UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
CAMPUS DE TRÊS LAGOAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

MARIANE OCANHA

UMA INTRODUÇÃO À TRIGONOMETRIA COM APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Três Lagoas – MS
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
CAMPUS DE TRÊS LAGOAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

UMA INTRODUÇÃO À TRIGONOMETRIA COM APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campus de Três Lagoas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Renato César da Silva

Três Lagoas – MS
2016

Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
Pólo de Três Lagoas

UMA INTRODUÇÃO À TRIGONOMETRIA COM APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

por

MARIANE OCANHA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campus de Três Lagoas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Banca examinadora:

Renato Cesar da Silva
____
Prof. Dr. Renato César da Silva (Orientador)
UFMS/CPTL

Edivaldo Romanini
____
Prof. Dr. Edivaldo Romanini
UFMS/CPTL

Rangel Ferreira do Nascimento
____
Prof. Dr. Rangel Ferreira do Nascimento
Centro Universitário Toledo/Araçatuba

Julho de 2016

À Deus,

Aos meus pais Wilson e Maria Luiza,

Ao meu namorado Hugo,

Ao meu professor orientador Renato.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me sustentado e guiado até aqui.

Aos meus pais e ao meu namorado, por todo carinho, incentivo e compreensão, em todos os momentos.

Ao meu orientador, prof. Dr. Renato César da Silva, por toda dedicação, paciência, conselhos e auxílio, de modo especial, na elaboração desse trabalho.

Aos meus colegas de turma, pelo companheirismo e por contribuírem com meu aprendizado.

A todos os professores dessa instituição, pelo compromisso com o ensino e por tanto terem cooperado com minha formação.

Por fim, agradeço ao coordenador do curso, prof. Dr. Antônio Carlos Tamarozzi, por todo apoio dado aos seus alunos.

RESUMO

Esse trabalho busca, principalmente, dar sentido ao ensino de Trigonometria proposto pelo currículo das escolas de educação básica, utilizando como ferramenta de auxílio pedagógico, a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel. Sabe-se que a sociedade tem passado por constantes transformações e que essas transformações, sejam elas tecnológicas ou comportamentais, influenciam diretamente a vida dos jovens e, de modo especial, seu aprendizado em sala de aula. Com as novas tecnologias, as informações são obtidas em grandes quantidades e quase instantaneamente, o que dificulta o método tradicional de ensino, que tem o professor como detentor da verdade e único transmissor de conhecimentos. Assim, cabe às escolas acompanhar a modificação de seus alunos e tornar as aulas mais interessantes e com sentido para eles. O professor deve adotar um novo papel, o de mediador, e os estudantes devem adotar uma postura ativa diante do processo de ensino e aprendizado. Nesse contexto, propõem-se atividades introdutórias de Trigonometria com aprendizagem significava, pois dessa forma acredita-se que a memorização e o aprendizado dos estudantes ocorrem de maneira mais eficaz. Pode-se observar o quanto é importante esse processo ao realizar-se uma breve análise de questões de alguns vestibulares e do ENEM, que refletem a evolução do ensino-aprendizado e a importância de uma nova abordagem dentro das salas de aulas.

Palavras – chave: Introdução à Trigonometria; Aprendizagem significativa; Ensino Médio.

ABSTRACT

This study aims, mainly, to make sense of teaching trigonometry proposed by the curriculum of basic education schools, using as teaching aid tool, the theory of meaningful learning of David Ausubel. It is known that the society has passed by constant changes and that these changes, technological or behavioral have directly influence on lives of teenagers and, especially, their learning in the classroom. With new technologies, the information is obtained in large quantities and almost instantly, which complicates the traditional method of teaching, which is the teacher as keeper of the truth and only communicator of knowledge. So, it is task of schools follow the students change and become lessons more interesting and meaningful for them. Teacher should adopt a new role, the mediator, and students should adopt an active attitude on teaching and learning process. In this context, it is proposed introductory Trigonometry activities with meaningful learning, because that way it is believed that memorization and student learning occur more effectively. It can be seen how important this process to be carried out a brief analysis about some entrance exams questions and ENEM, which reflects the evolution of the teaching-learning and the importance of a new approach in the classroom.

Keywords: Trigonometry Introduction; meaningful learning; High school.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELA

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A organização escolar está, desde o princípio, intimamente ligada com a sociedade e com as suas necessidades. No Brasil, a escolarização teve início com a colonização, isto é, com a chegada dos portugueses no ano 1500.

Encontrando aqui a população indígena, os portugueses iniciaram um processo de instrução e catequese. Pode-se dizer que o primeiro plano educacional do Brasil surgiu nesta época e tinha como referência a colônia (Portugal).

Muito foi preciso ser reformulado para que a escola chegasse aos modelos atuais. Dois fatores, muitas vezes contraditórios, determinaram transformações com o passar do tempo (e determinam até hoje).

Segundo Ribeiro (2007), a contradição existente é resultado da escola ter que atender a uma determinada clientela (quantidade) e atendê-la bem (qualidade).

Esta contradição entre quantidade e qualidade motiva a criação de leis e diretrizes que servem de medidas para fazer da educação um direito de todo cidadão. Direito esse, assegurado pelo governo.

Deve-se saber que nem sempre foi assim, mas, mesmo antes do processo de escolarização, o conhecimento era transmitido de geração em geração de acordo com as necessidades de cada população. Essa transmissão de saberes tornou-se o cerne da educação.

> Ao longo da história, os conhecimentos foram sendo produzidos não de forma cumulativa, isto é, do mesmo modo como se constrói uma parede colocando tijolo sobre tijolo, mas de maneira dinâmica, com ressignificações sucessivas em busca das representações viáveis e coerentes com o mundo das experiências humanas (MORETTO, 2003, p. 120).

Por exemplo, antes da invenção da escrita, o homem buscava fazer marcações, desenhos, ou utilizar instrumentos que servissem como registro de seus afazeres. Com a escrita, fazer anotações cotidianas e registros passou a ser mais simples.

O homem sempre buscou evoluir e parte dessa evolução só foi possível graças à escolarização, processo em que os homens aprendiam e transmitiam seus conhecimentos, ou seja, ensinavam aquilo que haviam adquirido com sua experiência.

Com a Matemática não foi diferente. Por volta dos séculos IX e VIII a.C. ela já era utilizada na Babilônia e no Egito como ferramenta auxiliar daquele povo. E somente nos séculos VI e V a.C. é que ela começou a ganhar forma de ciência, na Grécia.

Uma das evidências da utilização da Matemática no antigo Egito é a pirâmide, como ilustrada na Figura 1. As pirâmides, além de serem grandes construções, são marcadas pela regularidade de suas formas, porém pouco se sabe sobre como foram construídas ou como os engenheiros e matemáticos da época planejaram seu desenvolvimento.

Figura 1 – Pirâmide de Quéops, no Egito.

Fonte: < http://gigantesdomundo.blogspot.com.br/2012/01/queops-piramide-mais-alta-do-mundo.html > Acesso em: 11 fev 2016.

De acordo com a necessidade de cada época, foram aparecendo diversas áreas da Matemática, dentre elas a Geometria e a Trigonometria.

> O desenvolvimento da trigonometria está intimamente ligado ao da geometria. Neste campo, a Grécia produziu grandes sábios; entre eles **Thales** (625 - 546 a.C.), com seus estudos de semelhança que embasam a trigonometria, e seu discípulo **Pitágoras** (570 - 495

> a.C.). Conjectura-se que este último tenha feito a primeira demonstração do teorema que leva seu nome: *“Em todo triângulo retângulo a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos”*. Deste teorema deriva a relação fundamental da trigonometria (COSTA, p. 5, grifo do autor).

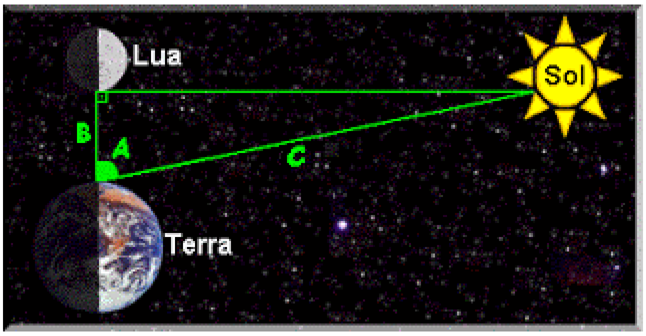
Através de estudos relativos à Astronomia, agrimensura e navegações foram surgindo os primeiros conceitos trigonométricos da história, em diversas regiões, ou seja, vários povos puderam contribuir para sua construção.

> Os babilônios tinham grande interesse pela Astronomia, tanto por razões religiosas, quanto pelas conexões com o calendário e as épocas de plantio. É impossível estudar as fases da Lua, os pontos cardeais e as estações do ano sem usar triângulos, um sistema de unidades de medidas e uma escala (COSTA, p. 3).

“A Astronomia é a ciência que estuda a origem, evolução, composição, classificação e dinâmica dos corpos celestes” (GONÇALVES; MAGALHÃES; PEREIRA, 2007, p. 6).

O astrônomo Hiparco de Nicéia recebeu o título de pai da Trigonometria por ter construído a primeira tabela trigonométrica que se conheceu, além de ter sido responsável pela divisão do círculo em 360º. Hiparco ainda desenvolveu uma matemática aplicada, pode-se ver um exemplo de aplicação na Figura 2, para estimar os movimentos dos astros e o acontecimento de eclipses, fundamental para a elaboração de um calendário mais preciso e para aumentar a segurança das grandes navegações. Também Ptolomeu foi muito importante para este conhecimento, apresentando o cálculo dos valores de seno para ângulos de 0º a 90º.

Figura 2 – Matemática utilizada por Hiparco para prever eclipses, conhecer distâncias e movimentos dos astros.



Fonte: < http://aulasdematem.blogspot.com.br/2008_05_01_archive.html > Acesso em: 29 jun 2016.

Hiparco e Ptolomeu foram fundamentais para o desenvolvimento da Matemática e da Astronomia. Questões como medição de ângulos e cálculo de distâncias inacessíveis, utilizadas na Astronomia, eram resolvidas com a utilização de fundamentos trigonométricos, o que impulsionou os estudos desse ramo da matemática.

Trigonometria e Astronomia caminharam juntas por um longo tempo, porém a primeira apresentava aplicações em outras áreas e essas passaram a ser exploradas separadamente.

“No século XVII, com Descartes, Fermat e outros, surge a Geometria Analítica e desenvolve-se a Trigonometria” (NETO, 1994, p. 16).

Devido à sua origem, a Trigonometria foi considerada como uma extensão da Geometria.

“A Trigonometria trata da resolução de problemas envolvendo triângulos. A origem dessa palavra é grega: *trigonos* significa ‘triângulo’ e *metrein* significa ‘medir’“ (SMOLE; DINIZ, 2010, p. 235).

Com seu desenvolvimento muitos assuntos podem, ainda nos dias de hoje, ser tratados de maneira mais funcional, devido à sua importância e versatilidade.

> A Trigonometria tem um enorme valor prático em variados campos, como Engenharia, Arquitetura, navegação marítima ou aérea e Astronomia. Ela também está na base do estudo de fenômenos periódicos da Física, da Medicina e da Eletrônica (SMOLE; DINIZ, 2010, p. 235).

Apesar de ser um assunto atual e de evoluir com o passar dos anos, a Trigonometria muitas vezes é apresentada como um aglomerado de fórmulas que não fazem sentido algum.

Esse trabalho busca, dentre outras coisas, dar sentido ao ensino de Trigonometria proposto pelas escolas de educação básica, utilizando como ferramenta de auxílio, a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel. No capítulo 2 encontra-se uma breve abordagem acerca da legislação que rege o ensino das escolas, assim como da Trigonometria presente nos currículos da educação básica. No capítulo 3 pode-se conhecer a teoria da aprendizagem significativa e sua importância para melhorar o ensino.

Já no capítulo 4 apresentam-se propostas de atividades para a introdução a Trigonometria. Espera-se que essas propostas sirvam de modelo e inspiração para que outros conteúdos sejam também explorados e trabalhados com a aprendizagem significativa. Ao final, no capítulo 5, encontram-se algumas considerações finais que exemplificam a importância de uma nova abordagem de ensino, que acompanha as mudanças sociais e do mundo.

2 ESCOLA/LEGISLAÇÃO

Como visto no capítulo 1, desde a antiguidade os homens buscavam descobrir coisas novas, adaptar as que já existiam e registrar seus feitos para que fossem repassados futuramente. Iniciava-se ali o processo de aprender e de ensinar.

Mas afinal, o que é ensinar? E de que maneira é possível ensinar?

Com o surgimento da escola, questões como essas passaram a ser cada vez mais frequentes e objetos de estudo, o que foi permitindo a sua configuração.

Sabe-se que a escola apresenta fundamental importância na construção da sociedade, visto que é capaz de formar indivíduos capazes de raciocinar e compreender o mundo. Essa mesma escola precisou e precisa acompanhar o desenvolvimento do homem e sua evolução. Sendo assim, qual seu papel dentro da sociedade moderna?

Diante de sua responsabilidade social, a escola ganhou espaço dentro das políticas públicas e passou a ter norteadores criados pelo governo. Também os indivíduos passaram a ser orientados e incentivados a estudar, ou seja, a frequentar as escolas.

2.1 ORGANIZAÇÃO DO ENSINO

Os cidadãos possuem hoje o direito à educação básica com acesso gratuito, incluindo pré-escola, ensino fundamental e ensino médio. Esta educação deve ser de qualidade e seguir orientações dadas pelo Ministério de Educação (MEC) junto à Secretaria de Educação Básica (SEB), visando oferecer uma formação básica comum.

Segundo consta no portal do MEC, a educação básica é norteada por documentos que são a Lei nº 9.394, que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica e o Plano Nacional de Educação, aprovado em 26 de junho de 2014 pelo Congresso Nacional. Outros documentos fundamentais são a Constituição da República Federativa do Brasil e o Estatuto da Criança e do Adolescente.

É de responsabilidade da União, disponibilizar o Plano Nacional de Educação (PNE), responsável por nortear o ensino de todo o país. Dentro deste Plano, cada Estado, juntamente com seus Municípios, pode organizar seu currículo como melhor for para sua realidade, criando políticas e diretrizes que contribuam para o desenvolvimento eficaz do PNE. Cada Município deve também ter suas propostas pedagógicas que garantam a eficácia do ensino.

“A educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores” (BRASIL, 1996, art. 22.).

Os professores ganham papel importante neste contexto, pois são os responsáveis por colocar em prática o que a matriz curricular propõe e orientar diretamente os estudantes no processo de aquisição do saber.

Segundo a Lei nº 9.394 (1996), a etapa final da educação básica, o Ensino Médio, tem como uma de suas finalidades, fazer com que os estudantes relacionem a teoria com a prática, em cada disciplina, e estimular a iniciativa dos estudantes.

Quando o professor propõe em sala de aula atividades que colocam o aluno como membro ativo do processo de ensino-aprendizagem e para isso, utiliza situações reais e, quando possível, presentes no cotidiano dos estudantes, é cumprido o que é proposto em Lei.

Além do PNE, o ensino de nosso país tem como norteadores as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

“São estas diretrizes que estabelecem a base nacional comum, responsável por orientar a organização, articulação, o desenvolvimento e a avaliação das propostas pedagógicas de todas as redes de ensino brasileiras” (BRASIL, 2013, p. 4).

2.2 A TRIGONOMETRIA NAS ESCOLAS

Com o intuito de exemplificar o processo de ensino-aprendizagem, transformado com a evolução da sociedade e que gera atualmente uma nova relação professor/aluno, foi escolhido, dentro da Matemática, o tema Trigonometria e espera-se que a escolha deste tema sirva como inspiração para o tratamento de outros conteúdos.

Com a escolha da Trigonometria, faz-se necessário esclarecer que tal conteúdo não está contido nos Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental, ou seja, de acordo com a base nacional comum, não é importante que este assunto seja tratado até o 9º ano. A Trigonometria surge, portanto, somente no Ensino Médio, podendo ainda ser dividida ao longo das três séries finais da educação básica.

> Apesar de sua importância, tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. Outro aspecto importante do estudo deste tema é o fato desse conhecimento ter sido responsável pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas que os homens se propuseram e continuam se propondo (BRASIL, 2002, p. 122).

As aplicações devem ser consideradas e assim sendo tornam-se fatores facilitadores do ensino-aprendizado, além de fazerem parte dos objetivos a serem alcançados na etapa final da educação básica.

> Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico (BRASIL, 2006, p. 69).

De acordo com Brasil (2006), existem duas correntes que caracterizam o processo de ensino e aprendizagem. A primeira, e também a mais utilizada, identifica o ensino como transmissão de conhecimento e a aprendizagem como recepção de conteúdos. Já a segunda, pouco explorada, transfere para o aluno, em grande parte, a responsabilidade pela sua própria aprendizagem e ao professor cabe o papel de mediador, gerador de situações que propiciem, ao aluno, a construção do conhecimento.

> A primeira concepção dá origem ao padrão de ensino "definição exemplos exercícios", ou seja, a introdução de um novo conceito dar-se-ia pela sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos, que serviriam como padrão, e aos quais os alunos iriam se referir em momentos posteriores; a cadeia seria fechada com a apresentação de um grande número de exercícios, bastante conhecidos como "exercícios de fixação".
> Já na segunda concepção, tem-se o caminho inverso, ou seja, a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação-problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conhecimento (BRASIL, 2006, p. 81).

Como forma de auxílio aos professores, os PCNs buscam trazer orientações e sugestões no campo metodológico. Tais parâmetros desejam capacitar e aperfeiçoar a prática docente, abolindo o ensino mecânico.

> Ao se estabelecer um primeiro conjunto de parâmetros para a organização do ensino de Matemática no Ensino Médio, pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para a sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional (BRASIL, 2000b, p.40).

São necessárias mudanças que acompanhem a realidade em que cada escola está inserida. E dentro dessa realidade torna-se fundamental a elaboração de estratégias que conduzam o aprendizado de maneira eficaz.

Levar em consideração a história da Matemática e o contexto em que cada conteúdo surgiu, é importante tanto para o professor, que passa a entender a construção do conhecimento e dessa forma é capaz de reproduzi-lo de maneira mais eficiente e concreta, quanto para o aluno que consegue ver a importância do conteúdo estudado para a sociedade desde a antiguidade, onde surgiu.

Cada conteúdo tem a sua importância e uma essência que precisa ser captada e explorada por cada professor junto aos seus aprendizes.

> Os temas devem, ainda, permitir uma articulação lógica entre diferentes ideias e conceitos para garantir maior significação para a aprendizagem, possibilitar ao aluno o estabelecimento de relações de forma consciente no sentido de caminhar em direção às competências da área e, até mesmo, tornar mais eficaz a utilização do tempo disponível (BRASIL, 2002, p. 119).

Conforme Brasil (2002), a Trigonometria é um tema capaz de exemplificar a relação da aprendizagem Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, sem investir excessivamente no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos.

> Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa (BRASIL, 2000b, p. 44).

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+ Ensino Médio) traz o conteúdo de matemática, a ser trabalhado no ensino médio, dividido em três grandes eixos (Álgebra: números e funções, Geometria e medidas, Análise de dados). A articulação dos temas deve ser feita de maneira lógica e concomitante nos três anos.

O primeiro eixo, Álgebra, vem subdividido em duas unidades temáticas. A primeira é variação de grandeza e a segunda, Trigonometria. Cada unidade temática vem com propostas de conteúdos e habilidades a serem desenvolvidos. A seguir, vê-se o que é apresentado acerca da Trigonometria.

> Trigonometria: do triângulo retângulo; do triângulo qualquer; da primeira volta.
>
> • Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.

> • Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais (BRASIL, 2002, p. 123).

Em cima do que é proposto para o ensino da Trigonometria, cada Estado pode utilizar aquela que considerar como melhor estratégia para varredura dos conceitos básicos de tal assunto, o que pode variar de região para região conforme a população presente. Mas, vale também lembrar que a sociedade está em constante mudança e existem realidades influenciando os estudantes de todo o país e que interferem no processo de ensino-aprendizagem.

> Nos dias atuais, a inquietação das "juventudes" que buscam a escola e o trabalho resulta mais evidente do que no passado. O aprendizado dos conhecimentos escolares tem significados diferentes conforme a realidade do estudante. Vários movimentos sinalizam no sentido de que a escola precisa ser repensada para responder aos desafios colocados pelos jovens (BRASIL, 2013, p. 146).

Os estudantes, em geral, fazem parte de uma geração tecnológica com fácil acesso a informações e comunicação instantânea. Além disso, muitos jovens já estão inseridos no mercado de trabalho. Isto dificulta o interesse deles por conteúdos que possam parecer "inúteis", que não utilizam algum conhecimento prévio e não tenham uma aplicabilidade demonstrável.

> Muitos jovens abandonam a escola ao conseguir emprego, alegando falta de tempo. Todavia, é possível que, se os jovens atribuíssem um sentido mais vivo e uma maior importância à sua escolarização, uma parcela maior continuasse frequentando as aulas, mesmo depois de empregados (BRASIL, 2013, p. 156).

Esta nova geração é marcada pelo instantâneo, tudo é muito rápido e mudanças ocorrem a todo tempo ao seu redor.

> Essas novas exigências requerem um novo comportamento dos professores que devem deixar de ser transmissores de conhecimentos para serem mediadores, facilitadores da aquisição de conhecimentos; devem estimular a realização de pesquisas, a produção de conhecimentos e o trabalho em grupo. Essa transformação necessária pode ser traduzida pela adoção da pesquisa como princípio pedagógico (BRASIL, 2013, p. 163).

A escola não pode continuar a mesma, visto que seu público está se modificando. Outra proposta que também pode auxiliar o professor em sala de aula é a utilização da tecnologia a seu favor. Tecnologia e Matemática estão intimamente ligadas e, ao apresentar esta relação aos estudantes, o aprendizado pode adquirir um novo sentido.

> Nesse movimento de constantes transformações sociais e tecnológicas, cabe à escola adaptar-se às novas realidades e, mais do que isso, cumprir seu papel fundamental de preparar indivíduos capazes de promover novas mudanças sociais (MORETTO, 2003, p. 96).

O estudante precisa reconhecer sua importância diante do processo de ensino-aprendizagem e o professor precisa acompanhar a evolução de seu tempo para que consiga motivar, de maneira significativa, seu aluno. Professor e aluno precisam trabalhar juntos.

“Educar é a principal função da escola, mas as variações do modo de ensinar determinam diferenças nos resultados obtidos. Até há pouco tempo, ensinar era sinônimo de transmitir informações, mas as ideias pedagógicas mudaram” (BICUDO, 1999, p. 154).

Existem alguns conteúdos que exigem um pouco mais de seus professores, visto que as aplicações não são claramente observadas ou citadas, e isso ocorre até mesmo com professores experientes, que precisam buscar novas fontes para motivar seus aprendizes, o que nem sempre é fácil ou natural.

> Apesar de a matemática ser utilizada e estar presente na vida diária, exceto para quem já compartilha deste saber, as ideias e os procedimentos matemáticos parecem muito diferentes dos utilizados na experiência prática ou na vida diária (BICUDO, 1999, p. 162).

Se para os professores, algumas vezes, esta relação já não se faz tão claramente, tampouco para seus alunos. Justamente esses conteúdos, mais difíceis de relacionar com o cotidiano, precisam de um tratamento especial para serem fixados e não mais esquecidos ou perdidos.

A Trigonometria encaixa-se dentro deste contexto, já que alguns de seus tópicos são trabalhados quase que mecanicamente, sem receber sentido algum, ou ter aplicação citada.

> Sérgio Apparecido Lorenzato, professor na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, lembra que, quando dava as aulas na educação básica, não gostava de ensinar trigonometria, por ser um conceito muito abstrato. [...] Nem ele via beleza em ficar jogando elementos de um lado para outro para encontrar um número que representa um ângulo. Achava o assunto muito árido e difícil de manter os alunos interessados. ‘Só conseguia dar um argumento: cai no vestibular’, conta Sérgio. ‘Isso é muito triste, mas faz parte da herança educacional que temos. ’ (VIANA, 2013, p. 34).

Na tentativa de desmistificar tal conteúdo, este trabalho traz propostas de atividades abordando o tema Trigonometria. Mas, por tratar-se de um tema muito abrangente, apenas alguns tópicos serão apresentados.

3 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Olhando para a matemática como um todo, pode-se observar que os conteúdos podem ser apresentados de diferentes maneiras, como mencionado anteriormente. Tais maneiras são basicamente determinadas pelos professores. As variantes existentes fazem dos estudantes membros ativos do processo de ensino-aprendizagem ou simplesmente espectadores.

> Se um professor “eficiente” escreve na lousa e explica que a soma das medidas dos ângulos de um triângulo é 180º, o aluno normal aprende. Se, ao contrário, o professor propõe atividades que levam o aluno a descobrir essa propriedade, o aluno também aprende. Em termos de conteúdo, os resultados finais são os mesmos, mas o segundo processo permite atingir muitos outros objetivos, inclusive em níveis comportamentais (NETO, 1994, p. 7).

