



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL**

FLAVIO FERNANDES

**A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PRÁTICA PEDAGÓGICA NO ENSINO
MÉDIO INTEGRADO EM ADMINISTRAÇÃO DO IFSC – CAÇADOR**

**CHAPECÓ
2016**

FLAVIO FERNANDES

**A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PRÁTICA PEDAGÓGICA NO ENSINO
MÉDIO INTEGRADO EM ADMINISTRAÇÃO DO IFSC – CAÇADOR**

Dissertação de Mestrado apresentada para o Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul – Campus Chapecó, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática sob a orientação do Prof. Dr. Vítor José Petry

**CHAPECÓ
2016**

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

Av. Fernando Machado, 108 E

CEP 89802-112

Caixa Postal 181

Centro

Chapecó - SC

Brasil

Fernandes, Flavio

A Modelagem Matemática como prática pedagógica no Ensino Médio Integrado em Administração do IFSC - Caçador/ Flavio Fernandes. -- 2016.

141 f.

Orientador: Vitor José Petry.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Chapecó, SC, 2016.

1. Matemática. 2. Modelagem Matemática. 3. Ensino de Matemática. I. Petry, Vitor José, orient. II. Universidade Federal da Fronteira Sul. III. Título.



FLÁVIO FERNANDES

**A Modelagem Matemática como prática pedagógica no Ensino Integrado em
Administração no IFSC – Caçador**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vitor José Petry

Aprovado em: 20 / 12 / 2016

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Vitor José Petry - UFFS

Prof. Dr. Pedro Elton Weber - UTFPR

Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges – UFFS

CHAPECÓ/SC, dezembro de 2016

Dedicatória

A Deus pela força nas dificuldades;

À minha esposa Dianes pela paciência e companheirismo;

Aos meus filhos Tiago, Lucas e Emanuely, por permitirem me dividir com a Matemática;

Aos meus amigos de estudo da UTFPR Orlando Eduardo Ferri e Talita Marcondes pelo auxílio durante dois anos de sextas-feiras repletas de estudos;

Ao meu grande amigo Sergio Barcellos, que além de parceiro nos estudos quase que diários em 2015, conduziu-me pacientemente para as aulas quando eu estava com a perna quebrada.

AGRADECIMENTOS

À Direção e Coordenação do Instituto Federal de Santa Catarina Campus Caçador, pela confiança no trabalho desenvolvido por meio desta pesquisa. Pela parceria dos(as) professores(as): Marisa Sanson, Pierry Teza, Patrícia Martins e Ricardo Guz que contribuíram para que o trabalho fosse efetivamente interdisciplinar.

Ao Prof. Dr. Vitor José Petry pelos quase dois anos de disciplinas de Mestrado e mais um ano de pacientes orientações semanais para a efetivação deste trabalho.

RESUMO

O ensino técnico é um campo fértil de exploração de experiências práticas para a aplicação de conceitos de Matemática, gerando um enriquecimento nas possibilidades de propostas pedagógicas para as aulas de Matemática. Este trabalho explora referenciais bibliográficos e apresenta resultados da aplicação de uma proposta pedagógica de Modelagem Matemática no Ensino para uma turma do Módulo II do Ensino Médio Integrado em Administração do Instituto Federal de Santa Catarina – campus Caçador. Com a aplicação da Modelagem Matemática voltada para a criação de empresas fictícias, os alunos tiveram a oportunidade de aprender conteúdos curriculares associados a sua formação técnica, unindo a teoria, a prática e desenvolvendo do senso empreendedor no trabalho em grupo. Desta forma, os conceitos de Matemática relacionados a funções, proporções, conversão de unidades de medidas, gráficos, tabelas, uso de ferramentas tecnológicas, dentre outros foram explorados e aprofundados a partir de situações oriundas dos problemas trazidos pelos próprios alunos. Com este trabalho é possível identificar que a abordagem da Modelagem Matemática para o Ensino de Matemática evidencia fatores interdisciplinares, motivacionais e interpessoais além de oportunizar a exploração e a aprendizagem de conceitos curriculares de Matemática a partir da exploração e pesquisa de situações reais. Desafios e perspectivas acerca desta prática pedagógica também são elementos apresentados neste trabalho.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Modelagem Matemática, Ensino Médio Integrado.

ABSTRACT

The technical instruction is a fertile field of practical experiences exploration for the Mathematics application concepts, generating enrichment in the possibilities of pedagogical proposals for the classes of Mathematics. This work explores bibliographic references and presents results of a pedagogical Mathematical Modeling proposal application in teaching for a class of Integrated in Administration class in the Federal Institute of Santa Catarina - Caçador. With the application of Mathematical Modeling aimed at the creation of fictitious companies, students had the opportunity to learn curricular contents associated to their technical training, uniting theory, practice and developing the entrepreneurial sense in group work. In this way, the Mathematics concepts related to functions, proportions, units conversion, measures, graphs, tables, use of technological tools, among others were explored and deepened from situations arising from the problems brought by the students themselves. With this work it is possible to identify that the approach of Mathematical Modeling for Teaching Mathematics evidences interdisciplinary, motivational and interpersonal factors besides opportuning the exploration and learning of curricular Mathematics concepts from the exploration and research of real situations. Challenges and perspectives about this pedagogical practice are also presented in this paper.

Keywords: Teaching and learning, Mathematical modeling, Technical education.

LISTA DE QUADROS

<i>Quadro 1 - Avaliação qualitativa das atividades.....</i>	<i>38</i>
<i>Quadro 2 - Missão, lema, visão e ramo das empresas fictícias.....</i>	<i>53</i>
<i>Quadro 3 - Tabela e preços do grupo Doce Sensação.....</i>	<i>74</i>
<i>Quadro 4 - Tabela custo por unidade – 7º encontro.....</i>	<i>75</i>
<i>Quadro 5 - Tabela de custo dos morangos com a coluna do custo total após arredondamento.....</i>	<i>76</i>
<i>Quadro 6 - Tabela 1 - atividades do 7º encontro.....</i>	<i>83</i>
<i>Quadro 7 - Tabela 2 - atividades do 7º encontro.....</i>	<i>83</i>
<i>Quadro 8 - Tabela das funções lucro das empresas fictícias.....</i>	<i>87</i>
<i>Quadro 9 – Custo total da produção de mini-pizzas baseado nos dados trazidos pelos alunos e apresentados na atividade 2 do 7º encontro.....</i>	<i>90</i>

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1 – Representação percentual dos alunos da turma do Ensino Médio Integrado em Administração com relação ao gosto pela Matemática</i>	43
<i>Figura 2 - Motivos que levaram a cursar o Ensino Médio Integrado em Administração</i>	44
<i>Figura 3 - Produtos produzidos pela turma</i>	53
<i>Figura 4 - Estratégias de Marketing</i>	55
<i>Figura 5 – Produção de doces na Semana Nacional de Ciência e Tecnologia e Semana do Empreendedorismo 2016 – IFSC – Caçador</i>	56
<i>Figura 6 – Percentual dos alunos da turma por tipo de atividade</i>	58
<i>Figura 7 – Percentual de alunos da turma quanto a motivação nas aulas de Modelagem Matemática</i>	59
<i>Figura 8 - Custos fixos da empresa Brown Cookie</i>	71
<i>Figura 9 - Cálculo dos custos de água e energia elétrica da empresa Brown Cookie</i>	71
<i>Figura 10 - Tabela de custos do grupo Pizza Point</i>	74
<i>Figura 11 – Representação do custo por espeto de morangos em função do número de unidades produzidas</i>	77
<i>Figura 12 – Gráfico das funções afins obtidas na aula</i>	78
<i>Figura 13 - Linha de tendência $p(x) = -0,12x + 8,02$</i>	79
<i>Figura 14 - Gráfico de dispersão com exposição apenas da linha de tendência $p(x)$</i>	79
<i>Figura 15 - Modelo de aproximação exponencial elaborado a partir dos pontos A e F do gráfico para representar o custo por unidades de produção.</i>	80
<i>Figura 16 - Aproximações através de funções do tipo exponencial para representar o custo por unidades produzidas</i>	81
<i>Figura 17 - Atividade 1 apresentada por um dos grupos</i>	84
<i>Figura 18 - Resolução do exercício 2 do 7º encontro</i>	85
<i>Figura 19 - Estratégia de Marketing do grupo Cute Candy</i>	86
<i>Figura 20 - Gráfico para estudo da inequação com duas incógnitas</i>	88
<i>Figura 21 - Representação geométrica da solução da Inequação com duas incógnitas</i>	89

Figura 22 – Representação do custo total por quantidade de mini-pizzas produzidas	90
Figura 23 - Gráfico de dispersão dos três primeiros pares ordenados.....	91
Figura 24 – Representação da função que aproxima o valor do custo total por quantidade produzida.....	91
Figura 25 - Construção do gráfico de dispersão para os três últimos pares ordenados	92
Figura 26 - Obtenção da Linha de Tendência para os últimos pares ordenados.....	92
Figura 27 - Atividade do 10º encontro - Aluno A	94
Figura 28 – Atividade de Matemática no laboratório de Informática.....	95
Figura 29 - Tabela e gráfico representando o custo total de um produto em função de uma quantidade fictícia produzida	96
Figura 30 - Erro de sinal na atividade 2 – 10º encontro	96
Figura 31 - Exercício 2 do 10º encontro sem a simplificação de $L(x)$	97
Figura 32 - Lucro Líquido e valor para o caixinha de formatura.....	98
Figura 33 – Livro-caixa do grupo Snack do Gringo.....	98
Figura 34 – Livro-caixa do grupo Delícia Gelada	99
Figura 35 – Livro-caixa do grupo Pâtisserie.....	100
Figura 36 - Avaliação a respeito da aplicação da Modelagem Matemática.....	104
Figura 37 – Percepção da aprendizagem de Matemática com relação à produtividade	104

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	AS ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA	21
2.2	A FALIBILIDADE DA MATEMÁTICA	25
2.3	DESAFIOS NA APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA	27
2.4	REFERENCIAIS DE PESQUISA E COLETAS DE DADOS	31
3	METODOLOGIA	37
4	ANÁLISE DOS DADOS	42
4.1	CONTEXTUALIZAÇÃO.....	42
4.2	ORGANIZAÇÃO PEDAGÓGICA DOS ENCONTROS	44
4.3	RESPOSTAS AOS PROBLEMAS DE PESQUISA.....	56
4.3.1	Quais são os benefícios e os desafios trazidos pela aplicação da Modelagem Matemática como prática pedagógica para os cursos de Ensino Médio Integrado em Administração?	57
4.3.2	Quais são os cuidados necessários para que a Modelagem Matemática possa contribuir no ensino aprendizagem de alunos do Ensino Médio Integrado sem prejuízo à sua formação geral?	63
4.3.3	Quais os resultados identificados que se obtém na aprendizagem dos alunos a partir da aplicação desta Modelagem Matemática?	67
4.4	PERSPECTIVAS A PATIR DA APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	105
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	107
	REFERÊNCIAS	109
	APÊNDICES	112
	ANEXO	140

1 INTRODUÇÃO

O processo de ensino/aprendizagem da Matemática na Educação Básica sempre foi uma questão desafiadora em diferentes aspectos. São frequentes e notórias as dificuldades apresentadas pelos alunos na disciplina de Matemática, o que é facilmente percebido nos resultados das avaliações realizadas na sala de aula e em avaliações externas como na Prova Brasil e no próprio exame do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio).

Mesmo com diversos avanços nas metodologias e práticas para favorecer o processo de ensino/aprendizagem da Matemática, existem alguns fatores que podem influenciar quanto à dificuldade dos alunos nos componentes curriculares de Matemática os quais podem estar associados: a desvinculação dos conteúdos curriculares à realidade dos alunos; a falta de base conceitual de assuntos pertinentes aos anos iniciais ou ao ensino fundamental; a falta de preparação de alguns professores de Matemática associadas ou não a sua formação (ênfatizando que não são todos os professores com esta característica); o pouco tempo disponível de aulas para se trabalhar o que é proposto nos currículos; aspectos disciplinares, sociais e relacionais dos indivíduos que fazem parte do processo de ensino/aprendizagem, dentre tantos outros. Com tantos fatores que podem influenciar negativamente no ensino da Matemática, o professor deve buscar elementos motivacionais para incentivar os alunos a buscar e significar os conhecimentos necessários para uma melhor formação humana e profissional. Contudo, enfatiza-se que não são apenas aspectos negativos que permeiam o ensino da Matemática. Aspectos a serem valorizados serão também apresentados no desenvolvimento deste trabalho, não como a solução para o ensino da Matemática, mas como mais uma alternativa de favorecer a aprendizagem.

Comumente há questionamento por parte dos alunos acerca da utilidade prática dos conceitos de Matemática que fazem parte do currículo escolar. Assim, na expectativa de muitos alunos (e até de muitos pais e docentes), todos os conceitos abordados na escola devem ter ligação direta com a ordem prática de aplicação no dia-a-dia. Esta visão é importante no processo de ensino e aprendizagem, porém,

para que a ciência e o próprio ensino continuem evoluindo, é preciso ir além do dia-a-dia e potencializar situações mais elaboradas e voltadas à preparação do futuro dos alunos, pois será lá que ocorrerão as aplicações de muitos dos conhecimentos construídos durante todo o processo de ensino. Toda realidade pode e deve ser transformada a partir daquilo que se conhece rumo a uma nova realidade advinda de associações e percepções de novos conceitos e teorias. O que se deseja destacar com isso é que conceitos que eventualmente não mostram uma aplicação imediata podem contribuir para solução de problemas que ainda não foram solucionados e esta constante busca de respostas é o que deve motivar o ensino não só daquilo que já tem aplicação imediata, mas também daquilo que tem potencial de aplicação, mas que eventualmente ainda não foi utilizado. Este aspecto da “provável” aplicabilidade de determinadas teorias desenvolvidas tanto pela Matemática quanto por qualquer outra ciência, infelizmente, torna o aprendizado de determinados conceitos muito abstrato e até mesmo fútil na percepção de muitas pessoas.

Observando a LDB (Leis de Diretrizes e Bases da Educação), percebe-se que o Ensino Médio no Brasil é direcionado a uma formação geral voltada à cidadania e ao mercado de trabalho e que o Ensino Médio Profissionalizante, além de trazer este caráter de formação geral, também direciona a uma profissionalização específica, de acordo com a escolha do curso. Neste sentido, a contribuição da Modelagem Matemática pode ser um fator motivacional positivo pelo fato de trazer em suas características uma abordagem aplicada da Matemática a partir de situações próximas aos objetivos profissionais dos alunos. A relevância da motivação no ensino de Matemática é destacada no texto que segue:

Uma hipótese subjacente à proposta de Modelagem Matemática na Educação Matemática é que a abordagem de questões reais, oriundas do âmbito de interesses dos alunos, pode motivar e apoiar a compreensão de métodos e conteúdos da matemática escolar, contribuindo para a construção de conhecimentos bem como pode servir para mostrar aplicações da Matemática em outras áreas do conhecimento. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 30)

O aspecto motivacional evidenciado no texto acima, suscita a curiosidade de uma investigação sobre a influência da Modelagem Matemática no aprendizado dos alunos de Ensino Médio Técnico. Desta forma, esta pesquisa, busca responder ao seguinte problema: A aplicação da Modelagem Matemática no Ensino Médio Integrado em Administração traz benefícios à formação geral dos alunos? Assim, o

objetivo principal é **identificar benefícios da Modelagem Matemática para o ensino de Matemática no Ensino Médio Integrado em Administração.**

Algumas questões pertinentes a esta pesquisa que se buscou responder no desenvolvimento deste trabalho são: 1 - Quais são os benefícios e os desafios trazidos pela aplicação da Modelagem Matemática como prática pedagógica para os cursos de Ensino Médio Integrado em Administração? 2 - Quais são os cuidados necessários para que a Modelagem Matemática possa contribuir no ensino aprendizagem de alunos do Ensino Médio Integrado sem prejuízo à sua formação geral? 3 - Quais os resultados identificados que se obtém na aprendizagem dos alunos a partir da aplicação desta Modelagem Matemática? Estas questões serão retomadas no capítulo 4 juntamente com as considerações pertinentes a cada uma.

Com o intuito de responder ao problema de pesquisa proposto, buscou-se investigar os benefícios da Modelagem Matemática aplicada no ensino do componente curricular de Matemática. Inicialmente foi desenvolvida uma pesquisa bibliográfica acerca das diferentes concepções de Modelagem Matemática para o ensino. Para refletir a viabilidade pedagógica desta pesquisa, também foram verificados os objetivos e finalidades dos Institutos Federais, principalmente quanto ao Ensino Médio Integrado, bem como o Projeto Pedagógico do Curso de Ensino Médio Integrado em Administração do Instituto Federal de Santa Catarina – Campus Caçador.

A partir deste embasamento teórico, foi desenvolvida uma proposta de aplicação de Modelagem Matemática à turma de Ensino Médio Integrado em Administração, dividindo a turma em grupos que desenvolveram as atividades parcialmente em aula (uma a três aulas por semana durante três meses) e atividades extraclasse conforme foi necessário. Foi aplicado um questionário anterior ao desenvolvimento do projeto de modelagem e outro ao final das atividades¹, tratando de perspectiva de futuro dos alunos, anseios a respeito da disciplina de Matemática e também percepções relativas ao desenvolvimento da Modelagem Matemática. Durante o processo de execução do projeto, foram registrados (por meio de diários, gravações de áudio, fotos, arquivos de planilha eletrônica, pdf, produções escritas dos alunos e vídeos) elementos pertinentes ao aprendizado, bem

¹ Questionários disponíveis nos apêndices.

como manifestações positivas ou não dos alunos acerca deste trabalho. Os alunos aplicaram os conhecimentos obtidos pela Modelagem Matemática, executando uma prática empresarial na qual controlaram e produziram os lucros ou prejuízos obtidos no processo, assinalando elementos positivos e negativos percebidos ao longo das atividades.

Uma das motivações para o desenvolvimento deste trabalho que leva a uma expectativa positiva quanto aos resultados almejados refere-se ao fato da aplicação deste estar direcionado ao Ensino Médio Integrado (neste caso em Administração). Este fator é muito significativo devido à característica que o ensino técnico tem de ser voltado à formação profissional. Enfatiza-se que o aluno, ao optar por esta modalidade de ensino, está consciente de que existe um direcionamento do ensino e aprendizagem focado para o mercado de trabalho na área de Administração. Desta forma, as competências e habilidades adquiridas durante o processo de ensino e aprendizagem devem suprir as necessidades que o mercado de trabalho impõe nesta área. Evidentemente, este direcionamento profissional que é característico dos cursos técnicos não exige os professores de abordarem a formação geral pertinente ao Ensino Médio, haja vista que alguns alunos poderão seguir seus estudos no nível superior não necessariamente associado a sua formação técnica. Assim, um projeto de Modelagem Matemática focado em situações práticas da área específica não se constitui como única alternativa para as aulas de Matemática, tendo a necessidade de formalização de conceitos abordados nas atividades de modelagem, bem como a complementação com aspectos que não são abordados no processo de modelagem.

Esta dissertação está organizada em 5 capítulos. Após a introdução, no capítulo 2, será apresentada a fundamentação teórica pertinente a Modelagem Matemática na perspectiva de diversos autores, onde será explanado sobre suas etapas, aplicações e desafios no ensino. No capítulo 3 apresenta-se a metodologia utilizada na presente pesquisa, onde se explicita em linhas gerais as estratégias na abordagem das atividades e nos métodos de registros e avaliações do processo. No capítulo 4 são expostos os resultados obtidos por meio da pesquisa, acompanhados da análise dos dados coletados. O capítulo 5 apresenta as considerações finais, abordando entre outros aspectos algumas potencialidades deste trabalho e a avaliação dos resultados frente ao problema de pesquisa proposto.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ao se trabalhar diferentes disciplinas nos cursos de Ensino Médio Profissionalizante são imprescindíveis aos professores a reflexão sobre a abordagem dos conceitos bem como a sua aplicabilidade na vida pessoal e profissional do aluno após a sua formação. Não se trata de “minimizar” os conteúdos ao universo profissional, mas buscar o máximo de associações que possibilitem ao aluno o interesse de conhecer e explorar cada vez mais a sua futura profissão por meio de saberes específicos de cada disciplina ensinada, haja vista que qualquer profissão, assim como o conhecimento, não é algo pronto ou acabado.

A relevância prática do conhecimento que é proposto nos currículos escolares sempre foi um tema desafiador e, muitas vezes, questionável na história da educação. A tônica em sala de aula, muitas vezes, é a seguinte pergunta: “Professor, onde na minha vida eu vou usar esse conteúdo?”. Tal questionamento clama que o ensino deve estar pautado em assuntos de ordem prática, onde a sua aplicação esteja associada na realidade cotidiana da qual o aluno faz parte. Isso pode ser justificado pela maneira com que o professor conduz o ensino em sala de aula. Discussões acerca desse tema já vêm de longa data, como mostra o texto a seguir:

Sabe-se que a típica aula de Matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D’AMBRÓSIO, 1989, p. 15)

Para mudar tal concepção de ensino/aprendizagem, nesta época já eram sugeridas abordagens diferenciadas em sala, como resolução de problemas, Modelagem Matemática, história da Matemática, o uso de computadores e jogos matemáticos (D’AMBROSIO, 1989), buscando apresentar a Matemática não como um “corpo de conhecimentos acabado e polido”, mas como uma ciência em construção. Neste sentido, já se observa o aparecimento da Modelagem Matemática como uma alternativa de trazer o aluno para o centro do processo de ensino, haja vista que anterior a esta época, a centralização do ensino estava na figura do professor. Os defensores do uso da Modelagem Matemática, como Barbosa (1999 *apud* PRADO et al, 2014, p. 505) nos dizem que “a modelagem redefine o papel do

professor no momento em que ele perde o caráter de detentor e transmissor do saber para ser entendido como aquele que está na condução das tarefas, numa posição de partícipe”.

Burak comenta acerca da relação entre a Matemática Aplicada e a Modelagem Matemática a partir do século XIX, bem como da preocupação do Ensino de Matemática com esta prática pedagógica:

Até o século XIX, a Matemática Aplicada esteve mais estreitamente ligada à Física e à Engenharia, elaborando aplicações da Matemática ao estudo dos problemas dessas disciplinas. A Matemática Aplicada envolve duas atividades essenciais: a Modelagem Matemática e o uso de técnicas matemáticas. Há quase três décadas a expressão Modelagem Matemática tornou-se uma expressão mais usada do que a Matemática Aplicada. (BURAK, 1992, p. 59)

Para Burak, a Modelagem Matemática está presente desde a pré-história afirmando que “A capacidade do homem de raciocinar, refletir e pensar permitiu-lhe questionamentos sobre a natureza e os seus fenômenos como a chuva, o frio, o furacão, o vento, os terremotos e outros” (BURAK, 1992, p. 61). A Matemática que contribuiu para a exploração científica destes e de tantos outros questionamentos do homem. De acordo com Weber e Petry (2015), nas últimas 3 décadas acentuou-se um movimento de aplicação da Modelagem Matemática no Ensino de Matemática.

A modelagem vem sendo difundida, principalmente nas últimas três décadas, por alguns estudiosos e professores da Educação Matemática embora ainda existam divergências quanto o seu uso em sala de aula, tanto entre docentes quanto entre autores. (WEBER; PETRY, 2015, p. 3)

Quanto à definição, Bassanezi (2009, p. 16) afirma que “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Neste sentido, acredita-se que sua aplicação no Ensino Médio Integrado em Administração traz para a sala de aula diversos elementos de ordem prática a serem explorados e teorizados na disciplina de Matemática, agindo de maneira complementar ao desenvolvimento deste componente curricular. Dentro desta perspectiva, vale refletir que “Um problema matemático pode ser contextualizado, mas a ‘contextualização’ pode introduzir um mundo artificial.” (BORBA e SKOVSMOSE, 1997, p.130), ou seja, a “parte real” do problema pode não ser real na percepção e vivência do aluno. Isso pode nos levar a um desafio: a partir da

realidade do aluno, apresentar uma realidade diferente (ou mais abrangente) a qual o aluno eventualmente não tem acesso, mas que precisa tomar conhecimento para a própria construção do seu conhecimento.

Vale destacar o papel do Ensino Médio na formação do indivíduo de acordo com a lei número 9394/96 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação) nas seções IV e V. Nesta, dentre as finalidades apresentadas no artigo 35, tem-se: a preparação básica para o trabalho e cidadania de modo a capacitar para aperfeiçoamentos posteriores (inciso II) e “a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria e a prática, no ensino de cada disciplina” (inciso IV). Já no artigo 36, parágrafo 11 (alterado pela Medida Provisória 746/2016) diz que a oferta da formação técnica e profissional considerará “a inclusão de experiência prática de trabalho no setor produtivo ou em ambientes de simulação [...]” Nesse sentido, percebe-se a preocupação com o ensino voltado para a prática profissional associada ao curso ofertado.

No que se refere a “Educação Profissional Técnica de Ensino Médio”, o artigo 36-A da lei 9394/96 enfatiza que o Ensino Médio poderá preparar o aluno para o exercício de profissões técnicas e em seu parágrafo único apresenta as diversas modalidades de Ensino Médio Técnico. Este projeto foi aplicado na “educação profissional técnica de nível médio” de maneira articulada com o Ensino Médio, ou seja, de maneira que conduza o aluno a habilitação profissional técnica de Ensino Médio na mesma instituição de ensino (no caso, IFSC - Caçador).

Dentre os aspectos relevantes a este projeto, e que estão presente na Lei 11.892/2008 (que institui os Institutos Federais), tem-se nas seção II (artigo 6º) e seção III (artigo 7º) algumas finalidades, características e objetivos que também contribuem na justificativa dos benefícios da Modelagem Matemática para o ensino técnico conforme se observa ainda nos seguintes incisos do artigo 6º:

- II - desenvolver a educação profissional e tecnológica como processo educativo e investigativo de geração e adaptação de soluções técnicas e tecnológicas às demandas sociais e peculiaridades regionais; [...]
- VIII – realizar e estimular a pesquisa aplicada, a produção cultural, o empreendedorismo, o cooperativismo e o desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 2008)

Ao que tange o inciso VIII do artigo citado, Campos e Araújo (2015, p. 326) enfatizam que uma metodologia pode aproximar uma prática pedagógica a uma pesquisa afirmando que “quando um pesquisador promove intervenções no contexto

em que realiza sua pesquisa, há a possibilidade de ele estar desenvolvendo uma pesquisa-ação”. Neste sentido, um aspecto de grande relevância à utilização da Modelagem Matemática é o caráter investigativo pertinente a esta abordagem. Ao propor a Modelagem Matemática, os alunos e professores tornam-se pesquisadores do tema sugerido e a prática pedagógica mistura-se à prática de pesquisa, e vice-versa (mesmo sendo ambas distintas). É o que Campos e Araújo defendem em seu trabalho, conforme segue:

[...] afirmamos que a prática da pesquisa caminha muito próxima da prática pedagógica no campo da modelagem na educação Matemática. Em diversos estudos na literatura da área, podemos perceber as duas práticas acontecendo simultaneamente [...]. Em todos estes trabalhos, uma prática pedagógica de modelagem serviu de contexto para a realização de uma pesquisa. Mais do que isso, os pesquisadores foram também responsáveis, de alguma maneira, pela realização da prática pedagógica. (CAMPOS; ARAÚJO, 2015, p. 324)

Ainda na perspectiva do caráter de pesquisa que a Modelagem Matemática traz ao ensino, pode-se destacar um dos objetivos dos Institutos Federais que é apresentado no artigo 7º da lei 11.892/2008: “III – realizar pesquisas aplicadas, estimulando o desenvolvimento de soluções técnicas e tecnológicas, estendendo seus benefícios à comunidade;” (BRASIL, 2008)

No que se refere à pesquisa-ação, Tripp (2005 *apud* CAMPOS; ARAÚJO, 2015, p.326) afirma que “a pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino, e em decorrência, o aprendizado de seus alunos”. Por outro lado, “um professor, que decide realizar uma pesquisa em sua própria prática pedagógica, buscando refletir sobre o que acontece nessa prática a fim de aprimorá-la, pode ser denominado professor-pesquisador” (ZEICHNER, 2001 *apud* CAMPOS; ARAÚJO, 2015, p. 327).

Embora haja uma distinção entre “pesquisa, proposta pedagógica, ação pedagógica e relato de experiência” (BICUDO, 1993 *apud* CAMPOS; ARAÚJO, 2015, p. 328), este projeto visa manter a relação entre estas durante o desenvolvimento, uma vez que o **ensino** técnico deve estar atrelado à **pesquisa** e à **extensão**. Desta forma, a prática pedagógica pode também contemplar a pesquisa e vice-versa.

Bassanezi (2009, p. 32-33), ao tratar dos usos da Modelagem Matemática também destaca o caráter desta, como instrumento de pesquisa e apresenta

algumas possíveis relações como: o estímulo de novas ideias e técnicas experimentais; obtenção de informações de diferentes aspectos que vão além daqueles que foram previstos inicialmente na atividade proposta; utilização como “método para fazer interpolações, extrapolações e previsões”; sugestão de prioridades de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão; preenchimento de lacunas onde existe falta de dados experimentais; ferramenta de melhor compreensão da realidade e universalização da linguagem entre pesquisadores de diversas áreas do conhecimento.

Desta forma, a produção de saberes adquiridos com a Modelagem Matemática traz significativos benefícios ao conhecimento e manipulação do objeto pesquisado podendo dar suporte para generalizações de situações mais amplas a partir de situações mais simples. O novo conhecimento produzido a partir do fenômeno ou situação pesquisada contribui na tomada de decisões para evitar problemas futuros a partir de uma projeção teórica, ou seja, não há necessidade da vivência da situação para prever o que pode ocorrer.

A Modelagem Matemática é uma prática que pressupõe interdisciplinaridade, por trazer associações com outras áreas do conhecimento. Sendo uma ferramenta pedagógica que possibilita o direcionamento de situações, pode ser organizada de modo a ir ao encontro de conceitos e teorias que estão associadas ao currículo escolar, ou seja, pode ser uma forma de busca da teoria a partir da prática. No Ensino Médio Integrado, o direcionamento da modelagem no sentido da formação do aluno traz maior interesse pela Matemática presente nas situações, motivando o prosseguimento nos estudos teóricos.

Pela pesquisa-ação proposta neste projeto, busca-se também uma percepção por parte dos alunos quanto ao significado dos resultados matemáticos obtidos pelo processo de Modelagem. Neste sentido, a avaliação qualitativa torna-se significativa quanto à verificação da aprendizagem dos alunos. A avaliação do processo bem como do significado dos erros e acertos cometidos são importantes para uma melhor avaliação dos avanços na aprendizagem do aluno. É o que se percebe no texto abaixo:

Muitas observações mostram que os professores, em sua comunicação com os alunos, ou focalizam o procedimento algorítmico ou os resultados das investigações dos alunos [...]. O foco das correções está no “resultado” das atividades Matemática dos alunos e não no que tinham em mente quando fizeram seus cálculos. (BORBA e SKOVSMOSE, 1997, p. 136)

Através da pesquisa e construção do conhecimento pela Modelagem Matemática, todo o processo de erros e acertos dos alunos é verificado durante a sua execução o que torna a avaliação mais rica no sentido de percepções qualitativas de progressos no âmbito da aprendizagem. Ainda dentro desta perspectiva, Borba e Skovsmose (1997, p. 137) argumentam que “Fazendo correções de uma forma absoluta, o professor influencia a visão de mundo dos alunos” pautados no paradigma verdadeiro-falso, haja vista que desconsidera possíveis caminhos diferentes que alunos podem ter tomado no processo de solução e eventuais acertos neste processo. Ainda argumentam que tais práticas podem estar associadas ao fato de que os próprios professores são formados geralmente, por matemáticos que não se preocupam com questões educacionais ou filosóficas.

2.1 AS ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Diversos são os autores que pesquisam na área de Modelagem Matemática e que desenvolveram uma organização de métodos didáticos para uma boa prática pedagógica no Ensino Básico.

Na concepção de Burak, a Modelagem Matemática é “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p. 62). Dois princípios básicos elencados por Burak (1992, p. 51) são: o interesse do grupo e a obtenção de informações e dados do ambiente onde se encontra o interesse do grupo, ou seja, para um bom funcionamento do processo da Modelagem Matemática, deve-se investigar as preferências de estudo dos alunos. As etapas da Modelagem Matemática, de acordo com Burak são: “1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e 5) análise crítica das soluções” (KLÜBER, 2008, p. 21). Nesta abordagem, de acordo com Klüber, Burak priorizava a obrigatoriedade da construção de modelos e as etapas nos

mesmos moldes da ciência moderna, de cunho positivista², priorizando o método em relação ao objeto de estudo. A significação dos conteúdos matemáticos é um fator positivo da abordagem de Burak. Destaca-se que na percepção de Klüber, não se deve trabalhar exclusivamente os conteúdos de Matemática que venham a surgir na modelagem, mas que se apresentem outras formas de aplicação e teorias que são pertinentes a tais conteúdos.

