útil para o desenvolvimento do raciocínio hipotético dedutivo.

Lorenzato (1995) afirma que ao detectar as causas das dificuldades no ensino da Geometria uma delas é a insegurança dos professores por falta de domínio dos conhecimentos nessa área. Para o autor, torna-se primordial o preparo do professor para dinamizar o ensino aprendizagem da Geometria.

Nesse mesmo contexto, Pavanello (1993) concorda com Lorenzato (1995) que a má formação do professor contribui para a deficiência no aprendizado dos alunos da Geometria. Como ninguém pode ensinar aquilo que não conhece bem, e/ou utilizar apenas o livro didático para suprir carências de informação. Lorenzato (1995) aponta que os livros didáticos apesar de desempenharem um papel substancial no ensino da Geometria, não deveriam ser o único instrumento de ensino.

O estudo dissertativo de Saraiva (2012) demonstra que as experiências em sala de aula no ensino da Matemática com metodologias diferenciadas como a investigativa, ajuda o professor a sair um pouco da rotina descrita pelos livros didáticos, e proporcionar um maior aprendizado dos alunos. Isso foi comprovado num experimento com seus alunos do Ensino Médio, tornando-se um forte potencial para ser adotado nos diferentes conteúdos geométricos.

Ao tratar da deficiência no aprendizado dos alunos em Geometria, Nasser e Vieira (2015) retratam a formação deficiente do professor da Matemática das séries iniciais, sendo estes profissionais formados em Pedagogia, os conteúdos matemáticos como a Geometria, não desenvolvidos de forma satisfatória nesse curso.

De fato, utilizar apenas os livros didáticos em suas aulas transforma o professor da Educação Básica no mesmo nível de seus aprendizes, por falta de domínio dos fundamentos principais da Geometria, no que diz respeito aos axiomas e suas propriedades, bem como pela falta de hábito do processo dedutivo intrínseco a essa disciplina.

Outro aspecto relevante é o papel da figura em problemas de Geometria. Uma figura serve para representar uma situação geométrica na demonstração dedutiva de um problema. Ademais, outra resposta possível é a de que a figura torna mais fácil a compreensão do problema, que às vezes o enunciado não é suficiente para desencadear uma solução, pois figuras são,

> não apenas o objeto de problemas Geométricos, como também um importante auxílio para problemas de todos os tipos, que nada representam de geométrico na sua origem. Temos assim dois bons motivos para considerar a função das figuras na resolução de problemas (POLYA, 1978, p. 48).

Na realidade para muitos dos professores, a figura não funciona absolutamente como uma ferramenta heurística[2]; cuja estratégia utilizada envolve informações que não estão contidas diretamente no enunciado do problema. Já para os alunos, a simples visão de uma figura não significa um olhar matemático para se resolver um problema. Sendo assim dois tipos de dificuldades podem ser constatadas nos diferentes níveis de escolaridade: a resistência dos alunos em desfazer das formas e das propriedades visuais da figura: a figura dá uma ideia intuitiva do problema e constitui nela mesma a solução e, portanto torna-se desnecessária uma demonstração; a incapacidade do aluno de enxergar a figura, de discernir os elementos de soluções possíveis ao problema proposto: a atenção se localiza sobre certas partes da figura sem o estabelecimento de relação com o problema. Para sanar tais dificuldades, podem ser amenizadas na compreensão do papel da figura num problema de geometria.

De acordo com Duval (1994) as apreensões de uma figura podem ser classificadas em quatro tipos de acordo com o Quadro 1 abaixo:

[2] Estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção.

QUADRO 1: Os diferentes papeis de uma figura em Geometria.

As diferentes apreensões de uma figura	Tratamentos cognitivos	Função epistemológica
Discursiva As propriedades Matemáticas representadas não podem ser determinadas apenas por uma simples constatação visual: algumas devem ter uma indicação discursiva: denominação, uma legenda (seja um...) a hipótese.	**Raciocínio dedutivo** Para explicitar outras propriedades dadas utilizam-se de definições, teoremas, axiomas	**Demonstração** O mesmo desenho pode representar distintas figuras geométricas se o enunciado das hipóteses for alterado.
Sequencial Existe uma ordem para se levar em conta a construção de uma figura. Esta ordem depende das propriedades Matemáticas a serem representadas e o tipo de instrumento a ser utilizado (computador, régua e compasso,...)	**Instrumental** Impõe desvios que não pertencem à figura a construir. Produz um “feedback”: para fazer a figura é preciso respeitar as propriedades Matemáticas associadas às possibilidades técnicas do instrumento.	**Modelo** As ações sobre os resultados constatados correspondem à situação matemática apresentada.
Operatória Uma figura dada pode ser modificada de diferentes maneiras, materialmente ou mentalmente.	**Modificação da figura** Operações modificando uma figura. A separação da figura em subfiguras e a sua recomposição em uma outra figura. Aumentar, diminuir, inclinar, ou ainda mudar a posição.	**Heurística** Uma das operações produz a mudança da figura que dá uma ideia da solução ou de uma demonstração.
Perceptiva É o que mostra a figura à primeira vista.	**Integração inconsciente** A figura percebida pode ser diferente da figura retida.	Figura no plano ou no espaço.

Fonte: DUVAL (1994, tradução Maria Aparecida Roseane Ramos)

Importante ressaltar que caso as apreensões de Duval (1994) não forem ensinadas nas aulas de Geometria, os aprendizes dificilmente conseguirão resolver as situações cotidianas modeladas por conceitos geométricos, ou ainda, utilizá-las na interpretação e na resolução de questões que contenham figuras.

Lorenzato (1995, p. 5) concorda que “sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida”.

Muitos são os questionamentos sobre as competências do professor ao preparar suas aulas de Geometria, uma vez que o domínio dos assuntos é primordial para se ensinar com segurança, pois para Fainguelernt (1995):

> Ensinar Geometria não pode ser um processo sintetizado em mera aplicação de fórmulas e de resultados estabelecidos por alguns teoremas, sem a preocupação da descoberta de caminhos para sua demonstração, como também para dedução de suas fórmulas (FAINGUELERNT, 1995, p. 46).

A esse respeito Muniz (2008) destaca que o professor ao ensinar Geometria deve fazer uma reflexão sobre a sua prática escolar ao se questionar:

> Tenho explorado os conceitos Geométricos aliados ao dia-a-dia? Tenho limitado as aulas, deixando de tratar de Geometria, optando falar apenas dos números e das suas operações? Existe insegurança da minha parte para trabalhar conceitos geométricos? Quando ensino Geometria tenho sido mecânica, utilizando em especial memorização de terminologia das figuras e entes Geométricos?(MUNIZ, 2008, p. 93)

Na tentativa de responder a tais questionamentos para a melhoria de suas aulas, o professor deve fazer uso de materiais de fácil manuseio, para melhor motivação e aprendizado dos alunos, pois assim os tornarão mais participativos e integrados na aprendizagem da Geometria (ALMEIDA; COSTA CURTA, 2010, p. 17).

Contudo, Muniz (2008) observa que o próprio currículo do ensino da Geometria é tendencioso quando prioriza uma Geometria formal, sem utilizá-la como ferramenta para a resolução de problemas do cotidiano. Assim, não é por acaso que se constata certo distanciamento entre o ensino da Geometria e das situações do cotidiano que dão origem e sentido aos conceitos e procedimentos Geométricos. É indiscutível que o ensino da Geometria deve propiciar novas descobertas do conteúdo com diferentes formas de mediação pedagógica na sala de aula. O uso do lúdico é uma importante e interessante alternativa às aulas tradicionais que comumente são ministradas nas escolas.

1.5 O USO DO LÚDICO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A interação entre o professor e o aluno pode refletir nos fatores afetivos e cognitivos, exercendo influência decisiva na segurança dos alunos em relação à determinada disciplina e seus conteúdos, como a Matemática (CHACÓN, 2003, p´87). Nesse vértice, cabe ao professor conhecer seus alunos e suas dificuldades cognitivas e afetivas.

Ainda de acordo com essa autora, a Matemática ministrada de forma significativa causa interesse, satisfação e curiosidade no aluno. Nesse caso o componente afetivo sobressai sobre o cognitivo. Assim, a auto estima acarreta na confiança para resolver tarefas e o desempenho dos alunos na disciplina tende a melhorar.

Brenelli (1993) entende que não existe separação entre o aspecto cognitivo e aspecto afetivo, uma vez que a energia da ação é que impulsiona a motivação, o interesse e o desejo.

O aluno precisa de motivação no processo da aprendizagem, e como o lúdico estimula o ser humano para a criação, conduz aluno à satisfação em aprender conteúdos que aparentemente são mais complexos.

Nesse aspecto, Alves (2007) observa que educadores matemáticos buscam implantar novas metodologias que promovam a participação efetiva do aluno na construção do seu conhecimento. Quando o professor faz uso das atividades lúdicas, elas geram maior interação na turma, e desenvolve a capacidade de análise, reflexão e socialização dos conceitos matemáticos em classe. De fato, o autor aponta que:

> As atividades lúdicas em aulas de Matemática, além dos aspectos cognitivos relevantes para sua aplicação, não devem ser ignorados ou menosprezados o aspecto afetivo desencadeado pela ação do jogo, na aproximação entre jogadores, bem como na do aluno com o professor (ALVES, 2007, p. 28)

Muito embora seja clara a eficácia das atividades lúdicas no ensino da Matemática, ainda existem profissionais que resistem a sua aplicação. Montezel (2005) também explica que o motivo dessa resistência pode ser atribuído ao conceito de que o lúdico seja apenas um passatempo, algo improdutivo, ou seja, é uma alternativa vista por certos professores como um método que não proporciona aprendizado. Fato é que o uso do lúdico como instrumento de aprendizado é eficiente, pois para Negrine (2001):

> A ludicidade como ciência se fundamenta sobre quatro pilares de natureza diferentes: o sociológico, porque a atividade lúdica engloba demanda social e cultural; o psicológico, pois se relaciona com o desenvolvimento e a aprendizagem; o pedagógico, porque se serve da fundamentação teórica existente e das experiências da prática docente; e o epistemológico porque busca o conhecimento científico que trata o jogo como fator de desenvolvimento (NEGRINE, 2001, p. 42).

Nesse caso, Smole, Diniz e Milani (2007, p. 12) asseguram que a dimensão lúdica é determinante para a aprendizagem em Matemática, visto que ela é:

> Uma das bases sobre a qual se desenvolve o espírito construtivo, a imaginação, a capacidade de sistematizar e abstrair e a capacidade de interagir socialmente. A dimensão lúdica envolve desafio, surpresa, possibilidade de fazer de novo, de querer superar os obstáculos iniciais e o incômodo por não controlar todos os resultados. Essa característica faz do jogo um contexto natural para o surgimento de situações-problemas que exige do jogador alguma aprendizagem e certo esforço na busca por sua superação.

Dessa feita, realizar atividades lúdicas nas aulas de Matemática é eficiente, mas requer os devidos cuidados, seja na escolha do jogo, na sua apresentação, organização, tempo e operacionalização, como aqui foi exposto, no caso da aprendizagem da Álgebra articulada à Geometria.

1.6 MATERIAIS LÚDICOS APLICADOS NA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O professor deve usar a criatividade, e fazer uso de materiais diversificados no ensino, adaptando cada um deles às novas atividades. Assim, os diferentes recursos utilizados em sala de aula, devem envolver a afetividade, o prazer, o lúdico, de forma a auxiliar o professor e o aluno no processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

Diante do exposto, serão descritos aqui a importância do uso de alguns recursos pedagógicos tais como: Tangran, Geoplano e Jogos, na construção de conceitos geométricos de forma lúdica e prazerosa.

