UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

ADENIR DOS SANTOS CAMARGO

UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS A SITUAÇÕES DO MEIO OESTE CATARINENSE

DISSERTAÇÃO

PATO BRANCO

2016

ADENIR DOS SANTOS CAMARGO

UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS A SITUAÇÕES DO MEIO OESTE CATARINENSE

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de "Mestre em Matemática".

Orientador: Rômel da Rosa da Silva, Dr.

PATO BRANCO

2016

C172 Camargo, Adenir dos Santos

Utilização de modelos matemáticos aplicados as situações do meio Oeste Catarinense. / Adenir dos Santos Camargo. – Pato Branco: UTFPR, 2017.

160 f. : il. ; 30 cm

Orientador: Prof. Dr. Rômel da Rosa da Silva

Dissertação: (Mestrado) Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, PR, 2017.

Bibliografia: f. 137 – 139

1. Modelagem Matemática. 2. Problemas Contextualizados. 3. Meio Oeste de Santa Catarina. I. Silva, Rômel da Rosa da, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado PROFEMAT. III. Título.

CDD (22. ed.) 510

Ficha catalográfica elaborada por

Maria Juçara Vieira da Silveira CRB – 9/1359
Biblioteca da UTFPR Campus Pato Branco.

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Câmpus Pato Branco

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Título da Dissertação No. 019

"UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS A SITUAÇÕES DO MEIO OESTE CATARINENSE"

por

Adenir dos Santos Camargo

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Matemática, pelo Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Pato Branco, às 10h30 do dia 19 de dezembro de 2016. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

Prof. Rômel da Rosa Silva, Dr.
(Presidente - UTFPR/Pato Branco)

Prof. Airton Kist, Dr.
(UEPG/Ponta Grossa)

Prof. João Biesdorf, Dr.
(UTFPR/Branco)

Prof. Rômel da Rosa da Silva, Dr.
(Coordenador do PROFMAT/UTFPR)

"A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR"

Dedico esse trabalho à minha esposa, meus pais, meu orientador e demais professores do Mestrado Profissional em Matemática Pura e Aplicada-PROFMAT do polo Pato Branco, meus colegas de estudo, a todos os que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho e a Deus.

AGRADECIMENTOS

- Á Deus, criador de todas as coisas, por conceder-me cenários da fauna e da flora fantásticos, propícios a Modelagem Matemática e a capacidade de visualizar cada um destes cenários;
- Á Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior - CAPES, pela bolsa fornecida no decorrer do Mestrado, sem a qual ficaria muito difícil ou mesmo inviável a sua realização pelos gastos com materiais, deslocamentos, estadias, dentre outros;
- Ao professor Dr. Rômel da Rosa da Silva, por ter aceitado ser o meu orientador e pela contribuição titânica no desenvolvimento deste trabalho e sugestões incansáveis e imprescindíveis, até o último momento;
- Á minha esposa, Ana Carla Klaus, que sempre acreditou em minha capacidade, que me apoiou em tempo integral e sem a qual esta dissertação não teria se realizado;
- Aos meus colegas de estudo, mestrandos do PROFMAT, pelas inumeráveis noites resolvendo as mais variadas questões matemáticas;
- Aos meus pais, Albino Cordeiro Camargo e Tereza dos Santos Camargo, por me darem a vida, pela dedicação, compreensão e estímulos que me proporcionaram, além do apoio incondicional durante a realização desta jornada;
- Ao pesquisador, historiador, amigo de longa data e mentor Julio Corrente, pelas informações e materiais diversos acerca das pontes treliçadas e da guerra do Contestado;
- Ao senhor Vânio Czerniak, pelas histórias e materiais acerca de sua araucária, mais do que isso, pela paixão que tem pela mesma, paixão essa que dividi durante toda a realização da pesquisa;
- Ao biólogo e pesquisador Anderson Clayton Copini, pelo material acerca de sua pesquisa cedido de bom grado, e pelas muitas histórias que nem sempre aparecem nas páginas que se seguem;
- Ao meu colega de Mestrado e amigo Paulo Sérgio Myszka, por me ajudar a “domar” o Lattex;
- Á amiga Suellen Mabel Schwartz pela ajuda no “ABSTRACT”, rápida e precisa;

- Ao meu ex colega de faculdade, ex colega de Mestrado e amigo Marcos Antônio da Silva Cândido, pela companhia nas viagens e as histórias durante o ano que estudamos juntos;

- Aos professores participantes da banca, pela disponibilidade para participarem da defesa da dissertação, pelos elogios, quando merecidos, e críticas, quando necessárias, que contribuírão sem dúvida para a melhoria da mesma;

- Aos profissionais que colaboraram com a pesquisa, diponibilizando o seu tempo para responderem a mesma e sem os quais não teríamos os dados que dão embasamento aos demais capítulos que se seguem;

- Á todos que de forma direta ou indireta contribuíram para a realização e conclusão deste trabalho.

"Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas graças a Deus, não sou o que era antes."

(Marthin Luther King)

RESUMO

CAMARGO, Adenir dos Santos. UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS A SITUAÇÕES DO MEIO OESTE CATARINENSE. 159 f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2016.

Neste trabalho apresentamos os dados de uma pesquisa realizada junto aos professores de matemática do Meio Oeste de Santa Catarina, tal pesquisa ajudou a delimitar o objetivo principal da presente dissertação, a qual apresenta uma série de problemas contextualizados e alguns problemas de Modelagem Matemática inspirados e ou motivados em questões ligadas a região. Foram analisados temas como a araucária de Vânio Czerniak, as pontes treliçadas da região do Contestado, o crescimento da população de capivaras e o ganho de peso de frangos em funçaõ da idade, além disso trouxemos uma coletânea de problemas ao fim de cada capítulo com proposta de enunciado e deixando a solução por conta da criatividade e dos conhecimentos de cada leitor.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Problemas Contextualizados. Meio Oeste de Santa Catarina.

ABSTRACT

CAMARGO, Adenir dos Santos. UTILIZATION OF MATHEMATICAL MODELS APPLIED TO SITUATIONS OF THE MIDWEST OF SANTA CATARINA. 159 f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2016.

In this task we show data of a research fulfilled with math teachers in the Midwest of Santa Catarina, this search helped to determine the mainly goal of this thesis,which presents a series of contextualized problems and some problems of Mathematical Modeling inspired and or motivated by issues linked to the region. Topics like the araucaria of Vânio Czerniak, the trusses bridges of the Contestado region, the growth of the population of capybaras and the weight gain of chickens as a function of age, besides that we brought a collection of problems at the end of each chapter with proposal of statement and letting the solution for the creativity and knowledge of each reader.

Keywords: Mathematical Modeling. Contextualized Problems. Midwest of Santa Catarina.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
CAPES	Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
MEC	Ministério da Educação e Cultura
PCN's	Parâmetros Curriculares Nacionais
EPAGRI	Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina
EMBRAPA	Empresa Brasileira de Pesquisas Agropecuárias
UFPR	Universidade Federal do Paraná
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
COPOM	Comitê de Política Monetária do Banco Central
UNIARP	Universidade Alto Vale do Rio do Peixe
ALL	América Latina Logística
SENAI	Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial
D.E.R	Departamento de Estradas e Rodagens

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Como caráter formativo, a matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e aquisição de atitudes, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas, o hábito de investigação, a coragem para o enfrentamento de situações novas do cotidiano, o desenvolvimento da criatividade, além de outras capacidades inerentes ao ser humano.

A busca de novas metodologias, a integração com temas do cotidiano que favoreçam o ensino da Matemática, e o despertar do interesse da participação efetiva dos alunos, tornou-se um desafio permanente a vida profissional docente.

> As linhas de frente da Educação Matemática têm hoje um cuidado crescente com o aspecto sociocultural da abordagem Matemática. Defendem a necessidade de contextualizar o conhecimento matemático a ser transmitido, buscar suas origens, acompanhar sua evolução, explicitar sua finalidade ou seu papel na interpretação e na transformação da realidade do aluno. É claro que não se quer negar a importância da compreensão, nem tampouco desprezar a aquisição de técnicas, mas busca-se ampliar a repercussão que o aprendizado daquele conhecimento possa ter na vida social, nas opções, na produção e nos projetos de quem aprende. (FONSECA 1995, p. 53)

Para que o ensino da matemática, contemple a necessidade de promover nos alunos diferentes motivações, interesses e capacidades, para fazer frente às exigências das rápidas transformações que vem ocorrendo na sociedade, a Modelagem Matemática, enquanto método alternativo de ensino, pode resultar satisfatoriamente no atendimento de expectativas que nesse contexto são impostas.

Todo o trabalho a seguir foi desenvolvido após o recolhimento de dados informativos do Meio Oeste de Santa Catarina, região esta que faz divisa com o estado do Paraná, antigo cenário de uma das maiores guerras ocorridas no Brasil, a guerra do Contestado, que envolveu o interesse econômico e político dos Estados Unidos, do governo brasileiro e da população local.

De acordo com o site do IBGE, a cidade de Caçador tem área de aproximadamente 985 Km^2, e é habitada hoje, por aproximadamente 76 mil pessoas, que se estabeleceram às margens do Rio do Peixe, onde todos, convivem com flora e fauna adaptadas a mais de 900 m de altitude.

Tivemos no decorrer da pesquisa e dissertação diversos objetivos, mas o objetivo geral era a utilização de Modelos Matemáticos aplicados a situações do Meio Oeste Catarinense para que este sirva de incentivador para outros trabalhos na área e possa servir como uma alternativa para o ensino de matemática, não só para os professores da região como professores de outras localidades.

O trabalho desenvolvido justifica-se pelo fato de que a Modelagem Matemática pode, conciliada ao que os alunos já conhecem e a componentes de sua paisagem e história locais, ser uma alternativa metodológica para despertar nos mesmos o interesse pela matemática, favorecendo e aguçando o seu senso crítico, bem como ajudando na construção e estruturação do pensar matemático. Por contar com a presença de pontes treliçadas de aço, (remanescentes da guerra do Contestado), pinhas (na vegetação de araucárias, flora local), criação de aves como uma das atividades econômicas de destaque na região (para a sua comercialização) e capivaras (na fauna local) nas paisagens da cidade e região, optou-se trabalhar com tais componentes, todos estes, conhecidos pelos estudantes e neste trabalho, direcionados ao estudo da matemática.

> A aplicação dos aprendizados em contextos diferentes daqueles em que foram adquiridos exige muito mais que a simples decoração ou a solução mecânica de exercícios: domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração. Essas capacidades são necessárias em todas as áreas de estudo, mas a falta delas, em Matemática, chama a atenção. (MICOTTI, 1999, p.154)

Observa-se a partir do discurso de grande parte dos professores de matemática da educação básica, que, embora os educadores reconheçam a importância da Modelagem enquanto possibilidade para o ensino de diversos conteúdos, ainda não dominam “técnicas” ou “métodos” para assim procederem. Em alguns casos, a justificativa para a não adoção desta metodologia no ensino pelos profissionais docentes se apoia na falta de recursos materiais necessários à execução das atividades, na falta de tempo para fazê-lo ou mesmo na “virtual” dificuldade de tal prática, que se presume, seja difícil e complexa.

Em virtude da dicotomia do tradicionalismo do ensino de matemática, levando em consideração o desinteresse dos jovens e adolescentes por uma matemática estanque e sem inovações. Buscando novas metodologias para um ensino de matemática significativo que possa fazer com que os discentes aprendam de forma real e possam ver as aplicações dos conteúdos aprendidos, temos o seguinte problema a ser investigado: *Que Modelos Matemáticos podem ser desenvolvidos no Meio Oeste Catarinense como uma alternativa de ensino?*.

Para desenvolver o trabalho a seguir, foram reunidos diversos dados referentes a vários temas da região, da fauna e flora local.

Capítulo 2 (Primeiro após a Introdução) buscamos definir o que é a Modelagem Matemática e um Modelo Matemático, vamos além da definição formal, (modelar + agem) é a operação de modelar (modelo + ar), sendo que este verbo remete a fazer um modelo (MICHAELIS, 2010), vemos a definição de diversos autores acerca do tema, bem como as etapas da Modelagem Matemática. Por fim, analisamos o seu uso no cotidiano escolar e os resultados que podem ser obtidos.

No terceiro capítulo trazemos a análise de um questionário respondido através da internet por alguns docentes que atuam na área de matemática da região (sem necessariamente terem formação em matemática), seu perfil, seu conhecimento acerca do tema de Modelagem Matemática, e seu conhecimento acerca de alguns temas regionais (os temas abordados nesse trabalho) propícios à Modelagem Matemática. Trazemos também algumas de suas opiniões e comentários na íntegra, como foram colocados pelos docentes, para analisar a aceitação dos sujeitos da pesquisa, bem como sugestões e críticas para a melhoria da mesma, com base nesses dados temos uma justificativa a mais para o desenvolvimento das atividades desenvolvidas com o uso da Modelagem Matemática nos capítulos posteriores, são problemas contextualizados, todos do cenário local, sendo incentivadores para o trabalho com os discentes.

No quarto capítulo falaremos acerca da araucária recordista de Vânio Czerniak, sua história e localização, as produções recordistas, o reconhecimento nacional e internacional, lançamos alguns problemas relacionados a araucária de Vânio como venda mais lucrativa, determinação de sua altura e obtenção de distâncias entre árvores com o uso de coordenadas geográficas, por fim trazemos uma gama de problemas relacionados ao tema.

No quinto capítulo analisamos o crescimento da população de capivaras no Meio Oeste Catarinense, na região de Caçador-SC. Lançamos um problema relacionado a quantidade de capivaras em função do tempo, por fim trazemos algumas atividades relacionadas ao tema abordado.

No sexto capítulo adentramos a história das pontes treliçadas da região do Contestado. Realizamos o adendo histórico desde a sua construção até a sua situação atual, definimos o que são treliças e apresentamos um *software* que nos ajuda no processo de cálculos de cargas em treliças isostáticas. Com o uso da história do Contestado e problemas contextualizados, apresenta-se o desenvolvimento de maquetes para distribuições de cargas e testes de rompimento pelos discentes, além do estudo de determinação de altura de arcos parabólicos através de funções quadráticas.

No sétimo capítulo, trazemos a criação de aves na região do Meio Oeste Catarinense, trata-se de um capítulo bem sucinto com poucos problemas que trazemos mais com o intuito de levantar mais um tema, dentro dos tantos outros, ligado a ao Meio Oeste Catarinense que pode ser explorado em sala de aula.

Finalmente, no oitavo capítulo trazemos algumas considerações finais sobre o tema.

2 MODELO E MODELAGEM MATEMÁTICA

O presente capítulo fará uma pequena introdução sobre o que é um Modelo Matemático, como obtê-lo e do que se trata a Modelagem Matemática. Falará também acerca do uso da Modelagem Matemática no ensino, e dará embasamento e suporte a alguns dos capítulos posteriores apresentados neste trabalho.

2.1 DEFINIÇÃO DE MODELO MATEMÁTICO E MODELAGEM MATEMÁTICA

Como o presente trabalho trata da utilização de Modelos Matemáticos para o aprimoramento do ensino de matemática na região do Meio Oeste Catarinense, achamos prudente fazer um breve estudo sobre o que vem a ser um Modelo Matemático e o que é a Modelagem Matemática.

Para facilitarmos o entendimento de fatos que se sucedem ao longo de nossa vida e a compreensão do comportamento de muitas coisas, podemos fazer uso dos chamados *Modelos*, que nesse intuito tem várias definições, Cristofoletti comenta de forma simplificada o que seria um Modelo.

> Qualquer representação simplificada da realidade ou de um aspecto do mundo real que surja como de interesse ao pesquisador, que possibilite reconstruir a realidade, prever um comportamento, uma transformação ou uma evolução. (CRISTOFOLETTI, 1999, p.47).

Já para Mendes, (2001, p.50) é “... uma estruturação simplificada da realidade que supostamente apresenta, de forma generalizada, características ou relações importantes...”.

É claro que existem diferentes tipos de Modelos, e um dentre eles é o chamado Modelo Matemático, ou seja, através de expressões matemáticas tentamos compreender um fenômeno ou um comportamento da natureza, algumas vezes necessitamos de mais de um Modelo Matemático para definirmos e compreendermos tais fenômenos.

> A Modelagem Matemática consiste na representação matemática do que acontece na natureza a partir de um modelo conceitual, idealizado com base no levantamento e interpretação de dados e observações do sistema real, tendo como objetivo uma melhor compreensão do sistema atual, possibilitando prever situações futuras, algumas vezes passadas, porém sempre buscando direcionar ações de decisão. (IRITANI, 1998, p. 29).

Ferruzzi et. al. (2004, p.1354) define a Modelagem Matemática como um conjunto de regras e procedimentos que guiam o modelador na obtenção de um Modelo Matemático que represente um problema extra matemático, utilizando-se para isso de técnicas matemáticas diversas, conhecimentos científicos variados, experiência e criatividade.

Para Biembengut (1997, p.89) é “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real”.

Já para Bassanezzi, apud Sant’ana (2007, p.149) Modelagem Matemática é a arte de transformar os problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando as suas soluções na linguagem do mundo real.

Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um Modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um Modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

Para outros autores ainda é um processo construído com os alunos, visando a mudança da realidade.

> Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de Modelos Matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A Modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2004, p.24)

Ainda segundo Bassanezi: “ A Modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade.” (2004, p. 24)

Um Modelo pode ou não estar correto. Entretanto deve ser testado para que caso não funcione para alguma situação específica, possamos fazer as adequações necessárias, mas devemos ter em mente que um modelo matemático não substitui objetivamente um fenômeno em sua totalidade, uma vez que ele é apenas uma representação aproximada de tal fenômeno.

Em primeiro lugar, é necessário traduzir, em termos matemáticos, a situação física, o que em geral se faz mediante hipóteses em torno do que está ocorrendo, e que parecem ser coerentes com os fenômenos observados. Por exemplo, observou-se que os materiais radioativos decaem com uma taxa proporcional à quantidade de material presente na amostra; que o calor passa de um corpo quente para outro mais frio a uma taxa proporcional à diferença de temperatura entre os dois corpos; que os corpos se deslocam de acordo com as leis de Newton do movimento; e que as populações de insetos, isoladas crescem a uma taxa proporcional à população presente. Cada uma destas afirmações envolve uma taxa de variação (derivada) e, por isso, ao ser expressa matematicamente, assume a forma de uma equação diferencial. A equação diferencial é um Modelo Matemático do processo.

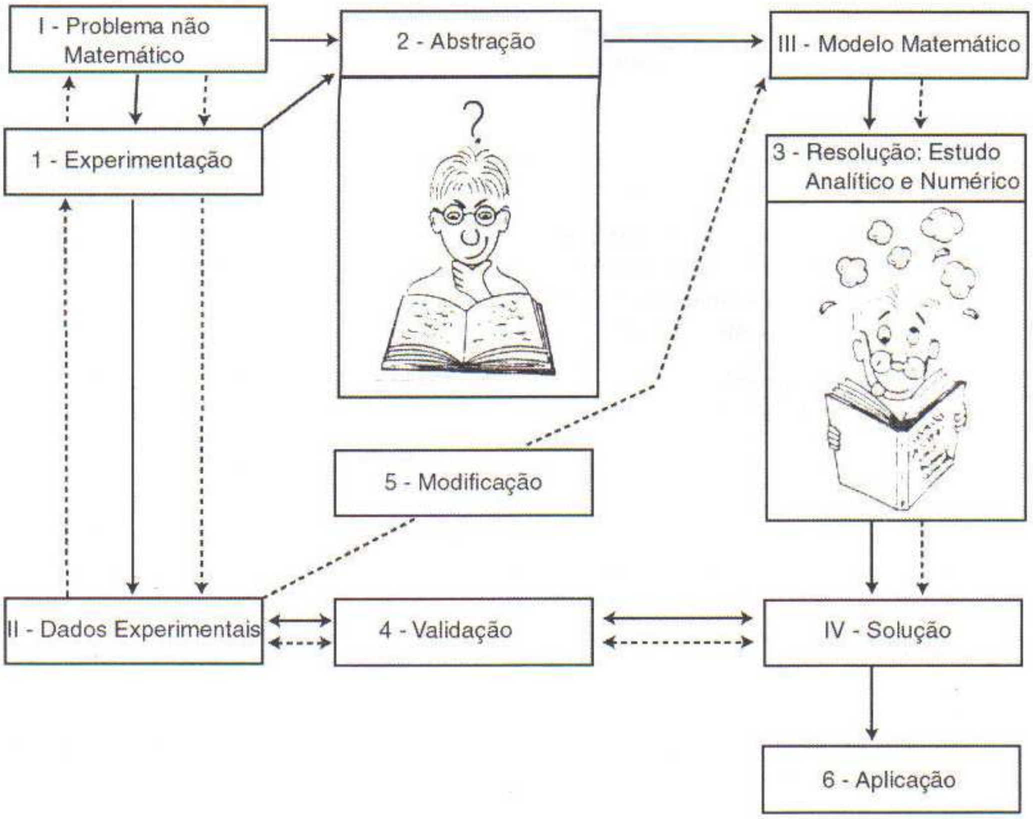
Pode-se demonstrar através do Modelo que é possível descrever um fenômeno através de situações abstratas que utilizem matemática, expressões matemáticas diversas, ou seja, pode-se trabalhar algum fato concreto mediante uma linguagem matemática, utilizando-se dos fatos estudados.

O Modelo Matemático é o objeto final, o resultado de um estudo visando solucionar um problema, uma forma de melhorar, de otimizar, ou apenas de prever certas situações da nossa realidade, surge dentro da área de estudo da matemática chamada de Modelagem.

Os Modelos descrevem grande parte dos fenômenos cotidianos a um cidadão comum, tais como os gastos com a compra em um supermercado, o valor a ser pago ao abastecermos o automóvel em um posto de combustíveis e a variação de um investimento numa conta poupança ou aplicações em um fundo de ações.

Para Bassanezi, a Modelagem Matemática de uma situação problema real deve seguir uma sequência de etapas, de maneira simples, passos bem delimitados, como demonstrado pela **Figura 1** na sequência.

Figura 1: Etapas da Modelagem Matemática



Fonte: BASSANEZI, Rodney C. 2004, p.27

Na **Figura 1**, setas contínuas indicam a primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreva cada problema estudado e torna o processo dinâmico, o que é indicado pelas setas pontilhadas.

1 Experimentação: É uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados;

2 Abstração: É o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos;

3 Resolução: O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente é como num dicionário, a linguagem matemática admite sinônimos que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural;

4 Validação: É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real. O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para validação;

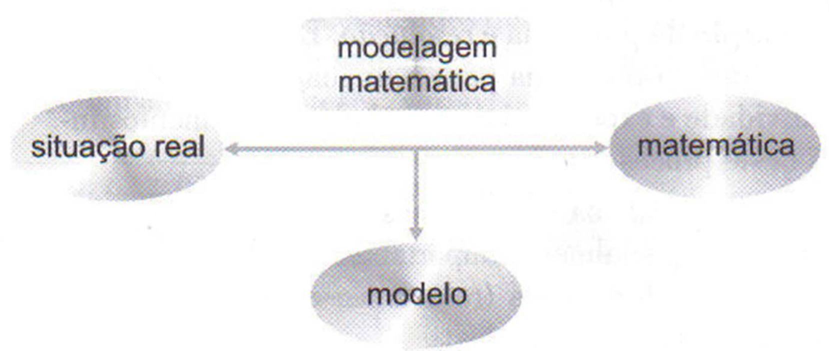
5 Modificação: Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos. Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade, suas soluções geralmente não conduzem às previsões corretas e definitivas, pois o aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, poder-se-ía dizer que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos, sendo esta reformulação dos modelos uma das partes fundamentais do processo de modelagem;

6 Aplicação: É a a finalidade da criação de cada modelo, utilizamos para sanarmos as nossas dúvidas iniciais, determinarmos os resultados que não conhecíamos.

Existem diversos autores que falam acerca da educação matemática, cada um define a Modelagem a seu modo.

Para Biembengut e Hein (2005, p.13), "... a matemática e a realidade são conjuntos diversos e a Modelagem Matemática é uma forma de fazê-los interagir", pode-se observar na **Figura 2**, que faz essa distinção.

Figura 2: Matemática e realidade



Fonte: BIEMBENGUT, Maria Sallet e HEIN, Nelson, 2005, p.13

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO

O ensino de matemática tem sido o foco de muitas discussões, principalmente em grupos de educadores matemáticos, os motivos que geram essa discussão são geralmente a forma como os conteúdos são trabalhados na escola, as metodologias de ensino e a relação da matemática, da realidade com a matemática escolar. Por muito tempo acreditou-se que todo o processo de ensino, fixava-se na figura do professor. Para Dambrosio (2009, p.85), " O professor não é o sol que ilumina tudo, sobre muitas coisas ele sabe bem menos que seus alunos, é importante abrir espaço para que o conhecimento dos alunos se manifeste", e a Modelagem tem essa característica, transforma os alunos, antes meros espectadores, em sujeitos ativos no processo de ensino-aprendizagem, para Biembengut e Hein, (2005, p.15), "... a Modelagem Matemática não é uma ideia nova. Sua essência sempre esteve presente na criação das teorias científicas e em especial, na criação das teorias matemáticas".

A Modelagem Matemática tem sido feita desde a Pré-História, o homem pela sua natureza vive na busca contínua para conhecer e compreender seu ambiente, o explora, valendo-se em parte de seu intelecto e seus conhecimentos, a Modelagem é uma metodologia que visa utilizar exemplos da realidade de cada educando para contextualizar cada conteúdo mais abstrato trabalhado em sala de aula, para alguns não segue regra alguma, deve acontecer naturalmente sem a influência do professor, para outros possui certos passos à serem seguidos.

> A contextualização, associada à interdisciplinaridade, vem sendo divulgada pelo MEC como princípio curricular central dos PCN's capaz de produzir uma revolução no ensino. A ideia é basicamente a de formar indivíduos que se realizem como pessoas, cidadãos e profissionais, o que exige da escola muito mais do que a simples transmissão e acúmulo de informações, mas experiências concretas e diversificadas, transpostas da vida cotidiana para as situações de aprendizagem. (SANTOS; OLIVEIRA, 2014, p.104-108)

Em nossa proposta utiliza-se a Modelagem Matemática para a criação de situações e problemas contextualizados para serem posteriormente trabalhados com os educandos, parte-se da Modelagem Matemática e utiliza-se a resolução de Situações Problemas advindas deste processo de Modelagem Matemática.

Em primeiro momento, o professor que deseja trabalhar com a Modelagem Matemática precisa aprender a fazer Modelagem, em sua essência, no processo de desenvolvimento, em suas raízes e depois, utilizá-la como estratégia de ensino da matemática. Em um segundo momento, deve-se ter em mente que a Modelagem Matemática pode ser um caminho para despertar no aluno interesses por conteúdos matemáticos que ainda desconhece ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente os fenômenos do cotidiano e os fenômenos de sua própria realidade, aprende a analisar situações diversas e a partir dessas, discutir conhecimentos matemáticos, mesmo que essas situações estejam relacionadas com contextos diversos a matemática, como retrata Barbosa.

> Especificamente, trata-se de uma atividade que convida os alunos a discutirem matemática no contexto de situações do dia-a-dia ou da realidade. Não se trata, portanto, de contextualizar a matemática, mas de discuti-la à luz de um contexto que não é o da área específica. (BARBOSA 2004, p.3)

Outros ainda retratam a questão da realidade com o Modelo, o ato de transformar problemas de nosso cotidiano em Modelos, para podermos resolvê-los. De acordo com Bassanezi, “Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (2002, p.16).

Bassanezi (2002, p. 38) acrescenta que o fenômeno a ser modelado deve servir como um “pano de fundo ou motivador” para o aprendizado de conteúdos matemáticos diz ainda que as discussões sobre o assunto (tema) favorecem a formação do indivíduo como elemento ativo no seu contexto social.

Utilizar a Modelagem Matemática não está relacionado somente ao processo de resolução de problemas aplicados na realidade do indivíduo. O educando tem a possibilidade de estar desenvolvendo a sua capacidade de interpretar matematicamente situações que incluem questões do seu cotidiano.

> A adoção da perspectiva sócio-crítico não implica na subtração de outros propósitos, como o desenvolvimento da teoria matemática e das habilidades de resolução aplicados, mas a tomada destes como “veículos” para viabilizar o “fim” de refletir sobre os Modelos Matemáticos. (BARBOSA; SANTOS, 2007, p.4).

A Modelagem é sem dúvida uma motivadora para os alunos, mas deve ser feita com certo cuidado, tendo dois aspectos bem definidos, para Barbosa (2004, pg..4), “...existem dois aspectos centrais para essas atividades. O primeiro é que elas devem se constituir como problemas para os alunos, ou seja, eles não devem possuir esquemas prévios para abordá-las, mas terão que demandar um certo esforço intelectual. O segundo refere-se ao fato de que as atividades devem se sustentar no mundo-vida das pessoas, envolvendo dados empíricos reais”.

Ao se passar no seu contexto de vida, deixa de ser um conhecimento sem utilidade e faz com que a Matemática, antes “sem usos reais” (à seu ver) passe a ser “fundamental”.

Deixaremos após cada um dos capítulos que trazem situações da região que podem ser utilizadas para a Modelagem Matemática alguns problemas que podem vir a ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, em especial com os educandos da região do Meio Oeste Catarinense. Mas claro, todo problema aqui apresentado pode ser usado tal qual abaixo proposto, ou com as devidas variações que os educadores acharem necessárias, em outras regiões.

Focamos nossa atenção na região do Meio Oeste Catarinense devido ao fato que mais da metade dos educadores da região que responderam nossa pesquisa desconhecem o que seja a Modelagem Matemática ou como utilizá-la, além de que a grande maioria embora desconheça o tema, acredita que um trabalho na área pode trazer bons resultados ao ensino de Matemática[1].

Como já mencionamos, nosso objetivo é apresentar, propor problemas de Modelagem, contextualizados com exemplos da História e da Geografia do Meio Oeste Catarinense, que possam ser utilizados nas salas de aulas, em especial na referida região, deixando determinados conceitos matemáticos mais atraentes e significativos, aos alunos, proporcionando uma melhor assimilação dos conteúdos trabalhados, mais atratividade para os temas do currículo escolar.

Buscamos, portanto, problemas que possam vir a ser utilizados, para que de um modo alternativo através da Modelagem Matemática para que possamos sedimentar melhor os conteúdos matemáticos abordados no ensino fundamental e médio. Contribuindo assim para o aprendizado de matemática com problemas que abordem conteúdos do currículo de matemática do ensino básico e que tenham impacto na prática didática docente em sala de aula e para os discentes além da mesma, em seu próprio cotidiano.

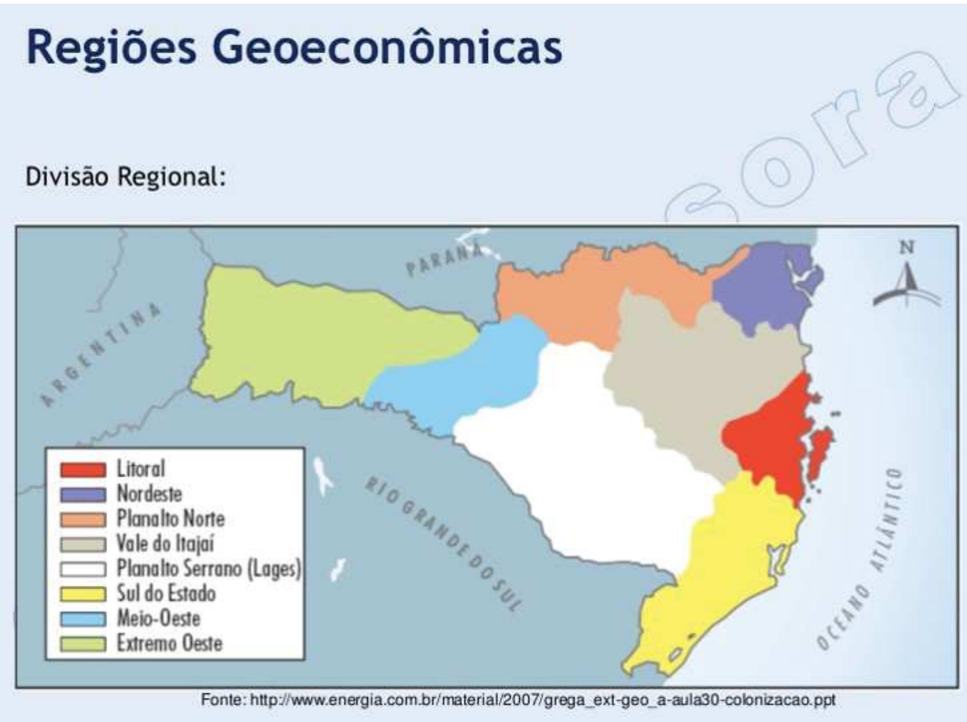
[1]Ver mais detalhes no capítulo: "ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA DE MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO ENSINO DA MATEMÁTICA".

3 ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA DE MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO ENSINO DA MATEMÁTICA

Neste capítulo da dissertação iremos apresentar a análise dos resultados da pesquisa realizada com os professores do Meio Oeste Catarinense.

O estado de Santa Catarina possui divisões diversas para facilitar análises econômicas, geográficas, históricas, sociais, dentre outras, uma destas divide o estado em oito regiões Geo-econômicas, conforme a **Figura 3**, abaixo.

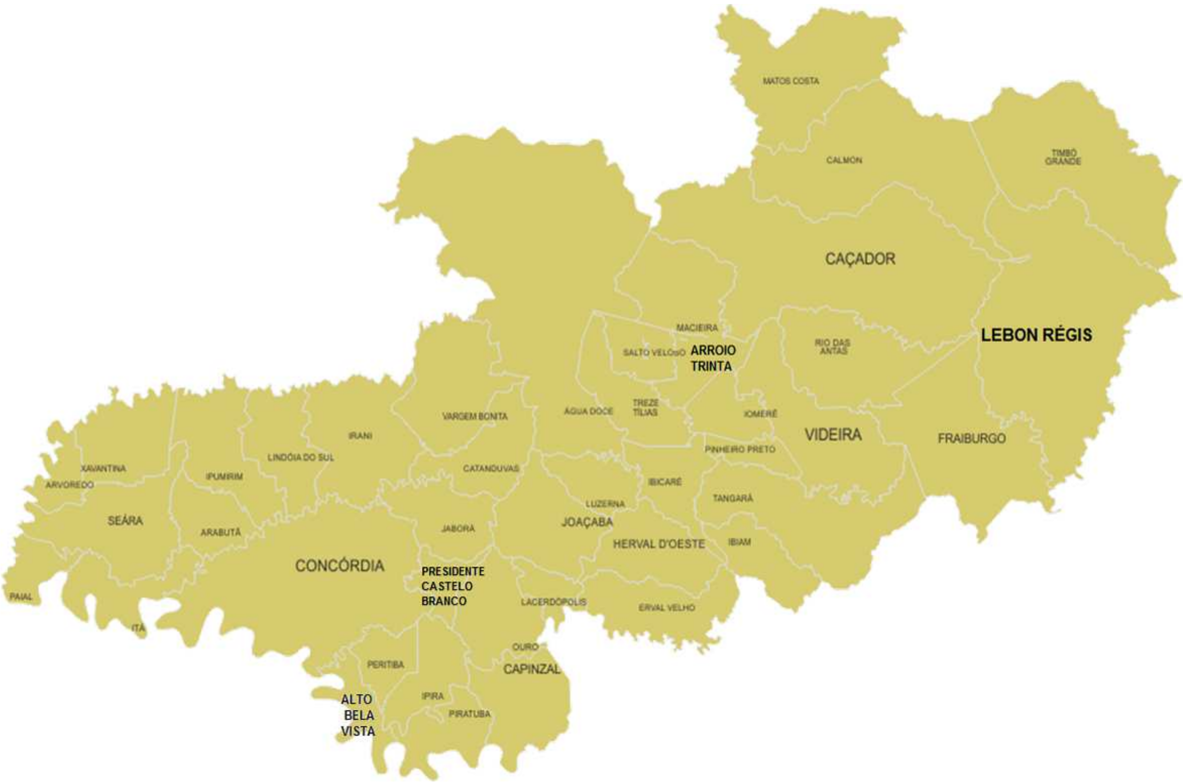
Figura 3: Divisão de Santa Catarina em regiões Geoeconômicas



Fonte: http://www.energia.com.br/material/2007/grega_ext-geo_a-aula30-colonizacao.ppt

A região denominada de Meio Oeste, em azul no mapa da **Figura 3**, abrange diversos municípios como Caçador, Rio das Antas, Calmon, Matos Costa, Lebon Régis, Videira, dentre outros, sendo mais de 40 municípios,conforme **Figura 4**.

Figura 4: Cidades do Meio Oeste Catarinense



Fonte: http://www.hiperatacado.com.br/15/index.php/representantes/10-santa-catarina/22-santa-catarina-meio-oeste-do-estado

Os objetivos principais do questionário aplicado aos docentes, desdobrou-se em: (a) Investigar o perfil dos professores da região do Meio Oeste Catarinense e suas características diversas; (b) Verificar o conhecimento dos mesmos acerca do tema de Modelagem Matemática; (c) Conhecimento dos docentes sobre alguns temas da região propícios ao desenvolvimento de estudos sobre Modelagem Matemática.

Esta pesquisa teve como instrumento de coleta de dados um questionário *on-line*[1], que ficou disponível até o seu encerramento, o que evita entre outros, custos desnecessários relacionados à impressão, distribuição e coleta de formulários em papel, além de conseguir abranger uma gama maior de profissionais da Educação na área de Matemática. Utilizou-se a ferramenta de formulários *web*, disponível por meio do *Google Forms*. O *Google Forms* é um dos aplicativos do pacote do *Google* e funciona totalmente *on-line*, diretamente no navegador, independente de qual seja.

[1] O questionário está disponível no Apêndice “A” deste trabalho.

Os convites, para que respondessem ao questionário *on-line*, foram enviados via *e-mail*, feitos por redes sociais e posteriormente remetido o *link* do questionário e contou com a colaboração de vários colegas e amigos, além de pesquisa em *sites*, acerca de professores atuantes ou não na área da Matemática. As respostas eram remetidas ao término do preenchimento do formulário e tabuladas pelo próprio aplicativo, mas posteriormente novas análises foram feitas pelo pesquisador e orientador. No período, por nós estabelecido para a investigação, de 16/08/2016 a 23/09/2016, foram realizados aproximadamente 100 convites para que os profissionais respondessem a pesquisa e foram respondidos 33 questionários.

Podemos analisar que obtivemos uma quantidade considerável de respostas, pois de acordo com Galan e Vernette (2000, p.39-52), "certas pesquisas mostram que a taxa de retorno padrão de uma pesquisa via internet é comparável àquelas obtidas via modo postal: de 7 a 13% sobre o total, podendo aumentar de acordo com a população questionada. De modo geral, a taxa de resposta depende do interesse da pesquisa na percepção do respondente". Obtivemos 30% de retorno dos entrevistados.

O questionário foi elaborado visando saber um pouco mais sobre o profissional docente, que atua na disciplina de Matemática na região, considerando os seguintes pontos: sua formação, seu sexo, idade, experiência profissional, conhecimentos acerca do tema Modelagem Matemática, bem como conhecimento acerca de alguns temas regionais que poderiam ser utilizados para o processo de Modelagem Matemática. As perguntas foram predominantemente objetivas, sendo 17 questões, mas as questões 06, 13, 14 e da 21 a 23 trazem a possibilidade de que os docentes tragam informações adicionais discursivas acerca de sua área de trabalho, comentários sobre a pesquisa, mas são opcionais, sendo apenas a questão 06, que inquere acerca de outras disciplinas lecionadas, uma questão obrigatória.

