



**Universidade Federal de Goiás
Instituto de Matemática e Estatística
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional**



**A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ESTÍMULO
AO ENSINO-APRENDIZAGEM**

CLEOMAR LUIZ DA COSTA

Goiânia

2016

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: ☒ **Dissertação** ☐ **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Nome completo do autor: Cleomar Luiz da Costa

Título do trabalho: A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ESTÍMULO AO ENSINO-APRENDIZAGEM

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento ☒ SIM ☐ NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Cleomar Luiz da Costa

Assinatura do (a) autor (a) ²

Data: 16 /12 /2016

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

² A assinatura deve ser escaneada.

CLEOMAR LUIZ DA COSTA

**A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ESTÍMULO
AO ENSINO-APRENDIZAGEM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Matemática e Estatística da
Universidade Federal de Goiás, como requisito
parcial para obtenção do título de Mestre em
Matemática.

Área de Concentração: Matemática

Orientadora: Dra. Kélem Gomes Lourenço

Goiânia

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Costa, Cleomar Luiz da
A História da Matemática como Estímulo ao Ensino-Aprendizagem
[manuscrito] / Cleomar Luiz da Costa. - 2016.
49 f.

Orientador: Profa. Prof.^a. Dr.^a. Kélem Gomes Lourenço.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto
de Matemática e Estatística (IME), Programa de Pós-Graduação em
Matemática, Goiânia, 2016.
Bibliografia.
Inclui lista de figuras.

1. História da Matemática. 2. Matemática. 3. Recurso Didático. 4.
Ensino Fundamental. 5. Ensino Médio. I. Lourenço, Prof.^a. Dr.^a. Kélem
Gomes, orient. II. Título.

CDU 51



Universidade Federal de Goiás-UFG
Instituto de Matemática e Estatística-IME
Mestrado profissional em Matemática em Rede
Nacional - PROFMAT/UFG



PROFMAT

Campus Samambaia – Caixa Postal 131 – CEP: 74.001-970 – Goiânia-GO.
Fones: (62) 3521-1208 e 3521-1137 www.ime.ufg.br

Ata da reunião da Banca Examinadora da Defesa de Trabalho de Conclusão de Curso do aluno Cleomar Luiz da Costa – Aos sete dias do mês de dezembro do ano de dois mil e dezesseis (07/12/2016), às 11:00 horas, reuniram-se os componentes da Banca Examinadora: Prof.^a. Dr.^a. Kélem Gomes Lourenço – Orientadora; Prof.^a. Dr.^a. Thaynara Arielly de Lima e José Eder Salvador de Vasconcelos, para, sob a presidência do primeiro, e em sessão pública realizada no Auditório do IME, procederem a avaliação da defesa intitulada: **“A História da Matemática como estímulo ao Ensino-Aprendizagem”**, em nível de Mestrado, área de concentração Matemática do Ensino Básico, de autoria de Cleomar Luiz da Costa discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal de Goiás. A sessão foi aberta pela Presidente da banca, Prof.^a. Dr.^a. Kélem Gomes Lourenço, que fez a apresentação formal dos membros da banca. A seguir, a palavra foi concedida ao autor do TCC que, em 30 minutos procedeu a apresentação de seu trabalho. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o examinando, tendo-se adotado o sistema de diálogo sequencial. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da defesa. Tendo-se em vista o que consta na Resolução nº. 1075/2012 do Conselho de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura (CEPEC), que regulamenta os Programas de Pós-Graduação da UFG e procedidas as correções recomendadas, o Trabalho foi **APROVADO** por unanimidade, considerando-se integralmente cumprido este requisito para fins de obtenção do título de **MESTRE EM MATEMÁTICA**, na área de concentração Matemática do Ensino Básico pela Universidade Federal de Goiás. A conclusão do curso dar-se-á quando da entrega na secretaria do IME da versão definitiva do trabalho, com as devidas correções supervisionadas e aprovadas pelo orientador. Cumpridas as formalidades de pauta, às 12:30 horas a presidência da mesa encerrou a sessão e para constar, eu, Sonia Maria de Oliveira, secretária do PROFMAT/UFG, lavrei a presente Ata que, depois de lida e aprovada, é assinada pelos membros da Banca Examinadora em quatro vias de igual teor.

Prof.^a. Dr.^a. Kélem Gomes Lourenço
Presidente – IME/UFG

Prof.^a. Dr.^a. Thaynara Arielly de Lima
Membro – IME/UFG

Prof. Dr. José Eder Salvador de Vasconcelos
Membro – IFG/GOIÂNIA

Dedico este trabalho a minha esposa Mirian e aos meus filhos Milla, Mariana e Cristian pelo amor, compreensão e apoio na realização deste projeto.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida.

Aos meus familiares e amigos, que em suas orações sempre torceram pelo meu sucesso.

À minha orientadora Professora Dr^a Kélem Gomes Lourenço, pelas orientações firmes e seguras.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de estudos concedida.

A todos os meus professores e colegas do mestrado, pelo incentivo e apoio oferecido.

RESUMO

A Matemática acompanha o homem desde os primórdios e está presente na maioria das atividades cotidianas. Reconhecida como uma disciplina de difícil compreensão muitas pessoas se afastam em vez de buscar meios que possibilitem o interesse para seu estudo. Habitualmente o professor de Matemática se depara tanto com alunos que têm dificuldade de assimilar conteúdos matemáticos como com os que têm aversão à disciplina. Para tanto, o professor deve buscar meios que motivem seus alunos e a História da Matemática é considerada por especialistas como um recurso eficaz para despertar esse interesse. Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo promover uma reflexão de como o uso da História da Matemática pode auxiliar o professor a estimular no aluno o apreço por esse estudo. Trata-se de uma revisão da literatura cujo principal método foi a pesquisa bibliográfica junto aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio e do Ensino Fundamental, aos livros especializados sobre a temática, e aos artigos, dissertações e teses. Em meio a inúmeros conteúdos matemáticos ministrados no Ensino médio e Fundamental, este estudo destacou nove deles por considerá-los mais presentes no cotidiano dos que estudam ou não estudam Matemática. Os conteúdos foram: conceitos básicos, contagem, número, álgebra, operações fundamentais, conjuntos, frações, funções e geometria. O estudo concluiu que, ao utilizar a História da Matemática como recurso, o professor desperta o interesse e a curiosidade dos alunos, torna as aulas mais dinâmicas e envolventes à medida que essas descobertas possibilitam, além de um resgate histórico, a valorização de cada conteúdo matemático como meio facilitador da vida cotidiana. Contudo, é necessário que o professor busque conhecimento para tal e este trabalho tem também como objetivo servir de subsídio junto aos que buscam essas informações.

Palavras-chave: História da Matemática. Matemática. Recurso didático. Ensino Fundamental. Ensino Médio.

ABSTRACT

Mathematics accompanies man since the beginning times and it is present in most everyday activities. It's considered a difficult discipline to understand, many people get away, instead of seeking for ways to allow the interest for its study. Usually the mathematics teacher comes across students who have difficulty to assimilate mathematical content, as those who have an aversion to discipline. Therefore, the teacher must look for ways to motivate his students and the history of mathematics is considered by experts as an effective source to arouse such interest. In this sense, this work aims to demonstrate how the use of history of mathematics can help the teacher to stimulate the student's appreciation for this study. This is a literature review whose main method was a literature research with the National Curriculum Parameters of high school and elementary school, to specialized books on the subject, and the articles, dissertations and theses published on the internet. Amid numerous mathematical contents taught in secondary and fundamental education, this study highlighted nine of them, considering them more present in the daily lives of those who study or not study mathematics. The contents were: basic concepts, count, number, algebra, basic operations, sets, fractions, geometry and functions. The study concluded that when using the history of mathematics as a teaching resource, the teacher wakes up students' interest and curiosity, becomes classes more dynamic and engaging, and these possible discoveries, besides historic rescue, the importance of each mathematical content as a facilitator of everyday life. However, it is necessary that the teacher seek knowledge for this, and this work has also the objective of providing support for those who seek this information.

Keywords: History of mathematics. Mathematics. Teaching resource. Secondary education. Fundamental education.