1.6.1 Jogos

Os Jogos também se tornam uma alternativa para o ensino pedagógico da Matemática. É um elemento motivador, e mesmo assim, segundo Almeida e Costa Curta (2010) alguns professores não utilizam os jogos no ensino dos conteúdos, seja por entenderem ser perda de tempo, ou pelo intenso barulho que gera a atividade.

Na verdade, o professor ao optar por utilizar jogos no ensino de conteúdos matemáticos, deve considerar os prós que acabam sobrepondo as dificuldades de aplicação. Segundo Smole, Diniz e Cândido (2007, p. 9), se bem planejadas as atividades com jogos, promovem "observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais são estreitamente relacionadas ao raciocínio lógico".

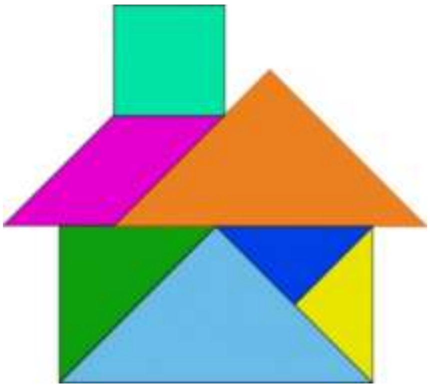
1.6.2 Tangram

Quanto à origem do Tangram, alguns pesquisadores como Andrini e Vasconcellos (2012) arriscam dizer que a principio seria chinesa, pois, ainda são muitas as descrições a esse respeito, gerando incertezas de onde realmente surgiu. O termo em si, vem do conjunto de sete peças, denominadas "*tans*". Já a palavra "*gram*" é descrita como sendo ocidental, trata da estrutura do jogo e está relacionada aos significados do diagrama. Contudo, outros pesquisadores deram outras versões ao significado de Tangram:

> (...) *gram* – significa algo desenhado ou escrito como um diagrama. *Tam* – apesar de múltiplas explicações, a mais aceita está relacionada à dinastia Tang (618 – 906) que foi uma das mais poderosas e longas dinastias da história chinesa, a tal ponto que em certos dialetos do sul da China a palavra Tang é sinônima de chinês. Assim, *Tangram* significa literalmente, *quebra-cabeça chinês*. Outra versão está ligada à palavra chinesa para Tangram, "Tchi Tchiao Pan", cuja tradução seria "Sete Peças da Sabedoria" (SOUZA, DINIZ, OCHI, 2003, p. 2).

O Tangram (Figura 8) é formado por sete peças com desenhos Geométricos: cinco triângulos: dois grandes, dois pequenos e um médio; um quadrado e um paralelogramo, originados da decomposição de um quadrado. Através das peças descritas, torna-se possível a criação de milhares figuras de animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas.

FIGURA 8: Tangram Casa



Fonte: Google Images

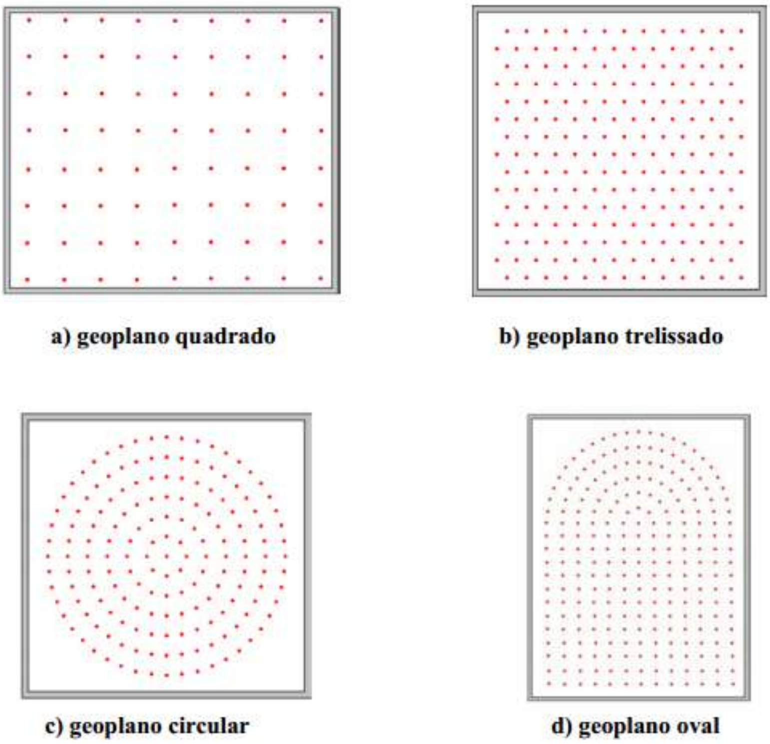
Ao utilizar o Tangram, o professor poderá direcionar a identificação das figuras geométricas, comparação, descrição, classificação e desenho no ensino aprendizagem da Matemática. Através da composição e decomposição das figuras, tem-se a possibilidade de compreender as propriedades das figuras geométricas, bem como seus elementos como ângulos, vértices, lados, diagonais, medidas, perímetro, área, entre outros, sem falar que o envolvimento com o desafio e o lúdico proporciona um campo de maior criatividade e exercício mental.

1.6.3 Geoplano

O Geoplano é um material que foi criado pelo matemático inglês Calleb Gattegno – caracterizado por uma placa de madeira marcada com uma malha quadriculada ou pontilhada, sendo que em cada vértice dos quadrados formados é fixado um prego (ou pinos), em que ficam presos os elásticos. (KNIJNIK; BASSO; KLÜSENER, 1996).

Segundo Machado (2010), o Geoplano apresenta-se de diversas formas, sendo a mais comum a de base quadrada. Assim, denomina-se Geoplano de 5x5 aquele onde a malha é quadrada e tem 5 pregos de cada lado (25 pregos no total). Existem outros tipos de Geoplano, além do quadrado: trelissado, circular e oval, conforme figura 9:

FIGURA 9: Tipos de Geoplano



Fonte: Machado (2010)

O Geoplano apresenta-se como um material de fácil manuseio pelos professores, em diferentes anos do ensino para o ensino da Geometria plana.

CAPÍTULO 2 – ESTADO DA ARTE

Na contemporaneidade, o estudo de qualquer disciplina deve seguir o percurso das novas tecnologias. No entanto, os educadores identificam uma forma de transpor esse empecilho do ensino aprendizagem em outras metodologias de ensino. Por outro lado, outros educadores têm dificuldade em perceber a importância das diferentes aplicações metodológicas intrínsecas ao processo de ensino aprendizagem. Esse contexto foi evidenciado por Modesto e Rúbia (2014), que enfatizam que os profissionais comprometidos com a qualidade da sua prática pedagógica encontram na ludicidade um veículo de desenvolvimento social, intelectual e emocional de seus alunos.

Kishimoto (2003 apud MODESTO; RÚBIA, 2014) afirma que o lúdico promove um melhor desenvolvimento físico, cognitivo, psicológico. Para ele isso certamente contribuirá no desenvolvimento intelectual, e assim na melhoria da aprendizagem, uma vez que o jogo em si é nada mais do que o resultado de um sistema linguístico inserido num contexto social em um sistema de regras e como um objeto.

Nesses termos, Modesto e Rúbia (2014) compreendem que o lúdico é essencial para que sejam liberadas as potencialidades do ser humano permitindo que enfrente o medo, descubra suas limitações e aprenda a respeitar regras. É uma discussão que vem se consolidando no meio educacional, tendo em vista que atividades aplicadas em sala de aula e alicerçadas pelo lúdico vêm favorecendo resultados positivos. Desse modo, as pesquisadoras identificaram em seu estudo alunos com grande capacidade de raciocinar e resolver situações-problemas. O aluno aprende e é estimulado a absorver o conhecimento por meio de material concreto, jogos, ou seja, tudo o que ela possa manusear, refletir e reorganizar.

A esse respeito, Derdyk (1989 *apud* MODESTO; RÚBIA, 2014, p.16) "observa que a ação que envolve o jogo possibilita uma série de relações que por vezes não conseguimos unir a outras atividades convencionais da sala de aula".

O professor ao ter a compreensão da potencialidade do lúdico no ensino aprendizagem deverá planejar de forma rigorosa seus objetivos, considerando a realidade dos seus discentes, além do conteúdo a ser trabalhado. Em verdade, Modesto e Rúbia (2014) entendem que se torna essencial repensar a prática pedagógica a partir da didática do lúdico e para isso é substancial que o profissional esteja capacitado, proporcionando uma ação didática segura, eficaz e de forma interdisciplinar.

Não é por acaso que estudos como o de Costa (2012) descrevem a necessidade da inserção do lúdico nos cursos de Licenciatura em Matemática. Em seu estudo dissertativo “a ludicidade como estratégia didática para o ensino de Matemática” trata da importância da relação lúdico e matemática no processo de ensino aprendizagem. É uma visão inovadora e facilitadora das vivências lúdicas pedagógicas na construção dos saberes e do conhecimento. Nesse estudo, Costa (2012) deixa clara a percepção que os docentes têm a respeito da relação entre lúdico e aprendizagem. Um grupo de 29% dos sujeitos pesquisados associou o lúdico a brincadeiras e ao uso de material concreto às dinâmicas. No entanto, bem observa Costa (2012) que nem sempre a utilização de material concreto em si é uma garantia de estar utilizando uma metodologia lúdica, é preciso que haja associação de conteúdo com o prazer e muito mais do que isso, serem desafiados a ponto de motivar as suas habilidades de dedução por meio da lógica. Além disso, esse pesquisador percebe que alguns dos docentes ainda compreendem a ludicidade como um jogo em que muitas vezes está desvinculado do conteúdo a ser ensinado. É preciso nesse caso que o professor faça uma nova ressignificação da relação lúdico-ensino aprendizagem, por meio de ações transformadoras nas suas práticas pedagógicas cotidianas.

O ideal que o professor crie um ambiente adequado e favorável em todo processo da relação lúdico e aprendizagem, é o que orientam Nasser e Vieira (2015). Partindo desse princípio as autoras ressaltam que essa metodologia contribui para que o aluno construa significados refletindo sobre suas ações, e nesses termos o jogo se torna uma estratégia interessante para o ensino da Matemática, pois valoriza a problematização e a participação ativa do aluno. De forma intrínseca os alunos demonstram motivação para pensar e a lembrar do conteúdo exposto anteriormente em aulas e até mesmo fatos ocorridos, facilitando a construção de conceitos e procedimentos matemáticos. Elas ainda identificam que os jogos no ensino de Matemática proporcionaram uma reflexão e descoberta. Visando sempre um contexto de ensino aprendizagem, os professores orientadores colocaram em ação conhecimentos da geometria a partir dos questionamentos propostos pelo professor-formador. Segundo as autoras, os professores aceitaram o desafio e perceberam que era possível identificar com maior facilidade as dificuldades descritas como incompreensões e inseguranças dos alunos sobre os conhecimentos geométricos. Nesse mesmo trabalho, Nasser e Vieira (2015) apontam que na realização de atividades com o Tangram os professores alvos da pesquisa identificaram algumas das habilidades de raciocínio geométrico fundamentais para o ensino de Geometria, a saber, a apreensão perceptiva, apreensão discursiva; apreensão sequencial e apreensão operatória segundo Duval (1994). Tais habilidades foram observadas na conservação de formas e relações, na classificação de figuras, na percepção viso-motora e discriminação visual, no estabelecimento de relações entre figuras planas.