Quando o aluno é colocado diante de uma situação real e consegue enxergar ali elementos conhecidos por ele e, partindo do que já conhece, consegue ampliar seus conhecimentos, o assunto estudado ganha significado e é mais facilmente assimilado e armazenado. O aluno passa a construir aquilo que aprende.

> Para construir o saber, o aprendiz aplica os seus conhecimentos e modos de pensar ao objeto de estudo; age, observa, seleciona os aspectos que mais chamam a sua atenção, estabelece relações entre os vários aspectos deste objeto e atribui significados a ele, chegando a uma interpretação própria (BICUDO, 1999, p. 158).

Dentro dessa nova perspectiva do ensino-aprendizado, o professor passa a ter o papel de mediador e não mais de detentor de todo o conhecimento. O professor deixa de ser aquele que guarda todas as verdades absolutas e passa a ser o que orienta seus alunos para que construam o saber.

Para que a construção do saber seja eficiente, são permitidas e necessárias utilizações de diversos materiais de auxílio didático, como softwares, materiais concretos, situações problemas que ilustrem situações reais, etc.

Para Viana (2013), outra forma de ajudar os alunos é usar aplicações práticas, como por exemplo, discutir como o engenheiro de uma ponte deve pensar dum jeito matemático para calcular a largura do rio e para isso usa Trigonometria.

As aulas passam a serem laboratórios, à medida que situações reais são focadas e utilizadas como instrumentos de ensino. Consequentemente, a bagagem natural dos aprendizes é levada em consideração, o aprendizado torna-se mais prazeroso e, portanto, adquiri um significado diferente para os alunos.

> Cabe ao professor planejar situações problemáticas (com sentido, isto é, que tenham significado para os estudantes) e escolher materiais que sirvam de apoio para o trabalho que eles realizarão nas aulas. Atividades que propiciem a sua manifestação sobre os dados disponíveis e possíveis soluções para os problemas que desencadeiem suas atividades intelectuais (BICUDO, 1999, p. 165).

"A escola deve planejar suas atividades de modo que o aluno possa partir de elementos cognitivos que se encontram em seu repertório, para então construir o novo" (NETO, 1994, p. 34).

É preciso ter claro que cada aluno possui heranças matemáticas que são adquiridas ao longo de sua vida dentro e fora da escola. Cada um já traz consigo conceitos matemáticos, geométricos, estatísticos, entre outros, que foram desenvolvidos no seu dia a dia e também com o passar dos anos escolares. Essa bagagem deve ser levada em consideração e quando tomada como base, faz com que o aprendizado seja retido pelo estudante de maneira mais eficaz, tendo significado.

"O professor tem de partir de onde a pessoa está em termos de conhecimento e, se puder mostrar desenhos ou usar objetos que possa pegar nas mãos, ajuda o aluno a entender as explicações tradicionais" (VIANA, 2013, p. 34).

Segundo Ausubel (1968) apud Moretto (2003), o fator mais importante que influencia a aprendizagem é o que o aluno já sabe. Deve-se investigar isso e prosseguir com o ensino como sendo uma consequência.

> Esse paradigma vem se constituindo em um movimento de ressignificação do processo de ensino e de aprendizagem. Isso ocorre quando se considera que os estudantes possuem a potencialidade de aprender – princípio da educabilidade. O que os diferencia são seus percursos de aprendizagem. Tais percursos são condicionados pelas histórias de vida dos aprendentes e pela diversidade sociocultural das escolas (SILVA; HOFFMANN; ESTEBAN, 2013, p. 12).

3.1 A TEORIA DE AUSUBEL

Estudante de um colégio norte-americano, David Paul Ausubel, filho de imigrantes judeus, passou por um processo de ensino-aprendizagem tido por ele como doloroso, sentia-se prejudicado por não ter seus conhecimentos prévios e sua vida particular levados em consideração. Para Ausubel, o conhecimento precisa ser ancorado naquilo que cada um já tem como base e assim, o aprendizado torna-se significativo.

Ausubel desenvolveu a teoria da aprendizagem significativa. Essa teoria é consideravelmente recente, foi apresentada no ano de 1963 e introduzida no Brasil na década de 70, porém alguns de seus fundamentos já reinavam no cenário da educação e eram defendidos por outros estudiosos, antes mesmo de Ausubel ser conhecido. Por exemplo, está de acordo com teorias de Jean Piaget e Lev Vygotsky.

A teoria ausubeliana surge para auxiliar os professores, assim como as escolas, na melhora de seus desempenhos buscando a adaptação às dificuldades encontradas na sociedade atual.

> Nessa linha de pensamento, o espaço educativo transforma-se em ambiente de desafios pedagógicos que dinamizam e significam a aprendizagem, compreendida como construção de conhecimentos e desenvolvimento de competências em vista da formação do cidadão (SILVA; HOFFMANN; ESTEBAN, 2013, p. 12).

Para Moreira (2009), a teoria de Ausubel tem como centro a aprendizagem significativa, processo em que uma nova informação se relaciona a um aspecto relevante da estrutura cognitiva da pessoa.

> Pode-se, então, dizer que a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação "ancora-se" em conceitos relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva. Ou seja, novas ideias, conceitos, proposições podem ser aprendidos significativamente (e retidos), na medida em que outras ideias, conceitos, proposições, relevantes e inclusivos estejam, adequadamente claros e disponíveis, na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem às primeiras (MOREIRA, 2009, p. 8).

“O ‘subsunçor’ é um conceito, uma ideia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de ‘ancoradouro’ a uma nova informação de modo que esta adquira, assim, significado para o indivíduo" (MOREIRA, 2009, p. 8).

Existem dois fatores que influenciam diretamente na aprendizagem significativa e que são necessários para que ela ocorra, além de estarem interligados. O primeiro deles diz respeito ao material didático utilizado no ensino-aprendizado, este deve ser potencialmente significativo, ou seja, precisa ter um significado lógico e permitir a associação do conteúdo com subsunçores do indivíduo. O segundo fator é o próprio indivíduo, que precisa estar predisposto a aprender e conter em sua estrutura cognitiva os fundamentos necessários para acompanhar o material didático.

Ou seja, o material didático precisa conter informações já conhecidas pelo aprendiz, enquanto que o aprendiz deve estar disposto a utilizar seu conhecimento prévio como base para ampliação de seu repertório, sendo este solidificado e ganhando significado à medida que se fundamenta em conceitos já conhecidos. Dessa forma, o processo de ensino-aprendizagem passa a ter nova forma e, professor e aluno, adquirem novas responsabilidades.

> [...] não basta ao aluno adquirir informações isoladas (nomes, datas, fórmulas e definições), mas é preciso que estabeleça relações entre elas, dando significado à própria aprendizagem. Assim, o conceito de aprendizagem significativa vem substituir o de aprendizagem como simples memorização – "de cor!" (MORETTO, 2003, p. 103).

Para o professor, não é mais suficiente que conheça a teoria do que irá ensinar, mas é necessário que saiba relacionar com a prática e que consiga orientar o desenvolvimento de seu aluno a partir de conhecimentos prévios.

"[...] a contextualização deve ser vista como um dos instrumentos [...] para favorecer a atribuição de significados pelo aluno no processo de ensino e aprendizagem" (BRASIL, 2006, p. 95).

Dando sequência a esse trabalho, serão propostas atividades que contemplam o conteúdo de Trigonometria, como já citado anteriormente, utilizando-se a teoria da aprendizagem significativa.

4 PROPOSTAS DE ATIVIDADES

Com o objetivo de introduzir a Trigonometria, de forma significativa, a seguir são apresentadas sugestões de atividades que podem ser aplicadas em salas de aula do ensino médio, servindo como motivação aos estudantes e preparando-os para um estudo mais aprofundado do tema.

4.1 ATIVIDADE SUBSUNÇORES

Com base no que foi exposto no capítulo 3, sabe-se que o primeiro passo para a construção de uma aprendizagem significativa, é o reconhecimento dos subsunçores. Ou seja, é primordial que o professor, enquanto mediador, saiba quais conceitos preliminares são carregados por seus alunos. E, além do reconhecimento, é preciso resgatar, dentro da estrutura cognitiva dos estudantes, o que eles já conhecem e que servirá de âncora (base) para que progridam no ensino-aprendizado.

O professor, no entanto, consegue relembrar conceitos de ordem técnica, teórica. Mas, vale dizer que a vivência de cada indivíduo, a experiência cotidiana de cada um, influencia no aprendizado dos estudantes e também faz parte de seus subsunçores. Esta parte é exclusiva de cada um. Unindo-se cada conhecimento forma-se a base necessária para o progresso.

Ao falar da parte teórica a ser resgatada, são necessárias para a elaboração e boa execução de atividades, e do conteúdo em si, a investigação do conhecimento prévio do estudante (ou seja, quais conceitos ele já conhece, quais assuntos ele já domina...), a postura do professor como mediador diante de cada conceito trabalhado (o professor deve auxiliar, instigar o aluno a descobrir coisas novas, além de planejar atividades contextualizadas que possam ser relacionadas com situações cotidianas, existentes) e a interação entre os estudantes proporcionando um progressivo aumento de conhecimento.

Outro passo importante para o alcance da aprendizagem significativa é a motivação dos estudantes. Estudantes motivados tornam-se predispostos ao aprendizado e mais do que isso, são capazes de reter o conhecimento em sua estrutura cognitiva mais facilmente.

> [...] se o professor almeja uma aprendizagem significativa, é necessário identificar os conhecimentos prévios dos alunos e propor materiais, potencialmente significativos, que levem em conta esses conhecimentos, e que, também, possam contribuir para que os alunos tenham a predisposição para aprender, por meio de aspectos motivadores, como participação efetiva nas atividades propostas, atividades práticas relevantes, construção de materiais para dar sentido aos conceitos, entre outros (KLEIN, 2009, p. 35).

Dentro desta etapa de reconhecimento e resgate de conceitos, o professor é capaz de fechar lacunas de aprendizagem que os estudantes possam ter adquirido ao longo de seus anos escolares e assim, um alicerce seguro é construído.

Como já citado anteriormente, optou-se pela Trigonometria para uma abordagem diferente em sala de aula, focando a aprendizagem significativa. E como a Trigonometria está intimamente relacionada à Geometria, sendo a segunda fundamental para a criação da primeira, faz-se necessário retomar alguns conceitos geométricos e posteriormente criar um elo entre as duas áreas matemáticas. Pode-se dizer que os conceitos geométricos necessários à construção da Trigonometria, fazem parte dos seus subsunçores.

A Geometria faz parte do cotidiano de qualquer indivíduo. Alguns conceitos, é claro, não são reconhecidos pelos alunos, apesar de estarem presentes no dia a dia da maioria das pessoas. Sendo assim, um dos papéis do professor, é o de auxiliar seus estudantes a desvendarem a Geometria presente no mundo, já que esta caminha com a humanidade desde os primórdios.

> Quando se estuda a história da matemática verifica-se que a geometria foi uma das primeiras manifestações humanas que se tem registro. A necessidade do homem em resolver problemas envolvendo áreas de superfícies, volumes de sólidos, formas de utensílios utilizados no dia a dia e em disputas por território contribuiu imensamente para o início do desenvolvimento da geometria; sendo que aos poucos isto motivou nos estudiosos, curiosidades sobre as propriedades intrínsecas dos objetos geométricos que surgiam naturalmente em seus estudos (MACEDO; ROMANINI, 2014, p. 47).

A princípio, o professor deve além de resgatar na memória dos alunos conteúdos vistos anteriormente, explorar tópicos da Geometria que estão inseridos no dia a dia de cada estudante e que muitas vezes não são notados.

Para tanto, o professor precisa realizar um planejamento prévio visando a introdução do novo conceito (Trigonometria). Diz-se visando a Trigonometria, para que neste momento sejam explorados (revisados) conceitos geométricos de maior importância para o desenvolvimento do novo estudo e assim delimita-se uma parte da Geometria a ser trabalhada.

O professor precisa ter claro em mente quais estratégias serão usadas para atingir a aprendizagem significativa da Trigonometria. Para tanto, ele precisará elaborar dois tipos de planejamentos. O primeiro deverá abranger os subsunçores que podem ser resgatados com sua ajuda, enquanto o segundo partirá para o novo conhecimento a ser adquirido pelos estudantes. É importante observar que, dentro da aprendizagem significativa, não é possível introduzir um novo conteúdo sem a busca do conhecimento prévio do indivíduo, portanto o planejamento que envolve os subsunçores é de fundamental importância e a partir dele, os novos conceitos poderão ser ancorados naturalmente.

Devido à riqueza da Geometria, ainda que a primeira atividade seja para o estudo dos subsunçores e sendo delimitada uma parte dela, mesmo assim nem todo conteúdo geométrico necessário poderá ser revisado de uma única vez. O que se propõe, em um primeiro planejamento, é uma forma de instigar os estudantes a relembrarem um pouco do que já estudaram e conhecem e assim, de certa forma, prepará-los para que busquem outros conceitos sozinhos. Além disso, a cada atividade realizada, novos subsunçores serão resgatados (além dos que são discutidos na primeira atividade específica para eles).

Como referido anteriormente no texto, para o estudo da Trigonometria, os subsunçores a serem buscados permeiam a Geometria, assim sendo, o planejamento a ser elaborado deve iniciar com seu resgate. Sabe-se que a Geometria é uma ciência muito vasta. Para o estudo de Trigonometria deve-se focar a Geometria euclidiana plana, que recebe este nome graças ao matemático grego dos séculos IV e III a.C., Euclides de Alexandria, responsável por escrever a obra *Elementos*, de fundamental importância para o desenvolvimento da Geometria plana.

Pode-se citar dentre os conceitos presentes na Geometria euclidiana plana, os seguintes exemplos: ponto, reta, plano, figuras planas, polígonos, retas paralelas e perpendiculares, unidades de medidas de comprimento, ângulos, propriedades do triângulo, circunferência e círculo, ângulos opostos pelo vértice, ângulos formados por duas retas paralelas e uma reta transversal, medidas de ângulos, triângulos (elementos e congruência), simetria, eixo de simetria, mediana, altura e bissetriz, Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras, relação métrica do triângulo retângulo.

De acordo com o referencial curricular do ensino fundamental, do estado de Mato Grosso do Sul, todos esses conceitos citados são (ou ao menos devem ser) trabalhados até o nono ano. Sendo assim, espera-se que os estudantes já tenham tido contato com eles, alguma vez na vida.

A seguir será apresentado o planejamento da primeira atividade, que tratará da Geometria euclidiana plana - alguns conceitos tidos como principais para a construção da Trigonometria - ou seja, alguns dos subsunçores. Como já dito, não se espera que toda Geometria seja revisada, ou que todos os subsunçores sejam "desvendados" em uma única proposta de atividade, porém, com este início, almeja-se motivar os estudantes, aguçar sua curiosidade, fazer com que desejem relembrar conteúdos que eles já sabem, mas que por não usarem há algum tempo podem parecer esquecidos. Nesta primeira proposta, busca-se alicerçar o estudo da Trigonometria, tendo claro que os subsunçores irão se completando à medida que novas atividades são propostas e também à medida que o professor vai conduzindo suas aulas. Para a elaboração do planejamento considera-se cada aula com duração de 50 minutos.

4.1.1 PLANEJAMENTO

Etapa de Ensino: Ensino Médio

Disciplina: Matemática

Quantidade de aulas: 2

CONTEÚDOS:

- GEOMETRIA EUCLIDIANA PLANA

    - Unidades de medidas de comprimento;
    - Ângulos;
    - Ângulos opostos pelo vértice;
    - Medidas de ângulos;
    - Triângulos (elementos e congruência);
    - Semelhança de triângulos;
    - Teorema de Tales;
    - Teorema de Pitágoras.

HABILIDADES/COMPETÊNCIAS:

- Identificar unidades de medidas de comprimento (múltiplos e submúltiplos);
- Calcular perímetro e área de figuras planas utilizando a unidade de medidas padrão;
- Classificar ângulos (reto, agudo, obtuso e raso);
- Resolver problemas envolvendo figuras planas;
- Identificar diferença entre retas paralelas e perpendiculares;
- Identificar ângulos congruentes;
- Classificar os triângulos quanto às medidas de lados e ângulos;
- Utilizar as propriedades do triângulo para resolução de problemas de ordem prática;
- Calcular perímetro e área dos triângulos;
- Perceber os diferentes tipos de ângulos;
- Resolver problemas envolvendo a aplicabilidade de medidas de ângulos;
- Identificar os elementos de um triângulo;

- Identificar que dois triângulos são congruentes quando possui lados correspondentes iguais;

- Reconhecer os casos de congruência (LAL, ALA, LLL);

- Aplicar o Teorema de Tales para resolver problemas;

- Estabelecer relação entre o triângulo retângulo com o Teorema de Pitágoras;

- Aplicar o Teorema de Pitágoras em problemas do cotidiano.

METODOLOGIA/ATIVIDADES A SEREM DESENVOLVIDAS:

Aula 1:

Os estudantes serão encaminhados à sala de tecnologias e, em duplas, utilizarão o computador com internet para realização de um estudo dirigido. O estudo será direcionado pelo professor, que oferecerá tópicos para a pesquisa e orientará os alunos durante todo o processo.

Aula 2:

Em sala de aula, os alunos serão divididos em três equipes. Cada equipe receberá (determinadas por sorteio) três questões referentes aos tópicos estudados na aula anterior. Além de resolver os exercícios selecionados, os estudantes deverão identificar as propriedades e conceitos geométricos utilizados e, a critério de cada equipe, um integrante por vez deverá apresentar a resolução de cada questão, sendo que cada aluno poderá resolver apenas uma questão para sua turma. Ou seja, como são três questões por equipe, cada equipe deverá selecionar três estudantes que irão resolver, explicando, as suas situações problemas. Esta etapa será realizada após a equipe toda participar da resolução dos mesmos.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:

Avaliar os estudantes quanto à participação durante a realização de cada atividade.

OBSERVAÇÕES:

A metodologia de ensino a ser adotada nas aulas, além de atingir os subsunçores, promove uma maior integração entre os estudantes, trabalho em equipe, estimula o protagonismo juvenil (já que o aluno torna-se membro ativo do ensino aprendizado), insere as novas tecnologias na sala de aula (tão presentes na vida dos estudantes atualmente), dentre outras coisas.

No capítulo 2, pode-se encontrar uma discussão a cerca da atual realidade da juventude, que enfrenta constantes transformações sociais e tecnológicas. A escola, portanto, precisa acompanhar tais transformações e adaptar-se de modo a formar seus estudantes de acordo com as necessidades sociais.

> Nos dias de hoje o aluno precisa saber buscar a informação de que necessita, realizando consultas na Internet para oportunizar aos estudantes a chance de construir seu próprio conhecimento, por meio da interação com o objeto, o que os estimulam a pensar, a alcançar níveis mais elevados de abstração, a refletir, a criar estratégias, manipular conceitos, acarretando consequências benéficas no que tange a adaptação às constantes mudanças sociais, assim como ao pleno exercício da cidadania e do trabalho (MATO GROSSO DO SUL, 2012b, p. 159).

Dessa forma, esta primeira atividade proposta, não se delimita ao estudo da Geometria, mas abrange uma realidade social. Realidade esta, que os estudantes precisam adaptar-se e que também é fundamental para seu desenvolvimento.

Destaca-se neste ponto que o planejamento acima apresentado pode ser adaptado para qualquer conteúdo. Para tanto, basta observar quais os principais pontos que devem ser resgatados e assim estimular nos alunos a busca dos subsunçores.

A seguir será apresentada uma proposta de atividades a serem desenvolvidas durante a segunda aula, referida no planejamento.

Antes, porém, deve-se lembrar, que para a realização da aula 2, a aula 1 já deve ter sido ministrada. Na aula 1, os alunos deverão pesquisar na internet (com o professor sempre observando e mediando as pesquisas) os conteúdos referentes à: unidades de medidas de comprimento, ângulos, ângulos opostos pelo vértice, medidas de ângulos, triângulos (elementos e congruência), semelhança de triângulos, Teorema de Tales e Teorema de Pitágoras. Uma ficha com tais tópicos deverá ser entregue pelo professor, aos estudantes, para que realizem este estudo dirigido. Feito isso, pode-se partir para a segunda etapa, ou seja, para a aula 2.

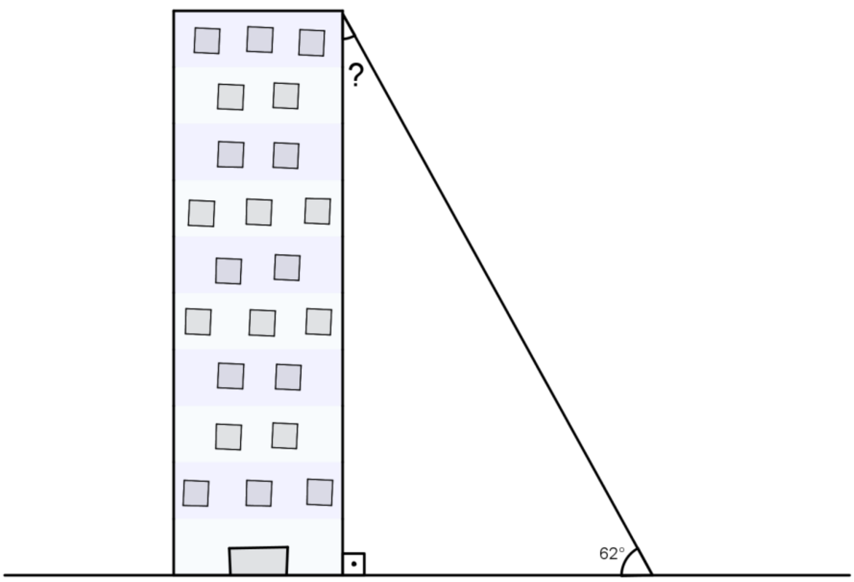
Na segunda parte do planejamento, que trás as atividades para serem resolvidas em equipes, propõe-se que o professor leve para a sala de aula nove questões, sendo uma em cada folha de papel. Assim, cada equipe, sem ver as perguntas, pegará aleatoriamente três papéis. O professor deverá delimitar o tempo que terão para resolver as questões e posteriormente para apresentá-las com as devidas soluções.

4.1.2 QUESTÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

Questão 1. (DANTE; Vol 1, 2010, p. 396).

Uma corda foi esticada do topo desse prédio até o chão. O ângulo determinado no chão pode ser medido: 62º. Qual é a medida do ângulo no topo desse prédio?

Figura 3 – ilustração da questão 1.



Fonte: do autor, baseado em DANTE; Vol 1, 2010, p. 396.

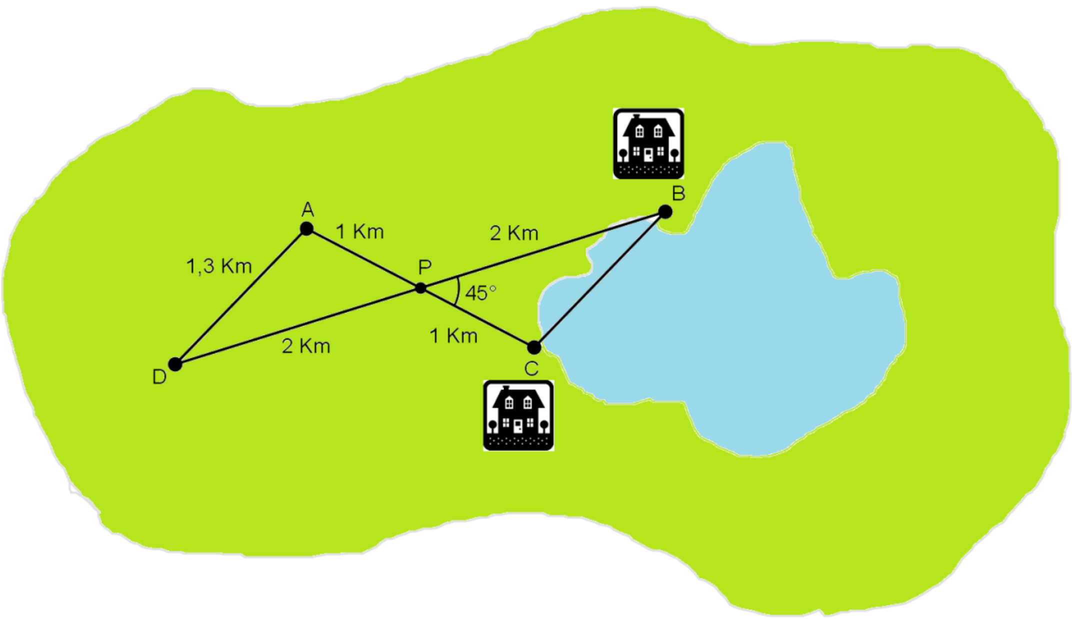
Para a resolução deste exercício os estudantes deverão primeiramente identificar a figura geométrica presente (triângulo). Analisando o triângulo identificado, deverão reconhecer seus ângulos medidos em graus. Dois dos ângulos do triângulo apresentam suas medidas. Um deles mede 62º e para saber a medida do outro, os estudantes deverão identificar o símbolo utilizado para o ângulo reto (que mede 90º). Feito isso, para a descoberta do valor do ângulo desconhecido, os estudantes precisarão lembrar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º. Assim, para encontrar a medida do ângulo x, no topo do prédio, basta que resolvam a seguinte equação:

$x + 90^\circ + 62^\circ = 180^\circ$.