As questões obrigatórias foram respondidas pelos 33 docentes, as questões opcionais não foram respondidas por todos os professores que participaram da pesquisa.

A pesquisa teve a proposta de dar embasamento maior aos possíveis motivos de desenvolver-se um trabalho com o tema de Modelagem Matemática com exemplos regionais, o que poderá comprovar a sua viabilidade pelas respostas dos profissionais que participaram.

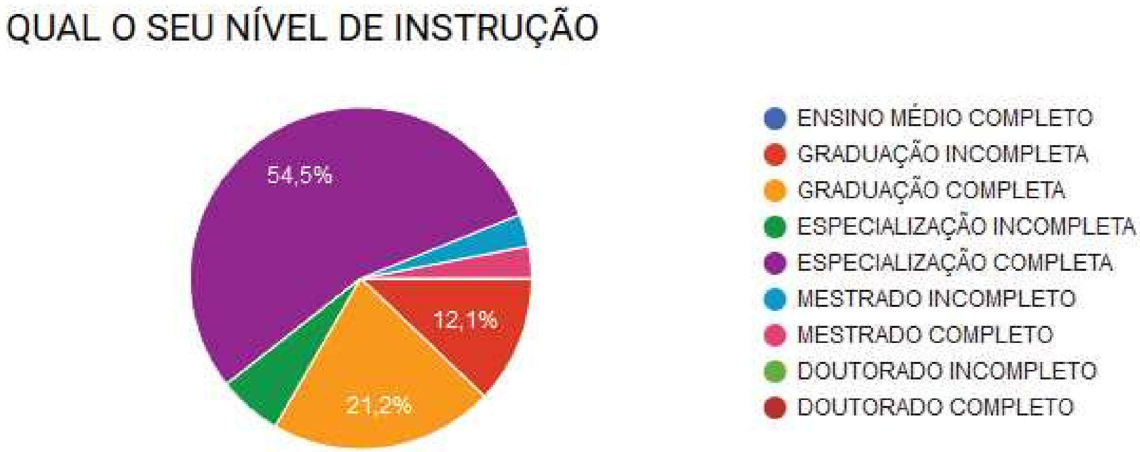
Ficam aqui registrados os nossos sinceros agradecimentos aos profissionais que colaboraram com a pesquisa, o seu auxílio foi fundamental.

3.1 PERFIL DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REGIÃO DO MEIO OESTE CATARINENSE

Em primeiro momento apresentamos todas as questões que ajudaram a traçar o perfil dos profissionais que trabalham a disciplina de Matemática na região do Meio Oeste Catarinense, comentamos uma a uma as questões relacionadas ao perfil do professor pesquisado e no final da seção apresentamos uma síntese descrevendo este “perfil” dos participantes, e esta pode retratar o perfil dos professores da região como um todo.

A primeira questão com análise dos dados na **Figura 5** na sequência, visava definir o nível de instrução dos professores entrevistados.

Figura 5: Nível de Instrução

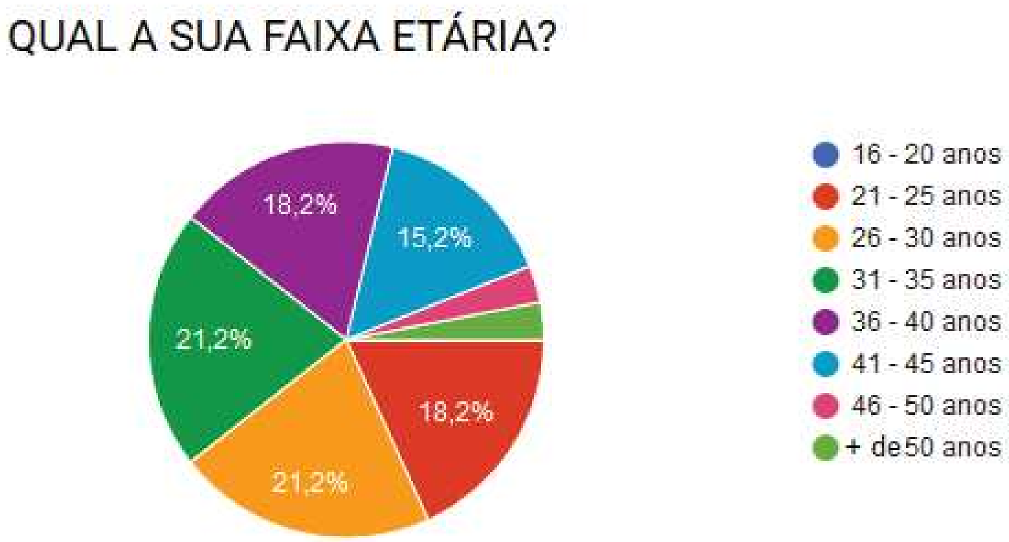


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos professores que responderam ao questionário, a maioria, 18 professores (54,5%) são Especialistas, 1 professor (3,03%) está cursando o Mestrado, 1 professor (3,03%) possui Mestrado completo, 4 professores (12,1%) possuem Graduação incompleta (ainda estão cursando a Graduação), 7 professores (21,2%) possuem Graduação completa e 2 professores (6,06%) possuem Especialização incompleta, o que indica que os professores da região do Meio Oeste Catarinense em sua maioria são professores formados e que continuam estudando, 22 professores (66,67%) dos professores são no mínimo Especialistas ou estão terminando a Especialização, no entanto a pergunta não questionava sobre a formação específica, o que não nos dá garantica que a sua formação seja na disciplina de Matemática.

A pergunta seguinte visava analisar a faixa etária dos entrevistados, para determinarmos a idade média dos professores de Matemática da região do Meio Oeste Catarinense, conforme a **Figura 6**.

Figura 6: Faixa etária dos professores entrevistados



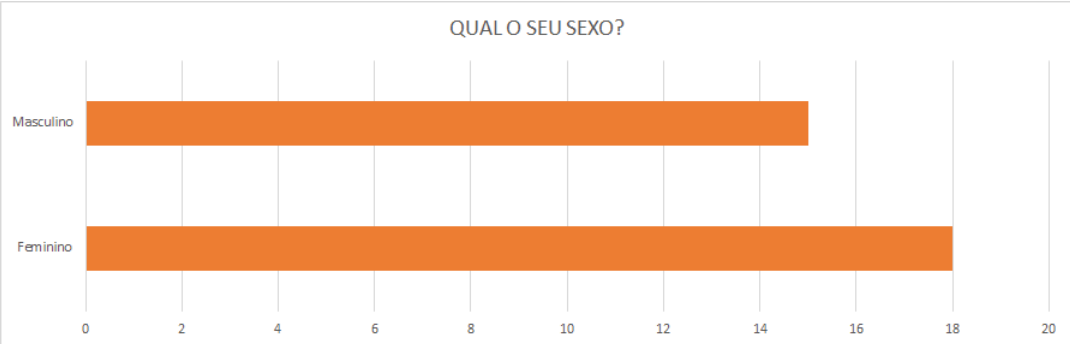
Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos professores questionados, 6 professores (18,2%) possuem entre 21 e 25 anos de idade, são professores jovens, 7 professores (21,2%) possuem entre 26 e 30 anos de idade, 7 professores possuem entre 31 e 35 anos de idade, 6 professores possuem entre 36 e 40 anos de idade, 5 professores possuem entre 41 e 45 anos de idade, 1 professor possui entre 46 e 50 anos de idade e 1 professor possui entre 51 e 55 anos de idade, ao cruzarmos os dados com a primeira pergunta, percebemos que apesar a da diferença de idade, o que prevalece é a Especialização, o que denota a dificuldade, falta de oportunidades ou interesse para a realização de um Mestrado, visto que dos 33 entrevistados, apenas 2 (6,06%) cursam ou concluíram o Mestrado.

Ainda analisando a idade dos professores, dos 33 entrevistados, 26 (78,79%) possuem até 40 anos.

A pergunta subsequente tinha como intuito saber o sexo do entrevistado para que tivéssemos uma ideia do total de professores de Matemática da região por sexo, os dados obtidos seguem na **Figura 7** abaixo.

Figura 7: Sexo dos professores entrevistados

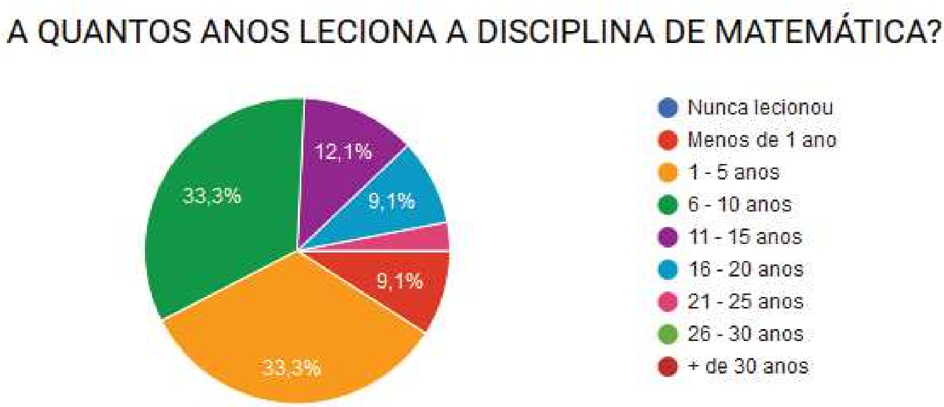


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos professores questionados 15 (45,5%) são do sexo Masculino e 18 (54,5%) são do sexo Feminino.

A pergunta posterior, com resultados na **Figura 8**, tinha como objetivo determinar o tempo de serviço dos professores entrevistados, e, questionava a quantos anos o pesquisado lecionava a disciplina de Matemática.

Figura 8: Tempo de serviço na disciplina de matemática

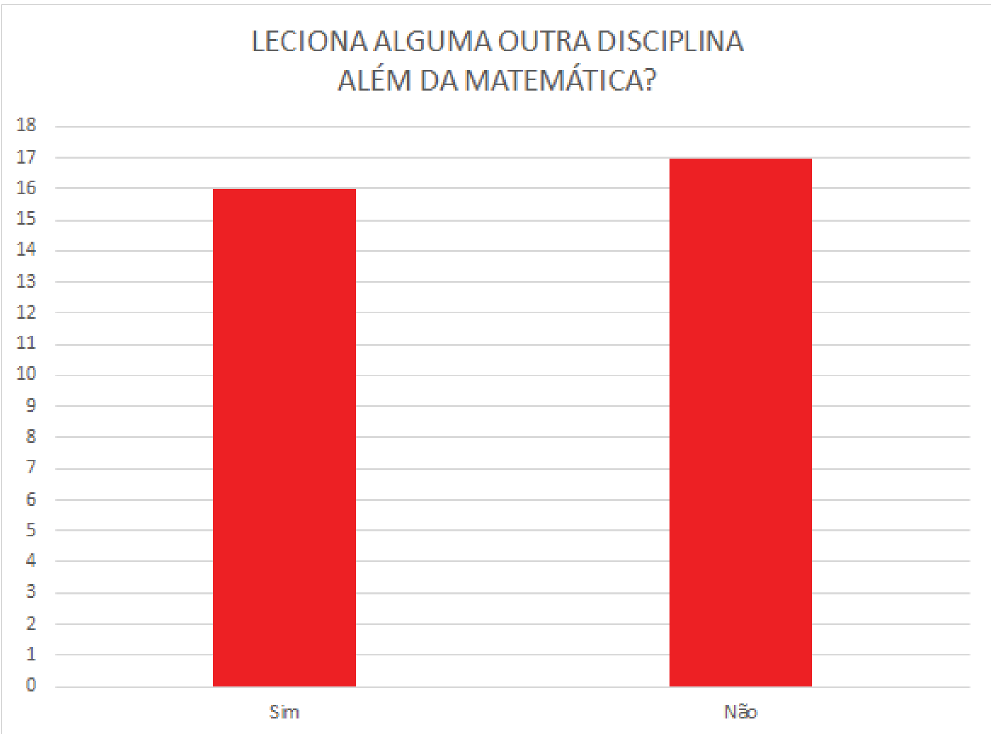


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos professores pesquisados, 3 (9,1%) lecionam a menos de 1 ano, 11 (33,3%) lecionam de 1 a 5 anos, 11 (33,3%) lecionam de 6 a 10 anos, 4 (12,1%) lecionam de 11 a 15 anos, 3 (9,1%) lecionam de 16 a 20 anos e 1 professor (3,03%) leciona de 21 a 25 anos. Vê-se que, 25 professores (75,75%), lecionam a menos de 10 anos, são professores com relativamente pouco tempo de docência, o que não desmerece o seu trabalho, mas é uma característica a ser frisada.

Muitos professores lecionam mais de uma disciplina, como pode-se observar na **Figura 9**. Seja por sua formação ou identificação com outras áreas de conhecimento ou falta de profissionais habilitados, dentre outros, a pergunta seguinte, buscava verificar essa realidade dos profissionais de matemática da região.

Figura 9: Quantidade de professores que lecionam outras disciplinas



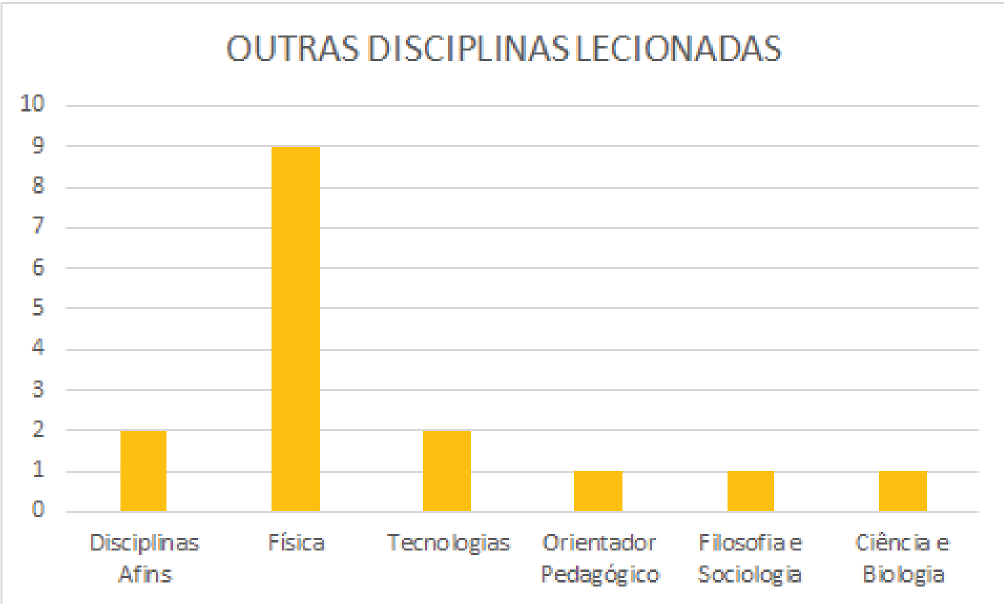
Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos professores questionados, 16 professores (48,48%) lecionam outras disciplinas e 17 professores (51,52%) não lecionam outras disciplinas, apenas matemática.

A pergunta seguinte, com análise de dados na **Figura 10**, era direcionada à esses professores que lecionam outras disciplinas, encontra-se abaixo.

SE LECIONA OUTRA(S) DISCIPLINA(S), QUAL(IS) SÃO? (Caso não lecione, escreva que não leciona)

Figura 10: Disciplinas lecionadas - Atividades Diversas

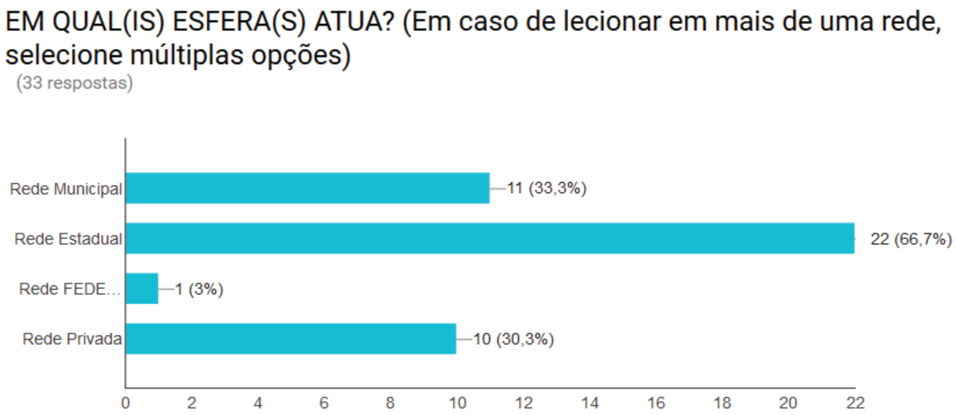


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos 16 professores que lecionam alguma outra disciplina, 2 (12,5%) são professores de disciplinas afins a matemática do ensino médio em cursos de Graduação ou cursos técnicos, como Álgebra, Cálculo e Estatística, 9 (56,25%) são professores de Física, 2 (12,5%) são professores de tecnologias (Informática), 1 (6,25%) é orientador pedagógico, 1 (6,25%) professor de Filosofia e Sociologia e 1 (6,25%) professor de Ciências e Biologia.

A pergunta posterior com gráfico de quantidades na **Figura 11**, intuía coletar dados acerca de qual a esfera (municipal, estadual, federal ou privada) de trabalho dos questionados, e perguntava se os mesmos trabalhavam em uma, ou mais de uma destas esferas.

Figura 11: Esfera de atuação dos docentes

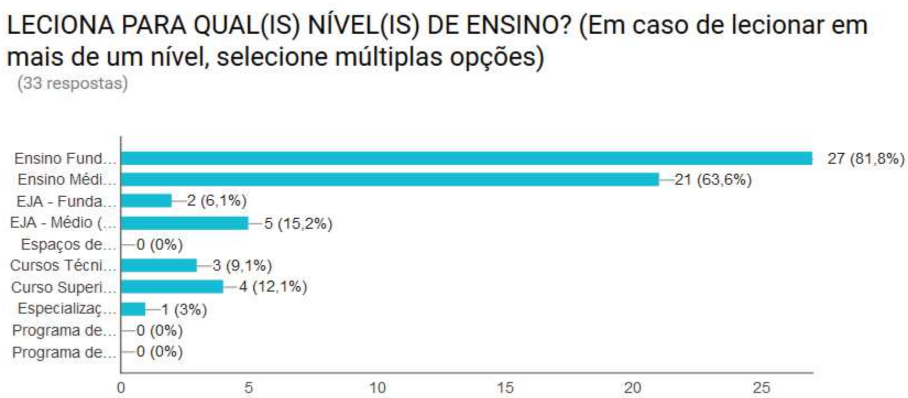


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos 33 professores, 11 (33,33%) lecionam na rede municipal, 22 (66,67%) lecionam na rede estadual, 1 (3,03%) leciona na rede federal e 10 (30,3%) lecionam na rede privada de ensino, alguns professores lecionam em mais de uma rede de ensino, e percebe-se que a grande maioria é docente da rede estadual de ensino.

A pergunta subsequente, com gráfico de quantidades na **Figura 12**, tinha como objetivo recolher informações sobre os níveis de ensino que o educador trabalhava, e questionava qual o nível de ensino para o qual o entrevistado lecionava:

Figura 12: Níveis de ensino para os quais os docentes lecionam



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

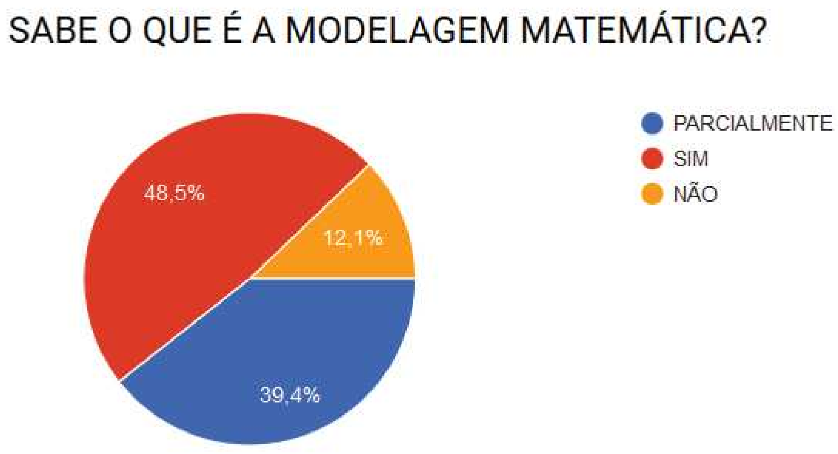
Dos 33 professores entrevistados 27 (81,8%) lecionam para o ensino fundamental, 21 (63,6%) lecionam para o ensino médio, 2 (6,1%) são professores de educação de jovens e adultos de ensino fundamental, 5 (15,2%) são professores de educação de jovens e adultos de ensino médio, 3 (9,1%) são professores de cursos técnicos, 4 (12,1%) são professores de Graduação e 1 (3,03%) é professor de programa de Especialização, o que se nota é que a grande maioria dos professores (81,8%), são professores do Ensino Fundamental.

Após a análise dos dados coletados com o questionário, traçamos o perfil dos participantes da pesquisa: Especialistas, a metade possui Especialização, com idade entre 21 e 40 anos, (80% dos professores entrevistados aproximadamente estão nessa faixa etária) são em sua maioria mulheres, quase 55% são do sexo feminino, lecionam entre 1 e 10 anos, 66% situam-se nessa faixa de tempo de serviço, quase metade leciona outras disciplinas além da matemática, sendo que a maior parte é a disciplina de Física, trabalham em sua maioria na Rede Estadual de Ensino e lecionam para o Ensino Fundamental.

3.2 CONHECIMENTO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REGIÃO DO MEIO OESTE CATARINENSE SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

As perguntas sequentes abordam temas mais específicos, depois de conhecer um pouco sobre os sujeitos da pesquisa, passamos a análise de seu conhecimento acerca de Modelagem Matemática, os resultados do conhecimento dos professores sobre o que é a Modelagem Matemática são expressos na **Figura 13**.

Figura 13: Conhecimento dos docentes sobre a Modelagem Matemática

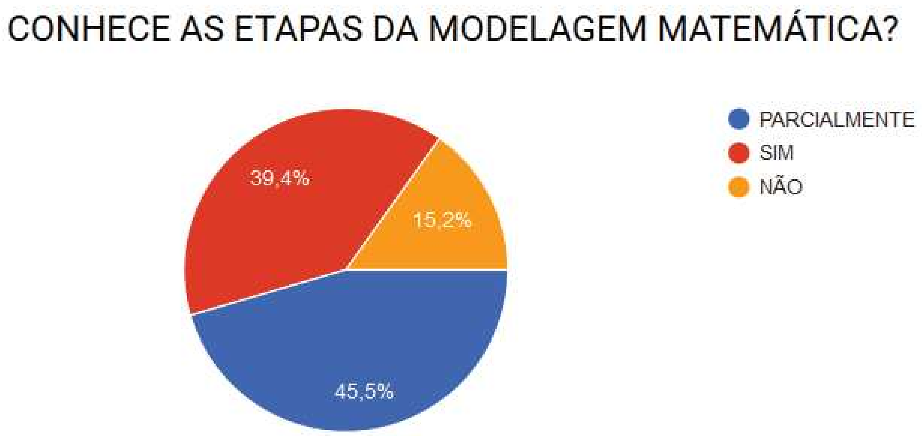


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos professores entrevistados, 16 (48,5%) afirmam saber o que é a Modelagem Matemática, 13 (39,4%) sabem parcialmente, e 4 (12,1%) não sabem o que é a Modelagem Matemática, 17 (51,5%) dos 33 entrevistados conhecem apenas parcialmente ou não conhecem a Modelagem Matemática.

A pergunta seguinte com resultados na **Figura 14** questionava se os entrevistados conheciam as etapas do Processo de Modelagem Matemática, pois apenas conhecer acerca do tema, não confirma que os entrevistados conhecessem a fundo o mesmo.

Figura 14: Conhecimento dos docentes sobre etapas da Modelagem Matemática

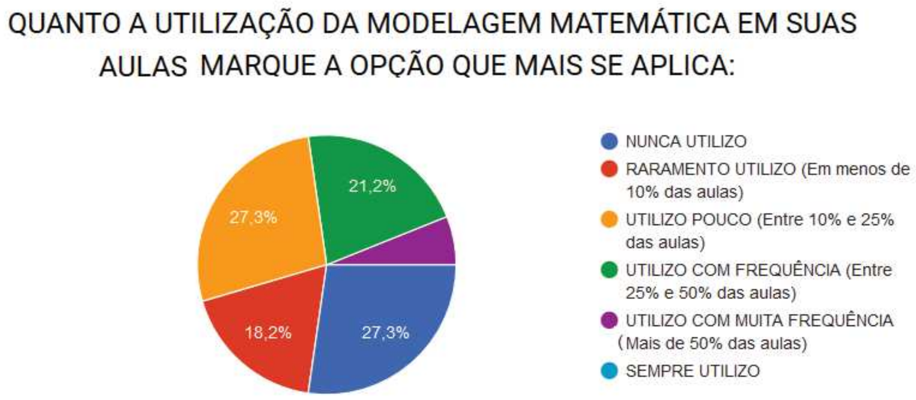


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos entrevistados 13 (39,4%) afirmam conhecer as etapas de Modelagem Matemática, 15 (45,5%) conhecer parcialmente e 5 (15,2%) não conhecem as etapas da Modelagem Matemática, ao cruzarmos os dados com a questão anterior temos que 16 afirmavam saber o que é a Modelagem Matemática, mas 3 destes não conhecem as suas etapas, ou seja, não sabem completamente o que é ou como é realizada, e 1 pessoa que conhecia parcialmente também não sabe essas etapas.

A questão subsequente com resultados expressos na **Figura 15** abaixo, tem como intuito analisar exatamente essa aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula pelos docentes pesquisados.

Figura 15: Utilização da Modelagem Matemática em sala de aula

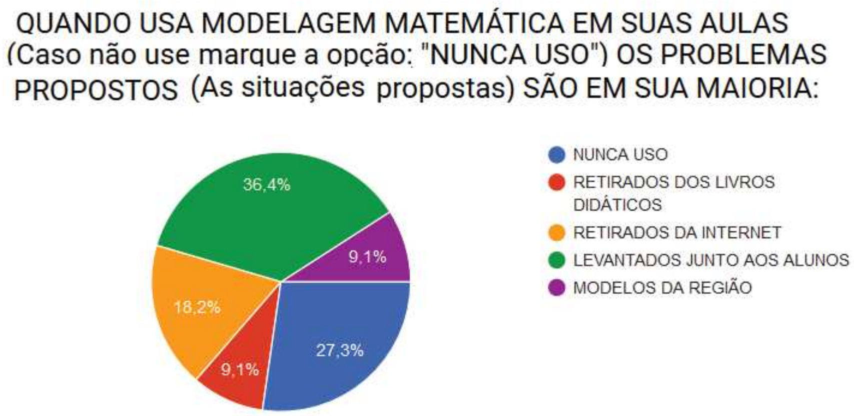


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos docentes pesquisados, 9 (27,3%) nunca utilizam a Modelagem Matemática em sala de aula, seja por falta de conhecimento ou outras razões, 6 (18,2%) raramente utilizam, 9 (27,3%) utilizam pouco a Modelagem Matemática, 7 professores (21,2%) utilizam com frequência, em até 50% das aulas e 2 professores (6,1%) utilizam com muita frequência, o que se observa, é que 18 professores (54,54%) , aproximadamente metade dos professores, utilizam a Modelagem Matemática em algum momento do cotidiano escolar, no entanto os demais, utilizam raramente ou não utilizam.

A próxima questão com resultados na **Figura 16**, analisa os professores que utilizam a Modelagem Matemática e de onde saem as situações utilizadas e os problemas propostos.

Figura 16: Tipos de problemas de modelagem matemática propostos



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos docentes pesquisados, 9 (27,3%) nunca utilizam a Modelagem Matemática em sala de aula, o que ao ser cruzado com a questão anterior é coerente, 3 (9,1%) utilizam problemas retirados dos livros didáticos, 6 (18,2%) utilizam problemas retirados da Internet, 12 (36,4%) utilizam problemas levantados juntos aos alunos, e 3 (9,1%) utilizam modelos da região, a grande maioria realiza a modelagem fazendo levantamento de problemas junto aos próprios educandos.

A questão seguinte é aberta e solicita que os educadores comentem acerca das experiências, dificuldades e resultados obtidos.

"CASO JÁ TENHA UTILIZADO COMENTE UM POUCO SOBRE A (AS) EXPERIÊNCIA (AS), DIFICULDADES (SE EXISTIREM) E OS RESULTADOS OBTIDOS:"

Dos 33 professores, 16 professores comentaram acerca do questionamento, esboçando seus pontos de vista e experiências, abaixo seguem esses comentários.

"Trouxeram bons resultados, com aprendizado além da sala de aula pelo corpo discente."

"A utilização da Modelagem Matemática facilita o processo de ensino aprendizagem, pois o aluno fará parte do levantamento de dados para o desenvolvimento da aplicação, viabilizando um maior interesse, entusiasmo e motivação pelas aulas e observando que a Matemática está presente no seu cotidiano."

"As utilizo na construção de conceitos na geometria e situações cotidianas. Na construção dos conceitos sobre pirâmides, quando da problematização na diferenciação da altura da mesma e da sua geratriz."

"Percebi inicialmente que os alunos não estavam acreditando que através de uma temática levantada por eles mesmos, poderia ser encontrado elementos matemáticos. Com os alunos que tive essa experiência, após o término, vi que eles ficaram muito satisfeitos com os resultados obtidos! O problema é que nas escolas que trabalho, é solicitado que a grande curricular seja seguida linearmente. Quando resolvi utilizar essa metodologia nas minhas aulas, fui cobrada pela escola, pois os conceitos matemáticos não aparecem seguindo uma ordem, elas surgem de acordo com o delineamento do tema pesquisado."

"Acho bacana, por mais que muitas das vezes precisamos sair um pouco de nosso conformismo e obter novas formas de pensar para desenvolver isso e até para os alunos consegue despertar mais interesse, mas ao mesmo tempo eles acostumados com os métodos tradicionais não seja, bem receptíveis."

"A Modelagem Matemática apresenta-se como possibilidade para um trabalho investigativo na sala de aula e, na proposta que aqui desenvolvemos, aliamos o uso da informática como auxílio na resolução dos problemas, considerando a necessidade de discussão sobre conceitos matemáticos, definições e propriedades, estabelecendo, assim, relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, incentivando a capacidade de analisar criticamente o texto matemático, bem como a interpretação de dados, a elaboração de modelos e resolução de problemas, considerando a utilização de diferentes possibilidades pedagógicas na prática profissional do educador matemático."

"Acredito que o maior desafio seja quanto ao tempo de preparação do material, pesquisa, visto que geralmente nós professores dispomos de pouco tempo. Mas ao final os resultados são espetaculares e com certeza vale a pena."

"As atividades de modelagem estão em fase inicial de aplicação, tendo feito levantamento bibliográfico. Os principais entraves pesquisados (baseado em pesquisas realizadas) estão associados ao cumprimento do currículo escolar, falta de tempo e pouca qualificação profissional do professor. O que tenho percebido de dificuldades em relação aos alunos é o "medo" de aparecer situações em que não saibam resolver os problemas. Outro aspecto interessante é a falta de controle do professor quanto ao que vai ser estudado e quais aspectos do conteúdo que serão abordados. Observo que a aplicação da modelagem Matemática aplicada em sala de aula não é propriamente a Modelagem Matemática científica, ou seja, o objetivo principal não é a formulação de Modelos Matemáticos, mas a aproximação do conteúdo de Matemática à realidade do aluno, partindo da situação para os conceitos e não dos conceitos para determinada situação."

"Quanto aos resultados são satisfatórios pois há uma grande dificuldade de entendimento por parte dos alunos mais que ao mesmo tempo os instiga a curiosidade por resoluções diferentes e formas de respostas distintas."

"A dificuldade encontrada está relacionada à interpretação dos dados propostos aos alunos e a sistematização dos modelos. Quando o aluno compreende que o uso da modelagem pode facilitar o cálculo e agilizar a resolução de problemas o conteúdo também é melhor compreendido."

"Dificuldade: no inicio os educandos ficam apreensivos, pois os mesmos estão acostumados com métodos tradicionais, onde o professor somente passa o conteúdo explica e passa exercício de forma mecânica."

"É com mais sucesso a compreensão quando se utiliza a modelagem, sem dúvidas."

“Sou a favor da Modelagem porque desperta o senso crítico do educando, possibilitando a ele entender o entorno social até mesmo onde vai atuar.”

“A proposta da Modelagem Matemática é bem abrangente, sendo nos casos trabalhados foi mais restrito em questão de prazo, pois conteúdos precisam ser cumpridos conforme cronograma da escola. Prazo menor, experiência reduzida, resultados não muito eficazes. Dependendo da turma os resultados geraram maior interesse e envolvimento.”

“Na análise de fenômenos físicos através de atividades experimentais é importante instigar o aluno a elaborar conclusões e buscar regularidades através da análise associada a fundamentação teórica. O pouco tempo disponibilizado para estas atividades, limita o avanço e o aproveitamento melhor das atividades.”

“Foram muito proveitosas as aulas, existe uma interação maior por parte dos alunos, a aula fica mais fácil de ser entendida, porém existe o problema com relação ao tempo de aula que é muito curto. E quando você retoma em outro momento acaba perdendo tempo e alguns alunos já ficam dispersos.”

O que se concluí é que a grade maioria acredita que os resultados são vantajosos quando aplicada a Modelagem e que o problema maior é que a aula é muito curta para um aprofundamento do tema.

Para os docentes que não utilizam a Modelagem Matemática, foi elaborada uma outra questão aberta que solicitava que os educadores comentassem acerca dos motivos da não utilização desse recurso:

“CASO AINDA NÃO TENHA UTILIZADO RELATE QUE MOTIVOS O LEVARAM A NÃO UTILIZAR A MODELAGEM MATEMÁTICA:”

Dos 33 professores, 13 professores comentaram um pouco sobre o tema, seguem abaixo as opiniões mais relevantes de 6 professores que comentaram:

“Por esse nome não sei o que é modelagem matemática.”

“Acredito não conhecer suficientemente a modelagem matemática para poder aplicá-la em sala.”

“Cronograma de dias letivos e avaliações restritos.”

“Aos poucos estou introduzindo esse novo conceito.”

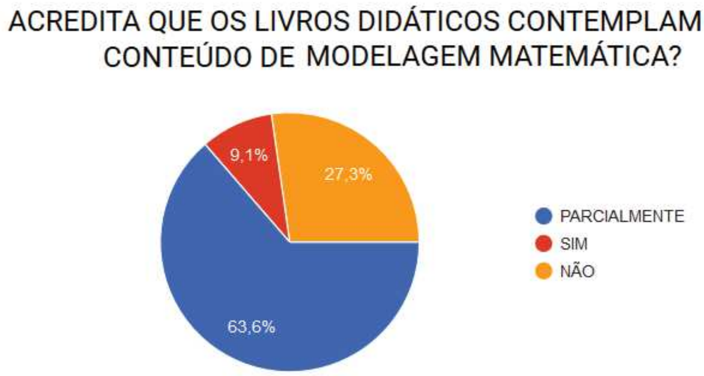
“Pouco conhecimento do assunto.”

“Tinha que seguir o planejamento da mantenedora, uma escola particular, e, nem sempre dava tempo de seguir outras metodologias.”

Percebe-se de forma veemente que a falta de tempo, as ideologias das instituições de ensino ou a falta de conhecimento do assunto impedem o desenvolvimento de atividades na área de Modelagem Matemática.

A pergunta subsequente, com resultados na **Figura 17**, retoma temas bem específicos acerca da Modelagem Matemática e dos livros didáticos utilizados pelos docentes.

Figura 17: Análise de Livros Didáticos e Modelagem Matemática



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos professores entrevistados 3 (9,1%) acreditam que os livros didáticos contemplam o conteúdo de Modelagem Matemática, 21 (63,6%) acreditam que os livros contemplam parcialmente o conteúdo de Modelagem Matemática e 9 (27,3%) que os livros didáticos não contemplam o conteúdo de Modelagem Matemática.

Feita a análise dos dados coletados com o questionário, determinamos o conhecimento acerca do tema *“Modelagem Matemática”* dos entrevistados, 17 (51,5%) dos 33 entrevistados conhecem parcialmente ou não conhecem a Modelagem Matemática, 20 (60,6%) conhecem apenas de forma parcial ou não conhecem as etapas da Modelagem Matemática, o que determina que apenas 13 (39,4%) dos entrevistados conhecem a fundo o tema, 15 (45,5%), utilizam raramente ou não utilizam Modelagem Matemática, (provavelmente devido à falta de conhecimento acerca da mesma), 18 (54,5%) nunca utilizam ou só utilizam a modelagem com exemplos de livros didáticos e internet, não realizam o processo de Modelagem como um todo, e, 30 (90,9%) acreditam que os livros didáticos utilizados em sala de aula não contemplam ou contemplam apenas parcialmente o tema da Modelagem Matemática.

3.3 TEMAS REGIONAIS PROPÍCIOS À MODELAGEM

As perguntas seguintes direcionam os docentes para temas regionais que poderiam ser utilizados para estudos futuros de Modelagem Matemática.

A Região do Meio Oeste Catarinense é rica em situações que podem ser utilizadas no contexto de sala de aula, para explicar assuntos mais abstratos, próprios da matemática, com exemplos de situações do cotidiano dos discentes fazendo a contextualização dos temas estudados.

Um destes temas é a araucária de Vânio Czerniak, a questão seguinte que tem os resultados na **Figura 18**, tinha como objetivo a coleta de informações sobre o conhecimento dos pesquisados sobre a araucária.

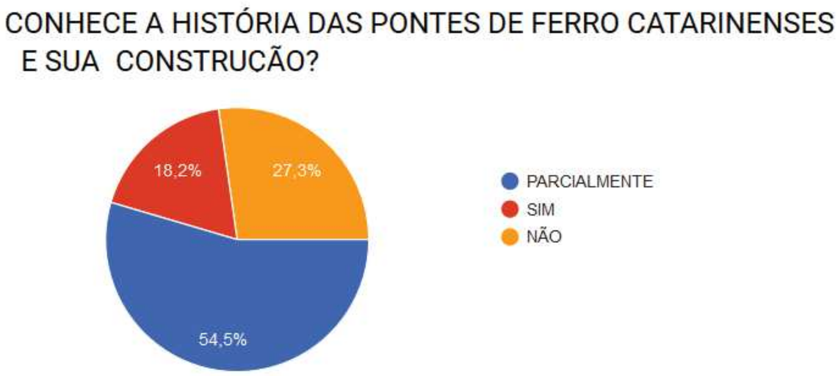
Figura 18: Análise do conhecimento dos docentes acerca da araucária de Vânio Czerniak

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Ao serem questionados acerca da araucária de Vânio Czerniak, 16 (48,5%) afirmam já conhecer a história da árvore, 5 (15,2%) conhecem parcialmente e 12 (36,4%) não conhecem, embora a árvore seja já conhecida a nível de Brasil, um terço dos professores ainda não ouviu falar na mesma.

Abordando tema de menor exploração da imprensa, as pontes de ferro, **Figura 19**, o quadro muda muito.