Para Biembengut, de acordo com Klüber, a Modelagem Matemática é “o processo que envolve a obtenção de um modelo” (2008, p. 23) sendo que tal processo interliga Matemática e realidade, que por sua vez são vistas como disjuntas na percepção desta pesquisadora. Biembengut divide o processo da modelagem em alguns procedimentos (etapas): “1) *interação* – reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado (pesquisa); 2) *matematização* – formulação (hipótese) e resolução do problema em termos matemáticos; 3) *Modelo matemático* – interpretação da solução e validação do modelo (uso)” (Klüber, 2008, p. 24). Percebe-se um aspecto teórico em Biembengut, conforme aponta Klüber:

Essa autora também se utiliza do termo “modelação matemática” para falar do processo de modelagem em cursos regulares de qualquer nível (desde os níveis iniciais até a pós-graduação). Porém, acrescenta que são necessárias algumas mudanças, sem perder a essência da modelagem, ficando da seguinte maneira: justificção do processo, escolha do tema, desenvolvimento do processo e avaliação. (Klüber, 2008, p. 25)

Neste sentido, distingue a Modelagem Matemática proveniente das ciências naturais (matemática aplicada), da Modelagem Matemática utilizada na educação matemática, enfatizando que embora haja uma diferenciação, a essência é a mesma. Klüber ainda afirma que

A modelagem na escola não deve ter os mesmos parâmetros da modelagem experimental; nesta, os pesquisadores possuem um grande ferramental matemático para a resolução dos mais diferentes problemas. Os problemas que surgem na escola nem sempre ensejam problemas que possam ser modelados com a mesma intensidade das ciências naturais ou modelados matematicamente no sentido literal, muitas vezes, os primeiros problemas requerem interpretações bem mais simples, contudo, não menos significativas, pois essas podem conferir um outro significado e ordem aos conteúdos programáticos do currículo. (KLÜBER e BURAK, 2008, p. 25)

² “[...]o positivismo é a ideia da construção do conhecimento pela apreensão empírica do mundo, buscando descobrir as leis gerais que regem os fenômenos observáveis” (RODRIGUES, --)

Aqui se percebe mais uma vez a preocupação com que a Modelagem Matemática para o ensino apresente características acessíveis aos alunos de forma a aproximar teoria e prática.

Semelhante às etapas da Modelagem Matemática apresentada por Biembengut temos em Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 15-16) a seguinte organização: 1 – Inteiração; 2 – Matematização; 3 – Resolução e 4 – Interpretação de resultados e validação. Onde na Inteiração ocorre o contato com a situação-problema, na Matematização ocorre a transposição da linguagem natural para a linguagem Matemática, na Resolução tem-se a construção de um modelo matemático e na Interpretação de resultados e validação ocorre a proposta de resposta ao problema a partir da avaliação do modelo construído dentro do contexto investigado e possíveis contextos de aplicação. Nota-se que estes autores separam em duas partes a Matematização que é apresentada por Biembengut.

Abaixo segue algumas percepções de Bassanezi acerca deste tema.

Bassanezi (2009, p. 26 – 31) defende que o desenvolvimento da Modelagem Matemática, dentro de uma perspectiva científica, é composto por etapas (atividades intelectuais) que são: **experimentação, abstração, resolução, validação e modificação.**

Na experimentação ocorre o processo de obtenção e verificação de dados tidos como experimentais. A partir do estudo de partes do objeto, se cria pequenos problemas de fácil compreensão, abstrai-se os dados e busca-se modelos experimentais que levam a resultados convincentes.

A abstração é o que deve *levar a formulação dos modelos matemáticos a partir da: seleção de variáveis; problematização ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando; formulação de hipóteses e simplificação.* Quanto à simplificação, vale destacar que “Os fenômenos que se apresentam para o estudo matemático são, em geral, excessivamente complexos se os considerarmos em todos os seus detalhes” (BASSANEZI, 2009, p. 29), desta forma, em muitos casos, a utilização de todas as variáveis existentes no problema podem dificultar a modelagem, sendo necessária a fragmentação em partes menores onde as variáveis são de mais fácil manipulação.

Isso pode diminuir e influenciar na credibilidade dos resultados obtidos e deve ser levado em consideração nas etapas posteriores.

Na resolução, tem-se a utilização da linguagem Matemática coerente em substituição da “linguagem natural das hipóteses”. Esta etapa é atividade própria do matemático, “podendo ser completamente desvinculada da realidade modelada”.

Quanto à validação, trata-se da aceitação ou não do modelo proposto a partir de testes baseados nas hipóteses e resultados obtidos. Destaca-se que “um modelo deve prever, no mínimo, os fatos que o originaram”. Na validação, será verificado se o produto da modelagem trará os resultados desejados ou haverá necessidade de ajustes ou até mesmo de mudança em todo o processo até este ponto. Se a validação não for convincente ou não responder aos problemas propostos inicialmente (e isso pode acontecer), ocorre a necessidade de uma nova etapa, que é apresentada a seguir:

Na modificação tem-se a possibilidade de alteração ou adaptação do modelo proposto devido a situações imprevistas ou hipóteses demasiadamente superficiais em relação a realidade a ser explorada. Outros fatores que podem levar à modificação são: a obtenção incorreta de dados experimentais ou informações; a existência de variáveis não previstas; erro matemático na resolução; ou o fato de ter ocorrido uma descoberta contrária às hipóteses pressupostas no processo da modelação.

Outra percepção da Modelagem Matemática apresentada por Klüber e Burak, é a de Caldeira. Nesta concepção a Modelagem Matemática é tratada como concepção de ensino e não como método, ou seja, um *sistema de aprendizagem* por apresentar uma nova forma de compreensão das questões educacionais da Matemática.

A modelagem matemática, concebida como um *sistema de aprendizagem*, questiona a forma linear da maioria dos currículos, no que concerne à apresentação dos conteúdos. Possibilita condições para que professores e alunos questionem e entendam a educação, reconhecendo a realidade como um processo dinâmico, oportunizando, assim, a ruptura com essa forma de conceber o currículo escolar. (KLÜBER e BURAK, 2008, p. 26)

Mais uma vez, a desvinculação do foco do ensino pautada no currículo se torna evidenciada, justificado pelo fato de que os conhecimentos nunca se

apresentam de forma fragmentada, aparecendo sempre de forma interligada, necessitando sempre de contextualização. Outro aspecto interessante proposto por Caldeira, de acordo com Klüber e Burak, é que o autor apresenta restrições à conceituação de modelagem matemática como um método de ensino e aprendizagem entendido em sentido cartesiano, se constituindo, na verdade em um *sistema de aprendizagem*.

Para Barbosa (2001), a Modelagem Matemática tem finalidade de questionar diferentes situações a partir da Matemática, não tendo a necessidade de procedimentos fixados anteriormente. Esta percepção, não se embasa em conteúdos pré-determinados, nem mesmo objetiva a criação de modelos matemáticos. Assim, a *“modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”* (Barbosa, 2001, p. 6). Neste sentido, Klüber e Burak afirmam que nesta percepção *“O ambiente é concebido como um “convite” feito aos alunos, o que pode ocasionar que eles não se envolvam nas atividades. Sendo assim, os interesses dos educandos devem ir ao encontro da proposta colocada pelo professor”* (Klüber e Burak, 2008, p. 29).

Os conteúdos a serem trabalhados não são previstos pelo professor, que tem o papel de propor a modelagem direcionada ao interesse dos alunos e obter destes os conteúdos a serem abordados.

O objetivo principal da apresentação destas concepções não está associada a uma escolha da “melhor” opção a ser aplicada na pesquisa, isso por que, como visto, a Modelagem Matemática não é algo que deva ser engessado em moldes ou formas predeterminadas. Por outro lado, a organização didática no processo de orientação das atividades buscará pautar-se em etapas similares (conforme será apresentado nos próximos capítulos).

2.2 A FALIBILIDADE DA MATEMÁTICA

Nem sempre os resultados obtidos no processo e obtenção de soluções de problemas através da Matemática, são exatos e incontestáveis (embora que em determinadas situações e demonstrações isso seja possível). Em relação a este

pensamento da infalibilidade da Matemática, pode-se refletir a respeito da “ideologia da certeza em educação Matemática” (BORBA e SKOVSMOSE, 1997). Neste contexto, estuda-se a dimensão política da Matemática, bem como os cuidados quanto à utilização das formulações finais de resultados obtidos no desenvolvimento de uma solução ao problema proposto ou até mesmo na percepção crítica daquilo que é apresentado pelos meios de comunicação como resultado amparado pela Matemática.

Importante perceber que o acesso à Matemática não é condição suficiente para que ocorra tais resultados na aprendizagem e vida do aluno. Também é necessária a fomentação do senso crítico em relação à “ideologia da certeza” que pode existir quanto a Matemática. Borba e Skovsmose, afirmam que a ideologia da certeza na Matemática está pautada basicamente em duas ideias dependentes uma da outra:

- 1) A Matemática é perfeita, pura e geral, no sentido de que a verdade de uma declaração Matemática não se fia em nenhuma investigação empírica. A verdade Matemática não pode ser influenciada por nenhum interesse social, político e ideológico.
- 2) A Matemática é relevante e confiável, porque pode ser aplicada a todos os tipos de problemas reais. A aplicação da Matemática não tem limite, já que é sempre possível matematizar um problema. (BORBA e SKOVSMOSE, 1997, p. 131)

Esta percepção arriscada da Matemática pode influenciar negativamente no processo de ensino e aprendizagem tendo em vista que qualquer ideologia é “um sistema de crenças que tende a esconder, disfarçar ou filtrar uma série de questões ligadas a uma situação problemática para grupos sociais” (BORBA e SKOVSMOSE, 1997, p. 128). Quando o aluno percebe que certos resultados dependem do contexto em que os dados foram obtidos, frases como “foi provado matematicamente” tornam-se dignas de reflexão e não podem ser tomadas de forma generalizada. Quando um resultado é apresentado, deve ser questionado em que condições ele foi obtido para se poder afirmar ou não que ele é genérico. Tais percepções são pertinentes para um bom resultado da Modelagem Matemática.

A Matemática pode ser aplicada a problemas apenas se estes são “cortados” de uma forma apropriada, para se adequar à Matemática, e a Matemática é “perfeita” apenas quando construímos um contexto suficientemente adequado para essa proposta. (BORBA e SKOVSMOSE, 1997, p. 131)

Não se pretende, em hipótese alguma, afirmar que a Matemática é inútil e inaplicável à realidade, mas que as aproximações apresentadas por modelos matemáticos que eventualmente não são exatos, contribuem sim nas tomadas de decisões e que a “simplificação” da realidade em um modelo matemático pode ser como um protótipo da realidade que pode ser estudada num aspecto teórico, porém fundamental para tomadas de decisões. O importante de tudo isso é sempre manter o senso crítico em todos os momentos do processo, inclusive na própria maneira com que os alunos perceberão isso tudo, para que a Matemática não seja minimizada e desvalorizada nesta percepção.

Ainda neste aspecto, Skovsmose distingue três tipos de conhecimento relacionado à Modelagem Matemática:

o conhecimento matemático em si; o conhecimento tecnológico, que se refere a como construir e usar o modelo matemático; conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação. (SKOVSMOSE, 1990, apud BARBOSA, 2001, p. 4)

Esta ideia apresentada por Barbosa (2001) vem reforçar a corrente sócio-crítica da Modelagem Matemática contrapondo as correntes pragmática e científica que este autor menciona das pesquisas internacionais de Kaiser Messmer. De acordo com Barbosa, “*a corrente pragmática argumenta que o currículo deve ser organizado em torno das aplicações, removendo os conteúdos matemáticos que não são aplicáveis em áreas não-matemáticas*” (BARBOSA, 2001, p.4). Já a corrente científica “*busca estabelecer relações com outras áreas a partir da própria matemática*” (BARBOSA, 2001, p.4). Assim, a corrente pragmática centra-se no processo de resolução de problemas aplicados e a corrente científica centra-se na introdução de novos conceitos matemáticos não necessariamente aplicados.

2.3 DESAFIOS NA APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Embora a Modelagem Matemática não seja uma estratégia pedagógica relativamente nova, existe ainda uma série de desafios e paradigmas que permeiam a sua aplicação ou até mesmo a sua não aplicação no ensino básico. Nesta seção,

pretende-se apresentar algumas percepções trazidas em pesquisas desenvolvidas dentro da área de Modelagem Matemática que abordam tais aspectos. O conhecimento e apresentação destes desafios não objetivaram destacar pontos negativos da Modelagem Matemática, mas conhecer os motivos que levam professores a não aplicarem a Modelagem Matemática. O conhecimento de tais motivos contribuíram para organizar estratégias que buscassem favorecer a melhor aplicação possível desta proposta aos alunos do Ensino Médio Integrado em Administração, minimizando desta forma as possibilidades de erros e equívocos neste processo.

Ceolim e Caldeira (2015) pesquisaram 15 professores que lecionam na educação básica em escolas públicas do Estado do Paraná (onde a Modelagem Matemática é contemplada nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica). Nesta pesquisa destacam os resultados a respeito de professores recém-formados em cursos de Licenciatura que tiveram a disciplina de Modelagem Matemática em sua formação superior, mas que **não** a aplicam em suas práticas pedagógicas. Através de Análise Textual Discursiva os pesquisadores apresentam alguns resultados dos principais motivos pelos quais os professores não utilizam Modelagem Matemática nas suas aulas:

1. formação insuficiente em Modelagem Matemática bem como nos conteúdos a ministrar;
2. dificuldades em aplicar a Modelagem devido à postura tradicional e conservadora do sistema escolar;
3. dificuldade em envolver os estudantes num ambiente de Modelagem.

No primeiro motivo apresentado acima, destaca-se a insegurança que professores tem para abordar conteúdos que eventualmente são desconhecidos por ele. No caso desta pesquisa (objeto desta Dissertação), a falta de conhecimento da área administrativa torna o processo de aplicação mais complexo, pois não se trata apenas de trabalhar a Matemática de maneira adequada, mas também de trabalhar as teorias administrativas de forma a não ensinar conceitos distorcidos nesta área. Embora o enfoque deste trabalho esteve em significar os conteúdos de Matemática, foi muito importante o zelo e cuidado de manter um diálogo freqüente com professores da área de Administração, evidenciando ainda mais a necessidade da

interdisciplinaridade nesta atividade, além do diálogo freqüente com o orientador desta pesquisa. Outro aspecto desafiador elencado pelos professores que não aplicam a Modelagem Matemática é o fato de acreditarem não ter tido uma formação de Modelagem suficiente para trabalhar com segurança em sala de aula. Esta “possível dificuldade” procurou ser suprida através de pesquisa bibliográfica e de conversas informais com colegas e com o próprio orientador a respeito das dúvidas acerca da Modelagem Matemática e sua aplicação.

O segundo motivo, que trata da postura tradicional e conservadora do sistema escolar é apresentado pelos professores pesquisados e são justificados por aspectos como: a necessidade de cumprir a matriz curricular impede que se façam atividades que envolvam muito tempo (tendo em vista o caráter imprevisível do caminho que a Modelagem Matemática pode tomar, os conteúdos podem “fugir” à matriz curricular); o número grande de alunos na sala torna inviável tal atividade; a estrutura precária da escola; dificuldade de encontrar exemplos simples; a falta de material didático na área e a falta de tempo tanto de preparação quanto de execução das aulas. No sentido de evitar tais problemas, para a aplicação desta pesquisa, foi feito um levantamento teórico (já apresentado neste texto) acerca da legislação que possibilita abordagens diferenciadas para o Ensino Médio Integrado. Inicialmente foi levada a proposta de Modelagem Matemática como prática pedagógica nas aulas de Matemática para a direção e a coordenação pedagógica da Instituição, a qual teve uma ótima aceitação e aprovação. Nota-se aqui que, institucionalmente, não ocorreu uma postura tradicional e focada no exclusivo cumprimento do currículo. Outro fator que destaca a aceitação do projeto na Instituição foi o fato do mesmo ser aprovado em edital interno denominado PROPI (Programa de Apoio ao Desenvolvimento de Projetos Técnicos com Finalidade Didático-pedagógica em Cursos Regulares no Campus Caçador) onde foi destinado um valor total de R\$ 1.400,00 para aplicação exclusiva no projeto.

Referente ao cumprimento do currículo é perceptível nas literaturas pesquisadas uma constante preocupação dos professores neste sentido. Burak expõe alguns aspectos da educação da época que caracterizava a situação do ensino. Dentre estes, destaca-se que “Na maioria das escolas, a maior preocupação dos órgãos administrativos refere-se ao ‘cumprimento do programa’ e o aluno passa a ser um elemento secundário no processo de ensino-aprendizagem” (BURAK, 1992, p. 58).

O que evidencia a preocupação da gestão escolar em relação ao currículo e o enfoque ao conteúdo e não no aluno. Já Barbosa (2001, p. 8), afirma que a dificuldade na relação entre a Modelagem Matemática e o currículo está no fato de que *“existe uma distância entre a maneira que o ensino tradicional enfoca problemas de outras áreas e a Modelagem”*. Neste sentido, argumenta que a Modelagem Matemática e o ensino tradicional são de naturezas diferentes, o que torna o diálogo entre ambas um processo desafiador.

O terceiro e último motivo apresentado que trata do envolvimento dos estudantes pautam-se em aspectos como a falta de interesse dos alunos em estudar e as dificuldades no âmbito do conhecimento prévio dos alunos. Como apresentado em Ceolin (2015, p.29), um dos professores entrevistados (que não aplica Modelagem Matemática), justifica que *“a maioria [dos alunos] não consegue realizar operações básicas de adição e subtração, quem dirá desenvolver um projeto de modelagem”*. Neste sentido, é importante perceber que a Modelagem Matemática é uma prática pedagógica que auxilia no ensino de Matemática. Desta forma, saber Matemática não é considerado pré-requisito para aplicação da Modelagem Matemática.

Para conhecer um pouco mais sobre o contexto ao qual se aplicou este trabalho, foram pesquisados alguns aspectos de ensino/aprendizagem no município de Caçador conforme apresentados na sequência.

Não muito diferente de outros municípios do Brasil, a cidade de Caçador apresenta desafios na aprendizagem de Matemática. De acordo com o QEDu³, para cada 10 alunos que conclui o Ensino Fundamental, 8 não aprenderam adequadamente Matemática. Em dados apresentados por esta instituição, no ano de 2013, obtidos a partir da Prova Brasil, apenas 7% dos alunos que concluem o Ensino Fundamental no município de Caçador sabem adequadamente Matemática, isto é, dos 1.253 alunos investigados, apenas 91 apresentaram aprendizado considerado adequado. Vale citar que em Língua Portuguesa, o índice de alunos com aprendizado adequado nas escolas de Caçador é de 20%, de acordo com os

³ O QEDu é um projeto desenvolvido pela Fundação Lemann e visa aplicar tecnologias inovadoras e design modernos para facilitar o acesso aos dados educacionais, utilizando-se de números provenientes do Enem, Ideb, Prova Brasil, Censo Escolar dentre outros, organizando e disponibilizando estas informações no seu site.

dados apresentados no QEdU. Até 2022, a meta é que 70% dos alunos obtenham aprendizado adequado, segundo o movimento Todos Pela Educação, de acordo do QEdU.

Sobre o que é considerado “aprendizado adequado” na percepção do QEdU, tem-se que:

Na Prova Brasil, o resultado do aluno é apresentado em pontos numa escala (Escala SAEB⁴). Discussões promovidas pelo comitê científico do movimento Todos Pela Educação, composto por diversos especialistas em educação, indicaram qual a pontuação a partir da qual pode-se considerar que o aluno demonstrou o domínio da competência avaliada. Decidiu-se que, de acordo com o número de pontos obtidos na Prova Brasil, os alunos são distribuídos em 4 níveis em uma escala de proficiência: Insuficiente, Básico, Proficiente e Avançado. No QEdU, consideramos que alunos com aprendizado adequado são aqueles que estão nos **níveis proficiente e avançado** (QEDU, 2016).

Tais aspectos acerca do objeto de pesquisa e da realidade na qual ele está inserido demonstram o caráter desafiador presente no ensino de Matemática. Vários fatores devem ser levados em conta durante o processo de ensino/aprendizagem e desenvolvimento de uma pesquisa, visando sempre a busca de superação de dificuldades e a obtenção de melhores resultados no âmbito educacional.

Como citado inicialmente, tais dados visualizados como negativos não foram buscados e apresentados nesta pesquisa no sentido de desestimular o desenvolvimento da mesma. Com base nestas situações e no fato do professor/pesquisador já conhecer os alunos, buscou-se na pesquisa desenvolvida, abordar conceitos essenciais, progredindo os graus de dificuldade conforme avanços apresentados pelos envolvidos no processo.

2.4 REFERENCIAIS DE PESQUISA E COLETAS DE DADOS

Em virtude da afinidade teórica da Modelagem Matemática, este trabalho será norteado, principalmente, na forma de **pesquisa qualitativa**, que segundo Teixeira (2003), é aquela que tem:

[...] o ambiente natural como fonte direta de dados [neste caso, o ambiente será a sala de aula e a cantina nos dias de venda]; o pesquisador como instrumento fundamental de coleta de dados; utilização de procedimentos

⁴ Sistema de Avaliação da Educação Básica.

descritivos da realidade estudada [o professor-pesquisador descreverá os avanços significativos percebidos no processo]; busca do significado das situações para as pessoas e os efeitos sobre as suas vidas; preocupação com o processo e não simplesmente com os resultados e produtos; e privilégio ao enfoque indutivo na análise dos dados. (TEIXEIRA, 2003, p. 186)

O enfoque indutivo mencionado na citação acima vem ao encontro do caráter processual que é a pesquisa qualitativa e que está presente na Modelagem Matemática. Não é possível, a priori, estabelecer exatamente onde se vai chegar e também inoportuno a indução dos alunos rumo a uma determinada linha de raciocínio para solução do problema proposto. Desta forma, é a partir dos erros e acertos de cada etapa da modelagem que ocorre a análise dos dados. Como será visto no próximo capítulo, as aulas foram trabalhadas (por opção organizacional do pesquisador), através de material indicando os problemas que eram necessários resolver para melhor organização da empresa. Conforme ocorria a busca das soluções, outros problemas emergiam e induziam o professor a produzir novos materiais para as próximas aulas. Para diferenciar o trabalho de Modelagem, das aulas de Matemática que ocorreram paralelamente no início das atividades, optou-se nomear cada atividade de “encontro”. Assim cada atividade proposta foi entregue aos alunos e disponibilizada em PDF na plataforma *Moodle*⁵ em tópico específico.

Outros autores como Garnica (*apud* BORBA, 2004, p.1) caracterizam a pesquisa qualitativa em cinco aspectos gerais. Nestes percebe-se que uma pesquisa qualitativa possui **transitoriedade acerca de seus resultados**, pois não há uma previsão definitiva de como se dará o processo bem como onde se vai chegar. Nesta forma de pesquisa, também é importante perceber que **não se pretende chegar a uma comprovação ou refutação de resultados estabelecidos a priori**, como ocorre, por exemplo, em uma demonstração de um Teorema. Há um problema de pesquisa, mas este não tem uma tese a ser comprovada. Outra característica da pesquisa qualitativa está no fato de que **o pesquisador não é um ser neutro**, ou seja, suas perspectivas, conhecimentos anteriores e “filtros vivenciais prévios” estarão presentes no desenvolvimento das atividades. Na pesquisa qualitativa, **os resultados são obtidos pelo processo e não com uma análise superficial do resultado final**, sendo levados em consideração os meios pelos quais se obteve

⁵ Os professores do Ifsc – Campus Caçador efetuam registros acadêmicos e disponibilizam materiais pedagógicos através da Plataforma Moodle, sendo que cada aluno possui senha individual de acesso

tais resultados em cada etapa. Por fim a pesquisa qualitativa também se caracteriza pelo fato de **não ser possível estabelecer um sistema de regras ou uma generalização** que resolva todas as situações associadas ao objeto de pesquisa, haja vista a complexidade humana e as diferentes formas de se perceber o próprio objeto.

Dentre os cinco tipos de pesquisa qualitativa apresentado por Merriam, (1998, *apud* TEIXEIRA, 2003, p. 187), enfatiza-se aqui a *pesquisa qualitativa básica ou genérica*, pois é aquela que: “inclui descrição, interpretação e entendimento; identifica padrões recorrentes na forma de temas e categorias e pode delinear um processo”.

Para Bogdan e Biklen, os dados quantitativos devem ser vistos por um pesquisador qualitativo de forma crítica:

Embora os dados quantitativos recolhidos por outras pessoas (avaliadores, administradores e outros investigadores) possam ser convencionalmente úteis tal como foram descritos, os investigadores qualitativos dispõem-se à recolha de dados quantitativos de forma crítica. Não é que os números por si não tenham valor. Em vez disso, o investigador qualitativo tende a virar o processo de compilação na sua cabeça perguntando-se o que os números dizem acerca das suposições das pessoas que os usam e os compilam. [...] Os investigadores qualitativos são inflexíveis em não tomar os dados quantitativos por seu valor facial. (BOGDAN e BIKLEN, *apud* BORBA, 2004, p. 2)

Percebe-se que a adequada utilização dos dados quantitativos não desqualifica uma pesquisa qualitativa, porém, deve-se ter um cuidado especial na maneira que estes dados numéricos são analisados e de que forma estes resultados são apresentados. Neste sentido, destaca-se que:

[...] num estudo quantitativo o pesquisador conduz seu trabalho a partir de um plano estabelecido a priori, com hipóteses claramente especificadas e variáveis operacionalmente definidas. Preocupa-se com a medição objetiva e a quantificação dos resultados. Busca a precisão, evitando distorções na etapa de análise e interpretação dos dados, garantindo assim uma margem de segurança em relação às inferências obtidas. (GODOY, 1995a, *apud* TEIXEIRA, 2003, p. 188)

Tais cuidados são imprescindíveis para a obtenção de um bom resultado em pesquisa e devem ser mantidos no processo.

Teixeira (2003) destaca a relevância da análise dos dados indicando que tal processo não é simples e requer uma especial atenção:

A análise dos dados é um processo complexo que envolve retrocessos entre dados pouco concretos e conceitos abstratos, entre raciocínio indutivo e dedutivo, entre descrição e interpretação. Estes significados ou entendimentos constituem a constatação de um estudo. Dentre as várias técnicas de análise de dados na pesquisa qualitativa, Merriam (1998) destaca: análise etnográfica, análise narrativa, análise fenomenológica, método comparativo constante, análise de conteúdo e indução analítica. (TEIXEIRA, 2003, p. 192)

Nota-se a necessidade de uma escrita que vise não só descrever os fatos e resultados que foram constatados na pesquisa, mas de buscar uma interpretação daquilo que foi descrito e observado, induzindo e analisando os significados daquilo que se obteve como resultado e seus impactos na perspectiva daquilo que se busca explorar.

Para um melhor direcionamento dos resultados obtidos em uma pesquisa é fundamental conhecer e aplicar métodos de coleta, análise e comunicação de dados. Tais elementos fazem parte do que Creswell (2007) classifica como estratégias de investigação. Creswell sugere que os pesquisadores qualitativos escolham uma dentre as cinco estratégias: narrativa, fenomenologia, etnografia, estudo de caso e teoria baseada na realidade.

A respeito da narrativa qualitativa, na perspectiva de Creswell (2007) vale destacar que:

O plano para um procedimento qualitativo deve terminar com alguns comentários sobre a narrativa que surge da análise de dados. Muitas variedades de narrativas e exemplos de periódicos acadêmicos ilustram os modelos. No plano para um estudo, considere apresentar vários pontos sobre a narrativa. (CRESWELL, 2007, p. 201)

Quanto ao tipo de dados coletados, pode-se destacar:

Observações: “nas quais o pesquisador toma notas de campo sobre comportamento e atividades das pessoas no local da pesquisa” (CRESWELL, 2007, p. 190). Em Bogdan e Biklen (2006, *apud* PENTRY, 2010, p. 51) este tipo de dado é descrito como **diário ou nota de campo do pesquisador** o qual é apresentado como “[...] o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiência e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo”. Vantagens do uso desta forma de coleta: o pesquisador tem as informações de primeira mão pelo contato direto com os pesquisados; as informações são

registradas conforme elas vão surgindo (diminui-se o risco de perder informações importantes); elementos que não aparecem na produção escrita dos alunos podem ser percebidos.

Entrevistas: consiste em estabelecer um roteiro formal ou informal de questionamentos que visam trazer informações relevantes à pesquisa. Vantagens desta forma de coleta: o pesquisador-professor utiliza elemento surpresa nos questionamentos, haja vista que estas entrevistas podem ocorrer durante a produção dos trabalhos; é possível obter os mais variados sentimentos nos mais diferentes momentos emocionais em que os alunos (por exemplo) se encontram; o pesquisador-professor pode “controlar” a linha de questionamentos.

Material de áudio e visual: “Esses dados podem ter a forma de fotografias, objetos de arte, fitas de vídeo ou qualquer forma de som” (CRESWELL, 2007, p. 190). Vantagens deste método de coleta: o professor-pesquisador pode rever quantas vezes for necessário o trabalho dos alunos; as imagens favorecem e deixam o trabalho mais organizado e visual e é possível registrar a “realidade” no momento em que ocorre a produção.

Produção dos alunos: Esta forma de coleta de dado é também sugerida por Bogdan e Bilken, (2006, *apud* PENTRY, 2010, p. 53). Como vantagens deste método de coleta destacam-se a possibilidade de visualizar erros e acertos no processo; valoriza e incentiva a produção escrita dos alunos; contribui na conclusão visual da pesquisa.

Os procedimentos de registros de dados são imprescindíveis para uma boa coleta de dados. Creswell (2006, p. 193-194) enfatiza que “a proposta deve identificar quais dados o pesquisador vai registrar e os procedimentos para registrá-los”. Assim, é sugerida a utilização de *protocolo observacional* para o registro de dados de observações. Para esta pesquisa, o protocolo observacional foi realizado a partir de uma organização de páginas em editor de texto que constaram a etapa da modelagem em cada cabeçalho com os devidos relatos e anotações acerca do desenvolvimento das atividades.

Referente ao processo de avaliação em Modelagem Matemática, Biembengut e Hein, (2016, p. 27-28) enfatizam que este deve pautar-se em dois aspectos

principais: “*avaliação como fator de redirecionamento do trabalho do professor e avaliação para verificar o grau de aprendizado do aluno*”. Aspectos do trabalho em grupo que são sugeridos na avaliação são: a participação, a assiduidade, o cumprimento das tarefas e o espírito comunitário. Quanto aos aspectos objetivos a autora divide em três partes: *a) produção e conhecimento matemático* (que aborda a consolidação de conhecimentos matemáticos, o raciocínio lógico operacionalização numérica dos problemas, percepção crítica e expressão e interpretação gráfica); *b) produção de um trabalho de modelagem em grupo* (que destaca os questionamentos a pesquisa, obtenção dos dados, interpretação e elaboração de modelos matemáticos dentre outros), e *c) extensão e aplicação do conhecimento* (que trata da síntese associada a capacidade de compreensão e expressão dos resultados matemáticos e análise crítica de outros modelos adotados).

3 METODOLOGIA

O desenvolvimento de uma pesquisa parte do pressuposto de uma série de estruturas organizacionais que precisam de constante reflexão no processo investigativo. Sendo assim, neste capítulo serão apresentadas as estratégias e metodologias que nortearam todo o trabalho.

Este trabalho foi desenvolvido com 36 alunos do Módulo II do Ensino Médio Integrado em Administração do Instituto Federal de Santa Catarina – Campus Caçador. No decorrer do processo um dos alunos mudou de instituição de ensino, permanecendo 35 alunos no projeto.

A presente pesquisa enquadra-se como uma pesquisa-ação⁶ (pesquisa aplicada), onde a prática pedagógica da modelagem e a pesquisa ocorrem de maneira simultânea, ou seja, por meio da prática pedagógica, o professor torna-se pesquisador de sua própria prática e coloca o aluno como centro da aprendizagem. Por outro lado, destaca-se que neste processo o aluno também se torna pesquisador, haja vista o caráter investigativo que esta proposta buscou implementar nas aulas de Matemática.

Os itens citados por Teixeira (2003, p. 187) fizeram parte do embasamento para organização e estruturação do desenvolvimento da análise dos dados bem como das considerações finais presentes nesta dissertação.

Embora nesta pesquisa tenham prevalecidos os aspectos qualitativos na análise dos dados, é pertinente explicar de que forma os dados quantitativos foram trabalhados.

Tratando-se de uma pesquisa aplicada com alunos de Ensino Médio, uma das preocupações trazidas neste desenvolvimento foi a maneira com que esta proposta seria quantificada em nota semestral aos alunos (lembrando que os alunos pesquisados são avaliados com notas de 0 a 10, o que pressupõe uma necessidade de quantificar os resultados de produção qualitativa). Desta forma, esta atividade de

⁶ Segundo Tripp (2005, *apud* CAMPOS e ARAÚJO, 2015, p.326), “a pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos”.

modelagem fez parte da avaliação do componente curricular de Matemática II, valendo 40% da nota final do semestre.

Com o intuito de explicitar a forma com que as atividades foram quantificadas (em termos de nota a ser atribuída ao componente curricular de Matemática II), foi apresentada a forma de avaliação à qual os alunos foram submetidos durante a execução da pesquisa. Tal avaliação ocorreu conforme o quadro que segue:

Aspectos do grupo			
Critério	Cumpriu	Cumpriu parcialmente	Não cumpriu
Produção e colaboração na aula			
Entrega dos relatórios de cada etapa do processo			
Organização e coerência na apresentação dos resultados no seminário			
Auto-avaliação do grupo			
Aspectos individuais			
Critério	Cumpriu	Cumpriu parcialmente	Não cumpriu
Participação individual na produção da Modelagem			
Compreensão das produções realizadas pelo grupo			
Participação oral na apresentação do seminário.			
Auto-avaliação individual			

Quadro 1 - Avaliação qualitativa das atividades

As notas foram atribuídas da seguinte forma: para cada critério definido por “**cumpriu**” foi atribuída nota 4 (quatro); para cada critério definido por “**cumpriu parcialmente**” foi atribuída nota 2 (dois) e para cada critério definido por “**não cumpriu**” foi atribuída nota 1 (um). A nota final da atividade de Modelagem Matemática foi a média aritmética simples dos oito critérios apresentados. Durante o semestre, também foram realizadas outras avaliações no componente curricular de Matemática, pertinentes aos conteúdos previstos na ementa e questões pertinentes ao trabalho de Modelagem. Este critério de avaliação teve pontuação máxima igual a 6. A nota final de cada aluno foi atribuída pela soma da nota da atividade de

Modelagem (peso 4) com a média das demais avaliações e trabalhos realizados no semestre (peso 6).

