UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

JERONCIO FERNANDES DE OLIVEIRA LIMA

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA DIDÁTICA:
UMA COLETÂNEA DE ATIVIDADES.

Mossoró-RN

2016

JERONCIO FERNANDES DE OLIVEIRA LIMA

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA DIDÁTICA: UMA COLETÂNEA DE ATIVIDADES.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT) da Universidade Federal Rural do Semi-árido – UFERSA, Mossoró, para obtenção do título de Mestre em Matemática

MOSSORÓ

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

L732h LIma, Jerôncio Fernandes de Oliveira.

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA
DIDÁTICA: UMA COLETÂNEA DE ATIVIDADES / Jerôncio
Fernandes de Oliveira LIma. - 2016.

79 f.: il.

Orientadora: Andrea Maria Ferreira Moura. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em Matemática, 2016.

1. História da Matemática. 2. Ensino. 3. Coletânea de Atividades. I. Moura, Andrea Maria Ferreira , orient. II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC´s) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

JERÔNCIO FERNANDES DE OLIVEIRA LIMA

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA DIDÁTICA: UMA COLETÂNEA DE ATIVIDADES.

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, Campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

APROVADO EM: 14/12/2016

Leklardre

BANCA EXAMINADORA

Dra. Andrea Maria Ferreira Moura - UFERSA

Presidente

Dr. Walter Martins Rodrigues - UFERSA

Primeiro Membro

Dr. Aleksandre Saraiva Dantas - IFRN

Terceiro Membro

MOSSORÓ/RN, 2016.

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, que sempre me ensinaram que a vitória chega após várias lutas, e que a educação será a maior conquista que podemos alcançar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, primeiramente, pelas graças que me concedeu até hoje.

Aos meus pais, Benedito Fausto de Lima e Terezinha Fernandes de Oliveira Lima, que sempre fizeram o possível para que eu conseguisse estudar, de modo que esse sonho se concretizasse.

A minha esposa Antônia Geilma Alves Brasil Lima que vivenciou todos os momentos deste Mestrado, apoiando e incentivando para que eu tivesse êxito.

Aos meus filhos João Victor A. de Lima, Júlia A. de Lima, Gianne A. de Lima e Giovana A. de Lima que mesmo sem compreender me motivavam sempre.

A minha professora orientadora Andrea Maria Ferreira Moura, pelo apoio, orientações e ensinamentos, elementos decisivos para que obtivesse êxito no meu trabalho.

A todos os professores e colegas do curso pelo conhecimento e experiência compartilhada.

Aos amigos que adquiri neste Mestrado, José Seabra Filho, Francisco de Assis de Oliveira Andrade e Francisco Ronaldo, pessoas que dividiram comigo alegrias, sucessos, preocupações e fracassos. Mas sempre contribuíram com o meu trabalho.

Aos colegas e amigos das Escolas que eu trabalho que me incentivaram durante o período do Mestrado.



RESUMO

O uso da História da Matemática como ferramenta didática ainda não é algo comum nas escolas brasileiras, mesmo com a intensificação do debate em torno desta possibilidade, depois década de 1980, com o surgimento e fortalecimento do movimento da Educação Matemática, que luta por melhorias no ensino desta disciplina, apresentando novas alternativas de abordagens, entre elas a História da Matemática. Neste contexto o que pretendemos nesse trabalho é apresentar uma possibilidade didática para o ensino de matemática, tomando como referencial a História da Matemática, pois consideramos que conhecer a história dos conteúdos trabalhados em sala de aula proporciona aos alunos a descoberta do conhecimento através de uma investigação, o que faz da História da Matemática não apenas um elemento motivador nas aulas, mas também um instrumento de construção do conhecimento, no momento que instiga os alunos a solucionar as indagações que normalmente fazem sobre conceitos e teorias da matemática. Para alcancar o desejado, optamos por nos dedicar, no primeiro momento, a conhecer como a História da Matemática se constituiu no mundo e no Brasil, depois decidimos realizar um levantamento junto aos professores de matemática de Mossoró, no intuito de analisar vários fatores relacionados às aulas de matemática. Entre estes o mais importante era verificar se os professores conheciam e utilizavam a História da Matemática como recurso didático, e qual a sua disponibilidade a essa alternativa de ensino. Por meio deste levantamento ficou claro que, embora acreditasse que o ensino por meio da História trouxesse benefícios a aprendizagem, poucos utilizavam essa alternativa, foi então que decidimos propor como produto final deste trabalho, uma coletânea de atividades de matemática de cunho histórico, que compilamos de outros autores, para colaborar com professores abertos a inovar em suas aulas de matemática. Acreditamos que ao disponibilizar um material organizado, em que os professores encontram vários assuntos do currículo escolar sendo abordados por meio do viés histórico, estamos contribuindo para inserção desta alternativa didática nas escolas.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática, Ensino, Coletânea de Atividades.

ABSTRACT

The use of Mathematics History as a didactic tool is not common yet in Brazilian Schools, not even with the intensification of debates around this possibility, after the 1980's, with emergence and fortification of Mathematics Education movement, that struggles to improve the teaching of such a discipline, showing new approach alternatives, among them Mathematics History. In this context, the aim of this work is to offer a didactic possibility for the teaching of mathematics, taking as reference Mathematics History, because we consider that to know the history of the contents worked in classrooms gives the students the opportunity to discover knowledge through investigation, what makes Mathematics History not only a motivating element for classes, but also an instrument of knowledge building, once it instigates students to solve questions they normally ask about Mathematics theories and concepts. In order to reach our desire, we opted to dedicate, at first, to know how Mathematics History is constituted in the world and in Brazil, after that we made a survey with mathematics teachers in Mossoró in order to analyze several factors related to mathematics classes. Among them, the most important thing was to verify if the teachers knew Mathematics History and made use of it as a didactic resource, and their disposition to this alternative of teaching. Through this survey, it was clear, although we believed that teaching through history bring benefits to learning, that only a few teachers used this alternative, that is why we decided to propose, as a final product of this work, a collectanea of activities of mathematics focused on History, that we compiled from other actors, to collaborate with teachers who are open to inovate their mathematics classes. We believe that offering an organized material, in which the teachers find several matters of school curriculum being covered in a historical way, we are contributing to insert this didactic alternative at schools.

PALAVRAS-CHAVE: Mathematics History, Teaching, Collectanea of Activities.

LISTA DE GRÁFICOS

1.1-	Gráfico 1	pág.40
1.2-	Gráfico 2	pág.40
1.3-	Gráfico 3	pág.41
1.4-	Gráfico 4	pág.41
1.5-	Gráfico 5	pág.42
1.6-	Gráfico 6	pág.42
1.7-	Gráfico 7	pág.44
1.8-	Gráfico 8	pág.44
1.9-	Gráfico 9	pág.45
1.10-	Gráfico 10	pág.45
1.11-	Gráfico 11	pág.46
1.12-	Gráfico 12	pág.48
1.13-	Gráfico 13	pág.48

LISTA DE FIGURAS

1.1-	Figura 1	pág.54
1.2-	Figura 2	pág.70
1.3-	Figura 3	pág.71

LISTAS DE TABELAS

1.1-	Tabela1	pág.57
1.2-	Tabela 2	pág.59
1.3-	Tabela 3	pág.66
1.4-	Tabela 4	pág.69

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
1. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO	17
1.1.UM BREVE APANHADO SOBRE O USO DA HISTÓRIA MATEMÁTICA	
1.2. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO BRASIL	
1.3. O MOVIMENTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL	27
1.3.1. ENTENDENDO A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL POR I	MEIO
DAS FASES DE FIORENTINI	28
1.4. NOVAS TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	33
1.4.1. ETNOMATEMÁTICA	33
1.4.2. MODELAGEM	
1.4.3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	34
1.4.4. HISTÓRIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA	34
1.4.5. LEITURA E ESCRITA NA MATEMÁTICA	35
1.4.6. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA	35
1.4.7. USO DAS TICS	35
2. UM DIAGNÓSTICO DO ENSINO E DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁ COMO RECURSO DIDÁTICO EM MOSSORÓ	TICA 37
2.1. CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA	
2.2. ANÁLISE DOS DADOS	39
3. APLICABILIDADE DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA AULA	
3.1. ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA HISTÓRIA	
3.2. PROPOSTAS DE ATIVIDADES MATEMÁTICAS AUXILIADAS F	PELA
HISTÓRIA	.53
3.2.1. TEOREMA DE TALES E ALTURA DA PIRÂMIDE	53
3.2.2. RAIZ QUADRADA PELO MÉTODO BABILÔNICO	55
3.2.3. SOMA DOS TERMOS DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉ	TICA
FINITA	58
3.2.4. PLANO CARTESIANO	60
3.2.5. ENIGMA DE DIOFANTO DE ALEXANDRIA	61
3.2.6.OS PONTEIROS DO RELÓGIO	63
3.2.7. TRABALHANDO COM FRACTAIS	65

3.2.8. NÚMERO ÁUREO	66
3.2.9. TEOREMA DE PITÁGORAS	69
3.2.10. TÉCNICA DE CALCULAR DOS EGÍPCIOS	69
3.2.11. MEDINDO O COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA	70
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
5. ANEXOS	74
6. REFERÊNCIAS	77

INTRODUÇÃO

Todos nós sabemos que a matemática é uma disciplina em que um grande número de alunos apresenta dificuldades, e que um dos motivos dessas dificuldades se encontra no fato de seu ensino ser feito de forma mecânica, não dando a oportunidade aos alunos de desfrutar do prazer em descobrir estratégias para resolver problemas, característica inerente ao aprendizado da matemática. Outro relato comum, entre as queixas dos alunos, é a não compreensão sobre a construção e aplicação dos conceitos matemáticos.

Quando me graduei em Licenciatura em Matemática, passei a vivenciar um dilema. Como iria fazer para ensinar de forma a diminuir as dificuldades dos alunos. Meu anseio era que os alunos desenvolvessem o desejo de descobrir como a matemática surgiu, sua relação com o meio em que viviam e compreender como ela contribuiu com descobertas importantes para o avanço da sociedade. Enfim, o que almejava era levar o aluno a compreender os conteúdos de forma mais atraente, completa e que fosse significativa na sua vida escolar. Para alcançar o pretendido, buscava alternativas de ensino, pois acreditava que teria um resultado melhor do que da forma convencional construído em cima de conceitos prontos, sem direito a contestação ou indagações.

Esses anseios me acompanhavam como profissional e vislumbrei a oportunidade de fazer algo significativo, quando surgiu a necessidade de desenvolver a dissertação de mestrado. Resolvi contemplar meu desejo de conhecer alternativas de ensino e optei por realizar um trabalho fundamentado na proposta da História da Matemática como ferramenta didática. Diante do exposto, a presente pesquisa tem por objetivo principal oferecer uma coletânea de atividades para professores de matemática, na qual os conteúdos trabalhados no currículo escolar são abordados por meio do viés da História da Matemática.

Mas antes de nos debruçarmos sobre as atividades, precisávamos saber se na literatura existente há argumentos suficientes para assegurarmos

que a História da Matemática nos ajudaria numa melhor aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Portanto, iniciamos nosso trabalho pesquisando sobre como surgiu no mundo e no Brasil o interesse de contar a História da Matemática e principalmente como a história torna-se um instrumento metodológico para o ensino da matemática. Na busca de uma melhor compreensão deste último tópico, nos restringimos a estudar as principais mudanças educacionais, pelas quais o Brasil passou, procurando correlacionálas com uso da História da Matemática como instrumento de ensino. Tudo isso se encontra no nosso primeiro capítulo, que finaliza apresentando de forma breve as atuais tendências de ensino de matemática defendidas pelo movimento da Educação Matemática.

Na sequência consideramos relevante realizarmos uma pesquisa com professores de matemática, na qual os principais objetivos eram: adquirirmos informações sobre como eles estão trabalhando a matemática para que seus alunos consigam um bom aprendizado e se eles estavam acessíveis à utilização da História da Matemática como suporte pedagógico, caso lhe fosse oferecido um material de fácil aplicação.

Diante da análise dos dados coletados, consideramos que a disponibilização de uma coletânea de atividades de matemática com cunho histórico, faria com que o ensino por meio da abordagem histórica passasse a ser algo mais presente nas salas de aula, uma vez que esta coletânea compilaria atividades que abordam conteúdos matemáticos de diversas séries e estaria disponível para os professores, como um material de apoio, não havendo a necessidade de buscar em várias fontes. Outro fato relevante que justifica a criação desta coletânea é que, no questionário aplicado, foi constatado que o livro didático é ainda o principal instrumento de apoio aos professores, desta forma esse compêndio de atividades funcionaria como um material auxiliar, que futuramente pode até ser transformado em livro.

É importante deixar registrado que essas atividades não são de nossa autoria, o que fizemos foi apenas compilá-las e padronizar sua apresentação de modo a facilitar a utilização por parte dos professores.

Finalizamos apresentando os tipos de pesquisas desenvolvidas no decorrer deste trabalho.

1. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO.

Desde que iniciei a carreira de professor de Matemática, busquei escutar os antigos e experientes colegas professores para aprender junto a eles maneiras, métodos e formas que facilite a transmissão do conhecimento, de modo que os alunos conseguissem aprender matemática com prazer. Entre os diversos conselhos, lembro-me que escutei depoimentos que os livros didáticos estavam sendo modificados e que a história de alguns matemáticos estava sendo introduzida, mas para maioria, essa introdução não contribuiria em nada para as suas aulas. Eles questionavam sobre a redução de atividades para dar lugar a esses textos, segundo eles, meramente informativos. Para esses colegas professores, o que os alunos deveriam ter era mais exercícios referentes ao conteúdo estudado e não perder tempo com historinhas.

Ao contrário desses colegas, pensamos que algo destas ditas historinhas pode ser aproveitado em sala de aula para o aprendizado dos alunos. Portanto, procuramos nesse trabalho apresentar algumas ideias para que o uso da História da Matemática colabore de forma significativa para a aprendizagem de matemática.

O relatado acima vai ao encontro do que defende Lopes e Ferreira (2013) quando afirma que a resistência quanto ao uso da História é proveniente, em grande parte, de uma falta de experiência dos opositores nesse campo, associada à ausência de um referencial para aplicação pedagógica da História, o que faz com que escutemos de colegas professores que a História pouco contribui em suas aulas.

Neste sentido, Viana (1998, p.3) lista algumas objeções feitas por diversos autores contrários ao uso da História da Matemática como recurso didático. Segue abaixo a lista de objeções construída por esse autor:

- O passado da matemática não é significativo para a compreensão da matemática atual;
- 2- Não há literatura disponível para o uso dos professores de primeiro e segundo graus;

- 3- Os poucos textos existentes destacam os resultados, mas nada revelam sobre a forma como se chegou a esses resultados;
- 4- O caminho histórico é mais árduo para os estudantes que o caminho lógico;
- 5- O tempo dispendido no estudo da História da Matemática deveria ser utilizado para aprender mais matemática.

Para contrapor essas objeções, o próprio Vianna (1998, p. 8) apresenta os argumentos para o uso didático da História da Matemática. Segundo este autor a História da Matemática contribui para,

- Satisfazer nosso desejo de saber como os conceitos da matemática se originaram e desenvolveram;
- 2- O ensino e a pesquisa mediante o estudo dos autores clássicos, o que vem a ser uma satisfação em si mesmo;
- 3- Entendermos nossa herança cultural através das relações da matemática com as outras ciências, em particular a física e a astronomia; e também com as artes, a religião, a filosofia e as técnicas artesanais;
- 4- O encontro entre o especialista em matemática e profissionais de outras áreas científicas:
- 5- Oferecer um pano de fundo para a compreensão das tendências da educação matemática no passado e no presente;
- 6- Ilustrar e tornar mais interessante o ensino da matemática.