Questão 2. (DANTE; Vol 1, 2010, p. 403).

Observe a figura abaixo e as medidas indicadas. É possível descobrir a distância BC entre as duas casas? Justifique.

Figura 4 – Ilustração da questão 2.



Fonte: do autor, baseado em DANTE; Vol 1, 2010, p. 403.

Nesta questão, os estudantes deverão identificar a presença dos triângulos ADP e CBP.

Olhando para o vértice P, deverão identificar a presença dos ângulos opostos pelo vértice $A\hat{P}D$ e $C\hat{P}B$, sendo ambos com medida igual a 45º.

Assim, os alunos poderão observar, além da congruência dos ângulos opostos pelo vértice, a igualdade das medidas dos seguintes lados: $\overline{AP}$ e $\overline{CP}$, $\overline{DP}$ e $\overline{BP}$. Tais igualdades de medidas (congruências) caracterizam o caso LAL de congruência de triângulos.

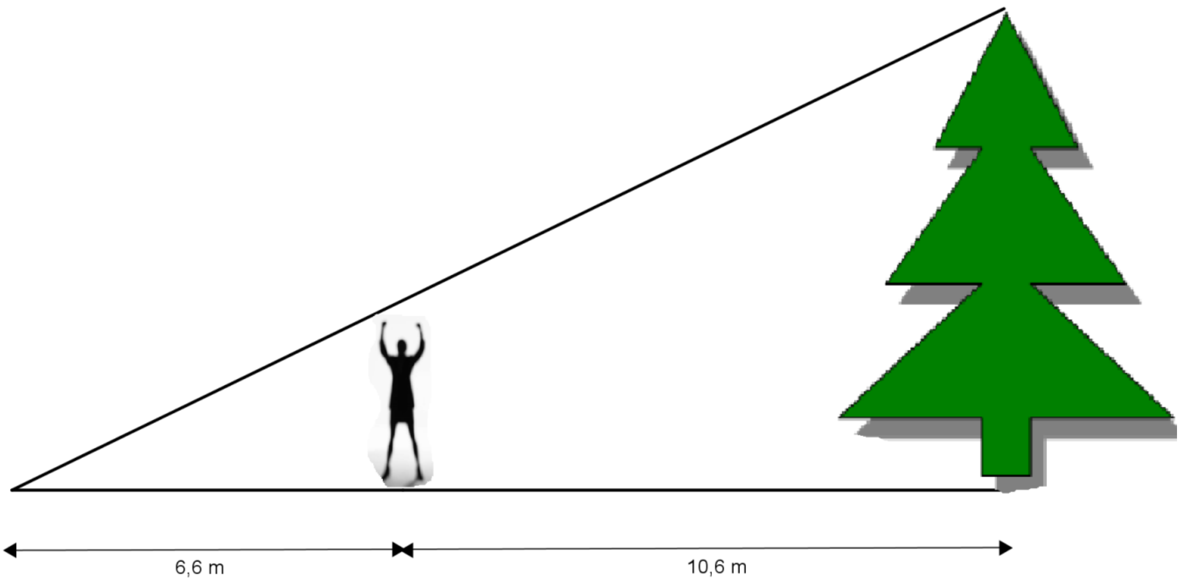
Como os triângulos são congruentes é sim possível determinar a medida de BC, que por sinal é a mesma medida do lado AD do triângulo ADP.

Aqui também os estudantes precisarão identificar que a sigla “km” refere-se à unidade de medida de comprimento: quilômetro.

Questão 3. (DINIZ; SMOLE, 2010, p. 240).

A altura de Milu é 1,65 m. Qual é a altura da árvore?

Figura 5 – Ilustração da questão 3.



Fonte: do autor, baseado em DINIZ; SMOLE, 2010, p. 240.

Para a resolução deste exercício, novamente os estudantes precisarão identificar os triângulos presentes. Além disso, deverão verificar que os ângulos formados entre Milu e o chão, e entre a árvore e o chão são ângulos retos o que fazem dos triângulos, triângulos retângulos.

Os alunos deverão observar que os ângulos presentes nos triângulos são congruentes, o que determina um caso de semelhança de triângulos e dessa forma poderão encontrar a altura da árvore.

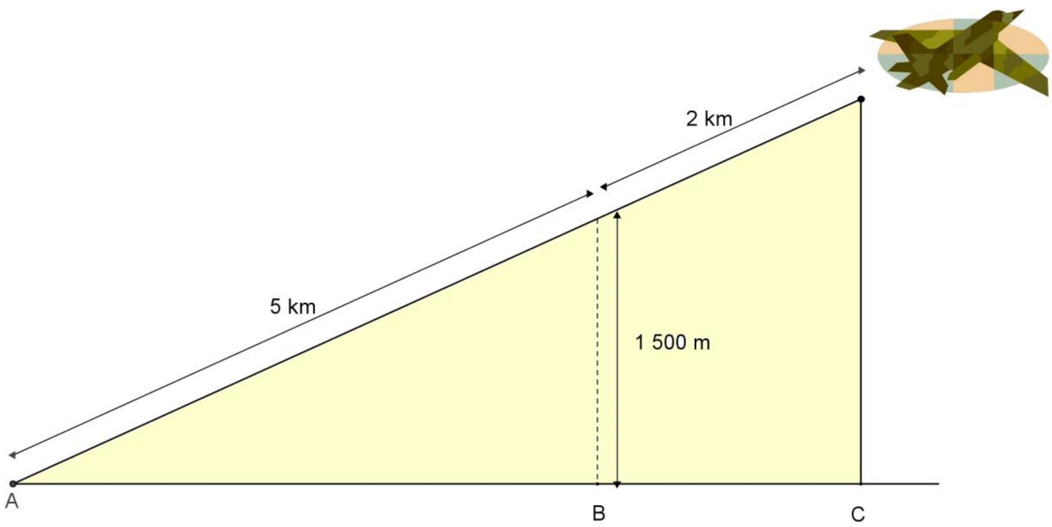
Aqui, a unidade de medida de comprimento presente é o metro (m) e deverá ser identificada.

Questão 4. (RIBEIRO, 2010, p. 317).

Um avião decola do ponto A e voa 5 km em linha reta, quando sobrevoa o ponto B, a uma altura de 1 500 m. Voando mais 2 km na mesma rota, o avião irá sobrevoar o ponto C, conforme a figura.

Qual será, em quilômetros, a altura do avião, em relação ao solo, ao sobrevoar o ponto C?

Figura 6 – Ilustração da questão 4.



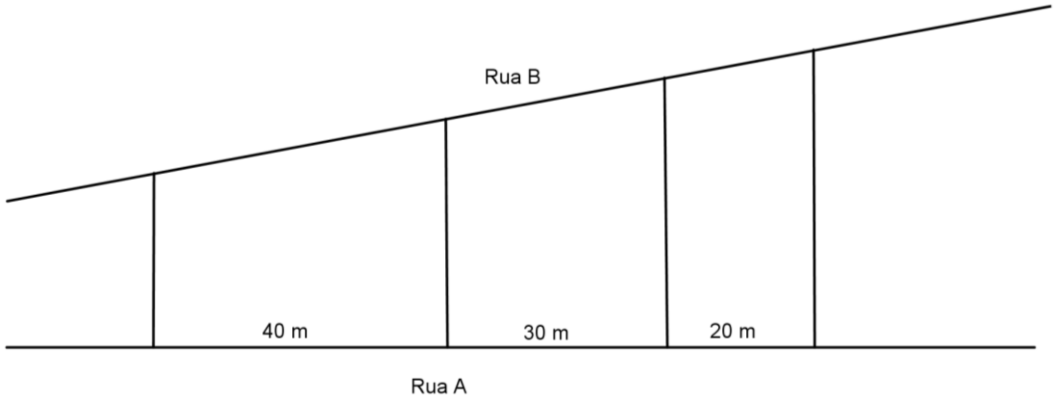
Fonte: do autor, baseado em RIBEIRO, 2010, p. 317.

A questão 4 apresenta também um caso de semelhança de triângulos. Além disso, trás duas unidades de medidas de comprimento, o metro (m) e o quilômetro (km).

Questão 5. (DANTE; Vol 1, 2010, p. 406).

Três terrenos têm frente para a rua A e para a rua B, como na figura. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Qual a medida de frente para a rua B de cada lote sabendo que a frente total para essa rua tem 180 m?

Figura 7 – Ilustração da questão 5.



Fonte: do autor, baseado em DANTE; Vol 1, 2010, p. 406.

Para a resolução da questão 5, os estudantes deverão utilizar o Teorema de Tales. E, para o reconhecimento do Teorema de Tales, deverão verificar a presença de retas paralelas e de retas transversais.

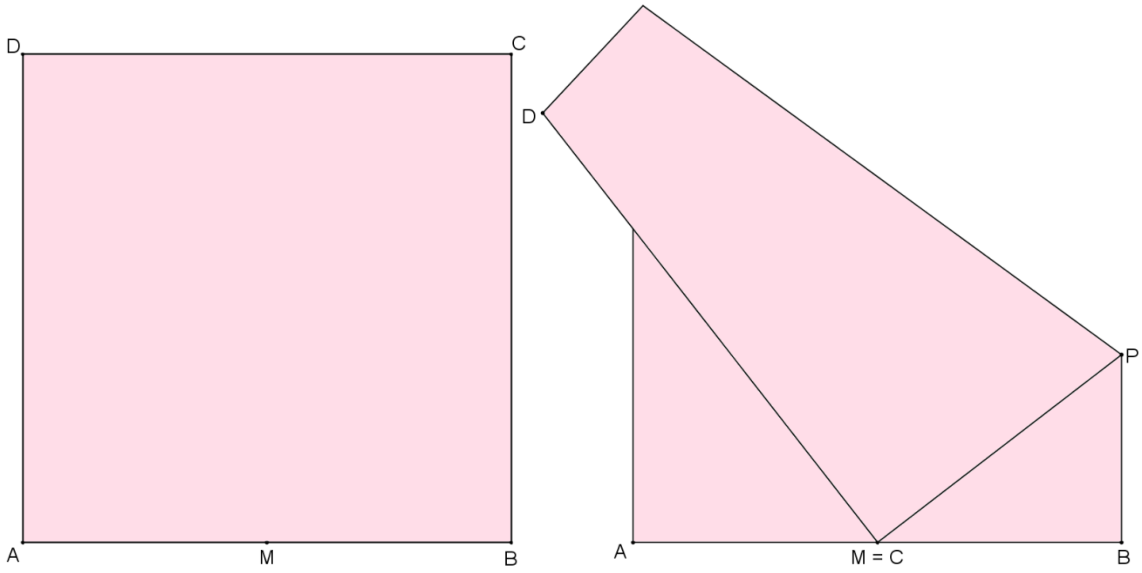
O enunciado do exercício trás o termo perpendicular. É necessário que os estudantes lembrem que duas retas são perpendiculares quando o ângulo formado entre elas mede 90º.

Novamente vê-se a presença da unidade de medida de comprimento metro.

Questão 6. (DANTE; Vol 1, 2010, p. 415).

(Cesgranrio – RJ) Uma folha quadrada de papel ABCD é dobrada de modo que o vértice C coincide com o ponto M, médio de $\overline{\mathrm{AB}}$. Se o lado de ABCD é 1, o comprimento BP é:

Figura 8 – Ilustração da questão 6.



Fonte: do autor, baseado em DANTE; Vol 1, 2010, p. 415.

a) 0,300
b) 0,325
c) 0,375
d) 0,450
e) 0,500

Ao resolver este exercício, os estudantes deverão reconhecer primeiramente o quadrado e algumas de suas propriedades como medidas dos lados iguais e ângulos internos retos. Posteriormente, deverão identificar a propriedade de um ponto médio, que divide um segmento de reta em dois outros segmentos, ambos com mesma medida.

Da propriedade do ponto médio, os estudantes deverão saber que a medida do segmento MB é 0,5.

BP é desconhecido, pode ter sua medida chamada de x e MP valerá 1 – x (pois a soma das medidas de BP e MP forma o lado do quadrado que mede 1).

Neste ponto, os estudantes deverão identificar que o triângulo CBP é retângulo e assim, poderão aplicar o Teorema de Pitágoras para encontrar o valor de x, procurado.

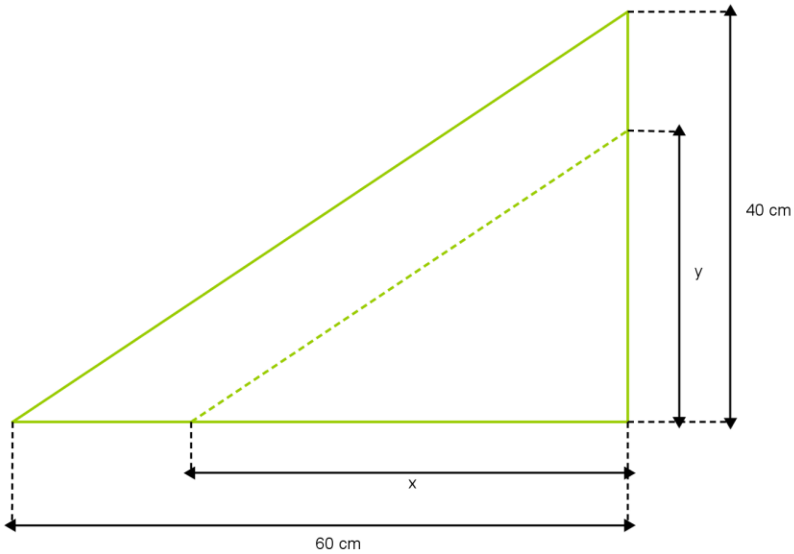
Deverão resolver a seguinte equação para solucionar o exercício:

$(1 - x)^2 = 0{,}5^2 + x^2$

Questão 7. (DANTE; Vol 1, 2010, p. 434).

(FEI – SP) Uma chapa metálica de formato triangular (triângulo retângulo) tem inicialmente as medidas indicadas e deverá sofrer um corte reto (paralelo ao lado que corresponde à hipotenusa do triângulo) representado pela linha pontilhada, de modo que sua área seja reduzida à metade. Quais serão as novas medidas de x e y?

Figura 9 – Ilustração da questão 7.



Fonte: do autor, baseado em DANTE; Vol 1, 2010, p. 434.

a) x = 30 cm, y = 20 cm
b) x = 40 cm, y = 30 cm
c) x = $30\sqrt{2}$ cm, y = $20\sqrt{2}$ cm
d) x = $20\sqrt{2}$ cm, y = $30\sqrt{2}$ cm
e) x = $90\sqrt{2}$ cm, y = $60\sqrt{2}$ cm

A questão 7 utilizará na sua resolução os conceitos de semelhança de triângulos e área do triângulo retângulo. Os estudantes deverão lembrar que a área de um triângulo é igual a metade do produto da base pela altura.

Pela semelhança de triângulos tem-se:

$$\frac{x}{60} = \frac{y}{40}$$

E, como o triângulo menor tem metade da área do maior, tem-se:

$$\frac{x \times y}{2} = \left(\frac{60 \times 40}{2}\right) \div 2 \Rightarrow x \times y = \frac{60 \times 40}{2}$$

Os estudantes devem então resolver o seguinte sistema para encontrar os valores de x e y:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{60} = \dfrac{y}{40} \\ x \times y = \dfrac{60 \times 40}{2} \end{cases}$$

Questão 8. (DINIZ; SMOLE, 2010, p. 237).

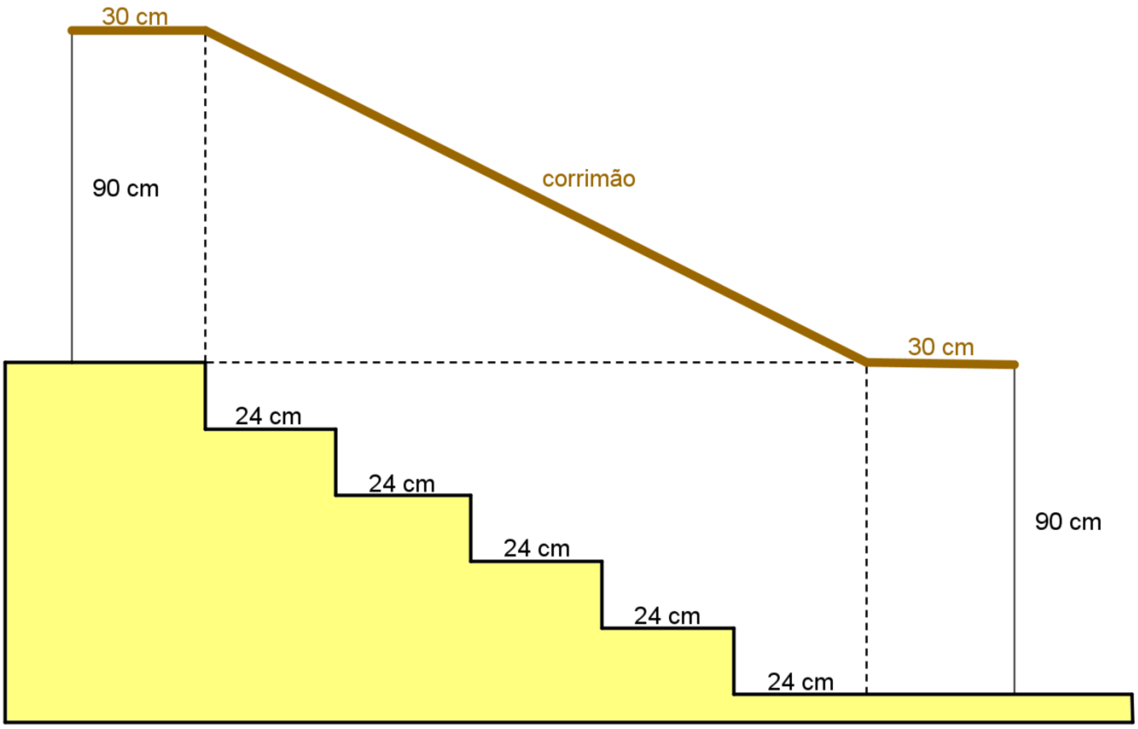
Uma pessoa percorre 7 km na direção norte; depois, 8 km na direção leste; e finalmente 1 km na direção sul. Calcule a distância entre os pontos inicial e de chegada.

Para a resolução desta questão os estudantes precisarão lembrar-se das direções norte, sul e leste para então fazer o desenho que o exercício sugere. Feito o desenho, os estudantes deverão identificar o triângulo presente e utilizar o Teorema de Pitágoras para encontrar a distância pedida.

Questão 9. (RIBEIRO, 2010, p. 325).

(ENEM)

Figura 10 – Ilustração da questão 9.



Fonte: do autor, baseado em RIBEIRO, 2010, p. 325.

Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

a) 1,8 m
b) 1,9 m
c) 2 m
d) 2,1 m
e) 2,2 m

Os estudantes deverão identificar o triângulo retângulo formado pela parte do corrimão que eles desconhecem o tamanho e assim, utilizando-se o Teorema de Pitágoras encontrar a medida do corrimão que falta.

Além disso, os estudantes precisarão realizar uma transformação entre unidades de medidas de comprimentos (centímetros e metros).

4.1.3 CONSIDERAÇÕES

Com a realização dessa atividade, espera-se que os estudantes possam revisar vários conteúdos, porém de maneira não usual. Ou seja, o professor foge do tradicional giz e lousa e coloca os estudantes como agentes principais de seu próprio saber.

Os alunos passam a ser protagonistas no cenário do ensino-aprendizado, utilizam novas ferramentas, são instigados a mostrar seus conhecimentos e a descobrir coisas novas.

Com as questões apresentadas pode-se destacar dentre os conteúdos revisados: as unidades de medidas de comprimento, presentes nas questões 2 à 9, sendo que na questão 9 é necessário também realizar a transformação entre diferentes unidades; ângulos e suas medidas, presentes em todas as questões, direta ou indiretamente; ângulos opostos pelo vértice, presentes na questão 2; triângulos, só não presentes na questão 5; congruência de triângulos, necessária na resolução da questão 2; e, semelhança de triângulos, presente nas questões 3, 4 e 7.

4.2 CONSTRUINDO TRIÂNGULOS

Com o reconhecimento de alguns subsunçores feito, pode-se então iniciar a construção da Trigonometria. Para tanto, propõe-se começar com o estudo de triângulos, de maneira prática, confeccionando os mesmos, medindo e relacionando suas medidas.

"Do ponto de vista da Matemática, o desenvolvimento da Trigonometria está associado à descoberta de constantes nas relações entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo" (DINIZ; SMOLE, 2010, p. 241).

Na próxima atividade, os triângulos utilizados serão então os retângulos e a partir de triângulos semelhantes, regularidades serão verificadas e os valores de seno, cosseno e tangente de alguns ângulos agudos serão encontrados. Assim, será iniciado oficialmente o estudo da Trigonometria, porém de maneira mais intuitiva, ou seja, significativa.

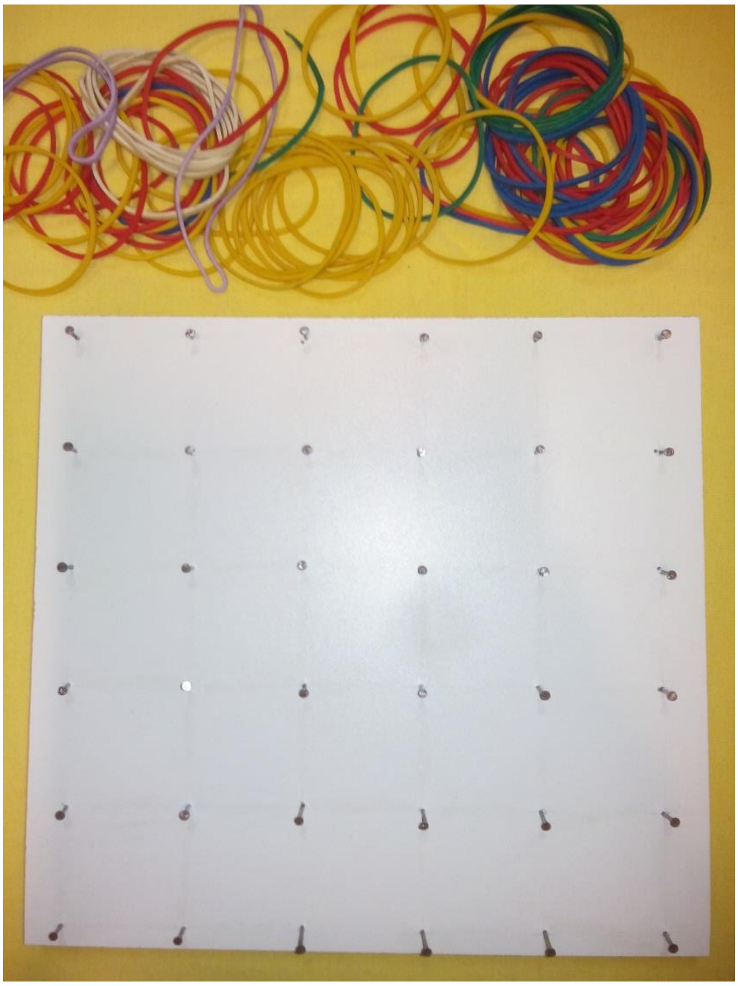
A construção de triângulos é uma prática antiga e muito utilizada, principalmente antes do aprimoramento da Trigonometria e das tecnologias Matemáticas existentes hoje.

> No Egito, essa prática começou cedo. Os egípcios já conheciam a triangulação, uma técnica para determinar distâncias baseada na Matemática, que seria depois usada por muitos outros povos. A triangulação utiliza um princípio da trigonometria: se um lado e dois ângulos de um triângulo são conhecidos, é possível calcular o terceiro ângulo e os outros dois lados. Determinava-se, então, uma base para se chegar às distâncias desejadas. A medição de terras era quase vital para os faraós e sacerdotes, já que seus incontáveis gastos eram garantidos basicamente pelos impostos cobrados sobre a terra, pagos em cereais. Demarcando a terra, os faraós tinham certeza de que nenhum grão ficava de fora (DANTE; Vol 2, 2010, p. 22).

O professor, enquanto mediador, ao apresentar a atividade aos alunos, poderá explorar essa parte histórica. O fato de a triangulação ser utilizada para determinar distâncias desde a antiguidade pode motivar os estudantes, já que poderão perceber que o estudo feito em sala de aula tem também aplicações práticas na vida real.