Figura 19: Análise dos conhecimentos dos docentes acerca das pontes de ferro no meio oeste catarinense e sua construção

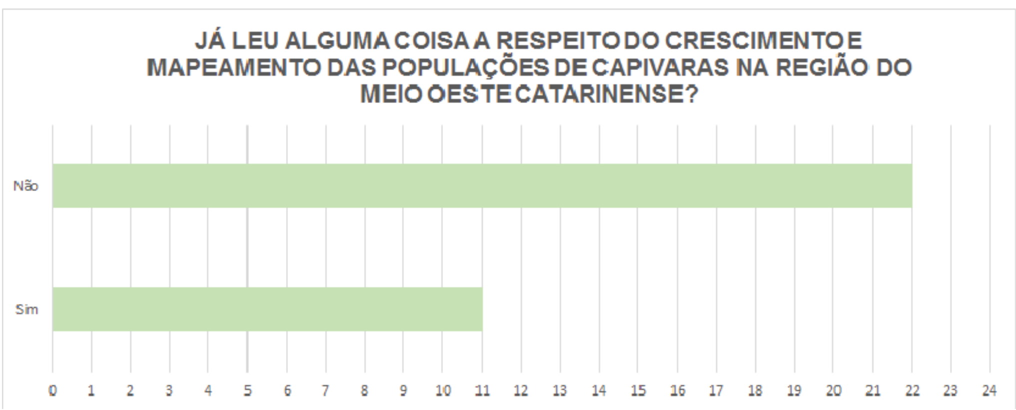


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos 33 pesquisados, apenas 6 (18,2%) afirmam conhecer a história das pontes de ferro catarinenses e sua construção, 18 (54,5%) conhecem, mas apenas parcialmente o tema e 9 (27,3%) não conhecem a história das pontes, mais antigas que a grande maioria dos municípios da região.

Ao abordarmos o tema do mapeamento da população de capivaras, típicas da região temos outra surpresa, conforme a **Figura 20**, vemos que poucos conhecem o tema.

Figura 20: Análise do conhecimento dos docentes acerca do crescimento e mapeamento das populações de capivaras no meio oeste catarinense

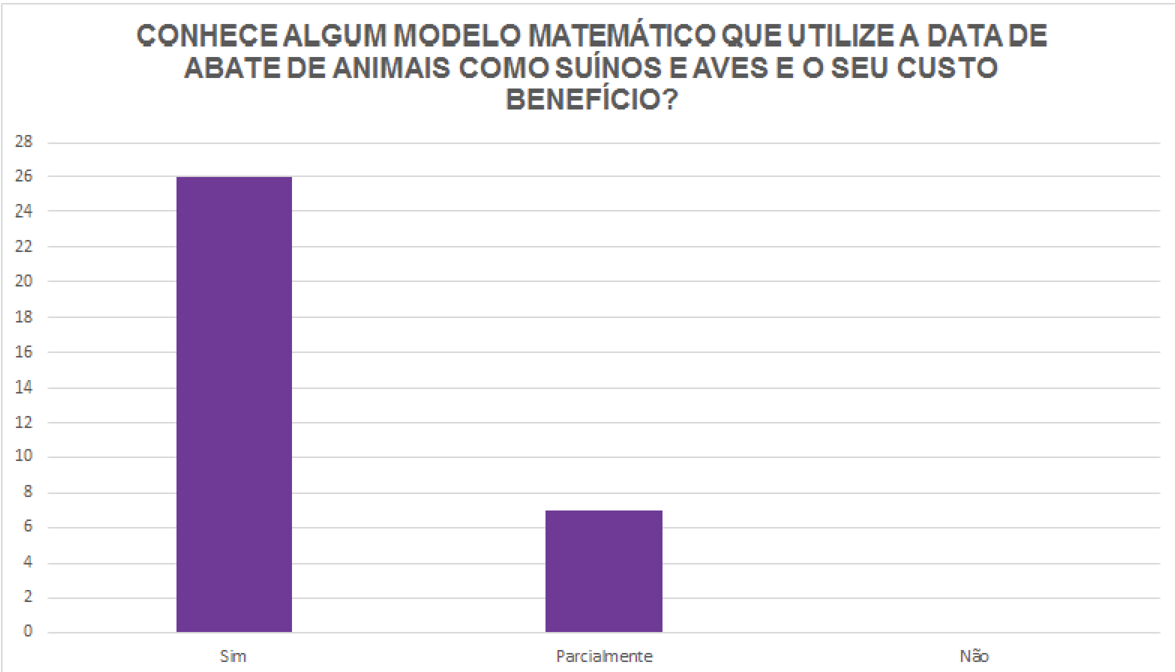


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

A grande maioria dos professores 22 (66,7%), nunca leu nada a respeito, e apenas 11 (33,3%) já viram algo acerca do tema, embora o pesquisador Anderson Copini tenha realizados uma pesquisa acerca do tema no ano de 2013.

Na questão subsequente onde os resultados são expressos pela **Figura 21**, os professores foram inquiridos acerca do tema do abate de aves e suínos[2] e o seu conhecimento sobre o tema.

Figura 21: Análise do conhecimento dos docentes acerca de modelos de abate de suínos e aves e custo benefício



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos professores questionados 26 (78,8%), conhecem algum modelo utilizando o tema, 7 professores (21,2%), conhecem o tema parcialmente, mas não temos nenhum professor ao qual o modelo seja totalmente desconhecido, o que pode explicar-se pelo fato de que a região possui abatedouros de aves e suínos.

Ao serem questionados conforme a **Figura 22** na sequência, se acreditavam que algum trabalho desenvolvido na área poderia trazer benefícios ao ensino de matemática da região, temos uma grata surpresa, a grande maioria acredita que sim.

[2] Embora tenhamos questionado os pesquisados acerca do tema de abate de suínos e aves, em nossa pesquisa trabalhamos apenas o abate e ganho de peso de aves, pois os dois casos seguem formas de Modelagem muito similares.

Figura 22: Análise da opinião docente acerca dos benefícios da pesquisa sobre "Modelagem Matemática"

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Dos professores questionados, 29 (aproximadamente 88%) dos professores acreditam que sim, 4 (aproximadamente 12%) dos professores acreditam que pode trazer benefícios, embora de forma parcial, mas nenhum professor acredita que a proposta não trará benefícios, o que demonstra a viabilidade da proposta.

O próximo item do questionário era para que os professores desse embasamento a sua opinião sobre a *Modelagem Matemática*, 20 professores deixaram seu posicionamentos, que seguem na sequência.

"COMENTE SOBRE A SUA RESPOSTA ANTERIOR DANDO EMBASAMENTO A SUA OPINIÃO:"

"A Contextualização sempre traz resultados mais efetivos para o ensino de matemática"

"Uma vez que o aluno fará parte do levantamento de dados para o desenvolvimento da aplicação, viabilizando um maior interesse, entusiasmo e motivação pelas aulas e observando que a Matemática está presente no seu cotidiano."

"Na aproximação do conceito (teórico) da forma concreta (prática), vivenciada pelo (a) aluno (a), pode-se estabelecer a ponte entre os conhecimentos: empírico e científico."

"Ao pesquisar um tema da nossa região, os alunos terão um incentivo maior para pesquisar e identificar a matemática por trás desse tema. Em vez de apenas decorar as fórmulas e conceitos matemáticos, eles vão saber que aquele conceito pode sim ser utilizado em seu cotidiano, fazendo com que os mesmos tenham uma aprendizagem muito mais significativa."

"Acredito que sim pois nossos alunos acabam só utilizando exemplos abstratos e dificulta a relação direta da utilização daquele conhecimento."

"Sim, trabalhando com a Modelagem Matemática podemos abranger vários temas que envolve a nossa região, por exemplo o ramo da madeira, que muitos dos familiares sobrevivem nesse ramo. A modelagem Matemática, por sua vez, tem sido aplicada com maior intensidade nas últimas décadas. O interesse mundial em Modelagem Matemática tem sido crescente, devido principalmente, aos problemas de defesa e situações-problemas das indústrias."

"Utilizar exemplos próximos a realidade dos alunos faz com eles percebam que a matemática está presente em suas vivências e muitas vezes, pode mostrar que essa disciplina tão detestada é essencial para as situações diárias."

"Sim, para um melhor entendimento do aluno, sempre devemos associar o conteúdo estudado com o dia a dia do aluno."

"Depende a região em que o indivíduo se localizar, em algumas torna-se meio inviável."

"Acredito que a Modelagem Matemática em sala de aula (Modelagem Matemática para o ensino de Matemática) deva ser abordada a partir de situações levantadas pelos alunos em questão. Se os alunos se interessam com exemplos da região a atividade poderá ser vantajosa, porém, se os alunos se interessam por assuntos não necessariamente regionais, talvez haja a necessidade da modelagem matemática estar voltada para esta área do interesse deles. O que deve ser evitado é a imposição de uma situação regional pelo professor. Alguns autores no ensino defendem a aplicação da Modelagem Matemática partindo essencialmente do interesse do aluno. Logo, dependendo do referencial bibliográfico acerca da Modelagem Matemática que você adotar você terá um enfoque diferenciado a esta questão."

"Pode se dizer que tudo o que se possa ser estudado através da matemática de algum modo aleatório irá trazer algum tipo de vantagem tanto para o seu estudo quanto para a melhora do desenvolvimento de novas espécies ou de seu cultivo ou até mesmo de suas formas variadas."

"Quando usamos exemplos que relatam a vivência dos alunos propiciamos mais interação por parte deles nas aulas e consequentemente demonstrarão maior interesse no assunto estudado."

"Com certeza, a comunidade precisa desses projetos de pesquisa, para uma melhor qualidade de vida das pessoas."

"A partir de dados referentes a vivência e o cotidiano do educando o ensino e a aprendizagem da Matemática passam a ser mais interessantes."

"Traz benefícios, pois parte da realidade dos educandos."

"Acredito que sim, mas não saberia direito como por não conhecer bem o método da modelagem."

"Ao problematizar fenômenos que acontecem no cotidiano, é possível pensar sobre eles e sobretudo, interferir conscientemente no processo desencadeado por eles."

"Quanto mais envolver a realidade (Meio em que vive) o educando, maior será a possibilidade de sucesso em sua aprendizagem, ou seja, gera um interesse tanto pelo conteúdo como pela disciplina em si."

"Todo trabalho educacional que envolve elementos do contexto em que os estudantes se identificam proporciona melhores condições tanto de envolvimento e interesse, quanto da aprendizagem efetiva."

"Na minha opinião, acredito que sim, pois quando se ensina através de algo que o aluno já conhece tudo fica mais fácil. E trazendo exemplos da região despertará curiosidade e até mesmo interesse para conhecer o assunto, uma vez que o mesmo poderá utilizar desses conhecimentos em sua vida."

Após a fundamentação de cada docente, acerca de sua opinião sobre a possível melhoria do ensino de matemática na região através da *Modelagem Matemática*, pedimos aos participantes que deixassem sugestões, elogios ou mesmo críticas acerca do formulário e tema do trabalho á ser desenvolvido.

Dos professores pesquisados, 20 deixaram suas sugestões, elogios e algumas críticas construtivas para a melhoria do mesmo.

"Muito bem elaborado o questionário."

"Bem pensado o seu questionário."

"Parabéns pela iniciativa."

"Prezado Adenir, parabéns pela escolha do tema e pesquisa, em sua próxima pesquisa, sugiro a utilização de outra ferramenta para a coleta de dados, pois a ferramenta utilizada permite que o mesmo usuário responda o questionário mais de uma vez, o que pode enviesar os resultados da pesquisa. Outra opção de ferramenta seria o sorvey monkey, trata-se de uma sugestão e deve ser avaliada de acordo com o contexto e os objetivos da pesquisa."

"Esse tema deveria ser utilizado com maior frequência nas escolas pelo seu extraordinário potencial de entendimento e de construção de conceitos na resolução de problemas." (Professor 5)

"Parabéns, bem desenvolvido."

"Uma boa iniciativa pela região."

"Segundo os alunos, os conteúdos da Matemática no ensino médio são considerados em sua maioria de difícil compreensão. Parte desta dificuldade se deve principalmente pelo fato destes alunos não apresentar requisitos necessários no domínio da ferramenta matemática utilizada. Para minimizar os danos desta lacuna faz-se necessário a utilização, por parte do professor, de novas ferramentas que possam colaborar na resolução desta limitação. Assim, o objetivo desta pesquisa foi analisar a contribuição do uso do computador através da modelagem matemática e da simulação computacional no estudo. Utilizando como metodologia de pesquisa a modelagem matemática no uso da informática como complemento das atividades em sala de aula, para o desenvolvimento de atividades didáticas e no planejamento da pesquisa, como postura metodológica do professor em sala de aula. Desta forma, através de um ambiente computacional de manipulação e modelização de equações o aluno pode construir um conhecimento partindo da ideia de que o modelo matemático utilizado não se apresenta apenas como uma fórmula estática e sem aplicação, e sim como algo inserido em fenômenos do seu cotidiano."

"A sugestão é que após o desenvolvimento do trabalho, este seja divulgado com os professores envolvidos ou não na pesquisa, até mesmo como forma de incentivo ao uso da modelagem em sala de aula."

"Interessante com certeza um ótimo tema para um workshop de professores da área."

"Só não entendi o porquê de questões bem específicas acerca do pinhão, estrada de ferro, etc... Por outro lado, fiquei curioso acerca destes aspectos históricos-regionais."

"Pois bem, referente tema de trabalho proposto ou desenvolvido é muito interessante pois se vê cada vez mais menos a utilização de modelagem matemática a ser trabalhada e também assuntos regionais a serem desenvolvidos."

"A pesquisa é um excelente meio de diagnosticar a necessidade de desenvolvimento de diferentes maneiras de trabalho. Aplicar uma atividade prática é sempre mais atrativa para os alunos e propicia melhor compreensão do conteúdo e associando ao cotidiano do aluno melhor ainda."

"Questionário dinâmico e crítico, estão de parabéns."

"Ótima iniciativa, fundamenta a nossa velha causa de sermos professores cientistas e não meros repassadores de conteúdo."

"Ótima pesquisa."

"Bom formulário, mas infelizmente não conheço bem o tema. Desculpe por não poder ajudar muito."

"Estão de parabéns formulário muito bem elaborado."

"Precisamos estar abertos a métodos diferenciados e a busca constante pelo aprimoramento do ensino da Matemática. Um material de apoio ao professor englobando assuntos e atividades regionais seria sempre bem-vindo, pois as dificuldades são muitas em sala de aula e principalmente para desmistificar o "pavor" da maioria dos alunos com a matemática!"

"Realmente é uma iniciativa que apresenta relevância para o ensino da matemática, tendo em vista proporcionar momentos de debates e propostas de intervenções consistentes no ensino da matemática através da modelagem."

Como última questão da pesquisa, foi solicitado para que os mesmos deixassem comentários, caso julgassem pertinente. Era uma questão opcional e 7 profissionais responderam a solicitação, abaixo seguem as contribuições de maior relevância:

"ESPAÇO DESTINADO PARA QUALQUER COMENTÁRIO QUE JULGAR PERTINENTE:"

"Achei interessante a pesquisa, que acredito é pioneira na região. Parabéns."

"Parabéns pela escolha do tema e boa sorte na pesquisa."

"Desejar sucesso aos pesquisadores."

"A maioria dos professores de Matemática possui uma formação acadêmica que pouco valoriza a relação entre a teoria e a prática. Dificultando desta forma, que se tenha uma visualização Matemática da realidade. Talvez esta seja a maior dificuldade encontrada pelos professores para trabalhar com Modelagem e Modelação Matemática."

"Atualmente também estou desenvolvendo uma pesquisa sobre Modelagem Matemática no Ensino Médio Técnico."

Depois de quase dois meses de pesquisa, com um grupo aproximado de 200 professores de matemática na região, sendo que 100 haviam sido convidados a responderem o questionário, tendo todos os dados sido recebidos, os mesmos foram organizados, tabulados e analisados, trouxeram algumas características bem distintas entre os profissionais, mas outras muito similares, comuns entre vários professores.

Identificam-se gratas surpresas com essas análises, a grande maioria acredita que a Modelagem Matemática com exemplos da região, conhecidos também fora da região, sejam temas interessantes, que poderiam futuramente render um *workshop* à professores da região, também é um tema pioneiro pouco explorado e possui ainda uma área ampla a ser explorada.

Ainda como resultado dessa análise, verificamos que todos os profissionais que se dispuseram a responder a pesquisa, acreditam que um trabalho sobre o tema irá trazer melhorias ao Ensino se não de forma latente, ao menos de forma parcial.

4 A ARAUCÁRIA DE VÂNIO CZERNIAK

Na primeira seção do presente capítulo contaremos um pouco da história e fatos relacionados a araucária de Vânio Czerniak, recordista de produção de pinhas conhecida nacionalmente desde 2008. Na seção seguinte apresentaremos alguns problemas de matemática relacionados a araucária de Vânio.

4.1 HISTÓRIA E LOCALIZAÇÃO DA ARAUCÁRIA

O Senhor Vânio Czerniak, é uma figura conhecida, não só de seus amigos, familiares ou vizinhos, mas também a nível nacional e internacional.

Morador do bairro dos Municípios, na Cidade de Caçador-SC, chegou a cidade no fim da década de 80, mais precisamente no ano de 1986. Quando aqui chegou, começou a trabalhar na empresa Primo Tedesco S.A, uma empresa produtora de celulose, papel kraft, papel reciclado, embalagens de papelão ondulado e sacos industriais.

Vânio foi eletricista industrial, por muitos anos, atualmente está aposentado. Trabalhando na empresa, conheceu um amigo, colega de trabalho, Bento, que também era eletricista na empresa, e trabalha como eletricista até os dias atuais.

Bento levava pinhões para o lanche da tarde, era costume que ele e alguns colegas fizessem a famosa sapecada de pinhões, ou seja, assar alguns pinhões em fogo para depois saborear os mesmos.

Seu Vânio, ao ver os pinhões que Bento levava, questionou-o se poderia vender alguns quilos para ele, afinal eram pinhões bonitos, grandes e de cor vermelha vívida.

De posse dos pinhões, os quais nas palavras de Vânio, eram lindos, brilhosos, grandes, de uma qualidade excepcional, levou-os para sua casa, preparou alguns, comeu juntamente com a família e decidiu plantar outras sementes no terreno baldio ao lado da propriedade, todas acabaram germinando.

No início, nada de mais, posteriormente Vânio comprou o terreno ao lado, construiu uma casa e acabou arrancando várias mudas de araucária ou pinheiro do Paraná *(Araucaria Angustifolia)*, restando apenas duas árvores. Passou-se quase uma década, sete anos, e qual não foi a sua surpresa ao ver que a árvore possuía pinhas e começou a se mostrar diferente já no ano de 1994 com 5 pinhas, (as pinhas surgiram em 1994, mas poderiam ser colhidas apenas em 1995). A araucária de Vânio em 1995, com apenas 8 anos teve a sua primeira produção.

Tendo produzido 5 pinhas em 1995, produziu 30 pinhas em 1997, com apenas 10 anos de idade, ficou notável que a mesma não era uma araucária comum.

A araucária está localizada na área urbana da cidade, uma araucária imponente, conhecida em todo o Brasil desde meados de 2008.

Uma araucária atinge em média, 10 a 35 metros de altura, tendo exemplares que superam os 40 metros e a árvore de Vânio encontra-se bem próxima a casa, por muito tempo ele foi questionado por visitantes e vizinhos, como citado por ele próprio: *"Falavam para que retirasse a árvore antes que crescesse, mas em 1994 percebi que um dos pinheiros estava com cinco pinhas e ainda não tinha oito anos de idade. Eu vi que a árvore era especial, pois os pinheiros mais precoces demoram 12 anos para iniciar a produção, mas eu nunca imaginei que colheria pinhão da árvore que eu plantei, porque a fama é de que demora muito para haver produção"*. Segundo Carvalho (1994), árvores plantadas isoladas iniciam a produção de pinhões entre 10 e 15 anos, porém em povoamentos a produção dá-se a partir de 20 anos de idade, o que corrobora com as ideias iniciais de Vânio sobre a diferenciação da árvore.

Vânio deixou a árvore crescer, hoje a mesma possui aproximadamente 15 metros de altura.

Segundo Vânio, não existe perigo, como a árvore é única, e não cresce em uma floresta, sua altura é máxima, ela não vai crescer muito mais que isso, árvores da floresta crescem mais devido a competição, em busca de luz, árvores livres (solitárias, isoladas), sem competição, apresentam o incremento e a dimensão máximos (nunca irão crescer ou se desenvolver mais do que aquilo atingido no intervalo de duas ou três décadas). A araucária é uma espécie heliófila, i.e., os indivíduos necessitam de luz para se desenvolver, quando estão sofrendo o efeito da competição, acabam priorizando o crescimento em altura para alcançar o índice luminoso de que precisam.

O pinhão possui grande teor nutricional. Antes do descobrimento do Brasil, era a principal fonte de alimentação de algumas tribos indígenas do sul do país. Sua constituição é basicamente amido, sendo rica em vitaminas do complexo B, cálcio, fósforo, ferro, potássio, proteínas, fécula, açúcar e tanino, também é excelente para revigorar as energias.

A *Araucaria Angustifolia* é a única espécie de seu gênero com ocorrência natural no Brasil. Os maiores povoamentos estão concentrados nos estados do sul, nos planaltos, onde predominam temperaturas baixas, chuvas abundantes e bem distribuídas (SHIMIZU; OLIVEIRA 1981, p. 1).

O engenheiro e escritor inglês Thomas Plantagenet Bigg-Wither, fez parte de uma grande equipe formada por engenheiros ingleses e suecos, participou da "Paraná And Mato Grosso Survey Expedition" (Expedição de Pesquisa ao Paraná e Mato Grosso), a qual tinha no comando o capitão do exército sueco, Christian Palm. Tal expedição foi contratada pelo governo imperial do Brasil e também pelo Visconde de Mauá, com a intenção de realizarem estudos para a construção de uma ferrovia que ligasse Mato Grosso com o Paraná.

Thomas chegou ao Paraná em meados de 1871 e permaneceu aproximadamente por 4 anos, fez estudos sobre a população local e indígena, agricultura, flora, fauna entre outros.

Quando voltou para a Inglaterra ministrou palestras sobre o Paraná, e, posteriormente escreveu um livro, o qual foi lançado em 1878, com o título de "Pionering in South Brazil". Seu livro se tornou uma referência em pesquisas sobre o estado paranaense e a região sul do País. Em 1974, o livro foi traduzido para a língua portuguesa com o título "Novo caminho no Brasil meridional: A província do Paraná três anos em suas florestas e campos". Em seu livro Bigg Wither fala sobre o pinhão.

Estudos conduzidos por Bandel & Gurgel (1967), para determinar a proporção de indivíduos machos e fêmeas de araucária em algumas florestas naturais no sul do Brasil e em plantios homogêneos, encontraram a proporção de 52,4% para machos e 47,6% para fêmeas. Carvalho (1994) afirmou que o pinheiro brasileiro produz anualmente cerca de 40 pinhas, chegando a atingir até 200 pinhas por planta, e a araucária de Vânio, apesar de precoce, não havia mostrado nada excepcional, mas a produção continuou surpreendendo nos anos vindouros, passando de uma centena (embora ainda estivesse dentro daquilo previsto por Carvalho).

Em 2004 devido a uma das árvores, a árvore macho, encontrar-se na divisa de seu terreno, Vânio foi obrigado a retirar a árvore, pois a mesma atrapalhava os vizinhos. A árvore já era conhecida dos moradores locais, mas não a nível nacional, e foi levantada pela EPAGRI a possibilidade do pinheiro não produzir mais pela falta do polinizador ao lado. Mas Vânio, não estava preocupado, segundo comenta: *"Apostei na polinização à distância, pois o local aqui é alto e abundante de ventos livres"*. As árvores machos mais próximas estavam a uma distância que varia de 1500 a 2000 metros.

> As progênies das plantas Pinha 400[1] e PF social apresentaram maior número de doadores de pólen, demonstrando o elevado fluxo de pólen que ocorreu na área urbana de Caçador-SC e Curitiba-PR, na qual estas plantas estão localizadas, respectivamente. Provavelmente, isto ocorre porque as araucárias ficam dispersas em baixa densidade na área urbana, facilitando o fluxo de pólen, inclusive de grandes distâncias. (DANNER, 2013, p. 97)

Vânio estava correto, além de continuar a produzir, os números aumentaram, em 2005, a sua árvore chegou a produzir 155 pinhas, fato já extraordinário, mas já registrado. Neste ano foi feita uma divulgação na imprensa local, a produção chamou a atenção da EPAGRI de Caçador e o pinheiro passou a ser alvo de pesquisas, foi descoberto que a árvore mãe, aquela que produziu as sementes compradas de Bento, também era um caso raro de muita produtividade, porém, a mesma já não existia mais.

Mas a descendente produzia, e os números surpreendiam, em 2008 a araucária alcançou a marca recorde de 374 pinhas e se tornou manchete em nível nacional, equipes de reportagem fizeram a transmissão em vários programas televisivos, dentre os quais merece destaque o programa "Globo Rural". A matéria foi transmitida para mais de cem países como o próprio Vânio comenta: *"A repercussão foi fora do comum, passei a receber ligações de todo Brasil, minha casa virou ponto turístico, pessoas se deslocavam de grandes distâncias como Porto Alegre e Poços De Caldas para conhecer a árvore"*.

Desde 2009, ano em que a árvore voltou a surpreender e produziu 398 pinhas quase toda semente gerada é destinada ao plantio, com exceção daquelas consumidas pela família. Vânio enviou sementes para toda região sul e sudeste, e até para o estado do Amazonas. A EMBRAPA e a UFPR entraram em contato com Vânio interessadas em pesquisar a árvore.

A EPAGRI diz que o caso pode ser considerado recorde mundial, a família já tentou entrar em contato com o livro dos recordes para registrar a marca, mas não obteve retorno.

---

[1] Araucária de Vânio.

A exportação por fim se tornou internacional, exemplares foram levados para Portugal e Estados Unidos, uma semente também foi remetida para a Alemanha, mas devido a política de fiscalização, a mesma não pode entrar no país.

A árvore de Vânio é única, possui 74 galhos (ramos menores onde são produzidas as pinhas), distribuídos ao longo de 15 verticilos (aqueles que Vânio denomina de “andares”), sendo que segundo Zanette, apud Danner (2010, p.448), o potencial de uma araucária é de 64 ramos produtivos.

Na araucária de Vânio, 2 galhos dos verticilos mais baixos morreram e foram retirados, visto que batiam na casa e isso acabou danificando os mesmos enquanto ainda cresciam, levando a sua morte.

A árvore já teve alguns galhos perdidos, o que infelizmente diminui os números que já são assombrosos. Desde o seu nascimento a árvore já perdeu 6 galhos.

O frei Nelson Ferrari, especialista em enxertos, fez uma tentativa de enxerto de uma grimpa da araucária de Vânio em outra araucária, conforme pode ser observado na **Figura 23**, pois caso houvesse sucesso, as chances de clonar a araucária seriam muito altas, infelizmente o enxerto não teve o sucesso esperado, viveu a vida de uma grimpa, 5 anos, foi morrendo das regiões periféricas lentamente, até morrer completamente no local onde ocorreu o enxerto.

Figura 23: Enxerto realizado pelo frei Nelson Ferrari

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Vânio possui uma escada, que é encostada na árvore, na altura do primeiro verticilo que conta mais de três metros de altura, ele utiliza um método de contagem denominado “os andares da árvore e os galhos de cada andar”.

Os “andares” (verticilos) da árvore são contados de baixo para cima, como pode ser visto na **Figura 24**, é tratada como um prédio, a contagem inicia de baixo para cima, à partir do 1º andar, segundo ele a contagem exige dedicação e sempre é feita no final do mês de março: *“Eu subo no pinheiro e conto galho por galho, andar por andar. Anoto tudo para fazer médias e comparações. Depois de minha família é a minha maior paixão”*.

Figura 24: Os andares da árvore de 15 metros de Vânio

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Na contagem de Vânio, entram apenas as pinhas que irão produzir na safra, as pinhas que levam em média um ano e meio para crescer e amadurecer, ou seja, produzirão apenas na próxima safra, não são contadas.

A espécie é uma das que alterna a sua produção (cíclica), produzindo em algumas safras mais do que em outras, sendo considerado algo normal. Nos anos que se seguiram não foi diferente com a araucária de Vânio.

Em 2010 a árvore produziu 212 pinhas, número bem aquém do ano anterior. Vânio foi novamente assediado, desta vez por leigos do assunto que afirmavam que a araucária nunca mais produziria tantas pinhas, como relata: *“Acaba cansando ter que explicar que a árvore alterna a produção ano após ano, ela tem picos, pode produzir muito em um ano e pouco no outro”*.

Nos primeiros anos, a produção de pinhão é pequena e, mesmo quando atinge a plena produção, as safras são cíclicas. Durante dois ou três anos produz abundantemente, reduzindo a produção posteriormente, de forma gradativa, nos dois ou três anos seguintes (MATTOS, 1994).

Em 2011, a árvore produziu 216 pinhas, tendo aparentemente “estabilizado” a sua produção.

Infelizmente, não existem dados de todas as produções da araucária, Vânio não tem os registros de todos os anos anteriores a 2008, ano em que começou a ser assediado de forma assídua pela imprensa.

A produção de 2012, teve pequeno aumento, embora não significativo, neste ano, a araucária produziu 223 pinhas.

Em 2013, a araucária produziu 268 pinhas e Vânio acreditava que a produção voltaria a ser superior a 300 pinhas em 2014.

Em 2014 sua tese se confirmou com uma produção de 342 pinhas, quase a marca de 2008.

Durante a sua contagem em 2014, Vânio projetou uma safra de mais de 500 pinhas em 2015, fato que marcaria novo recorde.

E para todos, menos para Vânio, foi uma surpresa quando a araucária alcançou a incrível marca de 674 pinhas em 2015, superando todas as previsões possíveis, a visão da árvore carregada de pinhas (**Figura 25**) no ano de 2014, de forma absolutamente majestosa, já trazia essa possibilidade.

Figura 25: Vista superior da araucária no ano de 2014

Fonte: CZERNIAK, Vânio. 2014

Um dos muitos motivos para a árvore alcançar tal marca, é por talvez ser a única araucária na região, segundo Silva (2006), a alta densidade de árvores no plantio pode gerar um acentuado processo de competição intraespecífica, causando uma relação negativa muito grande entre densidade e desenvolvimento das plantas, consequentemente fazendo com que cada planta tenha uma menor produção.

No ano de 2015, Vânio recebeu a visita do pesquisador Flávio Zanette, professor da UFPR, um dos maiores especialistas em araucárias, estudioso com mais de 30 anos no assunto, o qual ficou maravilhado, disse que nunca viu nada igual a araucária de Vânio e constatou um DNA diferenciado com relação a outras árvores da espécie.

Atualmente 95% da produção da árvore é utilizada para o plantio, doações, pesquisas e projetos sociais, pois a mesma está sempre sendo estudada por pesquisadores que tentam entender os motivos das produções elevadas, sendo que o restante é utilizado para o consumo da família.

Em 2016, algumas das primeiras descendentes da árvore de Vânio começam a dar demonstrações de futuras produções também fora do comum, sendo que muitas das mudas poderão atingir o potencial da sua progenitora. Uma das árvores floriu em 2015, tendo uma única flor, sendo que está irá virar pinha e produzir apenas em 2017, em 2016 floriu com 12 novas flores que só produzirão em 2018, a árvore fica na sombra e conta com apenas 7 galhos maduros, não serve de referência por estar em um ambiente prejudicial para o desenvolvimento dos demais galhos, no entanto, pela quantidade de flores a mesma revela que imitará a "mãe".

As demais árvores que Vânio ainda têm notícia foram plantadas em várias localidades do Brasil e ainda não tem idade para a produção.

No ano de 2016 a produção da árvore foi de 539 pinhas, e ocorreu ao fim do primeiro semestre, a previsão de Vânio para o ano de 2017 são aproximadamente 200 pinhas à serem colhidas, o que mostra novamente a queda na produção já prevista.

A araucária de Vânio, recebeu também em 2016 espaço internacional. Vânio recebeu o convite para participar da 4ª edição do Festival do Rio Grande do Sul de Paris, na França com um estande onde poderia expor a sua araucária e divulgar o potencial produtivo da mesma. O evento que aconteceu no mês de setembro divulgou novamente em nível internacional sua araucária.

Uma araucária pode produzir por mais de dois séculos, poderemos ainda ter produções surpreendentes nesse período, o pinheiro permanece mais de 200 anos em produção (MATTOS, 1972).

4.2 PROBLEMAS RELACIONADOS

Tendo como motivação a interessante história da araucária do Vânio, recordista de produção de pinhões, podemos propor uma série de problemas de Modelagem perpassando pelos mais diversos níveis de dificuldade.

4.2.1 PROBLEMA 1 - A VENDA MAIS LUCRATIVA

Na sequência apresentamos um problema que como está enunciado tem um nível de Modelagem não muito elevado, no entanto o problema tem uma série de variações as quais deixam o problema mais desafiador, algumas destas variações serão comentadas na sequência do trabalho. Destacamos ainda que trata-se de um problema fictício onde as informações prestadas são de própria autoria.

Pensemos na seguinte situação: determinada araucária ganha destaque a nível nacional, e até mesmo internacional, por apresentar uma produção de pinhas (portanto pinhões) excepcional, chegando a produzir mais de 500 pinhas em um ano, enquanto o média de produção é 40. Tamanha é a fama da referida araucária que o proprietário comercializa a produção toda para replantio, vendendo o pinhão in natura ou mudas que ele produz com seus próprios pinhões.

Segundo tal produtor (proprietário), desejando, consegue vender toda a produção de pinhões in natura imediatamente após a safra, vendendo cada pinhão a R$1,00 (um real). Menciona ainda que os pinhões vendidos in natura, em sua maioria, são enviados pelo correio e que o custo médio de envio é dez centavos (R$ 0,10) por pinhão, no entanto ele sempre consegue comercializar in loco, na sua propriedade, cerca de 2000 (dois mil) pinhões que não geram custo de envio.

Outra opção de venda do produto, mencionado pelo dono da árvore, é plantar o pinhão e vender um ano após o plantio cada muda por R$ 2,00 (dois reais). Neste caso cerca de 500 (quinhentas) mudas seriam comercializadas junto a sua propriedade, não tendo despesas com o envio, para as demais teria um custo com o transporte de R$ 0,30 (trinta centavos) por muda.

Claro que no caso da venda das mudas os custos não ficariam restritos as despesas do transporte. Existem os custos como recipientes apropriados para o plantio dos pinhões, adubo, irrigação etc. Baseado na sua experiência, o dono da araucária informa que estes custos de produção das mudas variam de acordo com a quantidade a ser produzida, para produzir até 1000 (mil) mudas é de R$ 0,70 (setenta centavos) por muda, o custo por muda cai para R$ 0,65 *(sessenta e cinco centavos) por muda quando a produção fica entre 1000 (mil) e 3000 (três mil) plantas, e acima disto o custo por unidade é aproximadamente R$ 0,60 (sessenta centavos) por muda.*

Devido à maiores transtornos na comercialização das mudas de araucária o dono dos pinhões diz que ficaria satisfeito em vender as mudas ao invés dos pinhões apenas se tivesse um retorno financeiro no mínimo 15% (quinze por cento) superior ao que seria obtido com a venda dos pinhões in natura, e mais, no próximo ano está decidido a vender toda a produção in natura ou toda ela em forma de mudas.

Com base nas informações acima, considerando que uma pinha tem aproximadamente 110 pinhões, crie um modelo matemático que indique, em termos (função) do número de pinhas produzidas, qual a destinação que ele deve dar a sua produção, vender tudo in natura ou apenas produzir mudas?

Mais adiante voltaremos a comentar sobre o enunciado do problema, se estes dados de fato tivessem sido levantados junto ao produtor, eles são confiáveis? Tem algo estranho e precisa de melhorias? Por hora trabalhemos com o problema como ele está, o próprio trabalho com a questão pode nos fornecer indícios de tudo certo ou, tem algo que necessitamos rever. Optamos, por assim fazer, pois isto é natural em Modelagem Matemática, ataca-se o problema, as ideias vão amadurecendo e com isto identificando-se acertos e erros no processo de Modelagem. Ás vezes é preciso retornar ao início aproveitando os acertos e corrigindo os erros cometidos.

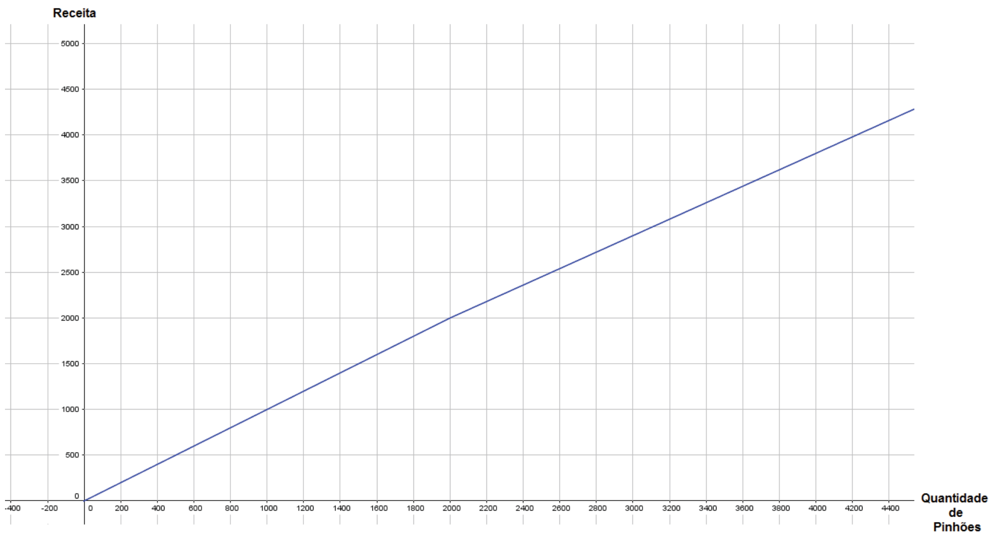
Observemos que o problema pede para que se tome uma decisão em termos do número de pinhas produzidas, no entanto as informações a respeito do "fluxo de caixa" do produto são dadas em termos do número de pinhões. Cabe aqui uma primeira indagação, podemos procurar uma resposta em termos do número de pinhões? Se sim, (sim, desde que saibamos o número médio de pinhões por pinha) podemos pensar nas funções que nos dão o lucro da comercialização dos pinhões respectivamente na forma in natura ou em mudas.

Seja F a função que dá o lucro da comercialização dos pinhões in natura, se a variável x indica o total de pinhões[2], F é dado por $F(x) = \begin{cases} x & \text{se} \quad 0 \leq x \leq 2000 \\ 2000 + 0,9 \cdot (x - 2000) & \text{se} \quad x > 2000 \end{cases}$

Podemos analisar na **figura 26** que se segue, que apresenta o Gráfico da Função F(x), o **gráfico da lucratividade da venda de pinhões *in natura*.**

[2]Se a produção for menor que 2000 todos os pinhões podem ser comercializados em casa rendendo, R$ 1,00 (um real) cada, a partir daí cada pinhão renderá R$ 0,90 (noventa centavos) devido ao custo de envio. A rigor F está definida apenas para os naturais, mas não há perda em olhar a função definida em um intervalo real.