LISTAS DE FIGURAS

Figura 1	SEQUÊNCIA NUMÉRICA	22
Figura 2	DEZ NÃO PODE	23
Figura 3	QUADRADO MÁGICO.....	26
Figura 4	MÁQUINA DE CALCULAR.....	28
Figura 5	DIAGRAMA DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS.....	30
Figura 6	FICHAS NUMÉRICAS.....	30
Figura 7	PLANILHA DE MARCAÇÃO.....	31
Figura 8	SEMICÍRCULO.....	38
Figura 9	USO DO TRANSFERIDOR E DA RÉGUA.....	39
Figura 10	RELÓGIO DE SOL	39

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DE APRENDIZAGEM.....	14
3	A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA APLICADA A CONTEÚDOS ESPECÍFICOS.....	18
3.1	CONCEITOS BÁSICOS, CONTAGEM E NÚMEROS	18
3.2	ÁLGEBRA	24
3.3	OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	26
3.4	CONJUNTOS	28
3.5	FRAÇÕES.....	31
3.6	FUNÇÕES	33
3.7	GEOMETRIA	35
4	COMPETÊNCIAS NECESSÁRIAS AO PROFESSOR DE MATEMÁTICA....	40
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
	REFERÊNCIAS	47

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta uma reflexão sobre fatos da História da Matemática, para que o professor que tem como meta, além de ensinar matemática, crie condições favoráveis para que os alunos, com menores ou maiores dificuldades, possam aprender esta disciplina. Com essa postura, o professor tem a concepção de Matemática como ciência e demonstra compromisso com a sua profissão, pois além de repassar conteúdos em sala de aula, acredita que o acesso ao conhecimento matemático possibilita a inserção do aluno como cidadão “no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura” do País (BRASIL, 1998, p. 15).

Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver (BRASIL, 1999, p. 211).

D’Ambrósio (1999) expressa com propriedade sobre a importância da Matemática diante das atividades humanas e no decorrer do tempo ao afirmar: “Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber.”

Ainda, conforme D’Ambrosio (1990, p. 10), sabe-se que a Matemática se universalizou e tem sido, desde a época da Grécia Antiga, “a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea”, se impondo de forma lógica e racional diante da humanidade.

Por essa imposição e universalização é que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática precisa se integrar ao meio social em que se encontra inserido. É primordial motivar e despertar o interesse dos alunos para além de números, contagem, fórmulas e símbolos.

Esse entendimento tem o aval dos matemáticos Simons (1923); Hassler (1930), Wiltshire (1930); Humpheys (1980), Meserve (1980), Booker (1988) e Swetz (1989) (apud CASTRO, 2016) que defendem o uso da História da Matemática como recurso capaz de despertar o interesse, promover a compreensão e a formação dos alunos.

Nesse sentido é que o professor necessita ter conhecimento bem fundamentado dos conceitos e procedimentos matemáticos de tal forma que consiga repassar aos alunos a

concepção de que a Matemática é uma ciência dinâmica e essencial à vida de qualquer cidadão.

O estudo da História da Matemática faz parte do conjunto de valores que fundamentam o conhecimento, à medida que utilizando fatos históricos sobre a vida dos matemáticos e a finalidade de algumas descobertas, quando abordados em sala de aula, pode estimular os alunos ao aprendizado da disciplina e a desmitificar a ideia de que Matemática é direcionada apenas aos mais bem capacitados intelectualmente.

Havia, e ainda há, matemáticos e mesmo educadores matemáticos que veem a Matemática como uma forma privilegiada de conhecimento, acessível apenas a alguns especialmente dotados, e cujo ensino deve ser estruturado levando em conta que apenas certas mentes, de alguma maneira “especiais”, podem assimilar e apreciar a Matemática em sua plenitude (D’AMBROSIO, 1986, p. 9).

Dessa forma, a História da Matemática permite que o professor “encontre uma perspectiva para a matéria como um todo, relacionar os conteúdos dos cursos não apenas uns com os outros como também com o corpo, como o núcleo principal do pensamento matemático” (KLINE, 1976, p. 7).

Nessa direção, esta pesquisa tem por objetivo apontar como a História da Matemática pode auxiliar o professor a estimular no aluno o apreço por esse estudo. Acredita-se que a utilização desse recurso aumenta não só a possibilidade de apreensão dos conteúdos matemáticos ministrados em sala de aula como, também, o interesse dos alunos.

O propósito deste estudo vai ao encontro do descrito no artigo de Saito e Dias (2013) conforme se verifica:

A nossa proposta tem em vista explorar a contribuição que a história pode dar ao ensino da matemática por meio de construção de interfaces entre história e ensino, de modo a dar significado aos objetos matemáticos, contribuindo, assim, para a formação crítica de crianças, jovens e adultos, e de professores da Educação Básica (SAITO, DIAS, 2013).

O que motivou a escolha do tema deste trabalho foi o fato de que o professor de Matemática, tanto do Ensino Fundamental como do Ensino Médio, com pouco ou muitos anos de profissão, se depara continuamente com indagações de alunos que vão além das especificidades dos conteúdos trabalhados em sala de aula, a respeito do desenvolvimento da disciplina. A História da Matemática possibilita, dessa forma, que o professor utilize um valioso recurso quando se defronta com essas indagações.

Esse profissional depara com vários questionamentos tais como: quem inventou a Matemática? Como aconteceu? Por que inventou? Quase sempre de forma simples o professor responde aos alunos que não houve um inventor da disciplina e que essa ciência foi se desenvolvendo, no decorrer do tempo, conforme necessidades iam surgindo na vida dos seres humanos.

Esta pesquisa fornecerá, portanto, argumentos para que professores respondam a essas e outras indagações com base em evidências científicas que construíram a Matemática tal qual ela se apresenta na atualidade.

Trata-se de uma revisão da literatura em que se utilizou como principal método a pesquisa bibliográfica junto a livros de especialistas e a artigos, dissertações e teses publicadas. Ao selecionar o material para leitura levou-se em conta os livros mais tradicionais sobre o tema, não importando o ano de publicação; por outro lado, foram desprezados materiais disponibilizados na *internet* com publicação de mais de dez anos.

Acredita-se que este estudo servirá de embasamento para o exercício dessa profissão à medida que futuras indagações serão respondidas de forma mais criteriosa estimulando o interesse dos alunos para o estudo da Matemática, pois quanto mais se conhece determinada disciplina, mais se gosta de estudá-la.

Espera-se, ainda, que este trabalho desperte em outros professores a compreensão de que a História da Matemática pode ser um recurso motivacional para o estudo da disciplina incentivando-os, inclusive, a produzirem outros estudos sobre a temática.

Para tanto, este trabalho ficou estruturado em cinco capítulos distintos sendo que o primeiro deles é esta introdução.

A História da Matemática utilizada como recurso ao ensino da disciplina foi tratada no segundo capítulo.

O terceiro capítulo destacou a história de alguns conteúdos. Considerou-se primordial examinar nesse capítulo os primeiros conceitos básicos matemáticos além dos números e contagem, que não são tratados especificamente em todas as séries do Ensino Fundamental ou Médio, mas sem os quais os demais conteúdos seriam dificilmente compreendidos ou desenvolvidos.

Ao todo foram abordados nove conteúdos matemáticos distintos por considerá-los mais presentes no cotidiano de quaisquer pessoas. Além dos três citados anteriormente, esse capítulo examina, ainda, os seguintes: álgebra, operações fundamentais, conjuntos, frações, funções e geometria.

O terceiro capítulo indica, ainda, as séries em que os conteúdos examinados são ministrados e procura, também, sugerir alguns exemplos de atividades corriqueiras que podem ser realizadas em sala de aula quando da explanação de cada conteúdo.

O quarto capítulo apresenta uma análise sobre a utilização do recurso à História da Matemática na prática do professor e as competências necessárias ao ensino da Matemática de acordo não só com o disposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio como, também, com o que os autores consultados afirmam.

As considerações finais vêm dispostas no último capítulo deste estudo.

Espera-se que este trabalho auxilie os atuais e futuros professores de Matemática no ensino e aprendizagem dessa disciplina, utilizando como recurso a História da Matemática.