Além da construção de triângulos utilizando-se papel, propõe-se a utilização do GEOPLANO, material didático que pode ser construído pelo próprio professor, como ilustrado na Figura 11 (confeccionado pelo autor). O GEOPLANO basicamente é formado por um quadrado de madeira com vários pregos cravados, igualmente espaçados, formando uma malha quadriculada. Esses pregos ficam a meia altura e são utilizados para segurar os elásticos, material que forma as figuras planas desejadas, como os triângulos, por exemplo.

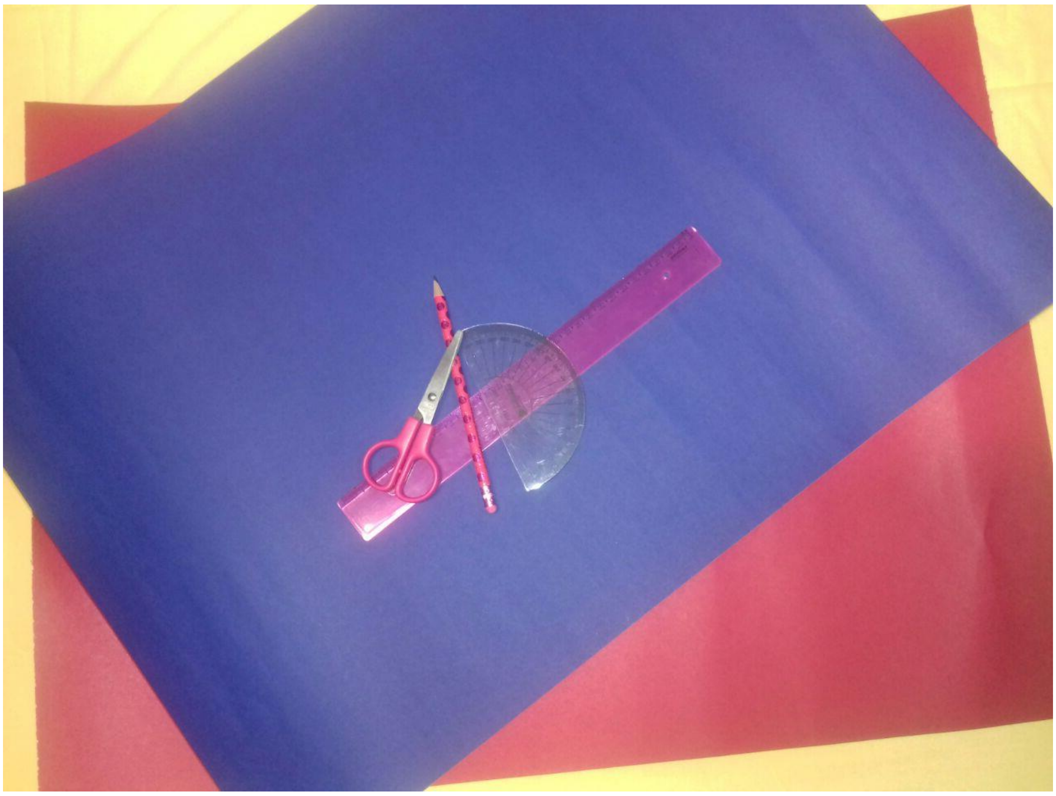
Figura 11 – Exemplo de Geoplano, confeccionado pelo autor.



Fonte: do autor.

Assim, os estudantes manipularão triângulos de duas maneiras diferentes. Uma sendo construídos em papel cartão, utilizando régua e transferidor, material ilustrado na Figura 12, e outra, no GEOPLANO. Com a utilização desses materiais concretos espera-se que eles consigam apropriar-se do conteúdo a ser proposto.

Figura 12 – Material utilizado na construção de triângulos.



Fonte: do autor.

Sabe-se das dificuldades que os alunos encontram na descoberta da Trigonometria, que na maioria das vezes é apresentada através de fórmulas diretas sem que os estudantes entendam o que de fato significam e como surgiram. A proposta atual é o contrário disso. Os estudantes serão levados a verificar os conceitos trigonométricos de seno, cosseno e tangente, utilizando triângulos construídos por eles mesmos. E só depois que conseguirem identificar na prática, é que será feita a teorização, como última etapa do processo de ensino e aprendizado.

Espera-se assim alcançar a aprendizagem significativa dos estudantes, partindo do que eles já conhecem: triângulos, e atingindo as primeiras definições trigonométricas: seno, cosseno e tangente, a serem desvendadas pelo próprio trabalho do estudante.

O professor acompanha o desenvolvimento de todas as atividades, mas como auxiliador ele deve conduzir, guiar seus estudantes, mas quem deve chegar ao final do caminho, são eles mesmos.

> [...] não há mais espaço, no ambiente escolar, para o mero transmissor e comunicador de conteúdos, assim como não se pode admitir a postura passiva do aluno que busca conhecimentos prontos do professor a serem digeridos (MATO GROSSO DO SUL, 2012b, p. 159).

Os estudantes devem trabalhar ativamente na realização das atividades, adquirindo novos conhecimentos e sendo sempre mediados pelo professor.

Na sequência, o planejamento da segunda atividade a ser proposta será exposto. Espera-se com ela alcançar a ponte necessária entre a Geometria e a Trigonometria, partindo-se do estudo de triângulos, com sua efetiva construção e manipulação e tendo como fim a descoberta dos primeiros conceitos trigonométricos. Novamente a utilização dos subsunçores faz-se necessária e fundamental para a boa execução dessa proposta, daí a importância do desenvolvimento da atividade anterior, específica para alguns conceitos base.

4.2.1 PLANEJAMENTO

Etapa de Ensino: Ensino Médio

Disciplina: Matemática

Quantidade de aulas: 2

CONTEÚDOS:

- GEOMETRIA EUCLIDIANA PLANA
  - Unidades de medidas de comprimento;
  - Ângulos;
    - Medidas de ângulos;
    - Triângulos;
    - Semelhança de triângulos.
- TRIGONOMETRIA
  - Seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo.

HABILIDADES/COMPETÊNCIAS:

- Identificar unidades de medidas de comprimento (múltiplos e submúltiplos);

- Classificar ângulos (reto, agudo, obtuso e raso);

- Associar a um ângulo sua medida em grau, usando o transferidor como instrumento de medida;

- Resolver problemas envolvendo triângulos;

- Identificar ângulos congruentes;

- Classificar os triângulos quanto às medidas de lados e ângulos;

- Utilizar as propriedades do triângulo para resolução de problemas de ordem prática;

- Perceber os diferentes tipos de ângulos;

- Resolver problemas envolvendo a aplicabilidade de medidas de ângulos;

- Identificar os elementos de um triângulo;

- Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

METODOLOGIA/ATIVIDADES A SEREM DESENVOLVIDAS:

Aula 1:

O professor iniciará a aula com um breve apanhado histórico falando sobre a importância dos triângulos, da antiguidade aos dias atuais, retomando o conceito de semelhança de triângulos e suas classificações. Também os ângulos serão destacados, classificados e explorados.

Os estudantes serão divididos em grupos de três, sendo cada grupo responsável pela confecção de três triângulos retângulos semelhantes. Para a construção desses triângulos, o professor disponibilizará as medidas dos ângulos agudos e da hipotenusa.

Os estudantes deverão confeccionar os triângulos em papel cartão utilizando régua e transferidor. Cada dois grupos receberão as mesmas medidas e farão as mesmas construções para que possam realizar uma comparação entre as figuras obtidas.

Com os triângulos prontos, o professor irá retomar a semelhança de triângulos e suscitará nos estudantes novas descobertas a cerca do que terão acabado de fazer.

Aula 2:

O professor disponibilizará o GEOPLANO para os grupos que realizarão as mesmas construções e os estudantes deverão criar triângulos semelhantes utilizando o material disponibilizado.

Após discutir os resultados obtidos, o professor partirá para a apresentação do seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo, obtendo seus valores utilizando-se das medidas dos próprios triângulos confeccionados.

Feito isso, o professor formalizará esses primeiros conceitos que serão estudados.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:

Avaliar os estudantes quanto à interação nas aulas, interesse na realização das atividades e busca de novos saberes.

OBSERVAÇÕES:

Nas atividades propostas anteriormente, a metodologia utilizada coloca os estudantes como principais responsáveis pelo processo de ensino aprendizagem. Novamente vemos a presença do protagonismo juvenil e a construção do saber buscando alcançar uma aprendizagem significativa.

O professor toma seu papel de mediador e orienta seus alunos conforme suas necessidades, ponderando quando necessário e destacando a Matemática presente em tudo que é trabalhado.

4.2.2 DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

Sobre as atividades anteriormente expostas, serão tratados alguns pontos que merecem destaque, considerando sua execução.

Para facilitar a explicação, será considerada uma sala de aula com 30 alunos. Para iniciar as construções dos triângulos, os estudantes serão divididos em dez grupos com três alunos cada.

Deverão ser distribuídas folhas de papel cartão para cada grupo de alunos, com cores diferentes.

Será proposta a construção de triângulos retângulos, sendo determinados os seus ângulos agudos e a sua hipotenusa, conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Divisão dos estudantes em grupos e a medida da hipotenusa e dos ângulos agudos do triângulo para cada um.

		Hipotenusa	Ângulo Agudo	Ângulo Agudo
Grupo 01 e Grupo 02	Estudante 01-A	10 cm	15º	75º
	Estudante 02-A			
	Estudante 01-B	15 cm		
	Estudante 02-B			
	Estudante 01-C	20 cm		
	Estudante 02-C			
Grupo 03 e Grupo 04	Estudante 03-A	10 cm	20º	70º
	Estudante 04-A			
	Estudante 03-B	15 cm		
	Estudante 04-B			
	Estudante 03-C	20 cm		
	Estudante 04-C			
Grupo 05 e	Estudante 05-A	10 cm	30º	60º

06	Estudante 06-A			
	Estudante 05-B	15 cm		
	Estudante 06-B			
	Estudante 05-C	20 cm		
	Estudante 06-C			
Grupo 07 e 08	Estudante 07-A	10 cm	40º	50º
	Estudante 08-A			
	Estudante 07-B	15 cm		
	Estudante 08-B			
	Estudante 07-C	20 cm		
	Estudante 08-C			
Grupo 09 e 10	Estudante 09-A	10 cm	45º	45º
	Estudante 10-A			
	Estudante 09-B	15 cm		
	Estudante 10-B			
	Estudante 09-C	20 cm		
	Estudante 10-C			

Fonte: do autor.

Antes, porém, de dar qualquer instrução, o professor poderá perguntar aos estudantes se eles sabem construir triângulos. Espera-se que todos digam que sim, pois um dos pré-requisitos para a realização da atividade é que saibam construir triângulos, conhecendo os seus ângulos e a medida de um de seus lados. Será que todos os alunos irão lembrar como realizar tal construção? Antes de tentarem, precisarão entender o que deverão construir.

Alguns questionamentos importantes aqui: o que é um triângulo retângulo? Por que ele tem esse nome? O que são ângulos agudos? Um triângulo retângulo pode ter um ou mais ângulos obtusos, sim ou não e por quê? O que é hipotenusa? Qualquer triângulo tem um lado com esse nome? O que são catetos?

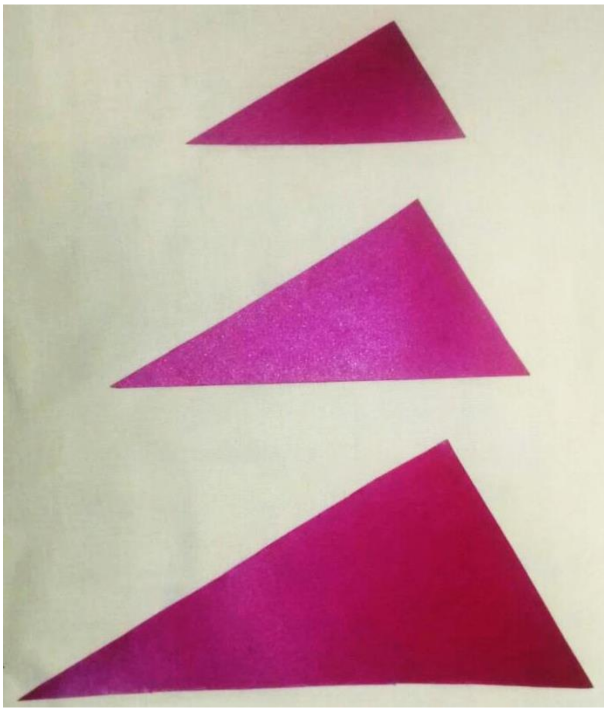
Possivelmente, com a realização das atividades dos subsunçores, que deverá ter sido executada anteriormente, algumas dessas respostas surgirão naturalmente. Mas aquelas que ainda deixarem dúvidas deverão ser esclarecidas pelo mediador, antes que prossiga com as atividades.

Feito isso, os alunos deverão ter fixado que um triângulo fica bem caracterizado quando se conhece a medida de seus ângulos e a medida de um de seus lados.

E o que acontece se é mudada a medida do meu lado? O que significa a palavra semelhante? O que são triângulos semelhantes? Se mudar a medida da hipotenusa, mas mantiver os ângulos agudos, constroem-se triângulos semelhantes. Vale destacar que a semelhança de triângulos já foi exposta na atividade anterior.

Após construírem os triângulos semelhantes e com os mesmos devidamente recortados, conforme exemplifica a Figura 13, cada grupo deverá analisar o que construiu.

Figura 13 – Exemplo de construção dos triângulos com ângulos 30 e 60 graus.

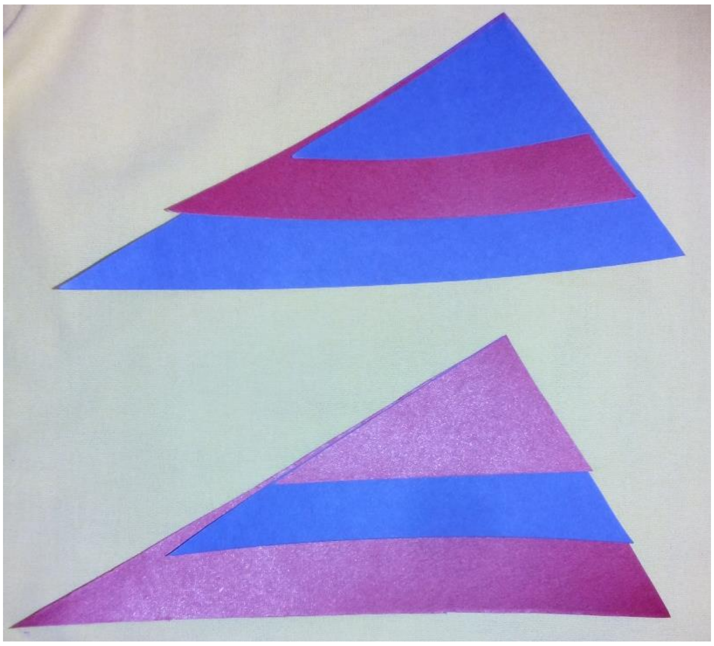


Fonte: do autor.

Tendo os triângulos em mãos, deve-se retomar a conversa sobre semelhança.

Como cada dois grupos são incumbidos de construir o mesmo trio de triângulos, eles poderão comparar e agrupar suas construções, ilustrado na Figura 14, e verificar se estão iguais ou pelo menos próximas. Caso haja alguma variação, cabe ao professor discutir sobre o que motivou tal mudança e levar os alunos a chegarem a uma conclusão.

Figura 14 – Exemplo de agrupamento de triângulos semelhantes com ângulos de 30 e 60 graus.



Fonte: do autor.

Após a construção realizada em papel cartão, os estudantes deverão ser incentivados a fazerem os mesmos triângulos, porém no Geoplano. Pode-se verificar um exemplo na Figura 15.

Figura 15 – Exemplos de triângulos retângulos semelhantes construídos no Geoplano.

Fonte: do autor.

Aqui duas dificuldades poderão surgir. A primeira delas diz respeito à medida da hipotenusa, já que será difícil utilizar os centímetros como unidade de medida. Os estudantes deverão perceber que a distância entre dois pregos pode ser utilizada como uma unidade de medida. Feita essa adaptação, a medida de hipotenusa não será mais problema. A segunda dificuldade pode estar relacionada às medidas dos ângulos dos triângulos. A solução para esse problema incentivará o raciocínio lógico dos envolvidos.

Todas as construções podem ser feitas no Geoplano? A resposta para essa questão deverá surgir ao longo das tentativas e erros realizados pelos grupos de alunos.

Trabalhadas as construções de triângulos semelhantes, deve-se partir para algumas relações que poderão ser estudadas. No caso, seno, cosseno e tangente (consequentemente poderão aparecer também cossecante, secante e cotangente).

Cada grupo deverá realizar as possíveis divisões entre as medidas de cada dois lados dos seus triângulos. Feitas as divisões, espera-se que eles percebam a presença de resultados iguais, dentro de seu próprio grupo e posteriormente, com o grupo que trabalhou com as mesmas medidas do primeiro.

Realizadas as divisões e observadas as igualdades, cabe ao professor nomear as relações encontradas nos triângulos retângulos.

4.2.3 CONSIDERAÇÕES

Ao realizar essa proposta de aulas, os estudantes farão uso das unidades de medidas de comprimento ao utilizar a régua para construir triângulos, além de precisarem adaptar essas unidades para a utilização do GEOPLANO.

Os elementos dos triângulos serão também explorados, assim como nomenclatura, congruência e raciocínio lógico no desenvolvimento da proposta.

Os ângulos, suas medidas e construção com régua e transferidor serão relembrados e fixados, já que se trata de uma atividade prática. Além disso, os estudantes poderão manusear triângulos semelhantes realizando comparações e observações que não seriam facilmente observadas caso não fosse proposto um trabalho com material concreto.

Finalmente, surgirão os primeiros conceitos trigonométricos de seno, cosseno e tangente (e seus inversos). Tais conceitos serão construídos a partir de uma base concreta, conhecida pelos estudantes, o que fará com que o novo aprendizado seja significativo.

4.3 ATIVIDADE GEOGEBRA

Sabendo da constante mudança da sociedade atual e levando em consideração a inserção das novas tecnologias na vida das pessoas, inclusive dos estudantes, a escola como um todo precisa acompanhar as transformações existentes.

> A produção acelerada de conhecimentos, característica deste novo século, traz para as escolas o desafio de fazer com que esses novos conhecimentos sejam socializados de modo a promover a elevação do nível geral de educação da população (BRASIL, 2013, p. 163).

O computador é uma das ferramentas que se tornam aliadas do professor em suas aulas e no desenvolvimento dos conteúdos propostos para cada turma. Através do computador, o aluno pode transformar-se em membro ativo da construção do conhecimento, seja pela pesquisa ou na realização de outras atividades em softwares, com ou sem a utilização da internet.

Por tratar-se de algo tão presente na vida dos estudantes, o uso das tecnologias é capaz de facilitar os estudos e motivar a aprendizagem.

Dando prosseguimento às propostas de atividades, vistos alguns subsunçores, que permeiam a Geometria e introduzidos os conceitos de seno, cosseno e tangente, que iniciam o estudo da Trigonometria, propõe-se a utilização do software gratuito Geogebra para a expansão dos conceitos iniciais introduzidos e para a visualização de suas respectivas funções, ou seja, reconhecimento das funções seno, cosseno e tangente.

Através da utilização do Geogebra, os estudantes podem visualizar os valores de seno, cosseno e tangente para ângulos entre 0 e 360 graus, além de construírem os gráficos de suas funções, contando sempre com a orientação e instrução do professor.

As escolas estaduais de Mato Grosso do Sul, possuem as chamadas salas de tecnologias educacionais, onde se encontram os computadores disponíveis para uso dos alunos. Os computadores possuem o sistema Linux e neles já vêm instalados programas educacionais, dentre eles o próprio Geogebra.

Para que os estudantes sejam levados à sala de tecnologias educacionais (STE), o professor deve agendar o seu uso com antecedência através do site específico para tal realização.

Os professores são incentivados a preparar aulas diferenciadas, utilizando recursos tecnológicos e também a STE. Assim, a atividade a ser proposta, além de ser facilitadora do aprendizado dos alunos, propicia essa utilização de um novo ambiente (a STE) para a aula e para o ensino da matemática.

Em seguida, será exposto o planejamento da terceira atividade que tem como objetivo mostrar aos estudantes que os valores de seno, cosseno e tangente não se limitam aos encontrados nos triângulos construídos após a realização da proposta anterior. Com a utilização do Geogebra, também se pode verificar o gráfico das primeiras funções trigonométricas.

4.3.1 PLANEJAMENTO

Etapa de Ensino: Ensino Médio

Disciplina: Matemática

Quantidade de aulas: 2

CONTEÚDOS:

- TRIGONOMETRIA
    - Seno, cosseno e tangente de um ângulo qualquer.
- SISTEMA TRIGONOMÉTRICO
    - Ciclo trigonométrico;
    - Funções trigonométricas (seno, cosseno e tangente).

HABILIDADES/COMPETÊNCIAS:

- Identificar os valores de seno, cosseno e tangente para ângulos quaisquer;
- Construir o conhecimento sobre a conceituação das funções trigonométricas e as suas relações tanto algébrica como gráfica.

METODOLOGIA/ATIVIDADES A SEREM DESENVOLVIDAS:

Aulas 1 e 2:

Os estudantes serão conduzidos à sala de tecnologias educacionais, onde deverão dividir-se em duplas para que cada dupla utilize um computador.

O professor fará a apresentação do software Geogebra e utilizando-se do retroprojetor fará passo a passo, junto com os aprendizes, a construção do ciclo trigonométrico e posteriormente, do gráfico da função seno.

Após realizar essa primeira parte da atividade com os estudantes, o professor destacará características da função construída e prosseguirá mostrando aos alunos os gráficos das funções cosseno e tangente, construídas de maneira análoga.

Feito isso, o professor mostrará aos estudantes a tabela de valores de seno, cosseno e tangente já existente e facilmente encontrada em livros matemáticos ou mesmo na internet.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:

Avaliar os estudantes quanto à interação nas aulas, interesse na realização das atividades e busca de novos saberes.

OBSERVAÇÕES:

Nessa atividade, pode-se destacar a utilização de novas tecnologias como auxílio do processo de ensino e aprendizagem. Além disso, os estudantes mais uma vez são colocados como membros ativos e principais do seu próprio progresso e um novo ambiente de ensino é utilizado, a sala de tecnologias educacionais, bem mais motivadora do que a sala de aula tradicional.

O professor orienta, auxilia, mas os alunos são instigados a trabalharem com o novo saber, nessa atividade, utilizando algo tão presente na vida deles que é a tecnologia, o computador.

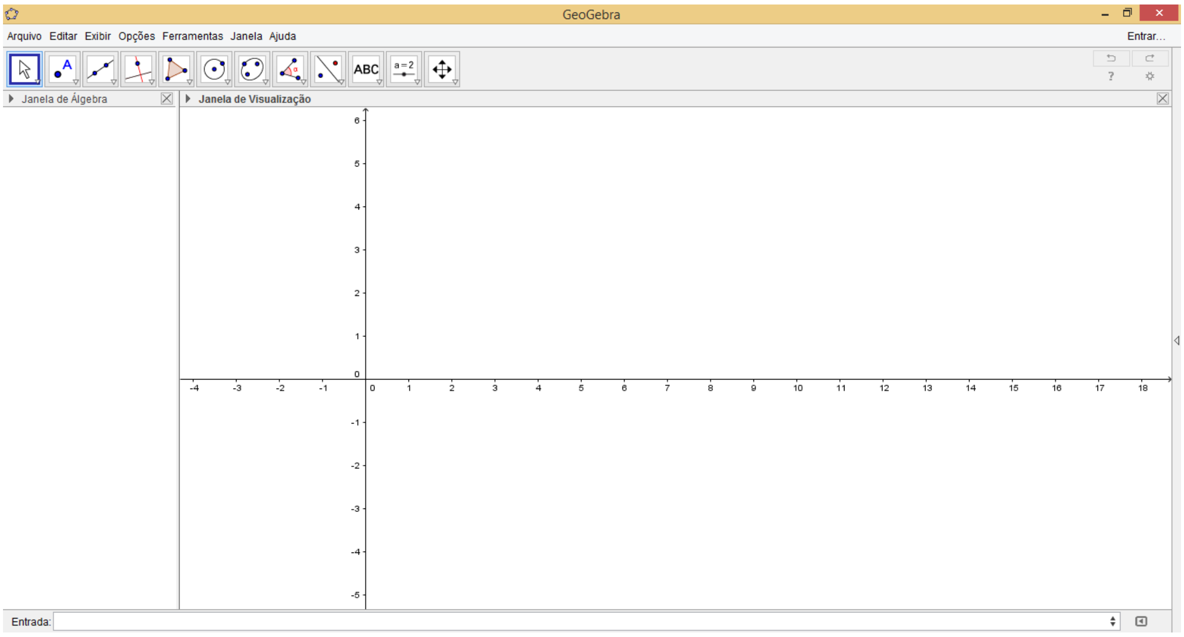
4.3.2 PASSO A PASSO DA ATIVIDADE

A seguir podem-se acompanhar os passos de um exemplo de como construir o ciclo trigonométrico com a ilustração dos valores de seno e do gráfico de sua função.