Figura 26: Gráfico da Função F(x) - Lucratividade da Venda de Pinhões



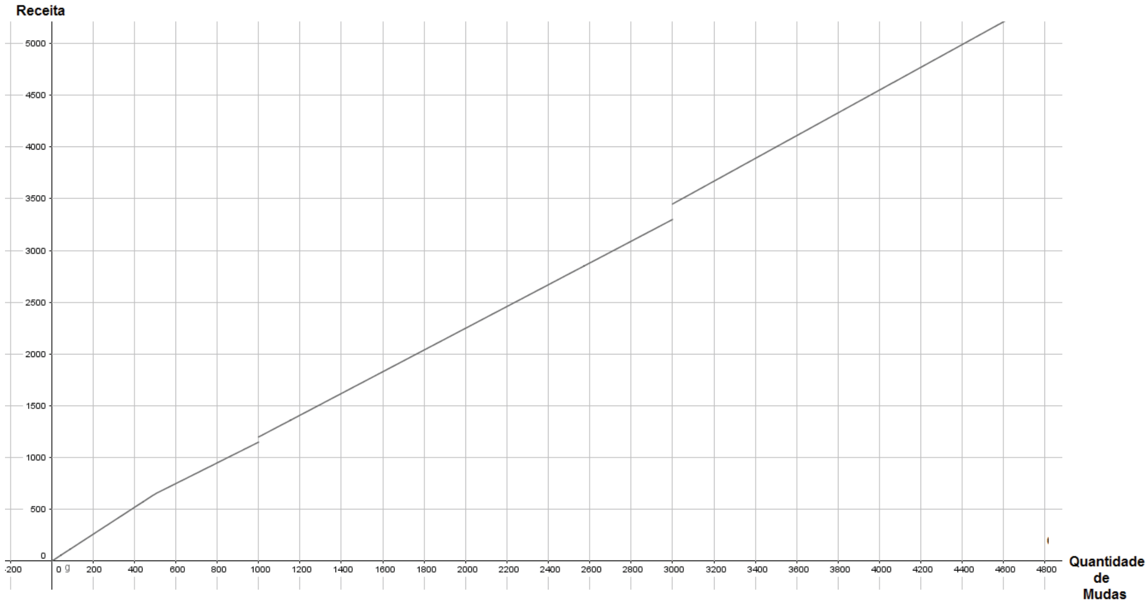
Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Já o retorno financeiro em termos da venda das mudas, dado pela função g, é um pouco mais complexo. Analisando ainda a função em termos da variável x (pinhões que se tornarão mudas) temos $g(x) = \begin{cases} 1,3 \cdot x \quad \text{se} \quad 0 \leq x \leq 500 \\ 1,3 \cdot 500 + 1 \cdot (x - 500) \quad \text{se} \quad 500 < x \leq 1000 \\ 1,35 \cdot 500 + 1,05 \cdot (x - 1000) \quad \text{se} \quad 1000 < x \leq 3000 \\ 1,4 \cdot 500 + 1,1 \cdot (x - 3000) \quad \text{se} \quad 3000 < x. \end{cases}$

A interpretação dos dados é simples, se o número de mudas for menor que 1000 o custo de produção é de R\$ 0,70, assim as 500 mudas vendidas em casa rendem R\$ 1,30 cada e as enviadas R\$ 1,00. Já se o número de mudas estiver entre 1000 e 3000 o custo de produção por muda cai para R\$0,65 assim as mudas comercializadas em casa rendem R\$ 1,35 e as enviadas R\$ 1,05. Caso o número de mudas for maior que 3000, o custo de produção é de R\$ 0,60, logo as 500 mudas vendidas em casa rendem R\$ 1,40 cada e as enviadas R\$ 1,10.

Como podemos analisar de acordo com a **Figura 27**, tem algo de estranho com a função g e graficamente isto salta aos olhos.

Figura 27: Gráfico da Função g(x) - Lucratividade da Venda de Mudas



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Estes saltos na lucratividade não são esperados, note que $g(1000)$ = R$ 1150,00 e $g(1001)$ = R$ 1201,05, isto seria como dizer que uma muda estivesse rendendo R$ 51,05, o que não tem sentido. É preciso analisar de onde vem o erro e corrigir (algo natural em Modelagem).

Refletindo um pouco, nota-se que o problema vem das informações acerca do custo de produção, ou da interpretação que demos a elas.

Embora faça sentido que o custo de produção diminua de acordo com o aumento do número de mudas, a informação de que o custo de produção cai de R$ 0,70 por planta para R$ 0,65 por planta quando passamos a barreira das mil mudas deve de alguma forma ser ponderado (bem como a diferença na passagem das três mil mudas).

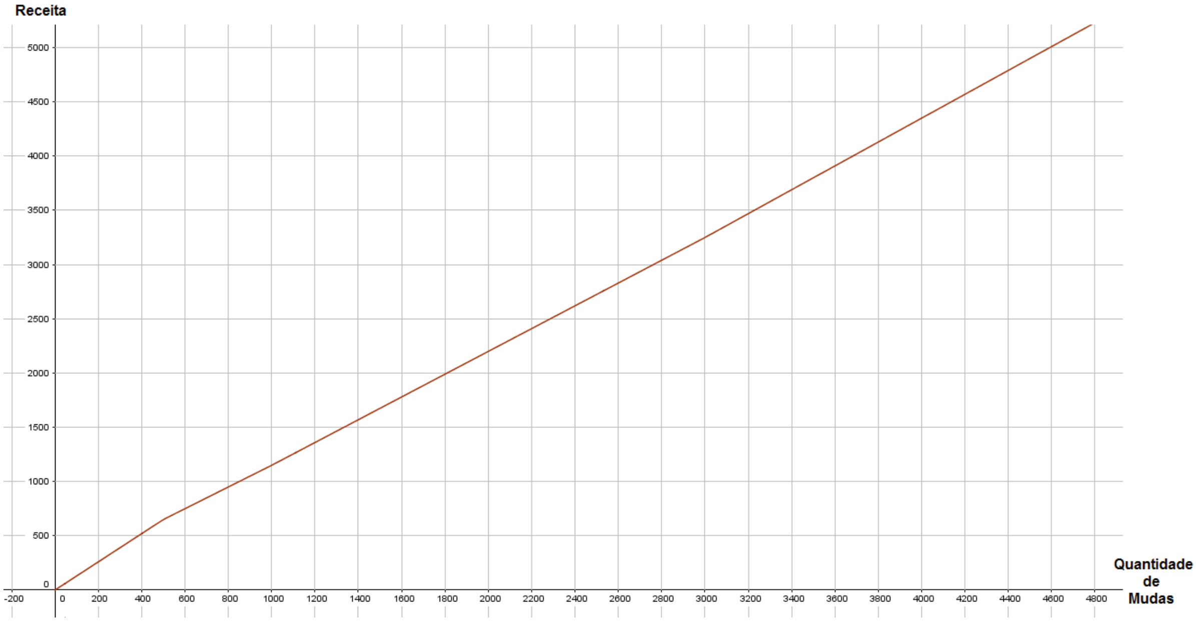
Vejamos esta discrepância: o custo de produção das primeiras mil mudas é de R$ 0,70, entre 1000 e 3000 mudas cada uma custa R$ 0,65 (as primeiras 1000 continuam custando R$ 0,70 cada) e as mudas subsequentes saem por R$ 0,60 cada[3]. A nova função que dá a lucratividade em termos do número de mudas vendidas e pode ser observada na **Figura 26**, diferente de g, chamemos de h.

[3]Não estaríamos resolvendo outro problema? Sim, mas como trata-se de um problema de Modelagem estamos nos adaptando a situação o que é natural.

$$h(x) = \begin{cases} 1,3 \cdot x \quad \text{se} \quad 0 \leq x \leq 500 \\ 1,3 \cdot 500 + 1 \cdot (x - 500) \quad \text{se} \quad 500 < x \leq 1000 \\ 1,3 \cdot 500 + 1 \cdot (x - 500) + 1,05 \cdot (x - 1000) \quad \text{se} \quad 1000 < x \leq 3000 \\ 1,3 \cdot 500 + 1 \cdot (x - 500) + 1,05 \cdot (x - 1000) + 1,1 \cdot (x - 3000) \quad \text{se} \quad x > 3000. \end{cases}$$

Analisamos que o gráfico se altera com os novos argumentos, o gráfico expresso na **Figura 28** já não possui pontos desconexos.

Figura 28: Gráfico da Função h(x) - Lucratividade ajustada da Venda de Mudas



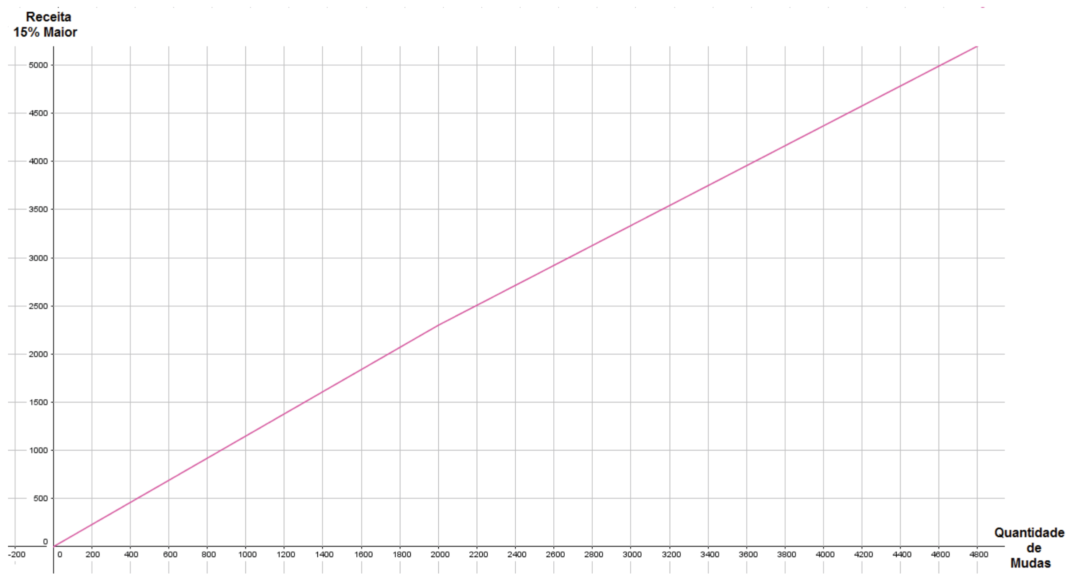
Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Note que, neste caso, o custo médio de produção como um todo, está convergindo para R$ 0,60 por muda, à medida que a produção aumenta, o que parece bastante razoável.

Podemos olhar agora a função $(F-h)$, tal função é uma estimativa a respeito da diferença de lucratividade entre as duas formas de comercialização, no entanto não leva em consideração o fato do dono da araucária estar disposto a trabalhar com mudas apenas se a lucratividade com a venda das mesmas for no mínimo 15% acima da obtida com a venda dos pinhões. Para corrigir tal fato, tomemos uma nova função f, expressa pela **Figura 28** abaixo, que representa a função F adicionada de 15% do seu valor, $f(x) = F(x) + 0,15F(x)$.

Analisamos o novo gráfico da lucratividade de f, **Figura 29**, que é 15% maior que F.

Figura 29: Gráfico da Função f(x) - Lucratividade 15% maior da Venda de Mudas

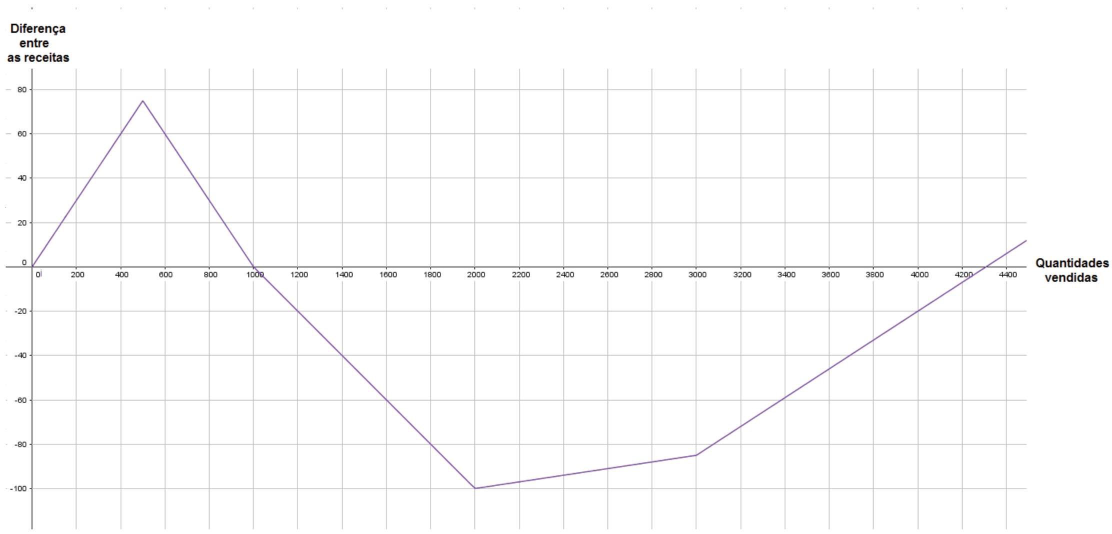


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Analisada a lucratividade esperada para a venda das mudas, olhamos agora para a função $(f-h)$, expressa pela **Figura 30** na sequência, que é a diferença entre os lucros de cada forma de comercialização. Chamaremos essa função de i, e veremos como ela mostra oscilações de acordo com os números de vendas.

Nos momentos em que o gráfico estiver "acima" do eixo x são as situações em que é mais lucrativa a venda de mudas, e nas ocasiões em que estiver "abaixo" do eixo x, são as situações em que é mais lucrativa a venda das sementes (pinhões).

Figura 30: Gráfico da Função i(x) - Diferença entre as Receitas da comercialização de mudas e pinhões



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Percebe-se pela **Figura 28** que se a produção for menor ou igual a 1000 pinhões vende-se mudas, caso o número de pinhões fique entre 1000 e 4308 vende-se os pinhões, para mais de 4308 produz-se mudas. Traduzir estas informações em termos do número de pinhas é relativamente simples, pensando que cada pinha tem 110 pinhões, seria preferível vender mudas se a produção fosse menor que 9 ou maior que 40, caso contrário é melhor vender os pinhões[4].

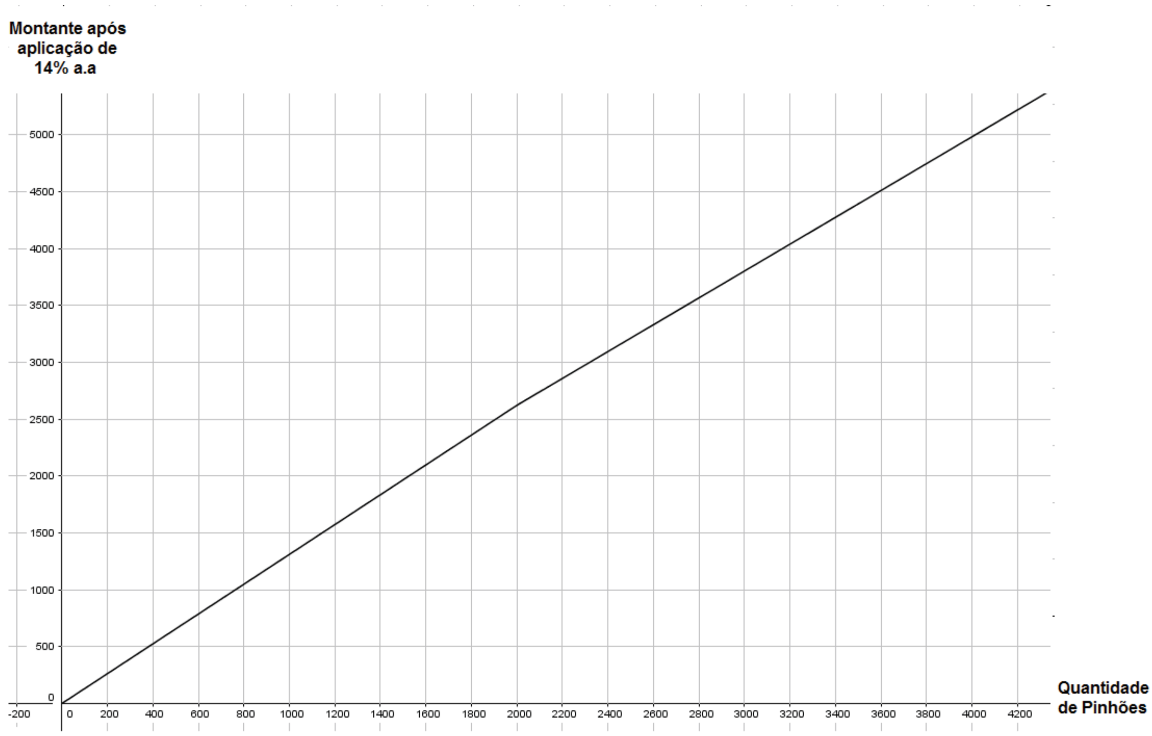
No entanto estamos deixando uma informação importante para trás, a comercialização dos pinhões é feita de imediato (claro que neste imediato tem um certo abuso!) e a venda das mudas um ano após a colheita das pinhas. Nossa análise não leva isto em consideração, acabamos "comparando dinheiro" em diferentes períodos o que contraria um dos pressupostos mais importantes da matemática financeira: o dinheiro tem diferentes valores no tempo. Se vendido no início, o valor poderia ser investido.

[4]Mesmo esta simples transformação na informação pode render uma discussão importante, pois as divisões não dão exatas, como devemos arredondá-las?

Para corrigir isso, primeiro precisamos decidir quanto o dinheiro pode render em um ano[5], por exemplo se o dinheiro render 14% a.a (taxa SELIC no segundo semestre de 2016, definida pelo COPOM[6]). Neste caso, criamos uma nova função j, **Figura 31**, que representa a função f adicionada de 14% do seu valor, $j(x) = f(x) + 0,14f(x)$.

Analisamos na **Figura 31** abaixo, o gráfico dos rendimentos de j, quando F for aplicado à taxa de 14% a.a.

Figura 31: Gráfico da Função j(x) - Receita da Venda de pinhões aplicada por um ano a taxa de 14% a.a



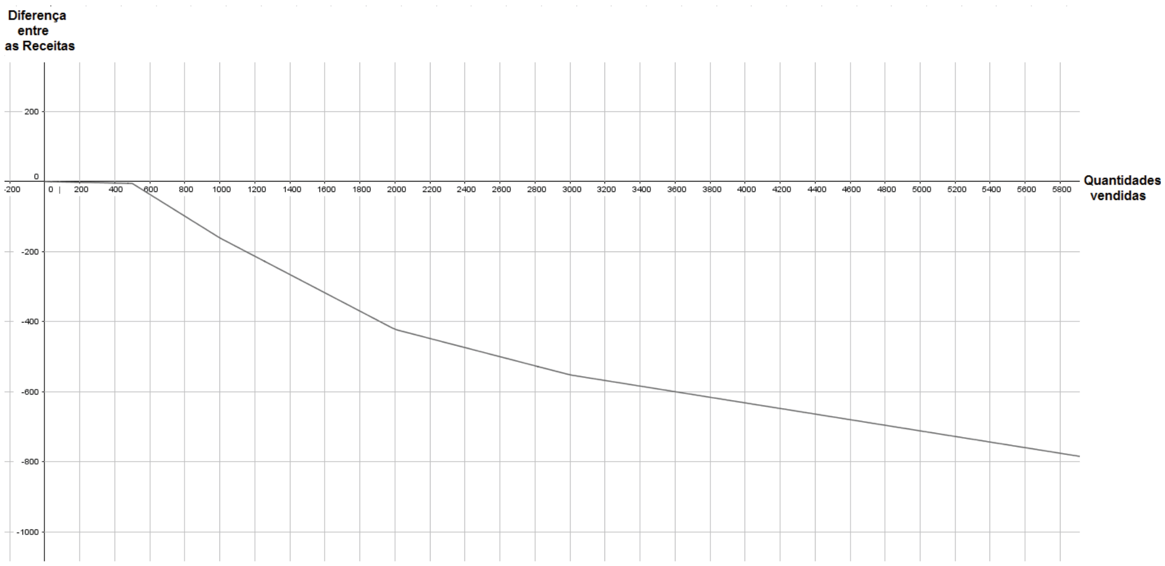
Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Ao analisarmos a função $(h - j)$ (chamaremos essa função de l), expressa pela **Figura 32**, ela mostra o que acontece quando optamos pela venda das mudas ao invés da venda de pinhões aplicadas á taxa SELIC.

[5]Em sala isto pode iniciar uma boa discussão sobre aplicações financeiras.

[6]A Taxa Selic é também conhecida como taxa básica de juros da economia brasileira. Serve de referência para a economia brasileira e é usada nos empréstimos feitos entre os bancos e também nas aplicações feitas por estas instituições bancárias em títulos públicos federais.

Figura 32: Gráfico da Função l(x) - Diferença entre as Receitas da comercialização de mudas e pinhões aplicados por um ano à taxa de 14%.



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

E neste caso, com base na **Figura 32**, todas as conclusões tomadas são alteradas, a conclusão muda drasticamente: vende-se os pinhões independente da produção.

Como pode-se observar no gráfico expresso pela **Figura 32**, em qualquer situação que optemos por vender as mudas ao pinhão, ocorre prejuízo, a venda das sementes é lucrativa em qualquer instância.

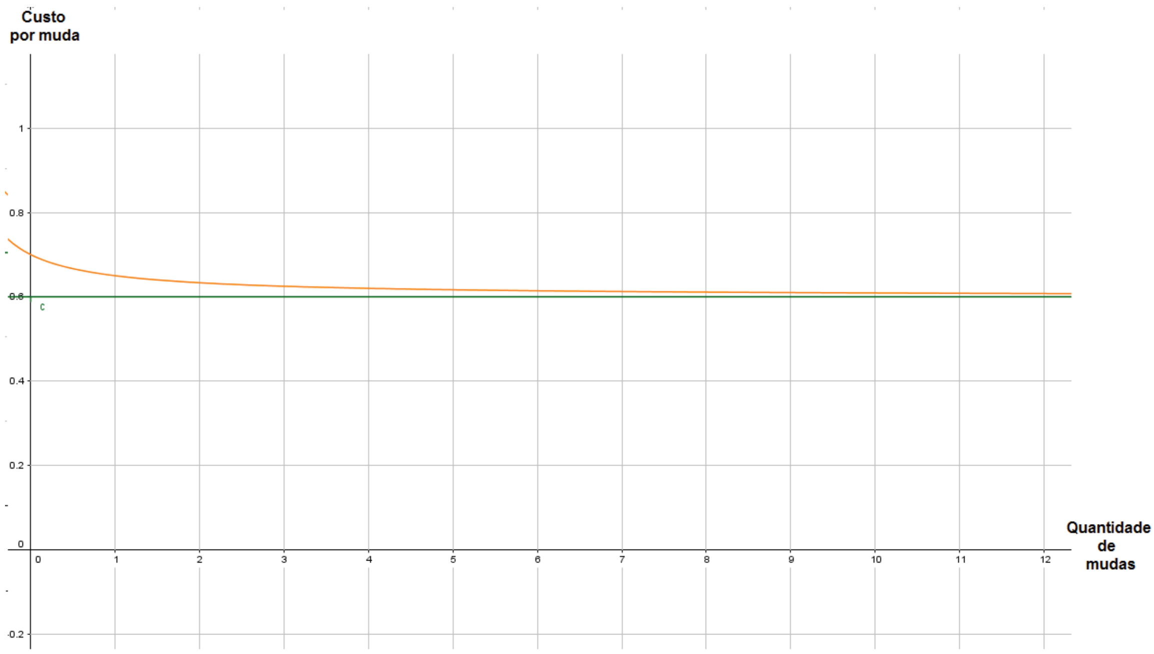
Optamos por expor uma possível abordagem ao problema com algumas idas e vindas com o intuito de exemplificar um pouco do que acreditamos que possa vir a acontecer em sala. Em geral o problema de Modelagem não está pronto, fechado como os problemas usuais, o que pode resultar em diferentes interpretações que precisam ser discutidas, lapidadas, a fim de obter um Modelo mais plausível. Tal processo pode ser produtivo em sala por expor o aluno a situações que exige tomada de decisões, o raciocínio, a criatividade e muitas vezes uma interação com os demais para descobrirem um ponto em comum.

Uma variação do problema pode ser feita simplesmente retirando o fato de que proprietário ficará satisfeito com a venda das mudas apenas se estas renderem 15% a mais do que a venda dos pinhões. Isto simplifica um pouco o problema, na outra direção dificultamos o problema se removermos a intensão do dono da araucária comercializar toda a produção ou *in natura* ou em mudas, e buscarmos uma resposta para as perguntas: Vender tudo *in natura*? Parte *in natura* e parte em mudas? Apenas produzir mudas?

As informações sobre o custo de produção podem ser modificadas, um novo problema surge se considerarmos que o custo de produção parte de R\$ 0,70 por muda e tende a R\$ 0,60 por muda a medida que a produção aumenta, como podemos observar na **Figura 33**.

Um modo interessante de abordarmos a lucratividade com a venda das mudas neste caso e utilizar uma função custo $c(x) = \dfrac{0,7+0,6x}{x+1}$, considerando o que acabamos de analisar e com base na **Figura 33** expressa abaixo, graficamente é fácil ver que a função c aproxima-se de R\$ 0,60 a medida que o valor de x aumenta, e mais, a queda no custo é maior no início e bem lenta a medida que o número de mudas aumenta.

Figura 33: Gráfico da Função c(x) - Custo das Mudas em função da quantidade de mudas Vendidas

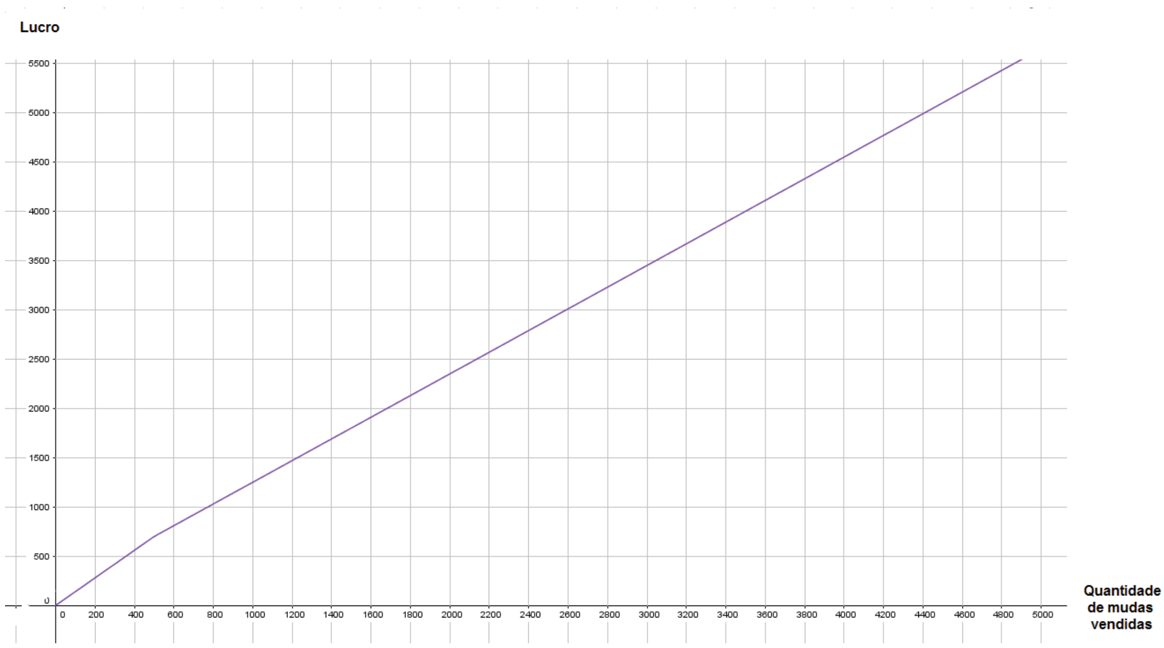


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Com o auxílio desta função o lucro com a comercialização das mudas é dado em termos de c por, $c(x) = \begin{cases} 500\cdot[2-c(x)] & \text{se} \quad 0 \leq x \leq 500 \\ 500\cdot[2-c(x)]+(x-500)\cdot\left\{2-\left[c(x)+\dfrac{3}{10}\right]\right\} & \text{se} \quad 500 < x \end{cases}$

Podemos visualizar na **Figura 34** abaixo, o gráfico da função lucro.

Figura 34: Gráfico da Função Lucro da comercialização de mudas



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Uma variável que não estamos considerando e que deixa o problema e suas variantes mais desafiador é a taxa de germinação, até o momento todo o pinhão plantado gera uma muda! Isto pode levantar questões, qual a taxa de germinação dos pinhões? Isto é relevante?

Certamente muito mais pode-se falar e explorar, mas paramos por aqui para não nos alongarmos muito em torno de um único problema.

4.2.2 PROBLEMA 2 - PRODUÇÃO MÉDIA E DESVIO PADRÃO DAS PRODUÇÕES REGISTRADAS DA ARAUCÁRIA DE VÂNIO

Apresentamos na seção "HISTÓRIA E LOCALIZAÇÃO DA ARAUCÁRIA", diversas informações a respeito da produção da araucária de Vânio, sua localização, dimensões, produções registradas, idade, e, com isto ficamos interessados em descobrir qual a produção média e qual o desvio padrão entre as produções registradas por Vânio.

De imediato vemos que para determinarmos outros dados como produções futuras, produção máxima possível, produção mínima dentre outros, o problema que julgamos interessante, é bastante delicado. Existem muitas variáveis envolvidas, têm as questões climáticas, frequência das chuvas e os ventos que certamente interferem na produção, a eventual retirada de alguma araucária que contribua com a produção, entre outros tantos fatores.

Estes fatos frustraram nossas tentativas de respondermos acerca das futuras produções da araucária, além do já observado salientamos que apesar da riqueza das anotações de Vânio o número de dados ainda é pequeno frente a tantas variáveis envolvidas. Mesmo assim, os dados até o momento coletados podem ser explorados.

Uma das primeiras ideias a ser desenvolvida, é a análise se os dados colhidos apresentam ou não grande dispersão de valores em relação a sua *média*, para tal realizamos o cálculo do *desvio padrão*.

Em primeiro momento devemos calcular a *média aritmética* da produção em torno dos dados que possuímos.

Torna-se então necessário analisar os anos de produção. A **Tabela 1** abaixo apresenta os dados registrados dos 12 anos.

Tabela 1: Produções da araucária de Vânio Registradas

Ano de Produção	Produção Total	Porcentagem da Produção Total
1995	8	0,23%
1997	30	0,87%
2005	155	4,51%
2008	374	10,88%
2009	398	11,57%
2010	212	6,16%
2011	216	6,28%
2012	223	6,48%
2013	268	7,79%
2014	342	9,94%
2015	674	19,60%
2016	539	15,67%

Fonte: CZERNIAK, Vânio. 2016

O Cálculo da *média* será dado pela expressão $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

Onde $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots + x_n}{n}$. Os valores x_i são os valores da nossa amostra e n o total de dados que possuímos.

Nesse caso, devemos somar os 12 dados que possuímos e dividir tal soma por 12, pois são 12 produções, $\bar{x} = \dfrac{8+30+155+374+398+212+216+223+268+342+674+539}{12}$, $\bar{x} \approx 286,58$.

Acabamos de calcular a *média* de produção utilizando os doze dados registrados até então, normalmente problemas deste tipo acabam aí, aqui "contaminados" com as ideias de Modelagem, podemos ir além.

Podemos buscar respostas para diversas perguntas, por exemplo: É esperado que a produção *média* dos próximos doze anos seja a mesma? Sim? Não? Em caso da resposta ser negativa explica o porquê? Como obter uma *média* que se aproxime melhor da *média* real dos próximos anos? Como utilizar tal *média* para estimarmos a produção total de pinhas nos próximos doze anos? Neste caso a utilização de todas as produções é a melhor escolha? Por quê?

Um debate em torno das questões levantadas, pode ajudar os acadêmicos a construir o conhecimento deixando as questões envolvidas mais sedimentados, oportunizando assim que os alunos atribuam de fato um significado a *média*.

Abre-se outra possibilidade que seria a determinação da *mediana* de nossa amostra, esta é uma medida para a determinação do centro da distribuição dos dados, correspondente ao valor que divide a nossa amostra ao meio, metade dos elementos do conjunto de dados são menores ou iguais à *mediana*, enquanto que os restantes são maiores ou iguais, caso tenhamos uma amostra com quantidade ímpar de elementos será o termo central em ordem crescente ou decrescente, caso tenhamos uma amostra com quantidade par de elementos será a *média aritmética* entre os dois termos centrais em ordem crescente ou decrescente dos elementos.

Média e a *Mediana* são conceitos estatísticos diferentes, *mediana* é muito usada em estudos demográficos, pois com relação à *média*, tem a vantagem de não ser tão influenciada por valores individuais discrepantes com relação aos demais.

Com relação aos nossos dados, como são 12 elementos após devidamente organizados será a *média aritmética* entre os valores 223 e 268, aproximadamente 246 pinhas.

Como temos uma *média* maior que a *mediana*, dizemos que a nossa distribuição de dados é **enviesada para a direita**.

Outros conteúdos do ensino médio diretamente relacionados com a *média* são o *desvio padrão* e a *variância*, tomam-se os dados de produção da tabela *"Produções da araucária de Vânio Registradas"*.

Calculamos a *variância* s^2 através da fórmula: $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$, x_i é cada um dos valores da nossa amostra e n o total de dados que possuímos.

Neste caso:

$$s^2 = \frac{(8-286,58)^2 + (30-286,58)^2 + ... + (674-286,58)^2 + (539-286,58)^2}{11}.$$

Com alguns cálculos chegaremos até o resultado, $s^2 \approx 37511,17$.

O *desvio padrão s* é a raiz da *variância*, s^2, $s \approx \sqrt{37511,17}$ $, \approx 193,68$.

Observamos que questões similares as mencionadas no caso da *média* podem ser tratadas aqui, buscando dar mais significado aos conceitos.

4.2.3 PROBLEMA 3 - ALTURA DA ARAUCÁRIA DE VÂNIO

De muitas formas podemos determinar a altura da araucária de Vânio: razão e proporção ou teorema de Tales e regra de três, dentre outros. Mesmo o uso de um estilingue com uma pedra amarrada a um fio de pesca, é uma ideia (pouco ortodoxa), que poderia ser utilizada para tal tarefa. Outro artifício à ser adotado no processo de construção do conhecimento com os discentes, seria a ideia de utilizarmos a trigonometria, esta seria já uma metodologia à ser trabalhada com alunos de ensino médio, que poderiam ir até a araucária e tirarem suas próprias fotos, ou receberem o material em imagem, ou ainda a situação problema para aplicarem os seus conhecimentos.

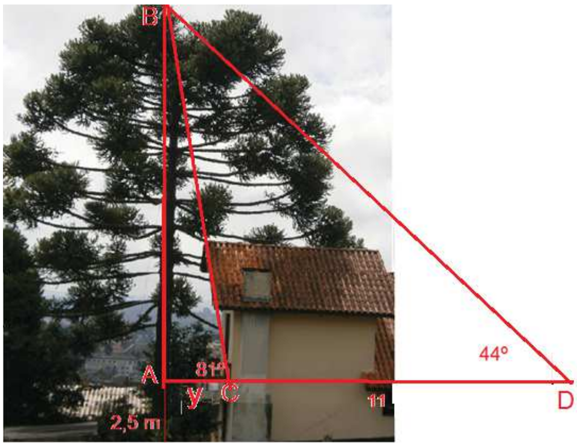
Para a nossa proposta, procedemos a construção de um astrolábio simples, que consiste na ideia de um cano e um transferidor, este foi utilizado para os cálculos da pesquisa, caso possuíssemos "boas" imagens, também teríamos a possibilidade de utilizar o transferidor nas mesmas, poderíamos ainda ter construído um teodolito.

"Ao medirmos o ângulo da copa da araucária, da janela do 2º piso da residência de Vânio, obtemos um ângulo de 81º, sendo que este 2º piso está a 2,5 metros de altura, ao nos afastarmos até a parte frontal da residência e fixando o astrolábio ou teodolito a 2,5 metros de altura, observamos a copa da araucária sob um ângulo de 44º. Qual a altura aproximada da araucária?"

Os discentes poderiam por si próprios chegarem a situação através do esboço, sem necessariamente utilizarem a imagem, mas esta trará a aplicação da matemática sem deixar os mesmos presos a situações hipotéticas e suposições, irão de forma rápida perceber que trabalhando com a ideia de trigonometria e tangente, poderão chegar rapidamente a solução.

Como não sabem a que distância se encontra a residência da árvore poderão utilizar y, e terão na **Figura 35** a representação que se segue[7].

Figura 35: Medição da araucária-vista real



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Como os mesmos não possuem a altura da árvore[8], mas sabem que a mesma está sendo observada de 2,5 metros de altura, poderão para o cálculo utilizar o valor $x = \overline{AB} + 2,5$.

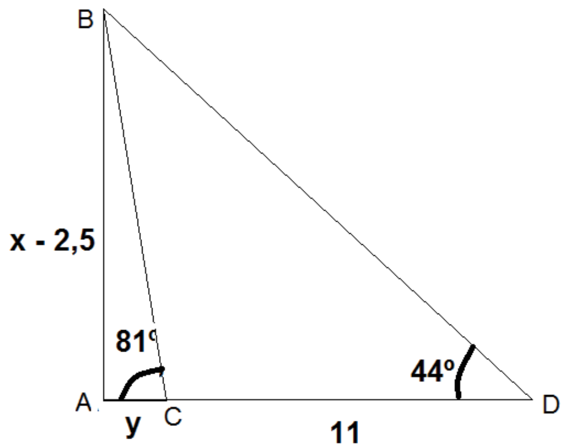
Na **Figura 35**, o segmento $\overline{AB}$ acrescido de 2,5 é a altura da araucária, o segmento y = $\overline{AC}$ é a distância da araucária até a sacada da casa, o segmento $\overline{CD}$ é a distância entre a sacada da casa e um ponto de observação na rua de 11 metros, e o segmento $\overline{BD}$ é a hipotenusa do triângulo ABD.

Ao analisarmos apenas os dados, sem pensarmos na imagem, que pode atrapalhar nossos cálculos, trabalhamos com a representação subsequente na **Figura 36**.

[7]Uma das possibilidades para facilitar os cálculos seria a medição da distância da árvore até a casa, visto que a distância da árvore até a rua é mais difícil de ser determinada.

[8]A altura total da árvore é x, mas, visto que a mesma é observada de 2,5 metros de altura, a altura na imagens é $\overline{AB} + 2,5$ m.

Figura 36: Medição da araucária-esboço



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Analisando a **Figura 34** temos os triângulos retângulos *ABC* e *ABD*, da qual, via definição de tangente segue que, $\dfrac{x-2,5}{y}=$ tan 81º, e $\dfrac{x-2,5}{y+11}=$ tan 44º.

Aproximando os valores para as tangente dos ângulos em questão obtemos, as outras duas equações, $\dfrac{x-2,5}{y}=6,314$ e $\dfrac{x-2,5}{y+11}=0,966$.

Chegaremos as equações, $x-6,314y=2,5$ e $x-0,966y=13,126$.

Temos o seguinte sistema, $\begin{cases} x-6,314y=2,5 \\ x-0,966y=13,126 \end{cases}$

Neste caso, manipulamos o sistema para eliminar qualquer incógnita, de forma aditiva ou forma multiplicativa e chegamos até as soluções do sistema: y $\approx 1,99$ metros e x $\approx 15,06$ metros, ou seja, a árvore está a aproximadamente 2 metros da residência de Vânio e a mesma possui uma altura aproximada de 15 metros, outros problemas similares poderiam ser propostos aos discentes.