Além do trabalho de Nasser e Vieira (2015), outros pesquisadores como Cararo e Souza (2016) em seu estudo, *Contribuições da geometria plana no ensino da matemática,* estabelecem relações entre figuras planas utilizando o Tangram para desenvolver atividades relacionadas à geometria plana no que diz respeito à percepção de alunos do ensino médio na decomposição de figuras espaciais correlacionada à noção de proporcionalidade. Desse modo Cararo e Souza (2016), evidenciam que o Tangram é um forte aliado no ensino da Matemática, e mais especificamente no desenvolvimento do estudo da Geometria. Na opinião dos professores participantes da pesquisa, o uso de materiais concretos estimula a aprendizagem significativa de conhecimentos matemáticos em oposição às aulas tradicionais utilizadas na prática escolar dessa disciplina.

Ambos os trabalhos supracitados concordam que o professor ao vivenciar tais experiências, revê a sua concepção sobre um ensino de Geometria desprovido de significados que prioriza a memória em detrimento do desenvolvimento lógico dedutivo intrínseco à Geometria. O que leva à reflexão que essa última deve ser ensinada não somente para apreender conceitos geométricos, mas também como ferramenta para a compreensão de conceitos matemáticos correlatos da Álgebra, o que corrobora com o objetivo do presente trabalho.

CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA DA PESQUISA

O presente estudo é de teor quantitativo, pois analisa numericamente o desempenho dos alunos do Ensino Médio frente às atividades desenvolvidas na aprendizagem de sequências numéricas e dos números figurados por meio de atividades lúdicas e investigativas, bem como pesquisa quantitativa quanto à opinião dos professores envolvidos sobre a aplicação das atividades. Geralmente tais assuntos são ministrados de forma tradicional, por meio de memorização de fórmulas e com o uso de livros didáticos. O presente trabalho buscou mudar esse paradigma com a realização de atividades diferenciadas interligando conteúdos da Álgebra e da Geometria que aparentemente não são correlatos.

Ressalta-se que esse estudo não se caracteriza como pesquisa qualitativa, pois não se trata do levantamento de dados sobre as motivações do grupo alvo da pesquisa na compreensão e interpretação do comportamento, da opinião e as expectativas do grupo. Essa modalidade acontece como Moreira (2012) aponta que o processo de ensino e aprendizagem está relacionado às crenças e aos valores que cada indivíduo possui.

3.1 PÚBLICO ALVO

O público alvo deste estudo constituiu em 45 alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma Escola Pública de Teófilo Otoni/MG.

3.2 INSTRUMENTOS UTILIZADOS

3.2.1 Teste diagnóstico dos conteúdos com problemas de aprendizagem

O primeiro procedimento para a construção do presente trabalho foi a aplicação de um teste diagnóstico em 2014 aos alunos pesquisados para detectar quais eram os conteúdos matemáticos que alunos tinham dificuldades de aprendizagem. Os resultados apontaram que tais dificuldades eram relativas aos conceitos de Álgebra. Para mudar esse quadro, o professor pesquisador elaborou e realizou com seus alunos atividades investigativas e lúdicas que permitiram o estabelecimento de relações entre os conceitos correlatos da Geometria e da Álgebra, a saber: os números figurados e sequências com números naturais .

Para Gil Pérez (1996 *apud* FERREIRA; HARTWIG; OLIVEIRA, 2010) é compreensível a necessidade de construir atividades na visão sócia construtivista a fim de promover a aprendizagem do aluno em Matemática, o que concordam Suart, Marcondes e Carmo (2009) quando dizem que as atividades experimentais investigativas tornam-se estratégias que ajudam na promoção das interações dialógicas e no desenvolvimento das habilidades cognitivas.

Antes mesmo das atividades serem realizadas, por questão de ética, os alunos assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido (APÊNDICE A), em que todos os participantes, incluindo seus familiares foram informados quanto ao teor da pesquisa e sobre as seguintes instruções sobre as atividades que seriam desenvolvidas: 1) que haveria uma revisão de conteúdos sobre os números figurados que embora já tratados em aulas anteriores, o desempenho dos alunos foi insatisfatório; 2) que os 45 alunos alvos da pesquisa seriam divididos em três equipes com 15 alunos, sendo que cada equipe escolheria um aluno representante para responder as atividades propostas às equipes; 3) que cada equipe deveria trazer papeis de diversos tamanhos e cores para confeccionarem os materiais a serem utilizados nas atividades; 4) que a última atividade seria a realização de uma Gincana (APÊNDICE B); 5) que ao término da Gincana, os pontos obtidos por cada equipe seriam computados para determinar qual equipe seria vencedora; 6) ao término da Gincana, cada aluno deveria elaborar uma auto avaliação do que aprendeu.

3.2.2 Apresentação das atividades

As atividades foram desenvolvidas em quatro momentos:

1º momento: Breve revisão dos conteúdos de Álgebra e Geometria

Para realizar essa atividade, foram utilizadas três aulas de 50 minutos para a revisão do conteúdo sobre os números figurados, pois a aprendizagem desse conteúdo, na época, não foi significativa. No decorrer da realização da atividade os alunos ficaram irrequietos, pois, só queriam tratar do assunto da Gincana, os que os tornou dispersos em relação às demais atividades em sala de aula. No entanto, os alunos foram orientados sobre a necessidade de se organizarem e a manter disciplina, bem como a seguir as instruções para a realização das atividades, pois, seriam itens de fundamental importância para a pontuação das equipes.

Os alunos assistiram a revisão do conteúdo, com o professor/pesquisador por meio de slides utilizando o Power Point e dúvidas sobre o assunto foram sanadas. Diante dessas informações na terceira aula, oportunamente, foi realizada uma atividade utilizando materiais como folhas de cartão, folhas de ofício comuns e coloridas, tesoura e cola no intuito de explorar o conceito de linhas, pontos, vértices, diagonais de um polígono, como prerrequisito para a construção do Tangram.

2º momento: confecção do Tangram

Os alunos foram instruídos para estabelecerem correlações com os assuntos abordados na realização do primeiro momento das atividades. Contudo, alguns grupos ficaram perdidos, confusos, sem saber o que fazer em relação ao que lhes foi proposto. A ideia era trazer a teoria da Álgebra e Geometria para a prática lúdica, permitindo aos alunos visualizarem à medida que fossem construindo o Tangram explorar o conceito de linhas, pontos, vértices, diagonais de um polígono.

O que evidencia a falta da apreensão sequencial de figuras geométricas de Duval (1994) que é aquela que produz um "*feedback*": para fazer a figura é preciso respeitar as propriedades matemáticas associadas às possibilidades técnicas do instrumento (comandos, etc...). Vide Quadro 1.

Uma vez orientados pelo professor/pesquisador, os alunos de cada equipe recortaram um pedaço de papel de diversas cores, tamanhos e forma diferentes para efetuar a dobradura e construção do Tangram. De posse do papel, recortaram um quadrado e seguiram as instruções da atividade proposta (ANEXO A).

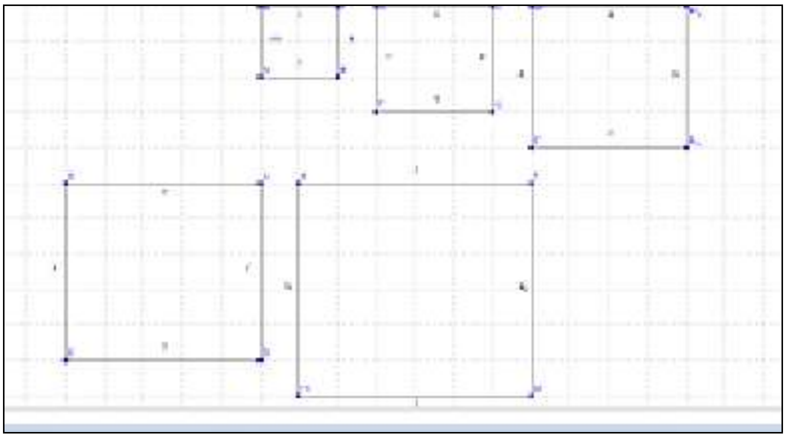
Cada grupo recebeu um jogo de peças do Tangram e figuras previamente selecionadas que teve por objetivo preencher o espaço da figura utilizando todas as peças do jogo sem sobreposição das figuras, que segundo Duval (1994), existe uma ordem para se levar em conta a construção de uma figura. As peças foram trocadas entre os grupos para que todos os grupos preenchessem todas as figuras, na direção da apreensão operatória de Duval (1994) que tem a função de exploração heurística, sendo a mais invocada para se justificar a utilização de figuras em geometria que podem ser compostas ou decompostas em outras figuras. Vide Quadro 1.

Após a construção do Tangram, os alunos foram instruídos para medirem todos os lados das figuras para serem utilizadas posteriormente no decorrer das atividades. Assim, a próxima tarefa designada aos alunos foi a de determinar o perímetro da cada figura e depois da figura completa na direção das apreensões perceptiva, sequencial e operatória de Duval (1994).

3º momento: Exploração de linhas, pontos e vértices

Após o segundo momento descrito anteriormente, a maioria dos alunos apresentou dificuldades sobre o conceito de linhas, pontos, vértices, diagonais de um polígono e ângulos ao manipularem o Tangram, evidenciando problemas de apreensão perceptiva de Duval (1994). Mesmo assim eles conseguiram resolver questões propostas em sala de aula sendo que os alunos foram orientados a construir vários quadrados com diferentes tamanhos de lado, conforme a figura 10.

FIGURA 10: Quadrados com diferentes lados



Fonte: Arquivo Pessoal

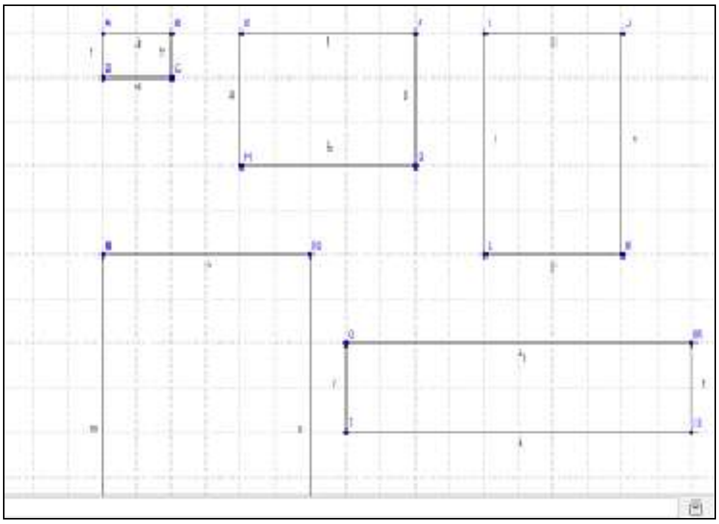
Uma vez superadas as dificuldades da análise das figuras formadas, os alunos responderam as seguintes perguntas, pautadas no papel das figuras em problemas de Geometria de Duval (1994):

1ª questão: Quantos quadrados cabem dentro de cada figura construída?

2ª questão: Utilizando apenas a medida do lado de cada figura, como você poderia encontrar a quantidade obtida em cada item da questão anterior?

Na segunda atividade, os alunos construíram retângulos com diferentes medidas de lados, conforme a figura 11.

FIGURA 11: retângulos com diferentes medidas de lados



Fonte: Arquivo Pessoal

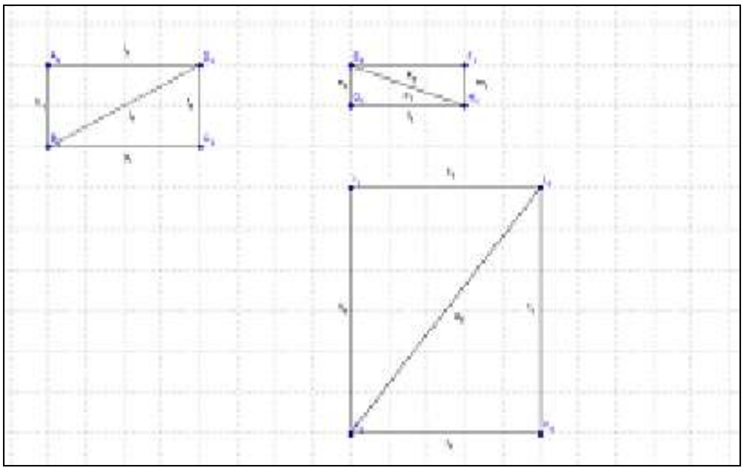
Novamente, os alunos analisaram os quadriláteros e responderam as seguintes questões:

1ª questão: Quantos quadrados cabem dentro de cada figura construída?