Observa-se que a intenção desta avaliação quantificada situa-se em análise crítica dos aspectos de avanços significativos na participação e apreensão do conhecimento oportunizado pela modelagem, não se tratando de uma mensuração superficial e despreocupada com o processo como um todo. Importante destacar também que por se tratar de atividade que envolve nota de avaliação semestral, o referido percentual atribuído à Modelagem Matemática foi incluído no plano de ensino da turma referida e aprovada pela coordenação pedagógica do Instituto Federal de Santa Catarina de Caçador. Tal atividade foi qualificada pela coordenação como uma atividade interdisciplinar importante para o curso.

Com o intuito de melhor conhecer o público alvo da pesquisa, a primeira parte da coleta de dados foi realizada através da aplicação de um questionário aos alunos. Este questionário (Apêndice A) constou de questões abertas e fechadas⁷ visando trazer informações acerca do grupo pesquisado. Os resultados são apresentados no capítulo 4.

Os questionários aplicados aos alunos trouxeram dados quantitativos que foram considerados pertinentes a esta pesquisa. Como exemplo buscou-se quantificar a origem da formação do Ensino Fundamental do grupo pesquisado (escola pública ou privada), tendo em vista que o processo de entrada no IFSC oportuniza 50% das vagas para alunos provenientes de escolas públicas e 50% para alunos provenientes de escolas particulares. O que muitas vezes ocorre, é a desistência ou transferência de alunos do curso e uma alteração neste percentual, o que é passível de reflexão. Ao se questionar, por exemplo, “o tipo de atividade de Matemática que mais gosta”, buscou-se investigar as percepções iniciais dos alunos quanto aos métodos de ensino para posterior verificação da aceitação ou não da Modelagem Matemática por parte deles, haja vista que não se tem um conhecimento anterior a respeito de seu contato com diferentes práticas pedagógicas e/ou quais são elas.

⁷ Nas questões abertas o aluno responde com seus argumentos e opiniões. Nas questões fechadas, são previstas prováveis respostas das quais os alunos escolhem a alternativa que melhor se enquadra na sua posição a respeito daquilo que se está perguntando.

Foram fotografados os produtos e as logomarcas desenvolvidas pelos alunos, bem como o processo de produção dos mesmos. Algumas produções escritas foram escaneadas para fins de registro e análises posteriores. Em todos os registros, respeitou-se o anonimato dos envolvidos conforme termos de assentimento e consentimento aprovados pelo Conselho de Ética da UFFS.

Documentos digitais gerados a partir de produção em planilhas eletrônicas aplicados no laboratório de informática ou em atividade extraclasse foram arquivados junto aos demais documentos desta pesquisa e utilizados para os diários e para o relatório de atividades que fazem parte desta dissertação.

Foram realizadas entrevistas informais com os professores da área de Administração e de outras áreas de ensino conforme ocorreram necessidades. Tais entrevistas foram registradas em diário e objetivaram dialogar sobre aspectos interdisciplinares que surgiram durante o processo, bem como ter um respaldo dos professores quanto à utilidade da atividade para suas disciplinas. As entrevistas também objetivaram coletar sugestões de enfoques na abordagem Matemática e firmar parcerias na parte conceitual, efetivando a interdisciplinaridade dentro e fora da sala. Também foram realizadas entrevistas com alunos, o que rendeu uma matéria sobre a Modelagem Matemática no site da Instituição.

Os conteúdos de Matemática abordados nas aulas estão detalhados na seção 4.3.3, sendo algumas das atividades elaboradas dentro da imprevisibilidade, característica da Modelagem Matemática.

Destaca-se que a Modelagem Matemática por si só não ensina Matemática, outrossim, motiva o aprendizado e apresenta situações reais nas quais a Matemática é exigida como auxílio para suas soluções. Desta forma, as aulas de Matemática foram enriquecidas com as dúvidas e dificuldades trazidas pelos alunos, que influenciaram positivamente na sua abordagem. Com os elementos trazidos pelos grupos, realizaram-se aulas direcionadas às teorias que ora estavam na ementa, ora não estavam previstas na ementa do componente curricular de Matemática, o que era naturalmente esperado. Assim, as aulas de Matemática não seguiram uma linearidade de conteúdos sequenciais e sim, foram organizados didaticamente para resolver os problemas e a partir destes problemas, utilizados para a formalização de conceitos. Interessante destacar que alguns aspectos

específicos da área de administração receberam um auxílio dos professores de área que dispuseram-se a contribuir em seus componentes curriculares ou nas aulas de Matemática conforme disponibilidade. Desta forma, a parte técnica foi aprofundada pelos próprios professores do Instituto evidenciando o caráter interdisciplinar desta abordagem.

A análise dos dados ocorreu de forma **narrativa** durante o desenvolvimento da modelagem pelos grupos bem como no final de todo o processo, conforme já apresentado em Teixeira (2003, p. 192).

Ao final de todo o processo, os alunos responderam ao questionário 2 (Apêndice B), onde apontaram todos os pontos pertinentes daquilo que julgaram importante e que deram certo e/ou errado na elaboração e execução da empresa e os impactos nas aulas de Matemática. Os alunos apresentaram o livro-caixa com resultados obtidos nas vendas conforme também será visto na seção 4.3.3.

As estratégias de investigação propostas nesta pesquisa baseiam-se na forma narrativa qualitativa (CRESWELL, 2007), pautando-se em: relatos objetivos, experiências de campo, cronologia e relato descritivo detalhado. Alguns elementos importantes que foram direcionados para esta pesquisa são: apresentação das informações de textos em forma tabular, utilização do vocabulário dos participantes, a intercalação das citações de autores com as devidas interpretações e diálogo das teorias apresentadas na fundamentação teórica com os resultados obtidos no processo e conclusão da modelagem.

Um dos procedimentos de coleta de dados está pautado na aplicação dos questionários 1 e 2 (Apêndices A e B). Destaca-se que na aplicação do questionário 1 estiveram presentes 36 alunos e na aplicação do questionário 2 estiveram presentes 34 alunos.

4 ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo são apresentados os principais resultados obtidos a partir da aplicação da pesquisa, desenvolvendo sua análise na busca de responder aos problemas propostos. O capítulo foi organizado em seções de modo a: contextualizar o campo de aplicação da pesquisa; realizar observações acerca da abordagem pedagógica adotada; apresentar respostas aos problemas de pesquisa propostos e visualizar perspectivas a partir da aplicação da modelagem. Destaca-se que o conteúdo apresentado não segue uma ordem cronológica de aplicação, optando-se em argumentar cada situação dentro da subseção ao qual ele foi classificado pelo pesquisador durante a categorização.

A categorização está ordenada da seguinte forma: 4.1 - contextualização; 4.2 – organização pedagógica dos encontros; 4.3 – respostas aos problemas de pesquisa; 4.4 - perspectivas a partir da aplicação da Modelagem Matemática.

4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O município de Caçador – SC (onde foi realizada esta pesquisa) está localizado na região meio oeste de Santa Catarina e possui uma área de 984.285 km². De acordo com a última estimativa do IBGE, de 1º de julho de 2015, a população atual do município de Caçador é de aproximadamente 75.812. O IDHM (Índice de Desenvolvimento Humano Municipal) de Caçador é 0,735 (em Santa Catarina, neste mesmo período, o maior IDHM foi de Florianópolis: 0,845 e o menor IDHM foi de Cerro Negro: 0,621).

O desenvolvimento da presente pesquisa ocorreu no Instituto Federal de Santa Catarina – Campus Caçador (IFSC-Caçador) para 36 alunos regularmente matriculados no *Módulo II*⁸ do Ensino Médio Integrado em Administração.

Conforme consta em seu site institucional (ifsc.edu), a missão do IFSC é “Promover a inclusão e formar cidadãos, por meio da educação profissional,

⁸ O primeiro ano do Ensino Médio Integrado é dividido em dois módulos semestrais.

científica e tecnológica, gerando, difundindo e aplicando conhecimento e inovação, contribuindo para o desenvolvimento socioeconômico e cultural”. É importante destacar que o IFSC, dentro de suas ações, busca a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão e prisa pela preservação dos seguintes valores: ética, compromisso social, equidade, democracia, sustentabilidade e qualidade.

Dentre os alunos envolvidos neste trabalho, 13,89% cursaram o Ensino Fundamental em escola pública municipal, 19,44% são provenientes de escola pública estadual, 55,56% são provenientes de escola privada e 11,11% estudaram parcialmente em escolas públicas e particulares. Em relação ao gosto pela Matemática, a turma apresenta uma variação conforme representada na Figura 1:

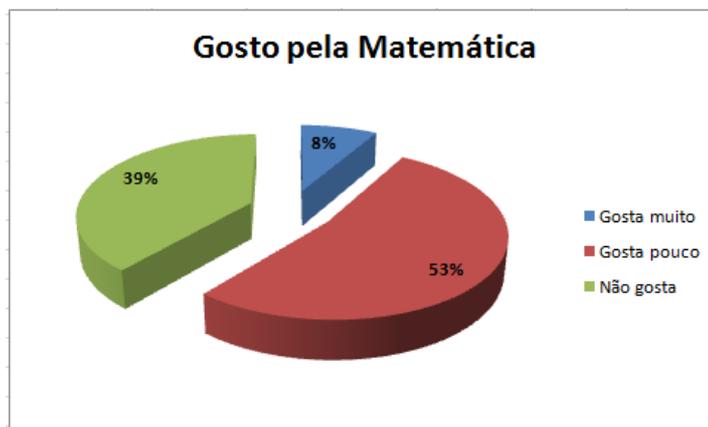


Figura 1 – Representação percentual dos alunos da turma do Ensino Médio Integrado em Administração com relação ao gosto pela Matemática

Grande parte dos alunos está cursando o Ensino Médio Integrado em Administração devido à qualificação profissional. Também é fator motivador da escolha do curso a oferta de aulas de qualidade, conforme se vê na Figura 2.

Observa-se também que apenas 2% dos alunos pretendem continuar sua carreira profissional na área de Administração e 49% estão interessados na qualificação profissional. Percebe-se que a qualificação técnica escolhida foi por conveniência entre os cursos ofertados no Instituto, uma vez que eles não apresentam interesse em seguir estudos na área de Administração. Ao questionar qual curso de graduação os alunos pretendem cursar futuramente, teve-se um percentual de 36% da turma para a área de saúde (Medicina, Medicina Veterinária e Fisioterapia); 25% não decidiram ainda e os demais variam em cursos como Direito,

Engenharia Civil, Engenharia Mecânica, Moda, Arqueologia, Jornalismo, Arquitetura, Agronomia e Economia.

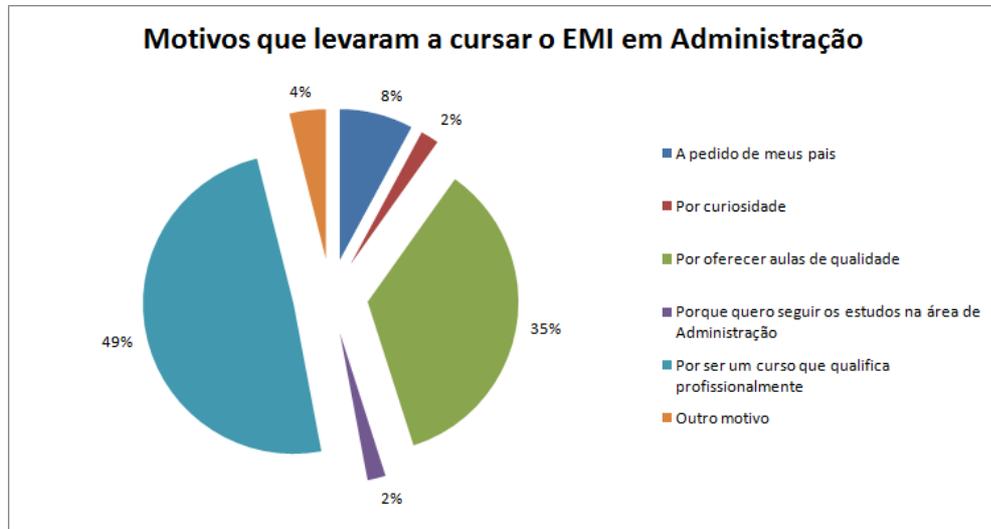


Figura 2 - Motivos que levaram a cursar o Ensino Médio Integrado em Administração

Para Biembengut e Hein, o bom desenvolvimento de uma “*modelação matemática*” parte do conhecimento do público alvo. Em seus argumentos aponta que:

para implementar a modelação matemática sugerimos que o professor faça, inicialmente, um levantamento sobre os alunos: a realidade socioeconômica, o tempo disponível para realização de trabalho extracurricular e o conhecimento matemático que possuem – diagnóstico. Com base nesse diagnóstico, planeja-se como implementar a modelação, isto é, como desenvolver o conteúdo programático, como orientar os alunos na realização de seus modelos matemáticos-modelagem e como avaliar o processo. (BIEMBENGUT; HEIN, 2016, p. 19)

Desta forma, o conhecimento do campo de aplicação deste trabalho contribuiu no planejamento e organização das atividades de Modelagem Matemática e na análise dos resultados aqui apresentados.

4.2 ORGANIZAÇÃO PEDAGÓGICA DOS ENCONTROS

As atividades de Modelagem Matemática neste trabalho foram denominadas de “encontros”, que aconteceram paralelamente às aulas que tratavam dos

conteúdos curriculares (inicialmente, uma hora aula de 55 minutos por semana). A matematização⁹ ocorreu durante todo o processo de elaboração das atividades de modelagem trazidas pelos alunos conforme será verificado no decorrer da análise dos dados.

Nos primeiros encontros, após ser realizada a divisão dos grupos, foi explicado a todos o que é uma Modelagem Matemática através de material básico explicativo em slides (Apêndice E) que foi disponibilizado aos alunos através da plataforma *Moodle* do IFSC. Após esta explanação os alunos foram instigados a escolher um ramo empresarial no qual o grupo se propôs a criar uma empresa fictícia. Na ideia inicial tal empresa deveria produzir um bem ou serviço, a partir de uma sociedade de coparticipação cujo objetivo final era avaliar os resultados financeiros da empresa a partir das estratégias de produção e de venda proposto por cada grupo. Como a venda ocorreria na Semana de Ciência e Tecnologia e Semana do Empreendedorismo 2016 (18 a 20 de outubro), e em virtude de haver outras atividades de vendas na Instituição, a coordenação e os professores da área de Administração, sugeriram que os alunos produzissem o lanche a ser comercializado no evento para não haver concorrência com produtos artesanais que seriam vendidos por outras turmas.

Após esta definição, os alunos pesquisaram sobre empresas no ramo que eles escolheram objetivando um embasamento teórico para orientar a produção e estratégia de vendas (pesquisaram preços no mercado competitivo e demais informações pertinentes). Nesta etapa, os alunos escolheram um nome fictício da empresa e a sua missão, bem como uma logomarca (que foi produzida na aula de Artes). A coleta de dados correspondente a esta etapa da pesquisa se deu pela produção escrita dos alunos a partir de encaminhamento dado em aula pelo professor.

De posse dessas informações, os alunos desenvolveram estratégias de produção focadas na qualidade dos serviços ou produtos ofertados, bem como na otimização dos custos. Para isto, pesquisaram matéria-prima utilizada, cuidados com higiene, preço de mão-de-obra que melhor qualifique o trabalho, dentre outros

⁹ É a “fase que se faz a ‘tradução’ da situação-problema para a linguagem matemática (*formulação do problema*)” (KLÜBER e BURAK, 2008, p. 24).

aspectos que julgassem importantes. Nesta etapa, ocorreu o processo de observação e registro por parte do professor e auxílio nas dúvidas trazidas pelos alunos. Após a conclusão da etapa de organização teórica de todos os processos pertinentes à atividade, ocorreu a efetivação do funcionamento da empresa. Esta etapa se deu pela produção e venda dos bens ou serviços propostos por cada grupo. A produção conforme opção e organização do grupo, em local definido por ele. Maiores detalhes são apresentados no capítulo 4.

Os recursos financeiros utilizados pelos alunos para a compra dos insumos foram obtidos a partir de edital de pesquisa interno do IFSC (edital 28/PROPPI/2016). Para cada grupo foi disponibilizado um valor total de R\$ 130,00 entregues em duas parcelas (100 e 30 reais). Os alunos organizaram-se para suprir com recursos próprios os valores excedentes a 130 reais, sendo devolvidos tais investimentos a cada aluno ao final da atividade. Foi acordado com a turma que os R\$ 130,00 e o lucro obtido (caso ocorresse) ao final da atividade comporiam o caixinha de formatura da turma.

Ao final de cada encontro, os alunos organizavam, orientados pelo professor, os conhecimentos de Matemática que são necessários para suprir cada uma das etapas do desenvolvimento de suas empresas. Em alguns encontros, o professor introduziu conceitos pertinentes à solução de alguns problemas que os alunos teriam que resolver. Tais conceitos compuseram o relatório de atividades desenvolvidas que foi um dos objetos de avaliação do processo de ensino/aprendizagem. Vale destacar que a avaliação do processo como um todo se deu de forma qualitativa, observando a produção, cumprimento de prazos, coerência na aplicação das ideias e soluções, bem como a própria aplicação daquilo que foi proposto.

A partir das aplicações apresentadas no decorrer deste trabalho, buscou-se enfatizar a Modelagem Matemática como uma prática pedagógica utilizada para ensinar a Matemática de uma maneira diferente da forma habitual adotada pelo professor pesquisador desta proposta. Sendo uma prática diferenciada, pautou-se no terceiro caso de Modelagem apontada por Barbosa (2001, p. 9), onde utilizou-se um tema não-matemático (criação de uma empresa fictícia) para que os alunos formulassem e resolvessem problemas e realizassem as coletas de dados necessárias para isso.

Neste trabalho, percebe-se a Modelagem Matemática como um *ambiente de aprendizagem, de indagações e questionamentos*, pautados nas situações matemáticas ou não-matemáticas trazidas pelas empresas em conformidade com Barbosa (2001, p. 6). Ressalva-se que Barbosa (2001, p.7) não se interessa pelo uso de situações fictícias para utilização em Modelagem Matemática, definindo-as como *semi-realidades*. A utilização de empresa fictícia neste projeto deve-se ao fato delas não terem sido criadas para fins comerciais e sim didáticos, porém todo o processo de desenvolvimento do planejamento e produção dos produtos se deu de forma real.

Embora o tema geral tenha sido apresentado pelo professor (criação de uma empresa fictícia), a área de produção da empresa foi escolhida pelos alunos, de forma a garantir que tal produção fosse de seu interesse. Neste sentido, Burak (1992, p. 290), sugere que o tema deve ser escolhido preferencialmente pelos alunos. Bassanezi também reitera que *“é muito importante que os temas sejam escolhidos pelos alunos, que, desta forma, se sentirão corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva”* (BASSANEZI, 2015, p. 16) e Biembengut e Hein (2016, p 20) deixam a critério da definição do professor, o que sugere que tal escolha por uma ou outra forma de definição do tema, não descaracteriza a Modelagem Matemática.

Como uma primeira experiência tanto para o professor quanto para os alunos, a Modelagem Matemática se firmou como um quebra de paradigmas em relação ao método tradicional de ensino, que conforme visto em Barbosa (2001, p.8) é um grande desafio devido às diferenças pertinentes ao método tradicional de ensino e a prática da Modelagem Matemática. Pode-se dizer que a Modelagem Matemática se dá pela utilização de estratégias de ensino que visem: a aplicação da Matemática; a interação dos alunos entre si e entre o objeto a ser aprendido; a valorização e percepção do conhecimento do aluno e a busca destemida da interdisciplinaridade. Esta última, através do diálogo com professores de outras áreas e motivações de abordagens diferenciadas, posicionando-se em todo o processo como aprendiz e não como detentor do conhecimento.

A primeira preocupação apresentada pelo pesquisador quanto à organização e planejamento das aulas foi responder à seguinte pergunta: “o que vou trabalhar

em cada aula sabendo que os conteúdos dependerão daquilo que será trazido pelos alunos?”. Na forma tradicional, o professor que prepara antecipadamente sua aula, chega à sala com todos os conceitos e exercícios a serem explorados dentro de um dado período de tempo. Isso não ocorre com a Modelagem Matemática em virtude de seu dinamismo (conforme evidenciado em (BARBOSA, 2001, p. 8), desta forma o primeiro passo foi estabelecer uma maneira de chegar à sala com algum material ou “conteúdo” que induzisse os alunos a fazerem determinadas atividades voltadas para a definição daquilo que eles viriam a organizar.

Em consonância com tais aspectos, pensando no processo de familiarização com a Modelagem e também como estratégia organizacional das aulas observa-se na literatura pesquisada que:

Em um primeiro momento, o professor coloca os alunos em contato com uma situação-problema, juntamente com os dados e as informações necessárias. A investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático são acompanhadas pelo professor, de modo que ações como definição de variáveis e de hipóteses, a simplificação, a transição para linguagem matemática, obtenção e validação do modelo bem como o seu uso para análise da situação, são em certa medida, orientadas e avaliadas pelo professor. (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2016, p. 26)

Nota-se que não seria um conteúdo em si, mas uma série de questionamentos organizados de forma que os alunos buscassem soluções e produzissem a partir de algo já pré-determinado pelo professor.

Diante do exposto, a Modelagem Matemática foi incorporada nesta turma através de aulas que foram denominadas “encontros” (Apêndice E), exatamente para se ter um planejamento do que seria trabalhado em cada aula. Situações não resolvidas em determinados encontros foram estudadas e estruturadas pelo professor fora de sala e trazidas em aulas posteriores ou conversado com grupos isoladamente em horários de atendimento extraclasse. No primeiro encontro, foram aplicados o questionário diagnóstico e os termos de assentimento e consentimento conforme orientado e aprovado pelo Conselho de Ética da UFFS. Para esclarecer aos alunos que as aulas de Modelagem Matemática se dariam de forma diferente da forma habitual que o professor estava trabalhando até então, nesta mesma aula foi apresentado um conjunto de slides explicativos que visavam dar uma ideia do que seria esta proposta pedagógica.

Em virtude dos alunos estarem habituados com a aula tradicional, percebeu-se desde o início da aplicação das atividades que muitos deles estavam preocupados em saber “o que estudar” para terem um bom desempenho nesta atividade. No início das atividades, alguns alunos mostraram preocupação com a definição de Modelagem Matemática, afirmando estarem “perdidos porque não conseguiam ‘entender o que era isso’” e temiam “não ir bem” na disciplina por este motivo. Como a Modelagem traz conceitos não lineares de Matemática e no início estes conceitos não estavam evidenciados (pois dependem do processo de construção) a preocupação dos alunos era: “o que devo estudar?”. Quando não está claro o que deve ser estudado ou como funciona o processo de avaliação, a prática pedagógica deve ser repensada ou esclarecida aos estudantes para não gerar insegurança. Neste sentido, Biembengut e Hein (2016, p. 23) destacam que

É fundamental, para que se possa orientar e acompanhar os alunos no desenvolvimento do trabalho de modelagem, um planejamento sobre a interação com o assunto, bem como a forma de encaminhamento e quando ou em que momento norteará seus alunos. (BIEMBENGUT; HEIN, 2016, p. 23)

Assim, foi destacada a forma de avaliação já apresentada no primeiro encontro exemplificando que alguns conceitos de Matemática que já haviam aparecido nas primeiras aulas. Destacou-se que é o desenvolvimento em si da atividade que será avaliado e os conceitos de Matemática a serem utilizados dependem da necessidade que vai surgindo no processo. O objetivo foi desconstruir o pensamento de aula tradicional (processo que não é fácil, nem mesmo para o professor pesquisador que vos escreve). Nas referências pesquisadas são visualizadas algumas situações que vem ao encontro de tais questionamentos:

Embora as discussões sobre a introdução de atividades de modelagem nas aulas de Matemática estejam centradas no planejamento do professor, se faz notório ponderar que atividades deste tipo também podem ser desafiadoras e não usuais para os estudantes. (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2016, p. 25)

A prática investigativa na sala de aula também é desafiadora para os alunos, pois ao mesmo tempo em que devem resolver problemas, também se tornam responsáveis por identificar e elaborar novos problemas. O redirecionamento das aulas e soluções de situações novas ocorreram constantemente neste processo. Alguns exemplos serão apresentados na sequência.

Os grupos foram informados de que teriam 130 reais para comprar a matéria-prima, momento em que houve o questionamento sobre qual seria o procedimento em caso de falta de dinheiro para produzir tais alimentos. Em virtude disso foi direcionada a pergunta para a turma da seguinte forma: “O que uma empresa faz quando precisa produzir algum bem ou serviço e não possui dinheiro suficiente?” Os alunos responderam que “as empresas fazem empréstimos”. Aproveitou-se o momento para falar que os empréstimos são realizados com a cobrança de juros, que são capitalizados. Trabalhou-se a questão dos juros usando conceitos abordados no conteúdo de funções exponenciais. Não foi utilizada situação de modelagem nesta ocasião, apenas retomado um exemplo trabalhado em aulas anteriores.

A tomada de decisão do produto que cada grupo iria desenvolver também foi questão importante de ser discutida. Surgiram questionamentos como: “Professor, podem vários grupos produzir o mesmo alimento na empresa?”. Como a intenção era que as principais decisões ocorressem pelos próprios alunos, foi comentado que todos poderiam fazer o mesmo produto, porém, seria interessante pensarem se esta decisão afetaria positivamente ou negativamente as vendas. Também foi comentado que se todos oferecessem produtos similares, os grupos da turma estariam entrando em concorrência entre si, o que não era necessariamente o objetivo da atividade. Estabeleceu-se como encaminhamento, o diálogo entre os grupos como forma de encontrar um equilíbrio para beneficiar a todos. Após este encaminhamento, o professor procurou não interferir na escolha, pois o objetivo é que estas partissem do interesse do grupo de forma que a produção escolhida fosse algo que fizesse com que eles se sentissem mais a vontade para fazer e não algo imposto pelo professor, visando sempre o sucesso da empresa. A partir do diálogo entre os grupos, cada empresa produziu um lanche diferente, o que oportunizou melhor variedade na opção dos clientes no dia da comercialização.

Um fator extremamente positivo para o trabalho de Modelagem no componente Curricular de Matemática foi quanto à disponibilidade dos Professores de outras disciplinas para trabalhar alguns aspectos em suas respectivas disciplinas. A professora de artes disponibilizou-se para produzir em sua aula as logomarcas das empresas e contribuiu com aspectos relativos à apresentação dos produtos. A Professora de Fundamentos de Administração contribuiu significativamente com

conceitos de custo, despesas, lucro e receita, além de envolver-se na organização e ornamentação para o evento e esclarecimento de dúvidas pertinentes à sua área. O professor de Organização, Sistemas e Métodos também esteve presente nas atividades contribuindo nas sugestões dos textos envolvendo lema, missão, visão da empresa, organização de organogramas e fluxogramas. O auxílio dos professores em suas respectivas disciplinas favoreceu a interdisciplinaridade da atividade, que é uma das possibilidades no trabalho com Modelagem, além de proporcionar maior tempo para se trabalhar os aspectos conceituais de Matemática nos encontros, de forma geral. Sobre isso, Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 21) argumentam que o espaço e a condução das atividades de Modelagem Matemática no currículo escolar e/ou nas aulas de Matemática podem ser incorporadas como *alternativa da integração curricular e alternativa interdisciplinar integrada*. Na perspectiva interdisciplinar, Weber e Petry (2015) argumentam que com a Modelagem Matemática abrem-se possibilidades de trabalhos interdisciplinares.

Nota-se que o diferencial deste trabalho está no envolvimento de professores de outras áreas do conhecimento nas produções das atividades e não apenas na abordagem interdisciplinar realizada exclusivamente nas aulas de Matemática. Em muitas situações, a interdisciplinaridade ocorre isoladamente dentro das disciplinas, sem o diálogo escolar do que ocorre na sala de aula. Com a aplicação deste trabalho, os professores envolvidos sabiam o que estava ocorrendo nas aulas de Matemática e utilizaram tal conhecimento para abordar aspectos específicos de suas disciplinas para a produção de um resultado coletivo.

No quadro que segue apresenta-se, o ramo de atuação, nome da empresa, lema, missão e visão definido por cada um dos grupos. A numeração dos grupos foi feita pelo pesquisador apenas para facilitar a identificação no quadro abaixo. No decorrer do texto serão utilizados os nomes das respectivas empresas.

Grupo 1	
Nome da empresa	Cute Candy.
Missão da empresa	Preparar produtos de qualidade, com muito amor em tudo que fazemos.
Visão da empresa	Ser reconhecida pela qualidade de nossos produtos e melhor satisfação do cliente.
Lema da empresa	O sabor do amor / pense menos, se delicie mais!
Ramo	Produção de bombons.
Grupo 2	

Nome da empresa	Snack do Gringo.
Missão da empresa	Não apresentaram.
Visão da empresa	Produzir alimento de qualidade inigualável.
Lema da empresa	É o Snack do gringo, você tem que comer!
Ramo	Produção de batatas chips.
Grupo 3	
Nome da empresa	Doce Sensação.
Missão da empresa	Compromisso e responsabilidade com seus clientes, mantendo os alimentos higienizados e saudáveis para a população.
Visão da empresa	Produzir alimentos de qualidade, sendo uma empresa de excelência e exemplo de vendas no meio oeste catarinense.
Lema da empresa	A impressão de estar no céu!
Ramo	Produção de morangos cobertos de chocolate no espeto.
Grupo 4	
Nome da empresa	Pâtisserie.
Missão da empresa	Ser uma empresa que proporciona a satisfação do cliente através da personalização de nossos bolos.
Visão da empresa	Ser uma empresa reconhecida pelo seu autêntico sabor, sua qualidade, sua credibilidade e pelo bom atendimento.
Lema da empresa	Parte do sucesso da vida é comer bolo.
Ramo	Produção de bolos de pote.
Grupo 5	
Nome da empresa	Delícia Gelada.
Missão da empresa	Satisfazer o cliente através de alimentos com qualidade.
Visão da empresa	Ter qualidade dos alimentos e no atendimento.
Lema da empresa	Não apresentaram.
Valores	Qualidade, respeito ao cliente, honestidade e transparência.
Ramo	Produção de sorvetes de óreo.
Grupo 6	
Nome da empresa	Brown Cookie.
Missão da empresa	Produzir e distribuir biscoitos que sejam procurados pelos seus clientes, atendendo suas expectativas.
Visão da empresa	Ser reconhecidos pela qualidade e bom atendimento.
Lema da empresa	Com sabor simplesmente delicioso.
Ramo	Produção de Cookie.
Grupo 7	
Nome da empresa	Pizza Point.
Missão da empresa	Preparar e oferecer pizzas de qualidade, priorizando o bom atendimento.
Visão da empresa	Alcançar a satisfação dos clientes por meio dos valores da organização.
Lema da empresa	Não apresentou.
Valores	Manter a integridade em todas as ações. Compromisso sempre, buscar o melhor com responsabilidade.

Ramo	Produção de mini-pizzas.
------	--------------------------

Quadro 2 - Missão, lema, visão e ramo das empresas fictícias

Antes mesmo de definir os custos, alguns alunos estavam preocupados em colocar o preço no seu produto. Aproveitou-se o momento para falar da importância de se calcular todo o custo para a produção de certa quantidade de produtos e da pesquisa de preços no mercado para a fixação dos preços de venda de forma a tornar o produto viável e competitivo. Esta atividade também teve a contribuição da Professora de Fundamentos da Administração.

Algumas semanas antes do evento foi entregue a cada grupo o valor de R\$ 100,00, provenientes da primeira parcela dos recursos do edital de pesquisa 28/PROPPI/2016. Este valor parcial seria para os primeiros gastos para a produção da amostra de alimentos. Com o objetivo de apresentar amostras do que cada grupo iria produzir para os demais alunos e para os professores foi organizado um encontro na forma de piquenique. Para dar mais formalidade ao processo, cada grupo teve que assinar um recibo do valor recebido para posterior prestação de contas.

Na imagem que segue (Figura 3) são apresentadas algumas das amostras apresentadas pelos grupos.



Figura 3 - Produtos produzidos pela turma

Durante o piquenique cada grupo apresentou seu produto com o formato e embalagem que seria utilizado no dia da venda. Após a visualização e degustação os professores e colegas puderam fazer a avaliação de cada produto e dar sugestões sempre que julgassem oportuno. Com a mediação dos professores surgiram sugestões que se referem à quantidade de açúcar ou sal nos alimentos e principalmente quanto à forma e tamanho, visando produtos atraentes com preços competitivos. Discutiu-se dessa forma elementos de geometria e planejamento visando otimizar a relação entre custos e receitas. O grupo *Doce Sensação* não apresentou seu produto. Os motivos alegados foram de que dois meninos do grupo terem comido as amostras trazidas pelas colegas do grupo. Desta forma, os professores tiveram que conversar com o grupo, sendo que na aula de Matemática os dois meninos redimiram-se trazendo espetos de morangos confeccionados por eles. Eles se retrataram e pediram desculpas aos demais componentes do grupo. Aproveitou-se o episódio para trabalhar valores importantes que devem permear o trabalho em equipes, como a responsabilidade, o respeito mútuo e o foco nos objetivos a serem alcançados pela equipe.