2 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO AO ENSINO-APRENDIZAGEM

A afirmação de que a Matemática é “uma ciência do número e grandeza” já não encontra mais adeptos desde as últimas décadas do final do século passado, registra Boyer (2002, p. 1).

A Matemática vai além desses aspectos e sofre mutações conforme as necessidades sociais dos indivíduos, de acordo com Rosa Neto (1988), pois se desenvolve e evolui. Saito e Dias (2013) ratificam essa ideia quando afirmam “que o conhecimento matemático afigurou-se de forma diferenciada em determinados momentos da história, atendendo a uma necessidade não só interna, como, também, a uma demanda extramatemática.”

Essas assertivas se confirmam por meio da História da Matemática que atesta que o homem, no período Paleolítico inferior, vivia apenas de caça e utilizava paus e pedras para essa atividade. Àquela época, noções de mais, menos, menor, maior, perto, longe, comprido, curto, fino e grosso eram o bastante para sua sobrevivência.

Devlin (2010) afirma que essa evolução social mudou o significado de Matemática no decorrer do tempo: até 500 a.C. era algo relacionado a números; entre 500 a.C e 300 d.C., se expandiu e os matemáticos gregos preocupavam-se mais com a geometria resultando na Matemática de números e formas.

Nos dias atuais, a Matemática conta com cerca de 60 a 70 categorias distintas, além dos dois conteúdos adquiridos até 300 d.C., e “alguns assuntos como álgebra ou topologia, se dividiram em subáreas; outros, como a teoria da complexidade ou a teoria dos sistemas dinâmicos, são inteiramente novos” (DEVLIN, 2010, p. 25).

Roque (2013 p. 6) afirma que “a História da Matemática pode perfeitamente tirar do esconderijo os problemas que constituem o campo de experiência do matemático, ou seja, o lado concreto do seu fazer, a fim de que possamos entender melhor o sentido de seus conceitos.”

Ao utilizar a História da Matemática como recurso ao processo de ensino e aprendizagem o professor demonstra as “necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos”, estabelece “comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente” e “cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento” (BRASIL, 1998, p. 42).

Os benefícios desse recurso vão além do exposto, uma vez que “conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e

antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural” (BRASIL, 1998, p. 42). Além do mais, é quase impossível dissociar as raízes da Matemática com a própria história da humanidade, afirma D’Ambrósio (1999), reforçando, assim, o valor de ensinar a disciplina recorrendo a fundamentos históricos e suas interpretações.

Lopes e Ferreira (2013) discorrem com propriedade a respeito da utilização da História da Matemática como recurso metodológico de ensino, à medida que essa abordagem possibilita aulas mais motivadoras, dinâmicas, interessantes.

Afinal, ao perceber a fundamentação histórica da matemática, o professor tem em suas mãos ferramentas para mostrar o porquê de estudar determinados conteúdos, fugindo das repetições mecânicas de algoritmos. O resgate da história dos saberes matemáticos ensinados no espaço escolar traz a construção de um olhar crítico sobre o assunto em questão, proporcionando reflexões acerca das relações entre a Matemática e outras áreas de conhecimento (LOPES; FERREIRA, 2013, p. 77).

A motivação que a História da Matemática possibilita, de acordo com os autores ora citados, vai ao encontro da necessidade de mudar a forma descontextualizada e sem funcionalidade com que os conteúdos matemáticos são, em sua maioria, ensinados.

Para D’Ambrósio (2012) a Matemática que se ensina atualmente, sob o aspecto da motivação contextualizada, é morta e os alunos acreditam que os conteúdos repassados são cristalizados e não devem ser questionados. Muito pelo contrário, a Matemática é dinâmica, afirma o autor.

A História da Matemática a ser examinada neste capítulo partirá da ideia de número e contagem, primeiros conteúdos estudados no Ensino Fundamental, e primeiros conceitos matemáticos que surgiram na humanidade. Afinal, a Matemática mais antiga é, habitualmente, “aquela resultante dos primeiros esforços do homem para sistematizar os conceitos de grandeza, forma e número, é por aí que começaremos, focalizando de início o surgimento no homem primitivo do conceito de *número* e do processo de *contar*” (EVES, 2004, p. 25, grifos do autor).

Salienta-se, contudo, que a utilização da História da Matemática como recurso facilitador ao ensino da Matemática não pressupõe a necessidade de que o professor seja especialista nesse quesito.

Se em algum tema o professor tem uma informação ou sabe de uma curiosidade histórica, deve compartilhar com os alunos. Se sobre outro tema ele não tem o que falar, não importa. Não é necessário desenvolver um currículo, linear e organizado, da História da Matemática. Basta colocar aqui e ali algumas reflexões (D'AMBROSIO, 1986, p. 13).

Para tanto, utilizar o recurso da História da Matemática não exige uma especialização. Basta, portanto, que o professor estude atentamente esse tema com o objetivo de aproveitar o aprendizado quando houver necessidade de repassá-lo e a fim de que os conteúdos ministrados façam algum sentido, no que se refere à necessidade de sua existência, e se tornem mais claros para os alunos.

D'Ambrosio (2000) destaca quatro finalidades importantes para a História da Matemática:

- apontar a Matemática como manifestação cultural diversificada dos povos e dos tempos como meio de linguagem, crenças, hábitos, valores;
- demonstrar que a Matemática estudada em sala de aula é apenas uma das muitas formas que esse conhecimento foi desenvolvido;
- informar que a Matemática teve origem na antiguidade mediterrânea, se desenvolveu na Idade Média, mas que somente se organizou em estilo próprio a partir do século XVII;
- compreender que a Matemática, desde essa organização própria, foi incorporada no sistema educacional das nações colonizadas e se tornou primordial ao desenvolvimento tecnológico, científico, econômico, sendo possível avaliar as consequências sociais e culturais dessa incorporação.

No decorrer deste tópico, procurou-se integrar a Matemática ensinada em sala de aula com o mundo dos alunos; a relação dessa disciplina dentro e fora da sala de aula. Afinal, “a Matemática se desenvolveu, e continua a se desenvolver a partir de problemas” (ROQUE, 2013, p. 6), possibilitando a analogia entre o cotidiano e os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula.

O papel da História da Matemática pode ser justamente exibir esses problemas, muitas vezes ocultos no modo como os resultados se formalizaram.

(...)

Os problemas que motivaram os matemáticos podem ter sido de natureza cotidiana (contar, fazer contas); relativos à descrição dos fenômenos naturais (por que um corpo cai?; por que as estrelas se movem?); filosóficos (o que é conhecer?; como a Matemática ajuda a alcançar o conhecimento verdadeiro?); ou, ainda, matemáticos (como legitimar certa técnica ou certo conceito?). No desenvolvimento da Matemática, encontramos motivações que misturam todos esses tipos de problemas (ROQUE, 2013, p. 6).

Como mencionado, as motivações que possibilitaram o desenvolvimento matemático dando origem aos diversos conteúdos ministrados em sala de aula, foram inúmeras. O capítulo a seguir faz uma abordagem dessa história em relação a alguns conteúdos matemáticos específicos.

3 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA APLICADA A CONTEÚDOS ESPECÍFICOS

Inúmeros são os temas específicos da Matemática e Devlin (2010) afirma que atualmente há em torno de 70 conteúdos distintos. Contudo, em detrimento da extensão deste estudo, torna-se inviável a abordagem de todos eles.

Sendo assim, este estudo selecionou nove conteúdos como objetos de análise e os três primeiros: conceitos básicos, contagem e números foram agrupados num único tópico por se tratarem de conteúdos não necessariamente abordados nas últimas séries do Ensino Fundamental nem no Ensino Médio – ciclos selecionados para este estudo – mas sem os quais outros conteúdos não poderiam ser trabalhados. Álgebra, operações fundamentais, conjuntos, frações, funções e geometria foram os demais conteúdos selecionados para o estudo.