2ª questão: Utilizando apenas as medidas dos lados de cada figura, como você poderia encontrar a quantidade de quadrados obtida em cada item da questão anterior?

Na última atividade, os estudantes foram orientados a construir retângulos e traçar uma diagonal, conforme a figura 12:

FIGURA 12: Retângulos



Fonte: Arquivo Pessoal

Após os alunos analisarem os polígonos desenhados eles responderam as seguintes questões:

1ª questão: Cada retângulo é formado por duas figuras geométricas. Que figuras são essas?

2ª questão: Quantos quadrados cabem dentro de cada retângulo? E dentro de cada uma das figuras que constitui cada um dos retângulos?

3ª questão: Qual a relação existente entre a quantidade de quadrados de cada retângulo e em cada uma das duas figuras que o constitui?

4º momento: REALIZAÇÃO DA GINCANA

O quarto momento foi o mais esperado por todos os alunos. Esse momento se deu na realização de sete tarefas determinadas da seguinte forma:

1ª Tarefa: as equipes foram divididas em três grupos de 15 alunos e, a primeira tarefa foi a apresentação do nome da equipe por meio do grito de guerra baseado nos números figurados. Os jurados por sua vez, avaliaram a clareza e a interação do grito com os números figurados, e atribuíram nota entre 6,0 e 10.

2ª tarefa: apresentação de uma paródia com um breve conhecimento a respeito dos números figurados. Esse momento serviu para que fossem avaliados os quesitos: interação, clareza compreensão dos números figurados. Os jurados atribuíram nota entre 7,0 e 10,0 aos grupos.

3ª tarefa: as três equipes receberam antecipadamente uma questão que foi resolvida pelos integrantes de cada equipe: Duas retas no plano produzem no máximo 1 ponto de intersecção, 3 retas no máximo 3 pontos de intersecção. Quantos pontos de intersecção no máximo, 10 retas podem produzir no mesmo plano?

Desafio: duração de 1 hora – entregue após o cumprimento da primeira tarefa e computada 60 min.

4ª tarefa: por meio de uma dinâmica conhecida como “Torre Copos”, de certo programa televisivo, foi explorada a forma dos números triangulares. As equipes, uma de cada vez, construíram os cinco (5) primeiros números triangulares usando copos de cores diferentes. O tempo prescrito para essa tarefa foi a princípio de 1 min e 30 seg, no entanto, os jurados perceberam que a tarefa em si necessitaria um tempo maior, aumentaram o tempo para 2min com 30s de tolerância.

5ª tarefa: nessa tarefa as equipes utilizaram o Geoplano, mas ficou liberada também a utilização de copos. A instrução foi para que os integrantes das equipes formassem os 6 primeiros números quadrados no tempo de 1 minuto e 30 segundos.

6ª Tarefa: nessa tarefa denominada relâmpago, cada equipe resolveu três questões sobre os números inteiros positivos, números pares positivos, números impares, contendo um texto da Coleção de livros: "Matemática é feita assim" de Bigode (2006): *Diz a lenda que Carl Friedrich Gauss (1777-1855), quando tinha 10 anos, era um garoto bastante irrequieto, como muitos de nossos alunos. Um dia seu professor a fim de garantir que o jovem Gauss e seus colegas se acalmassem para que pudesse corrigir umas provas, propôs que calculassem a soma dos 100 primeiros números inteiros positivos: 1 + 2 + 3 +... + 100, na esperança de mantê-los quietos por algum tempo. Foi tudo bem até o terceiro minuto quando então o pequeno Gauss apresentou sua resposta escrevendo simplesmente o número 5050 no caderno. O procedimento de Gauss era bastante engenhoso, ele escreveu a série de 1 até 100 e em baixo escreveu a mesma série do 100 até 1.*

S	=	*1*	+	*2*	+	*3*	+	+	*98*	+	*99*	+	*100*
S	=	*100*	+	*99*	+	*98*	+	+	*3*	+	*2*	+	*1*
2 x S	=	*101*	+	*101*	+	*101*	+	+	*101*	+	*101*	+	*101*

Concluiu-se que 2 x S = 100 x 101 = 10100, e que a soma pedida, portanto correspondia à sua metade: S = (100 x 101) / 2 = 5050".

Questões:

1) Use o mesmo método do jovem Gauss, para determinada soma dos 60 primeiros números positivos.

2) Determine a soma dos 20 primeiros números pares positivos.

3) Calcule a soma dos 10 primeiros números impares. O que você concluiu?

A pontuação dada às equipes pelos jurados ficou entre 04 e 10 pontos. A distribuição foi de 3 pontos para cada questão e mais 1 ponto pela execução.

7ª Tarefa: teve como base um programa de auditório de determinada rede televisiva brasileira – a partir do momento em que foi autorizado o início da tarefa, saiu um aluno de cada equipe para trazer apenas um objeto em cada mão (bola de isopor e palito de churrasco), e os mesmos deveriam montar o 4º número pentagonal exposto na tela. A equipe que montasse primeiro levaria de cada jurado 10,0 pontos

Para a realização da Gincana, foram convidados três professores de Matemática da mesma escola dos alunos participantes. Na oportunidade da realização da Gincana, cuja logística foi descrita no apêndice B, os professores jurados receberam também as devidas instruções quanto aos critérios, tempo de cada tarefa, dentre outras, para avaliação do empenho das equipes e também uma folha para que pudessem avaliar os quesitos.

3.3 DA ANÁLISE DOS REGISTROS

Para análise da atividade investigativa lúdica foram utilizadas as seguintes fontes de dados:

- Uma folha foi disponibilizada para os jurados registrarem as observações realizadas durante o desenvolvimento da atividade, tais como: atenção dos alunos, análise das apresentações e confecções dos Jogos, se as questões expostas foram satisfatórias. Foram destacadas as características investigativas presentes na aula e as modificações que poderiam ser feitas para a melhoraria da atividade.
- Um questionário (APÊNDICE C) respondido pelos alunos ao final da Gincana, com informações sobre as suas dificuldades em relação ao ensino aprendizagem da Álgebra e Geometria.
- Avaliação das atividades dos grupos executada pelos componentes da banca (professores participantes).

Os estudos dos números figurados foram utilizados para interligar diferentes conteúdos da Álgebra com o uso da Geometria, dentre eles: Números Figurados e Progressão Aritmética. Esses conteúdos já haviam sido trabalhados em sala aula pelo professor de Matemática das turmas do ensino médio que participaram deste estudo.

A atividade investigativa em sala de aula testou a eficácia do aprendizado dos números figurados por meio dos resultados do questionário aplicado, bem como da utilização de material concreto nas atividades. Foram atestadas as mudanças e o desempenho do grupo envolvido na pesquisa.

CAPÍTULO 4 - ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1 OS TRÊS MOMENTOS DAS ATIVIDADES

Observou-se que ao final da Gincana, todas as equipes estavam adaptadas às tarefas, demonstrando maior agilidade na resolução de problemas. Contudo, o desempenho geral das etapas da Gincana confirma que alguns alunos ainda apresentavam dificuldades de aprendizagem, conforme pontuações das tarefas na Tabela 2:

TABELA 2: Resultado da Gincana

	EQUIPES		
	Hermanos	**Triangulares**	**Guerreiros**
Tarefa 1	6,6	9,5	8,5
Tarefa 2	7,0	7,5	8,0
Tarefa 3	9,5	6,5	4,0
Tarefa 4	6,0	8,0	7,0
Tarefa 5	2,3	4,3	5,0
Tarefa 6	4,0	4,0	4,0
Tarefa 7	10,0	10,0	8,0
TOTAL	45,4	49,8	44,5

Fonte: Arquivo Pessoal do professor pesquisador

No geral, o resultado de todo o processo investigativo demonstrou que os alunos tiveram dificuldades em correlacionar os temas do trabalho com as propostas lúdicas, fato que justificou a oscilação de pontuação em uma e outra tarefa. Entretanto, à medida que as atividades foram sendo desenvolvidas, foi perceptível a melhoria da autoconfiança na realização das tarefas pela assimilação do que haviam aprendido em sala de aula.

Todos os membros das equipes Hermanos, Triangulares e Guerreiros foram premiados. A equipe Triangulares ganhou o primeiro lugar e foi a vencedora com uma pontuação de 49,8 (Figura 13).

FIGURA 13: Premiação da equipe vencedora: Triangulares

Fonte: Arquivo Pessoal do professor pesquisador

As equipes Hermanos e Guerreiros também tiveram seus integrantes premiados com bombons, pois foram merecedores pelo empenho nas atividades em que demonstraram forte interesse em aprender (Figura 14).

FIGURA 14: Brinde entregue as equipes Hermanos e Guerreiros

Fonte: Arquivo Pessoal do professor pesquisador

No término da realização da Gincana foi distribuído um questionário de avaliação entre os 45 participantes, no intuito de obter a opinião desse público sobre as atividades (APÊNDICE C).

De maneira geral a gincana foi prazerosa e interativa, e no início houve uma pouco de algazarra uma vez que já se esperava esse cenário em virtude da expectativa própria do ser humano quando se submete às novas experiências. No entanto, após orientações de como se comportar adequadamente para a realização dessa última tarefa, os alunos mudaram o comportamento, ficando mais tranquilos e centrados em resolver os desafios que lhes foram apresentados.

4.1.2 Questionário aplicado aos alunos após a Gincana

Conforme os dados extraídos do questionário aplicado segundo apêndice C, a idade entre os integrantes das equipes participantes deste estudo variou entre 15 e 18 anos. Sendo 24 do sexo masculino e 21 do sexo feminino.

Os alunos foram questionados se as aulas expositivas possibilitaram melhor assimilação de conceito de Progressão Aritmética. Dentre os 45 alunos, 33 responderam que sim, e apenas 12 disseram que não. Atribuiu-se a resposta negativa, pelo fato de terem mais dificuldades em assimilar conteúdos do que os demais colegas.

A segunda pergunta direcionada aos alunos foi quanto à existência de dificuldades na construção e análise de problemas. Quarenta alunos responderam que tinham dificuldades e outros cinco alunos disseram não ter dificuldades na análise de problemas. Sequencialmente foi feita a terceira pergunta que fez referência à dificuldade em interpretar os problemas relacionados à realidade. Alguns alunos, 24 no seu total não quiseram responder, talvez por ter a real dificuldade. Outros 21 alunos disseram não ter este tipo de dificuldade.

A questão três foi de encontro à quarta questão: Você consegue perceber a aplicação de números figurados no dia a dia? As respostas de 21 alunos concordam com a anterior, pois disseram ter percebido a aplicação de números figurados no dia a dia, o que assegurou a ausência de dificuldades em interpretar problemas ligados à sua realidade. Outros 24 alunos disseram não ter conseguido perceber os números figurados no dia a dia. A esse respeito tornou-se oportuno dizer que a interação com o meio em que se vive e o conteúdo ensinado na sala de aula, ajuda de forma ativa na aprendizagem do aluno em Geometria.

Para Fainguelernt (1995) a Geometria contribui eficazmente para o desenvolvimento intelectual do aluno, seja no seu raciocínio lógico quanto em processos de abstração:

> A Geometria trabalha as estruturas mentais, possibilitando a passagem do estágio das operações concretas para o das operações abstratas. É, portanto, tema integrador entre as diversas partes da Matemática, bem como campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar (FAINGUELERNT, 1995 p. 46).