Após a degustação, o professor de Química, conversou com o grupo acerca de alguns cuidados necessários. Dentre suas falas destaca-se o comentário feito por ele no sentido de alertar os alunos que a partir do momento que estes venderem o produto, eles tornam-se responsável pelo bem estar e pela saúde de quem o compra, assim, alertou-os sobre esta tamanha responsabilidade. Ele falou sobre a importância de conferir a procedência da matéria prima, dos cuidados com a higiene, sobre diferentes tipos de contaminação, aspectos que potencializam possíveis contaminações e como evitá-las.

Para completar o valor que havia sido combinado na semana que antecedeu o evento (Semana Nacional de Ciência e Tecnologia e Semana do Empreendedorismo 2016), foi entregue mais R\$ 30,00 para cada grupo para auxiliar nos gastos das empresas. Os grupos que excederam o gasto de R\$ 130,00 organizaram-se de modo a cada um contribuir com uma parte que faltava.

Conforme combinado, os alunos utilizaram o tempo extraclasse para produzir os produtos em local de sua escolha e participaram da organização do espaço onde ocorreria a venda no dia do evento.

Houve necessidade de intervenção do professor em função de alguns desentendimentos entre alguns grupos, referente à organização do espaço. Os encaminhamentos foram no sentido de possibilitar que eles resolvessem entre si os seus conflitos.

Conforme havia sido combinado com a turma em aulas anteriores, ficou determinado que os caixas para compra e venda dos produtos seriam organizados separadamente para cada empresa. Desta forma, foi providenciado troco em moedas de R\$ 0,50 e R\$ 1,00, e notas de R\$ 2,00 e R\$ 5,00. Após a organização do espaço os grupos fizeram a exposição de cartazes com divulgação dos produtos, dos preços e das logomarcas por eles criados conforme mostrado na imagem que segue. Alguns grupos usaram as redes sociais para divulgarem seus produtos (Figura 4).



Figura 4 - Estratégias de Marketing

Como percebido nas imagens que seguem (Figura 5), cada grupo preocupou-se em organizar o seu ambiente e apresentar a melhor estratégia de divulgação e de venda.



Figura 5 – Produção de doces na Semana Nacional de Ciência e Tecnologia e Semana do Empreendedorismo 2016 – IFSC – Caçador

Nos três dias do evento os alunos tiveram um bom fluxo de vendas, sendo necessário repor os estoques todos os dias. Um fator interessante foi que em um dos grupos, no segundo dia haveria duas meninas que não poderiam participar da produção dos morangos recheados em virtude de estarem comprometidas com as atividades de outros professores no período matutino. Elas solicitaram dispensa das demais atividades para poderem produzir os morangos. Foi negada esta liberação em virtude do que já havia sido combinado com a comissão organizadora. Curiosamente, as pessoas que restaram para a produção foram os dois meninos que haviam comido os morangos no dia do pré-teste. Desta forma, foi incentivado os dois meninos a produzirem os morangos, haja vista que eles já haviam provado serem capazes na aula onde se retrataram com o grupo. Os meninos prontamente aceitaram o desafio e sentiram-se valorizados. No dia seguinte trouxeram os espetinhos com os morangos cobertos de chocolate e embalados. Nesta noite, como na noite anterior, venderam todo o estoque antes de chegar ao término do evento.

4.3 RESPOSTAS AOS PROBLEMAS DE PESQUISA

Nesta seção, serão apresentados os problemas de pesquisas propostos inicialmente, bem como os argumentos que visam respondê-los.

4.3.1 Quais são os benefícios e os desafios trazidos pela aplicação da Modelagem Matemática como prática pedagógica para os cursos de Ensino Médio Integrado em Administração?

Um dos principais benefícios perceptíveis a este projeto é a capacidade que a Modelagem Matemática tem de buscar nas práticas administrativas elementos conceituais de Matemática necessários à formação profissional dos alunos que estão em um curso médio e técnico. Desta forma, a aplicação do saber é algo de grande significado para os alunos.

Ao receber comentários dos professores da área de Administração, bem como de outras áreas (como Artes e Química, por exemplo) que incorporaram este projeto também em suas aulas, percebe-se os benefícios pertinentes à aproximação entre professores de diferentes áreas e que atuam em um mesmo curso. Este é um benefício e ao mesmo tempo um desafio, pois tal envolvimento poderia ter ocorrido com uma maior abrangência (Física, Biologia, Educação Física, Língua Portuguesa, Inglês, dentre outras). Tal desafio já pode ser superado com a própria proposta dos professores envolvidos, que sugerem esta atividade possa ser incorporada Institucionalmente como um Projeto Integrador, que na sua essência, visa o trabalho interdisciplinar voltado para a prática associada à formação ofertada pelo curso.

Na aplicação do primeiro questionário (antes mesmo da aplicação da Modelagem Matemática), percebeu-se um desafio a ser superado quanto à aplicação desta proposta na turma em questão. Ao responder qual tipo de atividade de Matemática eles mais gostam, obteve-se o resultado apresentado na figura 6.

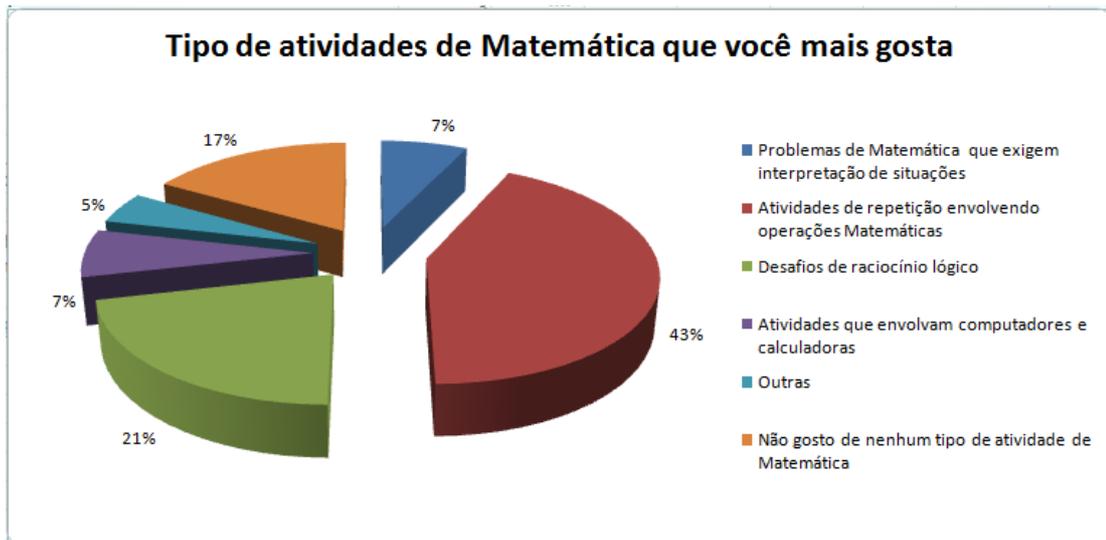


Figura 6 – Percentual dos alunos da turma por tipo de atividade

Percebe-se 43% prefere as atividades de repetição e que apenas 7% preferem atividades envolvendo problemas. O desafio é o fato dos alunos terem uma preferência por aulas tradicionais de Matemática (representada pelos 43% da preferência) e pela Modelagem Matemática trazer à tona problemas de Matemática que exigem interpretação de situações. Se levado em conta os 17% que não gostam de Matemática, tem-se um percentual de 60% que poderiam não apreciar a atividade. Os 5% que responderam que gostam de outros tipos de atividades, referenciaram a utilização de fórmulas e resolução de equações.

Ao final do desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, foi aplicado um novo questionário (Apêndice B) para verificação das percepções dos alunos acerca das atividades desenvolvidas no projeto. Ao perguntar sobre a influência da Modelagem Matemática na motivação para o aprendizado de Matemática, dos 34 alunos que responderam ao questionário, 31 responderam que a Modelagem Matemática influencia positivamente na motivação para o aprendizado de Matemática (Figura 7). Tal constatação enfatiza os reflexos positivos da experiência com Modelagem na turma, haja vista a manifestação dos alunos apresentadas no parágrafo anterior.

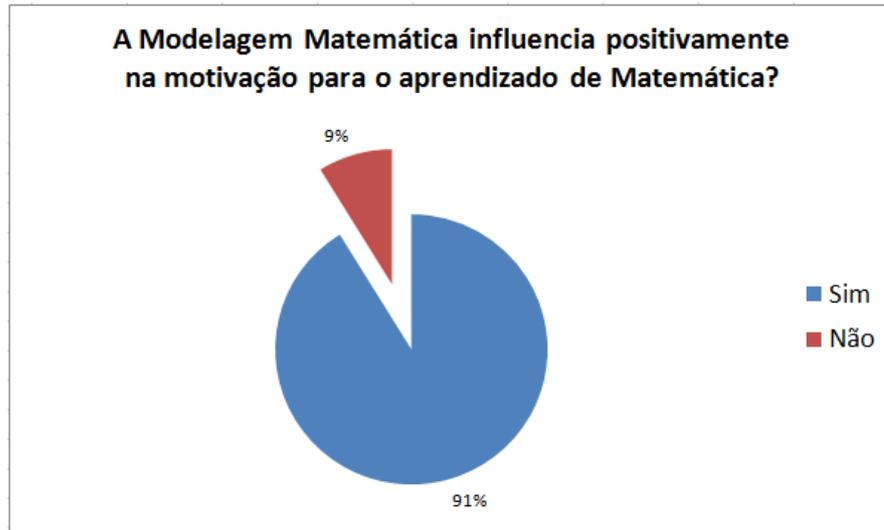


Figura 7 – Percentual de alunos da turma quanto a motivação nas aulas de Modelagem Matemática

Dentre os argumentos apresentados pelos alunos abaixo são agrupadas algumas categorias:

Atividade dinâmica/diferente: se tratando de atividades diferenciadas daquelas em que os alunos estavam habituados nas aulas de Matemática, ocorreram manifestações positivas justificando a “maneira diferente” com que as aulas foram conduzidas no processo:

- *É uma atividade dinâmica e que diferencia das aulas normais;*
- *Sim, pois é uma atividade diferente;*
- *Pois é uma atividade diferente que chama nossa atenção e também além de ser muito show, a atividade facilita o nosso entendimento em relação ao conteúdo.*
- *A matemática não costuma ser uma matéria muito adorada pelos alunos, por isso fazer uma atividade diferente pode facilitar o interesse.*

No último relato acima, percebe-se que o aluno tem a percepção de que a Matemática é uma disciplina que geralmente não ocasiona muito interesse por não ser “muito adorada pelos alunos”. Tal aspecto pode estar associado aos métodos tradicionais de ensino e desvinculação de conceitos com a realidade do aluno. Todavia, o aluno que acredita que as experiências oportunizadas pelo trabalho

desenvolvido nas aulas ocasionam uma ruptura deste pensamento, influenciando positivamente no interesse pelo aprendizado da Matemática.

Envolvimento com a Matemática: as manifestações trazidas pelos alunos também evidenciam a importância da produção do conhecimento a partir do envolvimento em atividades de construção coletiva. Ao se deparar com um problema de modelagem, os alunos são levados a fazerem questionamentos e manifestações de opiniões que visam discutir e organizar estratégias de solução. Tais características são perceptíveis nas seguintes respostas do questionário:

- *Se você estiver em um grupo que você consiga se comunicar bem e ter uma relação de parceria você aprenderá bem mais facilmente o conteúdo de Matemática;*
- *Sim pois faz os alunos irem atrás de um objetivo, que seria o dinheiro para a formatura e por em prática o conteúdo abordado em sala;*
- *Sim, pois faz com que os alunos se envolvam com a matéria.*

Aprendizagem com situação real: a abordagem de problemas de Matemática pré-elaborados pelo professor ou pelos livros didáticos e expostos nas aulas nem sempre consegue explicitar todo o contexto onde tais problemas estão inseridos. Quando um problema traz o custo e a receita de um determinado produto, por exemplo, o aluno é levado a “deduzir” a função lucro sem conhecer os fatores que levaram a chegar neste custo e nesta receita. Com a Modelagem Matemática, os alunos puderam compreender como se compõe um custo, bem como a receita de um produto, compreendendo a função lucro dentro de uma perspectiva diferente. As seguintes manifestações evidenciam que situações reais trazem uma percepção diferente das situações e contribuem significativamente para o aprendizado de Matemática:

- *Sim, pois mostra que podemos aprender a ver o que acontece por trás, ou seja, até chegar a venda do produto;*
- *Sim, pois o fato de criar uma empresa fictícia e fazê-la funcionar, traz mais ânimo na forma de aprender;*
- *Sim por que com esses tipos de trabalhos fica mais fácil entender a matemática por algum lado na minha opinião.*

É importante perceber que a Matemática não fica mais fácil de aprender a partir da utilização da Modelagem Matemática, pois também aborda aspectos conceituais dos quais os alunos tem dificuldade de entender e aplicar. A grande valorização do trabalho com Modelagem Matemática está no fato de trazer aos alunos experiências das quais eles não teriam nas aulas tradicionais. Este diferencial é o que “facilita” o entendimento das situações e a finalidade da Matemática para a solução de problemas emergentes delas.

Atividades não repetitivas: Embora haja alunos que apreciem as atividades de repetição nas aulas de Matemática, também se percebeu nas respostas apresentadas no questionário que tal prática é considerada cansativa e desanimadora para certos alunos. As atividades desenvolvidas nos encontros buscaram sempre trazer situações reais apresentadas pelos grupos e atividades associadas aos conteúdos elencados por tais situações. Isso fez com que os exercícios propostos também fossem apresentados em forma de problemas que levassem os alunos a buscarem estratégias de solução sem utilização de métodos de repetição para fixação de conteúdos. Esta maneira de abordagem foi percebida na seguinte manifestação de um aluno:

- *Aprender Matemática na sala de aula, repetindo inúmeros exercícios é muito cansativo e desanimador. As atividades de Modelagem ajudam no aprendizado e são divertidas;*

Dentre os aspectos motivacionais, percebe-se principalmente o fato da atividade ser diferente, dinâmica e aplicada às situações do interesse dos alunos. Evidencia-se com isso que “*a Matemática escolar e a Matemática da vida cotidiana do aluno tem estreita relação, não podendo ser separadas, pois esta relação é o que dá sentido e significado ao conteúdo estudado*” (WEBER; PETRY, 2015, p. 4). O fato do lucro ser revertido para o caixinha de formatura da turma também foi um fator motivacional bastante citado pelos alunos.

Almeida, Silva e Vertuan (2016) dizem que a motivação é um dos principais fatores que levam professores a utilizar a Modelagem Matemática em sua prática pedagógica, principalmente por considerar as relações pessoais do cotidiano de cada sujeito.

Isso nos leva a pensar que uma motivação contextualizada com o curso ou com a vida real cria nos alunos uma afetividade com a disciplina e o desejo de aprender. É impossível ensinar o desejo, no entanto, segundo Charlot (2000), uma motivação, agente externo, pode causar uma mobilização interna e essa desencadeia o desejo de aprender. (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2016, p. 30)

Outro desafio que merece destaque é: como não transformar a prática da Modelagem Matemática em uma prática tradicional? Sendo o pesquisador um professor com tendência ao tradicional este é um grande risco que ocorre no processo de ensino através desta prática. O importante, na opinião do pesquisador, é que as aulas não sejam no todo uma descoberta, mas que tenha alguns elementos previsíveis que possam ser trabalhados de forma organizada, evitando improvisos que possam levar a cometer erros e desinteresse dos alunos. Todavia, o novo e o inusitado ocorrerão frequentemente no processo e devem ser adequadamente trabalhados através da superação dos medos do professor.

Sobre isto, Almeida, Silva e Vertuan destacam:

[...] pesquisas revelam que muitos professores ainda se mantêm numa “zona de conforto”, preferindo situações em que quase tudo é conhecido ou previsível e há pouco espaço para a “imprevisibilidade” associada às atividades de Modelagem Matemática. Para outros ainda que anunciem um discurso manifestando o desejo de ingressar em ambiente desconhecido, suas práticas não revelam essa intenção de mudança. Por fim, há os professores que mergulham no “risco” e encontram, tanto no êxito das situações favoráveis quanto na superação das situações adversas, subsídios para a elaboração de uma nova e própria “zona de conforto”. (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2016, p.24)

A fuga da “zona de conforto” foi uma tônica durante todo o processo de produção deste trabalho. Muitos medos e inseguranças emergiram a mente do pesquisador que teve que explorar e buscar conhecimento além da Matemática e também da própria Matemática. Talvez esta primeira prática da Modelagem Matemática não tenha atingido plenamente a proposta desta prática, porém, poderá embasar novas práticas que possam levar a um amadurecimento teórico e prático.

Outro desafio pertinente ao trabalho é o de buscar envolver mais professores na atividade, tendo em vista as diferentes afinidades que se tem em grupos heterogêneos de trabalho. Para conseguir melhores resultados neste aspecto, o professor proponente deve ter um bom envolvimento com o grupo de trabalho para ter um bom diálogo na definição das atividades a serem propostas.

De forma geral, pode-se apresentar 4 categorias de benefícios trazidas pela aplicação deste projeto:

Benefícios de conhecimento (epistêmicos): o trabalho evidencia que é possível aprender diversos conceitos de Matemática (funções, proporções, gráficos, tabelas, sistemas lineares, sistemas não lineares...) a partir das situações trazidas pelos alunos no processo de Modelagem Matemática.

Benefícios organizacionais: é possível, a partir da Modelagem Matemática, desenvolver projetos que envolvam professores de outras áreas do conhecimento em atividades interdisciplinares.

Benefícios de desenvolvimento pessoal: o trabalho motivou a superação de desafios pessoais tanto ao professor quanto aos alunos. Auxiliou no desenvolvimento da iniciativa, criatividade, comunicação e relacionamento interpessoal. No âmbito das tomadas de decisões, favoreceu a exposição e aceitação de ideias dentre as divergências de opiniões.

Benefícios de desenvolvimento social: aceitação do outro, interação em grupo, compromisso coletivo, respeito aos outros, respeito próprio e acerto de diferenças.

4.3.2 Quais são os cuidados necessários para que a Modelagem Matemática possa contribuir no ensino aprendizagem de alunos do Ensino Médio Integrado sem prejuízo à sua formação geral?

Uma das preocupações que se teve desde o início das atividades, e que também foram apresentadas na seção 2.3 por Ceolim e Caldeira (2015), refere-se ao cumprimento do currículo escolar. Como estratégia para evitar tal problema, foi proposto inicialmente uma aula por semana para a Modelagem Matemática e duas para prosseguimento da grade curricular. Em virtude dos prazos para a produção dos produtos e do volume de situações que necessitavam de tempo para solução, acabou-se utilizando durante um mês, as três aulas da semana para a Modelagem Matemática.

Embora o ensino seja direcionado para o Técnico em Administração, nem todo aluno seguirá carreira nesta área, o que faz com que as aulas tragam aspectos conceituais abrangentes e também voltados para vestibular e ENEM, que é a tônica dos alunos de Ensino Médio que querem ingressar no Ensino Superior (isso já foi constatado no início deste trabalho quando se verificou que apenas 2% dos alunos pretendem seguir a carreira na área de Administração).

Neste sentido, comenta-se a resposta de um aluno referente à motivação da Modelagem Matemática para o aprendizado de Matemática no Ensino Médio: “Acho importante, mas deveria ter ocupado menos tempo, muito conteúdo utilizado no vestibular não rendeu”. Ao responderem sobre os aspectos negativos da aplicação da Modelagem Matemática também percebeu-se alguns comentários similares: “Parada do conteúdo do Ensino Médio”; “Nós perdemos muitas aulas de outros conteúdos de Matemática, mas as aulas foram produtivas mesmo assim”; “É uma atividade cansativa e que exige muito tempo”; “Na minha opinião mesmo tendo aplicações matemáticas o conteúdo não rendeu, sinto que perdi muito tempo sem aprofundar o conteúdo do 1º ano”.

A preocupação inicial quanto ao cumprimento do currículo, que foi apresentado por Ceolim e Caldeira (2015), bem como por Burak (1992, p.58) aparece agora não na perspectiva do professor nem da Instituição de Ensino, mas dos próprios alunos que vêem esta necessidade para a sua preparação para o vestibular ou ENEM.

É evidente que os problemas desenvolvidos a partir das situações trazidas pelas empresas fictícias abordaram conteúdos de Matemática que fazem parte do currículo e que também são cobrados em avaliações de vestibulares e Enem. Os alunos estão habituados a se preparar para este tipo de provas através de questões com exercícios já aplicados em provas anteriores onde aparece no enunciado em qual exame ou Instituição tal questão foi cobrada. A ausência deste tipo de atividade nos materiais produzidos nos encontros levou os alunos a acreditar que tais conteúdos não são de Ensino Médio ou não são relevantes para sua preparação.

Na Matriz de Referência para o Enem (BRASIL, 2009) são visualizadas as competências e habilidades que ora são exigidas neste exame. Para exemplificação,

apresentam-se algumas destas competências abordadas neste trabalho por meio da Modelagem Matemática:

Competência de área 1 - Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

Competência de área 3 - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 4 - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação. (BRASIL, 2009)

Percebe-se algumas palavras e expressões nas competências acima que são comuns à Modelagem Matemática: *construir, compreensão da realidade, solução de problemas do cotidiano, modelar e resolver problemas, interpretar informações, tendência, extrapolação, interpolação e interpretação*. Tais semelhanças levam a constatar que a Modelagem Matemática traz aspectos importantes para a formação e preparação do aluno não só para realização de exames, mas para a sua formação humana e cidadã.

Assim, para não perder de vista a prática de Modelagem Matemática que é tão atraente aos alunos e à interdisciplinaridade e por outro lado, para não deixar tratar aspectos curriculares, a alternativa sugerida aqui é de se mesclar esta prática na condução das aulas, sem perder de vista a necessidade de formalização dos conceitos e de complementação de conteúdos do currículo que eventualmente não foram contemplados na modelagem. Tais aspectos são percebidos neste trabalho nos momentos em que as atividades propostas não estão diretamente ligadas ao processo de modelagem.

As atividades em grupo na sala de aula sempre merecem um cuidado especial, no sentido de manutenção do bom relacionamento entre os alunos e a produtividade de todos os envolvidos. Discussões e atritos entre os alunos são situações freqüentes neste tipo de atividade. Desta forma, precisa-se ter um zelo maior neste sentido buscando resolver tais dificuldades de forma que os alunos aprendam a serem tolerantes uns com os outros e que cumpram, cada um o seu papel no grupo.

Vale destacar que, embora tenham sido poucas as críticas e aspectos negativos evidenciados pelos alunos nos questionários, alguns comentários merecem a percepção do professor que utiliza a modelagem em sua prática. Alguns alunos criticam a postura de seus colegas quanto a produtividade nas aulas: *“Nem todos os integrantes tiveram o mesmo desempenho, o que fez com que alguns tivessem sobrecarga de atividades no trabalho”*; Aspectos de relacionamento interpessoal também foram apontados: *“Pouca participação de alguns alunos do grupo, desentendimentos”*; *“Tivemos desentendimentos no grupo pois alguns não ajudaram em nada”*; *“Houve muito desentendimento, falta de comunicação, falta de respeito, muitas discussões entre outras coisas”*; *“Montamos um cargo pra cada um mais no último dia vi que nada deu certo, só a confecção dos produtos, uns queriam mandar mais que os outros e pegaram o trabalho que foi determinado a uma pessoa e fizeram numa empresa isso é inadmissível”*. Embora tais aspectos tenham sido avaliados como negativos na percepção dos alunos, enfatiza-se que tal experiência em relação as situações trazidas pela divergência de opiniões e até mesmo de postura de improdutividade é importante para a sua formação, pois tais questões ocorrem nas empresas e precisam ser trabalhadas individualmente e coletivamente. Tais aspectos só foram possíveis de serem trabalhados e abordados mediante a aplicação do projeto de modelagem. Estas manifestações também servem para alertar ao professor que procure maneiras de avaliação que identifiquem tais posturas inapropriadas e busque a sua correção e/ou punição.

Por estes motivos, é importante que a avaliação ocorra na forma individual também e não só no coletivo. Assim, deve-se mesclar atividades em grupo com atividades individuais de modo a investigar se todos estão compreendendo o processo.

Diante de todo o exposto, segue abaixo sugestões de tópicos importantes para uma boa aplicação da atividade:

- Trabalho com o currículo proposto no componente curricular;
- Bom relacionamento do proponente com os demais professores e coordenação;
- Zelo pela segurança nas atividades propostas;
- Intervenção e amenização dos conflitos recorrentes das atividades;

- Avaliação individual e em grupo.

4.3.3 Quais os resultados identificados que se obtém na aprendizagem dos alunos a partir da aplicação desta Modelagem Matemática?

Ao pesquisar as matérias-primas, os alunos fizeram cotação de preços de diferentes marcas e quantidades. Neste processo, avaliaram dentro de suas propostas a relação entre qualidade e preço, haja vista que, a qualidade e o preço do produto estão associados ao preço e a qualidade da matéria-prima utilizada. Para se obter um determinado sabor de um produto final, a escolha da matéria-prima é fundamental, pois o sabor se altera dependendo deste fator. Por outro lado, o preço final também será influenciado pela escolha da matéria-prima e tudo deve ser levado em consideração na definição final.

Para a pesquisa de preços foi sugerida uma tabela com as principais informações do produto. Também foram formalizadas algumas ideias sobre a importância de tal pesquisa para a minimização dos gastos.

A pesquisa de preços possibilitou planejamento das atividades, proporcionando inclusive uma readequação dos produtos a serem produzidos. Foi o caso do Grupo 7 que ao invés de produzir vários sabores de mini-pizzas optou em produzir apenas mini-pizzas de calabresa de modo a minimizar os custos de produção.

De modo geral, os alunos compreenderam a importância da pesquisa de preços para a redução dos custos de produção. Destaca-se que grupos questionaram sobre “quanto devemos cobrar para a composição da receita”. Neste sentido, o professor comentou que deveriam pensar qual seria a margem de lucro desejada, calcular exatamente todos os custos pertinentes a produção e embalagem, verificar o preço que se cobra geralmente pela quantidade de produto que eles vão oferecer e também o preço da “concorrência” que teriam no dia das vendas. O propósito foi de não intervir diretamente na definição do preço, deixando esta responsabilidade para o grupo, mediante questionamentos que os levassem a

esta decisão de forma a tornar o empreendimento viável. Tendo em mãos as tabelas com os preços dos ingredientes a serem usados em suas receitas, desenvolveu-se atividades sobre proporcionalidade (Atividades do 4º encontro – Apêndice E). Usou-se as tabelas construídas pelos alunos e as receitas por eles escolhidas para explorar conceitos pertinentes. Como os alunos tinham familiaridade com a regra de três, não tiveram grandes dificuldades para a compreensão. Foi observado que o processo de obtenção da quantidade de um determinado produto para uma receita é sempre análogo. Introduziu-se dessa forma a ideia de resolver este problema de forma genérica para cada ingrediente, estabelecendo uma função que associasse o custo de cada ingrediente da receita em função do valor unitário do produto. Estabeleceu-se assim a Matemática, que conforme aponta Biembengut e Hein (2016, p. 21) é o momento em que se suscita o *conteúdo matemático* na busca do resultado buscando desenvolver o conteúdo necessário e suficiente para a etapa do trabalho bem como a resolução do problema. Com a Matemática, emerge o *Modelo* que permite a solução do problema proposto, bem como a resolução de problemas similares. Abordou-se durante este processo a importância de observar alguns aspectos para a utilização do modelo matemático estabelecido para o problema. Dentre os aspectos a serem observados, destacam-se a necessidade de verificar se as grandezas estão com mesma unidade de medida e a principal hipótese considerada na modelagem do problema: as grandezas são diretamente proporcionais. Com o modelo matemático desenvolvido, os alunos puderam aplicá-lo nas demais situações que cumpriam as condições explicitadas. Alguns alunos perceberam que a não conversão para uma mesma unidade de medida fazia com que o resultado ficasse “estranho” em relação ao esperado. Desta forma foram se confirmando as condições na medida em que ocorria a resolução das atividades propostas. Passou-se dessa forma à validação do modelo, conforme sugere (BASSANEZI, 2015, p. 22) e (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2016, p. 16), esta última etapa, para (KLÜBER, 2008, p. 21), é denominada a análise crítica da solução.

Com as atividades propostas nesse encontro os alunos foram levados a compreender que a quantidade a ser comprada de um determinado ingrediente não dependia apenas da receita que eles utilizariam, visto que alguns produtos não são vendidos de forma fracionada. Esta situação foi exemplificada com a receita do

brigadeiro, onde eram necessárias duas colheres de margarina. Além de estimar a massa de uma colher de margarina, observou-se que este produto estava no mercado em embalagens de 200g, 250g, ou 500g. Observou-se assim a necessidade de introduzir algumas variações no modelo de forma que nem sempre a linearidade do problema é mantida. Discutiu-se a possibilidade de utilização de ingredientes excedentes em outras receitas na tentativa de otimizar os custos e fazer com que os produtos se tornem variáveis dependendo das quantidades produzidas.

Uma constatação importante foi a de que a produção em quantidades maiores poderia diminuir o percentual de “perdas” de matéria prima por compra em excesso ou mesmo por possibilitar a compra em pacotes maiores, cujo preço relativo (por unidade de peso, por exemplo) geralmente é mais barato. Dessa forma, na produção de quantidades maiores, o custo unitário poderia ser reduzido. Observou-se assim a necessidade de usar funções não lineares para modelar o problema. Sobre isso, Borba e Skovsmose (1997), alertam para a percepção de que modelos matemáticos podem representar aproximações das situações reais. A modelagem com estas funções será discutida em momento posterior.

O processo de construção apontado pelo material produzido para o quarto encontro foi uma maneira encontrada pelo professor de problematizar uma situação que seria comum a todos os grupos. Como as variáveis de cada grupo eram diferentes, os alunos teriam que perceber que a situação exemplificada poderia dar um caráter de generalização para a solução dos problemas pertinentes aos custos de cada empresa. Nesta atividade apresenta-se a Inteiração, a Matematização, a Interpretação de resultados e validação, conforme proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2016). Nota-se que a **Resolução** no sentido de formulação de um modelo matemático ocorre de forma subliminar, não sendo apresentada uma forma única de solução que seja válida para todos os grupos. Como eram 7 grupos, a explicação geral foi necessária, pois caso não fosse feita dessa forma, seria tomado um número maior de aulas para desenvolver as atividades, sendo que estava determinada a data de venda dos produtos e tudo precisava estar organizado até este prazo.

Um conjunto de atividades (atividades do 5º encontro disponíveis no Apêndice E) foi proposto com a finalidade de proporcionar aos alunos a percepção de que

além do custo com os insumos das receitas e das embalagens, uma empresa conta com diversos outros custos (custos variáveis e custos fixos) que também devem ser considerados na definição do preço de um produto. Alguns destes custos são definidos como custos fixos por não dependerem da quantidade produzida pela empresa, ou seja, a empresa produzindo ou não, terá sempre estes custos. Observou-se que alguns alunos estavam apresentando os custos com embalagens em suas tabelas, enquanto que outros não. Desta forma, optou-se em formalizar também neste encontro, a organização dos custos com embalagens e utensílios a serem utilizados.

As atividades propostas para este encontro foram projetadas no quadro, explicando para a turma toda o que seria custo fixo e custo variável, apresentando alguns exemplos. Embora os grupos não precisassem considerar todos os custos para a sua produção, foi destacada a importância do conhecimento dos mesmos, pois em uma empresa real todos eles devem ser considerados para não se obter prejuízo por falhas no planejamento dos custos e conseqüente fixação de preços.

Ao final, foi solicitado aos alunos que calculassem alguns custos fixos, como por exemplo, de energia elétrica e água correspondentes as suas produções. O objetivo foi instigar os alunos a obterem métodos de cálculo para aproximar os valores de gastos com os equipamentos elétricos que utilizariam nas suas produções, bem como aproximar o consumo de água, que são situações importantes no cotidiano dos profissionais da área do seu curso. Não foram propostas fórmulas ou métodos para a obtenção dos custos fixos com água e energia elétrica nesta aula, deixando a encargo dos alunos a sua dedução. Nas aulas posteriores, a partir da apresentação dos métodos utilizados por eles e de suas dúvidas, ocorreram as devidas correções e apontamentos conforme será apresentado mais adiante.

Outro aspecto trabalhado nas aulas foi o arredondamento estatístico. Como os alunos estavam trabalhando com valores financeiros, foi orientado que os números seriam arredondados para duas casas decimais. No geral, os alunos estavam arredondando os números simplesmente excluindo as demais casas decimais após a ordem dos centésimos. O número 2,88732, por exemplo, seria arredondado para 2,88 (suprimindo as demais casas e mantendo o último

algarismo). Desta forma, foram formalizadas as normas da ABNT 5891 para arredondamento estatístico.

Quando os alunos apresentaram as atividades do 4º e 5º encontros, percebeu-se que alguns grupos apresentaram dificuldades em calcular os custos que envolviam o consumo de energia elétrica e de água. Algumas situações são apresentadas no decorrer do texto.