Apesar dos argumentos tanto a favor como contrários ao uso da História da Matemática apresentados aqui terem sido elencados por Viana em 1998, há quase duas décadas, o que percebemos é que, embora já se tenha avançado no caminho da superação de alguns dos argumentos contrários, ainda verificamos uma baixa adesão por parte dos professores de matemática a esta metodologia. Para que este cenário mude e a História da Matemática, ou qualquer outra metodologia de ensino de Matemática, passe a ser adotada precisa-se que o professor perceba a necessidade de uma nova postura diante da sua prática docente, isto é, precisa-se que o professor vá ao encontro de ações facilitadoras para que seus alunos aprendam, e desta forma ambos encontrem caminhos que os conduzam para a construção de conhecimentos matemáticos de forma prazerosa.

1.1 UM BREVE APANHADO SOBRE O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Neste tópico iremos relatar sobre o desenvolvimento da História da Matemática, no mundo e no Brasil, procurando fazer uma cronologia, desde os primeiros educadores que viram este assunto como um suporte pedagógico para a aprendizagem da matemática no ensino básico, até a atual concepção de uso da História da Matemática.

A preocupação de entender como os conhecimentos matemáticos foram sendo constituídos não é algo recente, já em 1615, Giuseppe Biancani escreve *Aristotelis loca Mathematica ex Inuversis Colleta et Explicata*, cujo adendo *Clarorum Mathematicorum Chronologia* faz com que identifique-se esta obra, como uma das primeiras com preocupação histórica.

No século XVII, Bernardino Baldi, exímio linguista, escreve um livro com o título *Biografias de Matemáticos*, contendo 365 biografias de matemáticos históricos. Este livro, que também pode ser considerado como um dos precursores entre os livros de História da Matemática, foi publicado após 14 anos de trabalho. Mas, o primeiro livro que ostentou o título de História da Matemática foi escrito por Johann Christoph Heilbronner, em 1742, intitulado *Historia Matheseos Universae*.

A partir dos trabalhos de Baldi e Heilbronner, a visão sobre a História da Matemática tende a crescer e modificar-se rapidamente. Ainda no século XVIII, mais precisamente em 1758, Jean Étienne Montucla publica o livro *Histoire dês Mathématics*, cujo formato se assemelha aos livros atuais, no que se refere a seu aspecto cronológico abrangente.

Constatamos por meio da literatura, que a partir do século XIX a História da Matemática segue uma tendência didática, com a publicação em 1821, da obra Saggio sulla Storia dele matematiche corredato di ssacelte notizie biogrfiche ad uso dela gioventù, de Pietro Franchini. Esta obra é a primeira a apresentar uma concepção vinculadora da História da Matemática com o ensino de matemática, e por essa característica passa a exercer significativa influência sobre obras futuras. Uma destas influências é o trabalho de Mortz Benedict Cantor, publicado em 1880 e 1908, Vorlesunger uber

Geschichte der Mathematik, obra de quatro volumes que se assemelha à de Jean Étienne Montucla. Em 1894, Florian Cajori, professor de História da Matemática da Universidade da Califórnia, publica a primeira edição de *The History of Mathematics*, tornando-se um clássico por sua ordem cronológica.

O século XX é marcado pela influência dos aspectos sociais na educação e esta influência proporcionou uma reflexão no campo da pesquisa em História e Ensino da Matemática, fazendo com que passasse a existir uma preocupação com o ensino da matemática nas escolas secundárias de vários países. Tal preocupação surge da divergência entre o ensino da matemática e o modelo sócio-político-econômico vigente.

A busca por uma matemática mais contextualizada passou a ser algo presente, tanto é que entre os anos de 1920 e 1930 encontramos artigos publicados na revista americana *The Mathematics Teacher*, que mostra o poder motivador da história de forma lúdica ou recreativa, contrapondo os métodos formais de ensino. Este novo cenário fez com que matemáticos de vários países discutissem sobre a introdução da História da Matemática no currículo escolar. Felizmente este novo panorama também tinha seguidores no Brasil, e estes seguidores não eram apenas matemáticos, mas educadores em geral, que sonhavam com uma educação mais acessível para todos.

1.2 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO BRASIL

O início do século XX, momento marcado pela preocupação com o ensino da matemática nas escolas secundárias em vários países, coincide com o surgimento no Brasil da discussão de propostas para modernização e renovação da educação brasileira, que ficou conhecido como o movimento da Escola Nova.

Na verdade, a Escola Nova é um dos nomes atribuídos ao movimento de renovação do ensino, que aconteceu não só no Brasil, mas também na Europa e na América, e que teve seu auge no início do século XX. Este movimento surge, principalmente, em consequência da democratização e universalização do ensino, e também do desenvolvimento das ciências auxiliares. O grande nome desse movimento na América foi o filósofo e

pedagogo John Dewey (1879-1960), sendo que a educação, para ele, teria uma função democrática de igualar as oportunidades.

No Brasil, as ideias da Escola Nova, influenciadas principalmente por John Dewey, foram introduzidas por Rui Barbosa (1849-1923) e ganham força a partir da década de 30, durante o governo de Getúlio Vargas. Neste período, um grupo de intelectuais, tendo como principais nomes Fernando de Azevedo (1894-1974), Lourenço Filho (1897-1970) e Anísio Teixeira (1900-1971) se destacaram, principalmente após a publicação do Manifesto dos Pioneiros da Escola Nova, em 1932. Para Saviani (2004, p. 34),

O manifesto apresenta-se, pois, como um instrumento político [...]. Expressa a posição do grupo de educadores que se aglutinou na década de 20 e que vislumbrou na Revolução de 1930 a oportunidade de vir a exercer o controle da educação no país. O ensejo para isso se manifestou por ocasião da IV Conferência Nacional de Educação, realizada em dezembro de 1931, quando Getúlio Vargas, chefe do governo provisório, presente na abertura dos trabalhos ao lado de Francisco Campos, que se encontrava à testa do recém-criado Ministério da Educação e Saúde Pública, solicitou aos presentes que colaborassem na definição da política educacional do novo governo.

Ainda sobre o Manifesto dos Pioneiros, Vale et al (2002, p. 24) relata que o manifesto,

É rico em sugestões, firme em relação à necessidade de o país construir um 'sistema unificado' de ensino público capaz de oferecer ensino de qualidade a todos e de garantir aos educandos a possibilidade de ascensão a qualquer de seus níveis conforme a capacidade, aptidão e aspiração de cada um, independentemente da situação econômica do aluno. Neste sentido, podemos entender o Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova como uma proposta de 'reconstrução social pela reconstrução educacional'.

Em resumo, o movimento escolanovista tinha como conceito indispensável que as escolas deveriam deixar de ser meros locais de transmissão de conhecimentos e tornar-se pequenas comunidades, onde oferecessem condições para que o conhecimento se desenvolvesse através de situações reais e concretas, e que a curiosidade se ampliasse pela oportunidade de estar com o objeto de estudo, de observá-lo, compará-lo e utilizá-lo criativamente. Neste panorama a História da Matemática encontra sintonia com o movimento da Escola Nova, no sentido de colaborar com a oportunidade de se ensinar matemática de forma a despertar a criatividade dos alunos.

Apesar de ter tido muita força, o movimento da Escola Nova recebeu muitas críticas, sendo acusada, principalmente, de não exigir nada do aluno, de abrir mão dos conteúdos tradicionais e de acreditar ingenuamente na espontaneidade dos alunos. Os escolanovistas não conseguiram modificar de maneira significativa o modelo pedagógico das redes escolares e perdeu força sem chegar a alterar o cotidiano escolar brasileiro.

Outro motivo que explica o declínio do movimento Escola Nova é o rigor político do momento, que não permitia o neutralismo, situação que um grande número de profissionais da educação pretendia manter. O movimento não sobreviveu, mas sabemos que a bibliografia que ficou alimenta os sonhos de muitos pedagogos quando falam em renovação educacional.

Voltando para o ensino específico de matemática, a tradução por José Feliciano, em 1892, da obra *Eléments de Géométrie*, de Alex Claude Clairaut (1713-1765), teve como intuito trazer para as bibliotecas brasileiras obras de linha positivista. Essa obra e também o momento descrito anteriormente, o qual vivia a educação brasileira, influenciou alguns professores de matemática, entre estes destacamos Euclides de Medeiros Guimarães Roxo (1890-1950), que em 1928 passou a defender a implantação de propostas modernizadoras no ensino de Matemática no Colégio Pedro II e a Reforma Francisco Campos, em 1931.

No prefácio de seu livro *Curso de Mathematica Elementar*, v.1. de 1929, Roxo se manifestou em favor do método histórico como um "princípio pedagógico de ordem geral, por todos francamente reconhecido, mas raramente respeitado [...]" (ROXO apud MIGUEL & MIORIM, 2011, p. 40)

A utilização da História da Matemática foi oficializada no Brasil com o decreto nº 19890 de 18 de abril de 1931, e consolidada pelo decreto nº 21241 de 4 de abril de 1932, apresentado pelo primeiro-ministro do ministério de Educação e Saúde, Francisco Campos.

Dentre os livros produzidos após os decretos de Campos destacamos a obra *Mathematica* de autoria de Cecil Thiré e Mello e Souza e, posteriormente, também de Euclides Roxo, o qual apresenta textos históricos produzidos pelos próprios autores e por outros professores brasileiros. Os autores esclarecem que o intuito dos textos seria o de despertar no jovem estudante o interesse pelos diversos fatos históricos e pela vida dos grandes sábios matemáticos que contribuíram na construção dessa ciência. Nesta obra

existem também textos históricos que apresentam elementos da cultura nacional como a produção matemática de grupos brasileiros. Os autores chegam, até mesmo, a fornecer detalhes a respeito da aula dos professores da época, como se observa no trecho a seguir:

Suas lições, pronunciadas em uma voz pausada e grave, desvendavam-nos horizontes imensos, e nos faziam pensar; os mais longos e complicados desenvolvimentos de cálculo surgiam sem esforços, sem um engano ou uma hesitação, e o Mestre os alinhava sobre a pedra com inexcedível elegância; o discurso em linguagem vulgar aparecia menos vezes, mas era perfeito de clareza e precisão. (CECIL THIRÉ; MELLO E SOUZA. *Mathematica*,1º anno.1932,p.99).

Em outros livros didáticos, de matemáticos brasileiros do início do século XX, encontramos em notas de rodapé, comentários sobre temas ou personagens da história da matemática. Por exemplo, no livro *Elementos de Álgebra* de André Perez y Marin, de 1928 encontramos o seguinte trecho:

Euclides, notável geômetra grego do século III antes de Cristo (450-380) estabeleceu a teoria das proporções em seus famosos Elementos, pela representação linear das quantidades. Por este motivo, e talvez também pela frequente aplicação que das proporções se faz em geometria, deu-se-lhes a denominação imprópria de proporções geométricas. Como o uso sancionou essa denominação, apesar de sua impropriedade, as progressões por quociente, composta por sua vez de proporções contínuas sucessivas, receberam também o nome de progressões geométricas. (PEREZ Y MARIN, 1928, p.285).

Outro exemplo, comumente presente em nossos livros, refere-se à associação da fórmula resolutiva da equação de 2º grau ao nome de Bháskara. Na mesma obra supracitada se constata o seguinte trecho: "Esse método de resolução, notável pela sua simplicidade, é devido a Bháskara, matemático indiano do século XII" (Perez y Marin, 1928, p. 216). Vale a pena ressaltar que posteriormente passou-se a existir uma divergência de opinião quanto ao fato de ser de Bháskara a autoria dessa fórmula, por exemplo, no livro didático de matemática de Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, adotado em escolas brasileiras encontramos o seguinte trecho explicativo:

Bháskara- Matemático indiano que viveu por volta do ano 1100. Fez várias descobertas, mas não é de sua autoria a fórmula que leva seu nome e resolve a equação de 2º grau. Na verdade, a resolução da equação já era conhecida antes. (IMENES; LELLIS, 2002, p.326)

O questionamento levantado por Imenes e Lellis é interessante, pois eles indicam que talvez a associação da autoria da fórmula resolutiva da equação do segundo grau, atribuída a Bháskara seja uma denominação exclusiva nos livros didáticos brasileiros.

Voltando a narrativa da construção da História como metodologia de ensino no Brasil, Miguel e Miorin (2011) ressaltam que nas obras didáticas de autores brasileiros, do final do século XIX e começo XX, começam a aparecer uma nova forma de manifestação da história, segundo os autores "Essa forma diz respeito à apresentação de métodos produzidos historicamente, sob uma linguagem atualizada e integrados ao texto didático" (MIGUEL e MIORIN, 2011, p.30) e para exemplificar essa nova forma de abordagem histórica eles citam um trecho da obra Álgebra Elementar- Theoria e Prática (1928), de S.L., no qual é apresentado o que o autor denomina de método árabe e método Viète, para resolução do segundo grau, ambos em uma versão mais atualizada e presentes no corpo do texto. Miguel e Miorin (2011) fortalecem sua argumentação citando também o seguinte trecho do livro Álgebra Elementar (1918) de Sebastião Francisco Alves, que também ilustra essa nova forma de abordagem da história:

A descoberta dos logaritmos feita por Neper no começo do século XVII e completada por Briggs veio simplificar extraordinariamente os cálculos numéricos e aumentar os recursos algébricos necessários ao cálculo exponencial, como teremos ocasião de observar. Os logaritmos podem originar-se no cálculo dos valores, onde eles derivam de duas progressões, sendo uma geométrica e outra aritmética. (MIGUEL, e MIORIM, p.32, 2011)

Diante do exposto, podemos constatar que no início do século XX uma nova visão da utilização da história aparece, e nesta nova visão o aspecto motivacional perde o caráter ingênuo de alegoria e passa a ser utilizado como ferramentas nas estratégias de ensino da Matemática.

As obras de André Peres y Marin, Elementos de Álgebra, que tem sua primeira publicação em 1909, Aritimética Teoria- Prática¹ (1909) e Elementos de Geometria (1912), todas com publicações no início do século XX, foram analisadas por Bortoli (2016), em seu trabalho de tese de doutorado, e, neste trabalho, Bortoli ressalta que nestas obras Peres y Marin apresentam elementos históricos sob quatro aspectos diferentes: Notas de rodapé com

¹ A obra analisada por Bortoli é a 10^a edição e data de 1939

finalidade essencialmente ilustrativa, como a citada por nós anteriormente; notas ao longo do texto que apresentam métodos produzidos historicamente; problemas de natureza histórica; e por fim textos de uma ou mais páginas sobre conceitos historicamente produzidos. Esse trabalho reforça a constatação de que no início do século XX, a história começa a perder o aspecto apenas motivador e passa a se constituir como uma estratégia de ensino.

Infelizmente, esta característica não vai ter uma continuidade no ensino brasileiro de matemática, pois no início dos anos 50 inicia-se uma busca por mudanças para o ensino de matemática, sendo a renovação curricular das escolas primárias e secundárias, o maior foco destas mudanças. Este movimento ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM), e se originou da concepção formalista, que pretendia dentre outros objetivos, modernizar o ensino de matemática dando a esta ciência um caráter de aplicabilidade.

O Movimento da Matemática Moderna propunha revisões em todos os ramos da Matemática, transformando-a em uma ciência puramente abstrata e simbólica, com ênfase primordialmente na axiomatização, nas estruturas algébricas, na lógica e na teoria de conjuntos. Esta ideia fica clara na interpretação de Miorim (1998) sobre este movimento.