PASSO 1: Inicialização do Geogebra.

Inicialmente deve-se abrir o software Geogebra, obtendo-se a tela como ilustrada na Figura 16.

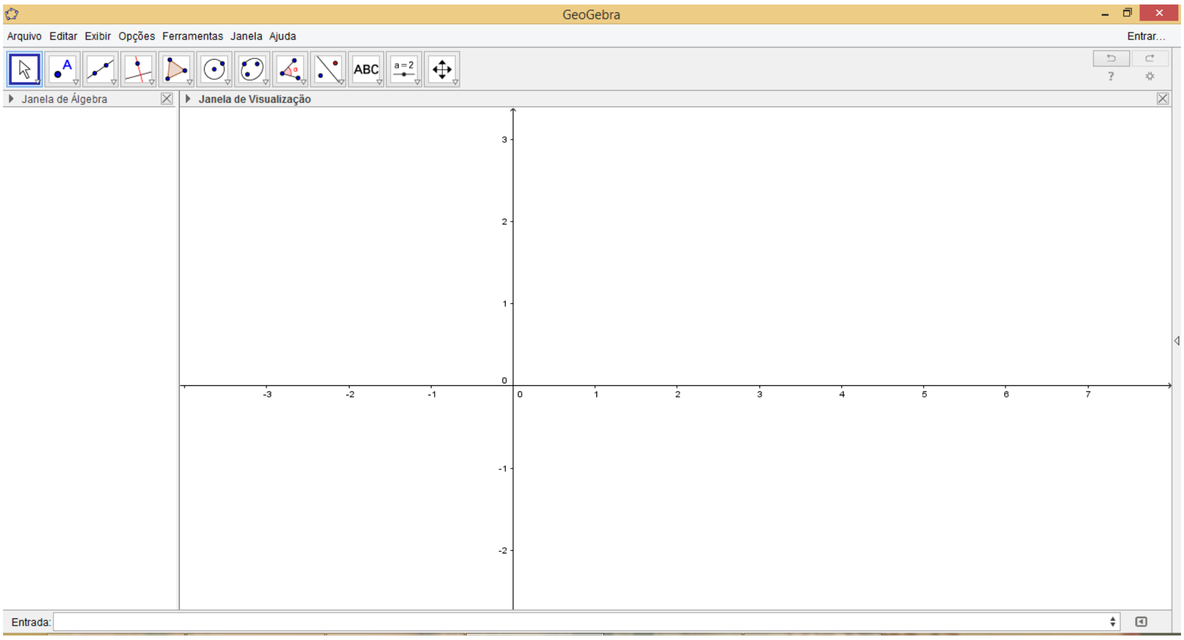
Figura 16 – Tela inicial do software Geogebra.



Fonte: do autor

Para uma melhor visualização e aproveitamento da tela, pode-se aumentar o zoom da janela de visualização do Geogebra, como exemplifica a Figura 17.

Figura 17 – Janela de visualização do Geogebra com zoom aumentado.



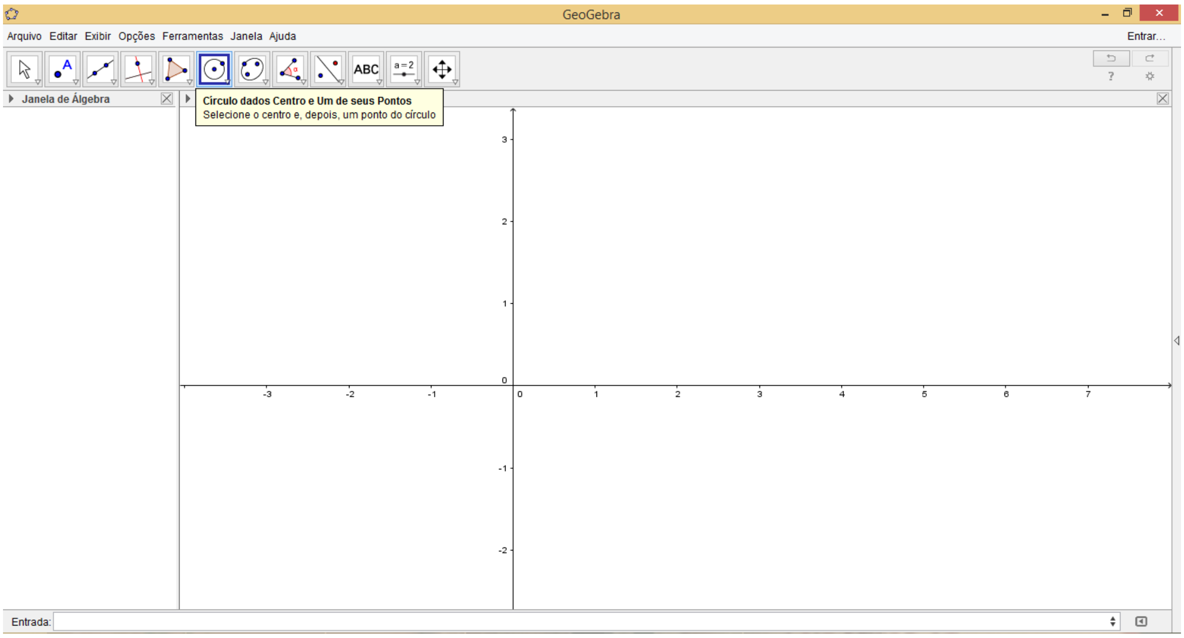
Fonte: do autor

Feito isso, inicia-se a construção do ciclo trigonométrico e dos elementos necessários para a construção do gráfico da função seno e também da visualização de seus valores.

PASSO 2: Construção de um círculo.

Deve-se incialmente construir um círculo dados o centro e um de seus pontos. A ferramenta a ser utilizada está ilustrada na Figura 18.

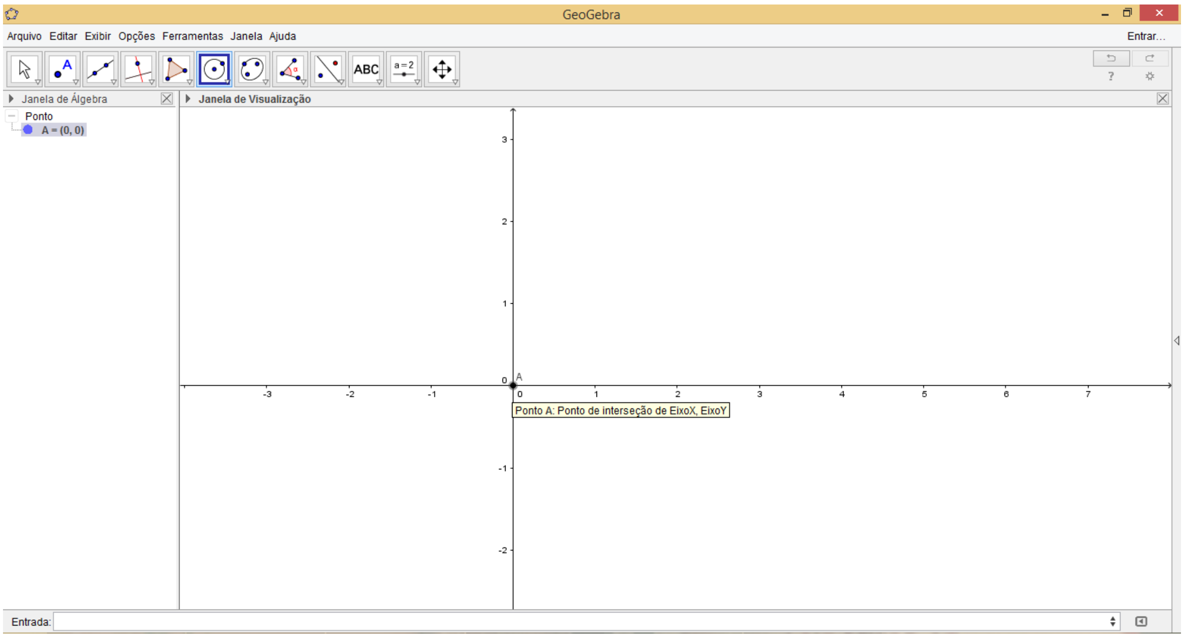
Figura 18 – Ferramenta para construção do círculo.



Fonte: do autor.

Para sua efetiva construção deve-se clicar primeiramente no ponto de interseção dos eixos x e y, de acordo com a Figura 19.

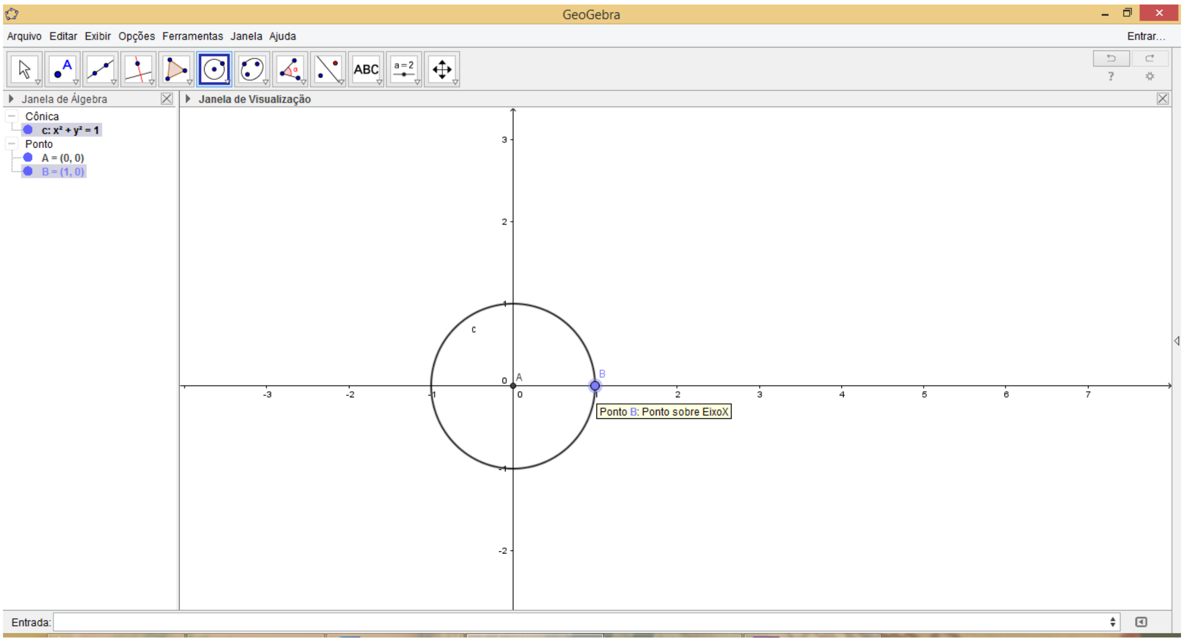
Figura 19 – Ponto A (0,0), interseção dos eixos x e y.



Fonte: do autor.

Posteriormente, clica-se no ponto B (1,0). Veja a Figura 20.

Figura 20 – Ponto B (1,0) e círculo construído.

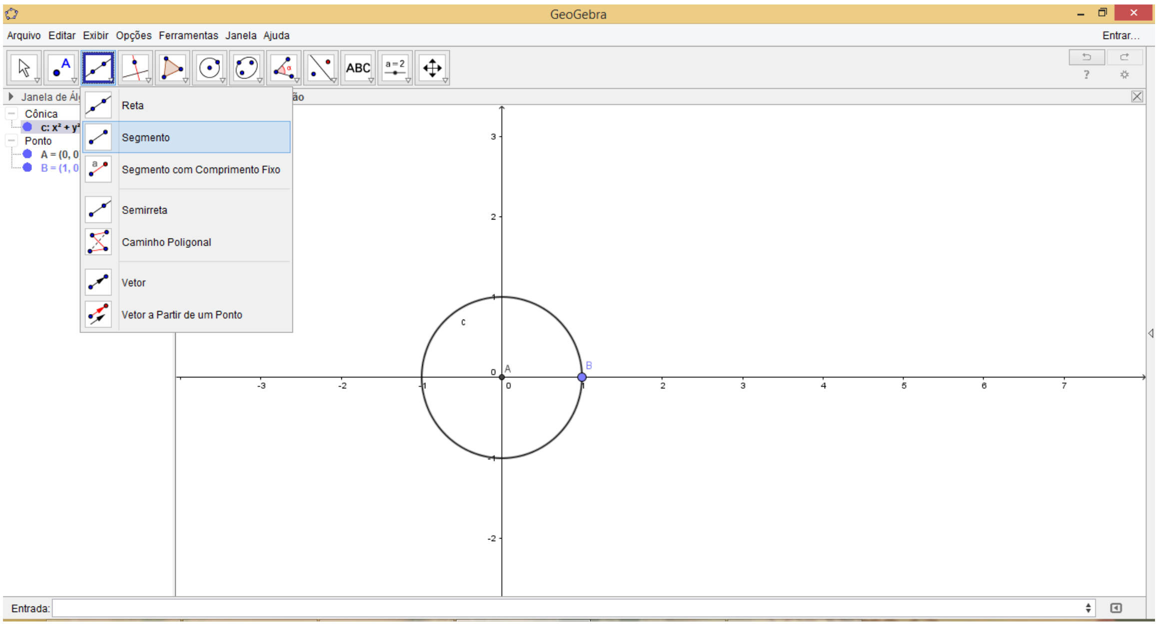


Fonte: do autor.

PASSO 3: Construção de um segmento de reta.

Construído o círculo de raio um e centro na origem dos eixos, deve-se fazer uso da ferramenta segmento, explicitada na Figura 21.

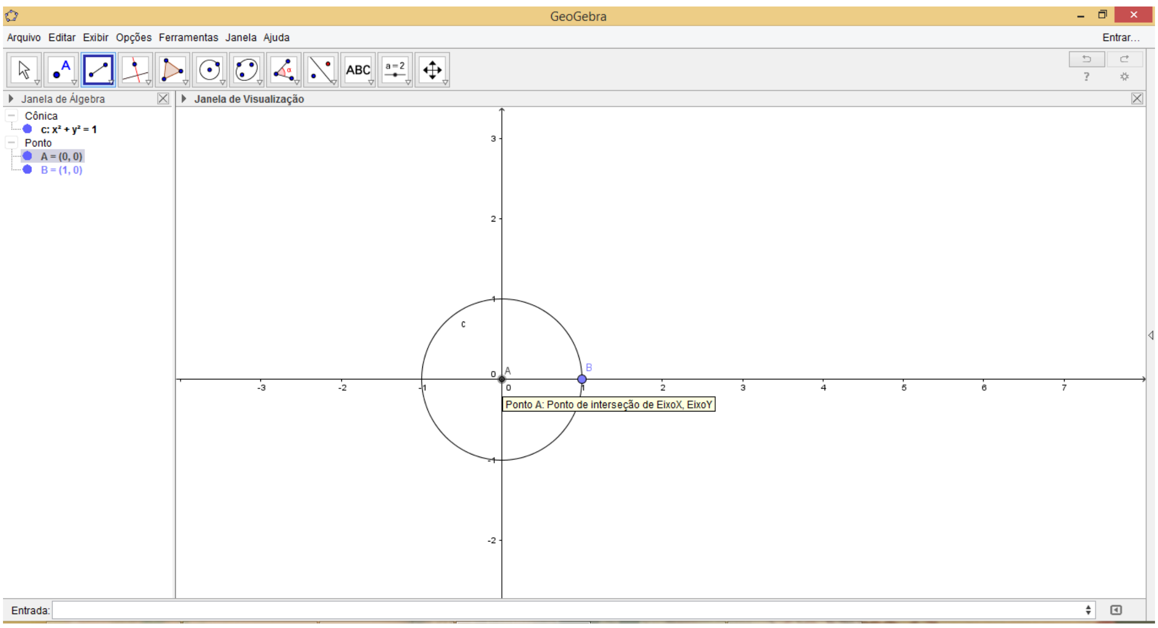
Figura 21 – Ferramenta segmento.



Fonte: do autor.

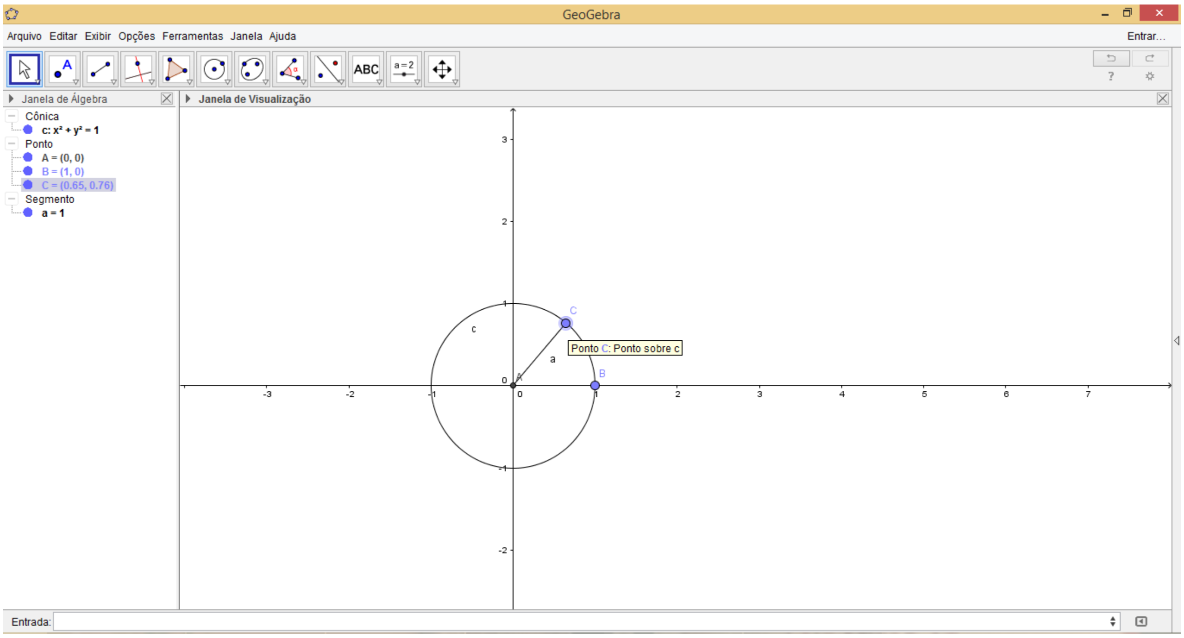
Com a ferramenta segmento selecionada, para a construção de um segmento é preciso clicar no ponto A, Figura 22, e posteriormente em uma parte do círculo construído, criando o ponto C, mostrado na Figura 23.

Figura 22 – Construção de um segmento a partir do ponto A.



Fonte: do autor.

Figura 23 – Conclusão da construção do segmento a, ao clicar no círculo, criando o ponto C.

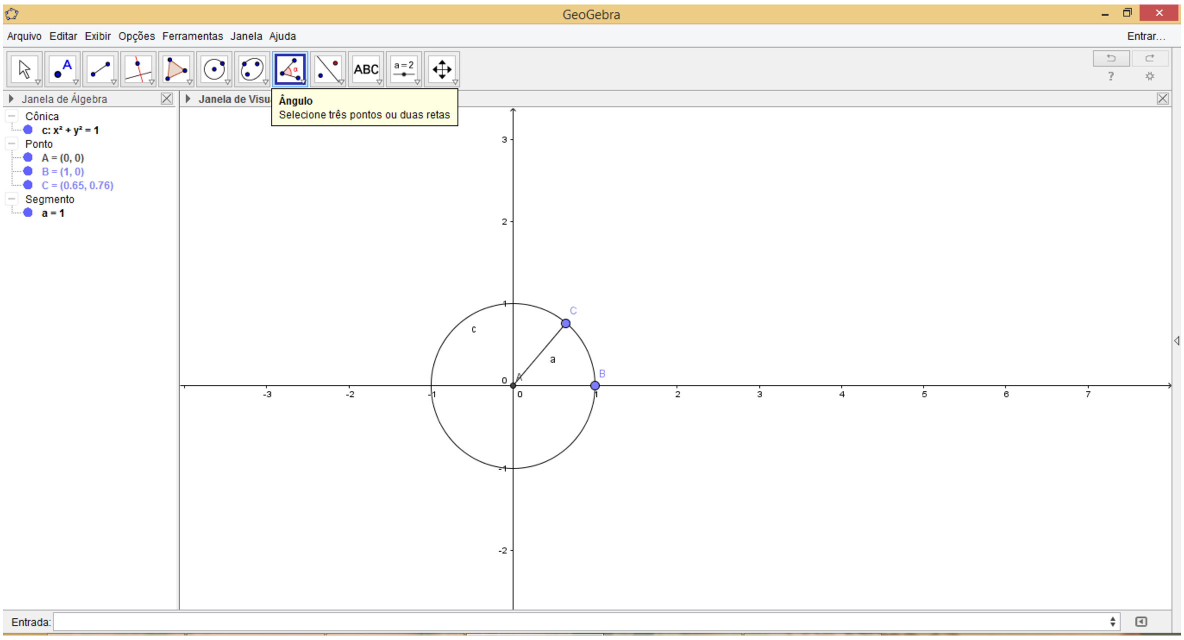


Fonte: do autor.

PASSO 4: Construção de um ângulo.

Este passo trata-se da criação de um ângulo, utilizando-se a ferramenta ângulo, conforme Figura 24.

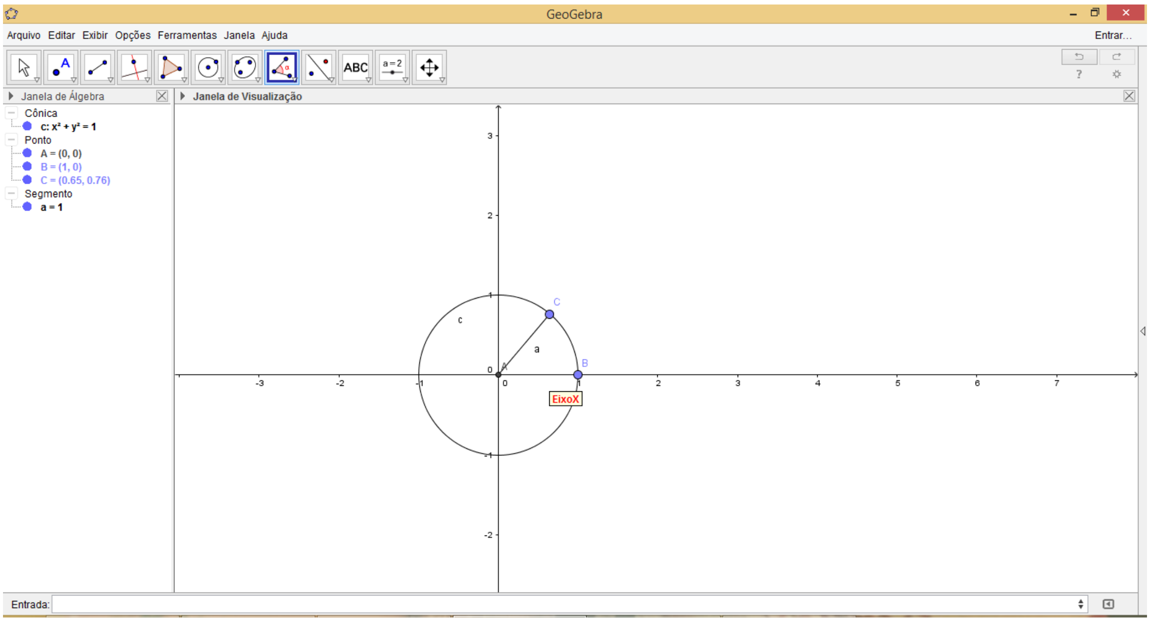
Figura 24 – Ferramenta ângulo.



Fonte: do autor.

Deve-se clicar sobre o eixo x, exemplificado na Figura 25.