Se por um lado a Geometria ajuda no desenvolvimento intelectual do aluno por outro lado essa área é um ótimo recurso para a aprendizagem de objetos algébricos, pois a Álgebra se caracteriza numa forma particular de organização do pensamento e sua aprendizagem possui um aspecto relevante na estreita relação entre o raciocínio matemático e a linguagem algébrica. Cabe ao professor inspirar o desejo de aprender do aluno, permitindo a integração desses conteúdos.

A quinta questão apresentada no questionário para os alunos foi referente à avaliação de cada um em torno de sua aprendizagem em relação aos conteúdos: "Números Figurados e Progressão Aritmética". As respostas dividiram-se da seguinte forma: 15 alunos responderam que era muito bom, para outros 15 alunos, somente bom, e 15 alunos disseram ser regular para a contribuição do aprendizado.

Na sexta questão foi solicitado aos alunos que se pronunciassem sobre a relevância de se estudar os números figurados. O surpreendente foi que todos os 45 alunos disseram que tais estudos não eram muito importantes.

A sétima questão foi uma avaliação dos alunos quanto à aula em formato de Gincana. Os alunos declararam por meios textos escritos: "Aprendemos melhor Matemática de forma que na sala de aula nós não conseguiríamos entender; deveria haver mais vezes, pois só com as aulas não é possível compreender a matéria". Descreveram ainda que houve:

- Valorização da percepção individual e coletiva
- Interação com os colegas
- Descontração no aprender
- Ajuda mútua na resolução dos problemas
- "Experiência fantástica"
- Pensar bastante para resolver questões
- Ajuda no entendimento da Matemática
- Aprendizagem positiva
- Desprendimento o que veio a contribuir para uma melhor aprendizagem da Matemática.

4.1.3 Opinião dos professores colaboradores do estudo aplicado

A ação do professor em mudar a forma metodológica de trabalhar em busca de melhor aprendizado do aluno teve por base a experiência em sala de aula. Os professores que participaram da avaliação da Gincana compondo o corpo de jurados, também deixaram depoimentos quanto ao envolvimento do lúdico nas atividades relacionado à Matemática.

Segundo a opinião dos professores, as regras para realização das atividades aplicadas como investigativas, serviram de base para melhor dinamizar o objetivo principal que seria a aprendizagem, formando uma aliança com o lúdico. Nesse sentido, Grassi (2008) descreve que:

> O termo jogo compreende uma atividade de ordem física ou mental, que mobiliza ações motrizes, pensamentos e sentimentos, no alcance de um objetivo, com regras previamente determinadas, e pode servir como um passatempo, uma atividade de lazer, ter finalidade pedagógica ou ser uma atividade profissional (GRASSI, 2008 p. 70).

A sensação é que essa associação deveria ser feita mais vezes, sempre conjugando a teoria com a utilização de materiais manipuláveis, pois em muito atreladas a conceitos geométricos na medida do possível.

Para os professores, tornou-se conveniente dizer que mesmo ocorrendo a confecção dos jogos e a resolução de questões em tempo determinado para execução, o que a principio seria um obstáculo em sala de aula, tornou-se um elemento positivo, um desafio a mais, levando a compartilhar ideias entre os alunos, e ainda, sugerindo a chance de maior interação com a matéria ao elaborarem questões que diziam respeito aos conteúdos tratados em sala de aula.

Os alunos demonstraram motivação com o conteúdo da Geometria durante a realização da Gincana e buscaram ao máximo responder corretamente as perguntas elaboradas nos Jogos. Todavia após análise da atividade, em vários momentos os alunos apresentaram dificuldades com os conteúdos da Álgebra e Geometria.

Em verdade, mesmo após o trabalho desenvolvimento como atividade investigativa na Gincana, foi possível observar no decorrer dos dias, que a atividade lúdica serviu de motivação para os alunos em outras disciplinas – fato observado por todos os professores participantes.

Um dos professores salientou que os alunos movidos pela curiosidade foram além do que lhes foram solicitados nas atividades, e sem fugir do contexto, conseguiram, de forma consistente agregar outras informações que complementaram ou ratificaram as que já tinham sido exploradas na sala de aula.

Outro professor destacou a relação interpessoal em sala de aula – para ele, houve maior entrosamento entre os alunos, conscientização do trabalho em equipe, reflexões e críticas acentuadas, competição e resgate no prazer em aprender os conteúdos que vão além da Matemática. Esse depoimento vai de encontro ao achado de Modesto e Rúbio (2014) em um trabalho cientifico sobre a “importância da ludicidade na construção do conhecimento” – em que abordam sobre o universo lúdico como recurso de intervenção da aprendizagem.

> Por meio do lúdico há o desenvolvimento das competências de aprender a ser, aprender a conviver, aprender a conhecer e aprender a fazer; desenvolvendo o companheirismo; aprendendo a aceitar as perdas, testar hipóteses, explorar sua espontaneidade criativa, possibilitando o exercício de concentração, atenção e socialização (MODESTO; RUBIO, 2014 p. 3).

Diante do que foi exposto, o lúdico como recurso didático, no caso em questão, a Gincana, foi um caminho para exercitar a compreensão dos alunos e professores, que envolveu todos num único propósito: o uso do lúdico na aprendizagem de conceitos matemáticos.

A aprendizagem aliada ao processo investigativo proporcionou ao aluno uma interação discursiva, além da construção de significados. Na atividade proposta, a Gincana se tornou um veículo atrativo para o melhor conhecimento da Geometria em aspectos científicos e sociais, dando real formato ao aprendizado de sala de aula, culminando na compreensão dos assuntos abordados em sala de aula.

Desse modo que Piaget (1971) percebeu que é impossível separar o intelecto do físico, pois, de outra forma comprometeria o funcionamento total do organismo e consequentemente, do aprendizado. A brincadeira e o jogo se complementam para o melhor desenvolvimento do indivíduo. Ainda segundo Piaget (1971) a atividade lúdica está extremamente ligada às atividades intelectuais de uma pessoa.

Como professor e pesquisador no decorrer das aulas, posteriores à Gincana, foi perceptível a mudança em relação à compreensão dos alunos quanto ao conteúdo ministrado. Fato é que alguns itens demonstraram que podem ser melhorados, para assim produzir um maior desejo por parte dos alunos em querer investigar e compreender conteúdos em sala de aula. A sugestão é a de que os assuntos deveriam ter sido pesquisados pelos alunos anteriormente, e que grupos de estudos fossem organizados para melhorar o nível de compreensão, permitindo que alunos que tinham bom desempenho nas aulas de Matemática ficassem em grupos com colegas que tinham dificuldades de aprendizagem nessa disciplina.

4.2 AVALIAÇÃO DA GINCANA

Tarefa 1 Apresentação do nome da equipe por meio do grito de guerra baseado nos números figurados.

A primeira tarefa foi cumprida pelas três equipes, sendo a Triangulares a que mais se aproximou da proposta da tarefa. Na realidade o grito de guerra requisitado como tarefa da gincana, foi nada mais para representar as equipes. A avaliação diante desse momento foi motivacional, mas as notas foram dadas tomando como base a junção originalidade e percepção dos alunos diante da aprendizagem do contexto assimilado nas aulas anteriores.

A banca examinadora compreendeu que:

1ª equipe denominada Hermanos mereceu a nota (6,6), pois, a relação com os números figurados deixou a desejar: “*Dividindo, multiplicando, nossa equipe é los Hermanos, a nossa preocupação é diferente, diferente, é Matemática, nossa equipe é los Hermanos*”.

2ª equipe denominada Triangulares mereceu a nota (9,5), pois, foi o grupo que mais assimilou aproximou da tarefa proposta: “*O pensamento é exato, não tem como dar errado, vamos atrás da perfeição, álgebra e geometria se aprende com determinação, força e união, 1, 2, 3,4 até 100 contar, somar, calcular triangulares, triangulares é o resultado...*”

3ª equipe que ficou denominada Guerreiros obteve nota (8,5), pois faltou ainda um pouco mais de exploração dos números figurado: “*Suar e competir, o* *importante é entrar na gincana e sermos campeões, guerreiros, guerreiros, é sangue e raça e juntos venceremos, guerreiros, guerreiros...*"

Tarefa 2 Demonstrar por meio de uma paródia, o breve conhecimento adquirido a respeito dos números figurados.

Na segunda tarefa, as equipes Triangulares e Guerreiros apresentaram paródias condizentes com a realidade escolar, porém o tema não tinha relação com os números figurados.

1ª equipe Hermanos obteve a nota (7,0), pois, apesar de ter escolhido uma música dos ""Los Hermanos, Ana Júlia" condizente ao nome da equipe, pouco utilizou os números figurados.

> É dentro da geometria que sou perseguido, buscar solução agora é preciso reformular, área lateral, onde se circula reto? Onde é eqüilátero? É tanto PI que preciso concentrar. Zé Irmo me ajuda, estou me sentindo sozinho, perdido e o provão é amanhã – o grande problema são os números figurados, alguém me ajudaaaaaa – Zé Irmo me ajudaaa.... matemática é pura emoção...você sabe que quero aprender, não quero zero, sei que o professor está disposto a ajudar, mas sei que não gosto de estudar, mas preciso de passar na prova simmmm....e para isso preciso aprender....Zé Irmo me ajuda......(EQUIPE HERMANOS).

2ª equipe Triangulares obteve nota (7,5) com a música do grupo "Tribalista, Eu já sei namorar".

> Eu já sei somar, agora falta saber dividir, diminuir e multiplicar... tem que ter paciência para fazer função, para estudar matemática tem que ter concentração...já sei resolver equações agora está mais fácil entender...entendendo números figurados e buscar solução de $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ agora eu já sei resolver...agora é estudar e buscar a solução para geometria e entender o triangulares (EQUIPE TRIANGULARES).

3ª equipe Guerreiros obteve nota (8,0) com a música do grupo "Bragaboys, Bomba".

> Matemática, a recuperação é da matemática/ Matemática, a recuperação é bem fácil/ Fácil, a recuperação é bem fácil / Fácil, já tá chegando a geometria desses números figurados que é uma..... Bomba, se não estudar é bomba / E a Álgebra se estuda assim / Assim, assim, assim com a Álgebra na cabeça / Com a Álgebra na cabeça, a geometria é bem fácil (EQUIPE GUERREIROS).

Tarefa 3

Questão: Duas retas no plano produzem no máximo 1 ponto de interseccão, 3 retas no máximo 3 pontos de intersecção. Quantos pontos de intersecção no máximo, 10 retas podem produzir no mesmo plano?

Desafio: duração de 1 hora – entregue após o cumprimento da primeira tarefa e computada 60 min.

Na terceira tarefa a questão que valeu dez pontos foi corrigida pelo professor/pesquisador e pelos jurados que avaliaram os quesitos: interpretação, desenvolvimento, solução, correlação com os números figurados. O resultado foi o seguinte:

1ª equipe Hermanos obteve a nota (9,5) – ficou demonstrado que o grupo assimilou as informações que foram apresentadas no decorrer das aulas. As dúvidas que antes os alunos do grupo aparentemente tinham em relação à Geometria, diante do que apresentaram, foram esclarecidas de forma satisfatória.

2ª equipe Triangulares obteve nota (6,5) e demonstrou que apesar da dificuldade em assimilar as informações dos números figurados, os integrantes começaram a externar melhor entendimento.

3ª equipe Guerreiros obteve nota (4,0), e foi o grupo que apresentou mais dificuldade para assimilação do conteúdo nessa tarefa. Certamente, com paciência, e exploração de conteúdos de forma lúdica, em muito irão ajudá-los no percurso da aprendizagem.