A organização da Matemática Moderna baseava-se na teoria dos conjuntos, nas estruturas Matemáticas e na lógica Matemática. Esses três elementos foram responsáveis pela unificação dos campos matemáticos, um dos maiores objetivos do movimento (...). Os alunos não precisavam 'saber fazer', mas sim, 'saber justificar' porque faziam. (MIORIM, 1998)

Ao tratar a matemática de forma neutra, sem a história ligada a seus processos de produção, e sem relação com o social e o político, o ensino da Matemática parece ter afastado-se das opiniões críticas e criativas dos aprendizes. Uma mudança visível da influência do Movimento da Matemática Moderna aconteceu nos Exames de Admissão. Observa-se que de 1931 a 1943, as provas de matemática dos Exames de Admissão eram estruturadas com questões que apresentavam problemas relacionados ao contexto social e cultural da época, envolvendo basicamente cálculos das operações fundamentais, sistema monetário, sistema métrico e representações fracionárias decimais dos números racionais. Já, na década de 1960, constatase a introdução de questões sobre conjuntos, o que mostra a tendência de adoção das ideias defendidas pelo Movimento da Matemática Moderna. Outro fato marcante é que no início da década de 1970 tais ideias aparecem presentes também na produção dos livros didáticos.

Contrapondo-se ao defendido pelo Movimento da Matemática Moderna temos o pensamento de Piaget, que defende que o princípio fundamental dos métodos ativos deve ser buscado na história das ciências. Assim, "compreender é inventar, ou reconstruir através da reinvenção". (PIAGET,1984, p.17). Portanto, um ensino moderno e não tradicional da matemática seria "falar à criança na sua linguagem antes de lhe impor uma outra já pronta e por demais abstrata, e sobretudo levar a criança a reinventar aquilo que é capaz ao invés de se limitar a ouvir e repetir". (IDEM, 1984, p.16)

Não resta dúvida que uma das consequências desse movimento é um entrave nos avanços da utilização da História da Matemática como recurso didático, uma vez que o foco agora era no abstrato e no simbólico. Com isso, a discursão da aplicação da História da Matemática como recurso didático, retorna somente na década de 1980, com as discussões de propostas para mudanças no currículo de Matemática, que tinha como desejo afastar-se do excesso de abstração, herança deixada pelo Movimento da Matemática Moderna. Esta posição pode ser percebida na seguinte afirmação de D'Ambrósio (1986, p. 93): "Rigor e formalismo na estruturação de uma disciplina é algo que nada ou pouco tem a ver com seu ensino".

Entre os fatos que contribuíram para diminuir a influência das ideias do Movimento da Matemática Moderna e consequentemente fizesse com que uma mudança de postura pudesse ser vislumbrada, está a criação dos seguintes cursos: Mestrado em Ciências e Matemática na Universidade Federal de Campinas (Lato Sensu) em 1975 e de Pós-Graduação Stricto Sensu na área de Ciências e Matemática, na década de 1980, a criação de cursos específicos de Pós-graduação em Educação Matemática, em todos os níveis a partir de 1987, pois existia a necessidade de uma melhor qualificação dos professores. Outro ponto relevante foi a realização de encontros e congressos de Educação Matemática por todo o Brasil e a fundação, em 1988, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) com o propósito de reunir os profissionais da área de Educação Matemática.

Para finalizar, podemos acrescentar a essa lista a publicação da atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), em 1996, que contém os principais parâmetros relacionados à educação no Brasil. E também os Parâmetros Curriculares Nacionais, para o Ensino Fundamental (PCNs) publicados em 1997-1998. Estes parâmetros recomendam uma mudança de postura no ensino da Matemática, que leva à crise do Movimento da Matemática Moderna. Posteriormente, surgiram propostas para a criação dos PCNs para o Ensino Médio, Educação de Jovens e Adultos e Educação Indígena, todos vinculados ao MEC.

1.3 O MOVIMENTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

Diante de diversos questionamentos sobre o ensino de matemática, a Educação Matemática surge com o objetivo de tornar os conhecimentos matemáticos mais acessíveis aos alunos e renovar o ensino desta disciplina. Mas, como já mencionado, somente na década de 1980 é que a Educação Matemática começa a ter uma importância maior no cenário educacional.

Segundo Carvalho (1994), "A Educação Matemática é uma atividade essencialmente pluri e interdisciplinar. Constitui um grande arco, onde há lugar para pesquisas e trabalhos dos mais diferentes tipos." (CARVALHO, 1994 apud FLEMMING e LUZ, 2005, p.13).

Para Bicudo (1999) "A Educação Matemática possui um campo de investigação e de ação muito amplo. Os pesquisadores devem sempre analisar criticamente suas ações com o intuito de perceber no que elas contribuem com a Educação Matemática do cidadão." (BICUDO,1999 apud FLEMMING e LUZ,2005, p.13).

Já para Fiorentini (2006, p.16), a Educação Matemática no Brasil teve sua história cronológica como campo profissional e área de investigação dividida em quatro fases: 1ª Fase: Gestação da Educação Matemática como campo profissional (Período anterior à década de 1970); 2ª Fase: Nascimento da Educação Matemática (Década de 1970 e início dos anos de 1980); 3ª Fase: Emergência de uma comunidade de educadores matemáticos (Década

de 1980); 4ª Fase: Emergência de uma comunidade científica em Educação Matemática (A partir de 1990).

Embora as definições dadas para a Educação Matemática apresentadas no parágrafo anterior se completem, a partir de agora nos dedicaremos a explanar sobre cada uma das fases que Fiorentini aborda em seu livro "Investigação em educação matemática", pois acreditamos que desta forma conseguimos alcançar um panorama geral sobre a evolução da Educação Matemática no Brasil.

1.3.1. ENTENDENDO A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL POR MEIO DAS FASES DE FIORENTINI.

1ª FASE: GESTAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COMO CAMPO PROFISSIONAL

Esta fase corresponde ao início dos movimentos de mudanças curriculares que falamos anteriormente como o movimento Escolanovista e o Movimento da Matemática Moderna. Além das reformas curriculares, os trabalhos de alguns matemáticos se destacam neste período, devido enfatizarem mudanças no ensino de matemática tanto no nível primário, como no secundário. Entre estes matemáticos destacamos os nomes de: Everardo Backheuser, Euclides Roxo, Júlio César de Mello e Souza e Cécil Thiré. Entre os citados, merece especial atenção Júlio Cesar de Mello e Souza (que usava o pseudônimo Malba Tahan) pela diversidade de suas publicações, nas quais apresentava uma matemática através de romances, lendas e problemas célebres, que atraía seus leitores.

Após 1950, com os Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática é possível observar avanços no ensino básico brasileiro, no que se refere ao ensino-aprendizagem da matemática. Apesar do notório desejo de mudanças, o que houve neste período foi uma concentração das pesquisas em dois focos: a renovação do currículo do ensino de matemática na escola primária e secundária, e estudos dirigidos em matemática. Esta concentração mostra claramente escolhas restritas sobre a educação como um todo.

Outro aspecto relevante deste período foi a obrigatoriedade da disciplina de ensino e do estágio supervisionado, a partir de 1960, fazendo com

que pela primeira vez, surgissem profissionais especialistas em didática e metodologia do ensino da matemática no Brasil.

2ª FASE: NASCIMENTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Essa fase acontece no auge do período militar, onde há uma valorização da educação através de criação de várias universidades por todo o Brasil, o que gera o aparecimento de profissionais qualificados. É deste período também a criação das faculdades de ciências e matemática, bem como os primeiros cursos de pós-graduação em matemática anteriormente citados.

Quanto aos trabalhos publicados nesta época observa-se que os estudos realizados abordam temas como: a aprendizagem da matemática, currículo e ensino em todos os níveis de ensino, algo que não se observava anteriormente a 1970. Apesar da existência de programas de pós-graduação ligados às faculdades de educação, a produção científica no campo profissional de especialistas em didática e metodologia do ensino da matemática ainda apresentava-se dispersa e sem continuidade.

Talvez o principal destaque desta fase seja o Programa de Expansão e Melhoria de Ensino (PREMEN) realizado entre 1975 e 1984, que tinha como objetivo desenvolver e qualificar especialistas em ensino de ciências e matemática em toda a América Latina. O PREMEN promoveu cursos e programas de melhoria do ensino com a análise, adaptações e elaborações de currículos.

No que se refere à concepção pedagógica de ensino de matemática verifica-se, na sua maioria, uma tendência tecnicista. Vale a pena ressaltar que, a tendência tecnicista, na educação, tem como objetivo inserir a escola nos modelos de racionalização do sistema de produção capitalista, portanto, nesta tendência o aprendizado acontece de forma prática e rápida, de modo que atenda às necessidades e demandas do mercado de trabalho, em contra partida, os conteúdos são mais brandos, sem abordagens históricas e/ou explorações de demonstrações, o que desfavorece a reflexão por parte do aprendiz.

3º FASE: EMERGÊNCIA DE UMA COMUNIDADE DE EDUCADORES MATEMÁTICOS

A partir da década de 1980, constatamos estudos no campo da Educação Matemática abordando dimensões diversas, como por exemplo, didático-metodológica, psicologia e outras. Aliado a essa pluralidade, que fez com que ampliasse a concepção de Educação Matemática vigente, verificamos, em todo o Brasil, um aumento dos cursos de pós-graduação ligados a Educação Matemática e a partir de agora iremos destacar a importância de alguns desses cursos.

Na Universidade Estadual Paulista (UNESP) de Rio Claro, em 1987, é oferecido mestrado na área de matemática com três linhas de pesquisa, dentre elas: fundamentos matemáticos e filosóficos da Educação Matemática.

Na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), na Faculdade de Educação, entre 1983 e 1990, constata-se a presença de todas as dimensões da Educação Matemática nos seus objetos de estudos.

O Programa de Mestrado em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Paraná, em Curitiba, teve como linha de estudo o currículo escolar do ensino da matemática como diferencial dos outros programas.

Na Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR) as dissertações produzidas no programa de Mestrado em Educação tinham temáticas relacionadas com a Educação Matemática.

É importante frisar ainda, que nesse período surgiram novas linhas de estudos e ampliaram-se as áreas de investigação da Educação Matemática. Com isso, observa-se o surgimento de vários trabalhos com abordagens qualitativas de pesquisa.

Com tantos avanços em pesquisas na Educação Matemática, sentem a necessidade de divulgar esses trabalhos e discuti-los em encontros específicos, então surge a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) com o intuito de socializar esses novos conhecimentos nessa área, pois não existia nada que auxiliasse os educadores matemáticos, consequentemente as produções científicas em sua maioria não tinham continuidade e a pouca experiência na área não era aprimorada.

4º FASE: EMERGÊNCIA DE UMA COMUNIDADE CIENTÍFICA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A partir da década de 1990, o que presenciamos foi o intercâmbio de estudos entre professores brasileiros que realizaram doutorados em outros países, em diversas áreas de investigação, com os educadores matemáticos que concluíram seus doutorados aqui no Brasil, de forma a se dedicarem exclusivamente ao campo da Educação Matemática, o que fez crescer rapidamente o número de pesquisadores e também as produções científicas deste campo. Como consequência, do fortalecimento deste campo de pesquisa, em 1997, a Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd) cria um Grupo de Trabalho de Educação Matemática.Com a formação desse grupo de pesquisa surgem novas linhas de investigação como:

- informática e ensino de matemática;
- ensino de álgebra e pensamento algébrico;
- ensino de geometria e pensamento geométrico;
- educação estatística;
- didática e epistemologia em matemática;
- análise da comunicação e do discurso de professor e alunos em sala de aula;
 - estudo dos processos interativos em sala de aula;
 - psicanálise e educação matemática;
 - desenvolvimento profissional de professores de matemática;
 - saberes docentes sobre a prática pedagógica em matemática;
 - relações entre história e educação matemática.

Neste período, o governo Federal constatou através de pesquisas, algo que todos já sabiam, a existência de uma desigualdade educacional, que prejudicava a população mais pobre, e tornava-se um obstáculo enorme a tentativa de ter acesso a um ensino superior ou mesmo um ensino básico de qualidade. No intuito de minimizar essa diferença entre pobres e ricos, em 20 de dezembro de 1996 foi sancionada a Lei Federal nº 9.394, na qual se estabeleceu a competência da União, em colaboração com Estados, Distrito Federal e Municípios, de definir diretrizes para nortear os currículos dessas instâncias, de modo a unificar uma formação básica comum no país. O fruto

principal desta lei foi a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCNEF ou simplesmente PCN's), onde grupos foram formados para discursão e análise dessas novas diretrizes.

Para a área da Matemática, os PCN's do ensino Fundamental explicitaram o papel da Matemática pela proposição de objetivos que levem o aluno a valorizar a matemática como instrumento essencial para compreensão do mundo em que vivemos. Para tanto, os PCN's indicam a resolução de problemas como o ponto de partida da atividade Matemática, e destaca a importância da História da Matemática e das Tecnologias da Comunicação, no ensino desta disciplina.

Concentrando-nos especificamente nas dificuldades de ensino de matemática, percebemos que a objetividade, a clareza e a precisão das linguagens usadas na matemática não dão garantia de um bom relacionamento entre os alunos e a matemática. A abstração de várias estruturas matemáticas gera um desconforto nos professores e os leva a buscar caminhos que garantam novas alternativas, novas técnicas e novas metodologias. Nesta busca a História da Matemática aparece como uma boa alternativa, pois entender a evolução do conhecimento matemático, por meio do estudo histórico permite aos educadores produzir estratégias para facilitar a construção do conhecimento dos alunos. No entanto, o ensino por meio de história ainda não é uma realidade no Brasil na década de 1990, essa constatação é retratada por Imenes no trecho que segue,

A Matemática apresentada no ensino de Matemática é a-histórica. História é coisa dos homens e, como a Matemática escolar se desenvolve em um ambiente exclusivamente matemático, fechado em si mesmo, onde não entram as coisas dos homens, ela se mostra a-histórica, não aparece como construção humana, não é parte de nossa cultura, não é gerada num ambiente sociocultural. (IMENES, 1990, p. 23)

Como muito bem expôs o autor, ter uma matemática fechada em si mesma, trabalhada apenas com suas teorias prontas e acabadas sem ligá-la com a história não contribui para que os alunos percebam que a matemática foi, através dos tempos, construída em correlação com os acontecimentos socioculturais.

1.4. NOVAS TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Atualmente podemos destacar como novas tendências em Educação Matemática: a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, a História no Ensino da Matemática, Leitura e Escrita na Matemática, Educação Matemática Crítica e uso de TIC's (tecnologia da informação e comunicação). Para finalizar este capítulo iremos descrever um pouco de cada uma destas tendências, de modo que o leitor tenha pelo menos um contato, por menor que seja, com as principais tendências de ensino de matemática da atualidade.

1.4.1. ETNOMATEMÁTICA

A Etnomatemática valoriza a matemática dos diferentes grupos sociais, enaltecendo os conceitos informais construídos pelos educandos por meios de suas experiências. Ubiratan D'Ambrósio, o criador da Etnomatemática, esclarece sua essência por meio da explicação da construção da palavra Etnomatemática:

Para compor a palavra etnomatemática utilizei as raízes tica, matema e etno para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidade (tica) de explicar, de entender, de lidar e de conviver (matema) com distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (etno). (D'AMBROSIO,1997,p.111)

Por meio desta explicação percebemos que a proposta pedagógica da Etnomatemática que nos mostra D'Ambrósio é fazer da matemática algo vivo, trabalhando com situações reais, as quais os alunos tenham vivência.