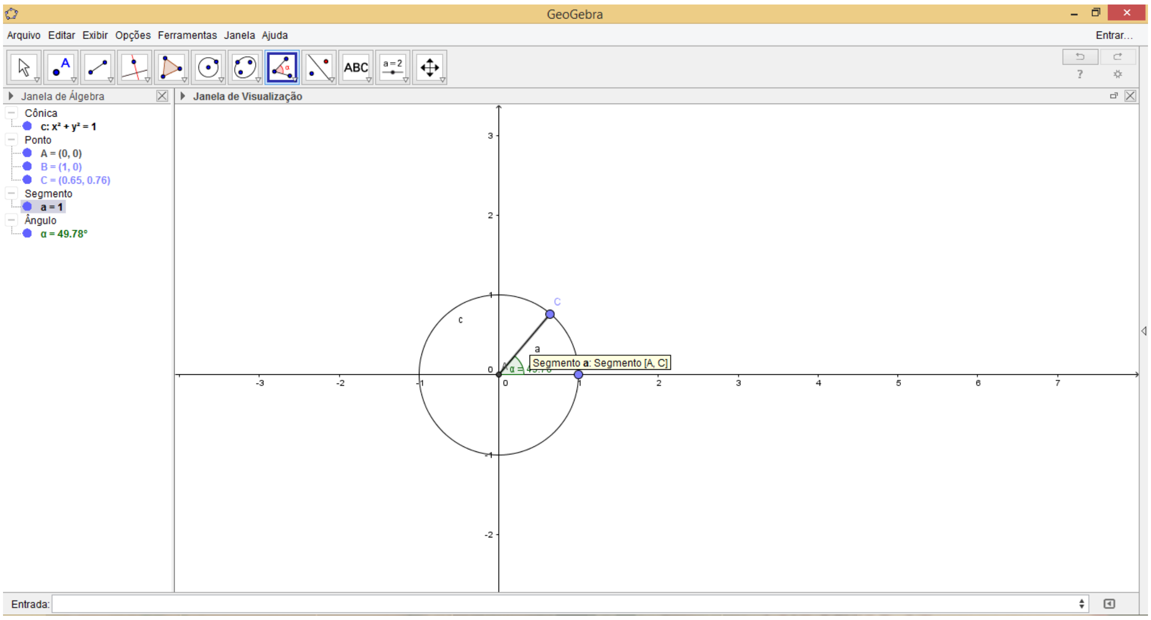
Figura 25 – Construção de um ângulo partindo do eixo x.



Fonte: do autor.

Para concluir a construção do ângulo é necessário dar um clique sobre o segmento a. A Figura 26 ilustra esta etapa e o surgimento do ângulo α.

Figura 26 – Construção do ângulo α.

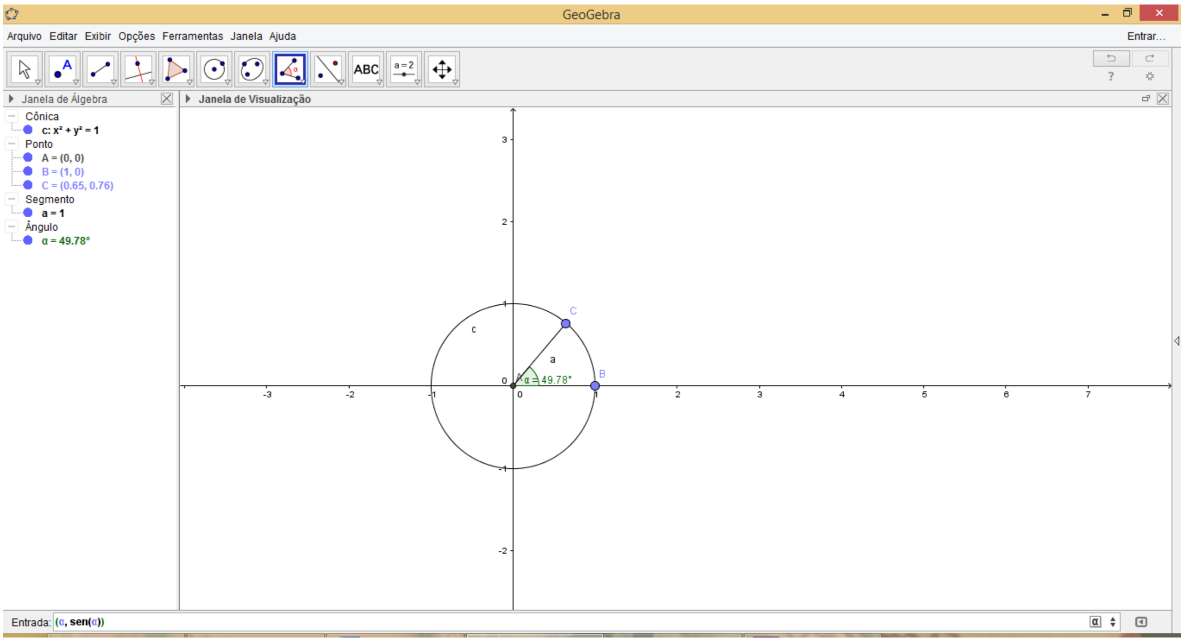


Fonte: do autor.

PASSO 5: Construção dos pontos D e E.

Agora, utilizando-se o campo de entrada, localizado na extremidade inferior da janela do Geogebra, visível na Figura 27, deve-se criar o ponto (α, sen(α)).

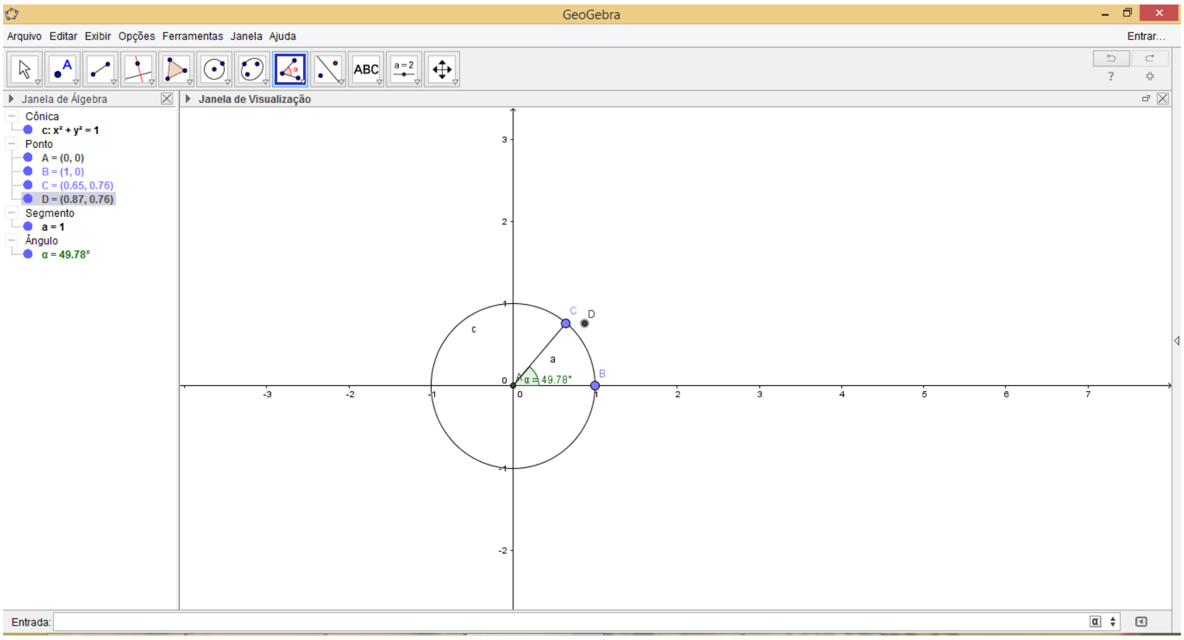
Figura 27 – Construção do ponto (α, sen(α)).



Fonte: do autor.

Surge assim o ponto D, como mostra a Figura 28.

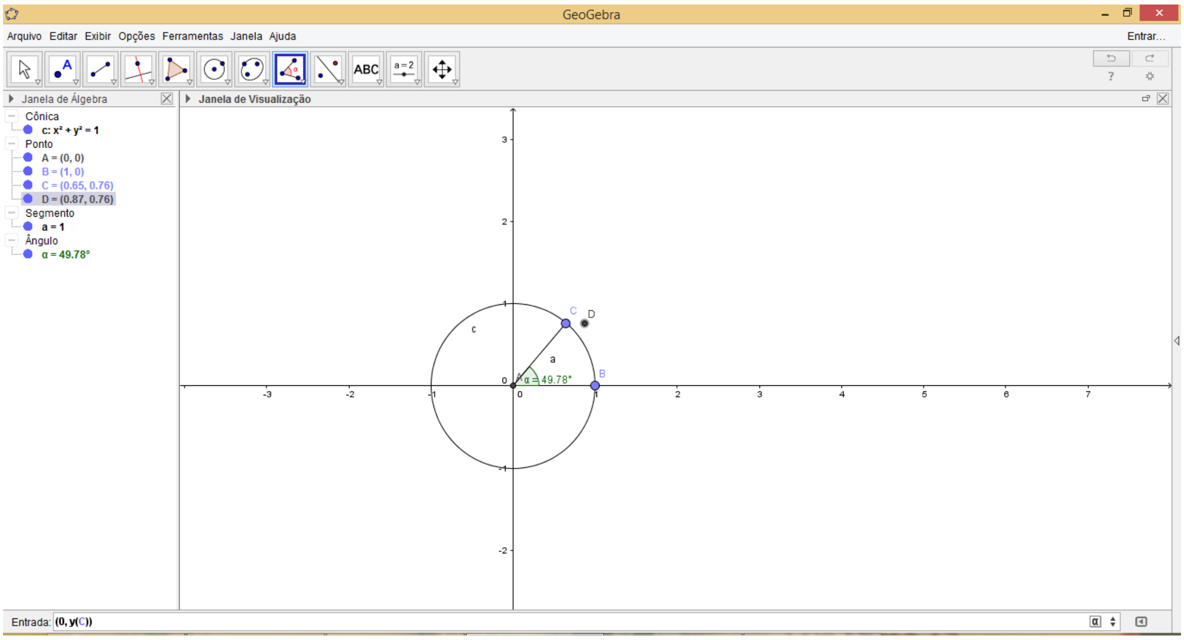
Figura 28 – Ponto D (α, sen(α)).



Fonte: do autor.

Analogamente, constrói-se também o ponto (0, y(C)), Figura 29.

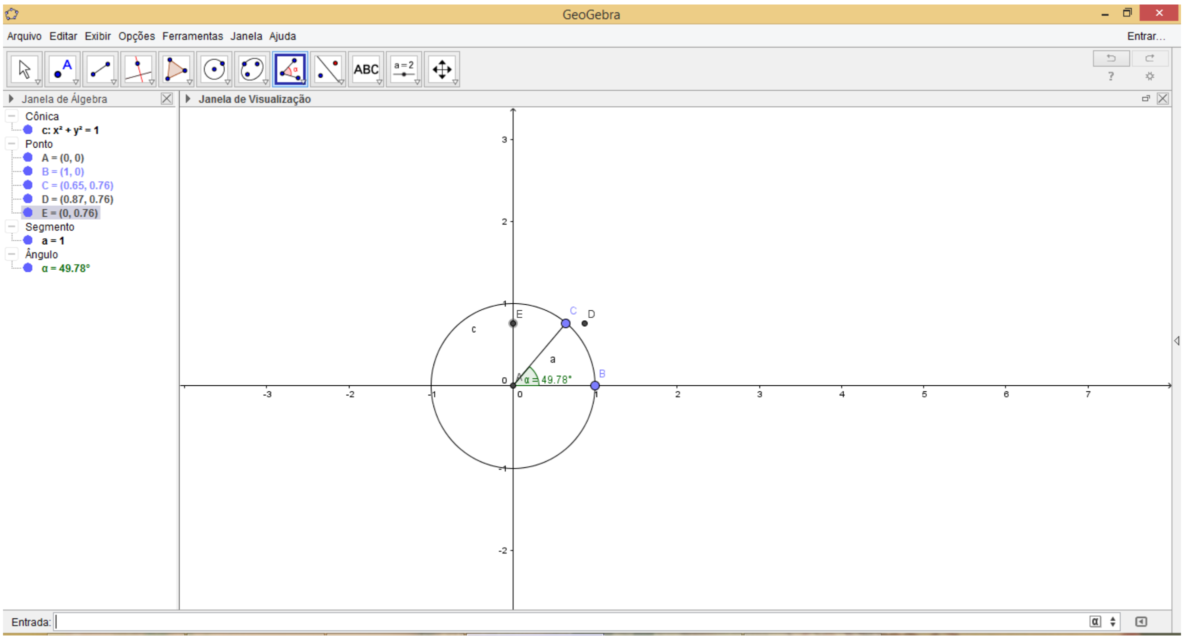
Figura 29 – Construção do ponto (0, y(C)).



Fonte: do autor.

Fica construído assim o ponto E, identificado na Figura 30.

Figura 30 – Ponto E (0, y(C)).

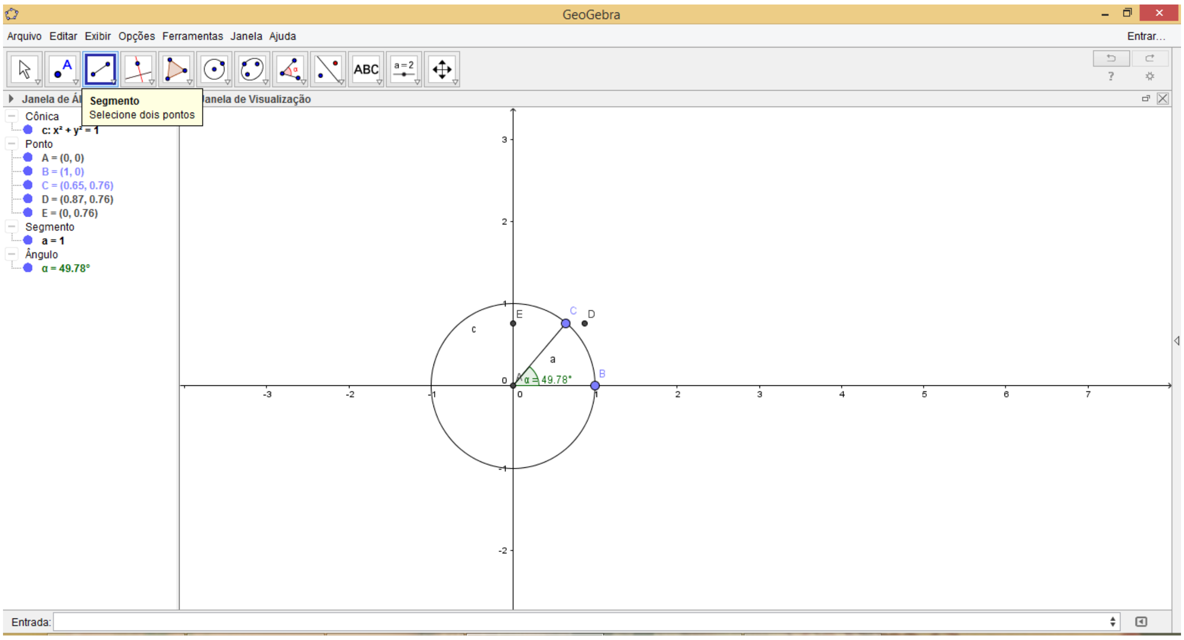


Fonte: do autor.

PASSO 6: Construção de um segundo segmento de reta.

Novamente deve-se utilizar a ferramenta segmento, conforme Figura 31.

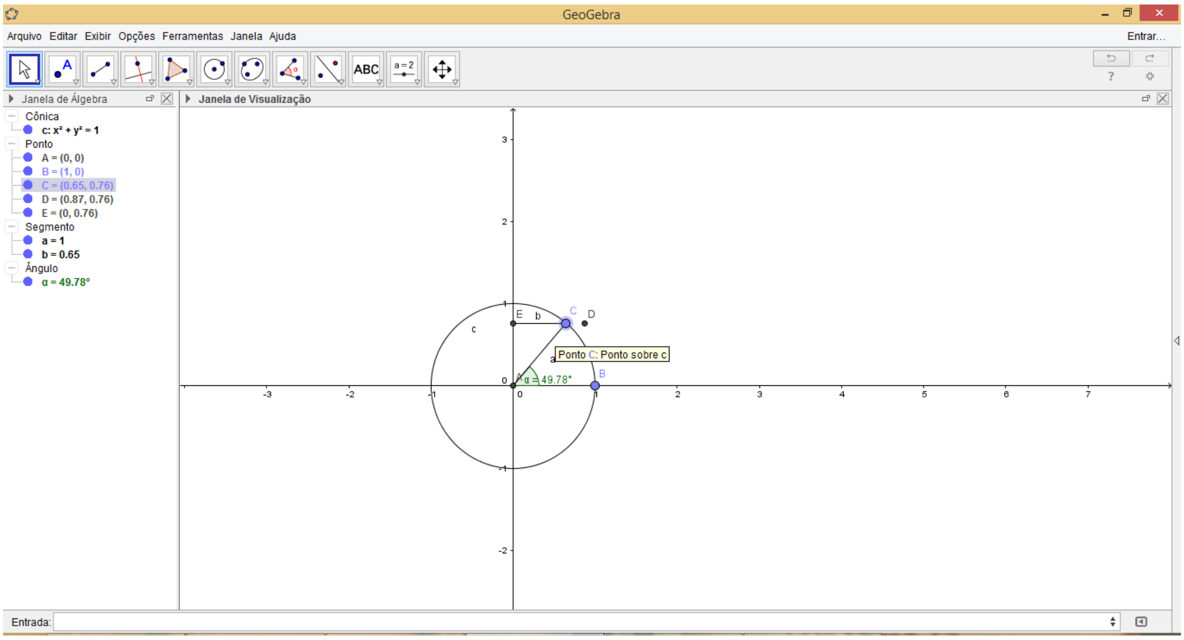
Figura 31 – Ferramenta segmento.



Fonte: do autor.

Dessa vez, é preciso que sejam dados dois cliques, um no ponto C e outro no ponto E. Assim, surge o segmento b, mostrado na Figura 32.

Figura 32 – Construção do segmento b.

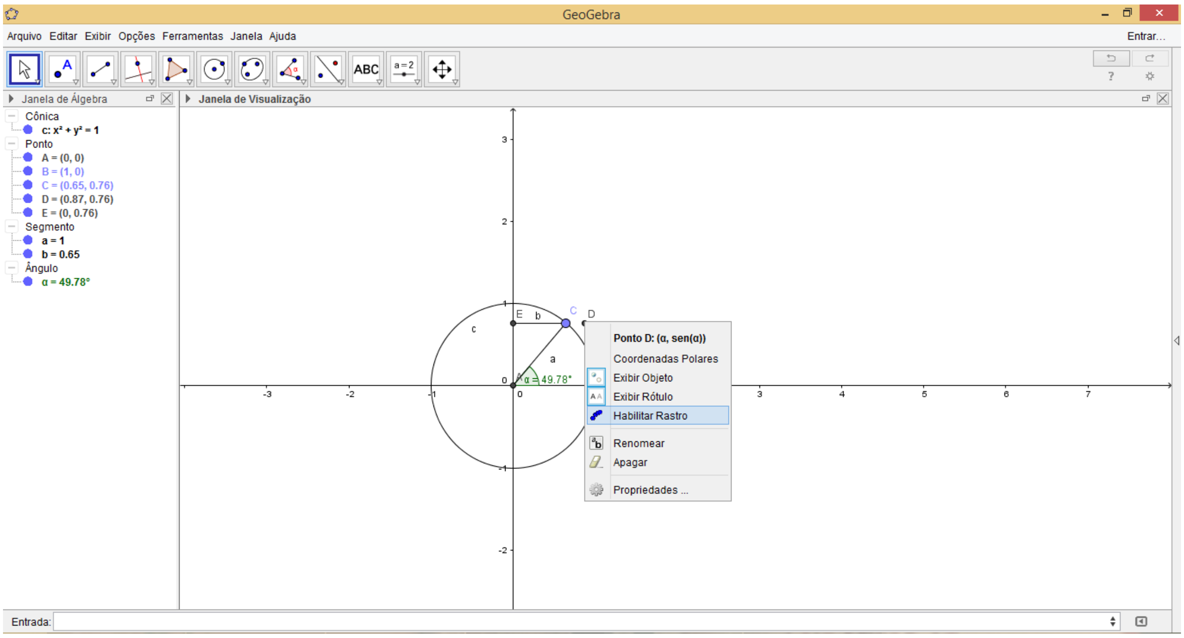


Fonte: do autor.

PASSO 7: Habilitação de rastro do ponto D.

Clicando-se com o botão direito sobre o ponto D, deve-se ativar a opção "Habilitar Rastro", conforme Figura 33.

Figura 33 – Habilitar rastro do ponto D.

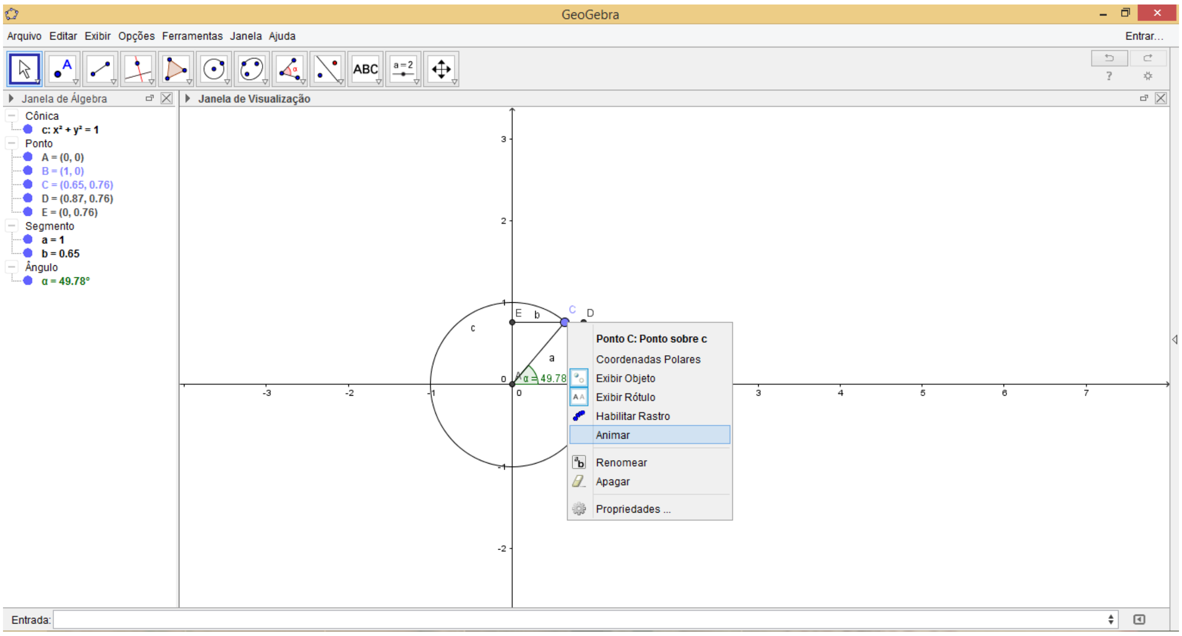


Fonte: do autor.

PASSO 8: Animação do ponto C.

Após habilitar o rastro do ponto D, pode-se clicar com o botão direito sobre o ponto C e ativar a função "Animar", identificada na Figura 34.

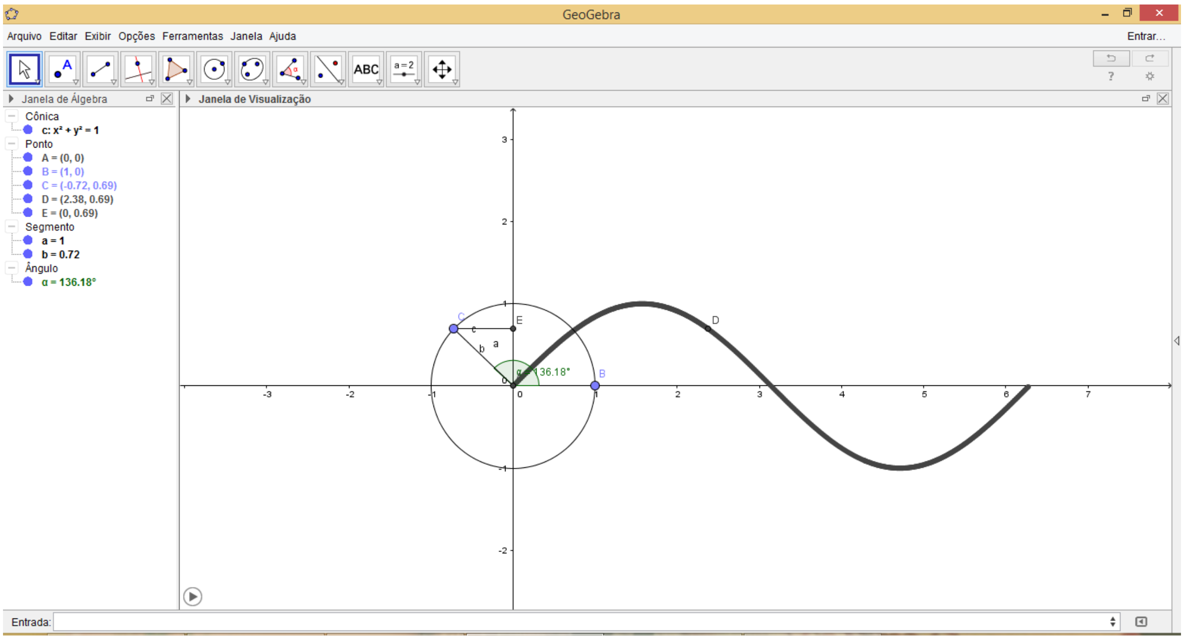
Figura 34 – Animar ponto C.



Fonte: do autor.