Com um dos valores determinado poderíamos também voltar as fórmulas iniciais de tangente e determinar o valor desconhecido de forma rápida.

Uma das possibilidades é o trabalho com os alunos do 9º ano do ensino fundamental II, considerando o uso de imagens e escalas, determinar a altura da araucária, por razão e proporção ou semelhança de triângulos, regra de três simples e sistemas de equações. **Na Figura 37** que se segue, se soubéssemos a altura da residência poderíamos aproximar a altura da árvore através de regra de três simples.

Figura 37 Vista lateral da residência de Vânio e da araucária

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

A Residência de Vânio mede em seu pé direito, (altura máxima) da parte mais próxima a araucária 7 metros, ao mensurarmos a mesma em uma imagem, encontramos 6 cm, sabendo que a medida da árvore na mesma imagem é de 13 cm, qual a altura aproximada da araucária?

Utilizando regra de três, $\dfrac{6}{13} = \dfrac{7}{x}$, $6x = 91$, $x = \dfrac{91}{6}$, $x \approx 15,17$.

Teremos de forma rápida a altura aproximada da araucária de Vânio, aproximadamente 15 metros[9].

[9]Devemos deixar claro aos alunos que trata-se de uma aproximação, e que o uso de fotos para fazer estimativas de altura na verdade é bastante delicado. As imagens precisam ser boas, uma conversa acerca desta questão, pode ser uma boa "porta" para adentrarmos nas questões de projeção e eventualmente tratamento de imagem, a posição de onde foram feitas tais imagens, a qualidade, distorção, dentre outros.

Outra ideia seria a questão de estudo de parábolas, e surge a possibilidade de trabalharmos no desenvolvimento de alguns Modelos Matemáticos interessantes com os mesmos, os índios da região do Paraná, índios botocudos, possuíam flechas especialmente adaptadas para derrubar pinhas, ainda presas aos galhos, tal flecha chamava-se "virola", as virolas eram utilizadas para atingir pinhas à mais de 30 metros de altura. Se tomássemos a trajetória de tais virólas como arcos de parábolas e tivéssemos alturas e distâncias durante a sua trajetória, poderíamos facilmente determinar a altura da araucária de Vânio com uma "virola moderna", especialmente desenvolvida para esse fim.

Mas não desejamos nos alongar muito no estudo desse tema, e esta fica como sugestão para estudos futuros e outras pesquisas.

4.2.4 PROBLEMA 4 - A DISTÂNCIA DE POLINIZAÇÃO

Na secção "HISTÓRIA E LOCALIZAÇÃO DA ARAUCÁRIA", comentamos que as árvores machos mais próximas, a araucária de Vânio, estão a uma distância que varia de 1500 á 2000 metros. Temos uma aproximação, mas bem grosseira isto pode ser explorado em sala. Como melhorar a estimativa? Como poderemos determinar a distância "exata", das árvores que polinizam a araucária de Vânio?

Como determinar a distância da araucária polinizadora mais próxima?

Utilizando o *Google Maps* e um pouco de matemática podemos ter essa resposta, outra forma é substituir o uso do *Google Maps* por um mapeamento das araucárias da região com o uso de um GPS. Em ambos os casos precisamos saber onde estão as araucárias machos (para poder mapeá-las). Sendo assim uma primeira etapa da solução do problema proposto é identificar os possíveis locais da cidade onde estão tais araucárias.

Para ilustrar o processo de investigação, vamos verificar a possibilidade de haver alguma araucária polinizadora em um grupo de árvores que estão no mesmo bairro e são distantes da araucária de Vânio. Tal grupo fica junto.

Uma coordenada geográfica utiliza o sistema cartesiano para indicar localidades. Fazendo uma análise simples, qualquer coordenada pode ser representada em um sistema de eixos do tipo x e y, temos uma representação disto na **Figura 38**, que se segue.

Figura 38: Localização da araucária no Google Maps

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Determinamos 3 pontos: “A”, um ponto auxiliar, “B”, um grupo de árvores onde pode estar uma das araucárias mais próximas da araucária de Vânio e “C”, a araucária de Vânio.

Descobrimos as coordenadas de cada um destes pontos:

$A : 26°46'22,4”S$ e $51°02'05,5”W$,

$B : 26°46'11,3”S$ e $51°02'05,5”W$,

$C : 26°46'22,4”S$ *e* $51°02'02,4”W$.

Em primeiro momento, quando necessário devemos transformar os graus para minutos, fazemos isso quando forem grandes distâncias e as coordenadas dos graus forem diferentes, multiplicamos a coordenada por 60 e transformamos em milhas náuticas, os minutos já estão em milhas náuticas e devem apenas ser adicionados aos graus convertidos.

Devemos também ter em mente que cada 60 segundos (60”) equivalem a uma milha náutica (NM) e, que cada milha náutica, corresponde a 1852 metros, estes dados deverão ser fornecidos aos discentes? Percebe-se logo de cara que a distância entre a araucária de Vânio e ao referido grupo de árvores é a hipotenusa $\overline{BC}$ do triângulo retângulo ABC, e de acordo com o *teorema de Pitágoras* temos, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$.

$\overline{AB}$, referente ao *eixo y* é a diferença entre as coordenadas de latitude (S):

$$\overline{AB} = 26°46'22,4''S - 26°46'11,3''S \quad , \quad \overline{AB} = 11,1''.$$

$\overline{AC}$, referente ao *eixo x* é a diferença entre as coordenadas de longitude (W):

$$\overline{AC} = 51°02'05,5\text{"}W - 51°02'02,4\text{"}W \quad , \quad \overline{AC} = 3,1''.$$

Transformamos os dois valores em milhas náuticas dividindo-os por 60, e, posteriormente em metros, multiplicando-os por 1852.

$\frac{11,1''}{60} = 0,185$ NM, e $\frac{3,1''}{60} \approx 0,0517$ NM.

$0,185.1852 = 342,62$ e $0,0517.1852 = 95,69$.

De $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ segue que: $\overline{BC}^2 = 342,62^2 + 95,69^2$ e $\overline{BC} \approx 355,73$m.

Percebemos que neste grupo de árvores não estão as polinizadoras procuradas, visto que elas distam pelo menos 1500 metros da araucária de Vânio. A procura continuaria trabalhando com outros grupos de árvores, eventualmente melhorando a abordagem para otimizar as etapas, fazer uma mudança de coordenadas pondo a origem do sistema no local onde está a araucária de Vânio, pode ser um facilitador nos cálculos, em sala é algo a ser levantado com os alunos.

A distância pode também ser determinada apenas por dois pontos através da fórmula da distância entre dois pontos, que nesse caso é apenas uma variante do *teorema de Pitágoras*, dentro de "Geometria Analítica", através da equação: $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Onde deveremos como no caso do uso do teorema de *Pitágoras*, após subtrair os ângulos, fazer a conversão de coordenadas geográficas para milhas náuticas (dividindo por 60) e posteriormente para metros (multiplicando por 1852).

Resolve-se a equação e nesse caso não é necessário um terceiro ponto auxiliar.

Outro exemplo para sanar possíveis dúvidas, seria calcularmos as distâncias entre a UTFPR situada na Cidade de Pato Branco-PR até a torre Eiffel situada em Paris na França.

A UTFPR possui as coordenadas: $26°11'44.3\text{"}S \quad e \quad 52°41'22.4\text{"}W$, e por estar situada ao Sul (abaixo) da linha do Equador e ao Oeste (esquerda) do meridiano de Greenwich (eixo x e y) recebe coordenadas negativas: $-26°11'44.3\text{"} \quad e \quad -52°41'22.4\text{"}$.

Já a Torrei Eiffel possui as coordenadas: $48°51'30.3"N \quad e \quad 2°17'40.1"E$, e por estar situada ao Norte (acima) da linha do Equador e ao Oeste (direita) do meridiano de Greenwich, recebe coordenadas positivas: $48°51'30.3" \quad e \quad 2°17'40.1"$.

Para determinarmos a distância entre os dois pontos em linha reta primeiramente convertemos os graus em milhas náuticas multiplicando os valores por 60:

Para a UTFPR:

$-\{(26 \cdot 60) + 11 + \frac{44,3''}{60}\} \approx -1571,73833$ MN e

$-\{(52 \cdot 60) + 41 + \frac{22,4''}{60}\} \approx -3161,37333.$

Teremos as coordenadas em MN: (-1571.73833, -3161.37333).

Para a Torre Eiffel:

$\{(48 \cdot 60) + 51 + \frac{30,3''}{60}\} \approx 2931,50500$ MN e

$\{(2 \cdot 60) + 17 + \frac{40,1''}{60}\} \approx 137,66833.$

Teremos as coordenadas em MN: (2931.50500, 137.66833).

Pode-se multiplicar os valor por 1852 para transformar os valores em metros, mas ao dividirmos por 1000 para convertermos em Km, teremos na verdade a multiplicação dos valores por 1,852.

UTFPR (-2910.85939, -5854.86341) Torre Eiffel (5429.14726, 254,96175)

Aplicamos a fórmula da distância entre dois pontos e chegamos até a distância, aproximadamente 10.339 Km.

4.2.5 PROBLEMAS SUGERIDOS

Elaboramos uma coletânea de problemas acerca do tema pesquisado, ou de fatos que surgiram nos comentários dos problemas propostos até então, dividimos os problemas em problemas do ensino fundamental e do ensino médio, mas claro, o nível pode variar de acordo com a abordagem dada ao problema. Apenas estamos exemplificando algumas situações, problemas muito mais elaborados podem ser feitos, convidamos o leitor a formular as suas próprias questões.

4.2.5.1 ENSINO FUNDAMENTAL

1) Sabendo que cada pinhão tem em média 8 gramas, qual o peso de uma pinha com 84 pinhões cheios, considerando que aproximadamente 15% do peso da pinha são impurezas (falhas) ?

2) Se uma pinha tem 800,4 gramas, que aproximadamente 200 gramas são de impurezas e são contados 76 pinhões cheios, qual o peso médio de cada pinhão?

3) Sabendo que uma pinha tem 892,3, aproximadamente 220 gramas de impurezas e cada pinhão desta pinha tem em média 8,1 gramas, qual a quantidade de pinhões da pinha?

4) Tomando as produções das quais têm-se o registro da araucária de Vânio: 8, 30, 155, 374, 398, 212, 216, 223, 268, 342, 674, 539, determine a quantidade média de pinhas produzidas anualmente desde o início das produções, considerando apenas os 12 anos de produções registradas.

5) Considerando que cada pinha tem cerca de 80 pinhões cheios e *média* de 8 g por pinhão, e que até agora nada houvesse estragado antes da colheita, tomando todas as produções registradas: 12, 45, 183, 348, 381, 219, 203, 245, 279, 336, 689 e 542, quantos quilogramas de pinhão teriam sido colhidos até agora?

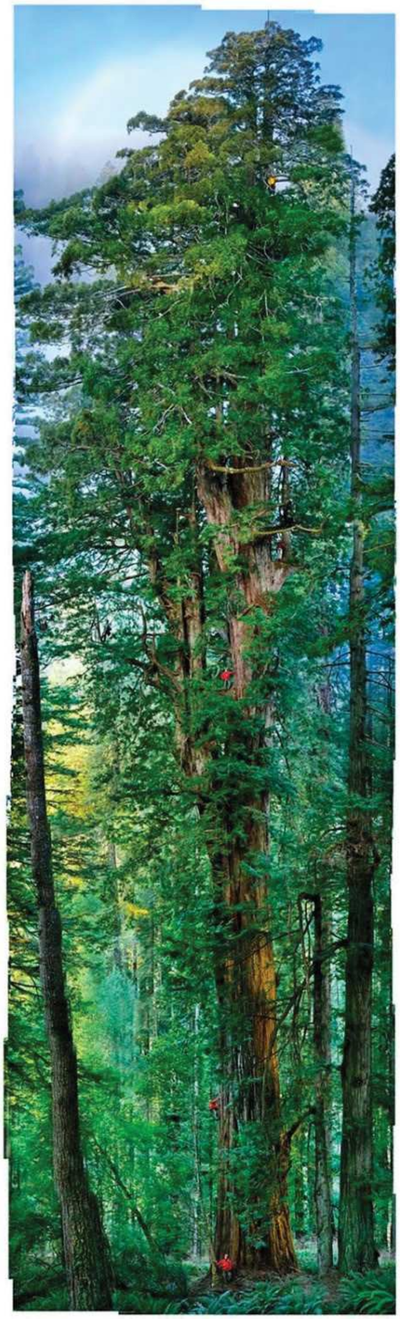
Alguns dos problemas seguintes utilizam imagens, lembremos aqui que existem certos cuidados que devem ser tomados quando utilizamos imagens para realizarmos cálculos. Deve-se observar o ângulo correto para a fotografia em cada caso ou deformações nas imagens que podem advir da impressão ou alterações devido a luz, dentre outras.

Para as nossas atividades que são apenas sugestões, esses não são fundamentais, mas para casos em que se deseje precisão existem cálculos e cuidados dentro da Óptica (Física) que devem ser observados.

6) Sabendo que localizada na cidade de Caçador-SC encontra-se a "*chaminé*", que na figura possui aproximadamente 13,4 cm e que o poste abaixo que na figura possui 6 cm possui na realidade 18 metros, determine a altura aproximada da "*chaminé*".

7) Na Reserva Florestal da Embrapa-Epagri de Caçador-SC, encontrava-se o maior cedro vivo catarinense, com idade que pode chegar aos 1000 anos de idade. Abaixo temos a fotografia de um outro cedro, muito menor, sabendo que se o cedro da imagem abaixo, tivesse a mesma altura, o homem da fotografia de 1,2 cm seria um gigante de 3,6 metros, responda, qual a altura aproximada do maior cedro catarinense, sabendo que na imagem ocupa aproximadamente 10 cm de altura?

8) A árvore mais alta do mundo ou maior árvore do mundo foi descoberta no Parque Nacional de Redwood, na Califórnia, em 8 de setembro de 2006, tem x metros de altura, e na foto de um livro está distribuída por 24 cm, o homem ao lado dela, na parte de baixo tem 1,93 m, e na foto mede 0,41 cm, determine qual a altura aproximada da árvore mais alta do mundo?

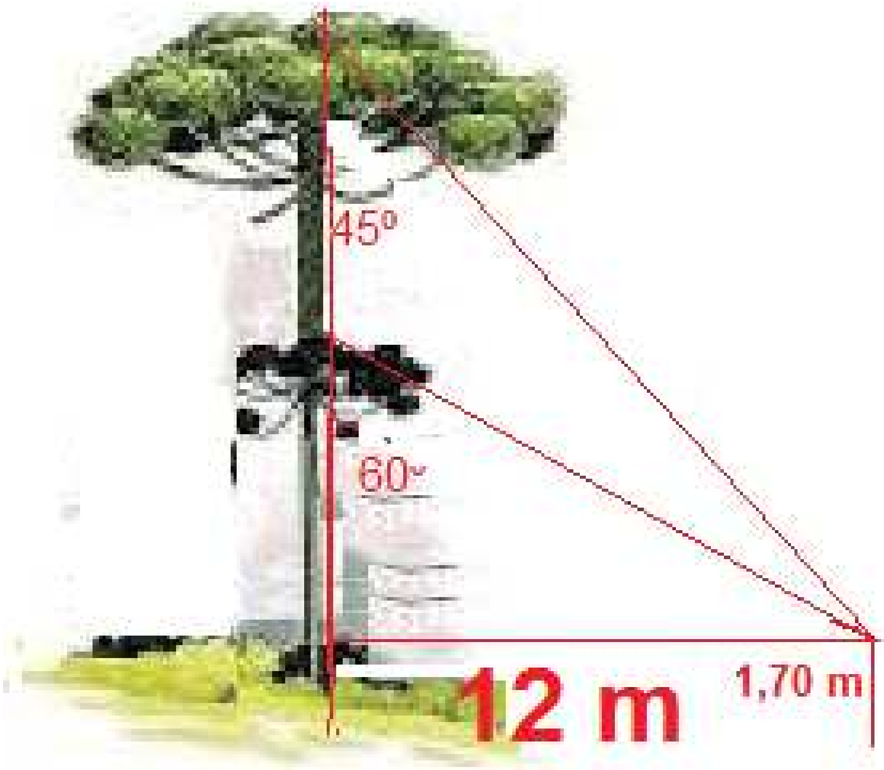


4.2.5.2 ENSINO MÉDIO

9) Determinada araucária produz quantidades de pinhas muito acima da média, o proprietário comercializa a produção toda para replantio, vendendo o pinhão *in natura* ou mudas que ele produz com seus próprios pinhões. O proprietário consegue vender toda a produção de pinhões *in natura* imediatamente após a safra, vendendo cada pinhão a R$1,30 (um real e trinta centavos), em sua maioria, se enviados pelo correio o custo médio de envio é R$ 0,35 (trinta e cinco centavos) por pinhão, no entanto sempre comercializa em sua propriedade, cerca de 3800 (três mil e oitocentos) pinhões que não geram custo de envio. Outra forma de venda é o plantio para a venda, um ano após o plantio cada muda é vendida por R$ 2,40 (dois reais e quarenta centavos). Neste caso cerca de 800 (oitocentas) mudas seriam comercializadas junto a sua propriedade, não tendo despesas com o envio, para as demais teria um custo com o transporte de R$ 0,48 (quarenta e oito centavos) por muda. Para venda como mudas, existem os custos como recipientes apropriados para o plantio dos pinhões, adubo, irrigação, dentre outros, que variam de acordo com a quantidade a ser produzida, para produzir até 2300 (duas mil e trezentas) mudas é de R$ 0,85 (oitenta e cinco centavos) por muda, o custo por muda cai para R$ 0,75 (setenta e cinco centavos) por muda quando a produção fica entre 2300 (duas mil e trezentas) e 3400 (três mil e quatrocentas) plantas, e acima disto o custo por unidade é aproximadamente R$ 0,65 (sessenta e cinco centavos) por muda. O dono dos pinhões diz que ficaria satisfeito em vender as mudas ao invés do pinhão apenas se tivesse um retorno financeiro no mínimo 20% (vinte por cento) superior ao que seria obtido com a venda dos pinhões *in natura*, e está decidido a vender toda a produção *in natura* ou toda ela em forma de mudas. Crie um modelo matemático que indique, em termos (função) do número de pinhas produzidas, qual a destinação que ele deve dar a sua produção, vender tudo *in natura* ou apenas produzir mudas? Considere a taxa SELIC de 11% a.a e analise o melhor investimento.

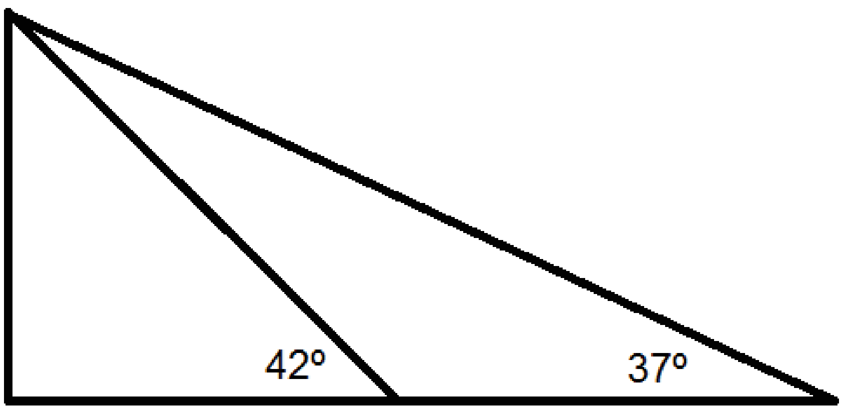
10) A araucária de Vânio é realmente espetacular e nos anos que se passaram continuou a surpreender: após as produções registradas de 8, 30, 155, 374, 398, 212, 216, 223, 268, 342, 674, 539, continuou a apresentar números espetaculares até o ano de 2030: 248, 368, 428, 479, 591, 697, 728, 458, 329, 492, 689, 813, 603 e 509. Determine a produção média, mediana e o desvio padrão das produções registradas.

11) Uma pessoa observa duas araucárias que formam com a linha de observação ângulos de 60º e 45º, conforme a imagem abaixo, se o observador está á 12 metros de distância das araucárias e a sua altura é de aproximadamente 1,70 metros, qual a altura aproximada de cada araucária?



12) A prefeitura de Caçador possui coordenadas geográficas dadas por 26°46’29,8”S e 51°00’45,7”W, já o Hotel Renar, localizado na cidade de Fraiburgo possui coordenadas geográficas 27°01’37,5”S e 50°55’40,6”W. Qual a distância em linha reta em Km entre os dois?

13) Luzes estranhas foram avistadas no céu, e observadas sobre a região do Meio Oeste Catarinense. Dois observadores veem as luzes ao mesmo tempo, um deles próximo da "Cruz do Aviador", homenagem ao capitão Ricardo Kirk, vulto histórico da guerra do Contestado, que encontra-se localizada no município de General Carneiro, nas coordenadas, 26°24'49,9"S e 51°17'25,0"W, o segundo na cidade de Calmon, onde outrora localizou-se uma filial da Lumber[10], nas coordenadas 26°36'06,2"S e 51°05'49,6"W. O primeiro observa o objeto sob um ângulo de 42º, o segundo sob um ângulo de 37º, conforme indicado pela figura. Considerando que os dois encontram-se na mesma altitude, qual a altura das luzes com relação ao solo (distância em linha reta do objeto até o chão)?



14) Um doador de órgãos sofreu um grave acidente na cidade de Videira e faleceu, a localidade do acidente possui coordenadas 27°00'21,3"S e 51°08'35,9"W, seu corpo será levado de helicóptero, a velocidade de 217 Km/h para a cidade de Blumenal no hospital Santa Isabel, de coordenadas 26°56'14,6"S e 49°03'48,9"W, onde alguns pacientes esperam para receber órgãos em transplantes. Em quanto tempo aproximadamente os órgãos chegarão ao destino para serem transplantados, se o helicóptero levou 10 minutos para chegar ao local do acidente?

[10]A Southern Brazil Lumber and Colonization Company foi a maior madeireira da América Latina no início do século XX, foi fundada nos Estados Unidos da América e era uma empresa madeireira e colonizadora, subsidiária da empresa construtora da mais importante ferrovia do Sul do Brasil, a São Paulo Rio Grande do Sul.

5 O CRESCIMENTO DAS POPULAÇÕES DE CAPIVARAS NO MEIO OESTE CATARINENSE

As capivaras *(Hydrochoerus Hydrochaeris)* são consideradas os maiores roedores caviomorfos[1] viventes (OJASTI, 1973), atingem altura média de mais de 50 cm quando adultos (BONVICINTO et al., 2008).

Na cidade de Caçador, Meio Oeste Catarinense é algo normal vermos grupos de capivaras andando nas marges dos rios e em alguns casos nas ruas do centro da cidade, como pode ser observado na **Figura 39**. A capivara é encontrada em quase todo o território brasileiro (IBAMA, 2000).

Figura 39: Capivaras no centro de Caçador

Fonte: www.cacador.net

São animais curiosos, que vivem em grupos, sua reprodução ocorre o ano todo, não possuem uma epóca específica para o acasalamento e reprodução, a gestação é rápida e se adaptam muito bem em quase todos os ambientes.

[1]Grupo de roedores que apresentam quatro molares de cada lado da mandíbula e pequeno número de filhotes que nascem bem desenvolvidos após um longo tempo de gestação.

> Características biológicas como o curto período de gestação e fácil adaptação a vários tipos de habitats, permitem rápido crescimento populacional e seus hábitos são fatores considerados como facilitadores da disseminação da febre maculosa entre populações rurais (EMMONS e LOUISE, 1999).

Os registros mais antigos de capivaras datam do Mioceno[2], entre 7 e 9 milhões de anos atrás na região da Argentina.

5.1 DEFINIÇÕES E HABITAT

As capivaras *(Hydrochoerus Hydrochaeris)* são mamíferos e roedores, da família *Caviidae*, família de roedores sul americanos, onde também temos entre outros o mara, o mocó, as pacas, as cutias, o porquinho da índia e o preá. Se situam dentro da subfamília *Hydrochoerinae* e também recebem outras nomenclaturas, dependendo da região onde são encontradas, como capincho, porco capivara, cubu, cunum, trombudo e caixa.

A denominação científica *hydrochoerus*, significa porco de água. A denominação "capivara" tem origem no dialeto tupi-guarani: caapi (capim) e uaára (comer). É um herbívoro de hábitos semiaquáticos que ocorre na América Central e América do Sul, do Panamá, ao nordeste da Argentina.

Habita uma ampla variedade de habitats, ao longo de rios, lagos, represas e pântanos e abundante em florestas de galeria e áreas inundáveis com as cheias, é normal encontrá-las na beira do rio na cidade de Caçador, como pode-se observar na **Figura 40**.

Figura 40: Imagem de um grupo de capivaras

Fonte: COPINI, Anderson. 2013

[2]Mioceno é a quarta época da era geológica Cenozoica, está compreendida entre cerca de 24 milhões de anos e cerca de 5 milhões de anos atrás.

O macho inicia o ciclo de acasalamento perseguindo a fêmea, primeiro sobre a terra, depois na água. Segue depois disso o processo de cópula, o ato conclui-se entre seis a dez investidas rápidas, o processo pode se repetir até 20 vezes, com uma ou mais parceiras.

> As capivaras se reproduzem o ano todo. A alta capacidade reprodutiva das capivaras, os hábitos alimentares generalistas e a baixa exigência quanto as condições do habitat são alguns aspectos que podem ter contribuído para o desequilíbrio populacional da capivara em todo Brasil, e também o desaparecimento de predadores naturais (ALHO et al, 1986).

5.2 LOCALIZAÇÃO E MIGRAÇÕES NA REGIÃO DE CAÇADOR-SC

Como todos os roedores, as capivaras regulam a sua reprodução de acordo com a oferta de alimentos. É a quantidade de alimentos disponível, ou a falta dele que leva ao aumento ou redução da taxa de reprodução e a sua migração para outras regiões.

No Ano de 2013, o pesquisador Anderson Clayton Copini, realizou um levantamento das localizações e migrações de capivaras dentro do município de Caçador, entrevistou os moradores locais, e conseguiu informação acerca de 15 locais de maior avistamento dos animais, os mapas e tabelas que se seguem são de sua autoria, e serão utilizados no desenvolvimento dos estudos posteriores.

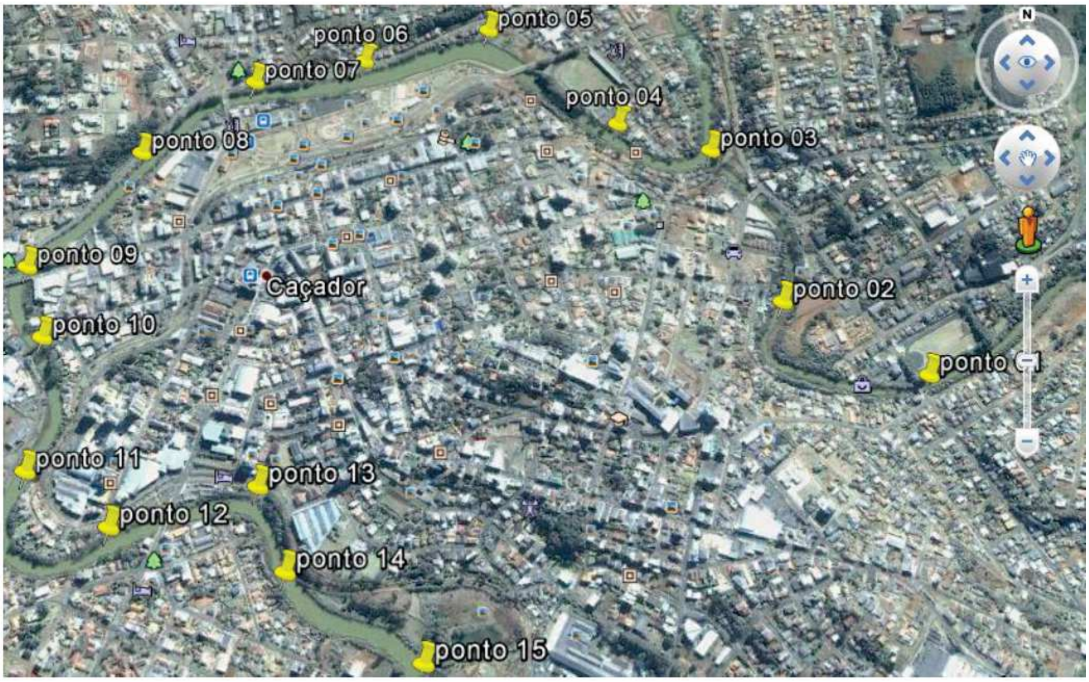
Para obter informações a respeito de uma população é preciso conhecer sua dinâmica populacional, a variação do número de indivíduos ao longo do tempo (GOMES, 2002). Esse conhecimento sobre a dinâmica de uma população e a sua relação com o hábitat possibilita determinar as condições de sobrevivência e perspectivas futuras das populações.

Com o intuito de repassar dados fidedignos, Anderson realizou observação direta nas margens do rio Caçador e do rio do Peixe, fazendo a confirmação da quantidade de grupos e a composição dos mesmos, os machos dominantes, fêmeas e os filhotes que pôde contabilizar.

Os grupos são grandes, podem ser mais de 15 capivaras em cada grupo, as capivaras estabelecem um grupo onde o macho dominante possui com ele várias fêmeas. Segundo Linnaeus (1766) um grupo de capivaras é de aproximadamente 15 indivíduos entre fêmeas, filhotes e um macho adulto dominante. Dentre outras pesquisas realizadas pela EMBRAPA no ano de 2007, prevalece a contagem de 10 fêmeas para cada macho.

Anderson percorreu as marges do rio a pé buscando indícios da espécie nos locais, conseguiu com um amigo um barco, para uma melhor identificação dos pontos exatos onde ficavam localizados os grupos, utilizou binóculos, fez observações diurnas e noturnas e mapeou 15 pontos de presença das capivaras que podem ser visualizados na **Figura 41**.

Figura 41: 15 locais de capivaras identificados na pesquisa

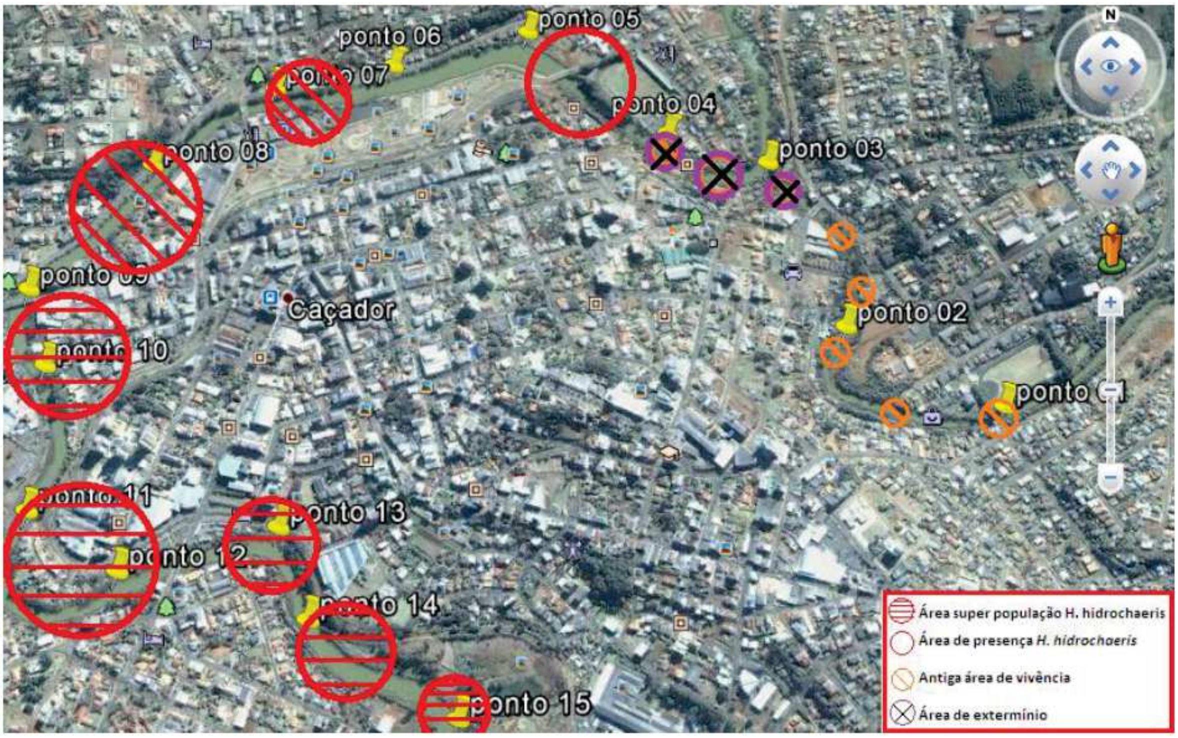


Fonte: COPINI, Anderson. 2013

Em sua pesquisa, mais especificamente em seu Projeto de Pesquisa apresentado para conclusão de curso e obtenção do título de Bacharel, do curso de Ciências Biológicas na Universidade Alto Vale do Rio do Peixe - UNIARP, sob orientação da professora Rosane Miozzo, Anderson conseguiu com êxito mapear os animais da região quando a mesma foi realizada (2013).

Como pode ser observado na **Figura 42**, o biólogo e pesquisador Anderson Clayton Copini conseguiu ainda com sucesso mapear em seu estudo realizado no ano de 2013 as migrações ocorridas.

Figura 42: Mapa de migração das capivaras, influenciada pela atividade humana ou falta de alimentação



Fonte: COPINI, Anderson. 2013

Anderson explica o mapa de migração.

> O primeiro grupo de capivaras foi observado mais precisamente no ponto 10 composto por 16 integrantes, sendo 01 adulto macho este denominado macho dominante do grupo, 02 fêmeas adultas, 06 fêmeas sub adultas mas em idade reprodutiva, 07 filhotes, sendo 03 machos e 04 fêmeas. Os grupos estão divididos, em áreas cujo o círculo possui riscos na horizontal descrito em vermelho, acompanhado por um círculo vermelho sem riscos no meio, determinando a presença do espécime, círculo laranja com um risco na diagonal descrevendo a antiga moradia do H. Hydrochoeris, o qual foi expulso das localidades visualizadas na figura, devido a caça predatória dos moradores locais e onde não há mais presença do espécime. Um círculo em roxo com um (X) no meio, indicando áreas de extermínio do espécime por conta de moradores, alegando algum feito causado pelo animal, cujos problemas são: morte de animais domésticos (gato e cão), ataque a moradores (investidas contra moradores locais) e disseminação do carrapato estrela causando febre em algumas famílias. (COPINI, 2013, p.24)

Anderson continuou a sua pesquisa, conforme relata.

> Com a atividade em desenvolvimento, notou-se que a espécie de H. hydrochoeris está se desenvolvendo nas partes mais abaixo do rio Caçador e do rio do Peixe, devido as atividades de extermínio das populações. Nota-se que do ponto 01 até 2/3 do ponto 02 a presença de capivaras já não é mais notada por moradores. Já pouco antes do ponto 03 até o ponto 04 ocorre a atividade de caça e predação da espécie, principalmente a noite, por moradores locais. Ao descer o transecto estabelecido foi possível observar que no ponto 04, 05, 06, 07, 08 e 09 houve contato direto com 01(um) animal, que foi expulso de um grupo. A expulsão do macho significa que este, está em fase de procriação tendo assim que estabelecer seu próprio grupo, e só no ponto 10 obteve-se contato direto com uma família completa. Já o outro grupo de capivaras ou, outra família completa, foi avistado no ponto 14 composto por 20 integrantes, sendo: 01 macho adulto, 03 fêmeas adultas, 09 fêmeas subadultas, 07 filhotes, dentre estes 04 machos e 03 fêmeas. (COPINI, 2013, p.25 e 26)

Anderson conseguiu em sua pesquisa mapear 62 capivaras em diferentes localidades. Identificou também que existiam dois grupos no centro urbano da cidade, um composto por 20 indivíduos, e o outro com 16 indivíduos contando com todos os integrantes, sendo macho dominante, fêmea adulta, juvenil e filhotes e alguns indivíduos sozinhos que foram expulsos de seus grupos, para formarem seus próprios grupos[3].

5.3 QUANTIDADE DE CAPIVARAS EM FUNÇÃO DO TEMPO

O panorama apresentado acerca das capivaras nos dá suporte para o formulação do seguinte problema:

Considerando os dados do pesquisador Anderson Copini, o qual mapeou em 2013 (suponha que o mapeamento ocorreu em 07/11/2013) um dos grupos de capivaras com 16 integrantes: 1 macho dominante, 2 fêmeas adultas, 6 fêmeas sub adultas, 7 filhotes, sendo 3 machos e 4 fêmeas (consideramos uma idade fictícia para fêmeas subadultas de aproximadamente 2 anos, e para os filhotes, aproximadamente 2 meses cada), determine a quantidade aproximada de capivaras em Caçador em novembro de 2016.

Na sequência apresentamos uma breve discussão do problema que apresenta diversas características a serem analisadas. Todas as capivaras machos e fêmeas são férteis? Em todas as gestações as capivaras tiveram a mesma quantidade de filhotes? Se sim, quantos machos e quantas fêmeas? É impossível prevermos todas essas situações, então tomaremos a literatura específica sobre o tema para determinarmos um modelo razoável.

[3]Os dados são do ano de 2013, e provavelmente a quantidade atual seja maior, sendo necessário para isso novos estudos

Segundo pesquisa da EMBRAPA (pg 21. 2007), o total de crias média é de 3,6 filhotes por parto (este dado será fornecido aos discentes? Os mesmos deverão buscar tal dado?), destes 51,7 % dos nascimentos são de machos e 48,3% de fêmeas. O intervalo médio entre partos foi de 299,2 dias, com a primeira parição ocorrendo em média aos 910,6 dias.[4].

Para facilitar a análise fixemos atenção, por hora, nas duas fêmeas adultas a partir de 07/11/2103 e calculamos quantos descendentes destas duas fêmeas serão gerados até meados de novembro de 2016. Pensando um pouco a respeito da estrutura do grupo, faz sentido supor que as mães dos 7 filhotes são as duas fêmeas adultas visto que as outras fêmeas em idade reprodutiva são jovens e pelos dados da EMBRAPA, ainda não estão na idade média de terem a sua primeira cria, sendo assim as capivaras adultas deram cria dois meses atrás.

Considerando que o tempo de vida de uma capivara é de 15 a 20 anos e levando em consideração que a capivara apresenta um período de gestação curto, de aproximadamente 5 meses[5], que a maturidade sexual da espécie é atingidade dentre os 15 a 18 meses quando atingem cerca de 30 kg, no entanto os primeiros acasalamentos ocorrem em média aos 760 dias, aos 2 anos de idade, e a primeira cria em média aos 910,6 dias.

Levando em consideração que o intervalo médio de gestação é 299,2 dias, e como os filhotes possuem 60 dias, o próximo parto será daqui a 239 dias (299 – 60) dias = 239 dias, ou seja, em aproximadamente 8 meses, nascerão novos filhotes, até meados de novembro de 2016, serão 3 anos transcorridos, logo: 365 dias ·3 = 1095 dias.

A primeira cria após 239 dias, como: 1095 - 239 = 856 dias, e a média entre cada cria é de 299,2 temos: $\dfrac{856}{299,2} \approx 2,86$ crias até meados de novembro.