1.4.2. MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática surgiu da necessidade de uma metodologia onde os conteúdos estivessem mais próximos do cotidiano do aprendiz e dos problemas que eles enfrentam. A Modelagem Matemática é conceituada como a "arte de transformar problemas de realidade em problemas matemáticos e

resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real". (BASSANEZI,2002,p.16)

1.4.3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A proposta da resolução de problemas é levar os alunos a interpretarem situações, encontrar resultados e ampliar seus conhecimentos, para com isso facilitar a sua vida. Portanto, através da utilização de situações problemas, em sala de aula, o professor levará o aluno a pensar, desenvolver o raciocínio lógico e construir estratégias para solucionar problemas.

A metodologia da Resolução de Problema se justifica facilmente, uma vez que, resolver problemas é algo quase que intrínseco ao desenvolvimento humano, pois o homem se depara com situações problemas constantemente em seu dia a dia, portanto, é sempre imprescindível a elaboração de estratégias, para a sobrevivência humana.

1.4.4. HISTÓRIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

O ensino por meio da História da Matemática permite o aluno compreender a origem das ideias e dos fatos matemáticos. Bem como também, entender o contexto histórico, político e social da época da construção de conceitos matemáticos. Por meio do conhecimento histórico o aluno passa a entender que a matemática foi construída pelo homem para auxiliá-lo em sua prática. Este pensamento vai ao encontro do que defende os PCN's sobre esse assunto, como se verifica no trecho que segue:

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático. (BRASIL, 1997, p.34)

Fortalecendo esta ideia, Pinheiro (2005) defende que o conhecimento sobre a História da Matemática deveria ser parte indispensável de todos os graus de ensino, seja ele fundamental, médio ou superior.

1.4.5. LEITURA E ESCRITA NA MATEMÁTICA

Aceitamos facilmente a ideia que a matemática não estaria associada com a leitura, não havendo a necessidade de escrever respostas na resolução de problemas matemáticos. Porém, isso não é verdade, não é absurdo pensar que a dificuldade na leitura atrapalha o aprendizado na matemática e que o domínio da linguagem matemática é de fundamental importância para que o aluno possa encontrar significado em estudá-la.

Portanto, inserir textos com informações para serem extraídas e aplicadas em exercícios matemáticos estimula o senso investigativo e colabora no aprendizado de matemática.

1.4.6. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

A Educação Matemática crítica é um dos caminhos que preparam os agentes sociais do século XXI com conhecimentos científicos críticos para viverem numa sociedade melhor e com acesso aos benefícios de todas as tecnologias disponíveis.

Segundo Olé Skovsmose, as inúmeras listas de exercícios comprometem a qualidade da aula de matemática, e seria mais proveitoso o trabalho envolvendo investigações. Para este autor "Um cenário de investigação é aquele que convida os alunos a formular as questões e a procurar explicações". (SKOVSMOSE, 2008, p.2)

1.4.7- USO DE TIC's

As TIC's são resultados da composição das tecnologias de informação e de comunicação. Dentre estas tecnologias destacamos o uso do computador com programas voltados ao ensino da matemática, a internet, slide, etc. O ensino por meio das TIC's permite que os alunos descubram a matemática através de novas maneiras que os motivam, pois encontram aplicações que eram difíceis de visualizar sem esses elementos tecnológicos.

Portanto, a utilização dessas tecnologias na Educação Matemática tem o objetivo de estimular à curiosidade, à imaginação, à comunicação, a construção de diferentes caminhos para a resolução de problemas e além do desenvolvimento da capacidade cognitiva, verifica-se o desenvolvimento da capacidade afetiva, pois em sua maioria o trabalho realizado com as TIC's é feito em grupo.

2. UM DIAGNÓSTICO DO ENSINO E DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO EM MOSSORÓ

2.1- CLASSIFICANDO A PESQUISA

Neste capítulo apresentaremos os tipos de pesquisas adotadas no desenvolvimento deste trabalho. Visando uma melhor compreensão iniciaremos apresentando alguns esclarecimentos sobre os diferentes tipos pesquisa, segundo autores que trabalham com metodologia científica.

Segundo GIL (2008) a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. A principal vantagem desse tipo de pesquisa está no fato de que o pesquisador pode interagir de maneira muito mais ampla do que aquela que poderia, se fizesse uma pesquisa diretamente. Este autor julga esse tipo de pesquisa muito útil quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos e a considera como indispensável na realização de estudos históricos.

Diante do exposto é fácil perceber que o tipo de pesquisa realizada no primeiro capítulo trata de uma pesquisa bibliográfica, na qual usamos por base livros, dissertações e artigos científicos. A justificativa para escolha deste tipo de pesquisa encontra-se no nosso objetivo para o primeiro capítulo, que era apresentar um apanhado histórico do uso da história como recurso didático no ensino de matemática. Portanto, como bem expôs o autor supracitado, a pesquisa bibliográfica é algo indispensável quando o objetivo é realizar estudos históricos.

Neste capítulo analisaremos os dados coletados por meio da aplicação de um questionário aos professores das redes de ensino existentes na cidade de Mossoró-RN, realizamos o que Gil (2008) classifica como uma pesquisa quantitativa do tipo levantamento, pois para esse autor, levantamento é a interrogação de pessoas, cujo comportamento desejou conhecer. Para realizar este tipo de pesquisa solicitam-se informações a um grupo significativo de pessoas acerca de um problema estudado para, em seguida mediante análise quantitativa, obter as conclusões correspondentes aos dados coletados.

Porém, o trabalho a ser desenvolvido irá além do proposto por Gil, pois não restringiremos na análise quantitativa dos dados coletados, realizaremos também uma análise qualitativa, então como julgamos que faremos uso de métodos tanto qualitativos, como quantitativos, podemos dizer que neste capítulo desenvolvemos uma pesquisa que MORSE (1991, p.120) denomina como triangulação simultânea. Esse autor ressalta que neste tipo de pesquisa, na fase de coleta de dados, a interação entre os dois métodos é reduzida, mas, na fase de conclusão, eles se completam e foi exatamente isso que aconteceu quando relatamos sobre os dados coletados.

Consideramos importante ressaltar que vários autores defendem o emprego conjunto dos métodos quantitativos e qualitativos, entre eles destacamos DUFFY (1987, p.131) que sugere como benefício dessa interação a: "Possibilidade de enriquecer constatações obtidas sob condições controladas com dados obtidos dentro do contexto natural de sua ocorrência".

No capítulo 3 realizaremos novamente uma pesquisa bibliográfica, pois neste capítulo explanaremos sobre as ideias dos principais defensores do uso da história como um recurso didático no ensino de matemática e apresentaremos um compêndio de atividades com viés histórico para que o professor faça uso em sala de aula. Como nosso proposito não será de criar essas atividades, e sim pesquisar as atividades prontas em artigos, dissertações, teses, entre outros, nos enquadramos novamente na classificação de pesquisa bibliográfica.

Acreditamos que o ensino está ligado diretamente ao contexto sóciopolítico-cultural dos alunos, e que cada vez mais nos deparamos com alunos
desmotivados com o processo de ensino-aprendizagem, pelo qual eles
passam. Em busca de melhor entender este cenário decidimos realizar uma
investigação junto aos professores de matemática das escolas públicas e
privadas da cidade de Mossoró-RN, sendo que 20 professores que trabalham
em 18 escolas desta cidade, com o objetivo de buscarmos informações sobre
como eles trabalham a matemática, que ideias eles teriam para um melhor
resultado em termos de aprendizagem e qual a importância para eles da
utilização da História da Matemática como suporte metodológico.

Para tanto, foi elaborado um questionário (Anexo I) contendo 17 perguntas, por meio das quais foi possível colher dos professores informações diversa, porém todas importantes para alcançar o objetivo desejado com o

questionário. Sendo assim, existiam perguntas mais gerais, que abordam temas como: o tipo de formação, o tempo de atuação, em que tipo de rede de ensino atua e também perguntas mais específicas do objeto de estudo, nas quais se buscava compreender como as aulas de matemática estão em relação ao aproveitamento, quais metodologias os professores estão utilizando para que suas aulas tenham um bom rendimento, e principalmente perguntas que tinham como intuito diagnosticar o grau de aceitação do uso da História da Matemática como recurso auxiliar nas suas aulas.

Os professores-alvo desta pesquisa foram escolhidos entre escolas da rede municipal, estadual e privada da cidade de Mossoró-RN, de modo a termos noção da realidade em todos os níveis de ensino e podermos realizar um estudo de forma mais ampla.

Após a elaboração do questionário fomos às escolas para termos contato com os professores e pedir a colaboração destes na pesquisa. Fomos bem recepcionados pelos professores que concordaram em responder ao questionário. Após recolhermos os questionários, realizamos a análise dos dados coletados e a partir de agora apresentaremos os resultados obtidos².

2.2. ANÁLISE DOS DADOS

As quatro primeiras perguntas têm por objetivo traçar o perfil do grupo analisado, no que se refere à formação, atuação, e tempo de ensino dos profissionais pesquisados. Os dados coletados encontram-se tabulados nos gráficos que seguem.

² Com intuito de preservar o anonimato dos pesquisados identificamos cada professor pela letra P acompanhada de um número, desta forma quando realizarmos citações usaremos essa identificação.

10%

15%

45%

a graduação em matemática

a graduação em área afim

a especialização

mestrado em matemática

a especialização em psicopedagogia

Gráfico 1 : Nível de Escolaridade

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

A primeira pergunta indagava sobre o nível de escolaridade e por meio da análise dos resultados podemos perceber que todos os professores pesquisados possuem graduação, sendo apenas uma deles com graduação em áreas afins. Outro fator importante a ser observado é que metade possui pós-graduação, sendo 15% com titulação de mestrado na área de matemática. Diante desta amostra podemos concluir que, no que se refere à formação dos professores de matemática da cidade de Mossoró, eles encontram-se bem qualificados, apesar do pouco incentivo por parte das políticas educacionais do Rio Grande do Norte.

As questões 2 e 3 mostram que o universo trabalhado na pesquisa é bastante diversificado. No entanto, a maioria dos profissionais pesquisados atua nos níveis fundamental e médio.

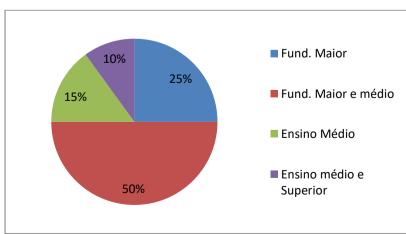


Gráfico 2: Nível de Ensino

Fonte: Dados da Pesquisa, 2016

Gráfico 3: Rede de Ensino em que trabalha

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

Cruzando os dados das duas perguntas podemos perceber também que 45% desses professores trabalham em duas redes diferentes de ensino. Embora não tenha sido abordado na pesquisa, mas é de conhecimento do pesquisador e relevante expor, que alguns desses profissionais têm dois vínculos na mesma rede de ensino. Todo este cenário indica que os professores estão em contato com uma clientela bem diversificada e em contrapartida sem tempo para planejar e se aprofundar nas necessidades específicas de cada uma.

Por meio da quarta questão constatamos que os professores pesquisados possuem um bom tempo de sala de aula, pois 65% dos entrevistados já lecionam a mais de 10 anos. Essa constatação, nos leva a conclusão que o grupo pesquisado é experiente na carreira docente.

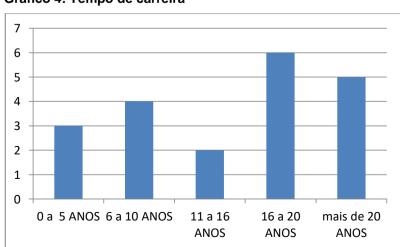


Gráfico 4: Tempo de carreira

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

Nas duas questões seguintes tentamos entender quais os principais empecilhos para aprendizagem, no que se refere à postura do aluno e também quais os principais instrumentos pedagógicos adotados pelos professores em sua sala de aula.

NÃO RESPONDER ATIVIDADE
INDISCIPLINA
SEM UTILIDADE PARA A SUA VIDA
DEF. NAS OPERAÇÕES BÁSICAS
FALTA DE CONCENTRAÇÃO
ENTENDER CONCEITOS...
PREGUIÇA

0 2 4 6 8 10 12 14 16

Gráfico 5: Dificuldade de Aprendizagem

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

Ao analisarmos o resultado da pergunta sobre dificuldade de aprendizagem, caracterizamos os problemas em dois aspectos: defasagem de aprendizagem e desmotivação com a disciplina. A desmotivação é constatada no fato de preguiça e falta de concentração terem sido bastante relatados. Mas, percebemos que os dois motivos mais pontuados pelos professores foram deficiências básicas das operações e não compreensão dos conceitos matemáticos, o que indicam que a matemática da forma que está sendo trabalhada, não consegue resultados satisfatórios.

Depois de apontar as dificuldades, pedimos para eles indicarem os instrumentos pedagógicos que eles utilizavam frequentemente em suas aulas.

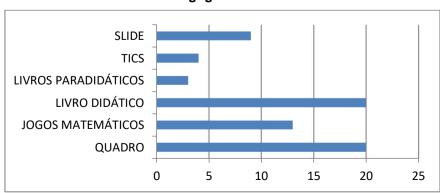


Gráfico 6: Instrumentos Pedagógicos

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

Por meio das respostas dadas a questão 6, verificamos que 100% dos professores utilizam como meios de aprendizagem o bom e velho quadro acompanhado dos livros didáticos. Este resultado não é surpreendente, uma vez que pedimos para apontar todos os instrumentos já utilizados, porém vale ressaltar que os jogos matemáticos aparecem em terceiro lugar entre os instrumentos mais utilizados pelos professores, e o número de professores que já recorreu a este instrumento ultrapassa 50% dos pesquisados. Este bom número indica que os professores estão buscando introduzir meios de ensino diferenciado para minimizar as deficiências e melhorar o raciocínio dos alunos. Outro argumento que reforça esta tese é o fato de todos os instrumentos por nós sugeridos terem sido assinalados, ou seja, já foram utilizados por algum professor.

Por fim, é importante chamar a atenção para o fato das TIC's apresentarem um número muito baixo de uso, isso nos mostra a desconexão do ensino com os avanços tecnológicos que o mundo vem passando. Fica então, a reflexão para um maior investimento neste ponto, como alternativa para diminuir os motivos que compõe o aspecto desmotivação com a disciplina, pois vários autores, como Pinheiro, Demo, Sancho, entre outros, apontam o uso das TICs como um bom instrumento motivacional.

As quatro próximas perguntas foram elaboradas pensando em identificarmos o conhecimento dos professores sobre História da Matemática. Para tanto, perguntamos como ele classifica o seu conhecimento em História da Matemática, onde ocorreu o primeiro contato com este tema, se ele buscou aprofundar esse conhecimento e que meios ele usa para se manter informado a respeito deste assunto.

O gráfico abaixo mostra a análise dos dados da questão 7, por meio dele podemos constatar que 45% dos entrevistados consideram seu conhecimento sobre História da Matemática como sendo nenhum ou insuficiente, esta constatação em um grupo experiente na docência, com 65% deles com mais de 10 anos de sala de aula é algo preocupante.

9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
NENHUM INSUFICIENTE RAZOÁVEL SUFICIENTE APROFUNDADO

Gráfico 7: Conhecimento em História da Matemática

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

Complementando a análise, podemos concluir que o conhecimento dos professores de matemática em História da Matemática é algo que deve ser melhorado, visto que apenas 25% consideram o conhecimento deste assunto como sendo suficiente ou aprofundado, sendo que apenas 5% consideram o seu conhecimento neste assunto como aprofundado.

Ao analisarmos os dados sobre onde o professor teve o primeiro contato com a História da Matemática e cruzarmos com os dados da pergunta 9, que indagava se ele aprofundou seus conhecimentos no assunto, compreendemos melhor a deficiência dos professores neste assunto. Observe os dois gráficos que seguem.