O percurso do ponto D irá traçar o gráfico da função seno, o ângulo α irá variar de 0 a 360 graus e o ponto E, que identifica o valor de seno no eixo y, modificará à medida que o ângulo mudar. Pode-se verificar a imagem formada pelo rastro do ponto D na Figura 35.

Figura 35 – Rastro do ponto D.

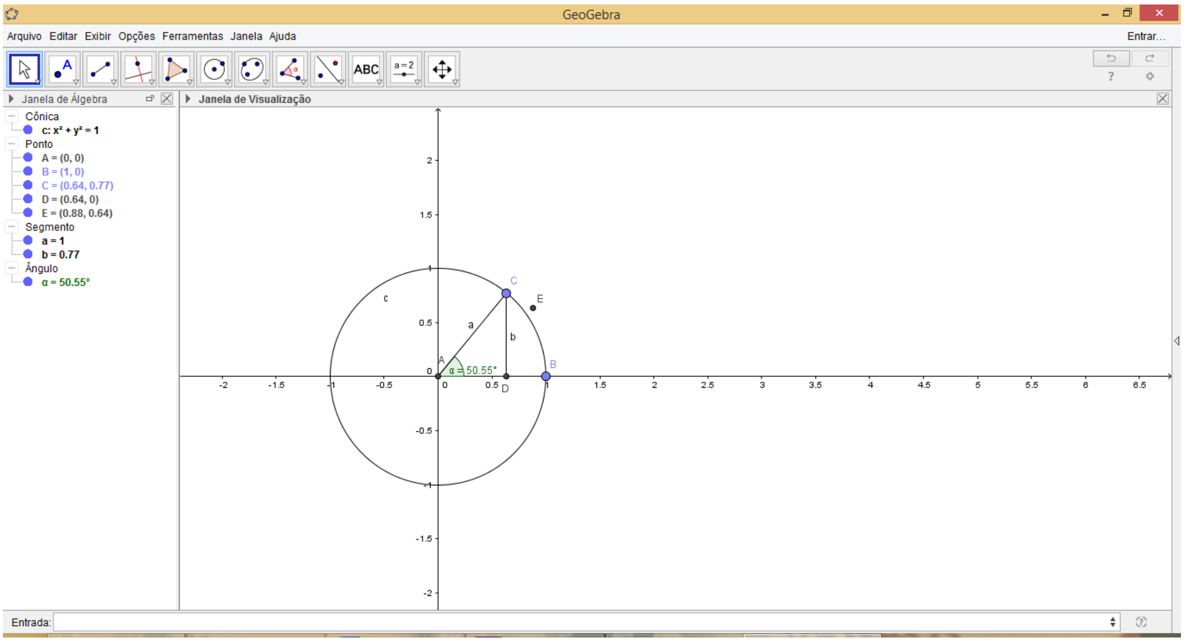


Fonte: do autor.

Com essa construção concluída, espera-se que os estudantes sejam capazes de visualizar a variação dos valores de seno de acordo com cada ângulo de 0 a 360 graus. Através da mediação do professor, espera-se também que os aprendizes possam observar e identificar o gráfico da função seno.

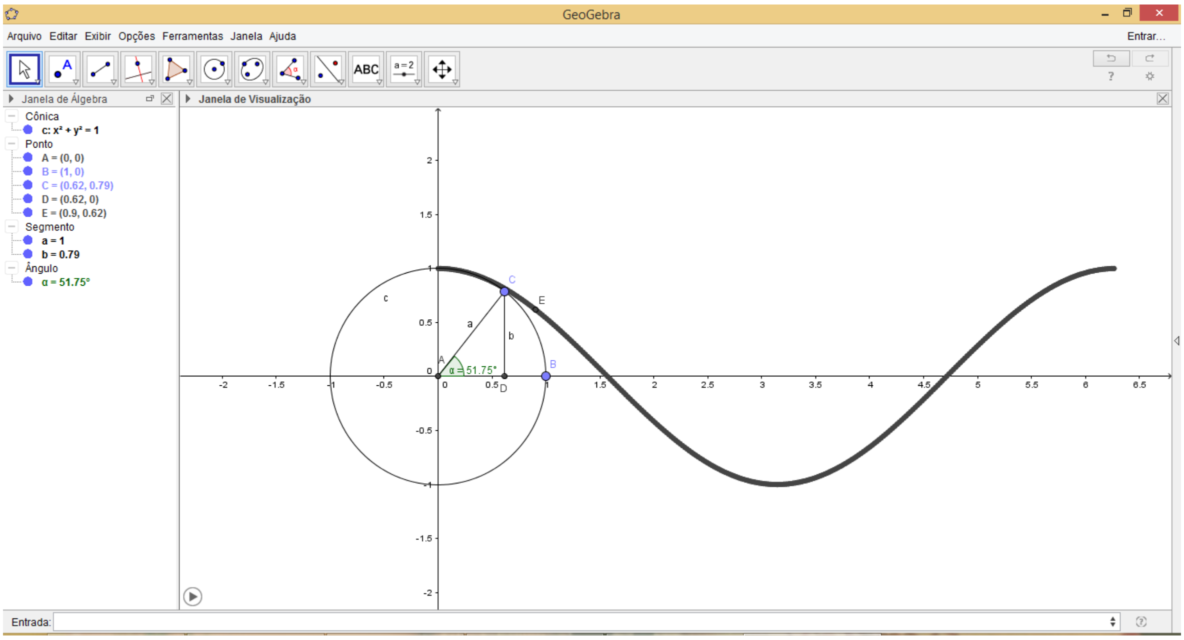
Da mesma forma, pode-se realizar a construção do ciclo e dos valores de cosseno, assim como de seu gráfico, como ilustrado nas Figuras 36 e 37.

Figura 36 – Construção do ciclo para ilustração do cosseno.



Fonte: do autor.

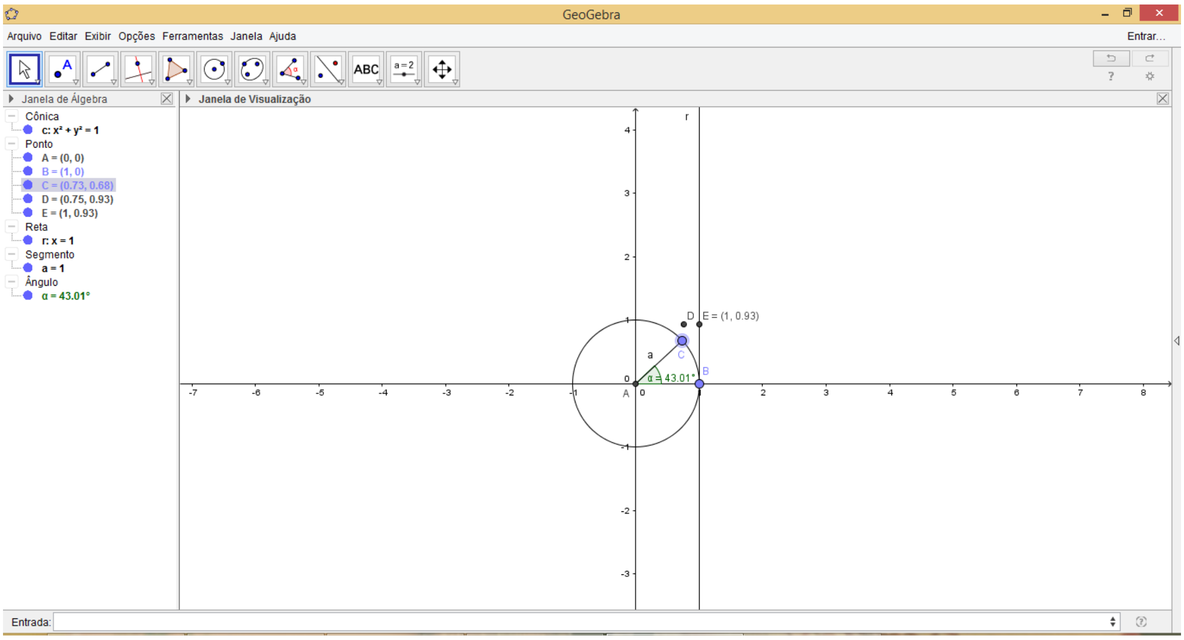
Figura 37 – Gráfico da função cosseno.



Fonte: do autor.

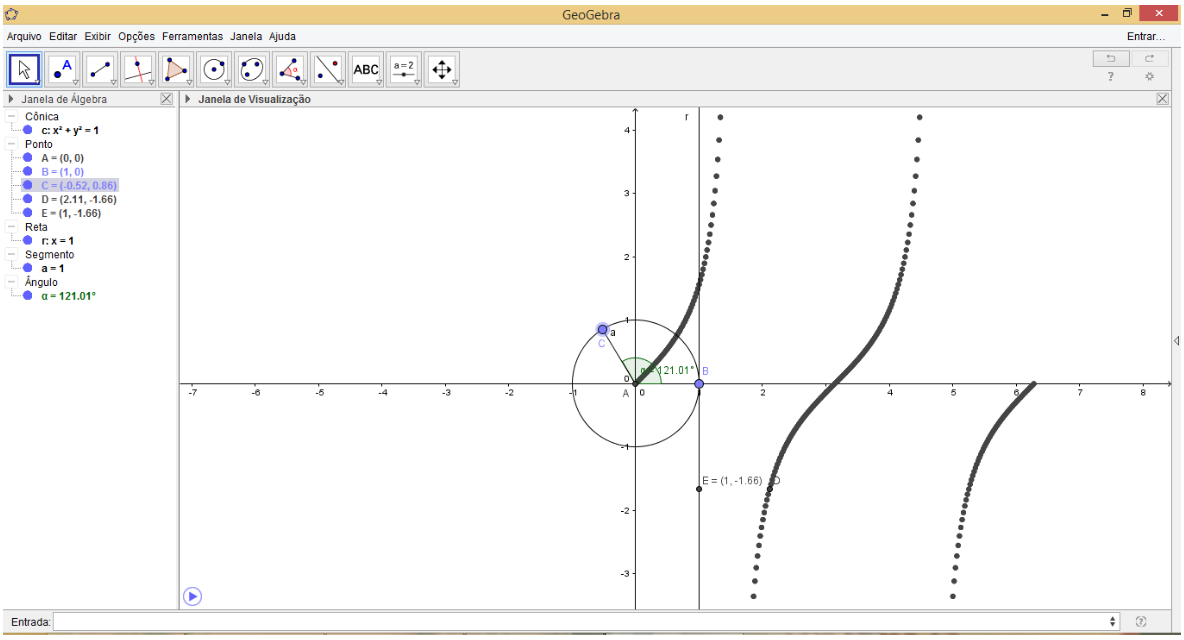
Além do seno e do cosseno, é possível realizar a construção para a tangente, como mostram as Figuras 38 e 39.

Figura 38 – Construção do ciclo e dos elementos necessários para a visualização dos valores da tangente.



Fonte: do autor.

Figura 39 – Esboço do gráfico da função tangente.



Fonte: do autor.

4.3.3 CONSIDERAÇÕES

O software Geogebra facilita a visualização e construção tanto do ciclo trigonométrico, quanto das funções trigonométricas (seno, cosseno e tangente). Permite que os estudantes possam manipular os diferentes ângulos e observar o que acontece em cada caso ao realizar tais manipulações.

Os aprendizes estão acostumados a receberem um grande número de informações em um curto período de tempo. Isso graças à informatização, que permite a realização de pesquisas, notícias, dentre outras coisas, e tudo praticamente no exato momento da busca.

Ao trabalhar com lousa e giz, o professor consegue representar parte do que deseja ensinar e ainda assim, a informação demora a ser focalizada. Sendo que dessa forma, ele precisa priorizar um ou outro ensinamento que achar mais necessário aos seus alunos.

Já com a utilização de softwares, como nessa proposta do Geogebra, muitas informações podem ser rapidamente ilustradas e transmitidas aos estudantes, que terão sua curiosidade aguçada e um estímulo para a busca do conhecimento.

Além de propiciar a inserção das novas tecnologias em sala de aula, essa atividade coloca o aluno como membro ativo de seu processo de ensino e aprendizado, já que ele mesmo realizará sua construção para que possa analisar suas características e desvendar assim mais algumas propriedades do seno, cosseno e tangente.

Após a realização dessa proposta de atividade, o professor pode apresentar aos estudantes uma tabela de valores de seno, cosseno e tangente, contendo diversos ângulos.

4.4 SUGESTÕES

A busca por variações na metodologia de ensino, fugindo do tradicional (em que o professor era o dono de todas as verdades e transmissor de conhecimentos, enquanto o aluno era apenas um receptor) também faz parte da construção da aprendizagem significativa. Pois assim, o estudante passa a ter estímulos diversos que são capazes de tornar o seu aprender prazeroso.

Até aqui, pode-se ver propostas de atividades de como utilizar a aprendizagem significativa para introduzir a Trigonometria no ensino médio. Primeiramente faz-se uma pequena busca dentro do espaço cognitivo dos estudantes, resgatando alguns subsunçores. Posteriormente, parte-se para a construção do saber. Como a construção de uma casa, o saber também deve ser construído em etapas. Conhecer primeiramente os subsunçores e reforçá-los é como fazer o alicerce da casa. A partir do alicerce (com ele firme) a casa pode começar a ser construída. Assim também funciona com o conhecimento, que passa a ser firmado e ter progresso a partir do momento que os subsunçores são considerados e ganham espaço dentro da sala de aula.

As atividades expostas são apenas uma ideia do que pode ser feito. Muitas outras podem ser desenvolvidas. Outras metodologias podem ser exploradas e utilizadas na busca da motivação dos estudantes e da melhor forma de atingi-los positivamente, em termos de conhecimento.

Utilizando-se material concreto, na sequência podem-se ver outras duas sugestões de atividades que podem ser exploradas, planejadas e desenvolvidas com os estudantes.

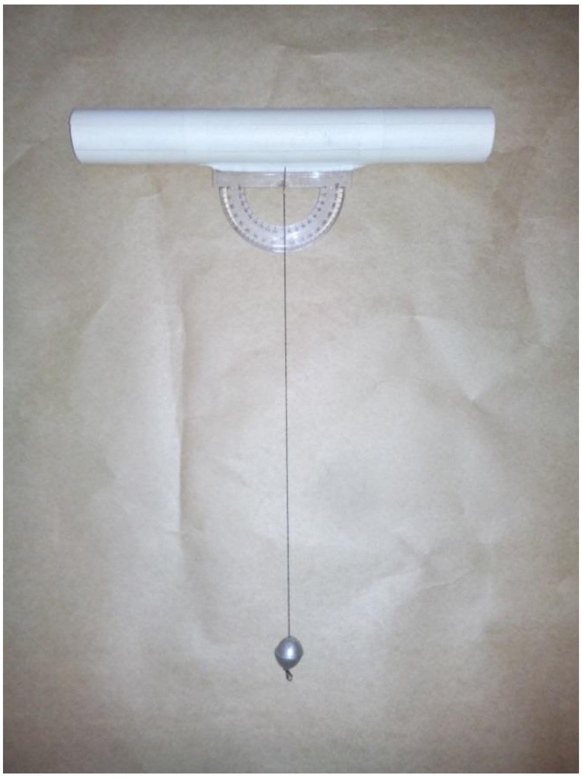
4.4.1 ATIVIDADE TEODOLITO

"Para medir ângulos em terrenos ou em construções, topógrafos e engenheiros utilizam aparelhos que oferecem grande precisão – os **teodolitos"** (DINIZ; SMOLE, 2010, p. 241, grifo do autor).

É possível que o professor construa, sozinho ou com os alunos, um teodolito simplificado, como o exemplificado na Figura 40, com o objetivo de medir distâncias inacessíveis e mostrar aos estudantes que isso é possível utilizando-se a medida de ângulos e a Trigonometria.

Essa construção pode ser feita com materiais simples como o transferidor, pedaço de cano de PVC e um chumbinho de pesca.

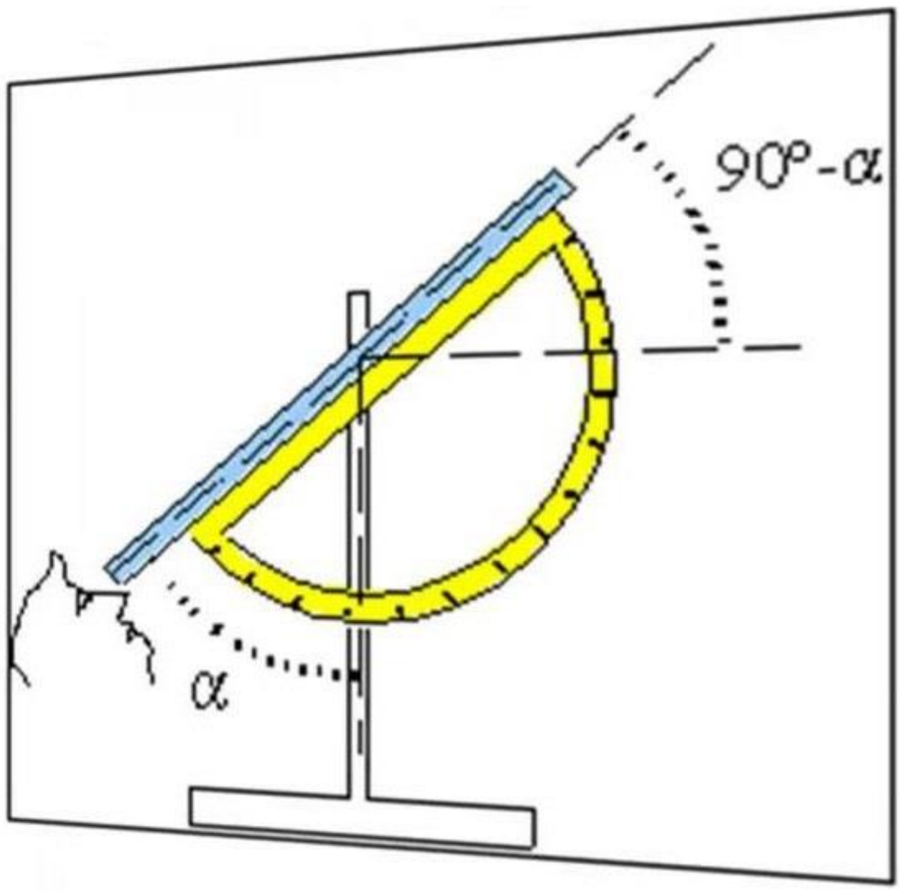
Figura 40 – Teodolito simplificado construído pelo autor.



Fonte: do autor.

Para a realização dessa atividade, o professor deve orientar os estudantes a mirarem o ponto extremo do que se quer medir, olhando dentro do cano de PVC. Dessa forma a linha com o chumbinho marcará um ângulo α. O ângulo formado entre a horizontal e a direção do observador ao ponto de mira será o ângulo 90º - α, como mostra a Figura 41.

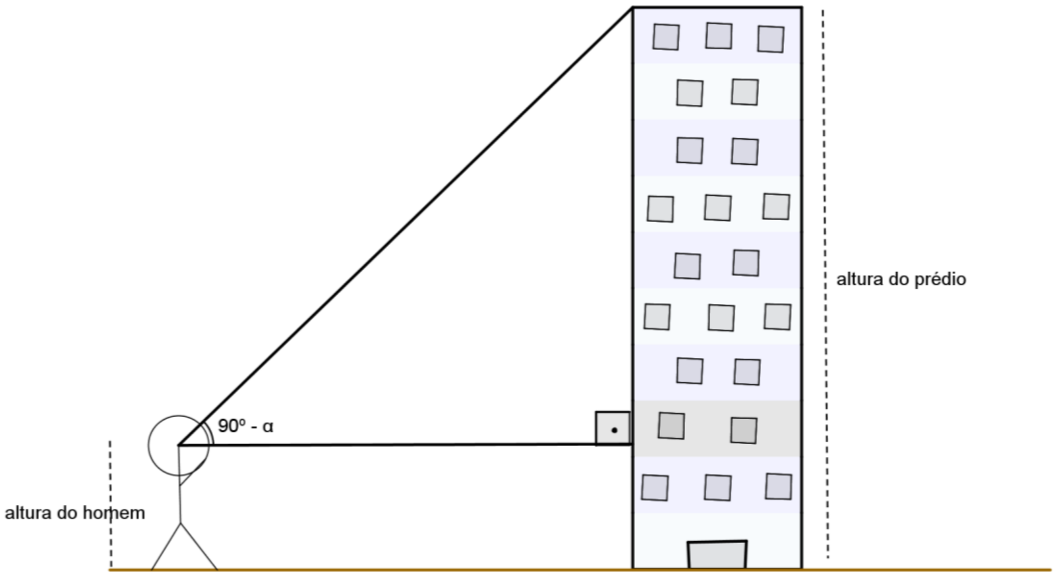
Figura 41 – Como medir o ângulo usando teodolito simplificado.



Fonte: < https://i.ytimg.com/vi/lFOKpDKbCF0/maxresdefault.jpg > Acesso em: 30 jun 2016.

Com esse ângulo encontrado, o que se tem é um triângulo, como se pode ver na Figura 42. A partir desse triângulo é possível encontrar, por exemplo, a altura de um prédio.

Figura 42 – Construção do triângulo a partir do ângulo medido com o teodolito simplificado.



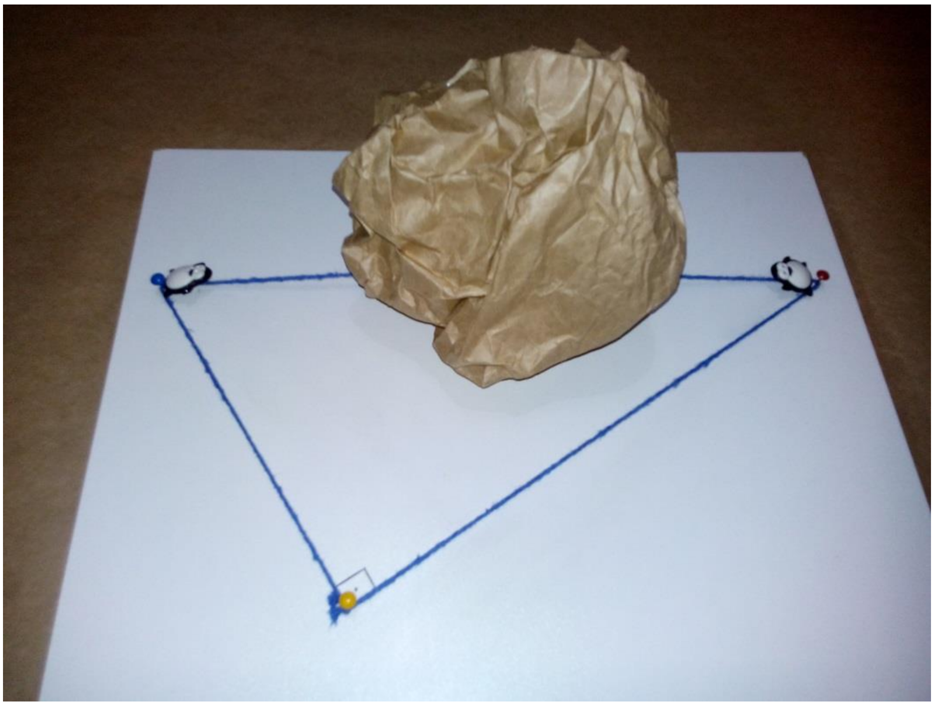
Fonte: do autor.

4.4.2 ATIVIDADE TÚNEL

A Trigonometria está presente em fatos de nosso dia a dia. Por exemplo, para a construção de um túnel em linha reta, é necessário que se tenha um conhecimento básico sobre triângulos. É necessário também a utilização de um teodolito que possa medir com precisão ângulos e consequentemente, distâncias inacessíveis.

Um dos procedimentos que pode ser utilizado na construção de um túnel é a demarcação de um triângulo retângulo com ângulos agudos medidos nas extremidades da montanha onde o túnel será construído, sendo o ângulo reto marcado em um ponto estratégico de onde se possam enxergar os dois ângulos agudos. Pode-se ver um exemplo de como esse triângulo deve ser demarcado na Figura 43.

Figura 43 – Triângulo demarcado para a construção de um túnel.