Item	Quantidade	Valor proporcional
Aluguel do espaço <		
Água	30L	30
Luz	3900Watts	24,3
Telefone >		
Salários (incluindo 13ª e férias) >		
Aluguel de utensílios >		
Internet >		
Contador >		
Embalagem (2000 unidades)	70	0,98
// (saco branco)	70	1,92
Ita (embalagem)	10m	0,36

Figura 8 - Custos fixos da empresa Brown Cookie

Na Figura 8 acima, percebe-se que o grupo considerou que gastaria, em 3 dias de produção de cookies, um total de R\$ 24,30 com energia elétrica e água, o que evidentemente é um exagero haja vista que utilizariam poucas horas diárias de consumo. Tais resultados foram obtidos através do cálculo de regra de três simples conforme mostra a figura 9:

Data: / /
 → Água = Quantidade? Valor

$$\begin{array}{ccc} 32 & \times & 1,50 \\ 30L & & X \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 1X = 30 \\ X = 32 \\ X = 30 \end{array} \right.$$

→ Luz = "Eletrodoméstico" = Forno A crédito ser um custo muito alto!
 (3900 Watts de potência) Conversamos na aula.

$$\begin{array}{ccc} 5 & \times & 4,86 \\ 1 & & X \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 1X = 04,3 \\ X = \frac{24,3}{5} \\ X = 04,3 \end{array} \right.$$

Figura 9 - Cálculo dos custos de água e energia elétrica da empresa Brown Cookie

O custo de água apresentado pelo grupo considerou o valor de 1 litro de água equivalente a R\$ 1,50. Foi comentado com a turma que a taxa de água cobrada pela CASAN (Empresa responsável pelo abastecimento de água na cidade) é de R\$ 39,77, valor que permite um consumo de até 10.000 litros de água. Como ilustração da situação trabalhou-se a seguinte proporção:

Consumo (até 10.000 litros)	Valor pago
10.000	39,77
x	30

$$39,77x = 300.000$$

$$x = \frac{300.000}{39,77}$$

$$x = 7.543,37$$

Assim, com os 30 reais de gasto com água apresentado pelo grupo, a empresa pagaria o equivalente a 7.543 litros de água e não apenas 20 litros que foram consumidos.

Nota-se que o modelo matemático envolvendo a regra de três, utilizado pelos alunos objetiva, conforme vemos em (BURAK, 1992, p. 62) e (BASSANEZI, 2009), a previsão ou estimativa futura de custos para a definição do preço do produto. Percebe-se também neste caso que a validação do modelo (BIEMBENGUT; HEIN, 2016, p.22) torna-se imprescindível quanto à análise dos resultados obtidos, pois garantirá em que condições o modelo apresentado será eficaz.

Situações semelhantes também foram percebidas nas operações que envolveram gastos com consumo de energia elétrica. Neste caso, foram dadas orientações similares que culminaram na produção de um material explicativo utilizado nas aulas (atividades do 8º encontro). Este encontro objetivou a formalização dos métodos utilizados para tais resultados. Aproveitando situações associadas, foram trabalhados exercícios similares que envolviam o consumo de energia elétrica bem como função de duas sentenças. O desenvolvimento de conteúdos que vão além daqueles formulados para a solução dos problemas da Modelagem Matemática são evidenciados por Biembengut e Hein.

Depois de desenvolver o conteúdo necessário e suficiente para responder ou resolver essa etapa do trabalho, propõe-se exemplos análogos, para que o conteúdo não se restrinja ao modelo. Os exemplos análogos darão uma visão mais clara sobre o assunto, suprimindo deficiências, preenchendo possíveis lacunas quanto ao entendimento do conteúdo. (BIEMBENGUT; HEIN, 2016, p. 21)

Com a atividade, percebeu-se que a maioria dos alunos não conhecia como funcionava a forma de cobrança da conta de energia elétrica. Também foi possível ampliar o campo de aplicação de conceitos referentes a este tema através de exercícios diferentes às situações trazidas por eles nas aulas.

Embora não sendo usual a introdução de situações fictícias no processo de Modelagem Matemática (BARBOSA, 2001), percebe-se que a introdução de novos elementos conceituais na aula de Matemática, conforme apresentado acima por Biembengut e Hein (2016) abre espaço para tais possibilidades. Como ilustração, pode-se tomar o exercício 2 apresentado no 8º encontro. Tendo em vista que os alunos sabiam como se dá o consumo de energia elétrica em quilowatts apresentou-se tal problema para que pudessem determinar um modelo matemático baseado nas condições apresentadas.

Nesta situação explorou-se o estudo da função de duas sentenças, organização de dados nas tabelas, divisão do domínio em intervalos de números inteiros e operações algébricas. A validação do modelo matemático é obtida pela aplicação e conferência dos valores presentes nas tabelas construídas inicialmente. Percebe-se todo o processo de Modelagem Matemática presente nos passos desta atividade.

Nas demais atividades, foram trabalhados conceitos como: média, organização de dados em tabela, definição de função afim, construção de gráfico, cálculo de diferentes situações utilizando a lei da função obtida e consumo médio de diferentes aparelhos eletrodomésticos.

Os dados trazidos pelos alunos referentes à pesquisa de preços foram aproveitados para a organização das aulas e explicações acerca dos cuidados com o cálculo dos custos dos produtos. A figura 10 traz alguns dados que compuseram as atividades elaboradas para o 7º encontro. As atividades deste encontro

objetivaram perceber a variação do custo de um produto em relação à quantidade produzida e a construção de função que auxiliasse a aproximar este custo variável.

Pizza Point			
Produto	Quantidade	Local	Preço
Fermento biológico	1 pct (15g)	Superpão	R\$ 2,36
Farinha de trigo	5kg	Superpão	R\$ 8,30
Alface	1kg	Superpão	R\$ 1,36
Tomate	1kg	Superpão	R\$ 4,39
Queijo	1kg	Superpão	R\$ 36,00
Calabresa	500g	Superpão	R\$ 7,99

Produto	Q. proporcional	Custo proporcional
Fermento biológico	1/2 pacote	R\$ 1,08
Farinha de trigo	500g	R\$ 0,83
Alface	75g	R\$ 0,13
Tomate	90g	R\$ 0,28
Queijo	200g	R\$ 7,20
Calabresa	175g	R\$ 2,80
TOTAL:		R\$ 12,47

1 Receita = 7 mini-pizzas
R\$ 12,47

Custo por unidade: R\$ 1,78
Guardanapo + R\$ 0,04
pct 50 = R\$ 3,96 R\$ 1,82

Figura 10 - Tabela de custos do grupo Pizza Point

Na primeira questão abordada neste encontro, foi apresentada a tabela de custos que foi pesquisada pelo grupo Doce Sensação, utilizada para estimar o custo da produção de 60 unidades do produto (Quadro 3).

Produto	Quantidade	Custo (R\$)
Chocolate preto	2 kg	45,80
Chocolate branco	1 kg	21,50
Morango	3 caixas	30,00
Palito	100 unidades	3,90
Embalagem	100 unidades	6,29

Quadro 3 - Tabela e preços do grupo Doce Sensação

Como os alunos que apresentaram os dados não identificaram a quantidade de morangos em cada caixa, foi considerado no exercício que o número de morangos de três caixas era suficiente para a produção. Comentou-se que quando aparecem produtos vendidos em “caixas”, deve ser conhecido o número total de unidades por caixa. Um representante do grupo ao qual se referia a questão comentou que em cada caixa haveria 40 morangos, totalizando 120 morangos. Então foi questionado quantos morangos por palito eles usariam. O mesmo disse que seriam quatro. Desta forma, percebeu-se um erro na contagem realizada por eles, pois como queriam produzir 60 unidades do produto seriam necessários 240 morangos ($60 \times 4 = 240$). Assim o custo seria maior e o grupo deveria repensar a questão precavendo-se deste detalhe. A quantidade de chocolate, palitos e embalagem não iria variar dentro do intervalo de 0 a 60 unidades (Uma vez que seria necessário comprar tais produtos em embalagens fechadas que supostamente eram dispostas nesta única quantidade).

Com esta ideia de variação do custo em relação à quantidade produzida, objetivou-se mostrar aos alunos que nem sempre o custo é diretamente ou inversamente proporcional a quantidade produzida. Assim, para não se ter prejuízo, mesmo que não se gaste todo o chocolate nem todos os palitos ou embalagens, estes custos devem ser considerados, caso contrário o que sobraria se tornaria prejuízo, uma vez que já foi pago e não pode ser devolvido.

No quadro 4 é apresentada a variação do custo em função da quantidade de unidades produzidas.

Quantidade	Custo por unidade
10	8,75
20	4,37
30	3,25
40	2,44
50	2,15
60	1,79

Quadro 4 - Tabela custo por unidade – 7º encontro

A construção da tabela do quadro 4 ocorreu inicialmente sem o conhecimento da quantidade de morangos por caixa e sem o conhecimento da quantidade de morangos por palito. Desta forma, para desenvolver a Modelagem, foi considerado que em cada caixa haveria 20 morangos e foi considerado o custo de uma unidade de morango por palito. Assim, para a produção de 10 unidades seria necessário comprar uma caixa com 20 unidades e todos os demais insumos nas quantidades especificadas no Quadro 3 o que geraria um custo total de R\$ 87,49, que seria o mesmo custo da produção de 20 unidades. Já para a produção de 30 unidades, seriam necessárias duas caixas de morango, o que geraria um custo total de R\$ 97,49, que seria o mesmo custo para produção de 40 unidades. Já para 50 e 60 unidades, teriam que ser compradas três caixas de morangos o que segue análogo aos casos anteriores. Observa-se ainda que o processo de arredondamento para duas casas decimais realizado nas divisões dos custos totais pela quantidade produzida ocasiona uma pequena variação no custo total de cada quantidade considerada, conforme mostra o quadro 5.

Quantidade	Custo por unidade	Custo total
10	8,75	87,50
20	4,37	87,40
30	3,25	97,50
40	2,44	97,60
50	2,15	107,50
60	1,79	107,40

Quadro 5 - Tabela de custo dos morangos com a coluna do custo total após arredondamento

Para o custo de 10 unidades, por exemplo, foi efetuada a divisão de 87,49 por 10, ocasionando um custo por unidade igual a 8,749. Ao arredondar para 8,75 faz-se um acréscimo de 0,001 em cada unidade. Desta forma, ao multiplicar este valor por 10, tem-se um acréscimo de 0,01 ao custo total, o que ocasionou o custo total de R\$ 87,50. Já para o custo de 20 unidades, ao dividir 87,49 por 20 se obtém um custo por unidade igual a 4,3745. Ao arredondar este valor para 4,37 faz-se um decréscimo de 0,0045 por unidade, que ao ser multiplicado por 20, ocasiona um

decrécimo total de 0,09, o que ocasionou o custo total de 87,40. As demais diferenças nos custos totais justificam-se de forma análoga.

Ao abordar a coleta de dados na Modelagem Matemática, Bassanezi afirma que “os dados coletados devem ser organizados em tabelas, que, além de favorecer uma análise mais eficiente, podem ser utilizadas para a construção dos gráficos das curvas de tendência”. (BASSANEZI, 2015, p. 18). A tabela gerada no quadro 4 está representada no gráfico, conforme mostra a figura 11.

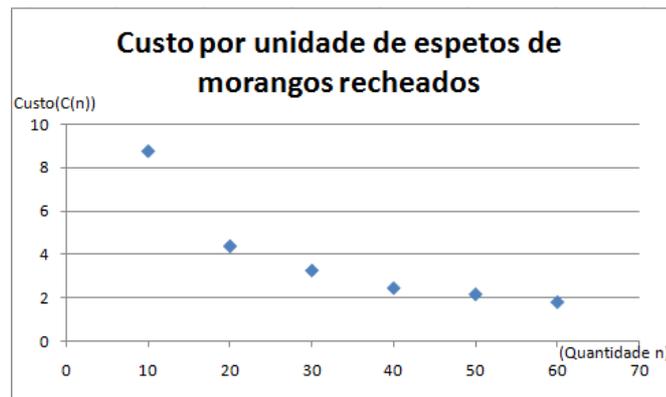


Figura 11 – Representação do custo por espeto de morangos em função do número de unidades produzidas.

Os alunos puderam perceber que a característica dos pontos sugere uma função decrescente. Na proposta deste exercício os alunos inicialmente foram orientados a definir uma função f , $f(x) = ax + b$ cujo domínio são os números naturais no intervalo $[0, 60]$, utilizando dois pontos do gráfico, de modo a desenvolverem um sistema linear de duas incógnitas. Optou-se neste momento em não utilizar linha de tendência e valorizar o conhecimento prévio dos alunos em relação à determinação de função afim a partir de dois pontos.

Para o exemplo apresentado, o professor fez um diálogo com a turma de modo que se chegasse a um consenso na escolha de dois pares ordenados da tabela para a construção da primeira função afim. Depois de diversas sugestões, definiu-se que seriam usados os pontos $(10, 8,75)$ e $(60, 1,79)$, determinando assim as equações e a solução do sistema para a obtenção da função afim.

$$f(x) = -0,1392x + 10,142$$

Conforme previsto inicialmente, o **coeficiente a** (taxa de variação ou coeficiente angular) da função afim é negativo. Destacou-se que a função acima representara uma aproximação baseada nos pontos escolhidos pela turma. Inicialmente foi traçada a reta passando pelos pontos considerados de forma a visualizar a diferença ocorrida nos demais pontos dentro do intervalo de resolução da questão. Embora tenha traçado a reta no quadro, foi comentado que esta função teria domínio discreto em virtude das quantidades se tratarem de valores naturais, ou seja, a solução pretendida seriam os pontos com abscissas naturais pertencentes a esta reta.

Os alunos deveriam perceber que a escolha de outro par de pontos quaisquer resultaria em uma função diferente da primeira, desta forma, deixou-se que individualmente cada aluno escolhesse outros dois pontos quaisquer e descobrissem a função afim correspondente. Após todos terem terminado a atividade e constatado a diferença entre as funções, foram traçadas algumas retas pertinentes a tais pontos escolhidos (Figura 12).

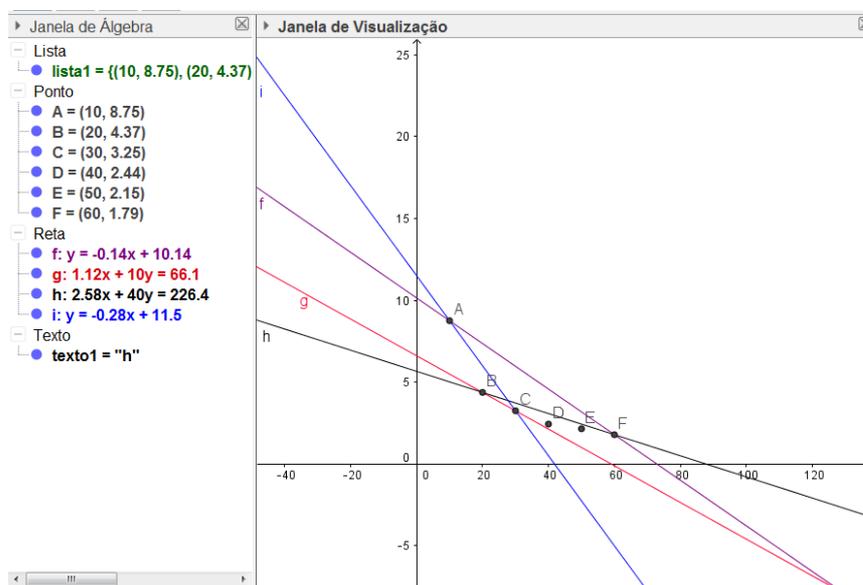


Figura 12 – Gráfico das funções afins obtidas na aula

Embora a representação gráfica acima tenha sido realizada no quadro, em aulas posteriores, os alunos foram levados ao laboratório de Informática e produziram no Geogebra tal representação com a linha de tendência correspondente a tais pontos conforme apresentado nas figuras 13 e 14.

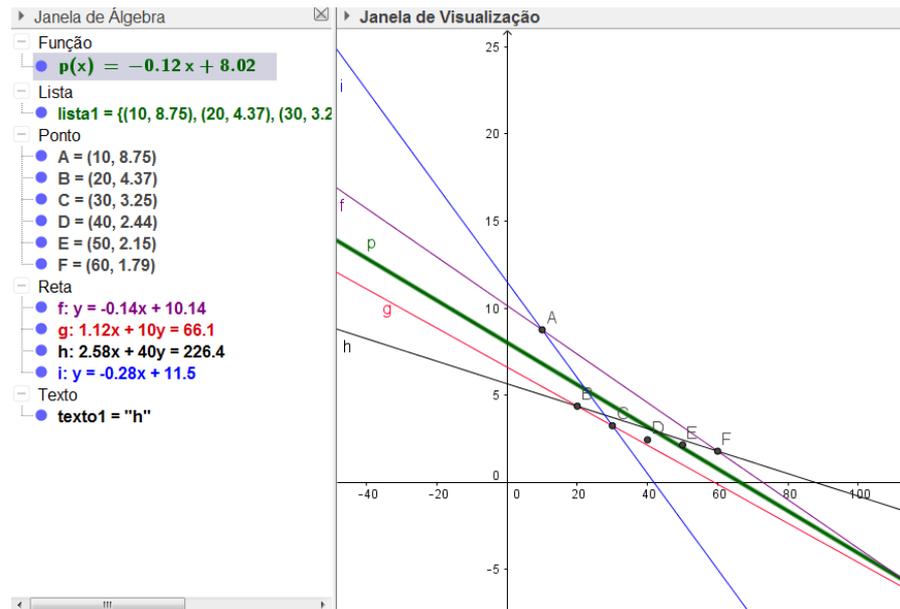


Figura 13 - Linha de tendência $p(x) = -0,12x + 8,02$

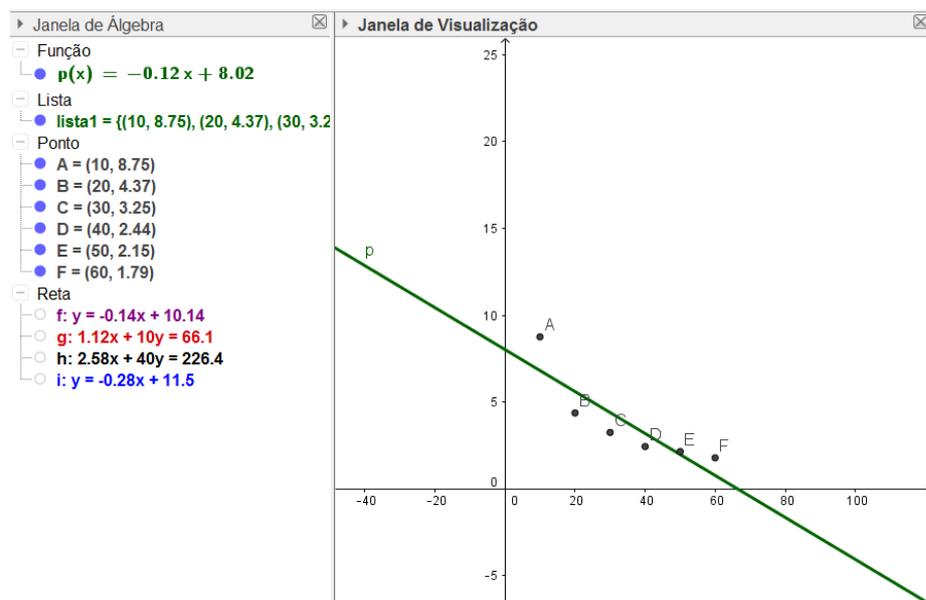


Figura 14 - Gráfico de dispersão com exposição apenas da linha de tendência $p(x)$

Percebeu-se nos gráficos apresentados nas figuras 13 e 14 que a linha de tendência não passará necessariamente sobre os pontos do gráfico embora tenham sido considerados tais pontos nas atividades propostas. Também ficou visível que a reta $p(x) = -0,12 + 8,02$ obtida pela regressão linear do Geogebra, diminui os erros se comparado às demais funções expostas.

Na letra d da questão 1 do 7º encontro, a intenção era fazerem um modelo de aproximação exponencial, haja vista a característica da curva apresentada no gráfico de dispersão. Aproveitou-se o enunciado do problema para definir uma função do tipo exponencial $f(x) = c \cdot a^x$ com $a > 0$; $a \neq 1$ $c \in \mathbb{R}$. Então a partir da resolução de sistema (utilizando o método da substituição) foi desenvolvida tal função para os dois pontos escolhidos na atividade anterior, obtendo a lei de formação:

$$f(x) = 12,018 \cdot 0,9687615^x.$$

Com isso, os alunos constataram que $0 < a < 1$, determina uma função exponencial decrescente. No laboratório de informática também foi possível comparar o modelo exponencial com o modelo linear desenvolvido (Figura 15).

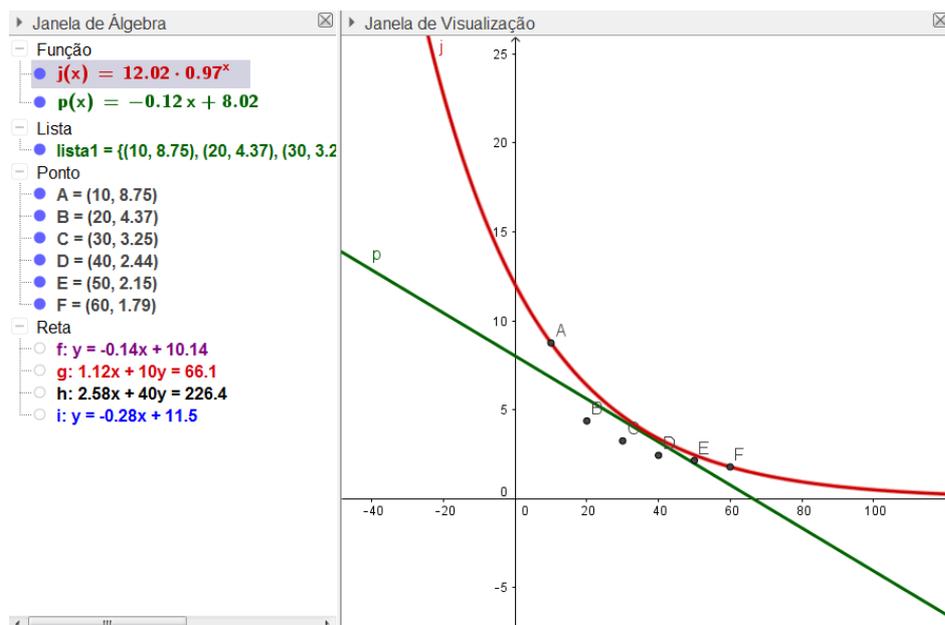


Figura 15 - Modelo de aproximação exponencial elaborado a partir dos pontos A e F do gráfico para representar o custo por unidades de produção.

Foram desenvolvidos também outros modelos exponenciais tomando pares de pontos diferentes conforme ilustra a Figura 16.

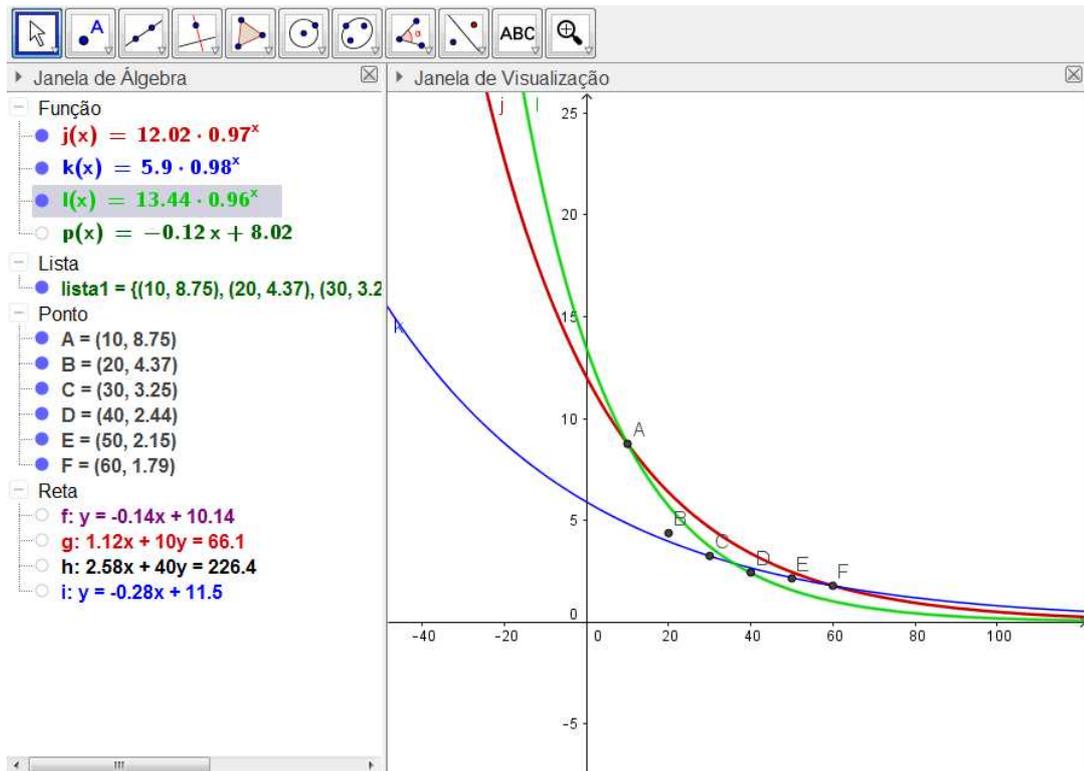


Figura 16 - Aproximações através de funções do tipo exponencial para representar o custo por unidades produzidas

Para as operações com números decimais, bem como as raízes e potências que apareceram nestas atividades, os alunos utilizaram calculadora científica. Neste sentido, foi necessário explicar como são as operações para os diferentes modelos de calculadora trazidos pelos alunos, bem como as calculadoras disponíveis nos smartphones e iphones.

Para a obtenção da raiz cinquentésima de um número foi explicado o botão de raiz da calculadora e também foi explicada a obtenção pela potência no expoente $1/50$. Aqui foi retomada a propriedade de potenciação que se refere à conversão de potência em raiz, também já estudado nas propriedades de potenciação e radiciação. Aproveitou-se para explorar as ferramentas operacionais dos diferentes modelos de calculadora apresentados pelos alunos.

Sobre o uso de calculadora nas aulas de Matemática, vale destacar que Almeida, Silva e Ventuan (2016, p. 31-32) defendem o uso prudente desta ferramenta, bem como o uso de computadores. Os autores afirmam que é importante verificar o papel destas ferramentas no processo de aprendizagem do

aluno de modo a evitar o uso mecanizado e não reflexivo. A Modelagem Matemática suscita o uso de ferramentas tecnológicas e é importante o seu uso. Na determinação das funções exponenciais acima, percebe-se que o uso da calculadora não substitui toda a linha de raciocínio necessária para a obtenção das funções e que o seu uso restringe-se a efetuar cálculos de maneira mais rápida.

A partir dos gráficos os alunos constataram que dependendo dos pontos tomados, no modelo da função do tipo exponencial tem-se uma aproximação melhor dos pontos do que utilizando o modelo linear.

Com as atividades desenvolvidas ficou mais evidente que certos modelos matemáticos são modelos de aproximação (Borba e Skovsmose, 1997) e que dependendo da escolha dos dados a serem considerados, tais modelos variam, não apresentando uma forma única e/ou exata. Sobre este aspecto, Biembengut e Hein (2016, p. 15) dizem que “*se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa – matematização – mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis etc*”. Esta afirmação mostra que para a obtenção de um modelo mais próximo da situação que está se pretendendo modelar pode recair em resultados frustrados e que podem ser revertidos pela retomada do processo de matematização.

Após ter trabalhado com os alunos os exemplos respectivos ao 7º encontro, foi encaminhada atividade extraclasse para verificar a percepção e compreensão dos alunos acerca de alguns motivos que levam a variação do custo dos produtos. A atividade foi desenvolvida por grupo (empresa) e entregue na aula seguinte. Na primeira questão foi apresentada a tabela 1 (Quadro 6) com os valores pesquisados pelos alunos correspondentes aos ingredientes que seriam utilizados na produção de mini-pizzas conforme apresentado abaixo:

Tabela 1		
Produto	Quantidade	Preço (R\$)
Fermento biológico	1 pacote (15 g)	2,16
Farinha de trigo	5 kg	8,79
Cebola	1 kg	1,76
Tomate	1 kg	4,19

Queijo	1 kg	36,00
Calabresa	500 g	7,99

Quadro 6 - Tabela 1 - atividades do 7º encontro

Também foi apresentada a tabela 2 (Quadro 7) com as quantidades correspondentes de cada produto a ser utilizado na produção de 7 mini-pizzas:

Tabela 2		
Produto	Quantidade	Preço (R\$)
Fermento biológico	½ pacote	1,08
Farinha de trigo	500 g	0,88
Cebola	75 g	0,13
Tomate	90 g	0,38
Queijo	200 g	7,20
Calabresa	175 g	2,80
Total		

Quadro 7 - Tabela 2 - atividades do 7º encontro

No item a da questão 1, foi solicitado que os alunos verificassem o custo do produto caso fosse possível comprar exatamente as quantidades indicadas na tabela 2. No item b, os alunos teriam que verificar que a produção de 5 porções implicaria na compra de determinados itens que resultaria em sobra, haja vista que não se poderia comprar, por exemplo, meio pacote de fermento pois o fermento era vendido em pacotes inteiros. No item c, os alunos precisavam comparar o custo “sem desperdício” de uma porção com o custo de cinco porções considerando o que realmente seria comprado para a produção.

A resolução do *item a* (Figura 17) se deu pelo uso da regra de três por parte dos grupos. Percebeu-se que não houve preocupação com as regras de arredondamento por parte de alguns alunos, pois ao fazerem a divisão de 12,47 por 7 apresentaram como resultado 1,80 e não 1,78 conforme esperado. Quanto ao item b, apresentaram corretamente os dados na tabela verificando corretamente os cálculos proporcionais e arredondamentos, porém, no item c, apresentaram o resultado da divisão de 66,28 por 7 igualando a 1,90. Percebe-se que embora

tenham considerado a divisão por 35 (que era o número de unidades a ser considerada) e escreveram 7 no denominador e não se preocuparam com o arredondamento estatístico. Os alunos perceberam a alteração do custo conforme sugeria o exercício.

Tabela 3		
Produto	Quantidade a ser comprada	Preço total (R\$)
Fermento biológico	3 pacotes	6,48
Farinha de trigo	3 pacotes de 1kg	5,27
Cebola	375g	0,66
Tomate	450g	1,89
Queijo	1kg	36,00
Calabresa	20 pacotes	15,98
Total		66,28

- c) Qual é o valor do custo por unidade no caso acima? Teve alteração se comparado ao custo obtido no item a? Justifique sua resposta.

a) custo = $\frac{12,47}{4} = 3,1175$
 $\gamma = 1,8$
 $\rightarrow 1,78$

b) $\frac{66,28}{35} = R\$ 1,90 \rightarrow$ verificar arredondamento
 com alguns ajustes, o valor é 1,78

Figura 17 - Atividade 1 apresentada por um dos grupos

Baseado nas tabelas de custos por quantidade apresentadas nos exercícios, na letra a da questão 2 (Figura 18), esperava-se a percepção de que para obter o custo por unidade os alunos deveriam, em cada tabela, dividir o total pelo número de unidades que aquela porção renderia. O objetivo da letra b era os alunos perceberem que nem sempre quanto maior a produção maior é o custo do produto o que foi constatado sem muitas dificuldades. No item c a intenção era que eles percebessem a variação das quantidades compradas de acordo com a unidade que cada ingrediente era vendido no mercado. Um grupo justificou que a variação no custo se daria pelo fato do “número de ingredientes necessários aumenta proporcionalmente ao equivalente de uma porção” o que estava incorreto, pois a variação do custo se deveu exatamente pelo fato das tabelas não serem proporcionais uma vez que a quantidade comprada não varia de maneira proporcional a compra de ingredientes necessários.

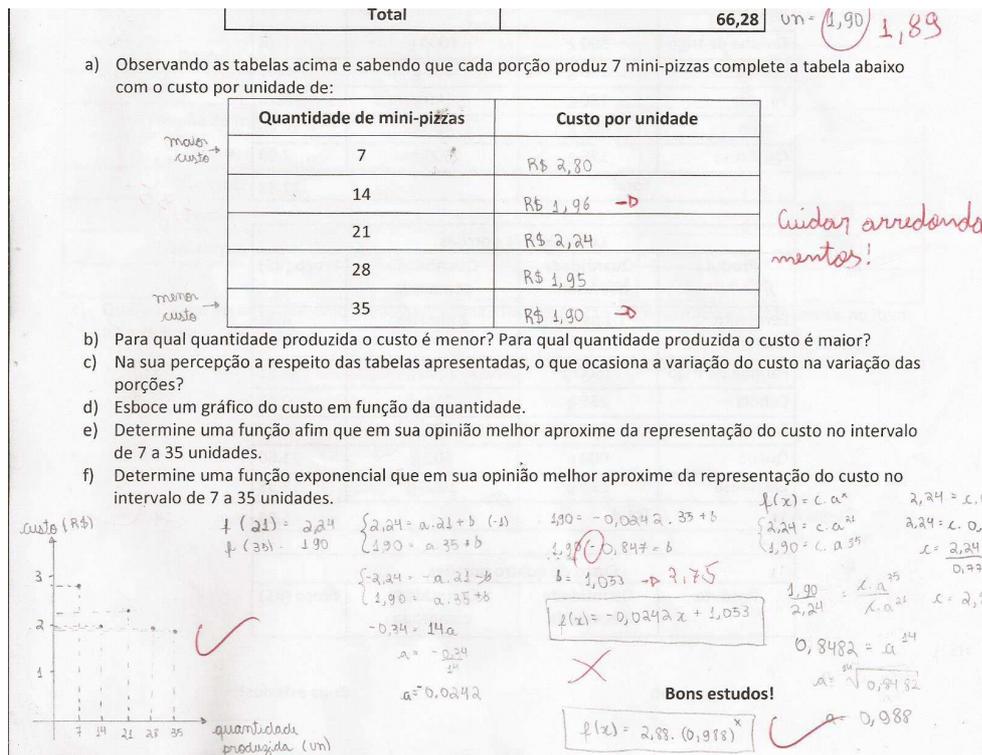


Figura 18 - Resolução do exercício 2 do 7º encontro

Para a letra d, o esboço do gráfico apresentado (disponível na figura 18) foi correto. Os alunos colocaram nos eixos orientados as variáveis do problema (custo e quantidade) e na determinação da função utilizaram $f(x)$ pela familiaridade com a linguagem estudada em funções. Evidencia-se neste caso a transição da *linguagem natural* para a *linguagem matemática* pelo uso da linguagem das funções (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2016, p. 16) que é parte do processo de matematização.