Tarefa 4

Dinâmica: “Torre Copos”, inspirado em certo programa televisivo com o tema: números triangulares. As equipes deverão formar os 5 primeiros números triangulares usando copos de cores diferentes.

Desafio: duração de 1 min e 30 seg com prorrogação para 2min com 30s de tolerância.

Os jurados avaliaram a quarta tarefa cumprida pelas equipes dando-lhes pontuação entre 06 e 08 pontos com base na agilidade, compreensão e resultado (Figura 15).

FIGURA 15: Equipe Triangulares na execução da 4ª tarefa

Fonte: Arquivo Pessoal do professor pesquisador

1ª equipe Hermanos obteve a nota 6,0, pois os participantes tiveram dificuldades na compreensão dos comandos da tarefa, por isso o resultado não foi tão satisfatório.

2ª equipe Triangulares obteve nota 8,0, pois apesar dos integrantes terem compreendido a questão, e terem apresentado resultado satisfatório, não conseguiram realizar a tarefa no tempo determinado.

3ª equipe Guerreiros obteve nota 7,0, pois os alunos também enfrentaram dificuldades para compreender o enunciado da questão, apesar de terem obtido o resultado correto, a exemplo da equipe 2, não conseguiram realizar a tarefa no tempo determinado.

Para Vecchia (2002) a construção do conhecimento está inteiramente ligada à afetividade, uma vez que motiva o aluno a transformar e criar, produzindo o saber racional e o saber da vida. Corroborando, Elias (1993, p.6) descreve que os educadores diante das dificuldades com certos conteúdos, vivem buscando "alternativas que tornem a aprendizagem mais significativa, prazerosa e espontânea, voltada para o desenvolvimento de valores e atitudes". Dessa feita, torna-se propício e necessário abordar conteúdos da Álgebra entrelaçados aos da Geometria, utilizando metodologias variadas em prol do fortalecimento do processo de ensino e aprendizagem de seus aprendizes, pois Piaget afirma que compreender é transformar e dar-se conta das leis da transformação.

Tarefa 5
Dinâmica: Utilizando o Geoplano formar os 6 primeiros números quadrados.

Desafio: duração de 1 min e 30 seg.

Na quinta tarefa a pontuação dada pelos jurados ficou entre 01 e 05 pontos (Figura 16).

FIGURA 16: Alunos na execução da tarefa utilizando o Geoplano

Fonte: Arquivo Pessoal do professor pesquisador

1ª equipe Hermanos obteve a nota (2,3), pois os alunos construíram apenas 3 números quadrados.

2ª equipe Triangulares obteve nota (4,3), pois os alunos construíram cinco números quadrados.

3ª equipe Guerreiros obteve nota (5,0), pois, os alunos realizaram a tarefa proposta dentro do prazo estipulado pela equipe de jurados.

Tarefa 6

Dinâmica: resolver três questões sobre os números inteiros positivos, números pares positivos, números impares, contendo um texto da Coleção de livros: “Matemática é feita assim” de Bigode (2006).

Questões:

1) Use o mesmo método do jovem Gauss, para determinada soma dos 60 primeiros números positivos.
2) Determine a soma dos 20 primeiros números pares positivos.
3) Calcule a soma dos 10 primeiros números impares. O que você concluiu?

Desafio: duração de 1 min e 30 seg.

Observou-se na realização da sexta tarefa, que os alunos apesar de terem se envolvido com a dinâmica com muita dedicação, ainda apresentaram dificuldades na resolução das questões. Diante desse fato, não se pode falar em resultado negativo, pois é a primeira vez que vivenciaram uma apresentação de conteúdo nesse formato metodológico.

1ª equipe Hermanos obteve a nota (4,0), pois os participantes acertaram apenas a primeira questão.

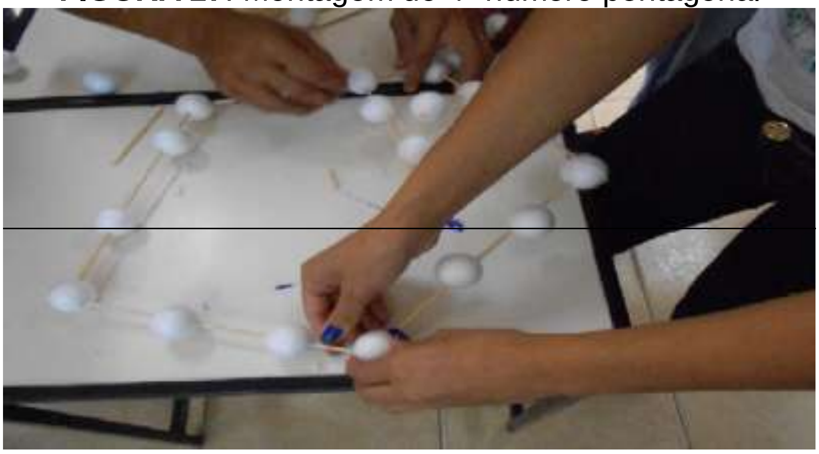
2ª equipe Triangulares obteve nota (4,0), pois os integrantes acertaram apenas a primeira questão.

3ª equipe Guerreiros obteve nota (4,0), pois os participantes acertaram apenas a terceira questão.

Tarefa 7 **Dinâmica**: teve como base um programa de auditório de determinada rede televisiva brasileira – um aluno de cada equipe com apenas um objeto em cada mão (bola de isopor e palito de churrasco) deverá montar o 4º número pentagonal exposto em uma tela de retro projetor. A equipe que montar primeiro levará de cada jurado 10,0 pontos

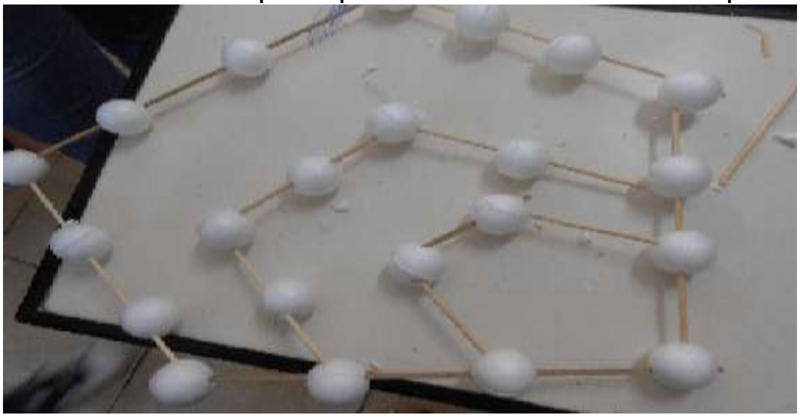
A sétima tarefa serviu para avaliar não apenas o conhecimento dos alunos em relação ao 4º número pentagonal, como também a rapidez de raciocínio de todos eles (Figuras 17, 18).

FIGURA 17: Montagem do 4º número pentagonal



Fonte: Arquivo Pessoal do professor pesquisador

FIGURA 18: Tarefa cumprida pelos alunos do 4º número pentagonal



Fonte: Arquivo Pessoal do professor pesquisador

A pontuação dada pelos jurados ficou entre 08 e 10 pontos, uma vez, que por decisão unânime, os jurados valorizaram o trabalho de todas as equipes, pois o objetivo maior era a aprendizagem. Segue que a 1ª equipe Hermanos obteve a nota (10,0); a 2ª equipe Triangulares obteve nota (10,0) e a 3ª equipe Guerreiros obteve nota (8,0).

Esses resultados permitiram coadunar com o contexto de Duval (1994) que tratou das apreensões da figura em Geometria. Quando os alunos criaram as figuras demonstraram maior apreensão perceptiva ao identificar e reconhecer imediatamente uma forma ou objeto, no plano ou no espaço. Para esse autor essas apreensões são sistematicamente relevantes para a criação e a análise dos problemas elaborados para as atividades a serem desenvolvidas pelos alunos.

Ainda no contexto de Duval (1994), os resultados demonstraram que a apreensão discursiva, que é mais simples, pode ser vista através da descrição de uma figura, do tipo: Seja ABC um triângulo..., ou uma legenda ou uma hipótese que explicitam certas propriedades do desenho. Segundo o autor, o paralelismo entre duas retas não pode ser percebido apenas pelo desenho ou por um procedimento de medidas, pois sempre existirá uma margem de erro. Já a apreensão sequencial leva em consideração a ordem de construção da figura. Essa ordem não depende somente das propriedades matemáticas da figura a construir, mas também da técnica dos instrumentos utilizados (os comandos de um computador, régua, compasso,...). Para se obter a construção é preciso respeitar as propriedades matemáticas iniciais e as possibilidades técnicas do instrumento. Duval (1994), aponta que a função sequencial se refere ao modelo e ela se apóia sobre um controle externo, pois toda distância entre a intenção e a instrução de se desenhar são diferentes: nem sempre o desenho realizado corresponde ao desenho esperado ou imaginado como na apreensão operatória, que é a apreensão menos conhecida, embora a sua função de exploração heurística é a mais invocada para se justificar a utilização de figuras em Geometria. Essa última é a que dá a ideia da solução de um problema ou de uma demonstração. Neste caso podemos modificar a figura seja por aumentá-la, diminuí-la, deformá-la, reparti-la em pedaços, seja por mudar a sua posição por um deslocamento do plano da figura.

Segundo os resultados obtidos nas atividades no presente trabalho, certos alunos perceberam que as duas retas eram paralelas, enquanto que outros, disseram que elas eram “quase” paralelas, ou que não eram paralelas, por mais que elas tenham sido desenhadas numa métrica rigorosa. O papel discursivo corresponde a uma explicação das outras propriedades matemáticas de uma figura que aquelas indicadas por uma legenda ou por hipóteses. Isso se diz respeito à questão da possibilidade de uma apreensão ser transferida ou não para a outra. Nesse caso, talvez um aluno soubesse verificar as apreensões discursiva e sequencial de uma figura, mas poderia ser incapaz de visualizar na figura os elementos de soluções possíveis para a resolução de um problema pela ausência da apreensão perceptiva ou vice-versa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa lança algumas pistas sobre a eficácia do lúdico no ensino de conteúdos da Matemática, uma vez que tal recurso está intimamente ligado à diversão, à socialização e ao prazer de aprender.

À medida que as atividades foram realizadas, os alunos pesquisados se envolveram de tal forma que gradativamente foram superando as dificuldades de aprender os conteúdos de sequências numéricas e números figurados e até mesmo estabelecer uma estreita relação entre a estrutura da matéria e os números pitagóricos, conhecimentos que aparentemente não possuíam nenhuma relação. Na opinião deles, os estudos foram bem mais proveitosos do que se fosse utilizado de forma tradicional, que na maioria das vezes produz obstáculos para uma aprendizagem significativa.

Nesse aspecto, diante da necessidade de melhoria da compreensão da Álgebra e da Geometria bem como de promover a aprendizagem de forma lúdica, contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de análise e reflexão dos conceitos matemáticos dos alunos do ensino médio descritos no presente trabalho. Diante desse propósito, ancorados pela História da Matemática, foram utilizados alguns materiais diferenciados para apreensão das figuras em Geometria, descritos como importantes no processo do ensino da Matemática como: o Tangram, os Jogos e o Geoplano.

O resultado do trabalho investigativo envolvendo o lúdico demonstrou que esse não apenas promove a integração dos alunos, mas a inserção dos mesmos no ensino de conceitos Algébricos atrelados aos conceitos da Geometria, e à compreensão de objetos matemáticos correlatos, conforme foi verificado no decorrer das atividades relacionadas que aqui foram dissertadas.

Importante enfatizar que a disposição do professor/pesquisador em rever suas práticas pedagógicas produziu em sala de aula o conhecimento de forma interativa, a troca de conhecimentos, indo além, permitindo a redescoberta do saber e o prazer de aprender.