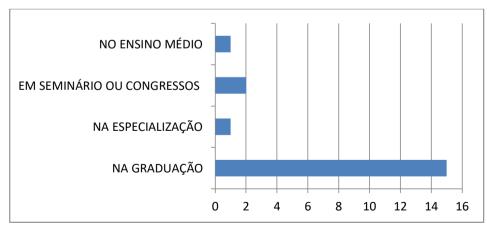


Gráfico 8: Onde ocorreu o 1º contato com a História da Matemática

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

40% SIM NÃO

Gráfico 9: Se o professor aprofundou seu conhecimento

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

Como podemos observar 75% tiveram o primeiro contato com o assunto na graduação e mais da metade não o aprofundou, ou seja, não buscou nenhuma aproximação com esse meio de suporte pedagógico.

Quanto aos que responderam ter-se aprofundado no assunto, observamos que eles buscaram informações em meios variados, pois todos os itens foram citados em um número próximo, como se verifica no gráfico abaixo:

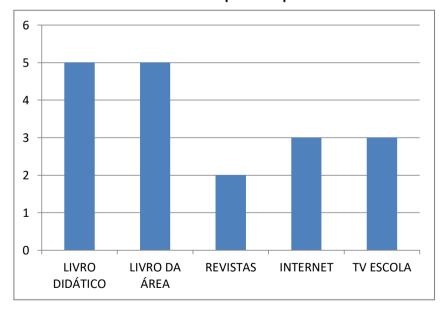


Gráfico 10: Qual o meio utilizado para se aprofundar

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

No entanto, vale a pena ressaltar que mesmo não tendo uma grande disparidade entre os itens apontados, o livro didático, juntamente com livros da área, são os mais citados, o que fortalece a ideia de que o livro didático ainda é

um recurso metodológico de grande importância para o professor e também é o mais utilizado, visto que na pergunta sobre instrumentos metodológicos 100% dos professores indicaram fazer uso do livro como recurso didático. Diante destas constatações acreditamos que qualquer inovação metodológica que se deseja implementar, para que surta efeito, deve ser contemplada no livro didático.

As duas próximas questões tratam da opinião dos professores sobre a possibilidade de utilização da História da Matemática como meio de aprendizagem para nossos alunos. Ao ser perguntado se eles acreditavam que a História da Matemática poderia auxiliar no aprendizado de seus alunos? Quase todos (95%) responderam de forma afirmativa. Portanto, mesmo não tendo um conhecimento aprofundado do assunto, o ensino por meio de história praticamente não tem rejeição por parte dos professores. Apenas um respondeu que não acreditava ter algum motivo para ver na História da Matemática um auxílio para a aprendizagem dos alunos.

Aos professores que responderam acreditar na História como um recurso metodológico, pedimos para eles elencar que contribuições esse recurso traria ao ensino. O gráfico abaixo tabula os resultados a esta pergunta. Vale ressaltar, que foi indicado que o professor poderia marcar quantas contribuições ele jugasse pertinente.

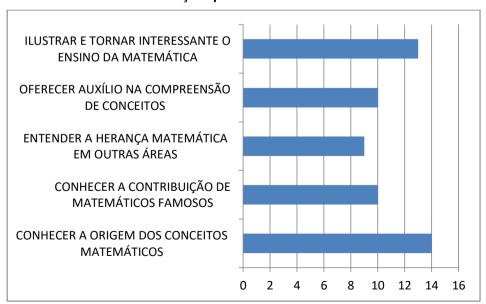


Gráfico 11: Qual a contribuição que a História da Matemática em sala de aula

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

Diante do gráfico podemos concluir que todas as contribuições elencadas foram bem assinaladas o que mostra que os professores compreendem a importância da História no ensino de matemática.

Dando sequência perguntamos, na questão 13 se eles já tinham utilizado a História da Matemática como metodologia e na questão seguinte pedimos que descrevesse a experiência e o resultado, para os que responderam afirmativamente a questão 13.

Apenas 40% responderam afirmativo, quanto a já ter feito uso desta metodologia em sua sala de aula. No que se refere às experiências relatadas constamos que elas se resumem em abordagens sobre a origem da geometria e dos números, como se verifica nos relatos que seguem:

- P1- o tema foi "as formas geométricas estão em todo lugar". O resultado foi satisfatório, pois a metodologia utilizada foi bastante lúdica e de fácil compreensão.
- **P4-** o tema foi "a evolução do sistema de numeração". O resultado foi satisfatório, pois os alunos conseguiram entender como os números evoluíram até chegar aos utilizados hoje.
- **P8-** Utilizei, nas turmas de 6º ano, para explicar como os povos antigos contavam seus animais, mediante o sistema de contagem da época que era diferente do atual. Os alunos mostraram interesse, pois viram como aquele sistema foi mudado até chegar ao sistema decimal.

Diante do exposto, percebemos que a história foi utilizada em sua maioria pelos professores como elemento motivador para compreensão do conteúdo.

As últimas perguntas referiam-se ao acesso a fontes de informação para utilizar a História da Matemática em sala de aula. Foi perguntado se eles têm acesso a esse tipo de fonte, na forma de livros ou revistas, e o resultado foi que 55% dos pesquisados não tem acesso a nenhum tipo de fonte que os auxiliem a utilizar a história como um recurso no ensino de matemática.

NÃO SIM 0 2 4 6 8 10 12

Gráfico 12: Tem acesso a fontes sobre História da Matemática

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

Na sequência foi perguntado: Caso tivesse acesso a algum material que contenha uma coletânea de atividades você utilizaria para as suas aulas de matemática? Para esta pergunta 90% dos professores demonstraram interesse em utilizar um material desse tipo. Apenas um dos professores disse que não teria interesse de receber nenhum material, outro professor não respondeu e não deixou nenhuma manifestação de rejeição.

5%
SIM
NÃO
NÃO RESPONDEU

Gráfico 13: Você utilizaria uma coletânea de atividades em suas aulas

Fonte: Dados da pesquisa, 2016

Para encerrarmos a nossa pesquisa deixamos um espaço, onde o professor poderia contribuir com alguma experiência de sua sala de aula. Entre os relatos alguns nos chamaram a atenção, como por exemplo: O professor que identificamos como P4 relatou que o ensino da matemática está ligado à prática das atividades que o professor passa em sala de aula. Já o professor P7 disse que gosta de utilizar o ábaco, torre de hanói, entre outros materiais para ajudar no aprendizado dos alunos. O professor P12 disse que construiu uma régua numérica com ganchos em cada ponto que identificava um número entre -10 e +10 para trabalhar as operações de adição e subtração dos números inteiros. O professor P15 disse que fez um campeonato de torre de

Hanói em sua escola e teve uma grande aceitação dos alunos ao campeonato. E o professor **P18** fez um trabalho de pesquisa onde seus alunos apresentaram uma exposição de matemáticos famosos e suas contribuições para a matemática.

Portanto, diante de todas as respostas analisadas podemos concluir que o grupo pesquisado é um grupo experiente, em que um bom número já se formou a mais de 10 anos. No que se refere ao contato com História da Matemática, em sua maioria isto aconteceu na graduação, e o assunto não foi aprofundado posteriormente. Em contrapartida verificamos um interesse por parte dos professores pesquisados, de propiciar aos seus alunos algo que atraísse seu gosto pela matemática. Mas, observamos que a carência de fontes de pesquisas se torna um problema a mais para uma aula com novos atrativos e sendo o livro didático o principal recurso de apoio metodológico utilizado, deveria ser comtemplado neste, inovações para a melhoria do ensino de matemática.

Consideramos importante destacarmos também, as experiências com jogos relatadas por alguns professores (o que para nós foi uma surpresa). Por meio desses relatos podemos perceber que a difusão dessa modalidade de auxílio pedagógico já tem mostrado resultados e que os professores já são adeptos e utilizam sem medo essa metodologia. Logo, acreditamos que havendo uma coletânea de atividades História de Matemática, de acesso fácil para os professores, diminuiríamos as dificuldades quanto ao uso da história no ensino de matemática, pois a disponibilidade dessa coletânea daria suporte em vários tópicos da matemática dos anos finais do ensino fundamental como, também, do ensino médio.

3. APLICABILIDADE DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Nesse capítulo iremos apresentar atividades matemáticas de cunho histórico que os professores podem utilizar em sala de aula, pois pelo constatado na análise dos resultados do questionário por nós aplicado, os professores estão abertos a ampliar seus conhecimentos sobre História da Matemática e a coletânea de atividades que apresentaremos pode ser visto como um instrumento facilitador neste processo.

Antes de nos dedicarmos a apresentar as atividades, consideramos relevante explanar um pouco sobre as ideias dos principais defensores do uso da história como um recurso didático no ensino de matemática.

3.1 ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA HISTÓRIA.

Dentro de sala de aula percebemos o desinteresse dos alunos com as aulas de matemática que recebem, pois não conseguem visualizar no seu cotidiano utilidade alguma dentre os conteúdos ministrados. Portanto, a História da Matemática se apresenta como uma ferramenta que pode ser bastante útil na busca por melhoria de nossas aulas.

Existem inúmeras possibilidades de trabalhar com a História da Matemática no ensino básico, tanto dentro da disciplina de matemática como também, inter-relacionado com outras disciplinas. Os benefícios do uso da história no ensino de matemática já foram elencados por muitos autores. Fauvel (1991) em seu artigo *Using history in mathematics educations*, aponta quatorze razões para se usar a história na educação matemática, e um destes pontos é justamente "Fornece oportunidades para a realização de atividades extracurriculares que evidenciem trabalhos com outros professores e/ou outros assuntos (caráter interdisciplinar da história da matemática)".

Outros benéficos que podemos expor a partir das razões elencadas por Fauvel (1991), e que são comuns com as ideias de Mendes et al (2006) ao defender que a história no ensino da matemática pode ser utilizada entre outras possibilidades pedagógicas como: Motivação, Desmistificação, Formalização,

Conscientização e Epistemológica, é que o ensino da matemática por meio da história possibilita ao aluno compreender o assunto trabalhado de forma natural, sem a imposição de fórmulas prontas, ou seja, o ensino por meio da história faz com que os alunos compreendam como os conceitos se desenvolveram. Essa abordagem humaniza e desmistifica a matemática, concebendo-a de forma menos assustadora, tanto por parte dos estudantes como da comunidade em geral.

Por fim, não podemos deixar de frisar que o ensino por meio da história suscita a oportunidade para a investigação matemática; fazendo com que os estudantes busquem no passado soluções matemáticas para o presente e projetem seus resultados no futuro.

No entanto, para que tudo isso seja alcançado é necessário incentivar no aluno o desejo de descobrir nas informações históricas aspectos investigativos que desenvolvam seu aprendizado e os ajudem a resolver problemas matemáticos. No que se refere aos professores, é necessário que estes assumam um novo papel como mediador e incentivador da relação da matemática com sua história, e isto pode ser feito por meio da elaboração e aplicação de atividades de cunho histórico que estejam coerentes com os objetivos a serem alcançados, e a metodologia a ser aplicada seja adequada com o nível de cada turma.

É relevante também, chamar a atenção para o fato que, Ferreira (1998), no seu artigo intitulado *O uso da história da matemática em sala de aula*, já enfatizava que a utilização da História da Matemática como recurso didático vai além de um mero elemento motivador nas aulas de matemática, constituindo-se, na verdade, de um elemento justificador para indagações conceituais e teóricas da matemática que precisam ser assimiladas pelos alunos. Portanto, o aspecto motivador, embora intrínseco a esse tipo de abordagem e importante para conquistar a turma, perde papel de destaque, frente ao caráter investigativo que a abordagem histórica propicia e é justamente isso que Mendes et al (2006) constata ao afirmar que,

O princípio que articula as atividades de ensino-aprendizagem via história da matemática é a investigação, constituindo-se no sustentáculo da proposta, fruto das nossas reflexões sobre a produtividade acadêmica ligada ao tema. Acreditamos que o uso desse processo investigativo nas aulas de matemática pressupõe a

valorização do saber e do fazer históricos na ação cognitiva dos estudantes. (MENDES, 2006, p.100)

Para esse autor, o professor deve propor situações que conduzam os alunos à descoberta do conhecimento, através de investigações para que eles possam ser criativos em suas respostas, conseguir colher informações sem interferência, e de posse desse conhecimento saber utilizá-lo com eficiência na resolução de problemas.

O modelo de trabalho proposto por Mendes et al (2006) preserva os princípios defendido por Dockweiler (1996), Skemp (1976,1980) e Fossa (2001) com relação às características das atividades para o ensino da matemática, bem como aqueles apresentados por Miguel(1993), Fauvel (1991) Fauvel e Maanen (2000) e Ferreira(1998), quando propõem sugestões de uso da história no ensino da matemática.

Diante do exposto, optamos por levar em consideração o proposto por de Mendes et al (2006) sobre a capacidade investigativa das atividades históricas e na seleção para a coletânea, priorizamos as atividades que tinham esse aspecto. Portanto, nos focamos em atividades elaboradas dentro de uma situação histórica, mas que desperte no aluno o interesse pela investigação do assunto abordado. Desta forma, as atividades propostas pretendem propiciar ao aluno uma experiência investigativa retirada de alguma circunstância histórica e com isto estimular o aluno a ter vontade de buscar construir o seu conhecimento em sala de aula.

Nesta proposta o professor tem papel essencial, pois cabe a ele propor, orientar e conduzir o trabalho de forma que o caráter investigativo realmente apareça, e com isso a construção do conhecimento matemático pretendido seja alcançada. Esta proposta de trabalho vai de encontro também ao defendido por Medeiros (1987 apud DCE, 2006, p. 24), quando expõe que ao trabalhar com História da Matemática;

[...] abre-se espaço para um discurso matemático voltado tanto para cognição do estudante como para relevância social do ensino da matemática. A Educação matemática assim, 'implica olhar a própria matemática do ponto de vista do seu fazer e do seu pensar, da sua construção histórica e implica, também, olhar o ensino e o aprender matemática, buscando compreendê-los'.

Portanto, o que pretendemos com esse trabalho é oferecer aos professores, que buscam facilitar o processo de ensino-aprendizagem dos seus

alunos, uma ferramenta para viabilizar o trabalho via história, facilitando o acesso a atividades históricas, por meio da coletânea que apresentaremos na sequência. É importante ressaltar que essas atividades não são de nossa autoria, na verdade foram coletadas de outros trabalhos da área. Consideramos relevante apresentá-las de forma unificada, pois acreditamos que facilitaria adoção destas atividades, por parte dos professores, haja vista, que em nosso questionário constamos uma boa aceitação de um material deste tipo.

3.2 PROPOSTAS ATIVIDADES MATEMÁTICAS AUXILIADAS PELA HISTÓRIA.

Todas as atividades estão organizadas contendo as seguintes informações: público-alvo, objetivos, contextualização, exercícios, fonte de onde foi retirada e algumas delas ainda apresentam sugestões. Desta forma o professor tem a sua disposição todos os elementos necessários para inseri-las em suas aulas, quando julgar conveniente.

3.2.1-TEOREMA DE TALES E ALTURA DA PIRÂMIDE

<u>Público-alvo:</u> Essa atividade foi pensada para ser realizada no 8º ano do Ensino Fundamental, mas pode ser feita também no Ensino Médio.

<u>Objetivos:</u> Desenvolver a intuição, a criação de estratégias e a capacidade de resolver problemas. Estimular o interesse do aluno pela Matemática, a curiosidade e o espírito de investigação. Compreender os elementos envolvidos na construção do Teorema de Tales. Levar o aluno a sentir-se seguro da sua própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos e a perseverar na busca de soluções.