3.1 CONCEITOS BÁSICOS, CONTAGEM E NÚMEROS

Os conceitos matemáticos básicos como frente, trás, em cima, embaixo, menor, maior, curto, comprido, dentre inúmeros outros, eram sabidos pelo homem a partir do período Paleolítico inferior e auxiliavam as atividades cotidianas e necessárias à sua sobrevivência. A princípio, de acordo com Boyer (2002):

as noções primitivas de número, grandeza e forma podiam estar relacionadas com contrastes mais do que com semelhanças – a diferença entre um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia, a dessemelhança entre a forma redonda da lua e a retilínea de um pinheiro. Gradualmente deve ter surgido, da massa de experiências caóticas, a percepção de que há analogias: e dessa percepção de semelhanças em número e forma nasceram a ciência e a Matemática (BOYER, 2002, p. 1).

O referido autor complementa afirmando que a identificação das diferenças entre um objeto ou ser e muitos objetos ou seres, de uma mesma categoria, permitia, também, a identificação de algo comum entre eles: a unicidade. O mesmo ocorria quando se observava “que certos grupos, como os pares, podem ser postos em correspondência um a um. As mãos podem ser relacionadas com os pés, os olhos e as orelhas ou as narinas” (BOYER, 2002, p. 1).

Ao repassar esses conceitos matemáticos básicos o professor pode mesclar fatos históricos com situações reais como: comparar o tamanho das próprias crianças ou a diferença entre a distância em que se encontram os objetos, bem como seus formatos, dentre inúmeras possibilidades de exemplificações.

Além dessas noções matemáticas básicas a contagem – considerada como a noção mais simples da Matemática – também é bastante antiga e surgiu bem antes da escrita e da civilização dificultando, dessa forma, a possibilidade de “elementos concretos para sua análise” afirma Mol (2013, p. 13).

Sabe-se, contudo, que essa habilidade precede qualquer outro desenvolvimento matemático mais sofisticado e que sua compreensão é primordial para que o professor possa abordar com seus alunos a História da Matemática.

No decorrer do tempo, a organização do espaço se tornou necessária à convivência humana à medida que o homem evoluiu da vida primitiva para a vida em sociedade. Essa demanda estimulou a interação do homem com a natureza à sua volta e a necessidade de pensar numericamente surgiu a partir daí (MOL, 2013).

Nessa mesma direção, Eves (2004, p. 25) afirma que a Matemática mais antiga é aquela considerada como “resultante dos primeiros esforços do homem para sistematizar os conceitos de grandeza, forma e número” foi quando surgiram, para o homem primitivo, o conceito de número e o processo de somar.

Dentre os conceitos matemáticos, sabe-se que o conceito de número inteiro é o mais antigo deles e que sua origem se perdeu na pré-história. Por sua vez, “a noção de fração racional surgiu de certa forma mais tarde e que não se relacionava de perto com os sistemas atribuídos aos números inteiros” (BOYER, 2002, p. 4).

Os números, desde sempre, representam uma importância significativa não só para a Matemática; para Pitágoras era tudo, segundo Mol (2013, p. 33): “todas as coisas são números”, afirmava o filósofo que os tratava como entidades místicas passíveis de adoração com características e personalidades próprias.

O número um é a essência do número, o gerador de todos os outros números e o número da razão; nele está a origem de todas as coisas e do divino.
 O número dois é o primeiro par ou número feminino, o número da opinião.
 O número três é o primeiro número masculino, o número da harmonia.
 O número quatro é o número da justiça.
 O número cinco é o número do casamento, por ser a união dos primeiros números feminino e masculino.
 Um lugar sagrado é reservado ao número dez ou *tetractys*. Ele é considerado o número do universo, por ser a soma das dimensões geométricas: um ponto, que é o gerador de todas as dimensões; dois pontos, que determinam uma reta de dimensão um; três pontos não alinhados, que determinam um triângulo de dimensão dois, e, por fim, quatro pontos não contidos em um plano, que determinam um tetraedro de dimensão três (MOL, 2013, p. 33).

E assim o número dez, que nasceu da contagem com os dedos, foi produzido de forma bastante abstrata pelos matemáticos pitagóricos.

Por sua vez, o processo de somar é sofisticado, pois a contagem não surgiu de forma instintiva e, sim, quando o homem “desenvolveu a capacidade de comparar conjuntos de objetos e estabelecer entre eles uma correspondência um a um” (MOL, 2013, p. 13).

A partir da evolução ocorrida na sociedade a contagem simples foi inevitável; era imprescindível que se soubesse quantos membros havia numa tribo, por exemplo, quantos eram os inimigos e quantos carneiros havia no rebanho (EVES, 2004).

Em decorrência dessa necessidade é que o homem começou a contar. No trato com os animais, por exemplo, o responsável por essa tarefa precisava se sentir seguro em relação aos carneiros que se encontravam sob sua responsabilidade. Dessa forma, ao atravessarem um cercado para ir ao campo cada um dos carneiros correspondia a uma pedrinha colocada num saco; cada carneiro que voltava uma pedrinha era retirada e isso permitia verificar a ausência de algum animal. E foi assim que surgiu a palavra cálculo que vem do latim *calculus*, e significa pedra.

A partir dessa atividade mais simples de verificar a quantidade do rebanho algumas situações mais complexas foram surgindo e, como consequência, houve também a necessidade de conferências mais bem elaboradas surgindo, dessa forma, o processo de contar sistematizado.

Para tanto, foi imprescindível que nessa esquematização das ideias matemáticas surgisse determinado número **b** que fosse utilizado como base. E foi assim que os dedos das mãos dos homens se constituíram de dispositivo correspondente a essa necessidade.

De acordo com Eves (2004):

não é de se estranhar que o 10 acabasse sendo escolhido frequentemente o número *b* da base. Considerem-se, por exemplo, as palavras-números atuais da língua inglesa, formadas tomando-se 10 como base. Há os nomes especiais *one* (um), *two* (dois),..., *ten* (dez) para os números 1, 2, ..., 10. Quando se chega a 11 a palavra usada é *eleven*, que, segundo os filólogos, deriva de *ein lifon*, cujo significado é “um acima de dez”. Analogamente, *twelve* (doze) provém de *twe lif* (“dois acima de dez”). Depois se tem *thirteen* (“três e dez”) para 13, *fourteen* (“quatro e dez”) para 14, até *nineteen* (“nove e dez”) para 19. Chega-se então a *twenty* (*twe-tig* ou “dois dez”), *twenty-one* (“dois dez e um”) e assim por diante. A palavra *hundred* (cem), segundo parece, deriva originalmente de uma outra que significa “dez vezes” (dez) (EVES, 2004, p. 27-28, grifos do autor).

Os dedos da mão, segundo Boyer (2002), podem ser utilizados para indicar quatro diferentes conjuntos: de dois, três, quatro e cinco objetos, sendo que, inicialmente, o número um não é reconhecido como um verdadeiro número.

Por sua simplicidade e conveniência é que o número dez tornou-se “uma base fácil para contagem” (SELECÇÕES..., 1975, p. 306) e da representação de números por meio dos dedos da mão é que surgiu a expressão números digitais, de acordo com Eves (2004). E esses mesmos dedos das mãos foram considerados, também, como a primeira máquina de somar da humanidade. Verifica-se:

A primeira máquina de somar que o homem possuiu foi o seu próprio corpo. Ao trocar os despojos de uma caçada coroada de êxito por toscas armas ou recipientes para beber, contava, pelos dedos, o valor das mercadorias. A princípio, tais cálculos não eram provavelmente expressos, mas à medida que as sociedades progrediram os números receberam nomes diretamente derivados da prática de contar pelos dedos (SELECÇÕES..., 1975, p. 306).

Silva e Barreto Filho (2005) relatam que a necessidade de contagem nas civilizações primitivas era bem rudimentar e que bastava a esses povos utilizar apenas a numeração hoje representada pelos números de 1 a 9. Só posteriormente o zero passou a representar a noção de não existência de determinada coisa. Os autores prosseguem afirmando:

O mais importante é perceber quão maravilhosa foi essa criação do homem, pois com apenas dez símbolos conseguiu atender às necessidades da numeração escrita e, com isso, resolver os problemas de operação. Atualmente esses algarismos combinados representam números que formam o que denominamos conjunto N dos números naturais (SILVA; BARRETO FILHO, 2005, p. 22).

Os três conteúdos destacados neste tópico, conceitos básicos, contagem e números são ministrados nos primeiros anos do Ensino Fundamental e o professor de Matemática pode lançar mão das evidências históricas que serviram de base primitiva no desenvolvimento matemático do homem, para explicar os conceitos de números e a contagem.