A presente pesquisa foi realizada com os próprios alunos do professor/ pesquisador, que o possibilitou a rever a sua prática escola diante das dificuldades dos alunos para aprender os conhecimentos matemáticos. Após o desenvolvimento desse trabalho, verificou-se *in loco*, que a continuidade do método nas atividades nas aulas tornou a aprendizagem mais significativa, despertando um maior interesse que redundou na melhoria do desempenho dos resultados avaliativos na maioria dos alunos. Eles se tornaram mais participativos, reflexivos, criativos, e acima de tudo demonstraram um maior interesse pela Matemática, o que indica que foi importante a forma que os alunos se apropriaram da aprendizagem, pois a mesma esteve ligada diretamente a uma didática diferenciada.

Contudo, há de se ressaltar que um pequeno grupo de alunos apresentou algumas dificuldades de aprendizagem, o que se tornou necessário trabalhar mais vezes com este tipo de estratégia para que todos se sentissem de fato mais seguros em aprender conteúdos da Álgebra e da Geometria.

No final desses estudos, todos foram beneficiados: o professor/pesquisador, os professores colaboradores da Gincana e os alunos envolvidos, pois eles contribuíram para o repensar da prática escolar da Matemática com o uso de atividades lúdicas.

Essa pesquisa possibilitou a quebra de paradigmas de aulas exaustivas que não estimulam o gosto de apreender; despertou o interesse de cada aluno para a construção do seu próprio conhecimento por meio da experimentação e melhorou as concepções de rejeição à disciplina, pois para Vecchia (2002), toda construção do conhecimento está inteiramente ligada à afetividade. A ludicidade proporciona o desejo de apropriação de conhecimentos para si e para os outros. Tais atitudes estão em consonância com Piaget que diz que compreender é transformar, é ser responsável pelos atos dessa transformação na intenção sólida de instrução.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Deise Cíntia Camilo; COSTACURTA, Mirtes Simone**. Atividades lúdicas para o ensino e aprendizagem da Geometria nos anos finais do ensino fundamental..** 93 fls. 2010 Monografia (Graduação) Universidade Comunitária da Região de Chapecó. Chapecó, SC, 2010.

ALMEIDA, Manoel de Campos**. A Teoria dos Números Figurados na Ciência Antiga e Moderna**. Coleção História da Matemática para professores. Organizado por Iran Mendes e Miguel Chaquiam, Belém: SBHMt, 2009.

ALMOULOUD, Saddo Ag.; MANRIQUE, Ana Lúcia. **A Geometria no Ensino Fundamental: concepções de professores e de alunos.** Rio de Janeiro: ANPED, 2001. Disponível em: <http://www.ufrrj.br.> Acesso em 20 nov. 2014.

ALVES, Eva Maria Siqueira. **A ludicidade e o ensino da Matemática:** uma prática possível**.** 4 ed. São Paulo: Papirus, 2007. Disponível em: <http://books.google.com.br>. Acesso em 10 nov. 2014

ANDRINI, Alvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática.** 3 ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BARON, M. E., Bos, H. J. M., **Curso de História da Matemática**: origens e desenvolvimento do Cálculo. Trad: COELHO, José Raimundo Braga; MAIER, Rudolf; MENDES, Maria José M. M.. 5 ed. Brasília: UNB, 1985.

BAUMGART, John K. *História da Álgebra*. Tradução de H. Domingues, **Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula**, São Paulo: Atual, 1992.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções e Perspectivas.São Paulo: UNESP, 1999.

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática Hoje é Feita Assim**. São Paulo: FTD. Coleção, 2006.

BOYER, Carl B.; UTA, C. Merzbach. **História da Matemática.** 3 ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2012.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC - SEF, 1998.

BRENELLI, Rosely Palermo. **Intervenção pedagógica, via Jogos quilles e cilada, para favorecer a construcão de estruturas operatórias e noções Aritméticas em crianças com dificuldades de aprendizagem.** Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas. Orientador: Orly Zucatto Mantovani de Assis, 1993. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br>. Acesso em 18 nov. 2014.

CARARO, Lenoar Eloi; SOUZA, José Ricardo. **Contribuições da Geometria plana**

no aprendizado de Matemática. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao. pr.gov.br>. Acesso em 01 de mar**.** 2016

CHACÓN, Inês M. Gómez**. Matemática emocional:** Os afetos na aprendizagem Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2003. 255 p.

COSTA, Váldina Gonçalves Da. **A ludicidade como estratégia didática para o ensino de matemática.** XVI ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino - UNICAMP - Campinas – 2012. Disponível em: < http://www.infoteca.inf.br> Acesso em 10 de fev. 2016.

DUVAL R. **Les different fonctionnements d´une figure dans une demarche Géométrique.** REPÈRES – IREM. n. 17, França, outubro 1994.

ELIAS, Norbert. **O processo civilizador:** formação do estado e civilização.v.2, 1 ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1993. 308 p.

EVES, Howard. **Introdução a Historia da Matemática.** Campinas, São Paulo: UNICAMP, 3. ed. 2002. Disponível em:<https://www.passeidireto.comr>. Acesso em 01 out. 2014.

FAINGUELERNT, Kaufmam Estela. O ensino da Geometria no 1º e 2º graus. **Rev. da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, Blumenau, ano III, n. 4, 1995, p. 45-53.

FERREIRA, Luiz Henrique; HARTWIG, Dácio Rodney; OLIVEIRA, Ricardo Castro. Ensino Experimental de Química: Uma Abordagem Investigativa Contextualizada. **Rev Química Nova na Escola,** São Paulo**,** v. 32, n.2, p.101-106, maio 2010.

FOSSA, J. A. **Ensaios sobre a educação Matemática**. Série Educação 2, Belém, PA: Universidade do Estado do Pará, 2001.

FURINGHETTI, F. History and Mathematics education: a look around the world with particular reference to Italy. Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, V.3, n. 1-2, pp 1-19, 2004. Disponível em <www.icme-organisers.dk/tsq 17/# papers>. Acesso em 17 jul. 2014.

GRASSI, T. M. Oficinas psicopedagógicas. 2ª ed. rev. e atual. Curitiba: IBPEX, 2008.

GUELLI **Uma Aventura do Pensamento.** São Paulo: Ática, 2002.

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática**. Vol.1, 2 e 3. São Paulo: Ática,1998.

KISHIMOTO, T. M. (Org.) **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 7ª ed. São Paulo. Cortez, 2003.

KNIJNIK, Gelsa; BASSO, Marcus Vinicius; KLÜSENER, Renita. **Aprendendo e ensinando Matemática com o Geoplano**. 2. ed Ijuí, RS: UNIJUÍ, 2005. 54 p.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista.** SBEM. São Paulo, n. 4, p. 3-13, jan./jun. 1995. Disponível em: <http://PT.scribd.com/doc/97762456/ato#scribd>. Acesso em 10 out. 2014.

MACHADO, Rosa Maria. **Minicurso:** explorando o Geoplano. 2010. Disponível em <http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf>. Acesso em 12 mai. 2016.

MARINHO, Herminia Regina Bugeste et al.. **Pedagogia do movimento**: universo lúdico e psicomotricidade . 2ª ed. Curitiba: IBPEX, 2007.

MARROU, Henri Irénnée. **História da educação na antiguidade**. São Paulo: EPU, 1990. 343 p.

MODESTO, Monica Cristina; RUBIO, Juliana de Alcântara Silveira. A Importância da Ludicidade na Construção do Conhecimento. **Revista Eletrônica Saberes da Educação** – Volume 5 – nº 1 – 2014. Disponível em: < http://docs.uninove.br> Acesso em 10 de fev. 2016.

MONTEZEL, Edna Aparecida. **O lúdico e sua importância na aprendizagem Matemática***:* Jogos e brincadeiras na aprendizagem de Matemática. Graduação (Monografia). Pedagogia. Unicamp Universidade Estadual de Campinas. Americana: São Paulo, 2005. Disponível file:///C:/Users/Admin/Downloads/MontezelE.A.pdf Acesso em 10 out. 2014.

MOREIRA, Marco Antônio. **Metodologias de pesquisa em ensino.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012. 244 p.

MUNIZ, Cristiano A. **Explorando a Geometria da orientação e do deslocamento**. In: Programa Gestão da Aprendizagem Escolar - Gestar II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 6 - TP6: Matemática nas migrações e em fenômenos cotidianos. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008. pp. 93-102.

NASSER, Lilian; VIEIRA, Edite Resende. Formação de professores em geometria: uma experiência no ciclo de alfabetização**. VIDYA**, v. 35, n. 2, p. 19-36, jul./dez., 2015 - Santa Maria, 2015 Disponível em: < www.periodicos.unifra.br> Acesso em 10 de fev. 2016.

NEGRINE, Airton. **Ludicidade como ciência.** In: SANTOS, Santa Marli (Org.). Ludicidade como ciência. Petrópolis: Vozes, 2001.

OLIVEIRA, Olga Maria Medeiros; ZUIN, Elenice de Souza Lodron.O ensino da Álgebra associado à Geometria – um estudo de caso. **Rev Científica da FAMINAS***.* v. 1, n. 3, set-dez, 2005. Disponível em:<file:///C:/Users/Admin/Downloads/cincias-exatas-e-da-terra%20(2).pdf>. Acesso em 10 out. 2014.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. In: **Revista Zetetiké**, ano 1, n 1, p. 07-17. São Paulo: UNICAMP, Faculdade de Educação, 1993. Disponível em: <http://www.fe.uniçamp.br/revistas /ged/zetetike/article/view/2611/2353>. Acesso em 08 out. 2014.

PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança**: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. Trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

POLYA, G., **A Arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araujo, Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

RAMOS, Maria Aparecida Roseane. **Adrien-Marie Legendre (1752-1833) e suas obras em Teoria dos Números.** Doutorado (Tese) Educação, 257 fls, 2013. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal: RN, 2010. Disponível em:<http://bdtd.bczm.ufrn.br/tedesimplificado/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4000>. Acesso em 08 out. 2014.

SARAIVA, Lucilene Oenning. **Atividades investigativas para o ensino e aprendizagem dos conceitos e propriedades de sucessões numéricas**. 2012, 93 fls. Dissertação **(**Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) Centro Universitário Franciscano de Santa Maria. Santa Maria, RS, 2012.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza; MILANI, Estela. **Cadernos do Mathema:** Jogos de Matemática de 6º a 9º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007. 104 p.

SOUZA, Eliane Reame de; DINIZ, Maria Ignez S. Vieira; OCHI, FusakoHori. **A Matemática das sete peças do Tangram.** São Paulo : IME-USP, 3.ed., 2003.

SOUZA, S. A. DE O. **O ensino de Álgebra no Curso de Licenciatura em Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro Universitário Nove de Julho, São Paulo, [2008]. Disponível em <http:/ www.hottopôs.com/vdletras7/suzana.htm>. Acesso em 01 mai 2015.

STRUIK, Dirk Jan. **História concisa das Matemáticas**. 2ª ed. Lisboa: Gradina,1992. 360 P.

SUART, Rita de Cássia; MARCONDES, Maria Eunice Ribeiro; CARMO, Miriam Possar. **Atividades Experimentais Investigativas:** utilizando a energia envolvida nas reações químicas para o desenvolvimento de habilidades cognitivas. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 7, 2009, Florianópolis***. Anais*...** Florianópolis: ABRAPEC, 2009. Disponível em:< http://posgrad.fae.ufmg.br/posgrad/viienpec/pdfs/220.pfg>. Acesso em 20 abr.2014.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilização das variáveis.** In: COXFORD, Arthur F. As ideias de Álgebra. São Paulo, SP: Atual, 1995. pp.9-22, 1995.