Isto é, teremos tido outras 3 crias e as fêmeas estão prenhas, as crias destas duas fêmeas acontecerão aproximadamente em meados de agosto do próximo ano, as fêmeas tiveram 3 crias cada, com os dados da EMBRAPA, $(3,6)\cdot(2)\cdot(3)\cdot(65,86\%) \approx 14$ filhotes (já considerando a porcentagem de prenhez). Aqui como nos cálculos seguintes consideraremos que uma capivara que não tenha ficado prenha junto com um determinado grupo, entre em um novo ciclo reprodutivo no próximo ciclo deste grupo, junto com as capivaras membros deste mesmo grupo.

[4]A taxa média de natalidade (prenhez) foi de 65,86 % das capivaras (não podemos prever quais fêmeas ficaram prenhas no processo, portanto ao fim dos cálculos de quantidade de filhotes para cada cria, aplicaremos a taxa de prenhez para termos equivalência nos resultados).

[5]Embora tenha sido determinado um período de gestação de aproximadamente 150 dias, fica alguma dúvida se outros autores não estariam certos nas determinações de períodos de gestação mais curtos como 120 dias (LOPES e BARBELA, 1987).

Destes, 51,7 % dos nascimentos são de machos e 48,3% são de fêmeas, aproximadamente 7 filhotes machos e 7 filhotes fêmeas (como as porcentagens são próximas e as quantidade são pequenas, a diferença é mínima).

Haviam outras 6 capivaras fêmeas subadultas, partimos da idéia que cada uma possuía aproximadamente 2 anos de idade, como a primeira cria ocorre em média aos 910,6 dias: $910,6 - 365 \cdot 2 \quad \approx 181$.

Nos mesmos 1095 dias, a primeira cria ocorre aos 181 dias, sobram 1095 - 181 $\approx$ 914.

As demais crias terão média de 299,2 dias, logo, $\dfrac{914}{299,2} \quad \approx 3,05$, teremos mais três crias.

As fêmeas tiveram 4 crias cada, com os dados da EMBRAPA, $(3,6) \cdot (4) \cdot (6) \cdot (65,86\%)$ ≈ 57 filhotes (já considerando a porcentagem de prenhez), 51,7 % dos nascimentos são de machos e 48,3% são de fêmeas, teremos proximadamente 29 filhotes machos e 28 filhotes fêmeas.

Já temos o macho dominante que irá cruzar com as fêmeas, o que nos importa é a idade reprodutiva das fêmeas filhotes, quando se tornaram aptas ao acasalamento.

Adotamos inicialmente que as 4 fêmeas filhotes possuiam 2 meses cada, 60 dias, tomando a primeira cria que ocorre em média aos 910,6 dias: 910,6 - 60 $\quad \approx 850,6$.

Nos mesmos 1095 dias, a primeira cria ocorre aos 850,6 dias, sobram 1095 - 850,6 $\approx 244,4$ dias, e ocorrerá apenas essa cria, a próxima ocorreria apenas em média após 55 dias, em meados de janeiro de 2017, levando em consideração que as fêmeas tiveram 1 cria apenas, com os dados da EMBRAPA, $(3,6) \cdot (1) \cdot (4) \cdot (65,86\%) \approx 9,48$ filhotes (já considerando a porcentagem de prenhez).

Ainda analisando os dados da EMBRAPA de que 51,7 % dos nascimentos são de machos e 48,3% são de fêmeas: $(9,48) \cdot (51,7\%) \approx 4,9$ e $(9,48) \cdot (48,3\%) \approx 4,58$, aproximadamente 5 filhotes machos e 4 filhotes fêmeas (no arredondamento para 5 filhotes fêmeas teríamos 10 filhotes, o que estaria incorreto).

No entanto existe mais uma consideração, as capivaras subadultas tiveram uma cria aos 181 dias, desta nasceram aproximadamente 14 capivaras, sendo 7 fêmeas, estas terão a sua primeira gestação aproximadamente aos 910 dias, $910+181=1091$, como analisamos no intervalo de 3 anos, estas acabaram de ter filhotes, sua primeira gestação há apenas 4 dias.

$(3,6)\cdot(1)\cdot(7)\cdot(65,86\%)\approx 25$ filhotes (já considerando a porcentagem de prenhez), dos quais são 13 machos e 12 fêmeas.

Ao todo, no intervalo de 3 anos, surgem 7 + 7 + 29 + 28 + 5 + 4 + 13 + 12 = 105 capivaras, dos quais 54 são machos e 51 são fêmeas, nosso grupo já possuia 16 capivaras, 16 + 105 = 121 capivaras. Atentamos para o fato que não consideramos os demais grupos (Anderson contou um total de 62 capivaras), podem-se aqui tomar diversas decisões acerca de como tratar esses dados, a idéia mais rápida sugerida, seria o uso da Regressão Linear, mas para isso precisamos de pares de dados para a análise do crescimento da quantidade de capivaras em função dos dias[6], em primeiro momento organizamos as quantidades de capivaras em função dos números de dias passados. Analisando caso a caso, as capivaras adultas procriam aos 239, 538 e 837 dias, as capivaras subadultas procriam aos 181, 480, 779 e 1078 dias, as capivaras filhotes procriam aos 851 dias e as capivaras filhotes da primeira cria das capivaras subadultas procriam aos 1091 dias, podemos observar a quantidade em função dos dias na **Tabela 2**.

Tabela 2: Quantidade de capivaras em função dos dias

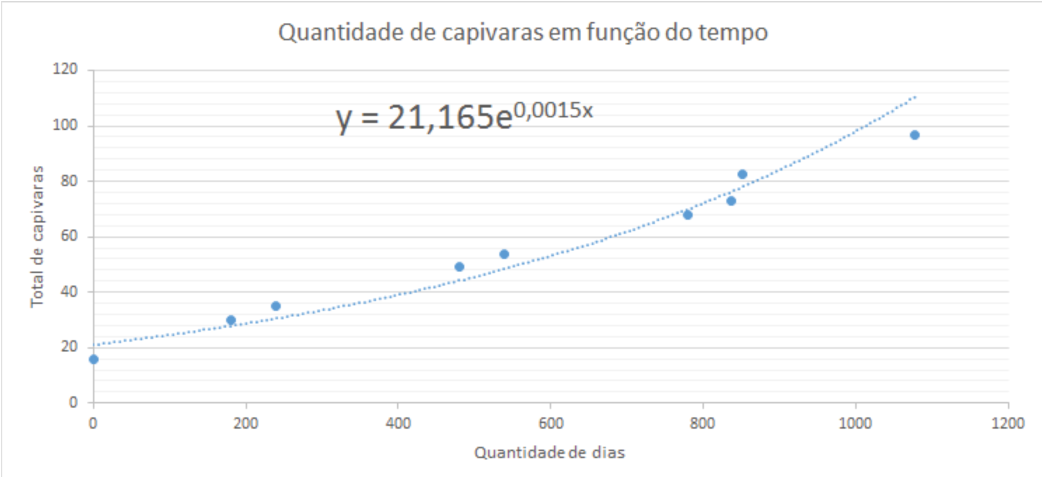
Dias da Análise	Total de capivaras
0	16
181	30,22
239	34,96
480	49,18
538	53,92
779	68,14
837	72,88
851	82,36
1078	96,58

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

[6]Ver maiores detalhes no capítulos “A CRIAÇÃO DE AVES NO MEIO OESTE CATARINENSE”

Na figura 43, traçamos o gráfico para análise do crescimento da população de capivaras.

Figura 43: Quantidade de capivaras em função do tempo



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Com as ferramentas de Tendência do Excel, determinamos uma curva para crescimento de capivaras que será dado pela equação exponencial: $y = 21,165 \cdot e^{0,0015 \cdot x}$.

Um exemplo com os dados obtidos seria determinar a quantidade de capivaras em Caçador no dia 15 de agosto de 2026.

Em primeiro momento deve-se ter em mente que o modelo foi criado com base na data de coleta de dados do pesquisador Anderson Copini (07/11/2013), logo deveremos descobrir a diferença entre essas duas datas que é de 4664 dias.

Supondo que a função $y = 21,165 \cdot e^{0,0015 \cdot x}$ de fato descreve o crescimento populacional das capivaras, substituindo na equação encontramos a quantidade de capivaras, aproximadamente 23118 capivaras. Trata-se de uma suposição o fato da função $y = 21,165 \cdot e^{0,0015 \cdot x}$ se ajustar bem aos dados que temos até o momento não garante em nada que esta descreverá as populações futuras, mais cálculos serão apresentados na sequência.

Uma das possibilidades para a obtenção de um modelo razoável seria trabalharmos com alguns múltiplos e divisores e ignorarmos alguns dados.

Como a média de dias entre crias é de aproximadamente 299 dias e a primeira cria ocorre em média aos 910 dias, utilizamos 303 dias como diferenças entre partos e 909 dias como a data da primeira cria.

As porcentagens de nascimentos de machos e fêmeas são muito próximos e nascem aproximadamente 4 filhotes por cria, 2 machos e 2 fêmeas, pode-se desenvolver um modelo se analisarmos as fêmeas adultas, as subadultas e as filhotes e depois mesclarmos os resultados.

Em primeiro momento analisamos os parimentos das fêmeas adultas que como comentado terão a primeira cria em 239 dias, conforme a **Tabela 3** abaixo, e analisaremos o desenvolvimento por aproximadamente 6 anos para uma maior confiabilidade do modelo obtido.

Tabela 3: Parimentos dos Adultos - Aproximações

Datas	Data 1	Data 2	Data 3	Data 4	Data 5	Data 6	Data 7	Data 8
Dias	0	239	542	845	1.148	1.451	1.754	2.057
Machos	1	4	4	4	12	20	28	52
Fêmeas	2	4	4	4	12	20	28	52
Totais	3	11	19	27	51	91	147	251

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Ao fim de 2057 dias serão um total de 251 capivaras aproximadamente.

Analisamos agora as capivaras subadultas, como elas têm em média dois anos, a primeira cria ocorrerá em aproximadamente 179 dias, conforme a **Tabela 4** abaixo.

Tabela 4: Parimentos dos Subadultos - Aproximações

Datas	Data 1	Data 2	Data 3	Data 4	Data 5	Data 6	Data 7	Data 8
Dias	0	179	482	785	1.088	1.391	1.694	1.997
Machos	0	12	12	12	36	60	84	156
Fêmeas	6	12	12	12	36	60	84	156
Totais	6	30	54	78	150	270	438	750

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Ao fim de 1997 dias serão um total de 750 capivaras aproximadamente.

Analisamos as capivaras filhotes, como elas têm 60 dias, a primeira cria ocorrerá apenas aos 849 dias, conforme a **Tabela 5** abaixo.

Tabela 5: Parimentos dos Filhotes - Aproximações

Datas	Data 1	Data 2	Data 3	Data 4	Data 5	Data 6
Dias	0	849	1.152	1.455	1.758	2.061
Machos	3	8	8	8	24	40
Fêmeas	4	8	8	8	24	40
Totais	7	23	39	55	103	183

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Ao fim de 2.061 dias serão um total de 183 capivaras aproximadamente.

Por fim analisamos os três casos juntos, conforme Tabela 6, para determinarmos uma equação para o crescimento do número de capivaras em função do tempo em dias.

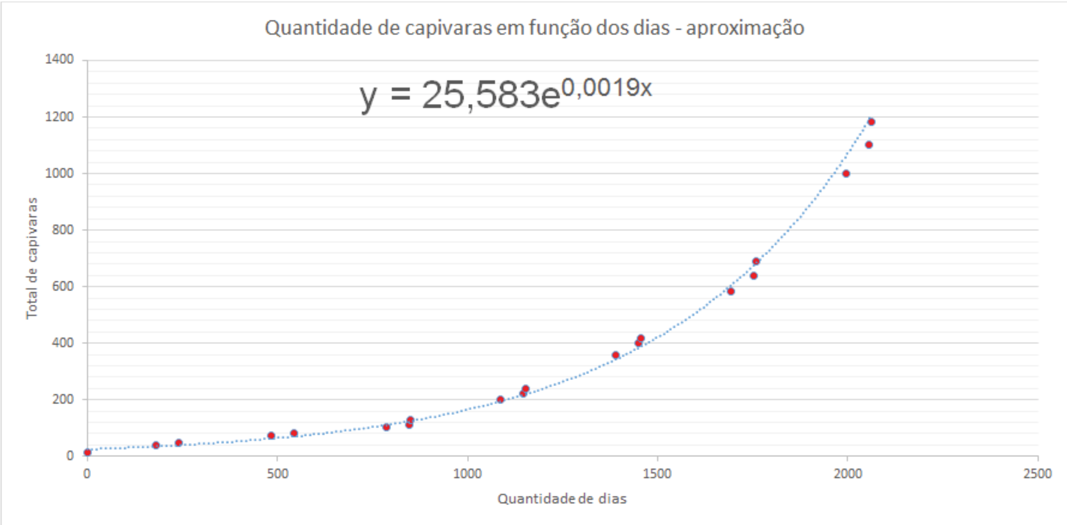
Tabela 6: Parimentos das capivaras - Aproximações

Datas	Data 1	Data 2	Data 3	...	Data 18	Data 19	Data 20
Dias	0	179	239	...	1.997	2.057	2.061
Machos	4	16	20	...	496	548	588
Fêmeas	12	24	28	...	504	556	596
Totais	16	40	48	...	1.000	1.104	1.184

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Utilizamos as ferramentas do *Excel*, e chegamos até a equação $y = 25,583 \cdot e^{0,0018 \cdot x}$, conforme **Figura 44** na sequência.

Figura 44: Quantidade de capivaras em função dos dias - aproximação



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Respondendo a pergunta inicial da quantidade de capivaras em 2026, aplicando na equação, teremos aproximadamente 180.508 capivaras.

São funções do tipo exponencial que descrevem a evolução de uma quantidade que cresce a uma taxa proporcional a quantidade presente.

No entanto devemos levar em consideração que esse resultado é absurdo, não é razoável que a população das capivaras cresça de modo indefinido, para um modelo mais fidedigno não precisaríamos levar outras variáveis em questão? A caça? A restrição de espaço? Restrição de alimento? Outras? Neste caso ignoramos por exemplo a taxa de paridez, consideramos que todas as fêmeas são férteis.

A atividade ilegal de caça é um dos muitos problemas que atrapalham o desenvolvimento de um modelo fidedigno, caso contrário as mesmas cresceriam de maneira descontrolada causando a sua explosão populacional, existe também o controle natural, se não existe oferta de alimento disponível, a população reduz. Quando tentamos prever existe um intervalo de confiança para os valores que pode ser muito grande, como os dados de nossas tabelas são todas previsões, temos erros em cada par de dados, podemos ter um modelo com resultados muito distantes da realidade.

Outras idéias poderiam ser desenvolvidas como o estudo de cálculos entre datas e anos bissextos, rompendo a matemática e adentrado na interdisciplinariedade, mas estas são sugestões, para não nos alongarmos demais acerca de um único modelo encerramos por aqui.

5.3.1 PROBLEMAS SUGERIDOS

Elaboramos uma coletânea de problemas acerca do tema pesquisado, ou de fatos que surgiram nos comentários dos problemas propostos até então.

Dividimos os problemas em problemas do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, mas claro, o nível pode variar de acordo com a abordagem dada ao problema.

Apenas estamos exemplificando algumas situações, convidamos o leitor a formular as suas próprias questões.

5.3.1.1 ENSINO FUNDAMENTAL

1) Uma capivara adulta com peso aproximado de 40 kg consome 3 kg de gramíneas ao dia, e a jovem até 20 kg consome 2 kg. Os animais acima de 40 kg podem consumir até 5 kg de gramínea fresca por dia. Considerando um grupo composto por 19 capivaras, sendo 5 adultos, 2 acima de 40 Kg, e as demais capivaras jovens de até 20 Kg. Qual a quantidade média de Kg de gramíneas consumidas ao dia pelo grupo? Quantas toneladas de gramíneas são consumidas pelo grupo em cada mês?

2) Considerando uma população de aproximadamente 84 capivaras em uma região de aproximadamente 980.000.000 m^2. Considerando ainda que a cada ano a população de capivaras aumenta em média 25% com relação ao ano anterior, depois de 7 anos, teremos aproximadamente quantas capivaras por Km^2?

3) Supondo que uma capivara de 40 kg possui aproximadamente 15 quilos de carne aproveitável para comercialização em restaurante exóticos, e tal carne é vendida aos restaurantes por RS 17,30 o kg. Estime o valor arrecada anualmente por um criador de capivaras que vende durante o ano 42 capivaras machos de peso médio 57 Kg cada e 38 capivaras fêmeas de peso médio 46 Kg[7]?

[7]Deve-se considerar que embora utilizemos proporcionalidade, as quantidades de carne aproveitável variam de machos para fêmeas e não são proporcionais ao peso total do animal, tais suposições para a resolução do cálculo são apenas fictícias e não se adequam a situações reais.

5.3.1.2 ENSINO MÉDIO

4) Levando em conta que Anderson observou um grupo com 20 capivaras, sendo 01 macho adulto, 03 fêmeas adultas, 09 fêmeas subadultas, 07 filhotes, dentre estes 04 machos e 03 fêmeas. Considerando um estudo que revele que a parição ocorra em média a cada 200 dias. Que nesta região, no parto, há predominância de machos, 62% dos nascimentos, que a primeira parição de uma fêmea ocorra em média aos 947 dias, e que a taxa média de natalidade (prenhez) foi de 72% das capivaras.

   Considerando ainda as capivaras filhotes, dois machos e uma fêmea com 86 dias cada, e dois machos e duas fêmeas com 123 dias cada, as fêmeas subadultas com idade de 1 ano e 4 meses aproximadamente, sem nunca terem tido crias, e seguirão a média da região para a sua primeira cria, e as capivaras adultas, com aproximadamente 2 anos de idade, sem também terem tido crias (fêmeas), que os filhotes são de duas fêmeas diferentes que foram mortas por atividade predatória. Tome ainda que aproximadamente 12% dos filhotes (tanto machos quanto fêmeas), não atingem a idade adulta devido a atividade de caça predatória, morrendo aproximadamente com 1 ano de idade, analise por 6 anos os parimentos a partir da data atual e determine uma equação para o crescimento desta população de capivaras.

5) Tomando a equação deteminada pela atividade anterior, analise a quantidade de machos e fêmeas do grupo e considere um peso médio de 59 Kg para machos e 41 Kg para fêmeas na época da comercialização, aproximadamente aos 4 anos de idade, se os animais fossem comercializados e considerando aproximadamente 16 Kg de carne para cada 40 Kg do animal, vendida por R$19,30 o quilo. Qual a receita bruta obtida com a comercialização dos animais que já foram vendidos após passados os 6 anos?

6) Um dos muitos motivos para a não explosão populacional das capivaras pode ser o infanticídio, que é quando as fêmeas parem no grupo e as demais fêmeas e mesmo o macho, para evitar competições, matam muitos dos filhotes, podendo ser de até 45% dos filhotes. Se imaginarmos que um observador mapeou um grupo, com aproximadamente 31 capivaras, sendo 01 macho adulto, 07 fêmeas adultas, 11 fêmeas subadultas, 12 filhotes, dentre estes 07 machos e 05 fêmeas. Considerando um estudo que revele que a parição ocorra em média a cada 219 dias, mas a primeira parição ocorre em média aos 952 dias. Que nesta região no parto há predominância de machos (73% dos nascimentos), mas que tanto machos quanto fêmeas sofrem infaticídio, aproximadamente 23% dos filhotes são mortos no nascimento, e que a taxa média de natalidade (prenhez) foi de 79% das capi-

varas. Considerando ainda as capivaras filhotes com 92 dias cada (em média), as fêmeas subadultas com idade de 1 ano e 5 meses aproximadamente, sem nunca terem tido crias, e seguirão a média da região para a sua primeira cria, e as capivaras adultas, já com 5 anos de idade em média, sendo que as fêmeas estão prenhas, faltando aproximadamente 80 dias para o parimento.

Tome ainda que aproximadamente 15% dos filhotes que não sofreram infanticídio (tanto machos quanto fêmeas), não atingem a idade adulta devido a atividade de caça predatória na região ou mesmo de doenças, morrendo antes da primeria cruza, aproximadamente aos dois anos de idade, analise por 5 anos os parimentos e determine uma equação para o crescimento populacional desta população.

6 AS PONTES TRELIÇADAS NA REGIÃO DO CONTESTADO

No estado de Santa Catarina inteiro ainda existem aproximadamente 10 pontes remanescentes do Contestado, todas muito similares em seus projetos, e com diferenças marcantes, na Cidade de Caçador, além da ponte de ferro em arco, localizada na região central de Caçador, hoje infelizmente apenas um ponto turístico, um grande elefante Branco de um século de idade, existe outra ponte de ferro, denominada pelos habitantes locais de “Ponte de Ferro do Tedesco”[1].

6.1 HISTÓRICO DE CONSTRUÇÃO E SITUAÇÃO ATUAL DAS PONTES TRELIÇADAS DA REGIÃO DO MEIO OESTE CATARINENSE

Em 1889, no fim do século XIX, com a proclamação da República, um dos últimos atos do regime monárquico (6 dias antes), foi assinar a ordem de construção da estrada de ferro no Sul do País, estrada essa que levaria desenvolvimento, prosperidade e iria melhorar a vida de muitos sertanejos da região.

No ano de 1907, passados já 18 anos da assinatura da ordem, a estrada de ferro São Paulo/Rio Grande do Sul, começou a ser construída dentro do território Catarinense, era margeada em quase toda a sua extensão pelo Rio do Peixe, e em vários pontos, fazia necessária a construção de pontes, que ligavam o estado de Santa Catarina com o estado Paranaense.

A Cidade de Caçador chegou a ser divisa entre os dois estados, em uma das muitas faixas de terras questionadas na Guerra do Contestado.

Um dos pontos onde fez-se necessária a construção de uma dessas pontes, foi na Fazenda Faxinal do Bom Sucesso.

A ponte de Ferro Central, que data do início do século XX, em primeiro momento não possuia o arco de sustentação como pode-se observar na **Figura 45**, este foi construído posteriormente.

---

[1]Recebe esse nome devido a empresa de mesmo nome que se encontra a menos de 1 Km de distância.

Figura 45: Ponte de ferro central em 1909

Fonte: Arquivo Público Municipal de Caçador

A construção levou para a cidade inúmeros engenheiros e operários, acredita-se que foi nessa época, que devido a grande variedade de caça, abundante ás margens do rio, que teria surgido o futuro nome da estação que posteriormente iria dar nome a cidade: "Rio Caçador".

Infelizmente a cidade e mesmo a empresa construtora da estrada de ferro, a Brazil Roadway Lumber and Colonization Company, não guardaram datas e números precisos acerca dessa ponte, como quantidade de ferro utilizada, qual a carga projetada que a ponte poderia sustentar, ano de construção do arco de aço, que era construído na época para uma maior estabilidade.

O pesquisador Julio Cezar Corrente, autoridade do assunto, e responsável pelo arquivo público Municipal de Caçador e Museu Histórico e Antropológico da Região do Contestado, frisa que ele próprio já tentou conseguir mais dados acerca dessa ponte, mas não existem materiais impressos ou digitais para a época, e, que os poucos que ainda lembram da época, hoje centenários, não tem nada dos dados técnicos necessários.

A Ponte liga os bairros “Centro” e “Nossa Senhora Salete”, mas devido ao avançado estado de deterioração dos dormentes, apenas algumas pessoas ainda se locomovem por esta, que anteriormente era utilizada por composições de vários vagões, sua vista aérea, **Figura 46**, impede que se observe seu verdadeiro estado de preservação.

Figura 46: Ponte de ferro central de Caçador (vista aérea)

Fonte: Arquivo Público Municipal de Caçador

Como pode-se observar, o arco tem uma estrutura que lembra um arco de parábola, o que nos levará a tentar determinar posteriormente uma função para determinar a sua altura em diferentes pontos[2].

Construída possivelmente na mesma época, a *Ponte de Ferro do Tedesco*, vista na **Figura 47**, até uma década atrás ainda permitia a passagem de trens de pequeno porte caso necessário, não possui o arco de estabilidade, possivelmente teria sido deixado para uma construção posterior, construção essa que nunca ocorreu.

[2]Funções do 2º grau possuem equações parabólicas.

Figura 47: Ponte de ferro do "TEDESCO"

Fonte: Arquivo Público Municipal de Caçador

A ponte localizada no meio da mata de araucárias da região, está a aproximadamente 1,5 Km da estrada.

Como pode-se observar na **Figura 47**, até a poucos anos atraz composições da ALL, América Latina Logística, ainda trafegavam pela malha ferroviária da região.

A ALL foi uma companhia ferroviária Brasileira e uma empresa de logística da América do Sul. No ano de 2015 a ALL foi absorvida, em uma fusão com a empresa Rumo Logística, para a criação da RUMO.

Hoje a ponte foi completamente abandonada, como observa-se na **Figura 48**, o aço utilizado já dá sinais de profunda deterioração e é alvo de vândalos, como pichadores, além de ser utilizada como região de cultos de religiões diversas.

Crianças ainda visitam o local para brincar, no entanto o local é ermo e perigoso, possui grandes lastros de madeira apodrecida e é inviável a passagem de trens nas atuais circunstâncias.

Abandonada e esquecida em quase todos os seus pontos, é com pesar que se observa a "morte" da Ferrovia do Contestado.

Figura 48: Ponte do “TEDESCO” (situação atual)

Fonte: Camargo, Adenir. 2016

A Ferrovia do Contestado tem mais de um século de história, mais de um século desde sua construção, a mesma foi projetada no ano de 1887 pelo o engenheiro João Teixeira Soares, a ferrovia tem 1403 km em toda a sua extensão e liga as cidades de Itararé (SP) até Santa Maria (RS), o objetivo era ligar as províncias de São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul pelo interior, visto que já existiam outros caminhos pelo litoral dos estados.

Com a linha era possível a ligação da então capital do país (Rio de Janeiro na época) até às regiões fronteiriças do sul do Brasil com a Argentina e o Uruguai.

A ferrovia atravessa o Meio Oeste Catarinense e cruza lugares como os rios Iguaçu e Uruguai, é paralela ao Rio do Peixe em quase 75% da extensão do rio, e corta a região do “Contestado”[3].

Depois de quase um século, no ano de 2002, a linha Sul entre os rio Iguaçu e Uruguai revelava-se já totalmente abandonada.

Por ser inviável qualquer cálculo especificamente com as pontes e sua estrutura, devido a falta de material e dados, tentar-se á desenvolver modelos matemáticos diversos que poderão ser utilizados para modelar com os alunos.

[3]O Contestado foi uma revolta ocorrida no sul do país que envolveu os sertanejos locais expulsos de suas casas, uma empresa de exploração de madeira e colonização e as forças do governo Nacional.

6.2 TRELIÇAS E CÁLCULO DE CARGA

Treliças são estruturas, onde a área da seção transversal é pequena em relação ao seu comprimento, ligadas entre si pelas extremidades, normalmente se agrupam em formatos triangulares. São reticuladas e tem todas as ligações entre barras articuladas.

Na análise de uma treliça as cargas atuantes são transferidas para os seus nós. A consequência disso em conjunto com a hipótese de ligações articuladas, é que uma treliça apresenta apenas esforços axiais (esforços normais de tração e compressão).

São utilizadas em construções com diversos tipos de materiais, como madeira, aço, ferro e outros.

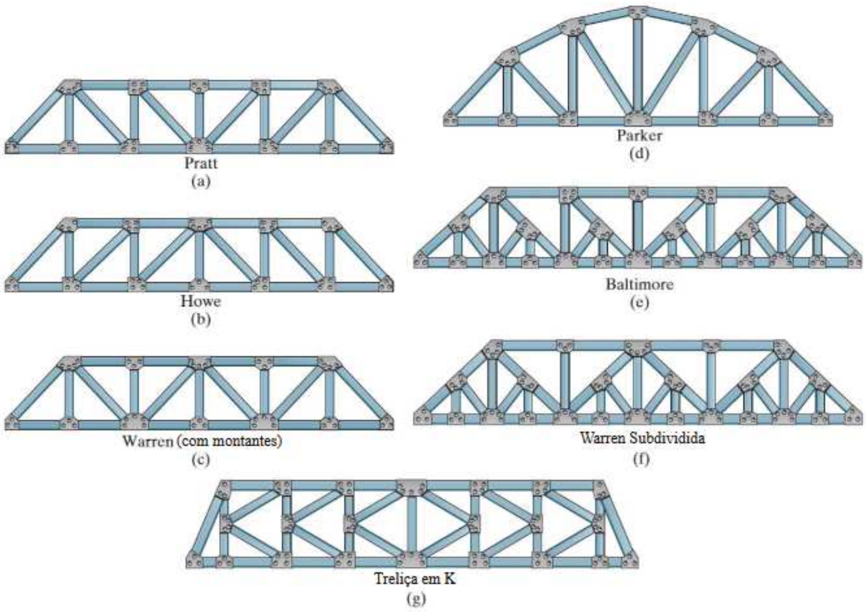
Na **Figura 49** abaixo, observa-se um modelo de ponte treliçada.

Figura 49: Modelo de ponte treliçada

Fonte: http:rltengenharia.blogspot.com.br

Podem ser utilizadas em telhados, e diversas outras estruturas onde necessita-se a distribuição de cargas e maior sustentação. Conforme os formatos recebem nomes especiais, como observa-se na **Figura 50**.

Figura 50: Tipos de treliças



Fonte: Aplicações de Sistemas Lineares e Determinante na Engenharia Civil. Dissertação de Mestrado 2015

Não é a nossa intenção nesse estudo detalhar os cálculos de treliças isostáticas, pois teríamos de adentrar em cálculos mais complexos de Física. Os mesmos estão relacionados ao conteúdo de trigonometria, envolvem os ângulos de inclinação de cada barra, sua altura e "*decomposição de vetores*".

Para a agilização dos cálculos que devem ser ao menos comentados nessa seção, utilizaremos um software livre denominado "*MD Solids*", que serve entre outros para cálculos de resistência de cargas, o mesmo pode ser obtido no site: *http://www.mdsolids.com/*

O *Software MD Solids* é um software gratuito para avaliação, podendo-se caso tenha-se interesse registrar a versão, pode ser encontrado na internet e é utilizado entre outros para análises de esforços em treliças isostáticas.

A treliça isostática é uma treliça ideal, um sistema indeformável, cujas barras possuem todas as suas extremidades rotuladas e cujas cargas estão aplicadas nestas rótulas.

Ao analisarmos a treliça, observaremos os chamados nós, os apoios e as barras, bem como as forças que agem em cada barra.

O Software *MD Solids* em primeiro momento é confuso, complexo e de difícil manejo, apresenta uma interface em inglês com várias utilizações dentro de cálculos de Resistência dos Materiais[4].

No módulo *Trusses* (Treliças), podemos desenvolver a treliça em poucos passos de forma bem didática através da do desenvolvimento de uma malha, introdução das Barras, dos Nós, dos Pontos de Apoio e das Cargas Aplicadas.

Em primeiro momento selecionamos uma nova Treliça: *New Truss*.

Em segundo momento deve-se determinar a quantidade de intervalos horizontais e verticais, bem como a medida de cada intervalo, ficando a critério das necessidades do usuário. Em nosso exemplo vamos partir de uma ponte de 36 m de comprimento por 1,2 metros de altura em sua parte Central (altura da treliça), para tal estabelecemos uma escala.

Podemos dizer que a unidade padrão será 1,2 metros, logo precisaremos de 1 espaço vertical e 30 espaços horizontais.

No próximo passo, começamos o traçado de nossa ponte selecionando as opções *Create* (Criar) e *Members* (Membros) e iniciamos a fixação das barras de nossa ponte fictícia no *software*[5].

Criamos os apoios e poderemos fixar as cargas, pode-se neste momento solicitar aos discentes que busquem dados como o peso médio de uma locomotiva com determinada quantidade de vagões para que tenham o valor aproximado dos esforços de tensão e compressão em cada barra.

Os discentes poderiam ser desafiados a pesquisarem, utilizando para tal a internet, o *Museu do Contestado*, ou mesmo manchetes de jornais.

Como a ideia de tentarmos testar a resistência das pontes históricas do Contestado é inviável, outra ideia é utilizarmos os dados coletados e como atividade prática desenvolvermos pontes de palitos de picolé ou fios de macarrão como maquetes para os testes do trabalho de modelagem desenvolvida e consolidação dos resultados obtidos.

Nesse contexto, foi desenvolvido com uma turma de Ensino Médio Técnico um trabalho de criação e modelação de um projeto de ponte em forma de uma maquete, com palitos de picolé, com os valores posteriormente testados no *Software "MD Solids"*.

Trabalhados os conteúdos específicos, depois de aprenderem a realizar os cálculos de

[4] Ver apêndice F: Interface do Software "MD Solids".
[5] Ver apêndice F: Modelo de uma ponte de treliças.

forma manual, os discentes foram orientados sobre o uso do *Software*.

Deixamos claro aos discentes que as barras de uma treliça podem estar submetidas a apenas dois tipos de esforços:

1. Tração;
2. Compressão.

No caso de treliças quando desenvolvemos cálculos, as respostas obtidas já nos dizem se é tração ou compressão dependendo do sentido , positivo ou negativo.

A Compressão faz com que as barras sejam forçadas a romperem internamente, sejam “curvadas” para dentro, no softare apresentam a cor laranja, e, a tração faz com que as barras sejam “esticadas” ao máximo, no software apresentam a cor azul.

Mais sobre o trabalho com os alunos aparece na secção “PROBLEMAS RELACIONADOS”, na sequência.

6.3 PROBLEMAS RELACIONADOS

6.3.1 PROBLEMA 1 - DESENVOLVIMENTO DE MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISE DE CARGAS EM PONTES TRELIÇADAS

Uma treliça apresenta as situações de tração e compressão, em cada caso procedemos de maneira diversa. Uma das formas de analisarmos cargas e vermos como se comportam em estruturas treliçadas, é a confecção de maquetes.

A atividade seguinte foi desenvolvida no ano de 2015 com uma turma de Ensino Técnico, com adultos e adolescentes em Séries Finais do Ensino Médio e trata de aplicações de cargas em pontes treliçadas. Os discentes tiveram instrução sobre os cálculos específicos e posteriormente utilizaram um software para verificação dos resultados.

Cada equipe foi desafiada a desenvolver um modelo diferente que aguentasse cargas diferentes, sendo as cargas estabelecidas pelo professor.

Um dos grupos em questão foi desafiado a desenvolver um modelo conforme o enunciado que se segue e a **Tabela 7**.

Sabendo que para determinarmos a quantidade de palitos de picolé em uma maquete, em casos de tração dividimos a carga por 882,9, e que para compressão utilizamos a ***Tabela 7*** *abaixo:*

Tabela 7: Constantes para compressão

Carga Máxima	Quantidade de Palitos
48,07 N	1
264,87 N	2
609,2 N	3
Acima de 609,2 N	4

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Construa uma ponte treliçada de palitos de picolé que aguente uma carga de aproximadamente 173 Kg. Utilize uma margem de segurança de 40%[6].

Em pontes de palito de picolé, para tração dividimos a carga por 882,9, trata-se de uma constante[7].

Para compressão usamos a seguinte faixa: até 48,07 N, 1 palito, até 264,87 N, 2 palitos, até 609,2 N, 3 palitos e acima disso 4 palitos. Uma carga maior será muito difícil de ser suportada pois os nós se romperão.

Esta atividade foi desenvolvida com uma turma de alunos de Ensino Técnico, mas poderia ser desenvolvida com alunos do Ensino Médio, pois está dentro do conteúdo trabalhado em sala de aula de "*Trigonometria*".

Desenvolveu-se com os educandos uma planilha eletrônica, com o uso do *software Excel*. Na planilha os alunos deveriam preencher a carga que gostariam que a ponte aguentasse, depois de calculado, o *Excel* fornecia o número de palitos que deveriam ser utilizados.

Realizou-se na instituição, a unidade do SENAI de Caçador-SC, os testes de rompimento, ou testes de carga para ver se os cálculos realizados estavam corretos, e, condiziam com a realidade.

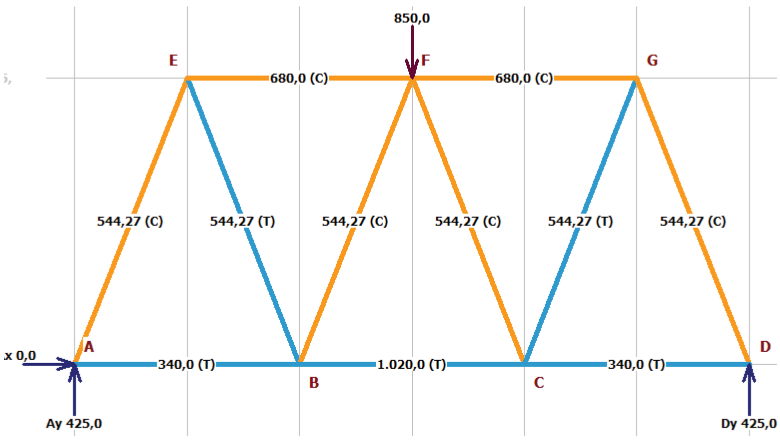
[6] A margem de segurança é um fator para aumentar a segurança de um projeto e evitar o risco de uma falha inesperada, aumentam-se as cargas à serem suportadas para garantir o sucesso do projeto.

[7] As constantes utilizadas foram obtidas de testes desenvolvidos de tração e compressão com corpos de prova e realizados na instituição.

O programa indica a compressão em laranja e a tração em azul, devendo os mesmos apenas utilizarem as tabelas e cálculos do *excel* para ver quantos palitos serão necessários, após definidos os modelos e cargas, os alunos desenvolveram o esboço das pontes em cartolina.

Realizado o esboço os discentes utilizam o *Sotware MD Solids* para chegarem até os valores das cargas distribuídas entre cada barra da treliça, posteriormente desenvolveram a treliça no software, conforme demonstrado na **Figura 51**.

Figura 51: Modelo da maquete no software *"MD Solids"*



Fonte: Camargo, Adenir. 2015

Feita a treliça e com as constantes conhecidas, apenas trabalharam algumas fórmulas simples.

Para as trações encontradas(azul), dividiram a carga por *882,9*. Para uma garantia extra, o professor sugeriu que lançassem uma força 40% maior no software Excel, como fator de segurança, foi o que os discentes fizeram.

$$\frac{544,27 \cdot 1,4}{882,9} \approx 0,86 \qquad \frac{340 \cdot 1,4}{882,9} \approx 0,5 \qquad \frac{340 \cdot 1,4}{882,9} \approx 1,62$$

E foram encontradas as quantidades, que não poderão ser decimais, 1, 1 e 2.

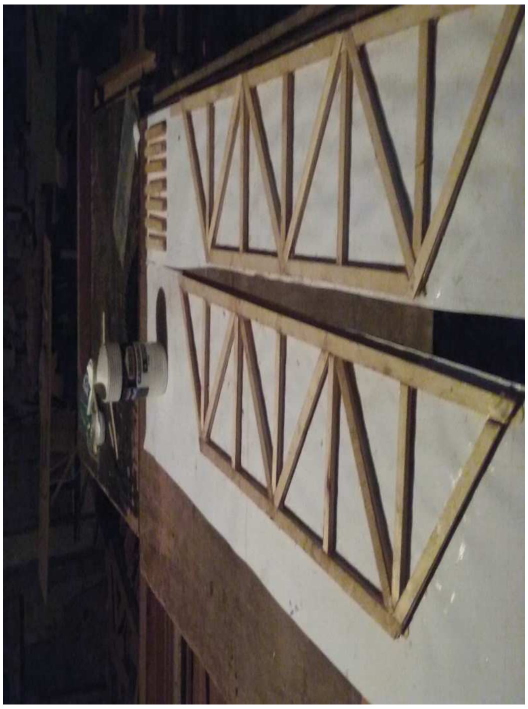
Como os discentes logo perceberam, as trações necessitam de poucos palitos, pois ela apenas "esticam" o palito, as quantidades maiores ficaram por conta das "compressões", para as compressões utilizam as constantes antes já definidas, expressas na tabela.