Após ou em meio à narrativa histórica é possível aplicar as noções desses conteúdos em atividades com material concreto, para explicar os números até dez, por exemplo. Essas ações envolvendo números exatos e contagem até dez podem ser utilizadas em atividades do 1º ano do Ensino Fundamental.

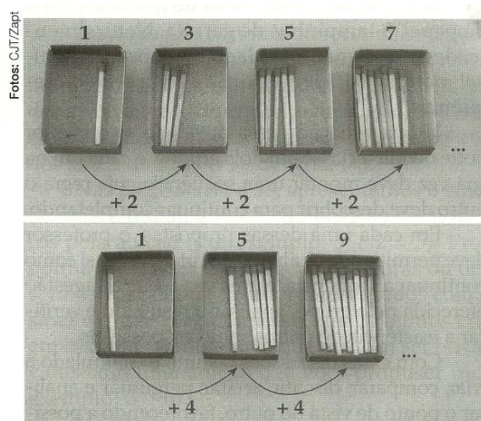
A fim de motivar esse aprendizado Sanchez (2004) propõe a seguinte atividade ilustrada na figura 1 a seguir:

O professor alinha sobre a mesa 10 caixas de fósforos vazias e abertas. Pede a um aluno para colocar um palito de fósforo na primeira caixa e aos outros alunos que, cada um na sua vez, coloquem nas caixas seguintes um palito a mais do que foi colocado na caixa anterior. Ao completar todas as caixas, teremos uma sequência de 1 a 10 palitos nas caixas de fósforo. Então o professor deixa disponíveis números de 1 a 10 escritos em pedaços de papel para que os alunos, na sua vez, associem um número a cada caixa de fósforo. Se para isso o aluno precisar contar, o professor pode permitir e gradualmente estimular os alunos a calcular mentalmente.

Em outras oportunidades, os alunos poderão colocar 1 palito na primeira caixa e 2 palitos a mais em cada uma das caixas seguintes, também associando números às quantidades colocadas.

Nada impede, ainda, que se inicie essa atividade colocando outras quantidades de palitos na primeira caixa e se prossiga colocando nas seguintes 1, 2, 3 palitos etc. (SANCHEZ, 2004, p. 17).

Figura 1 – SEQUÊNCIA NUMÉRICA



Fonte: Sanchez (2004, p. 17).

No 2º ano e 3º ano do Ensino Fundamental, o professor de Matemática introduz sistema de numeração decimal, a dezena e números acima de dez; números ímpares e pares; sistema de numeração com base doze para ensinar conceitos de dúzia e, ainda, a centena, números acima de cem e numerais ordinais.

Grasseschi, Andretta e Santos (1995, p. 53) propõem o jogo “Dez não pode” conforme descrição a seguir e ilustração da figura 2.

Material: Material dourado e um dado.

Procedimento: Cada criança joga o dado e pega tantos quadradinhos (os menores) quantos forem os pontos do dado.

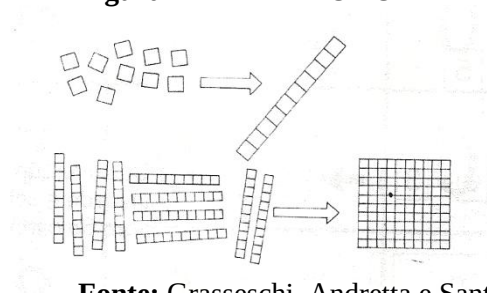
Isso se repete sempre na vez de cada criança.

Regra: Ninguém pode ter consigo dez elementos iguais.

Quando alguém juntar dez elementos iguais deverá trocá-los por um maior, que tenha valor equivalente aos dez. O material pode ficar no centro da mesa, ao alcance de todos ou, então com algum aluno, que faz o papel de “caixa”.

Assim, dez quadradinhos (as unidades) serão trocados por uma tirinha (a dezena) e dez tirinhas serão trocadas por um quadrado maior (a centena).

Figura 2 – DEZ NÃO PODE



Fonte: Grasseschi, Andretta e Santos (1995, p. 53).

Os autores concluem o exemplo da atividade: “vence quem chegar primeiro a um número antecipadamente combinado ou, então quem tiver mais pontos depois de um tempo também combinado previamente” (GRASSESCHI; ANDRETTA; SANTOS, 1995, p. 53).

A História da Matemática relacionada a esses conteúdos pode também ser mesclada a exemplos de objetos e alimentos adquiridos habitualmente em dúzias ou dezenas, além de demonstrar esses ensinamentos em outras situações envolvendo receitas caseiras em que a quantidade de ingredientes é bastante diversificada, assegurando, assim, maior possibilidade de apreensão dos conteúdos.

Atividades como enfileirar os alunos e lançar desafios orais como: quem é o primeiro, o quinto ou décimo da fila podem, também, motivar o aprendizado desses conteúdos, sobretudo, se mesclados a fatos históricos.

Outra atividade dinâmica no aprendizado da contagem é despertar a curiosidade dos alunos fazendo-os imaginar como seria a vida sem o sistema de contagem, como as trocas de mercadorias seriam efetuadas, como as notas das provas seriam atribuídas, como se definiria o ganhador de um jogo e como outras inúmeras possibilidades de exemplificação aconteceriam sem o sistema de contagem.

Ressalta-se que esses conteúdos são repassados por toda a vida escolar do aluno, nos primeiros anos de forma mais simples e nos últimos anos, de maneira mais complexa.

3.2 A ÁLGEBRA

As primeiras noções sobre álgebra foram cultivadas na Mesopotâmia e no Egito, só posteriormente é que esse conteúdo matemático se desenvolveu na Grécia.

Considera-se uma expressão algébrica “a representação, por meio de letras e sinais, de um conjunto de operações que devem ser realizadas em certa ordem” (TEMÁTICA BARSA, 2005b, p. 86).

Uma curiosidade histórica da álgebra diz respeito ao astrônomo, geógrafo e matemático árabe Al-Khwarizmi¹ que viveu entre os séculos VIII e IX. O seu nome deu origem à palavra algoritmo – procedimento sistemático de regras, expressões, cálculos que permite a solução de problemas – e “do título de sua principal obra, *Al-jabr wa'l muqabalah*, provém o termo Álgebra com o significado conhecido até os dias de hoje” (TEMÁTICA BARSA, 2005b, p. 87).

Na referida obra, o matemático “al-Khwarizmi discorreu sobre soluções de equações de primeiro e segundo grau, tratadas de forma puramente retórica, sem o emprego de símbolos” relata Mol (2013, p. 67).

Eves (2004) afirma:

A álgebra de al-Khowârizmî mostra pouca originalidade. Explicam-se as quatro operações elementares e resolvem-se equações lineares e quadráticas, estas últimas aritmética e geometricamente. O trabalho contém questões envolvendo mensuração geométrica e alguns problemas de herança (EVES, 2004, p. 263).

O referido autor ainda ressalta: “a primeira aritmética árabe que se conhece é a de al-Khowârizmî” (EVES, 2004, p. 263).

Além da obra anteriormente citada, existe outra considerada primordial aos que estudam a história da Matemática. Trata-se da *Platatine* ou Antologia Grega considerada “uma das melhores fontes de problemas algébricos gregos antigos.” Trata-se de uma coleção que reúne cerca de quarenta problemas numéricos, reunidos por volta de 500 d.C. pelo gramático Metrôdoro. Esses problemas foram elaborados com o objetivo de “recreação mental” (EVES, 2004, p. 206).

¹ O nome do matemático foi grafado de diversas maneiras nas obras selecionadas para este estudo. Optou-se, dessa forma, em transcrevê-lo de acordo com a obra referenciada para cada um dos fragmentos em que o filósofo e matemático foi citado nesta dissertação (Nota do autor).

A álgebra possibilita ao aluno o exercício e desenvolvimento de sua capacidade de generalização e abstração e constitui, ainda, uma ferramenta eficaz na resolução de problemas matemáticos.

Alguns aspectos da álgebra são desenvolvidos nos ciclos iniciais da vida escolar do aluno, mas as atividades relacionadas a esse conteúdo se ampliam a partir das séries finais do Ensino Fundamental e se tornam mais complexas e formais no Ensino Médio (BRASIL, 1998).