<u>Contextualização</u>: Desde a antiguidade os gregos já sabiam como calcular a altura de objetos através da projeção da sua sombra, utilizando apenas o conhecimento que eles tinham sobre semelhança de triângulo. De acordo com as narrações históricas atribui-se esta descoberta ao sábio Tales de Mileto.

Em uma das suas viagens por volta de 600 a.C., Tales se encontrava no Egito e foi abordado por escribas (estudiosos da época) a mando do faraó que conhecia a fama de grande matemático que ele tinha. O objetivo do encontro era fazer com que Tales aceitasse o desejo do faraó que queria que ele calculasse a altura de uma de suas pirâmides. Tales ouviu-os com cuidado e atendeu ao pedido feito.

No deserto quando Tales já se encontrava próximo à pirâmide deitou uma vara no chão e marcou o comprimento dela na areia do deserto, depois fincou a vara no chão em uma das marcas feita por ele. Tales então esperou o momento em que a sombra da vara tivesse o mesmo comprimento da vara. No momento exato ele disse: *Vá depressa a sombra, pois seu comprimento é igual a altura da pirâmide*. Tales ainda foi capaz de perceber que esse procedimento não estava totalmente correto, pois como a pirâmide era muito grande, escondia parte de sua sombra, ou seja, o comprimento da sombra foi medido a partir da base da pirâmide, e não de seu centro. Assim, acrescentou a medida achada, metade da medida da base da pirâmide. Desta maneira, Tales conseguiu atender ao pedido do faraó.

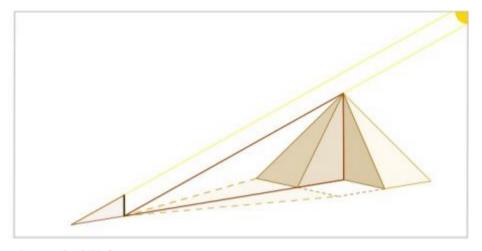


Figura 1 – Representação do cálculo da altura da pirâmide por Tales

Fonte: CASTRO, 2016

Não havia mistério no feito realizado por Tales, pois se tratava de um grande conhecimento de Geometria. Isso é confirmado com o procedimento de esperar que a vara e sua sombra tenham a mesma medida e relacionar essa medida com as da pirâmide e de sua sombra. Com essa metodologia Tales, observando o triângulo retângulo isósceles formado e usando conhecimentos geométricos sobre semelhança de triângulo, conseguiu resolver o problema a ele proposto.

Exercícios: Para você compreender melhor as ideias suscitadas aqui podemos desafiá-lo a realizar uma experiência similar àquela que Tales fez há mais de 2000 anos atrás. Vamos lá?

Primeiramente os alunos devem se dispor para o sol e daí:

- a- Em duplas, cada uma munida com fita métrica, medem a altura e a sombra de seu respectivo par;
- b- Divide a altura pela sombra e anota os resultados no espaço abaixo:

Depois de uma hora repita a operação acima;

- a- O que se observa com os resultados obtidos?
- b- E comparando com os resultados de colegas da turma? Que conclusão pode-se tirar desses resultados?

Depois de todas essas atividades você consegue explicar qual a ligação entre a atividade de campo desenvolvida e o teorema de Tales? Explique com suas palavras o que você pode entender com a atividade propostas.

Sugestão: Essa atividade pode ser explicada e trabalhada conjuntamente com o professor de Geografia, por exemplo, utilizando um mapa do mundo para achar a localização dos lugares citados na atividade; e/ou com o professor de História, por exemplo, para estudarmos o que estava acontecendo de produção cultural na época.

Retirado de:

https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/1145/1/thiagobarrosdecastro.pdf

3.2.2-RAIZ QUADRADA PELO MÉTODO BABILÔNICO

<u>Público-alvo</u>: A proposta dessa atividade é para ser realizada no 9º ano do Ensino Fundamental e/ou no Ensino Médio.

<u>Objetivo</u>: Envolver os estudantes nos processos de construção dos conceitos matemáticos sobre radiciação, oferecendo uma aprendizagem significativa.

<u>Contextualização</u>: A matemática criada na Babilônia era de longe mais adiantada do que as das outras sociedades orientais. Um fator determinante

para esse desenvolvimento é a grande habilidade para calcular, cultivada pelos babilônicos. Um exemplo do nível alcançado da matemática dos babilônicos é o processo para o cálculo de raízes quadrada exata e não exata desenvolvida por este povo há mais de 4000 anos. Esse processo, baseado em aproximações, permitiu aos matemáticos da época o cálculo de raízes com uma grande precisão. Os babilônicos encontraram para $\sqrt{2}$ o valor aproximado 1,414222, que difere apenas 0,000008 do valor aproximado que hoje conhecemos para $\sqrt{2}$. O segredo da precisão nas aproximações dos babilônicos estava na notação para frações desenvolvida por esse povo, que é considerada a melhor notação que qualquer civilização conseguiu até o Renascimento.

Não é um método perfeito, apresenta uma margem de erro muito pequena, (desprezível para cálculos que não necessitam muita precisão). De fato, dependendo da aproximação todas as casas decimais estarão corretas. Os babilônicos desenvolveram duas técnicas para aproximar o valor de raízes quadradas. Estudaremos uma dessas técnicas na qual eles conseguiam um valor aproximado dos resultados verdadeiros. Apresentaremos a técnica através do uso de um caso genérico, ou seja, aproximar o valor da raiz quadrada de um número positivo n. Assim, desejamos encontrar o valor aproximado de \sqrt{n} . Como primeira aproximação, vamos considerar o número natural cujo quadrado mais se aproxima por falta de n e chama-lo de g_1 , positivo e diferente de zero. Esse valor deve ser o mais próximo possível do que se imagina ser o resultado verdadeiro de \sqrt{n} para que a aproximação seja efetivamente satisfatória. Após isso, deve-se efetuar a divisão $\frac{n}{g_1} = a_1$ e calcular a média aritmética entre a_1 e g_1 , $\frac{a_1+g_1}{2} = g_2$.

Com base no valor obtido, deve-se repetir o processo substituindo g_1 por g_2 (o novo valor do denominador). Dessa maneira, pode-se efetuar novamente a divisão $\frac{n}{a_2} = a_2$ e, após isso, calcular a média aritmética entre

$$a_2 \in g_2$$
, $\frac{a_2 + g_2}{2} = g_3$.

Para uma verificação podemos considerar que g_3 é uma boa aproximação para o valor real de \sqrt{n} . Em outros termos:

Encontrar o valor aproximado de \sqrt{n} :

Supor um valor $g_1>0$, e efetuar os seguintes cálculos: $\frac{n}{g_1}=a_1 \qquad \qquad \frac{a_1+g_1}{2}=g_2$ $\frac{n}{g_2}=a_2 \qquad \qquad \frac{a_2+g_2}{2}=g_3$...

Tabela 1 - Representação da técnica dos babilônicos

Fonte: CASTRO, 2016

Exemplo: A aproximação para $\sqrt{8}$ supondo-se g_1 = 2. Efetua-se a divisão $\frac{n}{g_1} = \frac{8}{2} = 4$ e calcula-se a média aritmética entre 4 e 2, $\frac{4+2}{2} = 3$. Após isso, o processo é reiniciado com o novo valor para o denominador. Assim, efetua-se a divisão

$$\frac{n}{g_2} = \frac{8}{3} = 2,667$$

e, após isso, calcula-se a média aritmética entre 2,667 e 3, $\frac{2,667+3}{3}$ = 2,833. Com a utilização da calculadora, professores e alunos verificam que $\sqrt{8}$ = 2,828427...

Essa técnica apresentada pelos babilônicos atinge uma aproximação bastante satisfatória para o valor real da $\sqrt{8}$.

Exercícios:

- 1- Seguindo a técnica apresentada acima, calcule valores aproximados para $\sqrt{6}$ e $\sqrt{56}$. Lembrando que o primeiro número a ser utilizado, g_1 , é um valor que você supõe ser próximo dos valores das raízes quadradas.
- 2- Após o desenvolvimento da atividade anterior, calcule o valor das raízes quadradas fornecidas utilizando uma calculadora e compare com o valor encontrado através da técnica estudada. Após isso, comente se o valor encontrado pode ser uma boa aproximação do valor real.

Retirada de:

https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/1145/1/thiagobarrosdecastro.pdf

3.2.3-SOMA DOS TEMOS DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA FINITA

<u>Público-alvo</u>: Essa atividade é proposta para ser realizada no 7º ano do Ensino Fundamental e no Ensino Médio (caso se queira conjecturar e demonstrar a fórmula da soma dos termos de uma progressão aritmética finita). <u>Objetivos</u>: Deduzir a fórmula da soma dos termos iniciais de uma progressão aritmética pelo método de Gauss. Aplicar a fórmula na resolução de problemas. <u>Contextualização</u>: Para calcular a soma dos termos de qualquer PA, basta somar o primeiro termo com o último e multiplicar por metade da quantidade de termos que tem a PA. Isto é, se:

 a_1 é o primeiro termo: a_n é o último termo; n é o número de termos da PA, então a soma dos temos da PA finita é calculada através da seguinte fórmula:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

A história desta fórmula começa na Alemanha, por volta de 1785, na escola de Braunscheweig. Conta-se que o professor Buttner resolveu manter ocupados seus alunos de uma classe de ensino fundamental e propôs que eles calculassem a soma de todos os inteiros de 1 a 100. Aparentemente, ele esperava que eles passassem bastante tempo resolvendo tal exercício. E para a surpresa de todos, em poucos minutos um aluno de aproximadamente 8 anos deu a resposta correta: 5050.

Esse menino era Karl Friedrich Gauss, que viveu entre 1777 e 1855. É um dos casos mais espantosos de precocidade registrada na história da matemática, contando-se que já aos três anos de idade era capaz de efetuar algumas operações aritméticas. E foi Buttner que, auxiliado por seu assistente (Bartels), conduziu Gauss aos seus estudos de Aritmética aos 10 anos de idade. É por muitos considerado um dos maiores matemáticos que já existiram, razão pela qual também é considerado como o "Príncipe da Matemática".

Para isso, Gauss percebeu que a soma dos termos de dois em dois, apresentava uma característica interessante e particular. Vejamos:

TABELA 2- Raciocínio do menino Gauss

1	+	100	101
2	+	99	101
3	+	98	101
49	+	52	101
50	+	51	101

Fonte: Próprio Autor

Nas somas acima, ocupando o lugar da primeira parcela temos todos os números de 1 a 50. No lugar da segunda parcela, temos os números de 51 a 100. São 50 somas e cada uma delas resulta no mesmo número: 101. Portanto, para somar todos os números de 1 a 100 basta somar 50 vezes 101, isto é, calcular 50.101 = 5050.

Percebemos que a soma dos termos 1+2+3+...+100 é o caso particular da soma dos termos de uma PA finita. Por isso, chegamos a conclusão de que, para achar a soma dos temos de uma PA, basta somar o primeiro termo com o último e multiplicar pela metade da quantidade de termos que tem a PA, como dito no início.

Exercícios:

1- Utilize o método de Gauss para calcular a soma dos 50 primeiros termos da PA (5,8,11,14,17,...) e resolver o problema a seguir:

Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a "paciência", que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas. A quantidade de cartas que forma o monte é:

- a- 21 d- 28
- b- 24 e- 31
- c- 26
- 2- Conjecture e demonstre a fórmula da soma dos termos de uma progressão aritmética finita.

Retirada de:

https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/1145/1/thiagobarrosdecastro.pdf

3.2.4- PLANO CARTESIANO

<u>Público-alvo</u>: A proposta dessa atividade pode ser realizada no 6º e/ou 7º anos do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

<u>Objetivos:</u> Desenvolver e aplicar o conceito de plano cartesiano, incluindo a localização das coordenadas no mesmo. Conhecer os principais fatos da vida de René Descartes.

Contextualização: A História está cheia de pequenos episódios que nos contam como na base de grandes ideias estiveram muitas vezes situações bem simples. Conta-se que René Descartes, grande Matemático e Filósofo francês do século XVII(1596-1650), tinha uma saúde débil e precisava de passar muito tempo deitado. Mas a sua imaginação e interesse pelo estudo não descansavam mesmo nesses momentos. Um dia, estando Descartes deitado e olhando uma mosca que se movia no teto, lembrou-se de observar os movimentos do pequeno inseto. A sua questão em relação a mosca era: Como poderia explicar a uma outra pessoa qual era a posição exata da mosca na parede? Para tentar responder a esta indagação começou a imaginar duas retas perpendiculares: uma horizontal e outra vertical. Assim, foi "descoberto" como localizar pontos no plano. É o conhecido plano cartesiano. Pensou então numa base quadrangular para estudar as suas posições e movimentos no plano do teto. Esta ideia de utilizar um referencial definido por dois eixos, perpendiculares entre si e com uma origem comum, permitiu a representação de pontos no plano com a ajuda de pares ordenados de números. Descartes mostrou que a posição de um ponto no plano podia ser determinada com base nas distâncias x e y a dois eixos perpendiculares fixos (referencial cartesiano). A graduação dos eixos é feita utilizando a unidade mais conveniente em cada caso. Num referencial cartesiano, qualquer ponto fica então definido por um par ordenado de números, a que se dá o nome de coordenadas do ponto (abscissa e ordenada). O nome Descartes em latim dizia-se Cartesius e foi desse nome que derivou o adjetivo Cartesiano que encontramos, em homenagem a René Descartes, em várias expressões usadas em Matemática elementar como, por exemplo: "gráfico cartesiano, coordenada cartesiana". No século XVII, com o trabalho de Descartes, em Geometria Analítica, a reta passou a ser dividida em duas semirretas e, por convenção, a semirreta à direita do zero a ser o lugar dos números positivos; a semirreta à esquerda foi construída por simetria,

passando a conter números negativos, os opostos dos positivos. Estes números passaram a ser identificados por sinais: à direita, números positivos e à esquerda, números negativos. Estes números foram definidos como sendo os opostos aditivos, também denominados de simétricos, dos racionais positivos. Por muito tempo, a reta foi a metáfora considerada ideal para o corpo dos racionais. Acreditava-se que os racionais completavam a reta e que existia uma correspondência biunívoca: ponto-número racional; número racional-ponto. Como a reta é o modelo prototípico da continuidade (um conjunto contínuo de pontos), parecia que o conjunto dos racionais era contínuo e completo na reta. Somente no século XIX, esta ideia definitivamente foi negada. O matemático alemão Richard Dedekind escreveu uma obra intitulada "Continuidade e Números Irracionais", na qual menciona que a linha reta é infinitamente mais rica em pontos do que o domínio dos números racionais. Isto exigia a criação de novos números, para obter um domínio numérico completo e com a mesma continuidade que a linha reta. A reta passou a ser denominada reta real. Diferentes matemáticos, nesta época, dedicaram-se a construção dos números reais. Finalmente, temos hoje a definição de R como um corpo ordenado completo.

Exercícios:

- 1- O que é que o teto tem a ver com esta "história"?
- 2- Será que podemos definir de forma semelhante às diversas posições da mosca a voar no quarto de Descartes?
- 3- Referenciais: um apenas, ou muitos?
 Retirada de:

https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/1145/1/thiagobarrosdecastro.pdf

3.2.5- ENIGMA DE DIOFANTO DE ALEXANDRIA

<u>Público-alvo:</u> A proposta dessa atividade pode ser realizada no 8º ano do Ensino Fundamental.

<u>Objetivos:</u> Desenvolver o pensamento algébrico. Perceber através da contextualização histórica a importância das equações como uma maneira de

simplificar a linguagem dos problemas e possibilitar a sua interpretação e resolução de maneira mais ágil, eficaz e prazerosa.