Alguns elementos do aprendizado dos alunos em relação ao desenvolvimento do trabalho se deram não apenas nas formulações e operações Matemática, mas também nas estratégias apresentadas para melhorar a venda de seus produtos. O grupo Cute Candy, por exemplo, além de apresentar as tabelas com os respectivos custos solicitados também apresentaram estratégias para atrair os compradores, ofertando um número que concorreria a um bolo no último dia do evento (Figura 19).

→ Serão vendidos por unidade. Porém na compra de cada 3 unidades o cliente ganhará um número para concorrer a um bolo. O qual será feito, dentro metade do lucro arrecadado nos primeiros dois dias, e sorteado no último dia de vendas.

Figura 19 – Estratégia de Marketing do grupo Cute Candy

O bolo ofertado não fez parte dos custos da empresa pois o grupo se organizou para conseguir a doação dos ingredientes necessários.

Para o 9º encontro foram apresentados os conceitos relativos à receita, custo e lucro.

Nos exercícios desenvolvidos neste encontro os alunos definiram dentro de suas respectivas empresas, a função custo ($C(x)$), a função receita ($R(x)$) e a função lucro ($L(x)$). Para a obtenção da função $C(x)$ foi considerado como o custo fixo por cada grupo considerando o total gasto para a produção de x unidades de cada produto. A ideia básica das atividades era fazer com que os alunos percebessem que se eles gastaram um determinado valor para a produção, estes custos precisariam ser superados na venda dos produtos para se obter lucro. As funções obtidas apresentam-se no quadro 8 onde x e y representam as quantidades vendidas de cada produto.

Nesta atividade objetivou-se também introduzir a ideia de inequações para posterior trabalho com estudo dos sinais, sistemas de inequações e domínio de algumas funções. Tais conceitos foram aprofundados depois da Semana Nacional de Ciência e Tecnologia e Semana do Empreendedorismo.

Função Lucro obtida por cada grupo	
Grupo	$L(x) = R(x) - C(x)$ ou $L(x, y) = R(x) + R(y) - C(x) - C(y)$
Doce Sensação	$L(x) = 3x - 143$
Pâtisserie	$L(x) = 3,5x - 323,42$
Brown Cookie	$L(x) = 2x - 118,68$
Pizza Point	$L(x) = 3x - 230,50$

Delícia gelada	$L(x) = 3,5x - 164,60$
Cute Candy	$L(x,y) = x + 2y - 148,10$
Snack do Gringo	$L(x) = 3x - 81,64$

Quadro 8 - Tabela das funções lucro das empresas fictícias

As funções desenvolvidas pelos grupos apresentam-se como resultado de todo o processo de pesquisa de preço e operações realizadas nas aulas anteriores. Mais uma vez, o modelo apresentado por eles tem como objetivo prever as possibilidades e riscos futuros, auxiliando-os na tomada de decisões, conforme esperado da Modelagem Matemática de acordo com Bassanezi (2009).

Destaca-se que o grupo Cute Candy (Quadro 8), apresentou uma situação diferenciada dos demais grupos quanto à resolução da equação. O fato de terem dois produtos distintos com valores diferenciados (1 e 2 reais), fez com que sua função tivesse duas variáveis. Desta forma, para a previsão de quantos itens, no mínimo eles teriam que vender para obter o lucro seria uma inequação envolvendo duas incógnitas que teria mais do que uma solução possível. A inequação deste grupo ficou $x + 2y > 148,10$. Foi destacado que sendo os valores inteiros, não seriam infinitas as possibilidades, pois haveria um limite na produção de produtos de 1 e 2 reais. Foi apresentada a seguinte proposta de solução geométrica (exposta a toda turma):

A empresa Cute Candy terá um custo fixo de R\$ 148,10 para produzir doces que serão vendidos a R\$ 1,00 e a R\$ 2,00. Tal grupo quer saber qual é a quantidade mínima de itens que precisam ser vendidos de modo a não obter prejuízo, sabendo que serão produzidas 150 unidades do doce que será vendido por R\$ 1,00 e 100 unidades do doce que será vendido por R\$ 2,00. Segue a transcrição da solução desenvolvida coletivamente.

Sejam x a quantidade do produto que será vendido por 1 real e y a quantidade do produto que será vendido por 2 reais. Como o custo fixo é 148,10, para que a empresa tenha lucro, temos a seguinte inequação com duas incógnitas:

$$x + 2y > 148,10$$

Primeiramente, vamos identificar a função que indica o momento em que não se tem lucro nem prejuízo:

$$x + 2y = 148,10$$

Tal equação é uma equação da reta que associa para cada valor x a quantidade y de valor necessário para se obter 148,10. Esta equação pode ser reescrita de forma a termos uma função afim:

$$2y = 148,1 - x$$

$$y = \frac{148,1 - x}{2} = 74,04 - \frac{x}{2}$$

Esboçando o gráfico da função afim temos:

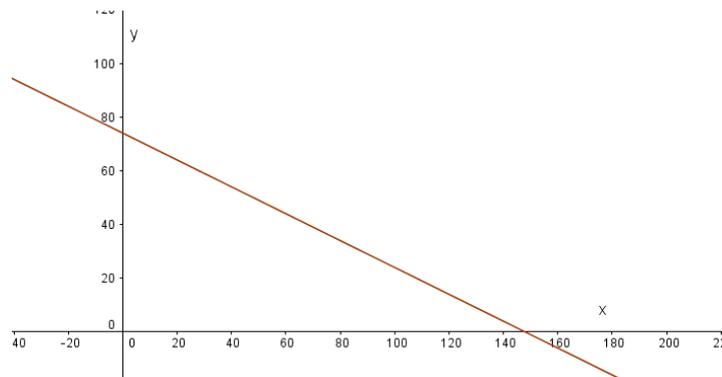


Figura 20 - Gráfico para estudo da inequação com duas incógnitas

Como as quantidades x e y são ambas positivas, o resultado de nosso problema estará no primeiro quadrante da função. As limitações na

produção de doces vendidos por R\$ 1,00 e R\$ 2,00 nos indicam que o eixo x terá um valor máximo de 150 unidades enquanto que o eixo y terá um valor máximo de 100 unidades. Assim, como queremos valores superiores a 148,10, o conjunto solução do problema será os pares de números inteiros presentes na área assinalada abaixo:

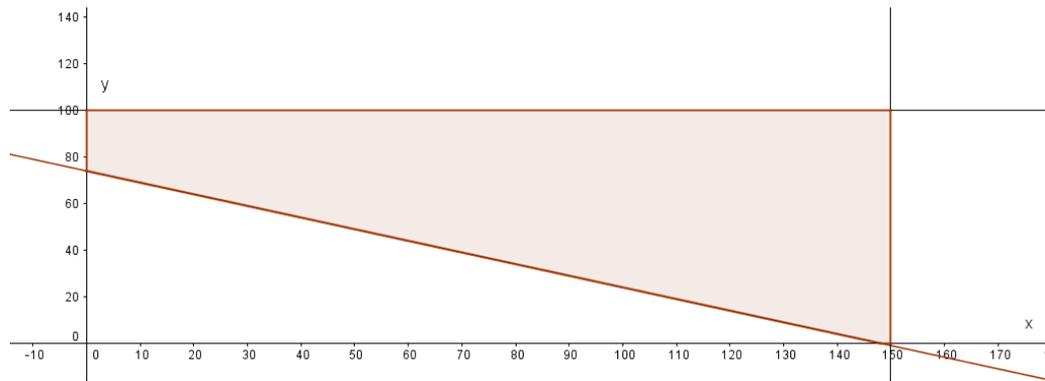


Figura 21 - Representação geométrica da solução da Inequação com duas incógnitas

Os alunos desenvolveram as demais atividades no laboratório de informática conforme material do 9º encontro. Tais atividades objetivaram a percepção de que a função custo nem sempre será apresentada na forma de função constante, podendo variar de acordo com a quantidade produzida. Em virtude do tempo disponível para esta atividade optou-se em utilizar os recursos de regressão exponencial disponíveis na planilha eletrônica instaladas nos computadores da Instituição. Para melhor aprofundamento dos métodos de cálculo nas regressões lineares, no próximo semestre os alunos terão a disciplina de Estatística¹⁰.

Destaca-se que as atividades desenvolvidas na sequência do 9º encontro foram conduzidas na forma passo-a-passo para familiarizar os alunos com as ferramentas disponíveis para regressões e obtenções de funções. Apresentam-se na sequência os principais passos do desenvolvimento desta atividade.

1º passo

Apresente o custo total variável para quantidades a serem produzidas, como no exemplo abaixo:

Quantidade de mini-pizzas	Custo total
7	19,62

¹⁰ Por se tratar de Curso Técnico em Administração, o currículo apresenta outros componentes curriculares associados à Matemática, como por exemplo, a Estatística e a Matemática Financeira. O componente curricular de Estatística será ministrado pelo mesmo professor desta pesquisa no próximo semestre.

14	27,33
21	46,94
28	54,65
35	66,28

Quadro 9 – Custo total da produção de mini-pizzas baseado nos dados trazidos pelos alunos e apresentados na atividade 2 do 7º encontro.

2º passo

Construa esta tabela no Excel ou na planilha *Calc* do *BrOffice*, selecione-a e construa um gráfico de dispersão:

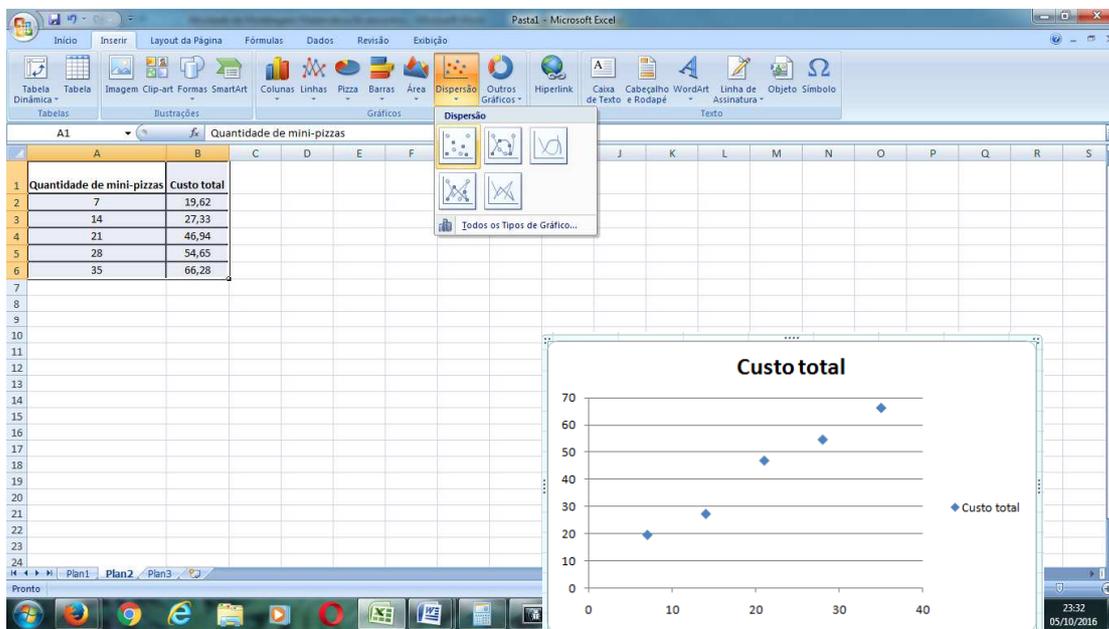


Figura 22 – Representação do custo total por quantidade de mini-pizzas produzidas

Observando o gráfico acima, é possível verificar que a função Lucro pode melhor ser obtida utilizando duas funções exponenciais para os intervalos $7 \leq x < 21$ e $21 \leq x \leq 35$, sendo x a quantidade produzida.

Selecionando os três primeiros valores tem-se o seguinte gráfico

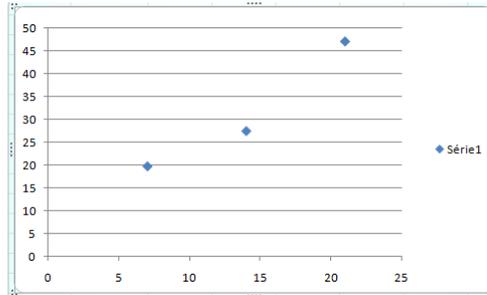


Figura 23 - Gráfico de dispersão dos três primeiros pares ordenados

Selecionando os pontos e clicando com o botão direito, podemos criar uma função exponencial aproximando estes pontos:

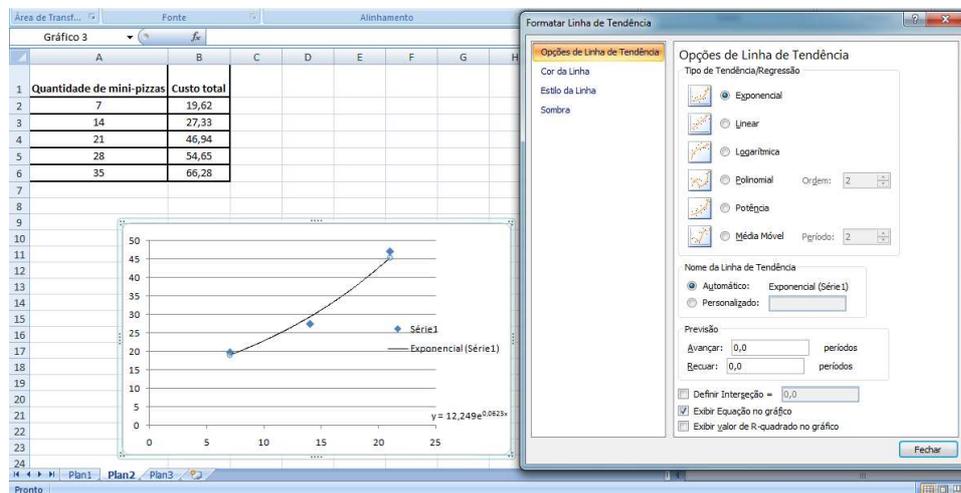


Figura 24 – Representação da função que aproxima o valor do custo total por quantidade produzida

A função $y = 12,249e^{0,0623x}$ representa o custo total para produzir x unidades, a partir de 7 unidades. A função também poderia ter sido considerada a partir da produção de zero unidade gerando uma curva com maiores erros neste intervalo. Optou-se aqui em usar a partir de 7 e ao final fazer uma extrapolação até o zero.

Selecionando os três últimos valores e fazendo os mesmos procedimentos aplicados anteriormente, temos:

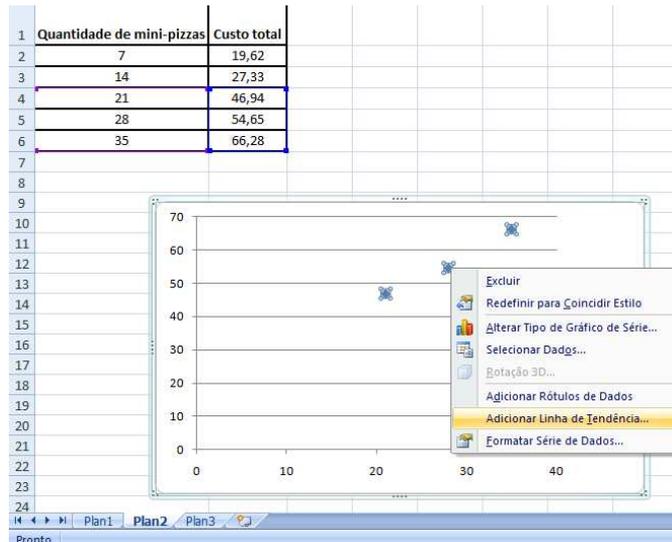


Figura 25 - Construção do gráfico de dispersão para os três últimos pares ordenados

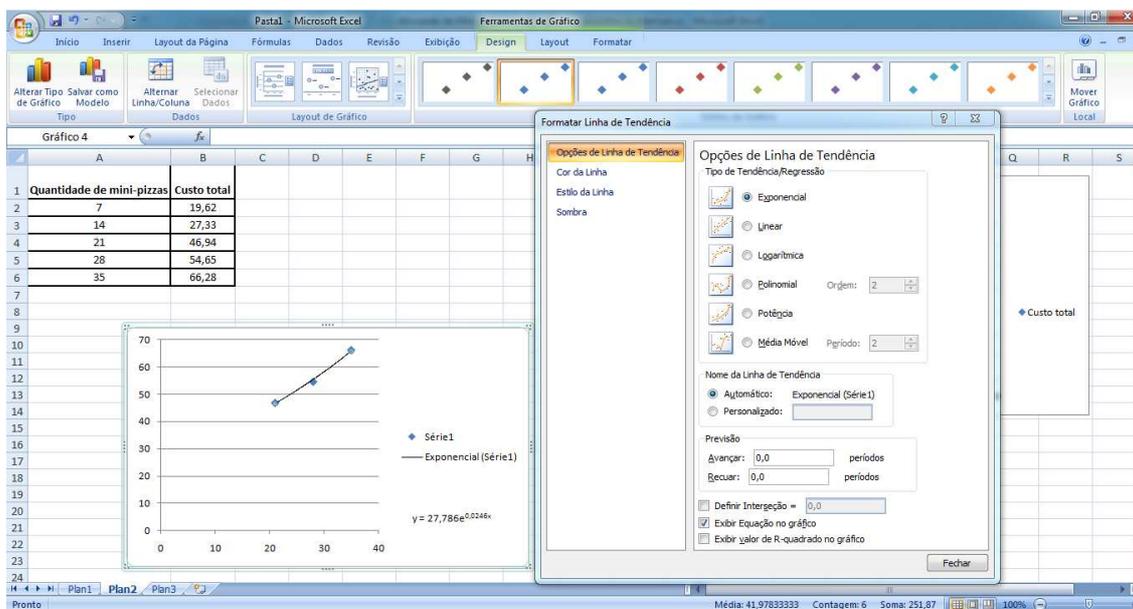


Figura 26 - Obtenção da Linha de Tendência para os últimos pares ordenados

A função $y = 27,786e^{0,0246x}$ representa o custo total da produção de 21 a 35 unidades de mini-pizzas.

3º passo

Supondo que cada unidade será vendida por R\$ 3,00, então a receita $R(x)$ será dada por:

$$R(x) = 3x$$

4º passo

Como a função Lucro é dada pela diferença da receita e do custo, temos:

$$L(x) = R(x) - C(x) = \begin{cases} 3x - 12,249e^{0,0623x}, & \text{se } 0 \leq x \leq 21 \\ 3x - 27,786e^{0,0246x}, & \text{se } 21 < x \leq 35 \end{cases}$$

Nota-se que no primeiro intervalo, optou-se em fazer uma extrapolação para valores menores ou iguais a sete até se chegar em zero unidades produzidas.

As atividades propostas no 10º encontro objetivaram um aprofundamento no conceito de função lucro e utilização da ferramenta de planilha eletrônica para efetuar os cálculos, baseado na função de duas sentenças trabalhadas no encontro anterior. Para isso, foram explicados os símbolos utilizados para as operações que apareceriam nesta aula (conforme apêndice E). A atividade foi desenvolvida de forma individual, onde os alunos realizaram as operações utilizando a planilha eletrônica e registravam os resultados no material impresso entregue a eles.

Ao final, os alunos entregaram seus registros e enviaram por e-mail as atividades propostas conforme orientado. Nestas atividades priorizou-se conduzir os alunos no aprendizado das ferramentas da planilha pertinentes à solução dos problemas propostos e a perceber o significado de tais números no contexto da função apresentada. Quanto ao uso dos computadores, vale destacar que

Não se pode ignorar que o uso do computador para ensinar e/ou aprender Matemática requer conhecimento, uma vez que é preciso saber o que, exatamente, se deseja que o computador faça. Assim, a Matemática requerida nas aulas com modelagem e computador pode ser diferente daquela usada na ausência desses elementos. (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2016, p.31)

Além das vantagens apresentadas, destaca-se também a motivação dos alunos quanto ao uso de atividades no laboratório de informática.

Para explorar esta aplicação, destaca-se na sequência algumas percepções interessantes quanto aos resultados apresentados por alguns alunos nestas aulas.

A questão 1 (Figura 27) tinha por objetivo verificar a compreensão das operações que devem ser utilizadas dentro dos diferentes intervalos pertinentes a uma função de duas sentenças, bem como o aprendizado destas operações utilizando as células da planilha eletrônica. Também foi objetivo a interpretação da

variação do lucro em função das quantidades vendidas. Abaixo segue algumas respostas trazidas pelos alunos nesta questão

Nota-se na figura 27 que inicialmente o aluno A não fez os arredondamentos para expressar o lucro com apenas duas casas decimais. Também percebe-se que, inicialmente havia utilizado a mesma sentença para o cálculo de 20 e 35 unidades, o que gerou valor negativo para 35 unidades (veja operações no lado direito acima da questão e). Tal erro foi corrigido e apresentado o resultado com todas as casas decimais.

1. Considerando a função

$$L(x) = R(x) - C(x) = \begin{cases} 3x - 12,249e^{0,0623x}, & \text{se } 0 < x \leq 21 \\ 3x - 27,786e^{0,0246x}, & \text{se } 21 < x \leq 35 \end{cases} \text{ calcule o lucro aproximado}$$

obtido na venda de:

- a) 3 unidades -5,1266251916
- b) 21 unidades -17,6801874
- c) 22 unidades 18,20179182
- d) 35 unidades 39,2715213393
- e) Por que o resultado da letra a é um número negativo? 20 = 17,41746039
35 = -3,412598179
- f) Na sua opinião, por que ocorre uma diferença tão grande no lucro de 20 para 22 unidades? 35
- Porque ele tem prejuizo
- Aumentou o lucro pois de 17,41746039 para 39,2715213393

Figura 27 - Atividade do 10º encontro - Aluno A

Na grande maioria, os alunos compreenderam o uso das sentenças de acordo com a quantidade vendida. Porém, alguns alunos acabaram cometendo o erro de utilizar uma única sentença para calcular todos os valores enquanto que outros alunos utilizaram a segunda sentença para calcular o lucro de 21 unidades vendidas. Aqui se percebe a incompreensão do símbolo “menor ou igual” (\leq) presente na primeira sentença.

Tais erros identificados visam ilustrar a importância do acompanhamento do professor no processo de Modelagem Matemática bem como na resolução dos exercícios propostos. Destaca-se que a modelagem no ensino tem como objetivo final a aprendizagem e não a formação de cientistas matemáticos. Outro aspecto relevante é a dificuldade apresentada por alguns alunos com alguns conceitos básicos de Matemática, o que exige uma atenção especial no sentido motivacional dos alunos. Embora as atividades de Modelagem Matemática sejam cooperativas e

pautadas nas atividades em grupo (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2016, p. 25), o acompanhamento do processo de aprendizagem também deve ocorrer na forma individual. É comum nas atividades em grupo alguns alunos não desenvolverem as atividades, deixando sobrecarregados os demais. Tais reclamações foram constantes em certos grupos que relatavam “Professor, combinamos que cada um teria que fazer uma parte do trabalho e o fulano de tal não fez nada”. A aplicação de atividades individuais faz com que os alunos preocupem-se em saber o todo, mesmo que este tenha cumprido um papel parcial no processo.

Na figura 28 observa-se os alunos desenvolvendo as atividades com uso do software *Calc* da *BrOffice*.



Figura 28 – Atividade de Matemática no laboratório de Informática

A questão 2 (Figura 30) apresentou uma tabela de custos e uma série de questões pertinentes a determinação e interpretação da função custo. O objetivo do exercício foi verificar se os alunos compreenderam o processo de construção da função através da interpretação do problema e do uso do software. Abaixo segue uma tabela e a respectiva linha de tendência apresentada por um aluno (Figura 29).

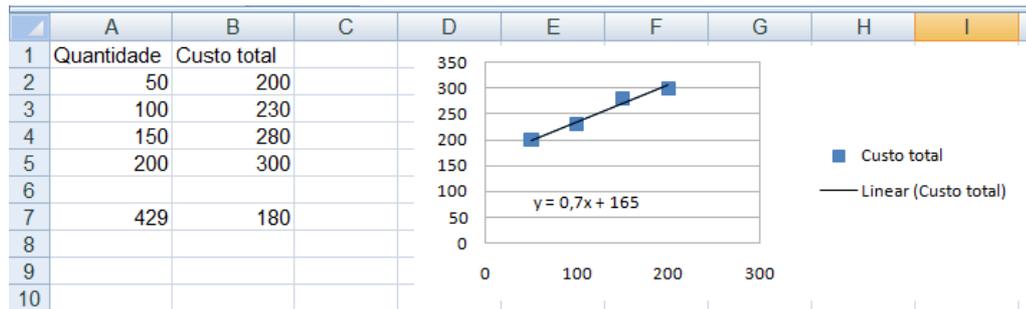


Figura 29 - Tabela e gráfico representando o custo total de um produto em função de uma quantidade fictícia produzida

Nesta atividade, destaca-se que aproximadamente 40% dos alunos erraram a função lucro. O principal ocasionador de grande índice de erros foi a despreocupação com o sinal no momento de efetuar a diferença $R(x) - C(x)$. Como $C(x) = 0,7x + 165$, ao fazer a diferença para compor a função lucro, tais alunos mantiveram o sinal de positivo do número 165, conforme mostra a figura 30 abaixo:

2. Suponha que o custo de um certo produto varia conforme a quantidade produzida, de acordo com a tabela abaixo:

Quantidade	Custo total (R\$)
50	200,00
100	230,00
150	280,00
200	300,00

- a) Utilize a planilha eletrônica e construa um gráfico de dispersão para a tabela apresentada.
- b) Utilize os recursos da planilha eletrônica para *aproximar* uma função afim (linear na perspectiva do software) que represente este custo.
Escreva aqui a função custo obtida: $C(x) = 0,7x + 165$
- c) Sabendo que cada unidade será vendida por R\$ 4,00, expresse a função receita $R(x)$ em função da quantidade x de produtos vendidos.
Escreva aqui a função receita obtida: $R(x) = 4x$
- d) Determine a função Lucro $L(x)$ em função da quantidade x de produtos vendidos.
 $L(x) = 4x - 0,7x + 165$
- e) Utilizando a planilha eletrônica, calcule o lucro na venda de 30, 60, 120 e 180 unidades do produto.
Lucro na venda de 30 unidades: 264
Lucro na venda de 60 unidades: 363
Lucro na venda de 120 unidades: 561
Lucro na venda de 180 unidades: 759
- f) Salve a planilha e envie para o e-mail do professor: flavio.fernandes@ifsc.edu.br.

Figura 30 - Erro de sinal na atividade 2 – 10º encontro

Os erros identificados no modelo apresentado na letra d podem ser evitados se seguido o processo de *Interpretação de resultados e validação* conforme

sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2016). Neste sentido, também Biembengut e Hein retratam que para concluir o modelo matemático é necessário que se faça:

1. a interpretação do modelo, analisando as implicações da solução derivada daquele que está sendo investigado; e
2. a verificação de sua adequabilidade, retornando à situação-problema investigada e avaliando quão significativa e relevante é a solução – validação. (BIEMBENGUT; HEIN, 2016, p.15)

Mesmo com as explicações sobre a importância da simplificação das expressões que compunham as funções, grande parte dos alunos apresentou soluções sem a simplificação da função, conforme se observa na figura 31.

- perspectiva do software) que represente este custo.
 Escreva aqui a função custo obtida: $f(x) = 0,7x + 16,5$
- c) Sabendo que cada unidade será vendida por R\$ 4,00, expresse a função receita $R(x)$ em função da quantidade x de produtos vendidos.
 Escreva aqui a função receita obtida: $f(x) = 4x$
- d) Determine a função Lucro ($L(x)$) em função da quantidade x de produtos vendidos.
 $f(x) = (4x) - (0,7x + 16,5)$
- e) Utilizando a planilha eletrônica, calcule o lucro na venda de 30, 60, 120 e 180 unidades do produto.
- | | |
|---------------------------------|------------|
| Lucro na venda de 30 unidades: | <u>-66</u> |
| Lucro na venda de 60 unidades: | <u>33</u> |
| Lucro na venda de 120 unidades: | <u>231</u> |
| Lucro na venda de 180 unidades: | <u>429</u> |
- f) Salve a planilha e envie para o e-mail do professor: flavio.fernandes@ifsc.edu.br.

Figura 31 - Exercício 2 do 10º encontro sem a simplificação de $L(x)$

A atividade referente ao 11º encontro (parte A) solicitou aos alunos que organizassem uma forma de controle de entradas e saídas nos três dias de vendas do evento. Isso tudo para favorecer o controle e posterior construção do livro-caixa da semana.

Após o evento da Semana Nacional de Ciência e Tecnologia e Semana do Empreendedorismo 2016, foi explicado aos alunos o que é um livro-caixa através do material entregue a cada um deles (11º encontro (parte B)). No laboratório de Informática, cada grupo teve que organizar o seu livro-caixa utilizando-se dos dados que haviam registrado durante o evento e as notas fiscais referente aos gastos obtidos.

Resolvidos diversos impasses em relação aos livros-caixas, foi organizada uma tabela no quadro para efetuar o fechamento do lucro da turma. Para isso foram

construídas três colunas, das quais uma apresentaria o lucro líquido de cada empresa e na outra o valor a ser depositado no caixa da turma (Figura 32). A necessidade destas duas colunas deveu-se ao fato de que os R\$ 130,00 disponibilizados para a compra dos ingredientes das empresas, não entrariam no lucro líquido, mas seriam deixados para o caixa de formatura da turma conforme acordado inicialmente (lembrando que a turma assumiu o risco de ter prejuízo e estes 130 reais auxiliariam nesta cobertura, caso necessário). Os alunos copiaram a tabela na planilha e efetuaram o cálculo para a obtenção dos totais. Foi solicitado a um dos alunos para enviar a tabela ao e-mail do professor. A tabela apresenta-se na figura 30.

A1		EMPRESA	
	A	B	C
1	EMPRESA	VALOR P/ CAIXA	LUCRO
2	Cute Candy	R\$ 427,00	R\$ 297,00
3	Delicia Gelada	R\$ 180,75	R\$ 50,75
4	Pizza Point	R\$ 295,27	R\$ 165,27
5	Snack do Gringo	R\$ 760,00	R\$ 630,00
6	Pâtisserie	R\$ 205,56	R\$ 75,56
7	Doce Sensação	R\$ 217,00	R\$ 87,00
8	Brown Cookie	R\$ 182,36	R\$ 52,36
9	TOTAL	R\$ 2.267,94	R\$ 1.357,94

Figura 32 - Lucro líquido e valor para o caixinha de formatura

Ficou determinada uma comissão de formatura e um dos alunos da turma foi eleito responsável para abrir uma conta e receber o valor dos grupos e efetuar o depósito de R\$ 2.267,94. Para ilustração, abaixo seguem os livros-caixa de dois grupos (Figuras 33 e 34).

Data	Histórico	Doc.	Entrada	Saída	Saldo
07/10/16	Capital inicial		100,000		100,00
14/10/16	Acréscimo do capital inicial		30,000		130,00
17/10/2016	Pgto. Supermercado	65031		42,06	87,94
	Pgto. Embalagens	9940		9,85	78,09
	Pgto. Frutolandia	2342		29,70	48,39
18/10/2016	Venda		261,000		309,39
19/10/2016	Pgto. Frutolandia	2350		104,00	205,39
	Venda		480,000		685,39
20/10/2016	Pgto. Embalagens	1431		12,00	673,39
	Venda		452,000		1125,39
21/10/2016	Pgto. Bebidas	33857		365,58	759,81

Figura 33 – Livro-caixa do grupo Snack do Gringo

Observa-se na figura 32 que os alunos relataram um valor do caixa de R\$ 760,00 e no seu livro-caixa aparece R\$ 759,81 (Figura 33). A formatação das tabelas apresentadas pelos alunos foi mantida nesta dissertação conforme produzida pelos mesmos, não sendo realizadas correções de arredondamento e do número de casas decimais, embora tais orientações tenham sido dadas nas aulas.