Até o terceiro ciclo do Ensino Fundamental, quando o professor trabalha em sala de aula com os números, é primordial:

estudar algumas relações funcionais pela exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações e compreender, por um processo de aproximações sucessivas, a natureza das representações algébricas. A construção dessas generalizações e de suas respectivas representações permite a exploração das primeiras noções de álgebra (BRASIL, 1998, p. 68).

É suficiente, nesse período, que o aluno apreenda noções de variáveis e identifique as expressões algébricas como meio de “traduzir a relação entre a variação de duas grandezas” deixando para as séries finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio o aprofundamento dessas operações (BRASIL, 1998, p. 68).

A fim de despertar o interesse dos alunos do Ensino Fundamental para o estudo da álgebra, o professor pode propor:

situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades (BRASIL, 1998, p. 117).

No Ensino Médio, por sua vez, o professor deve trabalhar com um currículo que garanta espaço à extensão e aprofundamento dos conhecimentos que os alunos têm sobre os números e álgebra. Contudo, o estudo dos números e da álgebra não pode ser realizado isoladamente. É necessário relacioná-lo com outros conceitos, conteúdos, problemas e perspectiva sócio-histórica que deram origem aos números e à álgebra uma vez que:

Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 1999, p. 257).

Uma forma interessante de aplicar a álgebra em sala de aula é o professor promover brincadeiras como o quadrado mágico proposto por Bianchini (2011).

A brincadeira consiste em determinar o valor de x no quadrado mágico, conforme ilustra a Figura 3, sendo que a soma em cada linha, em cada coluna e nas diagonais deve ser sempre a mesma.

Figura 3 – QUADRADO MÁGICO

16	$x + 4$	$x + 9$
11	$x + 8$	15
$x + 7$	17	10

Fonte: Bianchini (2011)

Assim, de acordo com o proposto por Bianchini (2011) o professor pode, também, pedir aos alunos sugestões para outros tipos de quadrados mágicos ou outras atividades e jogos que envolvam a álgebra.

3.3 OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

Das quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão, as duas primeiras têm o estudo de seus significados iniciados nos primeiros ciclos do Ensino Fundamental, porém devido à complexidade levam algum tempo para serem consolidados pelos alunos e, como consequência, deve-se impor um trabalho mais sistemático desses conteúdos nos 3º e 4º ciclos (BRASIL, 1998).

Os PCNs de Matemática dos últimos anos do Ensino Fundamental sugerem que a adição e a subtração sejam desenvolvidas, de forma paralela, às seguintes situações-problema:

Associadas à ideia de combinar estados para obter um outro – ação de juntar. (...);
 Associadas à ideia de transformação, ou seja, alteração de um estado inicial, que pode ser positiva ou negativa. (...);
 Associadas à ideia de comparação. (...);
 Associadas à composição de transformações (com variações positivas e negativas) e que levam à necessidade dos números inteiros negativos (BRASIL, 1998, p. 108).

A adição representa a operação fundamental mais simples e dela as outras dependem. Mais simples porque a ideia de somar ou adicionar se encontra na noção de número natural. Caraça (1984, p. 17) assim se posiciona a respeito da adição: “o que é a operação elementar de passagem de um número ao seguinte, se não a operação de somar uma unidade a um número? Pois bem, somar a um número a , dado, outro número b , é efetuar a partir de a , b passagens sucessivas pela operação elementar.” Por sua vez a subtração é considerada como operação inversa da adição e tem como indicação o sinal – que significa menos.

A adição era a operação aritmética fundamental para os egípcios e “nossas operações de multiplicação e a divisão eram efetuadas no tempo de Ahmes por sucessivas ‘duplações’” (BOYER, 2002, p. 10).

Na mesma linha Mol (2013, p. 25) assim afirma sobre a forma com que os egípcios operavam a adição: “as operações de multiplicação e divisão eram feitas por um processo conhecido como ‘duplicação’.”

Dessa forma, segundo o autor ora citado:

Para multiplicar 23 por 18, primeiro são calculados, sucessivamente, $23 \times 2 = 46$, $46 \times 2 = 92$, $92 \times 2 = 184$ e $184 \times 2 = 368$. Uma vez que $18 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 2 = 2^4 + 2$, o resultado é obtido fazendo $23 \times 18 = 368 + 46 = 414$. Para a divisão, o processo de duplicação é invertido, sendo o divisor sucessivamente duplicado (MOL, 2013, p. 25).

Em se tratando da divisão, Boyer (2002) informa que para essa operação o processo de duplicação era invertido e, assim, dobrava-se o divisor, de forma sucessiva, em vez do multiplicando.

O professor de Matemática pode sugerir aos alunos a resolução de alguns problemas, vivenciados no dia a dia, utilizando essa forma rudimentar de obter resultados a fim de que possam entender como esse processo ocorria num tempo em que não existiam, ainda, fórmulas matemáticas.

Tratar da primeira máquina de calcular pode ser uma atividade curiosa para incentivar o estudo desse assunto, conforme sugerem a seguir os autores Castrucci; Giovanni e Giovanni

Júnior (2009, p. 56) e ilustra a Figura 4: “Veja como é possível multiplicar usando os dedos: 8 x 9: Na mão direita, dobre tantos dedos quantos faltam para 5 completar a quantidade oito. Na outra mão, dobre a quantidade de dedos necessária para 5 completar 9.”

Figura 4 – MÁQUINA DE CALCULAR



observação:
só é possível
multiplicar assim
de 5 em diante

Fonte: Castrucci; Giovanni e Giovanni Júnior (2009, p. 56).

Em seguida, os autores orientam:

- Multiplique por 10 o total de dedos abaixados
 - Multiplique as quantidades de dedos levantados em cada mão
 - Adicione os dois resultados.
- Dedos abaixados: $(3 + 4) \times 10 = 70$
 Dedos que permaneceram levantados: $2 \times 1 = 2$
 72 é a soma dos dois resultados e, portanto, o produto. (CASTRUCCI; GIOVANNI; GIOVANNI JÚNIOR, 2009, p. 56).

A partir dessa brincadeira o professor pode promover uma gincana na sala de aula separando grupo de alunos e atribuindo pontos aos que acertarem os resultados.

3.4 CONJUNTOS

Os conjuntos podem ser definidos de forma simplificada “como uma coleção ou agrupamento de objetos quaisquer, chamados de elementos, com uma propriedade comum” (TEMÁTICA BARSA, 2005a, p. 2).

O modelo de Matemática atualmente aceito, que abriga sistemas formais, possui estruturação lógica e raciocínio preestabelecido, surgiu entre o período 700 a.C a 300 d.C junto à civilização grega. A maturidade desses sistemas formais se deu no fim do século XIX com o surgimento da teoria dos conjuntos e o desenvolvimento da lógica matemática (BRASIL, 1998), demonstrando, portanto, a importância desse conteúdo ora examinado.

A teoria dos conjuntos foi criada pelo matemático alemão Georg Cantor que se sentiu motivado pelo estudo da convergência das séries de Fourier. Essa teoria tem uma importância fundamental uma vez que o uso dos conceitos e da terminologia dos conjuntos tem sido apropriado na Matemática como um todo e “alguns teoremas da teoria dos conjuntos, tais

como os relativos a propriedades de ordenação, permitem a obtenção de resultados fundamentais em praticamente todos os ramos” (TEMÁTICA BARSA, 2005a, p. 2).

Em consonância com a explanação anterior, Eves (2004) afirma que a teoria dos conjuntos – criada por Georg Cantor quase no final do século XIX – foi extremamente relevante e despertou interesse geral uma vez que não há atualmente nenhum conteúdo matemático que não tenha sido impactado por ela.

Para esse autor:

As noções de espaço e geometria de um espaço, por exemplo, passaram por uma revolução completa com a teoria dos conjuntos. Os conceitos básicos da análise, como os de limite, função, continuidade, derivada e integral ganharam uma formulação muito mais conveniente em termos das ideias da teoria dos conjuntos. Mais importante porém foi a oportunidade que ela abriu para progressos matemáticos com que sequer se sonhava há cinquenta anos. (...) Em resumo, sob a influência da teoria dos conjuntos verificou-se uma unificação considerável da Matemática tradicional e se criou muita Matemática nova em ritmo acelerado (EVES, 2009, p. 659).