Com base nas cargas encontradas, $544,273$N equivalente a 3 palitos e 680N equivalente a 4 palitos, como no caso das tensões o professor sugeriu que utilizassem uma carga 40% maior, e acabou-se sendo utilizados 4 palitos em todas as barras de compressão.

Feitos os cálculos, os mesmos foram para a parte prática da construção treliças das faces da ponte, como pode-se observar na **Figura 52**, com a quantidade de palitos obtidas nos cálculos.

Esta foi a parte mais demorada, mas mais compensadora, pois os mesmos se sentiram motivados com a perspectiva de testar se os cálculos trabalhados realmente funcionavam na prática ou eram apenas teoria.

Figura 52: Confecção das treliças da maquete da ponte treliçada



Fonte: Camargo, Adenir. 2015

Cada uma das equipes desenvolveu um modelo de ponte diferente[8], com solicitações de carga diferente, e após confeccionadas realizaram os testes de rompimento na instituição, mas a ponte em questão (Modelo 6 do apêndice E), não se rompeu com a carga máxima, provavelmente devido a forma que foi confeccionada, os discentes colaram cada palito, e, após isso prensaram cada face por várias e várias vezes, repetindo o procedimento.

Findas as maquetes foram realizados os testes de resistência de carga, para testar a eficiência dos cálculos outrora realizados.

Ao testarmos em ambiente externo, a mesma aguentou uma carga de mais de 240 Kg, sendo que havia sido projetada para uma carga máxima de 242,2 Kg (margem de segurança).

[8]Ver apêndice E

Findos os testes de carga e mostrando-se efetivos os cálculos realizados em sala de aula, deu-se por encerrada a experiência de modelagem desenvolvida com os educandos.

6.3.2 PROBLEMA 2 - ALTURA DE UMA PONTE EM ARCO

Uma idéia acerca das pontes em arco, seria o uso de imagens da ponte, ou mesmo com as medidas mais baixas, que poderia ser tomadas facilmente, tentarmos determinar uma fórmula que defina a altura do arco da ponte, conforme o ponto onde nos encontramos sobre a mesma. Com esse objetivo, tomando como exemplo o arco da ponte no Centro da cidade, **Figura 53**, desenvolvemos uma fórmula que define a altura do arco da ponte em cada um de seus pontos através de equações do 2º grau.

Figura 53: Ponte em arco - Centro de Caçador

Fonte: Camargo, Adenir. 2016

Observa-se que cada uma das "faces" da ponte é composta por 6 tabulares verticais. Como cada um dos intervalos inferiores da ponte mede em média 2,56 m, e, a ponte possui 13 intervalos inferiores simétricos, temos, $(2,56 \cdot 13)$ m = $33,28$ m.

Se imaginarmos a ponte como um grande plano cartesiano com origem em seu ponto inicial, teremos que no ínicio da ponte, A, com coordenada x=0, e y=0, no fim da ponte, H, com coordenada $x = 33,28$ e $y = 0$. Tomamos mais um ponto da ponte, que no caso foi medido, chamaremos esse de ponto M, dista 52 cm da origem e possui 44 cm de altura, logo x=0,52 e y = 0,44, como observa-se na **Tabela 8**.

Tabela 8: Ponte Central no plano cartesiano

Ponto Fictício	Coordenada Eixo X	Coordenada Eixo Y
A	0 m	0 m
M	0,52 m	0,44 m
H	33,28 m	0 m

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Outra forma seria usar a simetria e considerar o "eixo y" no centro da ponte, tomando que a altura máxima, o vértice da parábola estaria na coordenada $x = 0$.

Para uma melhor visualização de cada ponto, utilizamos uma fotografia, **Figura 54**, tirada no local para determinar cada um dos três pontos, pela coordenadas já definidas na tabela.

Figura 54: Pontos com coordenadas na ponte de ferro

Fonte: Camargo, Adenir. 2016

Como estamos assumindo que o arco da ponte é uma parábola, e considerando os dados da Tabela "Ponte Central no Plano cartesiano", tomamos os três pontos para determinar essa equação. Dois são os pontos de início e fim da ponte, onde y = 0, e a parábola cruza com o eixo das abscissas, o terceiro ponto foi encontrado in loco com o auxílio de uma trena pelo pesquisador. Substituindo os pontos na equação geral de segundo grau, obtemos um sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} ax^2+bx+c=y \\ a\cdot(0)^2+b\cdot(0)+c=0 \\ a\cdot(0,52)^2+b\cdot(0,52)+c=0,44 \\ a\cdot(33,28)^2+b\cdot(33,28)+c=0 \end{cases}.$$

Com algumas manipulações: $a \approx -0,026, \approx 0,86 \quad e \quad c=0.$

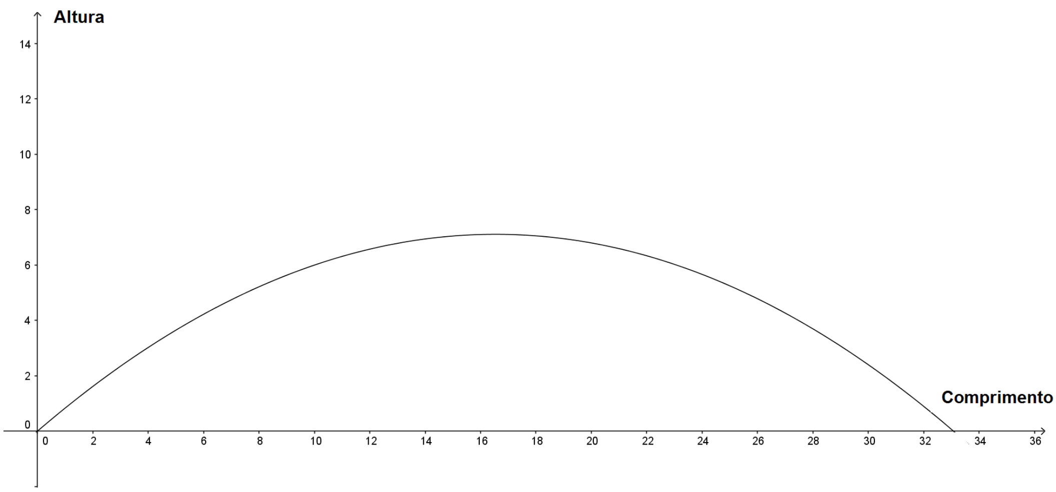
E consequentemente a equação do 2º grau dada por:

$$y=-0,026x^2+0,86x.$$

De posse da equação poderemos obter facilmente a altura máxima que como demontrado pela **Figura 55** abaixo, feita no Geogebra encontra-se no ponto Central de nossa ponte, o nosso vértice.

Poderá ser obtida através da fórmula do vértice de uma parábola, ou simplesmente substituindo o valor de x na equação pelo ponto central de nossa ponte, no caso 16,64.

Figura 55: Gráfico da altura da ponte no Geogebra



Fonte: Camargo, Adenir. 2016

Observamos que a altura máxima é de aproximadamente 7 metros, substituindo na fórmula, chegaremos até o valor exato, aproximadamente 7, 11 metros, outra possibilidade se abre nesse momento, com a altura máxima, e a distância até esse ponto, qual o ângulo formado entre o ponto máximo e um observador no início da ponte? Trabalharemos novamente com trigonometria básica, o resultado será o cálculo do *arco tangente* do valor observado, que poderá ser obtido através de uma tabela para razões trigonométricas ou uma calculadora científica.

6.3.3 PROBLEMAS SUGERIDOS

Elaboramos uma coletânea de problemas acerca do tema pesquisado, ou de fatos que surgiram nos comentários dos problemas propostos até então.

Dividimos os problemas para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, mas claro, o nível pode variar de acordo com a abordagem dada ao problema.

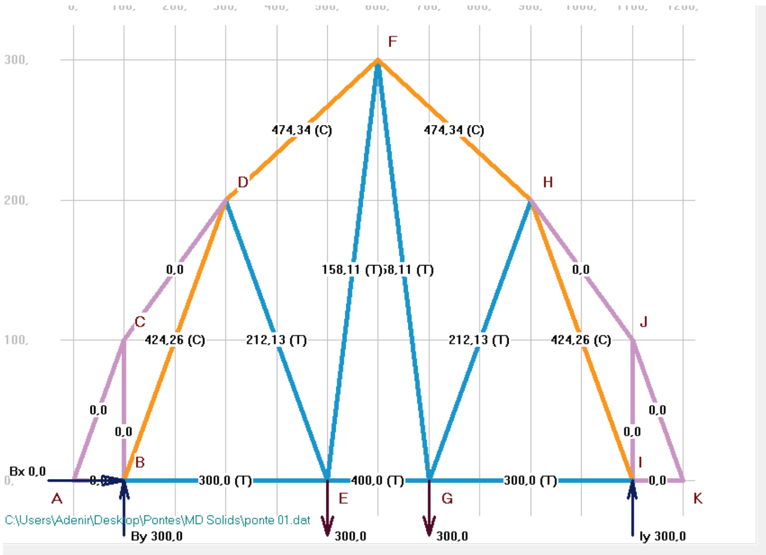
Apenas estamos exemplificando algumas situações problemas. Outros problemas, bem mais elaborados podem ser feitos, convidamos o leitor a formular as suas próprias questões.

6.3.3.1 ENSINO FUNDAMENTAL

1) Sabendo que os vagões de um trem pesam em média 91 toneladas carregados (O docente poderia fazer com que os educandos pesquisassem o peso médio de um vagão, sem fornecer-lhes esses dados), qual o peso de uma composição de 12 vagões e uma locomotiva, supondo que a locomotiva é 10% mais pesada que cada vagão carregado?

2) Uma pessoa observa o vão central da Ponte Rio Niterói sob um ângulo de 15º. Sabendo que a pessoa encontra-se a aproximadamente 269 metros de distância do vão, qual a altura aproximada do vão central da Ponte Rio-Niterói.

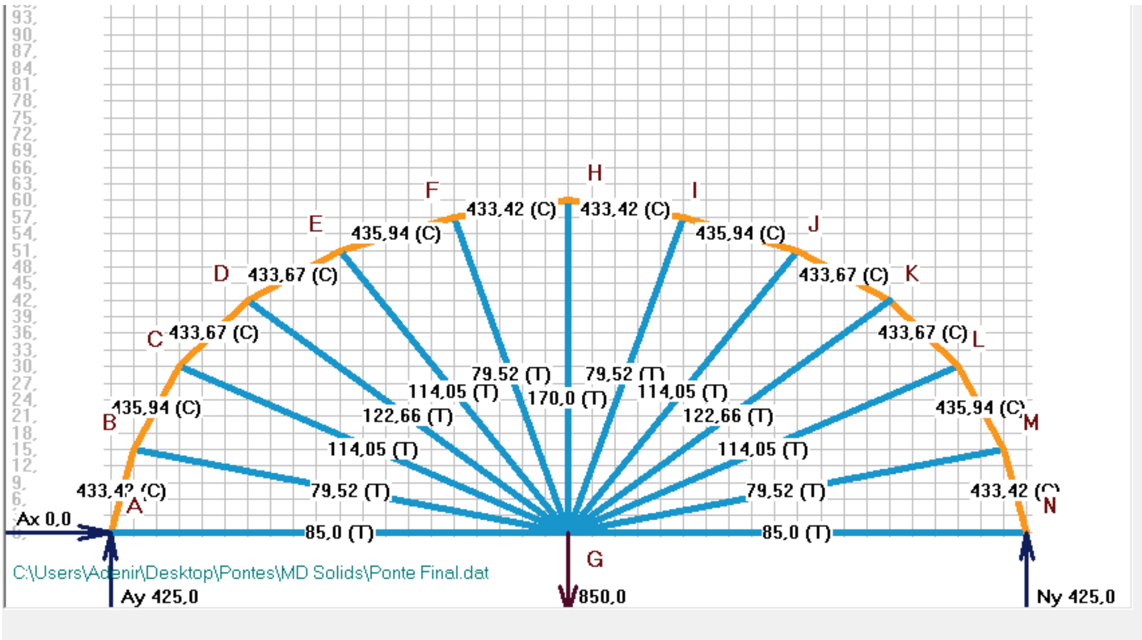
3) Com uma margem de 32% de segurança, e utilizando os valores tabelados para tração e compressão em pontes de palito de picolé, determine a quantidade de palitos necessários para o desenvolvimento da maquete abaixo. (Considere que 2 palitos de picolé são o suficiente para o comprimento de cada barra de tração central, as duas trações de 158,11 N, entre palitos inteiros e fragmentados, e que 1 palito é o suficiente para o comprimento das demais barras, sendo que palitos fragmentados não são reaproveitados em outras barras, devendo ser feito o cálculo para determinar a quantidade de palitos em espessura.)



Fonte: Camargo, Adenir. 2016

4) Um arco possui altura de 37 metros, e é observado por uma formiga sob um ângulo de 63º. Qual a distância em linha reta entre o ponto mais alto do arco e a formiga?

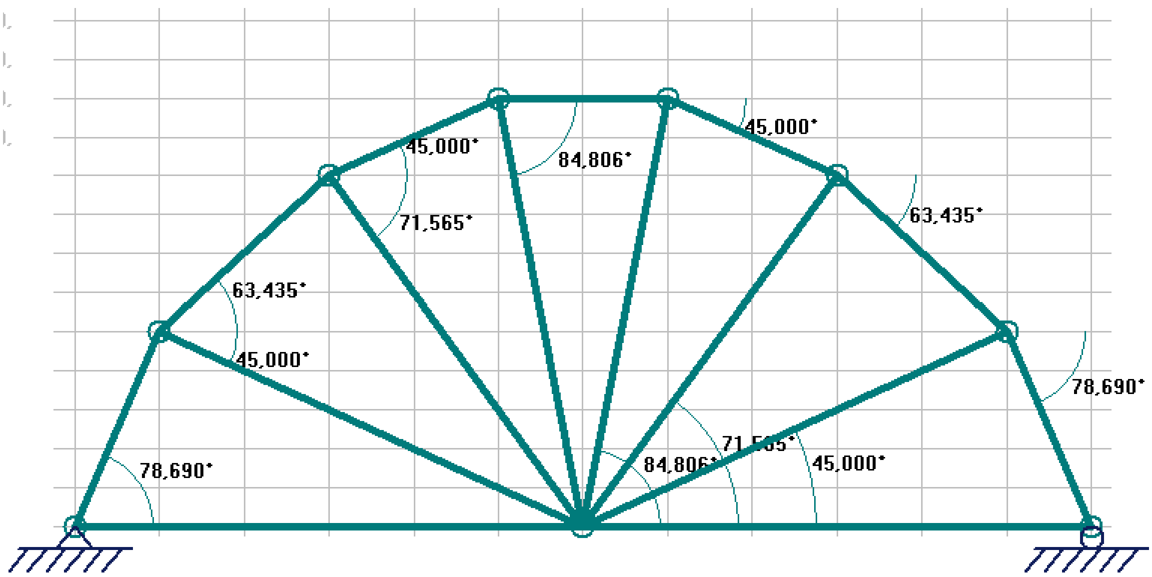
5) Tomando uma margem de segurança de 41% de segurança, e utilizando os valores tabelados para tração e compressão em pontes de palito de picolé, determine a quantidade de palitos necessários para o desenvolvimento da maquete abaixo (Considere que 2 palitos de picolé são o suficiente para o comprimento de cada barra de tração, entre palitos inteiros e fragmentados, e que 1 palito é o suficiente para o comprimento de cada barra de compressão, com excessão da base que deverá ser composta no total por 4 palitos de comprimento, sendo que palitos fragmentados não são reaproveitados em outras barras, devendo ser feito o cálculo para determinar a quantidade de palitos em espessura.).



Fonte: Camargo, Adenir. 2016

6.3.3.2 ENSINO MÉDIO

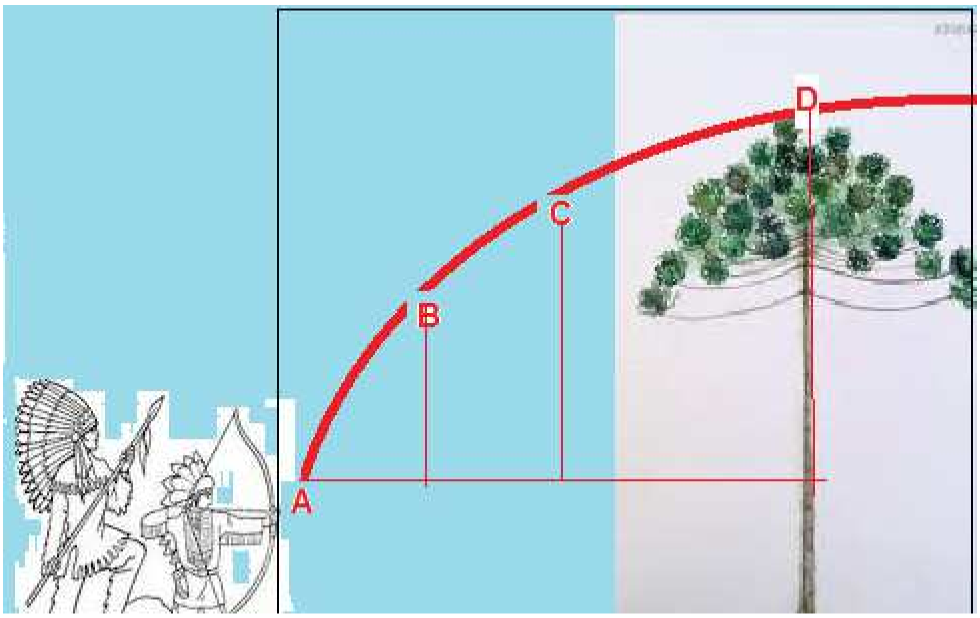
6) Sabendo que os vagões de um trem de brinquedo pesam em média 7 quilogramas carregados cada um, qual o peso de uma composição de 14 vagões e uma locomotiva, supondo que a locomotiva é 15% mais pesada que cada vagão carregado? Qual a carga a ser suportada por cada face da ponte de uma ponte de palitos de picolé? Tendo calculado as cargas, determine a carga à ser suportada por cada barra (sabendo que a carga total age no centro da estrutura), e determine a quantidade de palitos que deverá ser utilizada em cada barra para construção de uma ponte como na figura abaixo (Considere que 3 palitos de picolé são o suficientes para o comprimento de cada barra de tração, entre palitos inteiros e fragmentados, e que 1 palito é o suficiente para o comprimento de cada barra de compressão, com excessão da base que deverá ser composta no total por 4 palitos de comprimento, sendo que palitos fragmentados não são reaproveitados em outras barras, devendo ser feito o cálculo para determinar a quantidade de palitos em espessura e gravidade igual à 9,81 m/s^2).



Fonte: Camargo, Adenir. 2016

7) Na cidade de União da Vitória, sobre o Rio Iguaçú, existe uma das mais belas obras da arquitetura, a ponte em arco. Construída de Concreto armado pelo D.E.R possui aproximadamente 84 metros de comprimento. A ponte possui em seu ponto mais alto aproximadamente 15,80 metros de altura, determine a altura do arco 12 metros depois de seu início. Qual a função quadrática que esboça aproximadamente o arco da ponte.

8) Os indígenas utilizavam flechas adaptadas para a derrubada de pinhas de araucárias, chamadas "Virolas"[9]. Na imagem abaixo, dois indígenas tentam derrubar pinhas do ponto mais alto de uma araucária. O Ponto B, distante 70 cm da origem possui altura de 3 metros de altura, o Ponto C, distante 95 cm dos indígenas possui 5,17 metros de altura, sabendo que os indígenas estão a aproximadamente 3 metros da araucária, determine através de uma equação quadrática qual a altura total da árvore?



[9]Ver Capítulo: "A ARAUCÁRIA DE VÂNIO CZERNIACK".

9 Localizado em Caçador-SC, encontra-se o *Parque Central*, referência em obras de lazer para a comunidade em todo o Meio Oeste Catarinense. Na figura abaixo encontra-se uma passarela em formato de arco. Tomando seu ponto inicial, depois de 1,30 m sua altura é de 67 cm, depois de 2,00 m, sua altura é de 82 cm, depois de 2,80 m, sua altura é de 94 cm, determine através do estudo de funções quadráticas, qual a sua altura em seu ponto mais alto e qual o comprimento total da passarela?

Fonte: Camargo, Adenir. 2016

10) No filme o Senhor dos Anéis, os *orcs* tentam invadir a cidadela de *GONDOR*, para tal feito utilizam catapultas, sabendo que a distância das catapultas até os portões que estão sendo bombardeados é de aproximadamente 620 metros e que a altura máxima é encontrada na metade da distância entre os dois pontos. Qual é a altura máxima no disparo de tal catapulta, sabendo que após 60 metros de distância da catapulta a mesma já está há aproximadamente 8 metros de altura? Sabendo a altura, qual a equação da parábola (2º grau) determinada pela trajetória do "projétil"?

11) Na Cidade de Caçador-SC, no Centro, encontra-se localizada a *pinguela*, ponto turístico da Cidade em formato de arco, que liga as ruas Aristeu Porto Lopes e Avenida Aristiliano Ramos. A pinguela possui aproximadamente 29 metros e possui em sua parte inicial, altura de 2,81 m até o nível do rio[10].

Sabendo que após 43 cm de distância a mesma já possui uma altura 25 cm mais alta que em sua parte inicial, determine a altura da pinguela em sua parte mais alta, e qual a função quadrática que melhor esboça o seu formato.

[10] Alturas que foram obtidas no dia em que foram realizadas as medições, esse nível aumenta ou diminui conforme as quantidades de chuvas e épocas do ano.

7 A CRIAÇÃO DE AVES NO MEIO OESTE CATARINENSE

A Região do Meio Oeste Catarinense possui uma grande variedade de atividades econômicas relacionadas com a indústria e com a criação e abate de suínos e aves[1].

Para os criadores de aves e suínos, existem diversas perguntas acerca do tema:

1) Qual o custo para a produção destes animais?

2) Qual a melhor data de abate de tais animais para maximizar os lucros?

3) Existe uma época correta para a venda e abate destes animais?

No entanto devemos também levar em consideração que nem sempre os produtores tem liberdade para escolher a data de venda ou de abate dos animais, sendo que muitas vezes são as grandes empresas que determinam essas datas.

Contudo nesse capítulo o objetivo é trabalharmos com alguns problemas relacionados a criação de frangos e o seu ganho de peso em função dos dias.

7.1 GANHO DE PESO EM FRANGOS EM FUNÇÃO DA IDADE

Em matemática e Estatística existem diversas situações onde estudamos pares de dados (x,y), obtidos experimentalmente, ou através de dados coletados por outro pesquisador onde uma depende da outra.

Através do tratamento dos dados, podemos identificar a relação entre as mesmas como uma função linear, uma função quadrática ou outra função, se y depende de x podemos definir a função $y = f(x)$, que pode vir a ser utilizada para prever fatos futuros ou preencher dados faltantes. Observamos no entanto que a simples aproximação de um determinado conjunto de dados por uma função não garante esta previsão dos acontecimentos futuros.

[1]A criação de aves e de suínos são atividades econômicas de destaque da região do Meio Oeste Catarinense que inclusive possui uma granja de suínos considerada modelo na América Latina - “Apêndice H”.

Esses conteúdos estão dentro do estudo de Estatística e mesmo de polinômios, podendo ser trabalhados com alunos do Ensino Médio.

João, um avicultor anotou o peso médio dos seus frangos de sete em sete dias durante 99 dias, conforme expresso pela ***Tabela 9****.*

Tabela 9: Peso de frangos alojados em relação a idade

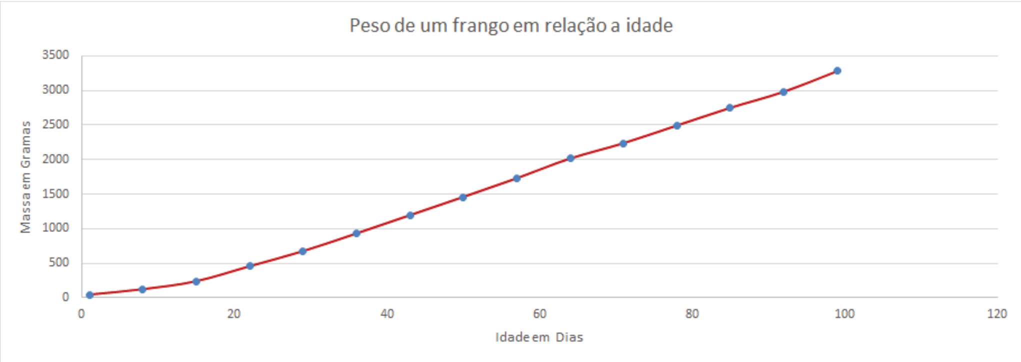
Idade(Dias)	Peso(gramas)
1	40
8	119
15	235
22	452
29	671
36	928
43	1193
50	1458
57	1729
64	2016
71	2239
78	2496
85	2753
92	2986
99	3284

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

No 99º dia João vendeu os frangos. Passada uma semana da data da venda João se perguntou, qual seria ao peso médio dos frangos? Encontre um modelo que possa ser usado para estimar o peso dos frangos uma semana após a venda, respondendo a pergunta de João.

Os dados neste experimento são dados fictícios e remetem ao estudo sobre as curvas de crescimento de frangos alojados num período de 99 dias, uma idéia seria primeiramente analisarmos a dispersão entre o ganho de peso e a idade em dias, isso pode ser facilmente analizado através de um gráfico, como a **Figura 56** na sequência. Este pode ser esboçado em uma planilha eletrônica, como o *Microsoft Excel* por exemplo

Figura 56: Gráfico de pesos de frangos em relação a idade



Fonte: Camargo, Adenir. 2016

Partimos da idéia que estes dados podem ser ajustados em uma função linear, uma função do 1º grau, conteúdo trabalhado no Ensino Médio, para termos bons dados, deveremos ter um forte *coeficiente de correlação de Pearson* (r), este mede o grau de relacionamento linear entre valores emparelhados x e y em uma amostra. Mede também a intensidade e a direção da relação linear entre duas variáveis quantitativas quanto mais esse se aproximar de "1", mais correlação tem os nossos pares de dados, e melhor será a função que aproxima tal conjunto de dados, a medida que esse coeficiente se aproxima de "0", temos pares de dados muito discrepantes, e não é viável tentarmos determinar tal função, no entanto devemos ter em mente que essa correlação nem sempre explica dependência, podemos ter uma forte correlação entre os dados sem que os pares de dados sejam dependentes[2].

O *coeficiente de correlação de Pearson (r)* é dado pela equação que se segue: $r = \dfrac{\sum(x_i \cdot y_i) - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\sum x_i{}^2 - n \cdot \bar{x}^2} \cdot \sqrt{\sum y_i{}^2 - n \cdot \bar{y}^2}}$, e a equação do peso do frango será dada por: $y = a + b \cdot x$, onde "a" e "b" são constantes obtidas para a determinação da função linear.

Para determinarmos os valores de a e b, utilizamos equações específicas:

$$b = \frac{\sum(x_i \cdot y_i) - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i{}^2 - n \cdot \bar{x}^2} \quad \text{e} \quad a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}.$$

Determinamos cada um dos termos de nossa equação.

[2]Não é nossa intenção nesse trabalho nos aprofundarmos muito em termos estatísticos e suas definições, citamos algumas fontes consultadas para a obtenção das fórmulas no apêndices "L", para quem desejar aprofundar-se no estudo do assunto.

$\bar{x}$	Média dos valores x
$\bar{y}$	Média dos valores y
$\sum(x_i \cdot y_i)$	Somas dos produtos dos valores x_i pelos valores y_i
n	Número de pares de dados
$\sum x_i$	Soma dos valores x_i (Idade em dias dos frangos)
$\sum y_i$	Soma dos valores y_i (Massa dos frangos)
$\sum x_i^2$	Soma dos quadrados dos valores x_i
$\sum y_i^2$	Soma dos quadrados dos valores y_i

Apresentamos na **Tabela 10** os dados detalhados, trazendo assim a possibilidade dos cálculos serem realizados mesmo com alunos do Ensino Fundamental II.

Tabela 10: Peso de Frangos - Cálculos para determinação de Equação Linear

n	x_i	y_i	${x_i}^2$	${y_i}^2$	$(x_i \cdot y_i)$
n_1	1	40	1	1.600	40
n_2	8	119	64	14.161	952
n_3	15	235	225	55.225	3.525
n_4	22	452	484	204.304	9.944
n_5	29	671	841	450.241	19.459
n_6	36	928	1.296	861.184	33.408
n_7	43	1.193	1.849	1.423.249	51.299
n_8	50	1.458	2.500	2.125.764	72.900
n_9	57	1.729	3.249	2.989.441	98.553
n_{10}	64	2.016	4.096	4.064.256	129.024
n_{11}	71	2.239	5.041	5.013.121	158.969
n_{12}	78	2.496	6.084	6.230.016	194.688
n_{13}	85	2.753	7.225	7.579.009	234.005
n_{14}	92	2.986	8.464	8.916.196	274.712
n_{15}	99	3.284	9.801	10.784.656	325.116
$\sum$	750	22.599	51.220	50.712.423	1.606.594

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2016

Encontramos as duas médias necessárias para o cálculo de r, de b e a: $\bar{x} = 50$ e $\bar{y} = 1506,6$.

Sendo os valores x_i e y_i, as idades em dias e as massas em gramas respectivamente, e $\bar{x}$ e $\bar{y}$, as *médias* das idades e das massas respectivamente, os cálculos podem ser realizados manualmente, com calculadora ou utilizando softwares próprios para cálculos como o excel, logo chegaremos ao valor da correlação r. Para os dados da Tabela 7 temos: $r = \dfrac{1.606.594 - 15 \cdot 50 \cdot 1506,6}{\sqrt{51.220 - 15 \cdot (50)^2} \cdot \sqrt{50.712.423 - 15 \cdot (1506,6)^2}}$, $r \approx 0,996822$. Os dados tem correlação forte, e podemos aproximar qualquer conjunto de dados por uma função, sempre que estes tiverem uma correlação forte.

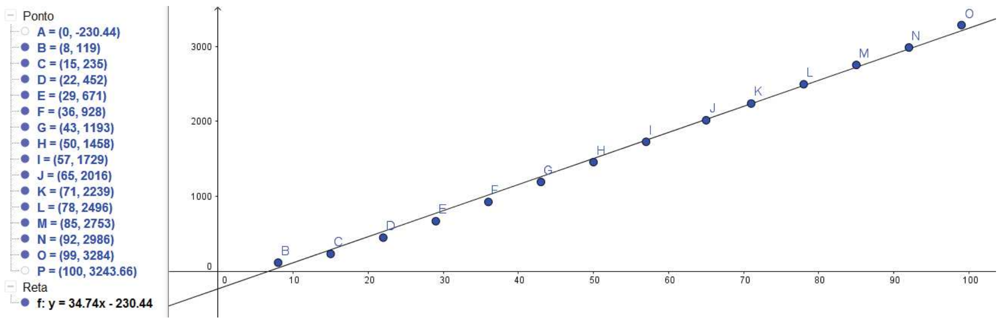
Os resultados podem ser obtidos manualmente, calculadoras ou com softwares como o próprio *excel*, e logo chegaremos até a *correlação de Pearson*, nossa constante r e a equação linear que determina o peso dos frangos em função dos dias.

$$b = \frac{1.606.594 - 15 \cdot 50 \cdot 1506,6}{51220 - 15.(50)^2} \quad e \quad a = 1506,6 - b \cdot 50.$$

Determinamos b, e consequentemente a: $b \approx 34,74082$ e $a \approx -230,441$.

A equação linear que determina o peso dos frangos em funçaõ dos dias, com base nos resultados obtidos será dada por: $y = -230,44 + 34,741 \cdot x$ representada no gráfico da **Figura 57** feito pelo *Geogebra*.

Figura 57: Equação da Reta - Ganho de peso dos frangos no Geogebra

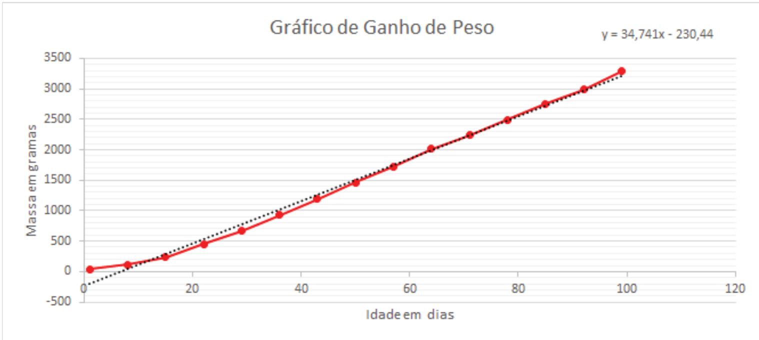


Fonte: Camargo, Adenir. 2016

Embora a equação consiga correlacionar quase todos os dados, temos claramente um problema até o 5º dia, pois o peso do frango é um valor negativo.

O *software Excel*, também permite a determinação de uma reta ajustada, através da ferramenta "Linhas de Tendência", fazemos o gráfico, conforme observado na **Figura 58** e ao selecionar essa opção o *excel* dará automaticamente uma função para o ajustamento dos dados.

Figura 58: Equação da Reta com "Linhas de tendência"



Fonte: Camargo, Adenir. 2016

Vemos que os nossos cálculos funcionaram, determinamos a mesma reta e temos um bom Modelo para os pares de dados coletados, podendo responder a pergunta de João, como João gostaria de saber o peso médio dos frangos uma semana após a venda, isto seria no 106º dia, aplicando a equação: $y = -230,44 + 34,741 \cdot x$, $y = -230,44 + 34,741 \cdot 106$, $y \approx 3452g$.

É lógico que não podemos utilizar tal função para estimar o peso passado muito tempo pois a variação de massa desses frangos muda com o passar do tempo e tende a zero, diferente da taxa que estamos utilizando.

No caso de João, passada apenas uma semana da venda ainda é viável a determinação desse peso, devemos também considerar que podemos determinar o peso do frango em outras datas do período, anteriores ou posteriores, levando sempre em consideração que a qualidade dos resultados pode ser influenciada por eventuais erros de pesagem.

Na região do Meio Oeste Catarinense exemplos como esse podem ser utilizados pelos professores da região.

Em cidades como Caçador, Rio das Antas, Videira, Água Doce, entre outras existem muitos aviários, eventualmente alguns alunos conheçam pessoas que podem informar, mesmo que não de um modo científico, os dados que podem ser tratados e até mesmo levantar discussão do quão bons são estes dados.

7.1.1 PROBLEMAS SUGERIDOS

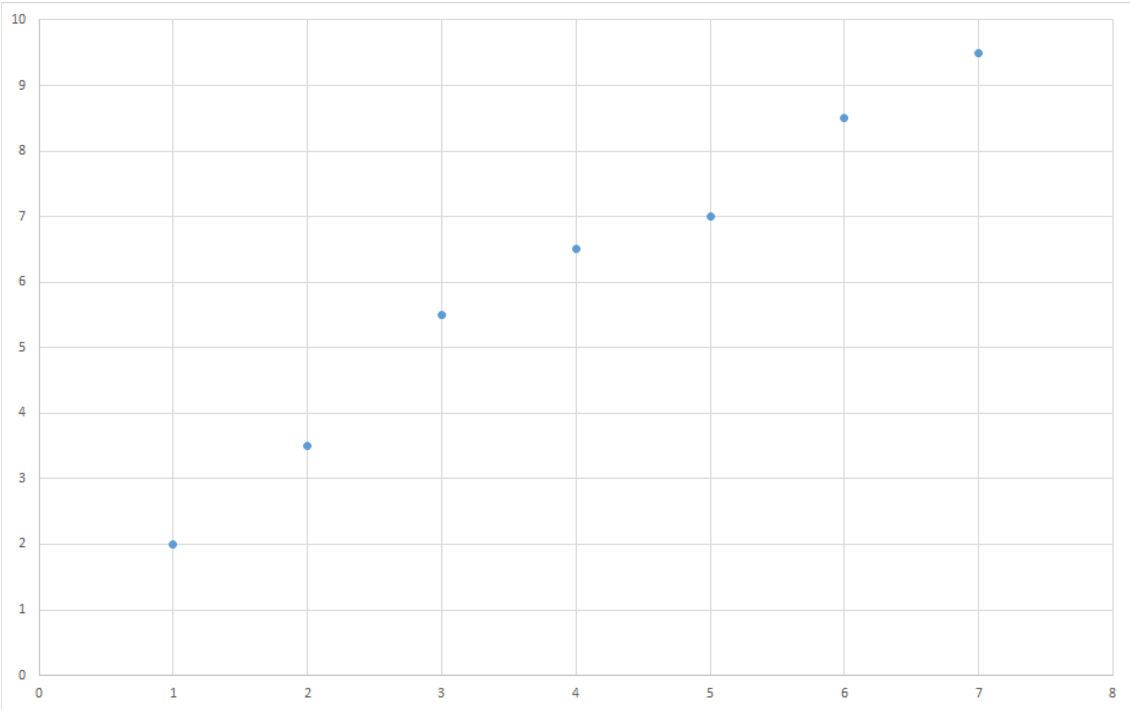
Elaboramos alguns de problemas acerca do tema pesquisado, ou de fatos que surgiram nos comentários dos problemas propostos até então.

Apenas estamos exemplificando algumas situações, problemas muito mais elaborados e detalhados podem ser feitos, convidamos o leitor a formular as suas próprias questões.

1) Determine a variação de massa semanal e a variação de massa semanal média no intervalo dos 99 dias apresentados abaixo. Utilizando uma planilha eletrônica, determine uma função para o ganho de massa em termos da idade em dias.

Idade(Dias)	**Peso(gramas)**
1	36
8	115
15	211
22	457
29	638
36	926
43	1202
50	1468
57	1712
64	2027
71	2248
78	2475
85	2768
92	2992
99	3274

2) Com base no gráfico abaixo e utilizando o recurso “Linhas de Tendência” do *software excel*, determine uma reta para os pares de dados.



3) Em um galinheiro temos em média 16 galinhas por metro quadrado e cada galinha tem um peso médio de aproximadamente 3,4 quilos.

   Sabendo que o galinheiro tem o formato de um retângulo de medidas 7 x 4 metros. Qual a quantidade de galinhas e o peso total das galinhas no galinheiro?

   Se a taxa média de ovos botados por dia é de 80% do total de galinhas, qual a quantidade de ovos produzidos por dia? Se 95% dos ovos da granja são comercializados e cada dúzia é vendida por R$4,20, qual é a receita obtida com a venda de ovos por dia?

   Qual a receita obtida ao fim de 30 dias?

   Generalize as suas respostas pensando em um galinheiro retangular de medidas *lxn* metros.

4) Com base na tabela abaixo, que representa o ganho de massa de frangos, encontre uma reta que aproxime os pares de dados e apresente os cálculos. Determine as variações de massas semanais e determine a data para o abate dos animais, supondo que temos dados até a 15ª semana de vida dos mesmos.