Livro Caixa – Empresa Delicia Gelada					
Data	Histórico	Doc.	Entrada	Saida	Saldo
22/09/16	Capital inicial		R\$ 100,00		R\$ 100,00
14/10/16	Acréscimo do capital inicial		R\$ 30,00		R\$ 130,00
18/10/16	Pgto. Supermercado Nordio			15,36	R\$ 114,64
18/10/16	Acréscimo do capital inicial		R\$ 58,76		R\$ 173,40
18/10/16	Pgto. Embalagens Caçador			47,89	R\$ 125,51
18/10/16	Vendas		R\$ 42,00		R\$ 167,51
19/10/16	Vendas		R\$ 57,00		R\$ 224,51
20/10/16	Vendas		R\$ 15,00		R\$ 239,51
21/10/16	Pgto. de emprestimo			58,76	R\$ 180,75
				Saldo Total	R\$ 180,75

Figura 34 – Livro-caixa do grupo Delícia Gelada

Um grupo que teve grande destaque no evento devido ao sucesso nas vendas foi o grupo Pâtisserie, que produziu bolos de pote. Este grupo foi o que teve maior movimentação financeira na semana, porém seu lucro não teve tanto destaque devido ao fato da sua margem de lucro por unidade ter sido muito baixa (inicialmente, R\$ 0,43 por unidade), pois os alunos temiam fixar o preço muito alto e não ter saída para cobrir os custos e despesas. A figura 35 apresenta o livro-caixa deste grupo.

J20		f _{sc}				
	A	B	C	D	E	F
1	Livro Caixa – Empresa (Pâtisserie)					
2	Data	Histórico	Doc.	Entrada	Saída	Saldo
3	22/09/16	Capital Inicial				100
4	10/10/16	Pgto Supermercado	8675		91,67	8,33
5	14/10/16	Acréscimo do capital inicial		30		38,33
6	17/10/16	Pgto Supermercado	80346		18,71	19,62
7	17/10/16	Capital Investido Catrina		9,6		29,22
8	17/10/16	Capital Investido Emanuelle		64,5		93,72
9	17/10/16	Capital Investido Evelin		40		133,72
10	17/10/16	Capital Investido Julia		51,5		185,22
11	17/10/16	Capital Investido Thainá		40		225,22
12	17/10/16	Pgto Supermercado	36161		10,98	214,24
13	17/10/16	Pgto Supermercado	171337		47,29	166,95
14	17/10/16	Pgto Supermercado			56,19	110,76
15	18/10/16	Pgto Supermercado	171403		31,51	79,25
16	18/10/16	Pgto Supermercado	394743		14	65,25
17	18/10/16	Vendas		157,5		222,75
18	19/10/16	Pgto Supermercado	386680		32,74	190,01
19	19/10/16	Pgto Supermercado			77	113,01
20	19/10/16	Vendas		175		288,01
21	19/10/16	Pgto Supermercado	449059		28,44	259,57
22	20/10/16	Pgto Supermercado	159522		33,91	225,66
23	20/10/16	Vendas		185,5		411,16
24	21/10/16	Retiro do Capital Investido Catrina			9,6	401,56
25	21/10/16	Retiro do Capital Investido Emanuelle			64,5	337,06
26	21/10/16	Retiro do Capital Investido Evelin			40	297,06
27	21/10/16	Retiro do Capital Investido Julia			51,5	245,56
28	21/10/16	Retiro do Capital Investido Thainá			40	205,56
29	21/10/16	Retiro do Capital Inicial			130	75,56

Figura 35 – Livro-caixa do grupo Pâtisserie

Percebe-se também que nas figuras 33 e 34 os alunos não realizaram a retirada do capital inicial de 130,00 enquanto que na figura 35 os alunos fizeram tal retirada. Referente a esta variação nos livros-caixas da turma, foi explicado que o lucro líquido é aquele que desconta o capital inicial conforme havia sido apresentado na figura 32. Manteve-se neste trabalho os resultados apresentados com os erros cometidos pelos alunos no processo.

O comparativo nos resultados dos lucros das empresas foi um fator positivo na aprendizagem dos alunos diante das diferentes estratégias apresentadas. Tais aspectos foram destacados na apresentação dos resultados em um seminário organizado nas aulas de Fundamentos de Administração, onde os alunos organizaram uma apresentação dos resultados orientados pelos professores.

Nas atividades apresentadas, em síntese percebe-se que a Modelagem Matemática deve ir ao encontro de temas de interesse dos alunos sendo que embora a matematização do processo sempre ocorra depois da execução das atividades práticas, em diversos momentos houve a necessidade de antecipação de conceitos de Matemática de modo a auxiliar no processo de matematização. É importante também fazer a validação dos modelos apresentados com os alunos

como uma forma de poder fazer as devidas correções e inserções de novos conceitos ou reelaboraões pertinentes. Cabe ao professor, durante a execução das atividades, organizar de maneira a conduzir os conceitos necessários às resoluções dos problemas da melhor forma. Sempre que possível, deixar a formalização para os próprios alunos, porém, ter a sensibilidade das limitações alunos neste processo.

Os aspectos conceituais explorados nos encontros, conforme mostrado nesta seção, trouxeram diversas situações de aprendizagem. É notório que a aprendizagem não ocorre apenas no ato da formulação e resolução dos problemas pois sempre houve a necessidade de intervenção do professor em corrigir erros cometidos no processo. Assim, a aprendizagem se deu mediante erros e acertos identificados e trabalhados nos encontros. Os erros cometidos pelos alunos ora apresentados ou citados no trabalho evidenciam que a aprendizagem de determinados conceitos é desafiadora mesmo com o uso da Modelagem Matemática porém, traz uma abordagem diferenciada e atrativa aos alunos.

Objetivando verificar a percepção dos alunos quanto ao seu próprio aprendizado de Matemática por meio da aplicação da Modelagem Matemática, no questionário 2 (Apêndice B) foi apresentada a seguinte questão: “A Modelagem Matemática é uma ferramenta importante para o aprendizado de Matemática?”. Abaixo são apresentadas respostas acerca dos pontos positivos da aplicação da Modelagem Matemática e que se referem à sua aprendizagem. Para uma melhor visualização as respostas foram agrupadas em três categorias distintas: aprendizagem de Matemática, aprendizagem de aspectos administrativos e aprendizagem associada ao relacionamento interpessoal.

Aprendizagem de Matemática:

- *Nós podemos aprender matemática com administração, que é o curso que fazemos, então eu acho que foi muito importante;*
- *A atividade foi muito produtiva. Conseguimos ter uma noção bem melhor sobre o conteúdo e com relação ao dinheiro;*
- *Um ponto positivo foi que aprendemos um pouco sobre o funcionamento das empresas e como a matemática pode auxiliá-la em seu desenvolvimento;*
- *Conseguimos visualizar aplicações reais e práticas da Matemática;*

Nos relatos acima os alunos evidenciam a aprendizagem associada à aplicação da Matemática em situações envolvendo dinheiro e questões administrativas.

Aprendizagem de aspectos administrativos:

- *O maior entendimento do assunto trabalho, aprendemos a ter organização, e novas formas de administrar, não só a empresa criada mas tudo que está ao nosso redor, também conseguimos, em algumas vezes, trabalhar em grupo;*
- *Conseguimos realizar um bom trabalho solucionando problemas, e conseguindo trabalhar bem sob pressão;*
- *Aprendemos a lidar com situações fora da nossa zona de conforto, pudemos nos integrar mais uns com os outros e observamos na prática o funcionamento de algumas atividades que antes só ouvimos falar;*
- *Em certos momentos todos ajudaram, na fabricação do produto, foi bom ter tido essa experiência, pois aprendemos a administrar um negócio, uma “empresa”;*
- *Noção básica de ADM;*
- *Mais conhecimento e aprendizagem em relação a parte administrativa;*
- *Facilidade na compreensão de como organizar uma empresa; adquirimos conhecimentos no quesito das necessidades e deveres de uma organização;*
- *Conseguimos entender quais as preocupações e deveres que uma empresa tem internamente.*

As manifestações acima destacam o caráter interdisciplinar da proposta, evidenciando a aprendizagem de questões que vão além do currículo de Matemática e que fazem parte da formação profissional ofertada pelo Curso Técnico em Administração.

Aprendizagem associada ao relacionamento interpessoal:

- *Conseguimos aprender e respeitar os integrantes do grupo, ajudou na cooperatividade dos alunos;*
- *O grupo produziu os produtos no modo correto, o caixa estava sendo correto na entrada e retirada de dinheiro e foi bem legal participar com colegas diferentes e nos conhecemos mais;*

- *Na minha opinião meu grupo se saiu muito bem aprendemos que a união faz a força e que um grupo torna eficaz o desenvolvimento das atividades;*
- *Conseguimos trabalhar em grupo, cada um fazendo sua parte. Interagimos com todos os colegas e foi uma experiência muito legal;*
- *Crescemos como grupo, aprendemos como administrar uma pequena empresa e percebemos como é trabalhoso;*
- *Percebemos que se trabalharmos todos juntos, conseguimos chegar onde queremos.*

As percepções dos alunos citadas acima mostram que embora tenham ocorrido alguns problemas de intrigas e desentendimentos no processo, de forma geral os alunos perceberam a necessidade de manter um bom relacionamento e uma postura de responsabilidade na empresa. Como era de se esperar, esta atividade não trouxe apenas benefícios conceituais para o componente curricular de Matemática, mas aspectos pertinentes à organização e manutenção de empresas e do *aprender a ser* e conviver, como os alunos mencionam ao tratar do trabalho em grupo.

Aspectos positivos na aprendizagem dos alunos são fortes argumentos trazidos por pesquisadores da área modelagem. Weber e Petry (2015) apontam que pela Modelagem Matemática “*é possível motivar os alunos, despertar a criatividade, desenvolver a atitude crítica e o raciocínio lógico, incentivar o aluno a aprender com base em situações que precisam ser investigadas e que não aparecem prontas*” (WEBER; PETRY, 2015, p. 3). As manifestações trazidas pelos alunos nos questionários aplicados, bem como a produção e os resultados apresentados pelas empresas fictícias, evidenciam tais argumentos neste trabalho.

Aspectos referentes à aceitação da proposta bem como percepções na aprendizagem pelos alunos também foram evidenciadas nas questões 1 a 3 do questionário 2 (Apêndice B), conforme mostra os resultados representados nas figuras 36 e 37.

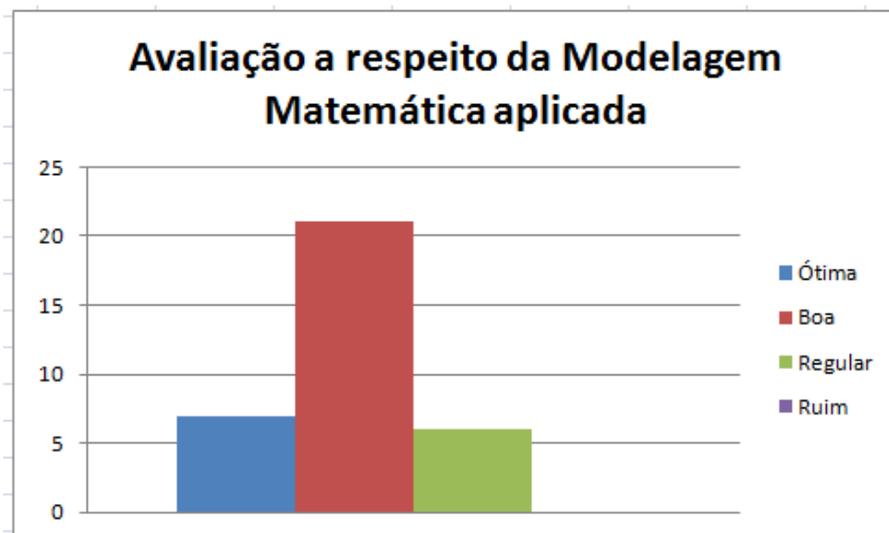


Figura 36 - Avaliação a respeito da aplicação da Modelagem Matemática

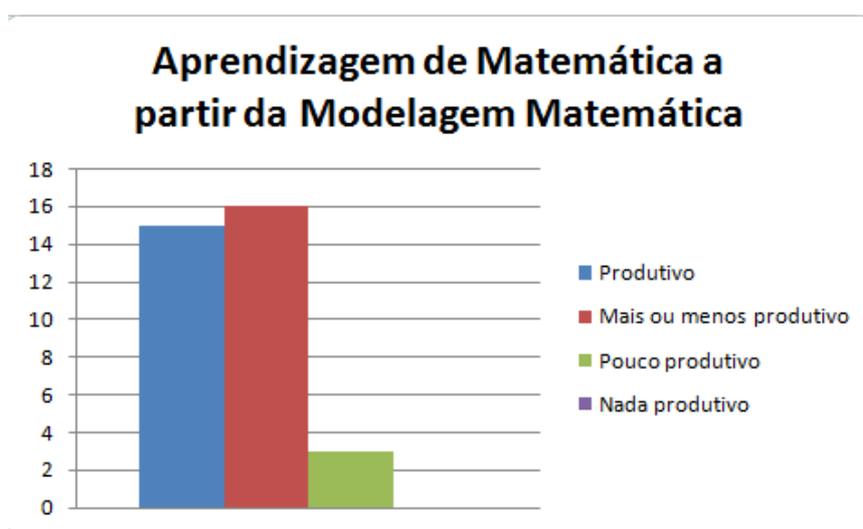


Figura 37 – Percepção da aprendizagem da Matemática com relação à produtividade

Na figura 37, percebe-se que grande parte da turma acredita que a aprendizagem de Matemática foi mais ou menos produtivo. Tais motivos estão associados, como eles mesmos apontam, na utilização de muito tempo para a parte organizacional da atividade, o que acaba “roubando” tempo das aulas. Mesmo assim percebe-se que apenas três alunos entenderam como “pouco produtivo” o aprendizado de Matemática nesta atividade. Tais justificativas já foram apresentadas em seções anteriores.

Ao perguntar se os alunos acreditavam que as atividades desenvolvidas através da Modelagem Matemática conseguiram exemplificar aplicações da Matemática na área de administração, 33 dos 34 alunos afirmaram que sim. Evidenciando a viabilidade de utilização desta proposta para o ensino de Matemática conforme era esperado.

4.4 PERSPECTIVAS A PARTIR DA APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

De forma geral, pode-se avaliar a experiência com a Modelagem Matemática para o Ensino Médio em Administração como positiva e que trouxe diversos aspectos a serem explorados.

Observou-se o envolvimento de professores de outros componentes curriculares ao longo da aplicação do projeto que contribuíram para o êxito do mesmo. Com isso, outras atividades envolvendo os alunos surgiram em virtude da aplicação da Modelagem Matemática, como atividade de redução de custos para produção de caixas de papelão proposta na aula de Fundamentos de Administração, onde os alunos deviam estimar a menor área possível para confeccionar caixas de papel numa situação semelhante a de Modelagem.

Devido ao tempo e a quantidade de informações inerentes às atividades desenvolvidas houve a necessidade de adequação ao longo da aplicação do projeto. Por exemplo, havia-se proposto trabalhar com função demanda de mercado utilizando fórmulas de regressão linear para aproximar funções. Tais conceitos não foram formalizados (apenas usou-se as ferramentas computacionais para obter a função ajustada) e serão trabalhados em momento posterior, na disciplina de Estatística no próximo semestre pelo próprio professor que aplicou esta pesquisa. Em cada etapa das atividades desenvolvidas observou-se a possibilidade de explorar diversos conceitos de Matemática a partir de situações que os grupos se depararam. Também é possível perceber as diversas potencialidades que esta abordagem traz para a elaboração de situações semelhantes que vão ao encontro de outros aspectos conceituais de Matemática.

Outro fator significativo nesta abordagem pedagógica no ensino é a possibilidade que ela acarreta de despertar diferentes pontos de vista quanto a formulação e aplicação de conceitos de Matemática pautados na interpretação de uma mesma situação. Desta forma, os problemas e os resultados apresentados neste trabalho motivam diferentes interpretações e aplicações mesmo para quem não esteve diretamente envolvido na proposta desta Modelagem Matemática.

A aplicação deste trabalho suscitou nos professores participantes o desejo de dar continuidade nesta proposta. Para turmas posteriores, a intenção é manter este projeto e ampliá-lo como um Projeto Integrador para o Ensino Médio Integrado em Administração do IFSC – Caçador. Por exemplo, o professor de Química (um dos professores que se envolveram neste projeto envolvido na atividade) sugeriu uma atividade semelhante para a produção e venda de sabão no próximo ano. Na turma de Proeja, o professor pesquisador deste trabalho já está abordando em suas aulas práticas de Modelagem Matemática adaptadas à realidade dos alunos, tendo sido incorporada esta ideia no Projeto Pedagógico deste curso.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo em vista tudo o que foi apresentado até então, percebe-se que são muitos os benefícios na formação geral do aluno oportunizados por este trabalho, o que sugere que o problema proposto nesta pesquisa seja respondido de maneira afirmativa, ou seja, a aplicação da Modelagem Matemática traz benefícios para o aprendizado dos alunos do Ensino Médio Integrado em Administração. Porém, ressalva-se que toda prática deve ser refletida e reavaliada de acordo com a realidade onde ela está sendo aplicada.

Por meio do desenvolvimento das atividades propostas percebeu-se o caráter de formação profissional dos alunos envolvidos ao associar pesquisa, prática administrativa e conceitos de Matemática. Mesmo que a perspectiva profissional futura apresentada nos questionários pelos alunos não tenha sido voltada para a área de administração, percebe-se uma grande aceitação da proposta de trabalho como forma de motivação e favorecimento da aprendizagem.

A organização das atividades em grupo e a utilização de materiais objetivando a orientação e aprofundamento dos conceitos e problemas advindos do processo de modelagem contribuíram significativamente na organização pedagógica do processo. A aprovação do projeto em edital interno de pesquisa do Instituto e a efetivação da interdisciplinaridade através do envolvimento de professores de outras áreas do conhecimento contribuíram para o enriquecimento das aulas e para o aprendizado de aspectos não só da disciplina de Matemática, mas também das áreas envolvidas. Dentre os benefícios observados a partir deste trabalho destacamos o dinamismo oportunizado nas aulas; o envolvimento dos alunos com a Matemática; percepção de aplicação dos conhecimentos de Matemática na prática administrativa; aprendizagem por método não tradicional de repetição; desenvolvimento pessoal e trabalho em equipe; aceitação das diferenças de opiniões e tomadas de decisões e práticas de organização de ideias e conceitos. Os desafios e cuidados evidenciados na pesquisa estão associados essencialmente às questões curriculares, porém podem ser amenizadas através da implementação de exercícios e atividades que envolvam os conceitos utilizados na modelagem e também através da utilização parcial do tempo das aulas para este tipo de trabalho.

Com a aplicação da Modelagem Matemática no Ensino Médio em Administração constatou-se ser possível os alunos aprenderem a desenvolver pesquisa na escola e a partir das situações trazidas por eles, compreenderem diversos conceitos, tais como: proporções, regra de três, aplicação de conversão unidades de medida em problemas, construção de tabelas, construção de gráficos, funções (função constante, função afim e função exponencial), função de uma ou mais variáveis e função de uma ou mais sentenças, sistemas de equações, inequações, arredondamento estatístico, utilização de ferramentas tecnológicas (calculadoras, planilhas eletrônicas e software de construção geométrica), interpolação, extrapolação, operações algébricas, livro-caixa, custo, receita e lucro. O trabalho desenvolvido também oportunizou uma perspectiva de continuidade através do desenvolvimento de projetos similares nos próximos semestres.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. 1ª ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2016.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. (2001). **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: 24ª RA da ANPED, Anais. Caxambu. Disponível em <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_l/modelagem_barbosa.pdf>. Acesso em 07/11/2016.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. ed., 1ª impressão – São Paulo: Contexto, 2009.

_____. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed, 5ª impressão. São Paulo: Contexto, 2016.

BORBA, Marcelo C.; SKOVSMOSE, Ole. **A ideologia da certeza em Educação Matemática**. In: SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. 4ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2001. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

_____. **A pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Anais da 27ª reunião anual da Anped. Caxambu, 2004. Disponível em <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf>. acesso em 21/06/2016.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA O ENEM 2009**. Brasília: MEC, 2009. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=841-matriz-1&category_slug=documentos-pdf&Itemid=30192>. Acesso em 06/12/2016.

BRASIL, **Lei 11.892/08 de 29 de dezembro de 2008**, Institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, cria os Institutos Federais de Educação Ciência e Tecnologia e dá outras providências. Brasília, 2008. Disponível em <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11_892.htm>. Acesso em 07/11/2016.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Campinas: Unicamp, 1992. 460 f. Tese de Doutorado em Educação. Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. Disponível em <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls0_00046190>. Acesso em 07/11/2016.

CAMPOS, Ilaine da Silva; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Quando pesquisa e prática pedagógica acontecem simultaneamente no ambiente de Modelagem Matemática: problematizando a dialítica pesquisador/professor**. V.17, N.2, p. 324-339. Canoas: Acta Scientiae, 2015.

CEOLIM, Amauri Jersi; CALDEIRA, Ademir Donizeti. **Modelagem Matemática na Educação Matemática: Obstáculos Segundo Professores da Educação Básica**. Educação Matemática em Revista, SBEM, n. 46, p. 25 – 34, set. 2015.

CORREA, Kenneth. **Modelo de cinco forças de Michael Porter**. Disponível em <http://www.administracaoegestao.com.br/planejamento-estrategico/modelo-de-5-forcas-de-michael-porter/> acesso em 24/10/2016.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar Matemática hoje? Temas e debates**. SBEM. Brasília. Ano II. n.2. p. 15-19. 1989.

IBGE, **Cidades @**. Disponível em <http://cidades.ibge.gov.br/xtras/perfil.php?codmun=420300> . Acesso em 10 mai. 2016.

INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA. **Menu Institucional**. Disponível em <http://www.ifsc.edu.br/menu-institucional/missao> > . Acesso em: 10 mai. 2016.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. **Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas**. Educ. Mat. Pesqui. (EMP), São Paulo, v.10, n. 1, p. 17-34, 2008.

PETRY, Liane Solange. **Reconstrução do conhecimento dos alunos sobre ecossistemas por meio de unidades de aprendizagem**. Porto Alegre: PUC-RS, 2010. Disponível em <http://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/3012>>. Acesso em 22/06/2016.

PRADO, Airam da Silva; DE OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira; BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Uma análise sobre a imagem da dimensão interacional da prática pedagógica representada em materiais curriculares educativos**. Educ. Matem. Pesq (EMP), São Paulo, v.16. n.2, p.505-535, 2014.

QEDU. **Use dados, transforme a educação**. Disponível em <http://www.qedu.org.br/> > . Acesso em 10 mai. 2016.

RODRIGUES, Lucas De Oliveira. **"Positivismo"; Brasil Escola**. Disponível em <http://brasilecola.uol.com.br/sociologia/positivismo.htm>>. Acesso em 01 de novembro de 2016.

TEIXEIRA, Enise Barth. **Análise de dados na perspectiva científica: importância e desafios em estudos organizacionais. Desenvolvimento em questão**. Ijuí, ano 1, v.2, jul/dez 2003. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=75210209>> . Acesso em 10 mai. 2016.

WEBER, P. y PETRY, V. (2015). **Modelagem matemática na educação básica: uma experiência inspirada na construção civil**. Gondola, Enseñ Aprend Cienc, 10(1). doi: 10.14483/jour.gdla.2015.1.a03.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Questionário 1

O presente questionário visa trazer informações dos alunos participantes da pesquisa intitulada “**A Modelagem Matemática como apoio à prática pedagógica no Ensino Médio Integrado em Administração do IFSC – Caçador**”, realizada pelo Professor Flavio Fernandes sob a orientação do Prof. Dr. Vitor José Petry.

1. Em que escola você cursou o Ensino Fundamental (1^a a 9^a série)
 - () Escola Pública Municipal
 - () Escola Pública Estadual
 - () Escola de Ensino Privado (Particular)
 - () Outras. Quais? _____

2. Você se considera uma pessoa que:
 - () Gosta muito de Matemática.
 - () Gosta um pouco de Matemática.
 - () Não gosta de Matemática.

3. Qual tipo de atividade de Matemática você mais gosta:
 - () Problemas de Matemática que exigem interpretação de situações.
 - () Atividades de repetição envolvendo operações Matemáticas.
 - () Desafios de raciocínio lógico.
 - () Atividades que envolvam computadores e calculadoras.
 - () Outras. Quais? _____
 - () Não gosto de nenhum tipo de atividade de Matemática.

4. Por que você escolheu cursar Ensino Médio Integrado em Administração?

() A pedido de meus pais.

() Por curiosidade.

() Por oferecer aulas de qualidade.

() Porque quero seguir os estudos na área de administração.

() Por ser um curso que qualifica profissionalmente.

() Outro motivo. Qual? _____

5. Profissão do pai: _____

Profissão da mãe: _____

6. Você pretende fazer algum curso de graduação após concluir o Ensino Médio Integrado em Administração? Caso sua resposta seja sim, qual curso pretende fazer?

7. Descreva atividades da disciplina de Matemática que na sua opinião ajudam a entender melhor o conteúdo.

APÊNDICE B - Questionário 2

O presente questionário visa trazer informações acerca das percepções a respeito da aplicação do projeto “**A Modelagem Matemática como apoio à prática pedagógica no Ensino Médio Integrado em Administração do IFSC – Caçador**”, realizada pelo Professor Flavio Fernandes sob a orientação do Prof. Dr. Vitor José Petry.

1. Qual a sua avaliação a respeito da Modelagem Matemática desenvolvida na aula de Matemática?
 - () Ótima.
 - () Boa.
 - () Regular.
 - () Ruim.

2. Com a criação da empresa através da Modelagem Matemática, você acredita que seu aprendizado de Matemática foi:
 - () Produtivo.
 - () Mais ou menos produtivo.
 - () Pouco produtivo.
 - () Nada produtivo.

3. Você acredita que a atividade desenvolvida através da Modelagem Matemática conseguiu exemplificar aplicações da Matemática na área de administração?
 - () Sim.
 - () Não.

4. Cite pontos positivos a respeito da atividade de Modelagem desenvolvida por você e seu grupo.

5. Cite pontos negativos a respeito da atividade de Modelagem Matemática desenvolvida por você e seu grupo.

6. A Modelagem Matemática é uma ferramenta importante para o aprendizado de Matemática? Justifique sua resposta.

7. Você acredita a utilização Modelagem Matemática influencia positivamente na motivação dos alunos para o aprendizado de Matemática no Ensino Médio?

() Sim

() Não

Justifique: _____

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada “**A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO APOIO À PRÁTICA PEDAGÓGICA NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO EM ADMINISTRAÇÃO DO IFSC – CAÇADOR**”, sob a responsabilidade do pesquisador Prof. **Flavio Fernandes**, e Orientador Prof. **Dr. Vitor José Petry**.

Nesta pesquisa nós estamos buscando **desenvolver atividades de Matemática relacionadas com Administração através de uma proposta de Modelagem Matemática**.

Na sua participação você, juntamente com seu grupo de estudos, organizarão uma empresa de bem ou serviço (fictícia), determinando um nome, lema e logomarca. Nesta atividade, vocês terão que pesquisar preços de matéria-prima, mão-de-obra e terão que simular a produção de algum bem ou serviço com objetivo de venda e obtenção de lucro. Cada etapa das atividades será orientada e registrada pelo professor. Durante as atividades serão realizados questionários, registros de vídeo, imagem e diário. Nas aulas serão trabalhados os elementos da Matemática pertinente à produção das atividades que vocês desenvolverem e ao final, você e seu grupo deverão apresentar um relatório com os resultados da empresa em um seminário.

Em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. *Os resultados estarão à sua disposição quando finalizada.*

Este estudo apresenta riscos mínimos, como por exemplo, quebra de sigilo de informações. Por este motivo, não será disponibilizado acesso aos vídeos e imagens a qualquer pessoa que seja exceto o pesquisador e seu orientador. Todos os riscos associados na busca de informações para a pesquisa de campo (pesquisas a lojas, mercados ou empresas) poderá ser minimizado por pesquisa via internet, se assim os alunos preferirem. Qualquer tipo de constrangimento (como prática de bullying) nas atividades em grupos na sala de aula, será evitado e no caso de ocorrência será punido conforme normas institucionais e legais.

Os benefícios trazidos por esta pesquisa serão: compreender a utilização da Matemática na prática administrativa, desenvolver espírito de equipe e colaboração e ampliar seus conhecimentos, dentre outros objetivos provenientes do processo de execução da proposta.

Mesmo seu responsável legal tendo consentido na sua participação na pesquisa, você não é obrigado a participar da mesma se não desejar. Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Esclarecimento ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Prof. Flavio Fernandes - Tel. (49) 3561-5727**. Poderá também entrar em contato com o Comitê de Ética na Pesquisa com Seres-Humanos – Av. General Osório, 413 -D, Edifício Mantelli, 3º andar, Sala 3-1-B, Bairro Jardim Itália Chapecó – Santa Catarina – Brasil – CEP 89802-265. Telefone: (49) 2049-3745.

() Aceito que minha imagem e voz sejam gravadas e/ou filmadas e sejam utilizadas para fins científicos.

() Aceito que minha imagem e voz sejam gravadas e/ou filmadas mas não aceito que sejam utilizadas para fins científicos.

() Não Aceito que minha imagem e voz sejam gravadas e/ou filmadas.

Eu, _____, portador(a) do documento de Identidade _____, fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e o meu responsável poderá modificar a decisão de participar se assim o desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar desse estudo. Receberei uma via deste termo assentimento.

Eu aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

Assinatura do(a) menor

Assinatura do(a) pesquisador(a)

_____, de de 201.....

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar:

CEP- Comitê de Ética em Pesquisa - UFFS

Endereço: Av. General Osório, 413-D, Edifício Mantelli, 3º andar, Sala 3-1-B, Bairro Jardim Itália. Chapecó – Santa Catarina – Brasil – CEP 89802-265

Fone: (49) 2049-3745 / E-mail: cep.uffs@uffs.edu.br

Pesquisador Responsável: Flavio Fernandes

Endereço: Avenida Fahdo Thomé, 3000 - Champagnat, CEP 89500-000 CAÇADOR - SC

Fone: (49)3561-5727 / E-mail: flavio.fernandes@ifsc.edu.br

APÊNDICE D - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)
TÍTULO DA PESQUISA: A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO APOIO À PRÁTICA
PEDAGÓGICA NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO EM ADMINISTRAÇÃO DO IFSC
– CAÇADOR

Prezado participante,

Seu filho(a) está sendo convidado(a) a participar da pesquisa **A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO APOIO À PRÁTICA PEDAGÓGICA NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO EM ADMINISTRAÇÃO DO IFSC – CAÇADOR**. Desenvolvida por Flavio Fernandes, discente de Mestrado do Profmat – Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Campus de Chapecó, sob orientação do Professor Dr. Vitor José Petry

Objetivo central (Conforme Resolução CNS Nº 466 de 2012 item IV.3. a)

O objetivo central do estudo é: aplicar conhecimentos de Matemática na criação e manutenção de uma empresa.

Por que o SUJEITO está sendo convidado (critério de inclusão) (Conforme Resolução CNS Nº 466 de 2012 itens IV.3.a, d)

A participação do seu filho(a) se deve ao fato de ser aluno do Ensino Médio Integrado em Administração. Em virtude do Ensino Médio ser de caráter técnico e profissional, é muito importante que os alunos tenham uma percepção da aplicação dos conhecimentos escolares diretamente na área de formação do futuro profissional de Administração. Desta forma, este projeto visa incentivar tal aplicação.

A participação do seu filho(a) nos questionários, bem como nos processos de registros de vídeo e imagem não é obrigatória e ele(a) tem plena autonomia para decidir se quer ou não participar destes processos. Contudo, ela é muito importante para a execução da pesquisa. Por outro lado, a atividade referente à Modelagem Matemática faz parte do processo de avaliação do componente curricular de Matemática, haja vista se tratar de um trabalho em grupo, diferenciado apenas pelo fato de fazer parte de uma pesquisa de campo.

Ele(a) não receberá remuneração e nenhum tipo de recompensa nesta pesquisa.
Mecanismos para garantir o sigilo e privacidade (Conforme Resolução CNS Nº 466 de 2012 item IV.3. c e)

Serão garantidas a confidencialidade e a privacidade das informações por ele(a) prestadas. Qualquer dado que possa identificá-lo(a) será omitido na divulgação dos resultados da pesquisa e o material armazenado em local seguro.

A qualquer momento, durante a pesquisa, ou posteriormente, O senhor(a) poderá solicitar do pesquisador informações sobre a participação do seu filho(a) e/ou sobre a pesquisa, o que poderá ser feito através dos meios de contato explicitados neste Termo.
Procedimentos detalhados que serão utilizados na pesquisa (Conforme Resolução CNS Nº 466 de 2012 item IV.3.a)

A participação do seu filho(a) consistirá em responder a um questionário a respeito de sua opinião e expectativas a respeito do componente curricular de Matemática e desenvolver uma Modelagem Matemática em grupo, que consiste em criar uma empresa fictícia de bens ou serviços que vise avaliar os resultados obtidos na administração da empresa e a aprendizagem de conceitos referentes a disciplina de

Matemática. Seu filho(a) juntamente com o grupo, deverá pesquisar valores de mercado, logo, se julgar necessário, poderá visitar mercados, lojas ou empresas, dependendo da escolha do ramo de empresa ao qual o grupo decidir pesquisar. Aos alunos que preferirem, poderão fazer esta pesquisa por meio de sites de mercados, lojas ou empresas.

Quanto a gravação

As atividades de aula serão registradas por meio de gravação de vídeos e fotos exclusivamente para fins de pesquisa, preservando a identidade anônima dos envolvidos, ou seja, as imagens e vídeos não serão divulgadas de maneira alguma.