Segundo o matemático Georg Cantor (apud TEMÁTICA BARSA, 2005a, p. 2) “entende-se por conjunto um agrupamento de objetos distintos, concebido como um todo em nossa percepção ou em nosso pensamento.”

Nas últimas séries do Ensino Fundamental é importante frisar o “caráter especulativo da Matemática para além de seu aspecto técnico.” Essa abordagem por certo despertará o interesse nos alunos pela disciplina e uma das possibilidades é o professor tecer “considerações e investigações sobre a infinitude dos conjuntos numéricos...” (BRASIL, 1998, p. 80).

Os conjuntos são estudados, também, no 1º ano do Ensino Médio e, conforme orienta o PCN:

Os conceitos matemáticos que dizem respeito a conjuntos finitos de dados ganham também papel de destaque para as Ciências Humanas e para o cidadão comum, que se vê imerso numa enorme quantidade de informações de natureza estatística ou probabilística. No tratamento desses temas, a mídia, as calculadoras e os computadores adquirem importância natural como recursos que permitem a abordagem de problemas com dados reais e requerem habilidades de seleção e análise de informações (BRASIL, 1999, p. 257-258).

Nessa direção, as noções de conjuntos podem ser repassadas em sala de aula com exemplos presentes no cotidiano de todos os alunos como o conjunto de membros da família,

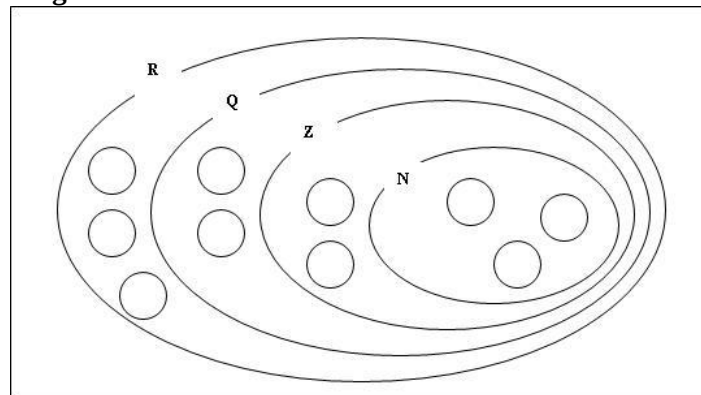
de um grupo de amigos ou de colegas de escola e, ainda, de forma específica, com exemplos junto àqueles que organizam quaisquer coleções como as de moedas, selos, cartões, dentre outras.

Salienta-se que uma das possibilidades capazes de despertar o interesse nos alunos é quando o professor tece considerações sobre a infinitude dos conjuntos numéricos (BRASIL, 1998), ou mesmo destaca as diversas maneiras de formar subconjuntos de determinados conjuntos como, por exemplo: espalhar diversos talheres de plásticos de diversas cores em uma mesa e, a partir desse conjunto completo de talheres, formar outros subconjuntos: de garfos, de determinada cor, e assim por diante.

Outra atividade dinâmica e interessante na abordagem desse conteúdo é o professor solicitar, junto aos alunos colecionadores de quaisquer objetos, a descrição das regras que consideraram essenciais à organização de suas coleções; a responderem: por que determinado objeto pode ou não entrar nessa coleção?

Batista (2009) propõe a atividade “Bingo dos Conjuntos” para trabalhar conjuntos numéricos. Diversos materiais podem ser utilizados como as fichas para marcação (Figura 5).

Figura 5 – DIAGRAMA DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS



Fonte: (BATISTA, 2009).

Importante observar que a posição das bolas a serem preenchidas deverá ser diferente em cada tabela disposta, afirma Batista (2009).

Outros materiais possíveis de serem utilizados são as fichas para sorteio (Figura 6) e as Planilhas de Marcação (Figura 7).

Figura 6 – FICHAS NUMÉRICAS



Fonte: (BATISTA, 2009).

Figura 7 – PLANILHA DE MARCAÇÃO

Números Sorteados				

Fonte: (BATISTA, 2009).

De acordo com a autora, a brincadeira deve ser desenvolvida da seguinte forma:

O professor deverá distribuir uma cartela para cada aluno e dar as instruções, dentro de um saco deverá conter fichas contendo 40 números (10 para cada parte do diagrama – naturais, negativos, não-inteiros e irracionais), a cada número sorteado os alunos deverão preencher suas cartelas no lugar correspondente, até que um ou mais alunos preencham todas as lacunas, e assim recomeça a atividade com os vencedores até sobrar apenas um que será o grande vencedor (BATISTA, 2009).

Batista (2009) ainda dá uma dica para que a atividade tenha um resultado efetivo junto ao aprendizado do conteúdo: “A planilha de marcação servirá para conferir se os números marcados foram sorteados, deve-se observar se todos estão certos, sendo que essa análise pode ser feita junto com os alunos” (BATISTA, 2009).

3.5 FRAÇÕES

Na Idade da Pedra os homens não utilizavam as frações; essa necessidade surgiu a partir do avanço cultural ocorrido durante a Idade do Bronze, de acordo com Boyer (2002).

Para o tempo em que as frações ainda não correspondiam a nenhuma necessidade do homem, o autor assim relata:

Entre as tribos primitivas parece não ter havido praticamente nenhuma necessidade de usar frações. Para necessidades quantitativas, o homem prático pode escolher unidades suficientemente pequenas para eliminar a necessidade de usar frações. Portanto, não houve um progresso ordenado de frações binárias para quinárias para decimais, e as frações decimais foram essencialmente um produto da idade moderna da Matemática, não do período primitivo (BOYER, 2002, p. 4).

Foi então que a partir da necessidade de medir terras, colheitas, animais é que o homem criou unidades de medida. Ocorre que ao realizar essa medição, esses homens descobriram que nem sempre o resultado obtido era inteiro, que essas unidades precisavam ser fracionadas. Então “as frações nasceram para representar a porção da renda que devia ser entregue à Igreja ou ao Estado, na forma de impostos e taxas” (ENCYCLOPAEDIA..., 1975, p. 7289).

Uma forma interessante de repassar um pouco da história das frações para os alunos é, informá-los que as frações eram usadas pelos egípcios por volta de 2000 a.C. com o objetivo de “operar com seus sistemas de pesos e medidas e para exprimir resultados” (BRASIL, 1998, p. 101).

Ainda, de acordo com os PCNs do Ensino Fundamental, esses povos utilizavam:

apenas frações unitárias (frações de numerador 1), com exceção de $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$. Assim, numa situação em que precisavam dividir 19 por 8 eles utilizavam um procedimento que na nossa notação pode ser expresso por $2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$. A partir dessa situação pode-se propor aos alunos que mostrem que essa soma é $\frac{19}{8}$, que encontrem outras divisões que podem ser determinadas por soma de frações unitárias e que pesquisem outros problemas históricos envolvendo os números racionais (BRASIL, 1998, p. 101-102).

Os referidos parâmetros curriculares dispõem, ainda, que a abordagem dos números racionais “tem como objetivo levar os alunos a perceber em que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema como as que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão” (BRASIL, 1998, p. 101).

Os PCNs do Ensino Fundamental afirmam que o estudo dos racionais, quando contextualizado historicamente às dificuldades do homem em relação a problemas envolvendo medidas, pode ser um motivador para o aprendizado das frações.

Sabe-se que o estudo das frações é considerado complexo e, nesse sentido, Nuernbeg e Andrade (2008, p. 4) afirmam: “ao aluno é importante saber que os números fracionários não surgiram do acaso, e sim da necessidade de efetuar e registrar medidas.” Os autores corroboram, portanto, o disposto nos PCNs ao afirmarem que a abordagem histórica do surgimento dos números racionais, bem como de sua evolução, pode ser um instrumento facilitador ao seu aprendizado.