Idade(Semanas)	**Peso(gramas)**
1	107
2	222
3	423
4	665
5	971
6	1466
7	2079
8	2745
9	3495
10	4194
11	4870
12	5519
13	6141
14	6732
15	7290

Fonte: BIEMBENGUT E HEIN. 2000

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que o presente trabalho deixa transparecer que a Modelagem pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de matemática, tornando este processo uma tarefa mais agradável, uma vez que o aluno passa a ter mais autonomia, fazendo deste corresponsável pelo seu próprio aprendizado.

A participação do discente na escolha do tema de sua preferência, assim como na sua problematização, faz com que os conteúdos a serem trabalhados em sala de aula não sejam dissociados da sua realidade. Neste caso haverá mais conexão entre aquilo que se aprende na escola e o vivenciado e executado pelo aluno em seu cotidiano.

No entanto a utilização da Modelagem Matemática, partindo de problemas propostos pelos alunos pode apresentar certas dificuldades, principalmente à professores com pouca experiência na utilização desta metodologia[1], deixando os docentes inseguros quanto a sua aplicação.

Nosso levantamento de dados, junto aos professores de matemática do Meio Oeste Catarinense, dá indícios de que os professores da região ainda não estão familiarizados com a utilização da Modelagem Matemática no ensino, deixando os professores eventualmente receosos em utilizar propostas de Modelagem levantadas pelos alunos. Neste sentido pensamos que esta dissertação contribuiu positivamente para o ensino de matemática na região, uma vez que traz problemas que se não levantados pelos discentes e estão bem próximos destes, de fato percebe-se que é relativamente fácil adotar alguns dos Modelos Matemáticos apresentados nesta pesquisa, bastando para isso utilizar-se da metodologia empregada e não fugindo ao rigor das análises necessárias, podendo despertar maior interesse nos educandos, alavancando discussões e assim a produção do conhecimento matemático.

[1] Propostas á serem modeladas levantadas pelos discentes poderiam ser: Quais serão as próximas produções da araucária de Vânio? Qual a quantidade real de capivaras em Caçador nesse exato momento? Qual a melhor data de abate de frangos na região do Meio Oeste Catarinense com dados reais, de consumo de ração e ganho de massa? Qual a carga que ainda pode ser suportada por cada uma das pontes treliçadas da região do *Contestado*? No texto ficamos sem respostas, gerenciar tais situações tornando elas positivas pode exigir do professor um pouco mais de confiança, e clareza sobre Modelagem Matemática.

Através da contextualização, os conteúdos trabalhados ganham em significação, contribuindo para uma maior integração entre as várias disciplinas do currículo escolar, para a interdisciplinaridade, tão discutida nos currículos de ensino atuais.

Após impressa a versão final da dissertação, pretende-se publicar estes dados na *internet* para que os docentes de matemática da região e mesmo de outras regiões possam utilizar os dados para outros trabalhos futuros similares de Modelagem Matemática e possam testar a metodologia em sala de aula com seus educandos.

Outra idéia é posteriormente em curto espaço de tempo oferecer um curso *online* para que aqueles que tenham interesse no tema conheçam os tópicos estudados na dissertação e conheçam os procedimentos que foram adotados no modelos matemáticos confeccionados na dissertação.

O conhecimento adquirido no desenvolvimento da proposta com certeza vai refletir nas práticas do pesquisador e sua forma de ensino enquanto educador matemático, bem como daqueles que tiverem interesse pelo trabalho realizado.

Com esta proposta buscamos contribuir para que a Modelagem Matemática e os problemas contextualizados sejam vistos como reais possibilidades de recursos a serem utilizados em sala de aula, mais do que isso, recursos e alternativas para serem utilizadas fora dela.

REFERÊNCIAS

ALHO, C. J. R.; CAMPOS, V. M.; GONÇALVES, H. C. **Ecologia de capivara (Hydrochoerus hydrochaeris, Rodentia) do Pantanal. I. Habitats, densidades e tamanho de grupo**. [S.l.]: Revista Brasileira de Biologia, 1987.

BANDEL, J.; GURGEL, J. A. A. **Proporção do sexo em Araucaria angustifolia**. São Paulo: Silvicultura em São Paulo, 1967.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. **Modelagem matemática, perspectivas e discussões. In: Encontro Nacional de Educação Matemática - CD-ROM**. Recife: SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. **Qualidade de Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas**. Florianópolis: UFSC, 1997.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BONVICINO, C. R. e. a. **Guia dos Roedores do Brasil**. Rio de Janeiro: Organização Pan-Americana da Saúde, 2008.

CARVALHO, P. E. R. **Espécies florestais Brasileiras: recomendações silviculturais, potencialidades e uso da madeira**. Brasília: EMBRAPA-SPI, 1994.

COPINI, A. C. **Levantamento de populações de Hydrochoerus hydrochaeris no centro urbano de Caçador - SC - Trabalho de Conclusão de Curso**. Caçador: UNIARP-Universidade Alto Vale do Rio do Peixe, 2013.

CRISTOFOLLETTI, A. **Modelagem de sistemas ambientais**. São Paulo: Edgard Blucher, 1999.

DAMBROSIO, U. **Educação Matemática: da Teoria a prática**. 17. ed. Campinas: Papirus, 2009.

DANNER, M. A. **Polinização Dirigida e Plantas Monóicas no Melhoramento Genético de Araucaria angustifolia (Bert.) O. Ktze.** Curitiba: UFPR-Universidade Federal do Paraná, 2013.

DANNER, M. A.; RIBEIRO, J. Z.; ZANETTE, F. **O cultivo da araucária para produção de pinhões como ferramenta para a conservação-PESQUISA FLORESTAL BRASILEIRA**. Curitiba: UFPR-UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ, 2010.

EMMONS, F.; LOUISE, H. **Neotripical Rainforest Mammals a Field Guide**. 2. ed. Chicado e Londres - EUA: [s.n.], 1999.

FERRUZZI, E. **Modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem nos cursos superiores de tecnologia. In: World Congress on Engineering and Technology Education**. São Paulo: World Congress on Engineering and Technology Education, 2004.

FONSECA, M. C. F. R. **Por que ensinar Matemática**. Belo Horizonte-MG: Presença Pedagógica, 1995.

GALAN, J. P.; VERNETTE, E. **Vers une 4èmè génération: les études de marché On-line**. França: Revue Décisions Marketing, 2000. 39–52 p.

GOMES, M. C. **Introdução à Dinâmica Populacional**. Lisboa: Seção de Genética e Dinâmica Populacional do Departamento de Biologia Vegetal da Faculdade de Ciências de Lisboa, 2002.

IBAMA. **Primeiro curso de diagnóstico e manejo de capivaras no estado de São Paulo: plano de manejo de capivaras (Hydrochoerus hydrochaeris) de vida livre no Estado de São Paulo**. Pirassununga-SP: Relatório técnico: IBAMA, 2000.

IRITANI, M. A. **Modelação matemática tridimensional para a proteção das captações de água subterrânea - 200f. Tese (Doutorado em Hidrogeologia)**. São Paulo: Instituto de Geociências - Universidade de São Paulo, 1998.

LINNAEUS, C. **Systema naturae per regna tria naturae, secundum classes, ordines, genera, species, cum characteribus, differentiis, synonymis, locis**. 12. ed. Holmiae: reformata, 1766.

LOPES; BARBELA, S. L. **Consideraciones generales sobre la gestacion del chiguire (Hydrochoerus hydrochaeris)**. Veneza: Acta Cientz, 1987.

MATTOS, J. **O pinheiro brasileiro**. São Paulo: Grêmio Politécnico, 1972.

MATTOS, J. **O pinheiro brasileiro**. 2. ed. Santa Catarina: Princesa, 1994.

MENDES, C. A. B. **Geoprocessamento em recursos hídricos: princípios, integração e aplicação**. Porto Alegre: ABRH, 2001.

MICHAELIS. **Moderno dicionário da língua portuguesa**. 7. ed. São Paulo: Melhoramentos, 2010.

MICOTTI, M. C. O. **O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999.

OJASTI, J. **Estudio biológico del chigüire o capibara**. Caracas - República da Venezuela: Fondo Nacional de Investigaciones Agropecuarias, 1973.

PINHEIRO, M. S. **Criação de capivara em sistema intensivo**. Pelotas-RS: EMBRAPA, 2007. Disponível em: <https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/745860/1/documento200.pdf>. Acesso em: 17 de agosto de 2016.

SANTANA, M. de F. **Modelagem de experimento e ensino de cálculo. In: BARBOSA, J.; CALDEIRA, A.; ARAUJO, J. (org) Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, C. R. **Contextualização: Conceitos e Possibilidades de Ensino e Aprendizagem da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Campinas: Cadernos da FUCAMP, 2014.

SHIMIZU, J. Y.; OLIVEIRA, Y. M. **Distribuição, variação e usos dos recursos genéticos da araucária no Sul do Brasil**. Curitiba: EMBRAPA-URPFCS, 1981.

VALIENTE, E. S. P. **Aplicações de Sistemas Lineares e Determinante na Engenharia Civil - Dissertação de Mestrado - PROFMAT**. Campo Grande: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Instituto Nacional de Matemática, 2015. Disponível em: <http://repositorio.cbc.ufms.br:8080/jspui/bitstream/123456789/2382/1/EltonAcesso em: 17 de agosto de 206.

APÊNDICE A – PESQUISA SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO ENSINO DE MATEMÁTICA

UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS A SITUAÇÕES DO MEIO OESTE CATARINENSE

Prezado Professor(a)

Obrigado por dedicar parte do seu tempo para responder a este questionário. O seu *feedback* é fundamental para a realização desta pesquisa que tem como um dos objetivos contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática

TERMO DE ESCLARECIMENTO

Este questionário é parte de uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) e tem como tema: O Ensino de Matemática Através do uso da Modelagem Matemática. O objetivo do questionário, neste contexto, é obter informações sobre o perfil, experiência, conhecimento e a prática dos professores de Matemática em relação à Modelagem Matemática. Seus dados serão mantidos sob nossa guarda e responsabilidade e serão garantidos seu sigilo e anonimato. Salientamos que estaremos disponíveis para quaisquer esclarecimentos através dos dados que seguem: Pesquisador: Prof. Adenir dos Santos Camargo, RG.x.xxx.551, CPF: xxx.xxx.959-66, e-mails: camargo_adenir@hotmail.com e adenircamargo@alunos.utfpr.edu.br, telefone: (049)988197338. Universidade Tecnológica Federal do Paraná-UTFPR, CÂMPUS PATO BRANCO, Via do Conhecimento, Km 1, CEP 85503-390, Pato Branco-PR, Brasil, Fone (46)3220-2511.

IMPORTANTE!! Clicar em ENVIAR ao final do questionário.

*Obrigatório

DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO *

Declaro que estou ciente que: 1) Não receberei qualquer tipo de beneficio pessoal ou financeiro por participar da presente pesquisa; 2) Não existem possíveis desconfortos, riscos morais ou outros riscos decorrentes da participação; 3) Minha privacidade será respeitada, meus dados serão mantidos em sigilo e não serão divulgados para terceiros; 4) Posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar-me, não sofrerei qualquer prejuízo caso retire esse consentimento e de forma alguma meu nome deverá ser mencionado; 5) Tenho livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências durante a pesquisa; Finalmente, tendo sido orientado quanto ao teor do presente projeto, compreendido os reais objetivos do questionário, de forma espontânea, manifesto meu livre consentimento em participar da pesquisa.

( ) SIM, eu quero participar da pesquisa.

1.QUAL O SEU NÍVEL DE INSTRUÇÃO:*

( )ENSINO MÉDIO COMPLETO

( )GRADUAÇÃO INCOMPLETA

( )GRADUAÇÃO COMPLETA

( )ESPECIALIZAÇÃO INCOMPLETA

( )ESPECIALIZAÇÃO COMPLETA

( )MESTRADO INCOMPLETO

( )MESTRADO COMPLETO

( )DOUTORADO INCOMPLETO

( )DOUTORADO COMPLETO

2.QUAL A SUA FAIXA ETÁRIA?*

( )16-20 anos

( )21-25 anos

( )26-30 anos

( )31-35 anos

( )36-40 anos

( )41-45 anos

( )46-50 anos

( )+ de 50 anos

3.QUAL O SEU SEXO?*

( )MASCULINO

( )FEMININO

4.A QUANTOS ANOS LECIONA A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA?*

( )Nunca lecionou

( )Menos de 1 ano

( )1-5 anos

( )6-10 anos

( )11-15 anos

( )16-20 anos

( )21-25 anos

( )26-30 anos

( )+ de 30 anos

5.LECIONA ALGUMA OUTRA DISCIPLINA ALÉM DA MATEMÁTICA?*

( )SIM

( )NÃO

6.SE LECIONA OUTRA(S) DISCIPLINA(S), QUAL(IS) SÃO?*

(Caso não lecione, escreva que não leciona)

7.EM QUAL(IS) ESFERA(S) ATUA? *

(Em caso de lecionar em mais de uma rede, selecione múltiplas opções)

( )Rede Municipal

( )Rede Estadual

( )Rede FEDERAL (IFC-IFSC-UNIVERSIDADES FEDERAIS)

( )Rede Privada

8.A QUANTOS ANOS LECIONA A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA?*

(Em caso de lecionar em mais de um nível, selecione múltiplas opções)

( )Ensino Fundamental Regular

( )Ensino Médio Regular

( )EJA - Fundamental (Educação de Jovens e Adultos)

( )EJA - Médio (Educação de Jovens e Adultos)

( )Espaços de Privação de Liberdade

( )Cursos Técnicos

( )Curso Superior-Graduação

( )Especialização

( )Programas de Mestrado

( )Programa de Doutorado

9.SABE O QUE É A MODELAGEM MATEMÁTICA?*

( )PARCIALMENTE

( )SIM

( )NÃO

10.CONHECE AS ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA?*

( )PARCIALMENTE

( )SIM

( )NÃO

11.QUANTO A UTILIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SUAS AULAS MARQUE A OPÇÃO QUE MAIS SE APLICA:*

( )NUNCA UTILIZO

( )RARAMENTO UTILIZO (Em menos de 10% das aulas)

( )UTILIZO POUCO (Entre 10% e 25% das aulas)

( )UTILIZO COM FREQUÊNCIA (Entre 25% e 50% das aulas)

( )UTILIZO COM MUITA FREQUÊNCIA (Mais de 50% das aulas)

( )SEMPRE UTILIZO

12.QUANDO USA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SUAS AULAS OS PROBLEMAS PROPOSTOS (As situações propostas) SÃO EM SUA MAIORIA:*

(Caso não use marque a opção:"NUNCA USO")

( )NUNCA USO

( )RETIRADOS DOS LIVROS DIDÁTICOS

( )RETIRADOS DA INTERNET

( )LEVANTADOS JUNTO AOS ALUNOS

( )MODELOS DA REGIÃO

13.CASO JÁ TENHA UTILIZADO COMENTE UM POUCO SOBRE AS EXPERIÊNCIAS, DIFICULDADES (SE EXISTIREM) E OS RESULTADOS OBTIDOS:

14.CASO AINDA NÃO TENHA UTILIZADO RELATE QUE MOTIVOS O LEVARAM A NÃO UTILIZAR A MODELAGEM MATEMÁTICA:

15.ACREDITA QUE OS LIVROS DIDÁTICOS CONTEMPLAM O CONTEÚDO DE MODELAGEM MATEMÁTICA?*

( )PARCIALMENTE

( )SIM

( )NÃO

16.CONHECE A ARAUCÁRIA RECORDISTA DE PRODUÇÃO DE PINHÕES DE VÂNIO CZERNIAK LOCALIZADA NO MEIO OESTE, EM CAÇADOR-SC?*

( )PARCIALMENTE

( )SIM

( )NÃO

17.CONHECE A HISTÓRIA DAS PONTES DE FERRO CATARINENSES E SUA CONSTRUÇÃO*

( )PARCIALMENTE

( )SIM

( )NÃO

18.JÁ LEU ALGUMA COISA A RESPEITO DO CRESCIMENTO E MAPEAMENTO DAS POPULAÇÕES DE CAPIVARAS NA REGIÃO DO MEIO OESTE CATARINENSE?*

( )SIM

( )NÃO

19.CONHECE ALGUM MODELO MATEMÁTICO QUE UTILIZE A DATA DE ABATE DE ANIMAIS COMO SUÍNOS E AVES E O SEU CUSTO-BENEFÍCIO?*

( )SIM

( )NÃO

20.ACREDITA QUE UM TRABALHO DESENVOLVIDO NA ÁREA DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM EXEMPLOS DA REGIÃO PODE TRAZER ALGUM BENEFÍCIO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA?*

( )PARCIALMENTE

( )SIM

( )NÃO

21.COMENTE SOBRE A SUA RESPOSTA ANTERIOR DANDO EMBASAMENTO A SUA OPINIÃO:

____

____

____

____

____

22.DEIXE UMA SUGESTÃO, ELOGIO OU CRÍTICA ACERCA DO FORMULÁRIO E DO TEMA DO TRABALHO DESENVOLVIDO:

____

____

____

____

____

23.ESPAÇO DESTINADO PARA QUALQUER COMENTÁRIO QUE JULGAR PERTINENTE:

APÊNDICE B – PRODUÇÃO DE 2008 DA ARAUCÁRIA DE VÂNIO

Andar	Galho1	Galho2	Galho3	Galho4	Galho5	Galho6	Galho7	Total
1	3	3	5					11
2	3	7	2	2	16			30
3	12	4	3	10				29
4	4	6	5	7	5			27
5	1	10	15	9	4	6		45
6	11	5	8	5	3	6		38
7	1	4	6	12	5			28
8	2	7	7	9	8	7		40
9	9	12	7	4	5			37
10	12	12	7	4	5			40
11	10	4	4	5	6	3		32
12	9	3	3	2				17
13								
14								
15								
Total								**374**

Fonte: CZERNIAK, Vânio. 2008

APÊNDICE C – PRODUÇÃO DE 2015 DA ARAUCÁRIA DE VÂNIO

Andar	Galho1	Galho2	Galho3	Galho4	Galho5	Galho6	Galho7	Total
1	12							12
2	10	11	14	16				51
3	13	8	10	6	10			47
4	2	5	8	14	6			35
5	14	2	9	8	6	9		48
6	5	8	6	10	11	12		52
7	6	8	12	10	13			49
8	9	11	14	11	13	7		65
9	8	7	14	10	18	10		67
10	8	13	6	9	8			44
11	9	7	13	5	7			41
12	8	11	21	14	11	16	14	95
13	10	18	15	6	9	8	16	82
14	9	6	1	13	5			34
15	7	5	7	17	5	6		47
Total								**674**

Fonte: CZERNIAK, Vânio. 2015

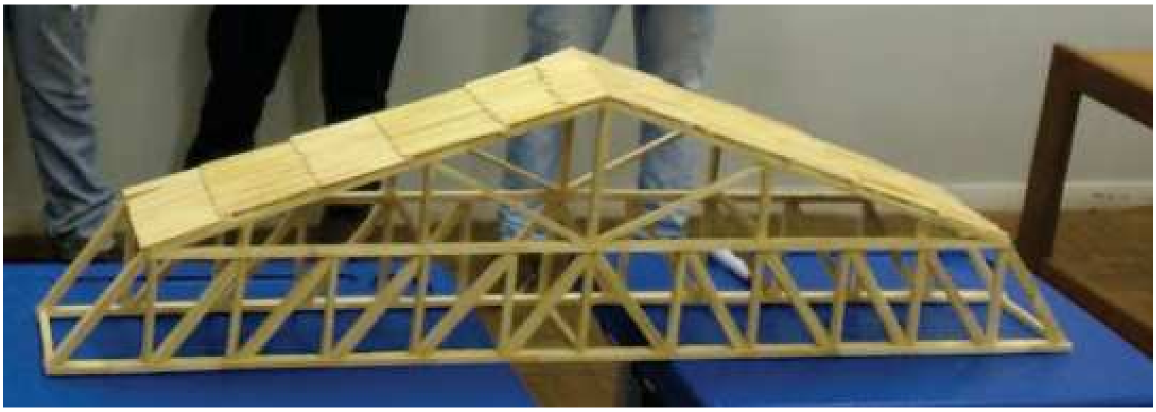
APÊNDICE D – PRODUÇÃO DE 2016 DA ARAUCÁRIA DE VÂNIO

Andar	Galho1	Galho2	Galho3	Galho4	Galho5	Galho6	Galho7	Total
1	7							7
2	5	7	12	7				31
3	5	6	6	7				24
4	12	4	5	5				26
5	17	2	3	5	7	8		42
6	5	4	8	6	5	2		30
7	9	7	0	8	9			33
8	4	5	7	8	4	4		32
9	11	9	4	2	6	4		36
10	8	2	11	10	7			38
11	9	6	7	8	9			39
12	8	11	22	14	11	16	14	96
13	10	13	5	9	8	8		52
14	5	8	8	10	12	7		50
15	1	0	1					2
Total								**539**

Fonte: CZERNIAK, Vânio. 2016

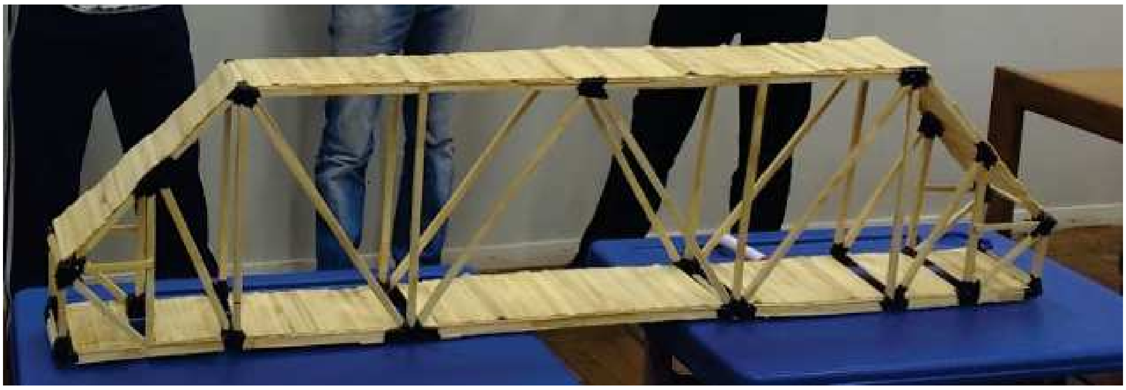
APÊNDICE E – OS DIFERENTES MODELOS DE PONTES DESENVOLVIDOS

Modelo 1



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2015

Modelo 2

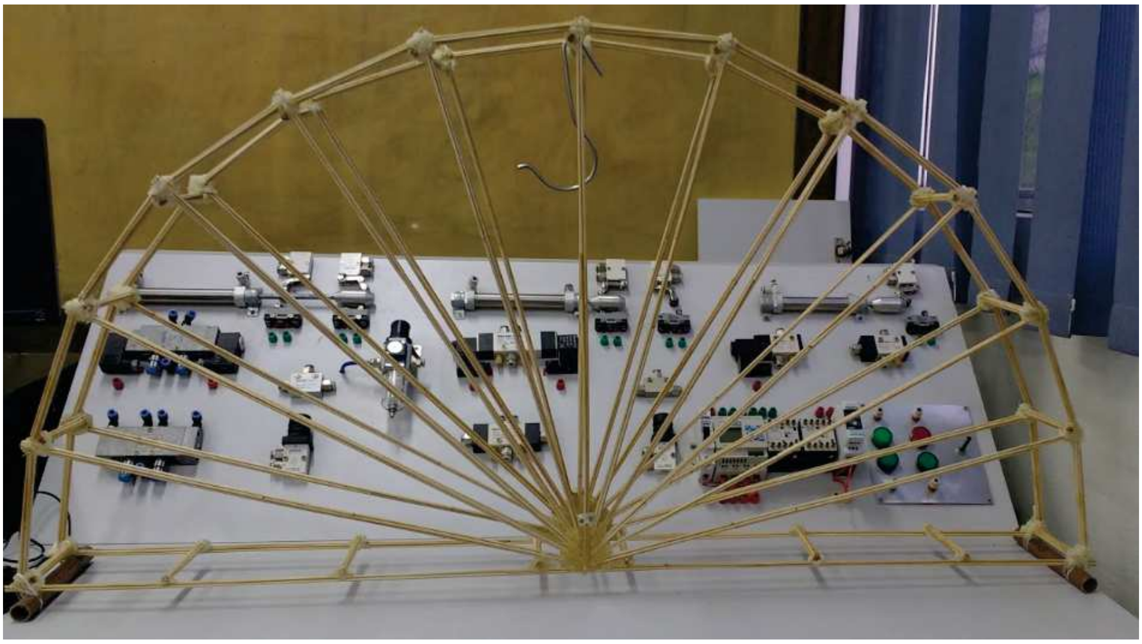


Fonte: CAMARGO, Adenir. 2015

Modelo 3

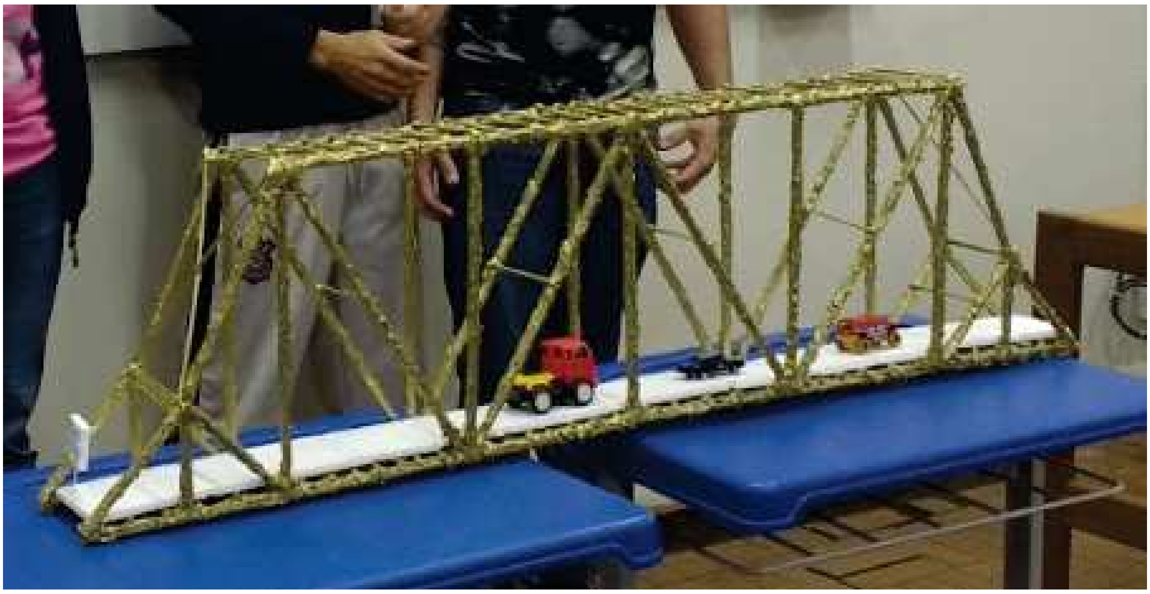
Fonte: CAMARGO, Adenir. 2015

Modelo 4



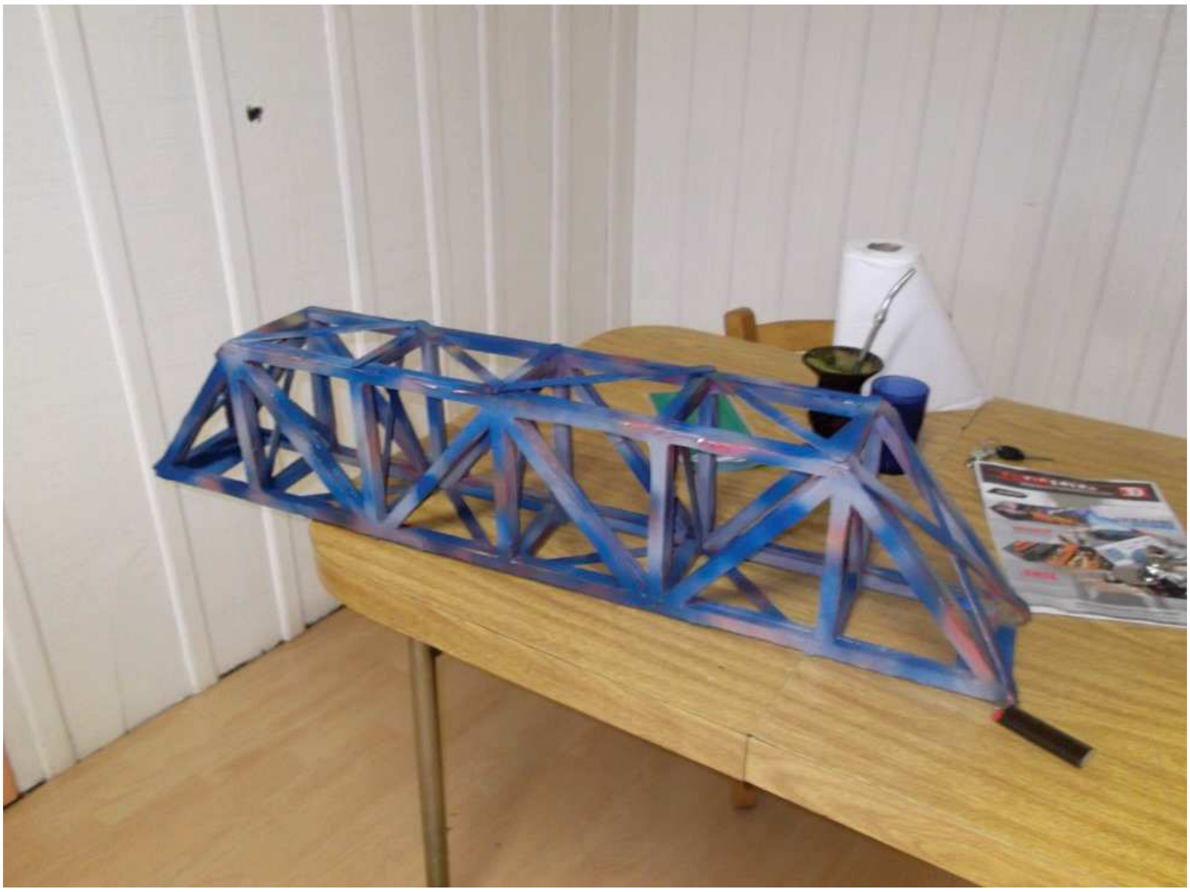
Fonte: CAMARGO, Adenir. 2015

Modelo 5



Fonte: CAMARGO, Adenir. 2015

Modelo 6



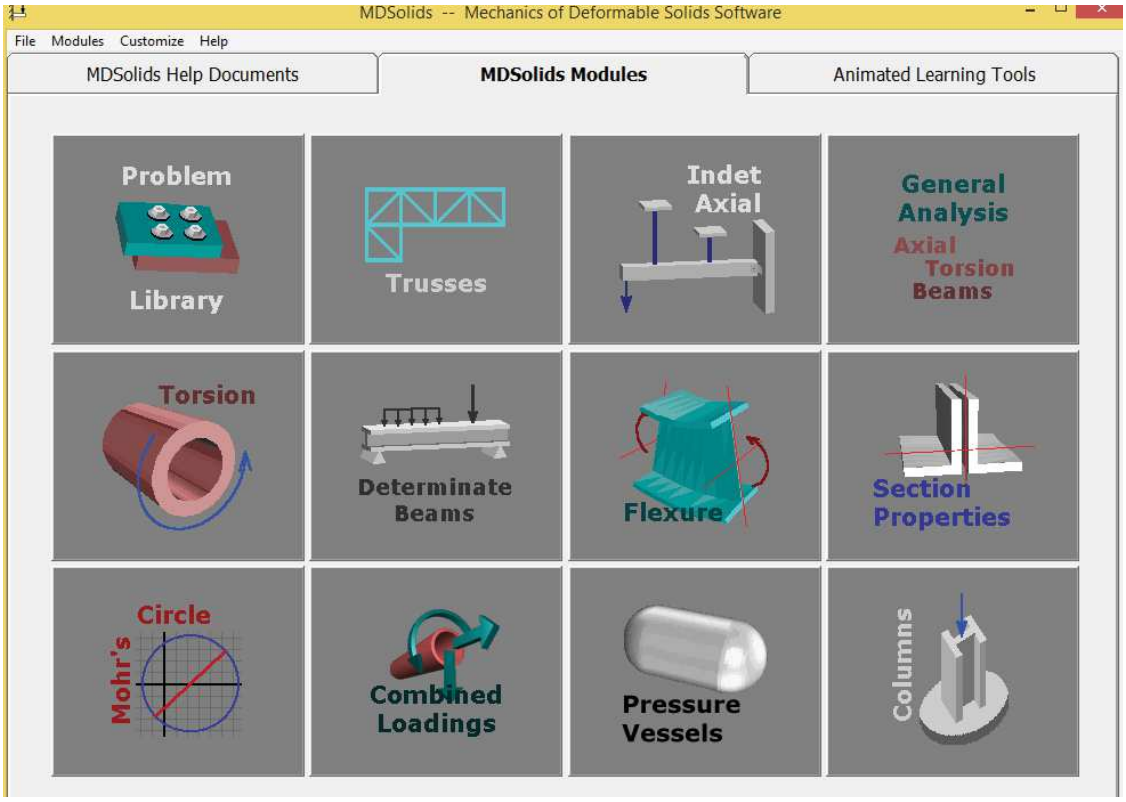
Fonte: CAMARGO, Adenir. 2015

Modelo 7

Fonte: CAMARGO, Adenir. 2015

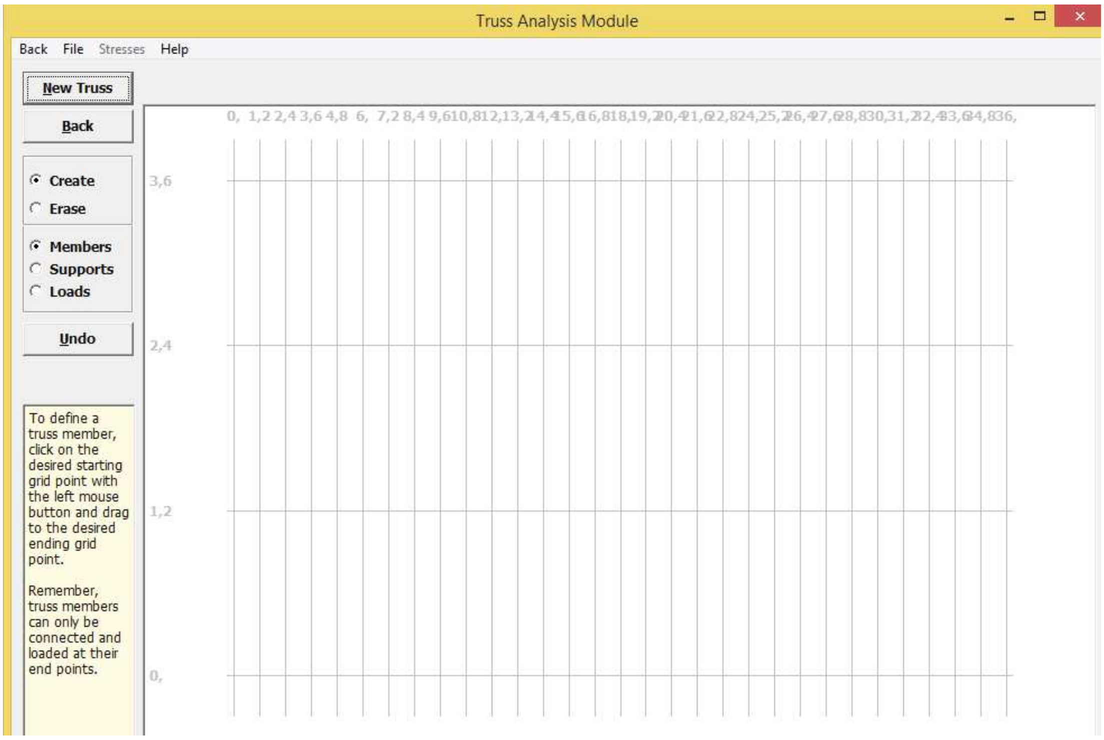
APÊNDICE F – USO DO SOFTWARE "MD SOLIDS"

Interface do Software *"MD Solids"*



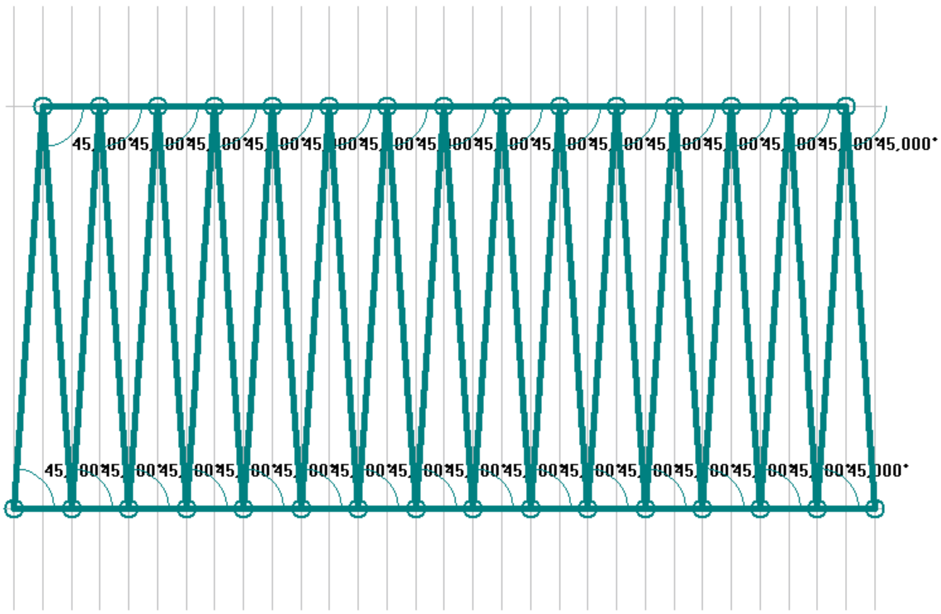
Fonte: Camargo, Adenir. 2015

Malha Modelo no Software *"MD Solids"*



Fonte: Camargo, Adenir. 2015

Modelo de uma ponte de Treliças no Software *"MD Solids"*



Fonte: Camargo, Adenir. 2015

APÊNDICE G – SITES PARA PESQUISAS E CÁLCULOS ESTATÍSTICAS

https://www.eecis.udel.edu/~portnoi/classroom/prob_estatistica/2006_1/lecture_slides /aula20.pdf

http://www.sema.edu.br/editor/fama/livros/educacao/ESTATISTICA/livro_probabilidade_ estatistica_2a_ed.pdf

https://www.passeidireto.com/exercicios-resolvidos/estatistica-aplicada-e-probabilidade-para-engenheiros-5-ed-2012-9788521619024/capitulo-2/problema-3E

http://www.ufpa.br/dicas/biome/bioreg.htm

http://www.pucrs.br/famat/viali/graduacao/engenharias/material/apostilas/Apostila_5.pdf

APÊNDICE H – GRANJA MODELO DE TAQUARA VERDE

Granja-modelo para a suinocultura em Caçador

Fonte:
https://noticiahoje.net/taquara-verde-recebe-granja-modelo-para-a-suinocultura-do-futuro/

Para mais detalhes consultar os sites abaixo:

http://noticiahoje.net/taquara-verde-recebe-granja-modelo-para-a-suinocultura-do-futuro/

http://topigsnorsvin.com.br/news/uma-granja-modelo-para-suinocultura-do-futuro/