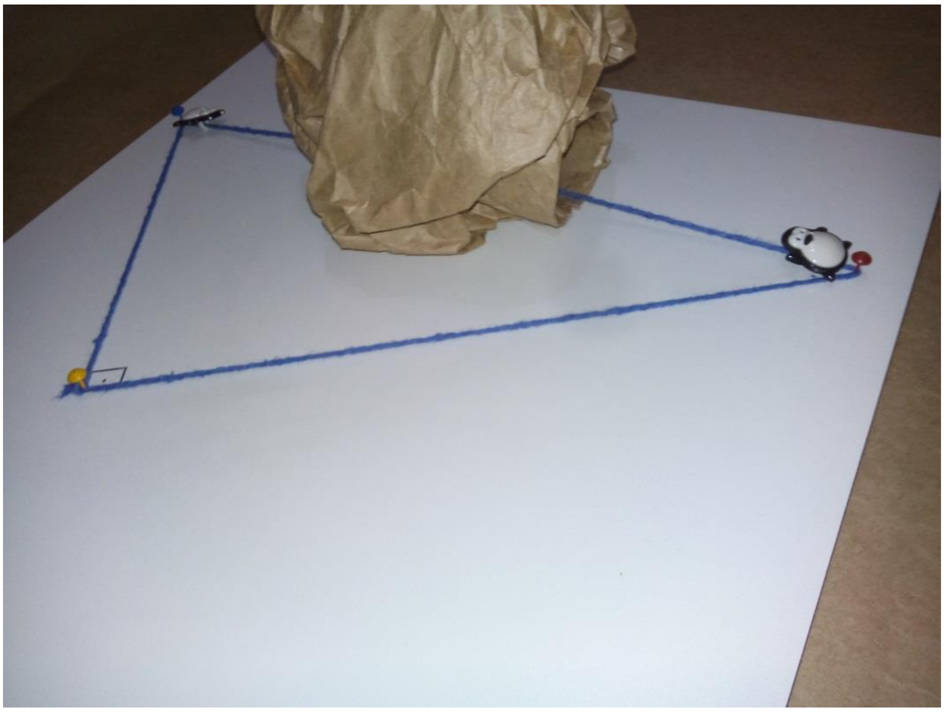


Fonte: do autor.

Com os ângulos e o triângulo demarcados, de ambos os lados da montanha, inicia-se uma escavação para a abertura do túnel. Ao final, no centro da montanha os construtores encontram-se e a construção terá sido feita em linha reta, isso graças aos ângulos encontrados. Basta que sigam sempre em linha reta, mantendo os mesmos ângulos (em ambos os lados) para que a construção seja feita com êxito.

Sugere-se que o professor construa uma maquete simples para mostrar aos seus alunos a utilização da Trigonometria na construção de um túnel. O exemplo mostrado na Figura 44 foi construído em uma pequena placa de madeira compensada, mas pode-se utilizar uma placa de isopor em seu lugar. Além disso, foram utilizados: papel pardo, barbante, percevejos coloridos para marcarem os vértices do triângulo e botões capazes de movimentar-se sobre o barbante para que dentro do “túnel” possa ser visto o encontro deles, mantido os ângulos.

Figura 44 – Maquete para ilustrar a construção de um túnel.



Fonte: do autor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A educação no Brasil passou por grandes variações durante a década de 90, sendo fortemente impactada pela nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996, que precedeu diretrizes curriculares e parâmetros curriculares nacionais, norteadores do ensino e utilizados até os dias atuais.

> A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (lei 9.394), aprovada em 1996, imprime um novo significado aos preceitos constitucionais, ao incluir o ensino médio como etapa final da educação básica no Brasil, abrindo aos jovens a possibilidade de acesso a um nível de escolaridade mais elevado (CASTRO; TIEZZI, 2004, p. 117).

Com a LDB, todo o processo de ensino-aprendizagem começou a passar por modificações. A partir daí, principalmente no ensino médio, a educação escolar passou a enfrentar modificações em seu currículo e em toda sua estrutura. Anterior a essa lei, os estudantes que cursavam o ensino médio, em sua maioria, estudavam no período noturno, pois sua oferta era predominantemente à noite.

O ensino médio era basicamente oferecido de duas maneiras, a primeira como ensino profissionalizante, e a segunda, oferecido por boas escolas, funcionava como uma preparação pré-vestibular. O vestibular, por sua vez, funcionava como um grande exame de avaliação e com seus resultados podia-se ter uma ideia de como estava o ensino. Além disso, esse exame era excludente e somente alunos da classe média e alta conseguiam ser bem sucedidos.

Até então, podia-se dizer que o currículo das escolas era elitista e enciclopédico, ou seja, prezava pela memorização e armazenamento da maior quantidade de conteúdos possível. A vivência dos estudantes e a evolução da sociedade não eram levadas em consideração.

> Os novos parâmetros do ensino médio, elaborados por um conjunto de especialistas contratados pelo Ministério da Educação, estão baseados fundamentalmente nos vínculos com os diversos contextos de vida dos alunos e no domínio de competências e habilidades básicas, e não mais no acúmulo de informações (CASTRO; TIEZZI, 2004, p. 126).

Assim, a realidade social passou a fazer parte do sistema educacional e fatos, como a evolução tecnológica, foram assumidos como influenciadores da educação e da vida dos estudantes. A escola passou a preocupar-se em fornecer subsídios para que seus alunos desenvolvessem competências e habilidades de modo a aprender a adquirir o saber e os novos conhecimentos, ou seja, desenvolvendo o raciocínio lógico e a capacidade de contextualização, dentre outras coisas.

O ENEM, como é conhecido o Exame Nacional do Ensino Médio, teve início no ano de 1998 com o intuito de avaliar os estudantes da educação básica e consequentemente promover uma melhoria no ensino. Em 2009, passou a ser adotado também como forma de seleção para o ingresso em universidades federais, em substituição aos vestibulares, aumentando assim seu impacto dentro das escolas, além de promover a adequação dos currículos, em especial, do ensino médio.

“O Exame Nacional do Ensino Médio tem sido um valioso instrumento da política de implementação da reforma do ensino médio, difundindo seus objetivos de forma intensiva para todo o Brasil” (CASTRO; TIEZZI, 2004, p. 131).

Ainda sobre o ENEM, ao substituir uma prova de vestibular, o mesmo busca também promover uma maior universalização, diminuindo as desigualdades enfrentadas pelos estudantes na hora de ingressarem em uma universidade federal, quando avaliados.

> O que está presente na concepção do ENEM é a importância de uma educação com conteúdos analiticamente mais ricos, voltados para o desenvolvimento do raciocínio e a capacidade de aprender a aprender, buscando a eliminação paulatina dos currículos gigantescos e permitindo que as escolas do ensino médio concentrem-se no que é importante ensinar. [...] O valor da formação não reside no armazenamento de muitas informações ou memorização de muitos fatos, mas no desenvolvimento das estruturas mentais que permitem ao jovem e ao adulto enfrentar problemas novos usando as velhas e boas teorias científicas (CASTRO; TIEZZI, 2004, p. 131).

Neste contexto pode-se situar e justificar a utilização da aprendizagem significativa dentro da educação básica, sendo ela uma ferramenta auxiliadora do novo processo de ensino-aprendizagem.

A aprendizagem significativa é capaz de auxiliar as variações do processo de ensino necessárias com a evolução. Surgiu a partir dos anos 60 onde, até então, a aprendizagem era, ao menos na maioria dos casos, mecanizada. Os conhecimentos prévios dos estudantes dificilmente eram levados em consideração e sem ter onde ancorar-se, os novos conteúdos eram meramente decorados e posteriormente esquecidos (na maioria dos casos) e em um curto período de tempo.

> Segundo a teoria de Ausubel, na aprendizagem há três vantagens essenciais em relação à aprendizagem memorística. Em primeiro lugar, o conhecimento que se adquire de maneira significativa é retido e lembrado por mais tempo. Em segundo, aumenta a capacidade de aprender outros conteúdos de uma maneira mais fácil, mesmo se a informação original for esquecida. E, em terceiro, uma vez esquecida, facilita a aprendizagem seguinte – a "reaprendizagem", para dizer de outra maneira (PELIZZARI, 2002, p. 39 e 40).

Pode-se dizer que com o auxílio de Ausubel, foi possível ter ferramentas que ajudam na modernização do ensino-aprendizado. Além das vantagens citadas anteriormente, destaca-se a função do aluno nesse novo processo, como membro ativo de seu próprio aprendizado. Os estudantes não são mais treinados a reproduzirem o que o professor ensina, mas são conduzidos pelo professor mediador a construírem seu próprio conhecimento.

Essa modernização que vem ocorrendo dentro das escolas também pode ser verificada, por exemplo, em vestibulares e mais claramente na evolução da prova do ENEM ao longo dos anos. Daí a importância de ensinar os estudantes a serem ativos no desenvolver de seu aprendizado, utilizar seus conhecimentos prévios e assim ter uma base firme para que os novos conceitos fiquem solidificados.

Fazendo-se uma análise, ainda que superficial, de algumas provas do ENEM, e de alguns vestibulares, anteriores à reforma da educação no Brasil e após o início desse processo, para ingresso em universidades públicas, pode-se verificar a diferença em relação à forma como os conteúdos eram e são cobrados. A variação fica ainda mais acentuada quando comparados com as novas provas do ENEM, elaboradas a partir de 2009.

A seguir podem-se ver duas questões da FUVEST (Fundação Universitária para o vestibular) dos anos 1980 e 2016. Ou seja, uma questão anterior à nova LDB e uma recente. A prova da FUVEST é utilizada para o ingresso na Universidade de São Paulo (USP) e atualmente é dividida em duas fases. A primeira contemplando conhecimentos gerais e, a segunda, a parte específica destinada a cada curso.

Encontra-se na Figura 45 um exemplo de questão de Trigonometria apresentado em um vestibular, antes da reorganização curricular do ensino médio. Não existe contextualização ou qualquer preocupação em dar um sentido ao conteúdo a ser cobrado, diferente do que é apresentado na Figura 46, que contém uma questão contextualizada e que propõe ao estudante a visualização da situação exposta, conforme nova proposta de ensino.

Figura 45 – Questão da FUVEST 1980.

32. O valor de $(\text{sen}\, 22°30' + \cos 22°30')^2$ é:

a) $\frac{3}{2}$ d) 1

b) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ e) 2

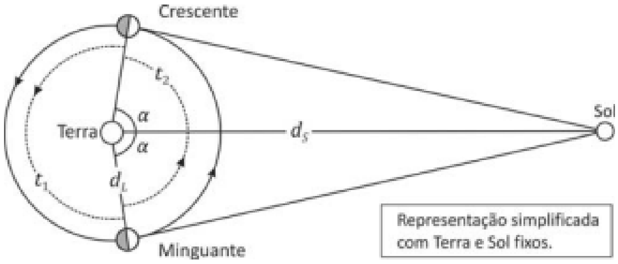
c) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

Fonte: < http://www.fuvest.br/vest1980/provas/p1f80_04.stm > Acesso em: 09 jun 2016.

Figura 46 – Questão da primeira fase FUVEST 2016.

12

Quando a Lua está em quarto crescente ou quarto minguante, o triângulo formado pela Terra, pelo Sol e pela Lua é retângulo, com a Lua no vértice do ângulo reto. O astrônomo grego Aristarco, do século III a.C., usou este fato para obter um valor aproximado da razão entre as distâncias da Terra à Lua, d_L, e da Terra ao Sol, d_S.



É possível estimar a medida do ângulo α, relativo ao vértice da Terra, nessas duas fases, a partir da observação de que o tempo t_1, decorrido de uma lua quarto crescente a uma lua quarto minguante, é um pouco maior do que o tempo t_2, decorrido de uma lua quarto minguante a uma lua quarto crescente. Supondo que a Lua descreva em torno da Terra um movimento circular uniforme, tomando $t_1 = 14{,}9$ dias e $t_2 = 14{,}8$ dias, conclui-se que a razão d_L/d_S seria aproximadamente dada por

a) $\cos 77{,}7°$
b) $\cos 80{,}7°$
c) $\cos 83{,}7°$
d) $\cos 86{,}7°$
e) $\cos 89{,}7°$

Fonte: < http://www.fuvest.br/vest2016/provas/fuv2016.1fase.prova.V.pdf > Acesso em: 09 jun 2016.

A Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) é uma das universidades federais que passou por grandes transformações quanto ao seu exame de acesso. Seu vestibular, antes definido por uma prova organizada pela COPEVE (Comissão Permanente de Vestibular), foi substituído pelo ENEM.

Diferente das provas que adotam o sistema de questões de múltipla escolha, a UFMS continha em seu vestibular, questões com cinco afirmações para serem julgadas, cada uma com uma pontuação diferente indicada. As afirmações corretas deviam ser marcadas e suas pontuações adicionadas para que fosse dada a resposta final, na forma de um número (soma das pontuações das afirmações corretas). Podem-se ver exemplos de questões de vestibulares da UFMS nas Figuras 47 e 48. Apesar de essas questões apresentarem-se em um contexto pós LDB, ainda prezam a memorização e não são contextualizadas ou problematizadas.

Figura 47 – Questão da UFMS 1998.

10 - Seja f uma função definida por f(x) = tgx, $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$. Se f(u) = m, onde $-\frac{\pi}{2} < u < \frac{\pi}{2}$ e $m \in \mathbb{R}$, então é **correto** afirmar que:

(01) $f(2u) = 2m$.

(02) $\cos^2 u = \frac{1}{1+m^2}$.

(04) $\operatorname{sen}^2 u = \frac{m^2}{1+m^2}$.

(08) $\frac{1}{\cos^2 u + \operatorname{sen} u \cos u + \operatorname{sen}^2 u} = \frac{1+m^2}{1+m+m^2}$.

(16) $\cos(2u) = \frac{m+1}{m-1}$.

Fonte: < http://static.copeve.ufms.br/Vst1998v/ > Acesso em: 09 jun 2016.

Figura 48 – Questão da UFMS 1999.

09 – A expressão $(\cos x)^4 - (\operatorname{sen} x)^4$ é equivalente a

(01) $1 - (\operatorname{sen} x)^2$

(02) $(\cos x)^2 - (\operatorname{sen} x)^2$

(04) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\cos x)^4$

(08) $2(\cos x)^2 - 1$

(16) $\cos 2x$

Fonte: < http://static.copeve.ufms.br/Vst1999v/ > Acesso em: 09 jun 2016.

Prosseguindo, observando as Figuras 49 à 51, evidencia-se a diferença de apresentação existente em questões do ENEM, contextualizadas, problematizadas e atuais.

Figura 49 – Questão do ENEM 2009.

Questão 154

A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro.

A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é

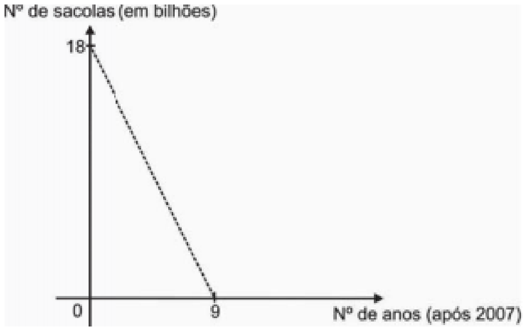
- **A** 1,16 metros.
- **B** 3,0 metros.
- **C** 5,4 metros.
- **D** 5,6 metros.
- **E** 7,04 metros.

Fonte: < http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2009/dia2_caderno7.pdf > Acesso em: 09 jun 2016.

Figura 50 – Questão do ENEM 2010.

Questão 156

As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Observe o gráfico a seguir, em que se considera a origem como o ano de 2007.



LUCENA, M. Guerra às sacolinhas. Galileu. nº 225, 2010.

De acordo com as informações, quantos bilhões de sacolas plásticas serão consumidos em 2011?

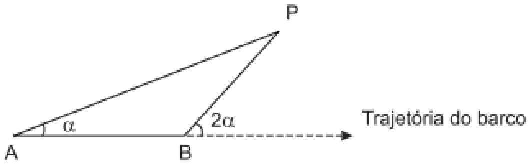
- **A** 4,0
- **B** 6,5
- **C** 7,0
- **D** 8,0
- **E** 10,0

Fonte: < http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2010/AZUL_quinta-feira_GAB.pdf > Acesso em: 09 jun 2016

Figura 51 – Questão do ENEM 2011.

QUESTÃO 163

Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α. A figura ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30°$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância AB = 2 000 m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será

- A 1 000 m.
- B $1\,000\sqrt{3}$ m.
- C $2\,000\frac{\sqrt{3}}{3}$ m.
- D 2 000 m.
- E $2\,000\sqrt{3}$ m.

Fonte: < http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/08_ROSA_GAB.pdf > Acesso em: 09 jun 2016.

Com esse pequeno fragmento de algumas provas é perceptível a diferença existente. Há uma variação conforme os momentos em que as questões foram aplicadas. Essas variações são necessárias e influenciam no desempenho dos estudantes, já que eles estão inseridos em uma sociedade em constante mudança.

Pode-se fazer outra comparação, além da feita com as questões apresentadas anteriormente, citando a forma em que eram realizadas pesquisas antigamente e como elas são feitas nos dias de hoje.

Em um tempo atrás, pesquisas de escola, trabalhos e estudos eram feitos utilizando-se enciclopédias e livros, na maioria das vezes, disponíveis em bibliotecas. Para ter acesso, o indivíduo precisava ir atrás da informação, procurar, ler, não era um processo rápido. Diferente do que se vê atualmente.

Com a evolução tecnológica, computadores e celulares estão em todos os lugares e permitem a transmissão de informações em tempo real. Tudo passou a ser muito rápido. Os estudantes, ou quem quer que queira realizar uma pesquisa, por exemplo, pode acessar a internet e obter resultados para a informação procurada no mesmo instante.

O tempo de resposta obtido na sociedade atual mudou. E junto com todas as modificações que foram e estão acontecendo, a escola também precisa atualizar-se e modernizar os métodos utilizados para o ensino-aprendizado, pois o seu aluno também mudou e não pode mais receber os conhecimentos como antigamente. Hoje o estudante precisa ser muito mais do que um simples receptor de conteúdos, precisa fazer parte do saber e do aprender.

Daí a importância dos aprendizes serem educados de uma maneira diferente, sendo instigados a pensar e a construir novos saberes a partir de bases concretas. A aprendizagem significativa é uma das ferramentas que pode auxiliar o professor nesse processo, já que é capaz de dar sentido aos conteúdos a serem estudados e assim promover uma melhor aceitação e memorização por parte dos alunos.

Espera-se que com sua utilização os estudantes tenham um aprendizado não somente para a sala de aula ou para uma prova de ingresso em universidade, mas sim para a vida toda.

Espera-se ainda que a Trigonometria seja somente um conteúdo que foi usado para a exemplificação da utilização da aprendizagem significativa, e que sirva como base para que outros tópicos e conteúdos diversos sejam adaptados e ensinados significativamente.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, R. G. **A História da Educação na Antiguidade**. 2012 < http://www.recantodasletras.com.br/ensaios/3920034 >. Acesso em: 02 fev 2016.

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. 320 p.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm >. Acesso em: 06 out 2015.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DA EDUCAÇÃO BÁSICA. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio):** Parte I – Bases Legais. Brasília: MEC, SEB, 2000a. 109 p. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf >. Acesso em: 29 set 2015.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DA EDUCAÇÃO BÁSICA. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio):** Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEB, 2000b. 58 p. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf >. Acesso em: 29 set 2015.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DA EDUCAÇÃO BÁSICA. **PCN+ (Ensino Médio):** Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEB, 2002. 141 p. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf >. Acesso em: 29 set 2015.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DA EDUCAÇÃO BÁSICA. **Orientações curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Volume 2. Brasília: MEC, SEB, 2006. 135 p. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf >. Acesso em: 29 set 2015.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO CONTINUADA, ALFABETIZAÇÃO, DIVERSIDADE E INCLUSÃO. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. 562 p. Disponível em: < http://educacaointegral.org.br/wp-content/uploads/2014/07/diretrizes_curiculares_nacionais_2013.pdf >. Acesso em: 29 set 2015.

CASTRO, M. H. G. de; TIEZZI, S. **A reforma do ensino médio e a implantação do Enem no Brasil**. p. 115-147 2004. Disponível em: <

http://www.schwartzman.org.br/simon/desafios/4ensinomedio.pdf >. Acesso em: 06 jun 2016.

COSTA, N. M. L. **A História da Trigonometria**. PUC – SP. Disponível em: < http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_triogono.pdf >. Acesso em: 08 fev 2016.

DANTE, L. R. **Matemática:** contexto e aplicações. 1. Edição. Vol 1. São Paulo: Ática, 2010.

DANTE, L. R. **Matemática:** contexto e aplicações. 1. Edição. Vol 2. São Paulo: Ática, 2010.

DINIZ, I. de S. V.; SMOLE, K. C. S. **Matemática:** ensino médio: volume 1. 6. Edição. São Paulo: Saraiva, 2010.

FERNANDES, E. David Ausubel e a aprendizagem significativa. Disponível em: < http://revistaescola.abril.com.br/formacao/david-ausubel-aprendizagem-significativa-662262.shtml> Acesso em: 11 jan 2016.

GONÇALVES, F. I. R.; MAGALHÃES, L. M. A.; PEREIRA, S. C. R. **Matemática na Astronomia:** Trabalho de projeto. Universidade do Minho – Departamento de Matemática, 2007. Disponível em: < http://w3.math.uminho.pt/~fmena/tp30maio.pdf >. Acesso em: 07 fev 2016.

KLEIN, M. E. Z. **O ensino da trigonometria subsidiado pelas teorias da aprendizagem significativa e dos campos conceituais**. Porto Alegre: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2009. Disponível em: < http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/3117/1/000413145-Texto%2bCompleto-0.pdf >. Acesso em: 22 fev. 2016.

MACEDO, O. J.; ROMANINI, E. Geogebra – Uma alternativa para o ensino de matemática. In: SANTOS, R. R. dos; SOUZA, F. P. de (Org.). **Interciências:** Investindo em Novos Talentos da Rede de Educação Pública para Inclusão Social e Desenvolvimento da Cultura Científica em Três Lagoas – MS. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2014. Capítulo 3, p. 45-68.

MATO GROSSO DO SUL. SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO. **PEE – MS:** Plano Estadual de Educação de Mato Grosso do Sul. Campo Grande: SED, 2014. 130 p. Disponível em: < http://www.sed.ms.gov.br/wp-content/uploads/sites/67/2015/05/Plano-Estadual-de-Educa%C3%A7%C3%A3o-MS.pdf >. Acesso em: 16 jan 2016.

MATO GROSSO DO SUL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO. Referencial Curricular 2012a Ensino Fundamental. Secretaria de Educação do Estado de Mato Grosso do Sul. Campo Grande: Alvorada, 2012. 362 p. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/CURRICULOS/Mato_Grosso_do_Sul_Referencial_Curricular_Ensino_Fundamental.pdf >. Acesso em: 04 abr 2016.

MATO GROSSO DO SUL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO. Referencial Curricular 2012b Ensino Médio. Secretaria de Educação do Estado de Mato Grosso do Sul. Campo Grande: Alvorada, 2012. 266 p. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/CURRICULOS/Mato_Grosso_do_Sul_Referencial_Curricular_Ensino_Medio.pdf >. Acesso em: 04 abr 2016.

MEC. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=293&Itemid=358 > Acesso em: 29 set 2015.

MOREIRA, M. A. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências:** A teoria da aprendizagem significativa. 1. Edição. Porto Alegre: UFRGS, 2009. Disponível em: < http://www.if.ufrgs.br/~moreira/Subsidios6.pdf >. Acesso em: 08 jan 2016.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal aprendizagem significativa?** 2012. Disponível em: < http://www.if.ufrgs.br/~moreira/oqueeafinal.pdf >. Acesso em: 14 jan 2016.

MORETTO, V. P. **Construtivismo:** a produção do conhecimento em aula. 4. Edição. Rio de Janeiro: DP&A, 2003. 128 p.

MORETTO, V. P. **Planejamento:** Planejando a educação para o desenvolvimento de competências. 4. Edição. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009. 136 p.

NETO, A. C. M. **Tópicos de Matemática Elementar:** Geometria Euclidiana Plana. 2. Edição. (Coleção Professor de Matemática – vol 2). Rio de Janeiro: SBM, 2013. 464 p.

NETO, E. R. **Didática da Matemática**. 5. Edição. São Paulo: Ática, 1994. 200 p.

PELIZZARI, Adriana et al. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **revista PEC**, v. 2, n. 1, p. 37-42, 2002. Disponível em: < http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012381.pdf >. Acesso em: 29 out 2015.

RIBEIRO, J. **Matemática:** ciência, linguagem e tecnologia, 1: ensino médio. São Paulo: Scipione, 2010.

RIBEIRO, M. L. S. **História da educação brasileira:** a organização escola. 20. Edição. Campinas, SP: Autores Associados, 2007. – (Coleção memória da educação). Disponível em: < https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=mFSOagRZlNoC&oi=fnd&pg=PA11&dq=hist%C3%B3ria+trigonometria&ots=CcZrY_k7mj&sig=XEPbF_fKTAPYaqBMtDbJBGMSIXY#v=onepage&q=hist%C3%B3ria%20trigonometria&f=false >. Acesso em: 01 fev 2016.

SILVA, J. F. da; HOFFMANN, J.; ESTEBAN, M. T. (Org.). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas:** em diferentes áreas do currículo. 10. Edição. Porto Alegre: Mediação, 2013. 128 p.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. de S. V. **Matemática:** ensino médio: volume 01. 6. Edição. São Paulo: Saraiva, 2010.

VIANA, A. Eu não gosto de ensinar este tópico. **Revista Cálculo**, São Paulo, ano 3, n. 32, p.30 – 35, set. 2013.