Contextualização: Nos dias atuais, utilizamos o termo equação para denominar uma sentença matemática formada por uma igualdade composta por expressões matemáticas contendo ao menos uma incógnita. Usamos para resolver situações nas quais surgem valores desconhecidos quando se tem uma igualdade. A palavra "equação" vem do árabe adala, que significa "ser igual a". Ganharam importância quando passaram a ser escritas com símbolos matemáticos e letras. O francês François Viète, no final do século XVI foi o primeiro a utilizar símbolos matemáticos nas equações. Por esse motivo, é considerado como "Pai da Álgebra".

O desafio de Diofanto é um problema matemático famoso que proporciona a discussão do pensamento algébrico.

- O enigma do túmulo de Diofanto

Diofanto, que se admite ter vivido na segunda metade do séc. III a.C., foi o mais importante de todos os algebristas gregos. Este autor desempenha um papel semelhante ao que Euclides (360-295 a.C.) tem na Geometria e Ptolomeu (85-165) na Astronomia. Pouco se sabe sobre a sua vida, por isso até se desconhece o século onde viveu. Sua grande obra, intitulada Aritmética, era composta de 13 livros, sendo que desses apenas seis chegaram aos nossos dias, através de manuscritos gregos de origem bizantina, e se tornaram conhecidos desde o Renascimento. Possivelmente, a Aritmética, assim como os Elementos de Euclides, foi uma compilação e sistematização dos conhecimentos da época. Ficou famoso pelas suas coleções de problemas envolvendo equações não determinadas com solução engenhosa. Como geralmente envolvem números inteiros, tais problemas costumam ser denominados Diofantinos. Ele trabalhou com equações algébricas e sobre o que hoje se conhece como teoria dos números, inspirando séculos de devoção aos mistérios mais profundos da Matemática. Por uns versos encontrados no seu túmulo, escritos em forma de um enigmático problema, deduz-se que viveu 84 anos:

"Caminhante! Este é o túmulo de Diofanto. Os números dirão a duração da sua vida, cuja sexta parte foi ocupada por uma doce juventude. Decorreu mais uma duodécima parte a sua vida até que o seu rosto se cobriu de pelos. Passou ainda um sétimo da vida antes de tomar esposa e cinco anos depois

teve um belo filho que infelizmente, viveu apenas metade do que o pai viveu. Seu pai sobreviveu-lhe, chorando, quatro anos. Diz caminhante quantos anos tinha Diofanto quando a morte o levou?

Exercícios: Resolva o problema da lápide de Diofanto com o auxílio da álgebra. Sendo *x* a idade de Diofanto, temos a seguinte equação:

$$x = x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4$$

 $\Rightarrow x = 84$.

Portanto, a idade de Diofanto é de 84 anos.

Retirada de:

https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/1145/1/thiagobarrosdecastro.pdf

3.2.6- OS PONTEIROS DO RELÓGIO

<u>Público-alvo:</u> A proposta dessa atividade pode ser realizada com alunos do 9º ano do ensino fundamental.

<u>Objetivos</u>: Desenvolver noções de ângulos e exercitar a medição de ângulos, bem como diferenciar ângulos retos, agudos e obtusos.

<u>Contextualização:</u> Os gregos antigos concebiam a noção de ângulo imaginando, por exemplo, duas pessoas apontando para uma mesma estrela, a partir de pontos diferentes da Terra, cujas direções tinham um ponto em comum, a mesma estrela. Com isso, tentaram dar a exata ideia de ângulo, ou seja, cada pessoa apresentava uma orientação, que tinha um ponto de convergência, o vértice do ângulo.

Já os babilônicos antigos (4000 – 3000 a.C.) utilizavam as noções de ângulos nas construções ligadas à sua astronomia, à sua religiosidade, bem como ao calendário das estações e da época do plantio. Para isso, usavam seu sistema de numeração sexagesimal, no qual dividiam uma circunferência em seis partes iguais usando o seu raio como medida padrão, seguindo-se de várias subdivisões, até obter 360 partes (graus) geradas a partir das frações da medida do raio e talvez até por influência do total de dias do ano (eles consideravam o ano com apenas 360 dias). Dessa prática surgiram, também, as ideias básicas para a criação das medidas de minuto e segundo, pois no

referido sistema de contagem, as frações sexagesimais que eram *minutae primae* e *minutae* secundae que derivaram as palavras minuto e segundo.

O ângulo reto surgiu com a prática de medições dos antigos, quando mediam a altura de objetos. Com uma vara em posição vertical em relação ao chão e comparavam as sombras projetadas, o que mais tarde tornou-se uma das ideias básicas da geometria apresentadas por Euclides, quando suscitou a ideia de que duas retas que se cruzam formam ângulos iguais entre si e retos. Daí, conclui-se que as retas que os formam são perpendiculares. Em seguida, surgiram as noções de ângulos agudos e obtusos para os menores e os maiores que o ângulo reto, partindo da noção de perpendicularismo como ponto de referência.

<u>Exercícios:</u> Observe a circunferência do mostrador de um relógio de ponteiros, represente geometricamente e responda as questões a seguir:

- a- Qual o ângulo formado entre o ponteiro dos minutos e o ponteiro das horas quando é uma hora em ponto?
- b- Quanto mede a volta completa do ponteiro das 12 até às 12 novamente?
- c- Quantas voltas completas o ponteiro dos minutos dá em: um dia, uma semana, um ano, uma década, um século? Quantos graus representa cada uma dessas situações?
- d- Quantas vezes ao dia o ângulo entre os ponteiros é de 180°? É possível dizer a que horas isso acontece?
- e- Com um transferidor de 360°, crie e desenhe um mostrador de relógio com números ou símbolos e distribua-os corretamente.
- f- Represente graficamente em um sistema cartesiano, a relação entre as horas e os ângulos formados no mostrador do relógio.

3.2.7- TRABALHANDO COM FRACTAIS

<u>Público-alvo:</u> Pode ser aplicadas em turmas de 8º e 9º anos do ensino fundamental e 1ª série do ensino médio.

<u>Contextualização:</u> Em meados da década de 1960, Benoit Mandelbrot definiu fractais como uma figura feita de partes similares ao lado de alguma forma. No latim o adjetivo fractus, do verbo frangere, significa quebrar, fragmentar.

Os fractais, portanto, são formas geométricas que podem ser geradas por fórmulas matemáticas complexas e recursivas, ou seja, que repetem continuamente em modelo padrão, logo isto dá uma característica chamada auto similaridade aos fractais. Ao ser ampliado, um fractal revela figuras em escala menor que são proporcionais a figura que o contém.

No ensino, Barbosa sugere que,

Na geometria dos fractais, pode-se explorar: o floco de neve e a curva de Koch; triângulo e tapete de Sierpinski, conduzindo o aluno a refletir e observar o senso estético presente nessas entidades geométricas, estendendo para as suas propriedades, através da "regularidade harmoniosa nas suas próprias irregularidades". (BARBOSA, 2005, pág. 14)

Exercícios: Construir fractais utilizando o Triângulo de Sierpinski.

- 1- Recorte numa cartolina um triângulo de 28 cm de lado.
- 2- Marque o ponto médio de cada um dos lados do triângulo e em seguida construa segmentos unindo os pontos médios, obtendo, assim, um segundo triângulo interior ao inicial. Cole sobre o mesmo um triângulo de cor diferente da cartolina.
- 3- Faça esse procedimento mais duas vezes com os triângulos formados que vão restando.
- 4- Concluída a construção os alunos preenchem a tabela seguinte:

N° de Iteração Comprimento Perímetro do Área de Área total (nível) triângulos do lado cada (parte novo triângulo triângulo preta) 0 1 28 3. 28 $28^2\sqrt{3}$ $28^2\sqrt{3}$ $14 = \frac{28}{3}$ $3.\frac{28}{2}$ 1 3 2 $9 = 3^2$ $3,5=\frac{28}{2^3}$ $3.\frac{28}{2^3}$ $(\frac{28}{2^3})^2 \frac{\sqrt{3}}{4}.3^3$ 3 $27=3^3$

Tabela 3 – Tabela corresponde aos dados do Fractal Triângulo de Sierpinski.

Site abaixo é para pegar a tabela.

28

 $\overline{2^N}$

http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_Pilato_Michele.p

 $3.\frac{28}{2^N}$

 $\left(\frac{28}{2^N}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$

 $(\frac{28}{2^N})^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 3^N$

<u>df</u>

Ν

3.2.8- NÚMERO ÁUREO

 3^N

<u>Público-alvo:</u> Pode ser aplicada em turmas de 8º e 9º anos do ensino fundamental e 1ª série do ensino médio.

<u>Contextualização:</u> O número de ouro, proporção áurea, número áureo ou divina proporção é uma constante real algébrica irracional denominada pela letra grega (phi) em homenagem a Phideas que teria utilizado essa razão para conceber o Pathernon (templo grego dedicado à deusa Atena em 432ª.C.)

Com o valor aproximado de 1,618 este número aparece frequentemente na natureza de crescimento, ele pode ser encontrado na proporção das conchas, nos seres humanos, nas plantas, nos planetas. Justamente por estar envolvido em diversas áreas do conhecimento, esse número ganhou o status de "divino", "quase mágico" e virou alvo de diversos pesquisadores. E o que torna esse número mais fascinante ainda, é o fato de ser encontrado através de desenvolvimento matemático.

Exercícios: Medição do número áureo

Em grupos de 3 a 5 alunos, pede-se para medir cartões magnéticos, largura e comprimento, de posse das medidas pede para eles dividirem a medida do lado maior pela medida do lado menor. Fazer a medição de outros objetos como: fita cassete, fotos, câmera fotográfica, espelhos de tomadas, etc. poderão ser outras atividades.

Depois de realizada todas as medições, observamos os resultados das divisões dita anteriormente. Discutimos com os alunos porque todos os resultados se aproximam de 1,6?

Retirado do Site abaixo

http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_Lima_Ingrid.pdf

3.2.9- TEOREMA DE PITÁGORAS

<u>Público-alvo:</u> Pode ser aplicada em turmas de 8º e 9º anos do ensino fundamental e 1ª série do ensino médio.

Contextualização: Pitágoras, filósofo que nasceu na ilha de Samos, por volta de 580 a.C., fundou uma escola que veio a ficar bastante famosa. Durante cerca de quarenta anos ele lecionou para seus discípulos, mas foi posto um fim a sua instituição, devido a uma conspiração e rebelião.

Na escola de Pitágoras, cada membro (que era chamado de pitagóricos) era obrigado a passar um período de cinco anos de contemplação. Além disso, os membros tinham tudo em comum e abstinham-se de alimentos de origem animal. Os pitagóricos acreditavam na imortalidade da alma e na reencarnação. Eles estudavam Matemática, Astronomia e Música, lhe imprimindo um caráter científico.

Antes de Pitágoras cerca de 2000 a.C., na Babilônia, no tempo de Hamurabi (1700 a.C.), já se detinha conhecimento de que em um triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual a soma dos quadrados das medidas dos catetos. O mais famoso tablete de argila, encontrado na Babilônia contém sequências de números correspondentes aos famosos ternos pitagóricos.

Os antigos egípcios utilizavam cordas com treze nós, igualmente espaçados, de modo a determinar um ângulo reto ou a perpendicular de uma reta.

Há uma lenda onde Pitágoras teria oferecido aos deuses mil bois como agradecimento, por ter descoberto a demonstração do referido teorema. Esse teorema indica que os gregos conseguiram estabelecer uma ligação abstrata entre os números e as figuras, o que representa um importante esforço intelectual. Também prova que tinham aprendido a demonstrar, e não apenas a persuadir, o que representa um considerável salto cognitivo.

- TEOREMA DE PITÁGORAS

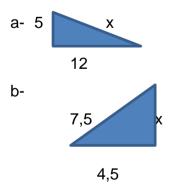
O teorema de Pitágoras é considerado uma das principais descobertas da Matemática. Ele descreve uma relação existente no triângulo retângulo que é o seu ângulo reto, isto é, ângulo que mede 90°, sendo formado por dois catetos e a hipotenusa, que constitui o maior segmento do triângulo.

Em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

Exercício 1:

Dividir a turma em grupos e entregar 36 palitos de madeiras para que formem o maior número de triângulos retângulos que puderem. Um representante de cada grupo observará se os demais grupos estão construindo corretamente os triângulos, com o auxílio da fórmula.

Exercício 2: Calcular o valor de x em cada triângulo retângulo:



Retirado do Site abaixo

http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_Figueiro_Laralyz

e.pdf

3.2.10- TÉCNICA DE CALCULAR DOS EGÍPCIOS

<u>Público-alvo:</u> A proposta dessa atividade pode ser realizada em qualquer série quando o professor diagnosticar a necessidade de trabalhar com cálculo mental e estimativo.

<u>Contextualização:</u> Na técnica desenvolvida pelos egípcios, as operações matemáticas eram realizadas por meio de uma adição. Por exemplo, a multiplicação "13.9" indicava que o número 9 deveria ser adicionado treze vezes:

Para calcular o resultado, os egípcios iam dobrando as parcelas:

1- 1 parcela, resultado: 9

2- 2 parcelas, resultado: 9+9= 18

3- 4 parcelas, resultado:18+18= 36

4- 8 parcelas, resultado: 36+36= 72

A tabela a seguir ajuda a entender como os egípcios concluíam a multiplicação:

Tabela 4: Resultado da multiplicação pela técnica egípcia

Número de parcelas	Resultado
1	9
2	18
4	36
8	72

Fonte: Próprio Autor

Eles buscavam na tabela um total de 13 parcelas, isto é, a soma das linhas destacadas (1+4+8). O resultado da multiplicação 13.9 é a soma dos resultados das parcelas, ou seja:

$$9 + 36 + 72 = 117$$

Exercício: Na aplicação dessa atividade outros cálculos serão solicitados aos participantes. Como, por exemplo, utilizando a técnica de multiplicação dos egípcios, calcular os produtos a seguir:

- a- 15.7
- b- 21.8
- c- 35.6

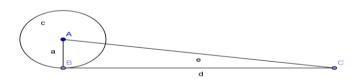
3.2.11- MEDINDO O COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA

<u>Público-alvo:</u> Pode ser aplicada em turmas de 8º e 9º anos do ensino fundamental e 1ª série do ensino médio.

Contextualização: Arquimedes é considerado o maior matemático da antiguidade, nasceu na cidade grega de Siracusa por volta do ano 287 a.C. e estima-se que tenha vivido, aproximadamente, 75 anos. Ele escreveu, dentre outros, um livro intitulado *Medida do Círculo*, no qual provou que a área de um círculo é igual a área de um triângulo retângulo cuja base é dada pelo comprimento de determinado círculo e cuja altura é dada pelo seu raio. Esse método foi um dos primeiros passos para se calcular a área de um círculo qualquer.

Na figura a seguir, temos a afirmação de Arquimedes, cuja ilustração foi realizada por meio de *software* GeoGebra. Pode-se observar que o comprimento da circunferência tem a mesma medida do segmento BC, que é a base do triângulo ABC, e que o raio da circunferência é a altura desse triângulo retângulo.

Figura 2: Comprimento da circunferência com uso do GeoGebra

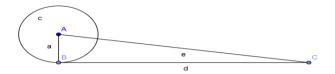


Fonte: Próprio Autor

De modo a verificar a afirmação de Arquimedes utilizamos algumas ferramentas do *software* GeoGebra e calculamos as áreas do triângulo e do círculo. Você pode verificar que as duas áreas são iguais.