Assinale a seguir conforme sua autorização:

[] Autorizo registro de imagem e vídeo [] Não autorizo registro de imagem e vídeo

Guarda dos dados e material coletados na pesquisa (Conforme Resolução CNS Nº 466 de 2012 item XI.2.f)

As atividades serão transcritas e armazenadas, em arquivos digitais, mas somente terão acesso às mesmas o pesquisador e seu orientador. Ao final da pesquisa, todo material será mantido em arquivo, físico ou digital, por um período de cinco anos.

Explicitar benefícios diretos (individuais ou coletivos) aos sujeitos da pesquisa (Conforme Resolução CNS Nº 466 de 2012 item IV.3 b)

O benefício relacionado com a colaboração do seu filho(a) nesta pesquisa é o de ampliar o conhecimento acerca da Matemática na aplicação de situações pertinentes à profissão associadas à Administração.

Previsão de riscos ou desconfortos (Conforme Resolução CNS Nº 466 de 2012 item IV.3 b)

A participação na pesquisa poderá causar riscos, como quebra de sigilo de informações. Por este motivo, não será disponibilizado acesso aos vídeos e imagens a qualquer pessoa que seja exceto o pesquisador e seu orientador. Todos os riscos associados na busca de informações para a pesquisa de campo (pesquisas a lojas, mercados ou empresas) poderá ser minimizado por pesquisa via internet se assim o grupo preferir. Qualquer tipo de constrangimento (como prática de bullying) nas atividades em grupos na sala de aula será evitado e, no caso de ocorrência será punido conforme normas institucionais e legais.

Sobre divulgação dos resultados da pesquisa (Conforme Resolução CNS Nº 466 de 2012 item XI.2 .h)

Os resultados serão divulgados em eventos e/ou publicações científicas mantendo sigilo dos dados pessoais.

Sobre a Via do TCLE entregue ao participante da pesquisa (Conforme Resolução CNS Nº 466 de 2012 item IV.3.f)

Caso concorde em participar, uma via deste termo ficará em seu poder e a outra será entregue ao pesquisador. Não receberá cópia deste termo, mas apenas uma via. Desde já agradecemos sua participação!

Caçador 24 de maio de 2016.

Assinatura do Pesquisador Responsável
Pesquisador Responsável: Flavio Fernandes

Endereço: Avenida Fahdo Thomé, 3000 - Champagnat, CEP 89500-000 CAÇADOR - SC

Fone: (49)3561-5727 / E-mail: flavio.fernandes@ifsc.edu.br

Em caso de dúvida quanto à condução ética do estudo, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da UFFS:

Tel e Fax - (0XX) 49- 2049-1478

E-Mail: cep.uffs@uffs.edu.br

http://www.uffs.edu.br/index.php?option=com_content&view=article&id=2710&Itemid=1101&site=proppg

Endereço para correspondência: Universidade Federal da Fronteira Sul/UFFS - Comitê de Ética em Pesquisa da UFFS , Rua General Osório, 413D - CEP: 89802-210 - Caixa Postal 181 – Centro - Chapecó - Santa Catarina – Brasil)

Declaro que entendi os objetivos e condições da participação do meu filho(a) na pesquisa e concordo com a participação.

Nome completo do (a) responsável:

Parentesco ou justificativa p/ guarda

Assinatura:

Os pesquisadores deverão assinar no final e rubricar as páginas anteriores.

APÊNDICE E – Encontros realizados durante o processo de Modelagem

Atividades de Modelagem Matemática

Slides do 1º encontro



Modelagem Matemática

Prof. Flavio Fernandes

1



A Modelagem Matemática é uma prática que pressupõe interdisciplinaridade, logo traz associações com outras áreas do conhecimento. Sendo uma ferramenta pedagógica que possibilita o direcionamento de situações, pode ser organizado de modo a ir ao encontro de conceitos e teorias que estão associadas ao currículo escolar, ou seja, pode ser uma forma de busca da teoria a partir da prática.

4



O que é Modelagem Matemática

São diversos os autores que pesquisam e realizam atividades na área de Modelagem Matemática. Vamos conhecer a definição apresentada por um destes autores:

2



Modelagem Matemática no campo científico	Modelagem Matemática no ensino de Matemática
Características: <ul style="list-style-type: none"> • Prioriza desenvolver Modelos Matemáticos para resolução de situações ou fenômenos. • Nesta forma de Modelagem, o conhecimento amplo da Ciência Matemática é muito importante 	Características <ul style="list-style-type: none"> • Visa compreender conceitos da matemática a partir da realidade a ser modelada; • Embora possa resultar em modelos matemáticos, esta não é uma prioridade; • Utiliza-se de interdisciplinaridade com outras áreas do conhecimento.

5



Para Bassanezi, (2009, p. 16) “A *Modelagem Matemática* consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

3



Vantagens da Modelagem Matemática no Ensino

- Parte de situações trazidas pelos alunos e não pelo professor;
- Relaciona diversos conceitos;
- É desenvolvido de forma construtiva e contribui para o cooperativismo;
- Evidencia a aplicação dos conhecimentos Matemáticos;
- Desenvolve a criatividade e pesquisa.

6

INSTITUTO FEDERAL Santa Catarina

Vantagens da Modelagem Matemática no Ensino

- Contribui para tomadas de decisões;
- Determinadas descobertas da modelagem podem prever situações futuras;

7

INSTITUTO FEDERAL Santa Catarina

Proposta de Modelagem

Cada grupo deverá criar uma empresa fictícia com o objetivo de produzir e vender algum bem ou serviço.

O ramo de atividade da empresa deve ser de interesse do grupo e a produção do bem ou serviço deve ser algo que esteja ao alcance produtivo do grupo.

Podem ser produtos ou bens já existentes no mercado ou proposta inovadora.

10

INSTITUTO FEDERAL Santa Catarina

Etapas da Modelagem

As etapas da Modelagem Matemática, de acordo com Burak são: “1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e 5) análise crítica das soluções” (KLÜBER, 2008, p. 21).

8

INSTITUTO FEDERAL Santa Catarina

Avaliação

A avaliação das atividades de Modelagem Matemática serão realizadas em grupo e de forma individual. Cada critério cumprido valerá 4 pontos; cada critério cumprido parcialmente valerá 2 pontos e cada critério não cumprido valerá 1 ponto.

A nota final será a média aritmética simples de todos os critérios.

A tabela que segue apresenta os critérios:

11

INSTITUTO FEDERAL Santa Catarina

Etapas da Modelagem

Biembengut divide o processo da modelagem em alguns procedimentos (etapas): “1) *interação* – reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado (pesquisa); 2) *matematização* – formulação (hipótese) e resolução do problema em termos matemáticos; 3) *Modelo matemático* – interpretação da solução e validação do modelo (uso)” (Klüber, 2008, p. 24).

INSTITUTO FEDERAL Santa Catarina

Aspectos do grupo			
Critério	Cumprido	Cumprido parcialmente	Não cumprido
Produção e colaboração na aula			
Entrega dos relatórios de cada etapa do processo			
Organização e coerência na apresentação dos resultados no seminário			
Auto-avaliação do grupo			
Aspectos individuais			
Critério	Cumprido	Cumprido parcialmente	Não cumprido
Participação individual na produção da Modelagem			
Compreensão das produções realizadas pelo grupo			
Participação oral na apresentação do seminário.			
Auto-avaliação individual			

12



Apresentação dos resultados

Os resultados serão apresentados na semana do empreendedor, no mês de outubro, podendo inclusive ocorrer a comercialização dos bens ou serviços neste evento.

13



Referências

- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. ed., 1ª impressão – São Paulo: Conexo, 2009.
- BORBA, Marcelo C.; SKOVSMOSE, Ole. **A ideologia da certeza em Educação Matemática**. In: SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. 4ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2001. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).
- KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. **Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas**. Educ. Mat. Pesqui. (EMP), São Paulo, v.10, n. 1, p. 17-34, 2008.

15



Recursos financeiros

Será disponibilizado valor financeiro obtido de bolsa de pesquisa PROPPI. O valor será definido a partir da definição da quantidade de grupos e será distribuído igualmente.

A prestação de contas do dinheiro utilizado também será critério de avaliação, observando a postura ética dos participantes.

14

Atividade de Modelagem Matemática

2º encontro

Na aula de hoje, vocês deverão decidir no grupo qual será o ramo de empresa que vocês criarão (que tipo de alimento vocês produzirão). A partir desta definição, vocês terão que elaborar:

O nome da empresa;

Visão da empresa;

Missão da empresa;

Lema da empresa (para utilização em divulgação - Marketing)

Atividade extraclasse

Produzir uma logo que será o símbolo da empresa (esta atividade será desenvolvida na disciplina de Artes).

Entregar na próxima aula: Nome da empresa, visão da empresa, missão da empresa, lema da empresa, logo da empresa e nome dos sócios da empresa (nome de todos os integrantes do grupo).

Atividade de Modelagem Matemática

3º encontro

Definido o ramo de atividade que vocês irão desenvolver, bem como o tipo de produto que vocês produzirão, agora é necessário fazer uma previsão de quais matérias-primas vocês precisarão para a produção. Exemplo: Suponha que sua empresa seja de macarrão... então, você precisará de alguns elementos, como farinha de trigo, ovos, embalagem e outros condimentos conforme a sua receita.

Importante: vocês devem definir quais as variedades que vocês apresentarão nos produtos oferecidos. Se uma empresa vai produzir, por exemplo, pastéis, estes podem ser de diversos sabores, sejam doces, salgados ou qualquer tipo. Para cada sabor, são necessária diferentes matérias-primas e isto deve ser registrado para se fazer pesquisa de preço para posterior fixação do preço no produto final.

A receita que vocês utilizarão deve ter sabor agradável ao consumidor, por isso, é interessante pesquisar, dentro do ramo de produção que vocês escolheram, quais as variedades que já existem no mercado, o que tem em comum, o que tem de diferenciado, quais os tamanhos, quantidades e preços que são ofertados na venda, como são as embalagens caso existam, dentre outros. Lembre-se o objetivo principal desta pesquisa é conhecer as variedades e não fazer exatamente o que os outros já fazem.

Atividade para a sala de aula:

1. Pesquise na internet, diferentes lugares que oferecem o produto que vocês pretendem produzir e anote as variedades, preços e ideias interessantes que possam surgir.
2. Converse com seus colegas sobre quais variedades que vocês irão produzir e liste o que será necessário comprar para executar esta produção.

Atividade extraclasse

Fazer cotação de preços (pelo menos três diferentes) dos produtos que vocês utilizarão (que vocês listaram na questão 2 acima). Lembre-se que preço e qualidade devem andar juntos na decisão final de qual marca de cada produto vocês utilizarão para a produção. Existem casos em que não é interessante adquirir uma matéria-prima de preço barato ter um produto final de baixa qualidade ou com sabor não atrativo. Lembre-se também que o preço que você paga pela matéria-prima irá influenciar no preço final do seu produto.

Abaixo uma sugestão de tabela para organizar a sua pesquisa de preços com alguns exemplos.

Produto	Marca	Quantidade	Local	Preço
Farinha	Do Trigo	5kg	Mercado Jacutinga	R\$ 11,99
Farinha	Do Juca	1 kg	Mercado Jacutinga	R\$ 2,59
Farinha	Do Juca	5 kg	Mercado Volte Sempre	R\$ 11,50

Trazer na próxima aula: Lista com as cotações de preços levantadas pelo grupo.

Atividade de Modelagem Matemática

4º encontro

Na aula de hoje, precisamos estimar qual será o gasto por unidade produzida, **simulando** uma produção de uma porção de cada produto que vocês pretendem vender. Para isso, vocês precisam, dentre os produtos que vocês pesquisaram, definir qual deles vocês usarão (qual a marca e o local de compra). Estas informações são importantes para a definição posterior do preço do produto.

Nesta etapa, precisamos utilizar Modelagem Matemática, pois precisamos fazer cálculos proporcionais às quantidades que serão utilizadas em cada porção da receita. Lembre-se: quando você pesquisa o preço, por exemplo, de farinha, este preço é de 1 kg ou 5 kg ou outra quantidade. Mas quando você utiliza a receita, você precisa de outra quantidade, por exemplo, 400 g de farinha. Desta forma, ao calcular o custo da farinha utilizada na receita você deve utilizar o preço proporcional da farinha utilizada.

Para uma melhor organização, responda as questões que segue:

1. Construa uma tabela onde constem todos os produtos e valores por unidade que vocês precisam comprar para produzir uma porção de cada receita.
2. Calcule o gasto total daquilo que consta na sua tabela.
3. Construa uma tabela com os itens a serem usados, a quantidade utilizada na receita e o custo proporcional baseado no preço cotado na tabela da questão anterior.

Sugestão

Produto	Quantidade proporcional (que será utilizada na receita)	Custo proporcional
Total		

4. Qual é o custo proporcional que vocês gastarão nesta porção?
5. Qual é será sua estratégia para não ocorrer desperdício, haja vista que vocês, geralmente não gastarão 100% daquilo que vocês compraram?
6. Quantas unidades que esta porção renderá?
7. Considerando apenas a tabela da questão 3, qual é o custo por unidade que vocês terão?

Importante! Nesta etapa, estamos apenas considerando os gastos com matéria-prima, não considerando gastos com energia elétrica, gás, mão-de-obra, maquinário, impostos, dentre outros.

Atividade de Modelagem Matemática

5º encontro

Na tabela da aula passada, vocês definiram os produtos e valores que compõem parte do **custo variável** da empresa de vocês, ou seja, aquele custo que depende da quantidade a ser produzida. Para completar o custo variável, ainda faltam alguns itens.

Para vender os produtos, vocês precisarão exibi-los e servi-los utilizando alguns utensílios (copos, potes descartáveis, guardanapos, palitos, embalagens diversas...). Para a quantidade estimada na tabela do 4º encontro, determine a quantidade e o valor que vocês deverão gastar nestes outros itens e que comporá o custo variável de seus produtos (caso já tenha previsto todos estes itens, desconsidere estas duas questões que seguem e resolva apenas a questão 3 que trata do custo fixo).

1. Faça uma tabela onde constarão os itens a serem utilizados, o local a ser comprado e o preço por unidade a ser gasto.
2. Organize nas tabelas conforme as questões 1, 2, 3 e 4 do 4º encontro.

Custo fixo

Além dos custos já organizados nas tabelas anteriores, existe o chamado **custo fixo**. Ele é assim chamado pelo fato de não estar associado à quantidade produzida, ou seja, se a empresa produzir muito ou pouco, este custo continua existindo. Por exemplo, para uma empresa produzir algum bem é necessário ter funcionários. O valor pago aos funcionários é um custo fixo que a empresa possui.

3. A tabela abaixo apresenta alguns exemplos de custo fixo que podem existir na empresa. Construa uma tabela com os custos fixos que vocês terão e calcule o total do custo fixo de sua empresa (Para simplificar nossa atividade não consideraremos todos os custos que estão na tabela, mas é importante que os principais apareçam para compreendermos a função custo). Observação: para considerar os valores a serem pagos, estime, aproximadamente quantas horas vocês precisarão para fazer seus produtos e calcule o valor proporcional. Não consideraremos intervalo mensal para calcular o custo fixo, pois produziremos para vender uma certa quantidade de produtos em 1, 2 ou 3 dias.

Item	Quantidade	Valor proporcional
Aluguel do espaço		
Água		
Luz		
Telefone		
Salários (Incluindo 13º e férias)		
Aluguel de utensílios		

Internet		
Contador		
Pro-labore ¹¹		
Impostos		
Papelaria		
Total		

A partir de todas as informações que vocês organizaram nestes últimos encontros, poderemos estabelecer um custo total para a produção de x produtos e, a partir daí, definirmos um preço de venda para ele.

Modelagem Matemática

Qual é a função que representa o custo total de sua empresa para a quantidade estimada?

Perguntas que podem ser importantes para vocês identificarem itens a serem utilizados para comporem os custos:

Que recipientes utilizarei para colocar os alimentos? Será comprado, emprestado ou alugado?

Quais as embalagens que serão necessárias para vender os produtos?

Serão usados guardanapos, palitos, copos, colheres descartáveis ou não descartáveis?

Venderei produtos por unidade ou em bandejas com mais do que uma unidade?

Terei que pagar consumo de água, luz, aluguel, mão-de-obra, etc...

Quanto gastarei para produzir um teste do produto?

¹¹ Literalmente, a expressão significa “pelo trabalho”. Isso quer dizer que o pro-labore se baseia exatamente nas atividades desempenhadas e seu valor de mercado, contabilizadas como despesa administrativa. Ele é como o salário da alta liderança, mas sem ser encarado como salário pela ótica das leis trabalhistas. Ele orienta quanto à remuneração dos sócios nos custos da empresa. Fonte: <https://endeavor.org.br/pro-labore/>

Atividade de Modelagem Matemática

7º encontro

1. A empresa Doce Sensação produz morangos recheados. Para uma produção de 60 unidades, seu custo para aquisição de ingredientes é de R\$ 107,49.

A lista de itens necessário à produção consta abaixo:

Produto	Quantidade	Custo (R\$)
Chocolate preto	2 kg	45,80
Chocolate branco	1 kg	21,50
Morango	3 caixas	30,00
Palito	100 unidades	3,90
Embalagem	100 unidades	6,29

- a) A tabela abaixo mostra o custo que a empresa terá para produzir até 60 unidades, considerando uma variação na quantidade de morangos comprada no intervalo de 10 a 60 unidades.

Quantidade	Custo por unidade
10	8,75
20	4,37
30	3,25
40	2,44
50	2,15
60	1,79

Represente os dados da tabela acima em um gráfico do custo em função da quantidade.

- b) Determine a função afim (no intervalo de 10 até 60) que se aproxima da representação gráfica do custo apresentado na tabela acima utilizando 2 pontos que você julgar mais conveniente.
- c) Se você escolher outros 2 pontos a função permanece a mesma?
- d) Observando o comportamento do gráfico, percebemos uma semelhança com os pontos de uma função exponencial. Sabendo que a forma geral da função exponencial é dada por $f(x) = c \cdot a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$, determine a função exponencial que passa pelos pontos $f(10) = 8,75$ e $f(60) = 1,79$.
- e) Construa no mesmo plano cartesiano os pontos da tabela da *letra a* e o gráfico da função exponencial obtida na *letra d*.
- f) Na sua opinião, qual modelo ficou mais próximo do custo apresentado na empresa: a função afim ou a função exponencial? Justifique sua resposta.

Atividades

1. A empresa Pizza Point tem um gasto variável na produção de suas pizzas. Ao pesquisar os preços obteve a seguinte tabela de preços:

Tabela 1		
Produto	Quantidade	Preço (R\$)

Fermento biológico	1 pacote (15 g)	2,16
Farinha de trigo	5 kg	8,79
Cebola	1 kg	1,76
Tomate	1 kg	4,19
Queijo	1 kg	36,00
Calabresa	500 g	7,99

Para fazer uma porção de 7 mini-pizzas a empresa organizou uma tabela com valores proporcionais aos valores da tabela 1, conforme é mostrado abaixo:

Tabela 2		
Produto	Quantidade	Preço (R\$)
Fermento biológico	½ pacote	1,08
Farinha de trigo	500 g	0,88
Cebola	75 g	0,13
Tomate	90 g	0,38
Queijo	200 g	7,20
Calabresa	175 g	2,80
Total		

- a) Caso fosse possível comprar exatamente as quantidades apresentadas na tabela 2, qual seria o custo por unidade produzida na tabela 2?
- b) Preencha a tabela de custos para produzir 5 porções (35 mini-pizzas). Considere que você quer obter o menor custo possível e suponha que a farinha possa ser vendida apenas em pacotes de 1kg ou 5kg e que o pacote de calabresa, e fermento biológico apenas possa ser vendido na quantidade especificada na tabela 1. Considere os valores da tabela 1 para determinar os valores da coluna *preço total (R\$)*.

Tabela 3		
Produto	Quantidade a ser comprada	Preço total (R\$)
Fermento biológico		
Farinha de trigo		
Cebola		
Tomate		
Queijo		
Calabresa		
Total		

- c) Qual é o valor do custo por unidade no caso acima? Teve alteração se comparado ao custo obtido no item a? Justifique sua resposta.

2. As tabelas abaixo apresentam o custo por quantidade de porção de pizzas produzidas, levando em conta o mínimo de matéria-prima que pode ser obtida no mercado para cada quantidade de porção (os preços foram considerados baseados na tabela 1 do exercício anterior).

Custo de uma porção			
Produto	Quantidade necessária	Quantidade comprada	Preço (R\$)
Fermento biológico	½ pacote	1 pacote	2,16
Farinha de trigo	500 g	1000g	1,76
Cebola	75 g	75 g	0,13
Tomate	90 g	90 g	0,38
Queijo	200 g	200g	7,20
Calabresa	175 g	500 g	7,99
Total			19,62

Custo de duas porções			
Produto	Quantidade necessária	Quantidade comprada	Preço (R\$)
Fermento biológico	1 pacote	1 pacote	2,16
Farinha de trigo	500 g	1000 g	1,76
Cebola	150 g	150 g	0,26
Tomate	180 g	180 g	0,75
Queijo	400 g	400 g	14,40
Calabresa	175 g	500 g	7,99
Total			27,33

Custo de três porções			
Produto	Quantidade necessária	Quantidade comprada	Preço (R\$)
Fermento biológico	1½ pacote	2 pacotes	4,32
Farinha de trigo	1500 g	2000 g	3,52
Cebola	225 g	225 g	0,40
Tomate	270 g	270 g	1,13
Queijo	600 g	600 g	21,60
Calabresa	525 g	1000 g	15,98
Total			46,94

Custo de quatro porções			
--------------------------------	--	--	--

Produto	Quantidade necessária	Quantidade comprada	Preço (R\$)
Fermento biológico	2 pacotes	2 pacotes	4,32
Farinha de trigo	2000 g	2000 g	3,52
Cebola	300 g	300 g	0,53
Tomate	360 g	360 g	1,51
Queijo	800 g	800 g	28,80
Calabresa	700 g	1000 g	15,98
Total			54,65

Custo de cinco porções			
Produto	Quantidade necessária	Quantidade comprada	Preço (R\$)
Fermento biológico	2½ pacotes	3 pacotes	6,48
Farinha de trigo	2500 g	3000 g	5,27
Cebola	375 g	375 g	0,66
Tomate	450 g	450 g	1,89
Queijo	1000 g	1000 g	36,00
Calabresa	875 g	1000 g	15,98
Total			66,28

- a) Observando as tabelas acima e sabendo que cada porção produz 7 mini-pizzas complete a tabela abaixo com o custo por unidade de:

Quantidade de mini-pizzas	Custo por unidade
7	
14	
21	
28	
35	

- b) Para qual quantidade produzida o custo é menor? Para qual quantidade produzida o custo é maior?
- c) Na sua percepção a respeito das tabelas apresentadas, o que ocasiona a variação do custo na variação das porções?
- d) Esboce um gráfico do custo em função da quantidade.
- e) Determine uma função afim que em sua opinião melhor aproxime da representação do custo no intervalo de 7 a 35 unidades.
- f) Determine uma função exponencial que em sua opinião melhor aproxime da representação do custo no intervalo de 7 a 35 unidades.

Atividade de Modelagem Matemática

8º encontro

As atividades seguintes visam auxiliar na compreensão do cálculo de alguns custos que eventualmente não foram calculados nas atividades propostas, mas que existem em empresas de modo geral.

1. O gasto que se tem com um equipamento elétrico está associado ao seu consumo em kw/h (quilo-watt/hora). Certo forno de microondas indica, em uma tabela na parte traseira do produto, o consumo de 1400 W (watt). Isso significa que se o mesmo ficar ligado durante uma hora, consumirá aproximadamente 1400 watts de energia elétrica. Uma residência que consome até 150 kw/h por mês, paga em torno de R\$ 0,54 por kW/h consumido. Considerando que o consumo mensal de uma casa é inferior a 150 kw/h, qual é o valor que se paga pela utilização de uma hora deste microondas?

Solução:

Para determinar o consumo em quilo-watts, precisamos converter 1400 w em kW. Para isso, dividimos 1400 por 1000, ou seja, $1400 \text{ w} = 1,4 \text{ kw}$

Como cada kw/h consumido equivale a um gasto de R\$ 0,54, basta multiplicarmos este valor por 1,4.

Assim, considerando $V =$ valor do consumo elétrico do microondas, temos:

$V = 1,4 \cdot 1 \cdot 0,54 = 0,756$, ou seja, uma hora de utilização deste microondas equivale a um gasto de R\$ 0,76 de energia elétrica.

Generalização do consumo para um gasto inferior a 150 kw/h mensal

Considere:

$P =$ Potência do equipamento (sempre em Watts);

$V =$ Valor pago pelo consumo de energia do equipamento (em reais);

$n =$ Número de horas de consumo;

$x =$ Valor de cada kw/h (cobrado pela empresa de energia elétrica)

Então temos:

$$V = \frac{P \cdot n \cdot x}{1000}$$

2. As empresas de energia elétrica cobram valores diferenciados por kw/h. Se uma unidade de consumo gastar até 150 kw/h pagará 0,54 por kW/h. Para cada kW/h que ultrapassar este consumo, a unidade de consumo deverá pagar R\$ 0,635 por kw/h.
- Determine uma função de duas sentenças que indique o consumo de energia elétrica considerando os dados acima.
 - Calcule o valor pago pelo consumo mensal de: 150 kw/h; 151 kw/h e 200 kw/h.
3. Um chuveiro na posição inverno tem uma potência que varia de 4.500 a 6.000 watts. Faça uma média desta variação da potência do chuveiro e preencha a tabela abaixo considerando o valor do kw/h de R\$ 0,54:

Tempo de uso mensal do chuveiro (horas)	Valor total
2	
3	
4	
5	
6	

- Considerando as informações da tabela, determine uma função afim que represente o consumo do chuveiro em função do seu tempo de uso (em horas).
 - Esboce o gráfico desta função.
 - Usando a função encontrada em a, determine o gasto de energia correspondente ao consumo de 7,5 horas deste chuveiro.
 - Determine o gasto com energia correspondente a 90 minutos de uso deste chuveiro.
4. Calcule o consumo médio mensal em kW/h considerando os dados da tabela

Aparelho elétrico	Potência (watts)	Dias estimados de uso/mês	Média de utilização por dia	Consumo médio mensal (kW/h)
Aparelho de som 3 em 1	80	20	3h	
Aquecedor de ambiente	1550	15	8h	
Ar condicionado 10000 BTU	1350	30	8h	
Batedeira	120	8	30 min	
Cafeteira	600	30	1h	
Abridor/afiador	135	10	5 min	
Cortador de grama	1000	2	5 h	
Secador de cabelo	1400	30	10 min	

Referências

Disponível em < <http://www.natureba.com.br/energia-eletrrodomesticos.htm>> acesso em 19/09/2016.

Disponível em http://www2.aneel.gov.br/arquivos/PDF/17-05_materia1_3.pdf. Acesso em 19/09/2016.

Atividade de Modelagem Matemática

9º encontro

Receita e Lucro

Você sabe o que é significa receita em um processo de venda? **Receita** é o valor total obtido pela venda de produtos de uma empresa. Por exemplo: se uma empresa vende vassouras por R\$ 9,00 a unidade, então a venda de 80 unidades ocasionará uma receita de 720 reais. Muitas pessoas confundem receita com lucro, porém são duas coisas distintas. **Lucro** é o valor que sobra quando se paga todos os custos e despesas da produção de um bem. Por exemplo: se a soma dos custos e gastos para a confecção de cada vassoura é R\$ 5,00, então o lucro obtido na venda de 80 vassouras é $720 - 5 \times 80 = 320$, ou seja, é a diferença entre a Receita e o Custo de uma certa quantidade vendida. Podemos então formalizar: seja $L(x)$ o lucro, $R(x)$ a receita e $C(x)$ o custo correspondente a venda de x produtos, então temos:

$$L(x) = R(x) - C(x)$$

$$\text{Lucro} = \text{Receita} - \text{Custo}$$

Vamos construir uma função Lucro usando dados do seu grupo respondendo às seguintes questões:

- Quanto o seu grupo irá gastar **na primeira compra** de matéria-prima para fazer os produtos?

- A função custo para esta determinada quantidade produzida será a soma do item a com o total gasto para a fabricação das amostras. Escreva a sua função custo (neste caso ela será constante): $C(x) =$ _____
- Qual é o valor que será cobrado por unidade do produto que vocês irão vender?

- A função Receita será dada pelo produto entre o valor cobrado por unidade e a quantidade x de produtos vendidos. Escreva a função Receita: $R(x) =$

- Usando a função Custo ($C(x)$) e a função Receita ($R(x)$), determine a função lucro de sua empresa.
 $L(x) =$ _____
- Qual é a quantidade mínima que vocês precisam vender de modo a não ter prejuízo?

Atividade de Modelagem Matemática

10º encontro

Utilizando a planilha eletrônica para calcular os valores da função obtida no último encontro

Considere a função lucro obtida na aula anterior apresentada abaixo:

$$L(x) = R(x) - C(x) = \begin{cases} 3x - 12,249e^{0,0623x}, & \text{se } 0 < x \leq 21 \\ 3x - 27,786e^{0,0246x}, & \text{se } 21 < x \leq 35 \end{cases}$$

Vamos supor que você precise saber qual seria o lucro aproximado na venda de 8 unidades de mini-pizzas usando a função acima. Como 8 está contido no intervalo entre zero e 22, precisamos calcular $L(x) = 3x - 12,249e^{0,0623x}$.

Símbolos que utilizaremos:

O símbolo “*” (asterisco) é usado para a multiplicação;

O símbolo “-” (traço ou menos) é utilizado para a subtração;

O número neperiano “e”, que é um número irracional, é obtido com a função “exp(1)” (que equivale, a aproximadamente 2,71828);

O símbolo “^” (acento circunflexo) é utilizado para elevar um número a uma determinada potência

Cálculo da função para x = 8:

Na planilha eletrônica escolhemos uma célula onde aparecerá o resultado e iniciamos a fórmula com um sinal de = (igual)

	A	B	C	D	E	F	G
1	=3*8-12,249*EXP(1)^(0,0623*8)						
2							

Pressionando *enter* você obterá o resultado:

	A	B	C	D	E	F	G
1	3,8371						
2							

Assim, o lucro aproximado da venda de 8 unidades de mini-pizzas é aproximadamente R\$ 3,84.

Atividades de sala de aula – deverá ser entregue individualmente ao final da aula

1. Considerando a função

$$L(x) = R(x) - C(x) = \begin{cases} 3x - 12,249e^{0,0623x}, & \text{se } 0 < x \leq 21 \\ 3x - 27,786e^{0,0246x}, & \text{se } 21 < x \leq 35 \end{cases}, \text{ calcule o lucro aproximado obtido na venda de:}$$

- a) 3 unidades _____
 b) 21 unidades _____
 c) 22 unidades _____
 d) 35 unidades _____
 e) Por que o resultado da letra a é um número negativo?

- f) Na sua opinião, por que ocorre uma diferença tão grande no lucro de 20 para 35 unidades?

2. Suponha que o custo de um certo produto varia conforme a quantidade produzida, de acordo com a tabela abaixo:

Quantidade	Custo total (R\$)
50	200,00
100	230,00
150	280,00
200	300,00

- a) Utilize a planilha eletrônica e construa um gráfico de dispersão para a tabela apresentada.
 b) Utilize os recursos da planilha eletrônica para **aproximar** uma função afim (linear na perspectiva do software) que represente este custo.

Escreva aqui a função custo obtida:

- c) Sabendo que cada unidade será vendida por R\$ 4,00, expresse a função receita $R(x)$ em função da quantidade x de produtos vendidos.

Escreva aqui a função receita obtida:

- d) Determine a função Lucro ($L(x)$) em função da quantidade x de produtos vendidos.

- e) Utilizando a planilha eletrônica, calcule o lucro na venda de 30, 60, 120 e 180 unidades do produto.

Lucro na venda de 30 unidades: _____

Lucro na venda de 60 unidades: _____

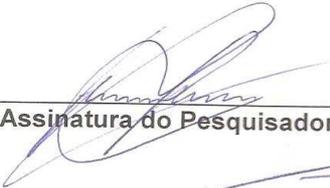
Lucro na venda de 120 unidades: _____

Lucro na venda de 180 unidades: _____

- f) Salve a planilha e envie para o e-mail do professor:
flavio.fernandes@ifsc.edu.br.

ANEXO**ANEXO A – DECLARAÇÃO DE CIÊNCIA E CONCORDÂNCIA DAS INSTITUIÇÕES ENVOLVIDAS****DECLARAÇÃO DE CIÊNCIA E CONCORDÂNCIA DAS INSTITUIÇÕES ENVOLVIDAS**

Com o objetivo de atender às exigências para obtenção de parecer do Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos, **Eduardo N. Pires**, o representante legal do **Instituto Federal de Santa Catarina – campus Caçador** envolvido no projeto de pesquisa intitulado **A Modelagem Matemática como apoio à prática pedagógica no ensino médio integrado em administração do IFSC – Caçador** declara estar ciente e de acordo com seu desenvolvimento nos termos propostos, salientando que os pesquisadores deverão cumprir os termos da resolução 466/12 do Conselho Nacional de Saúde, lei 8069/90 (Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA) e as demais legislações vigentes.



Assinatura do Pesquisador Responsável



Assinatura e Carimbo do responsável da Instituição

EDUARDO NASCIMENTO PIRES
Diretor-Geral
Câmpus Caçador - IFSC
Port. nº 471, D.O.U. de 01/02/2016
SIAPE nº 1814690

Caçador, 20 de maio de 2016.