VAILATI, J. de S., PACHECO, E.R**. Usando a história da Matemática no ensino da Álgebra**. 2009. Disponível em:<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br>. Acesso em 11 abr. 2015.

VECCHIA, Agostinho Mário Dalla. Educação e afetividade. **Rev. Pedagógica. Chapecó**: Argos, n. 9, p. 107-127, 2002. Disponível em: <http://www.portalanpedsul.com.br/admin/uploads/2002/Formacao_de_Educadores/Trabalho/09_43_21_t389.pdf>. Acesso em 10 out. 2014.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Termo de Consentimento

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) como voluntário (a) **a participar da pesquisa NÚMEROS FIGURADOS: UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO APRENDIZAGEM DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS**

PROFESSOR PESQUISADOR: José Irmo de Oliveira Souza

PROFESSORA ORIENTADORA: Maria Aparecida Roseane Ramos

INSTITUIÇÃO A QUE PERTENCE O PESQUISADOR RESPONSÁVEL: Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB.

A JUSTIFICATIVA E O OBJETIVO: Estudos recentemente apresentados em congressos de Educação Matemática comprovam que os alunos aprendem Álgebra com mais eficácia e sem os traumas de outros tempos em que as regras eram aplicadas mecanicamente sem se saber bem o porquê do que estavam fazendo. O trabalho com números figurados (triangulares, quadrados, poligonais, piramidais), além de possibilitar uma aplicação mais interessante de fatos e regras algébricas (produtos notáveis, fatoração, potências, etc..), desenvolve as capacidades de visualização, argumentação e o raciocínio Algébricos dos estudantes e explicita as ricas conexões entre as várias sub-áreas da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, ...). Contribui ainda para preparar os alunos para o estudo de temas mais complexos como funções, sequências, PA, PG.

GARANTIA DE ESCLARECIMENTO, LIBERDADE DE RECUSA: Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade ou perda de benefícios. O pesquisador irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Seu nome ou o material que indique a sua participação não será liberado sem a sua permissão.

CUSTOS DA PARTICIPAÇÃO: A participação no estudo não acarretará custos para você e não será disponível nenhuma compensação financeira adicional.

Declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Teófilo Otoni, ... de .... 2014.

____

Assinatura do participante

____

Assinatura do pesquisador

____

Assinatura da(o) responsável

APÊNDICE B: Gincana

TAREFAS DA GINCANA

1ª tarefa: Apresentar o nome da equipe com o grito de guerra baseado nos números figurados.

Os jurados avaliarão a clareza e interação do grito com os números figurados, e atribuirão nota 6,0 a 10,0.

2ª tarefa: Apresentar uma paródia sobre os números figurados, podendo incluir também Progressão Aritmética (PA), com música de livre escolha, desde que não venha ferir a moral e integridades das pessoas.

Os jurados avaliarão o ritmo, interação e clareza entre a música e os números figurados e atribuirão nota de 06 a 10.

3ª tarefa: Duas retas no plano produzem no máximo 1 ponto de interseccão, 3 retas no máximo 3 pontos de intersecção. Quantos pontos de intersecção no máximo, 10 retas podem produzir no mesmo plano?

Desafio: duração de 1 hora – entregue após o cumprimento da primeira tarefa e computada 60 min, a mesma deverá ser entregue e será corrigida pelo professor da turma da seguinte maneira:

1-Interpretação –2,5
2- Desenvolvimento -2,5
3- Solução –2,5
4- Correlação com os números figurados -2,5

4ª tarefa: Baseado na dinâmica “Torre copos” do programa de Luciano Ruck, as equipes deverão formar os 5 primeiros números triangulares usando copos de cores diferentes, 1 equipe de cada vez, contando com 1 min e 30 seg.

Cada equipe que conseguir levará de cada jurado 8 pontos.

5ª tarefa: Formar os 6 primeiros números quadrados em 1min e 30 seg., utilizando o Genoplan.

Cada equipe que conseguir levará 5 pontos de cada jurado.

6ª tarefa: Tarefa Relâmpago “Diz a lenda que Carl Friedrich Gauss (1777-1855), quando tinha 10 anos, era um garoto bastante irrequieto, como muitos de nosso alunos. Um dia seu professor a fim de garantir que o jovem Gauss e seus colegas se acalmassem para que pudesse corrigir umas provas, propôs que calculassem a soma dos 100 primeiros números inteiros positivos : 1 + 2 + 3 + ... + 100, na esperança de mantê-los quietos por algum tempo. Foi tudo bem até o terceiro minuto quando então o pequeno Gauss apresentou sua resposta escrevendo simplesmente o número 5050 no caderno. O procedimento de Gauss era bastante engenhoso, ele escreveu a série de 1 até 100 e em baixo escreveu a mesma série do 100 até 1.

S	=	1	+	2	+	3	+	+	98	+	99	+	100
S	=	100	+	99	+	98	+	+	3	+	2	+	1
2 x S	=	101	+	101	+	101	+	+	101	+	101	+	101

Concluiu que 2 x S = 100 x 101 = 10100, e que a soma pedida, portanto correspondia à metade: S = (100 x 101) / 2 = 5050”

Use o mesmo método do jovem Gauss, para determinara soma dos 60 primeiros números positivos
)

Determine a soma dos 20 primeiros números pares positivos.
)

Calcule a soma dos 10 primeiros números ímpares.O que você concluiu ?
)

Cada equipe entregará suas respostas, que serão corrigidas pela ordem de chegada. Se a 1ª equipe que entregar estiver com as respostas todas corretas ganharão de cada jurado 2,0 pontos, caso contrário, passará a vez para a segunda e, em seguida para a terceira.

7ª tarefa: Baseado em certo programa de televisão, a partir do momento em que for autorizado o início, sairá 1 aluno de cada equipe que deverá trazer apenas 1 objeto em cada mão (bola de isopor e palito de churrasco), e os mesmos deverão montar o 4º número pentagonal exposto na tela. A equipe que montar 1º levará de cada jurado 10,0 pontos.

1º Lugar: medalhas para todos os membros.
2º e 3º lugar : bombons para representar a participação em um momento de aprendizagem.

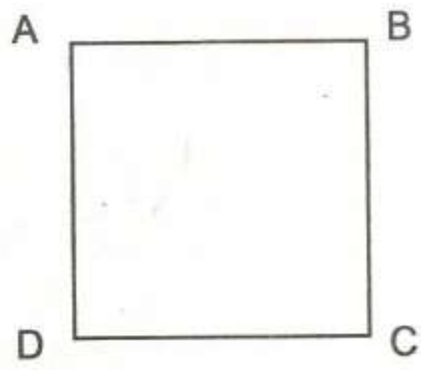
APÊNDICE C: Questionário

Questionário para os alunos do 1º ano

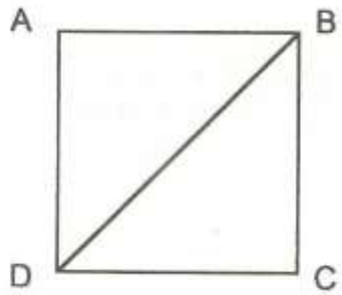
PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática	UESB
Autor: Mestrando: Prof. José Irmo de Oliveira Souza	
1) Gênero/Idade: Masculino ( ) Feminino ( ) Idade: _____	
2) Apenas com as aulas expositivas foi possível assimilar o assunto de PA com clareza? ( ) Sim ( ) Não	
3) Tem dificuldades na construção e análise de Problemas? ( ) Sim ( ) Não	
4) Tem dificuldade na interpretação de Problemas relacionados a realidade ? ( ) Sim ( ) Não	
5) Você consegue perceber a aplicação de Números figurados no dia a dia? ( ) Sim. Onde:____ ( ) Não.	
6) Como você avalia a sua aprendizagem dos conteúdos “Números Figurados e Progressão Aritmética” ( ) Muito bom ( ) Bom ( ) Regular ( ) Péssimo	
7) Como você caracteriza a importância dos números figurados? ( ) pouco importante ( ) não é importante	
8) Escreva o que você achou da aula de hoje em forma de Gincana? Descreva em 5 linhas.	

ANEXO A: Atividade

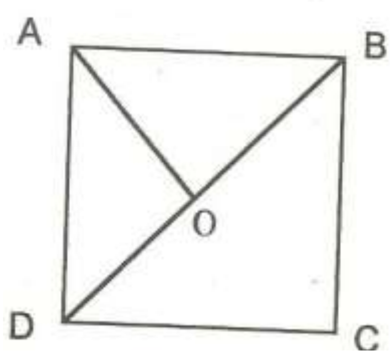
* Nomeie os vértices desse quadrado ABCD, conforme a figura abaixo



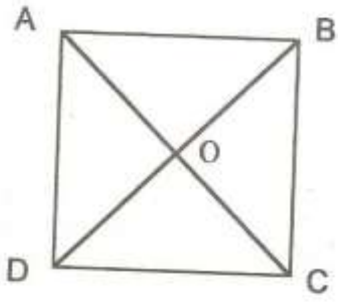
Dobre o quadrado pela diagonal BD. Abra e risque essa linha de dobra, de acordo com a figura 2.



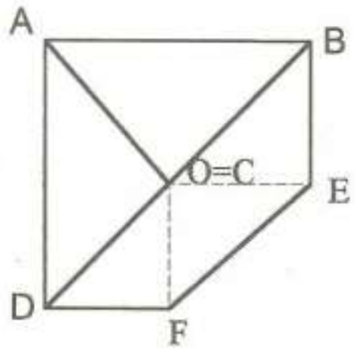
Dobre o quadrado pela outra diagonal, AC. Risque apenas a linha partindo do vértice. A até encontra a diagonal BD, conforme a figura 3. Estão formados os dois triângulos grandes; AOB e AOD. Com isso podemos começar a fazer comparações entre as figuras que vão aparecendo.



Dobre as duas diagonais do quadrado, AC e BD e nomeie a intersecção dessas diagonais de ponto O, com base na figura 4.

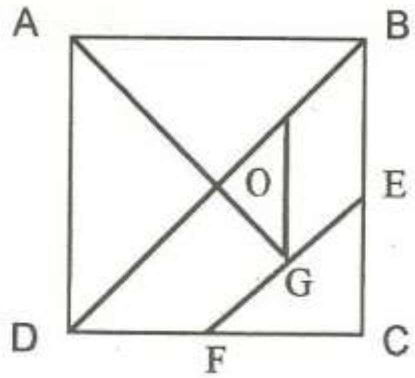


Dobre de maneira que o vértice C encontre o ponto O, conforme a figura 5. Abra e risque na dobra. Está formado o triângulo médio do Tangram.

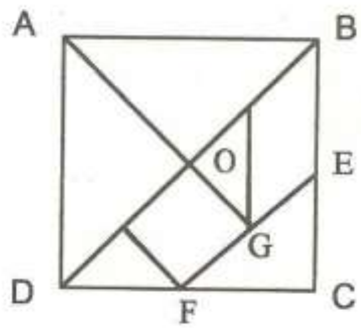


Dobre outra vez a diagonal AC e faça um traço até o encontro do segmento EF. Nomeie o ponto de intersecção G. Dobre agora de modo que o ponto E toque o ponto O.

Passe um traço entre o ponto G e a diagonal BD, com base na figura 6. Apareceram um triângulo pequeno e um paralelogramo.



Dobre agora de modo que o ponto D alcance o ponto O. trace essa dobra do ponto F até a diagonal BD, conforme a figura 7. Um quadrado e um triângulo pequeno foram formados, completando assim a formação do Tangram.



A tarefa a seguir era para que os alunos, utilizando todas as peças do Tangram, sem sobrepor umas às outras, preencher algumas figuras dadas. (exemplos de figuras repassadas aos grupos para preencher com as peças do Tangram)