Na próxima figura as áreas do círculo e do triângulo são de 12,57 unidades quadradas, pois temos um círculo de raio 2 unidades.

Figura 3: Representação da figura pelo GeoGebra



Fonte: Próprio Autor

Porém, na época em que ele viveu, Arquimedes não dispunha desses recursos tecnológico para a determinação dessas áreas. Lembre-se, também, de que Arquimedes não conhecia a fórmula que utilizamos hoje para calcular o comprimento do círculo. Além disso, ele calculou o valor aproximado de π como sendo 22/7.

É importante salientar que Arquimedes também encontrou barreiras para determinar o comprimento da circunferência de tal círculo, pois os gregos não tinham conhecimento sobre os números incomensuráveis, o que dificulta a resolução desse problema.

Exercício: Diante dessa perspectiva histórica, responda às questões a seguir :

- a- Explicar como você pode calcular o comprimento da circunferência de um determinado círculo e, consequentemente, a sua área, se você dispõe somente de uma régua graduada ou um escalímetro?
- b- Como você pode escrever matematicamente e relação existente entre o raio e a sua área?
- c- A relação descrita anteriormente é uma função? De que tipo?
 Explique a sua resposta.

Retirado do trabalho de Davidson Paulo Azevedo Oliveira

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando iniciamos nosso trabalho, partimos do ponto de que já faz algum tempo que existe uma preocupação de melhorar a educação como um todo, que é necessário buscar novas formas de se ensinar. Na matemática essa necessidade de mudança é algo cada vez mais inevitável, diante do notório fracasso dos nossos alunos neste quesito, nos instrumentos utilizados para medir a qualidade de ensino no Brasil. Portanto, o que apresentamos neste trabalho é mais uma alternativa de ensino de matemática, em busca de se alcançar a sua melhoria.

Na tentativa de inserir o ponto de vista que defendemos em meio a tantas outras propostas que já ocorreram, optamos por abordar no decorrer do trabalho as mudanças educacionais brasileiras, desde o início do século XX, dando ênfase às mais importantes, como as ideias do movimento conhecido como Escola Nova, o movimento da Matemática Moderna e o movimento da Educação Matemática. A Escola Nova apresentava uma proposta de reformulação da educação como um todo, e era mais alinhado com a proposta que acreditamos, do que o Movimento da Matemática Moderna, que trata de reformas mais específicas da matemática, que em suma, defendia que matemática devia se fechar em si mesmo.

Em oposição a essa última, surge a partir da década de 1980, o movimento da Educação Matemática, que oportuniza diversas abordagens para ensino de matemática, tem do como foco principal torná-la mais compreensível, fosse aproveitando e contextualizando conhecimentos dos alunos, fosse desenvolvendo a capacidade de estratégia e tomada de decisão por meio da resolução de problemas, entre várias outras. Entre as tendências de abordagem indicadas por esse movimento está o uso da História da Matemática como estratégia de ensino, e como esta é a fundamentação teórica da nossa pesquisa, dedicamos todo um tópico para relatar como esse movimento se estrutura no Brasil, tomando como base a divisão feita por Fiorentini em quatro fases.

Para fortalecer nossas ideias e justificar a necessidade do que pretendíamos como objetivo principal, que era realizar uma coletânea de atividades de cunho histórico para ser um material de apoio aos professores

que desejassem introduzir a história como recurso de ensino, realizamos uma pesquisa que MORSE denomina como triangulação simultânea, onde analisamos os dados coletados, tanto quantitativamente por meio de gráficos, como qualitativamente, analisando de forma global os dados numéricos e interpretando-os dentro do contexto educacional. Por meio desta análise ficou constatada que seria de uma importância ímpar a existência de um material organizado, onde o professor pudesse recorrer quando optasse por utilizar-se da história como recurso didático.

Assim sendo, por meio da história, humanizamos a matemática e a retiramos de um local intocável, feita apenas para poucos. Isso acontece quando oportunizamos aos alunos perceberem que o surgimento da matemática veio da necessidade de resolver problemas do cotidiano. Quando os levamos a compararem os processos matemáticos utilizados no passado com os atuais, e criarem uma relação com os conteúdos trabalhados em sala de aula.

Por fim, acreditamos que ao apresentarmos essa coletânea de atividades, estamos contribuindo para que meus anseios de melhoria do ensino de matemática, por meio da adoção de outras formas de ensino, relatados na introdução deste trabalho, passe a ser compartilhado por outros, pois a coletânea consiste em um auxílio potencialmente viável para os professores que reconhecem uma necessidade de mudança nas suas aulas. Uma vez que as atividades propostas propiciam a capacidade de compreender a matemática dentro do currículo escolar, em correlação com a evolução da própria matemática e da sociedade.

ANEXO I

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO -PROGRAMA DE POS GRADUAÇÃO - MESTRADO PROFISSIONAL DE MATEMÁTICAPROFMAT

Pesquisador: Jerôncio Fernandes de Oliveira Lima

Objetivo- O presente questionário foi elaborado para ser utilizado no trabalho de mestrado como fonte de pesquisa sobre a utilização da HISTÓRIA DA MATEMÁTICA em sala de aula dos professores de matemática do ensino básico das redes públicas e privadas de Mossoró.

QUESTIONÁRIO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

1-	Qual o seu grau de instrução?
	() Graduado em matemática () Graduado em disciplina afim
	() Especialização em matemática () Mestrado em matemática
	() Outra
2-	Qual o nível de ensino que você atua?
	() Fundamental maior () Fundamental maior e médio
	() Ensino médio () Ensino superior
3-	Você atua como professor de matemática em quais redes de ensino?
	() Municipal () Federal
	() Estadual () Particular
4-	Há quanto tempo você atua como professor de matemática?
5-	Quais dificuldades você observa em seus alunos que atrapalham numa melhor aprendizagem?
	() Preguiça () Não compreende os conceitos matemáticos
	() Falta de concentração () Deficiências básicas das operações
	() Não encontrar utilidade para sua vida cotidiana.
	() Outras:

0-	todos que você utiliza)	ientos pedagogicos voce utiliza? (marque
	• •	() Livro didático
	() Jogos matemáticos	() Livros paradidáticos
	() Tic's	() Slide
7-	Como você classifica o se MATEMÁTICA?	u conhecimento sobre HISTÓRIA DA
	() Nenhum	() Suficiente (Bom)
	() Insuficiente (Pouco)	() Aprofundado
	() Razoável	
8-	Onde foi o seu primeiro con	ntato com a HISTÓRIA DA MATEMÁTICA?
	() Na graduação (_) Na espacialização () No mestrado
	() Em seminários, cong	ressos ou cursos de aperfeiçoamento.
	() De outra forma. Qua	l?
9-	Depois deste primeiro con neste assunto, mesmo que	tato, você aprofundou seu conhecimento esporadicamente.
	() Sim ()Não	
10	- Em caso afirmativo, quais aprofundamento na HISTÓI	os meios você utilizou para este RIA DA MATEMÁTICA?
	() Livros didáticos	() Livros da área
	() Livros paradidáticos	() Revistas
	() Na universidade	() Outras. Qual?
11	-Você acredita que a HISTÓ aprendizado de seus aluno	RIA DA MATEMÁTICA poderia auxiliar no s?
	() Sim ()Não	
12	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA marcar mais de uma)	ectos você indicaria como contribuição da A para o ensino desta disciplina. (Obs. Pode onceitos da matemática se originaram.
	,	ção de matemáticos famosos

	() Ent	tender	nossa	herança	cultural	através	das	relações	da
	matemáti	ca com	as outr	as áreas d	le conhec	cimento.			
	` '		m pano	de fundo	para a	compree	nsão d	dos conce	eitos
	matemáti								
	() Ilusti	rar e tor	nar mai	s interessa	ante o en	sino da m	atemá	tica.	
	Você já utili suas aulas?		IISTÓR	IA DA MA	TEMÁTI	CA como	metod	dologia e	m
(() Sim	(<u>) N</u>	ão						
	Caso tenha em relação		-	foi o tema	a aborda	do e com	o foi c	resultad	lo
-									
-									
			fontes	sobre HI	STÓRIA	DA MATE	MÁTIC	CA para	
	Você tem ad utilizar em s () Sim	sala de	aula?						
16-	utilizar em s	sala de () se aces	aula? Não so a alç	gum mate	rial que				ı de
16-	utilizar em s () Sim Caso tivess	sala de () se aces você uti	aula? Não so a alg lizaria	gum mate	rial que				ı de
16- ;	utilizar em s () Sim Caso tivess atividades v	sala de () se aces /ocê uti () n	aula? Não so a alç Ilizaria Não.	gum mate para as sı	rial que uas aulas	s de mate	mática	a?	
16- ;	utilizar em s () Sim Caso tivess atividades v () Sim Caso queira	sala de () se aces /ocê uti () n	aula? Não so a alç Ilizaria Não.	gum mate para as sı	rial que uas aulas	s de mate	mática	a?	
16- ;	utilizar em s () Sim Caso tivess atividades v () Sim Caso queira	sala de () se aces /ocê uti () n	aula? Não so a alç Ilizaria Não.	gum mate para as sı	rial que uas aulas	s de mate	mática	a?	
16- ;	utilizar em s () Sim Caso tivess atividades v () Sim Caso queira	sala de () se aces /ocê uti () n	aula? Não so a alç Ilizaria Não.	gum mate para as sı	rial que uas aulas	s de mate	mática	a?	
16- ;	utilizar em s () Sim Caso tivess atividades v () Sim Caso queira	sala de () se aces /ocê uti () n	aula? Não so a alç Ilizaria Não.	gum mate para as sı	rial que uas aulas	s de mate	mática	a?	

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASSANEZI, Rodney C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Ensino de matemática: algumas considerações sobre seus significados. Bolema, Rio Claro, n.13, p.1-11, 1999.

BORTOLI, Adriana de. Uma análise dos livros de André Perez y Marin: um momento da história da matemática escolar brasileira no início do século XX. Rio Claro- SP, 2016.147f. Tese (doutorado EM Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROLEZZI, Antônio Carlos. A Arte de Contar: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática. São Paulo: USP, 1991. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-graduação em educação- PPEG, USP, 1991.

CARVALHO, João Pitombeira de. Avaliação e perspectiva na área de ensino de matemática no Brasil. Em Aberto, Brasília, n.62, p.74-88, abr./jun.1994.p.81.

CASTRO, Thiago Barros de. A História da Matemática como Motivação para o Processo de Aprendizagem e Contextualização dos Conteúdos Matemáticos na Educação Básica. Juiz de Fora- MG, 2016. 43f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, 2016.

D'AMBRÓZIO, Ubiratan. A Educação matemática: da teoria à prática. 2.ed. Campinas: Papirus, 1997.

D'AMBRÓZIO, Ubiratan. Da Realidade à Ação: Reflexões sobre a Educação e Matemática. São Paulo: Summus Editorial. 1986.

DOCKWEILLER, C.J. *Chidren's attainment of mathematical concepts*: a model under development. Texas A & M University, 1996.

DUFFY, Mary E., Methodological triangulation: a vehicle for merning quantitative and qualitative research methods, In Journal of Nursing Scholarship, 19(3), 1987, p.131.

FAUVEL, J. Using history in mathematic education. For the Learning of *Mathematics*,11(2).p.3-6, 1991.

FAUVEL, J. MAANEN, J. V. (editores). *History in mathematics education.* The ICMI Study, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 2000.

FEHR, H. F. (org.) Educação Matemática nas Américas. Relatório da Segunda Conferência Internacional sobre Educação Matemática. São Paulo. Companhia Editora Nacional. 1969.

FERREIRA, E.S. O uso da hitória da matemática em sala de aula. Rio de Janeiro: IEM/USU, 1998.

FIGUEIRÓ, Laralyze Gomes et al. Oficina de Matemática: Atividades diferencadas no ensino do Teorema de Pitágoras. Santa Maria- RS.2012.

FIORENTINI, Dario. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos/ Dario Fiorentini, Sergio Lorenzato. – Campinas, SP: Autores Associados, 2006. – (coleção formação de professores).

FLEMMING, Diva Marília; LUZ, Elisa Flemming et al. Tendências em Educação matemática. - 2.ed. – Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

FOSSA, J. A. *Ensaios sobre a Educação Matemática*. Belém: EDUEPA, 2001.(Série Educação n. 2).

GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 4.ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODOY, Arilda S., Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades, In Revista de Administração de Empresas, v.35, n.2, Mar./Abr.1995a,p.62.

IMENES, Luiz Márcio. Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da Matemática. *Bolema,* Rio Claro, n. 6, 1990.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. Matemática para todos. São Paulo: Scipione, 2002.

LIMA, Ingrid Mariana Rodrigues de et al. Oficina de Matemática: O número de Ouro, seus mistérios e sua presença em nossas vidas. Santa Maria- RS. 2012.

LOPES, Lidiane Schimitz e FERREIRA, André Luis Andrejow. Um olhar sobre a história nas aulas de matemática. Revista Abakós. Belo Horizonte(MG): Ed. PUC Minas, 2013.

LOURENÇO FILHO, M. B. Introdução ao estudo da Escola Nova. São Paulo: Melhoramentos, 1950.

MEDEIROS, C. F. Por uma educação matemática como intersubjetividade. In : BICUDO, M. A. V. Educação Matemática. São Paulo: Cortez, 1987.

MENDES, I. A., FOSSA, J. A. e VALDÉS, J. E. N. A história como um agente de cognição na educação matemática. Porto Alegre: Sulina, 2006

MIGUEL, Antonio e MIORIM, Maria Ângela. História na Educação Matemática: propostas e desafios. Belo Horizonte. Autêntica Editora, 2011.

MIGUEL, Antonio. Revista de educação Zetetike nº 8,UNICAMP,1997.

MIGUEL, Antonio. *Três estudos sobre história e Educação Matemática*. 1993. 274p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNICAMP, SP, 1993.

MIORIM, M. A. Introdução à História da Matemática. São Paulo, Atual, 1998.

MORSE, J., Approaches to qualitative-quantitative methodological triangulation, Nursing Research, 40(1), 1991, p.120.

PARANA, Secretaria de Estado da Educação. Diretrizes Curriculares da Rede do Estado do Paraná- DCE, 2006.

PEREZ Y MARIN, A. Elementos de Álgebra. São Paulo: Escolas Profissionaes do Lyceu Coração de Jesús, 1928.

PIAGET, J. Para onde vai a educação? 8 ed. Rio de Janeiro. José Olympio Editora. 1984.

PILATO, Michele et al. Oficina de Matemática: Fractais. Santa Maria-RS. 2012.

PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel. Educação crítico-reflexiva para um ensino médio científico tecnológico: a contribuição do enfoque CTS para o ensino aprendizagem do conhecimento matemático. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

SAVIANI, Dermeval et al. O legado educacional do século XX no Brasil. Campinas, SP: Autores Associados, 2004.

SKEMP, R. Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching* 76, p. 20-26, 1976.

SKEMP, R. *Psicología del aprendizaje de las matemáticas.* Madrid: Ediciones Morata, 1980.

SKOVSMOSE, Olé. Matemática Crítica. Revista Presença Pedagógica nº 83, volume14, setembro/outubro de 2008. Disponível em: www.presencapedagogica.com.br/capa6/artigos/83.pdf acesso em 21/07/2016.

THIRÉ, Cecil; MELLO E SOUZA, Júlio César. Mathematica, 1º anno. 2.ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1932.

VALE, José Misael Ferreira et al. Escola pública e sociedade. São Paulo: Saraiva/ Atual, 2002.

VIANNA, Carlos Roberto. Usos didáticos para História da Matemática. Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática. (org) Fernando Raul Neto. Recife(PE): SBHMat, 1998.