Para despertar a curiosidade dos alunos, o professor pode apresentar o relato a seguir, de acordo com Castrucci; Giovanni e Giovanni Júnior (2009):

UM GRANDE AVENTUREIRO

O escritor árabe Malba Tahan² nasceu em 1895 em uma aldeia nas proximidades de Meca, lugar santo do Islamismo, que é uma religião muçulmana.

Estudou no Cairo e em Constantinopla e chegou a assumir o cargo de queimação (prefeito) da cidade de El-Medina.

Aos 27 anos, recebeu grande herança do pai e iniciou uma longa viagem pelo Japão, Rússia e Índia. Morreu em 1921, lutando pela libertação de uma tribo na Arábia Central.

Interessado em conhecer o mundo e viver aventuras, Malba Tahan também tinha uma grande paixão pela Matemática.

Seu livro mais conhecido, O homem que calculava, foi publicado em diversos países e sempre com muito sucesso. Cada capítulo desse livro traz uma história vivenciada por Beremiz Samir, personagem principal, famoso por resolver problemas que parecem sem solução.

O capítulo III de O homem que Calculava narra uma aventura impressionante. Beremiz e um amigo viajavam rumo a Bagdá em um único camelo, quando encontraram três irmãos discutindo acaloradamente. Curioso, Beremiz quis saber o motivo da discussão. Os irmãos contaram que tinham recebido como herança 35 camelos e que, segundo a vontade do pai, o mais velho deveria receber a metade; o irmão do meio deveria receber a terça parte e o irmão caçula, a nona parte da herança, porém discutiam não saber como dividir daquela forma os 35 camelos.

Vamos ver por quê?

Os 35 camelos deveriam ser divididos da seguinte forma:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$$

Como dividir um único camelo em partes?

Após ouvir o problema, Beremiz Samir apresentou uma solução imediata.

Ele disse:

“Encarrego-me de fazer, com justiça, essa divisão, se permitirem que eu junte as 35 camelos da herança este belo animal que, em boa hora, aqui nos trouxe!”

A solução encontrada pelo homem que calculava, nessa aventura, parecia absurda, mas resolveu o problema dos irmãos.

Ele juntou o seu camelo aos 35, fez a divisão de acordo com o estabelecido pelo pai, e ainda sobraram dois camelos! Tente descobrir como Beremiz calculou (CASTRUCCI; GIOVANNI; GIOVANNI JÚNIOR, 2009, p. 191-192).

A partir desse relato os alunos podem sugerir outros problemas vivenciados no cotidiano cuja resolução depende da aplicação de frações.

3.6 AS FUNÇÕES

As funções matemáticas têm como objetivo estabelecer uma relação possível entre dois conjuntos diferentes. Considera-se, portanto, que “uma função entre dois conjuntos é

² Malba Tahan é o pseudônimo de Júlio César de Melo e Souza, matemático e professor que conhecia as dificuldades de seus alunos e procurava ensinar aos seus alunos de forma lúdica despertando o interesse pela disciplina (Nota do autor).

uma correspondência que atribui a cada elemento do primeiro conjunto um único elemento do segundo” (TEMÁTICA BARSA, 2005c, p. 98).

Por possuir uma forma generalizada e integradora, a função tem no seu conceito um aspecto, também generalizado da “noção comum de fórmula matemática” segundo Caraça (1984, p. 209).

Contudo, o conceito de função nem sempre carregou essa generalização atual. No início de século XVIII o matemático Jean Bernoulli (apud CARAÇA, 1984, p. 209) definiu, assim, esse conteúdo: “chama-se aqui função duma grandeza variável a uma quantidade composta de qualquer maneira dessa grandeza variável e de constantes.”

Para o matemático Bernoulli (apud CARAÇA, 1984), a função era a expressão analítica e essa ideia durou bastante tempo até que no final do século XIX surgiu a definição moderna criada por G. L. Dirichlet (apud SOUZA; MARIANI, 2005, p. 1.249): “Se uma variável y está relacionada com uma variável x de modo que, sempre que um valor numérico é atribuído a x , existe uma regra de acordo com a qual é determinado um único valor y , então se diz que y é função da variável independente x ”.

De acordo com Caraça (1984, p. 209), o conceito de função dado por Dirichlet tornou-se generalizado à medida que “se libertou da eventual forma de estabelecer a correspondência das variáveis, mas essa mesma generalidade o obrigou a afastar-se das condições de que nasceu.”

Nessa direção, os PCNs do Ensino Médio alertam para o fato de que o ensino isolado das funções não permite explorar todas as possibilidades desse conteúdo e seu caráter integrador. Afinal:

uma parte importante da Trigonometria diz respeito às funções trigonométricas e seus gráficos. As sequências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções. As propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes. Aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídos no estudo de funções polinomiais, enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente (BRASIL, 1999, p. 255).

O referido documento salienta, ainda, que a função tem um papel essencial não só no que diz respeito à Matemática uma vez que a compreensão de seu conceito facilita, também, a descrição e o estudo – por meio “da leitura, interpretação e construção de gráficos” – de fenômenos cotidianos de outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1999, p. 255).

Importante salientar que tem sido “cada vez maior o número de campos do conhecimento, tais como a economia, onde as funções matemáticas são um importante meio auxiliar na resolução das mais diversas questões” (TEMATICA BARSA, 2005c, p. 98). Essa propriedade das funções indica que esse conteúdo tem importância singular para o desenvolvimento e apreensão não só da Matemática como, também, de outras disciplinas.

Cabe ao professor de Matemática possibilitar que o aluno seja capaz de adquirir flexibilidade para trabalhar o conceito de função em diversas situações diárias fazendo com que ele busque ajustar o que aprendeu à investigação, interpretação e solução de problemas.

Como atividade, Vidigal *et al.* (2002) propõem:

Material: mola e alguns pesos.

- A mola deve ficar na vertical, sustentada por uma de suas extremidades, que deve estar presa.
- Medir inicialmente o comprimento da mola.
- A cada peso colocado na extremidade livre, anotar a variação no comprimento da mola e registrar esse resultado em uma tabela.
- Observar que a cada peso corresponde uma variação no comprimento da mola, portanto, temos mais um exemplo de função (VIDIGAL *et al.*, 2002, p. 83).

Na sala de aula, o professor pode incentivar seus alunos a se sentirem motivados ao estudo das funções levando-os a construir gráficos com a utilização de programas de computador como o geogebra e empregando, também, o conhecimento da geometria e demonstrando, dessa forma, o caráter integrador da função como conteúdo empregado junto a outras áreas do conhecimento matemático.

3.7 A GEOMETRIA

A Geometria é considerada um dos ramos principais da Matemática e estuda, dentre outros aspectos: os pontos, as retas, as figuras poligonais, as linhas curvas, além das propriedades do espaço e das figuras que podem ocupá-lo. A história da Geometria foi contada por Heródoto³ (*apud* CARAÇA, 1984):

³ Heródoto, considerado o pai da História, foi um historiador grego que viveu no século V a.C. (CARAÇA, 1984).

Disseram-me que este rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios, e que tinha dado a cada um uma porção igual e retangular de terra com a obrigação de pagar por ano um certo tributo. Que se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra, a fim de saber de quanto ela estava diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme o que tivesse ficado de terra. Eu creio que foi daí que nasceu a Geometria e que depois ela passou aos gregos (CARAÇA, 1984, p. 32).

O vocábulo Geometria significa “medida da terra” e representa o “nome dado às técnicas empregadas pelos que primeiro se preocuparam com a questão da demarcação de terrenos” (ENCYCLOPAEDIA..., 1975, p. 7296).

Como se vê, o significado de Geometria ilustra, de fato, o relatado por Heródoto (apud CARAÇA, 1984) e, nessa direção, figuras geométricas surgiram “da necessidade de delimitar terrenos que o Nilo cobria em suas enchentes periódicas” e têm, no mundo contemporâneo, “utilização prática em questões de engenharia” e outras atividades (ENCYCLOPAEDIA..., 1975, p. 7289).

Salienta-se que em sua origem, a geometria se referia às questões da agrimensura dos campos como ocorreu com “o traçado dos lotes de terra após a inundação anual do rio Nilo no Egito.” Ocorre que foi na Grécia que a geometria, e muito da Matemática em geral, “adquiriu a categoria de ciência dedutiva” como é identificada atualmente (TEMÁTICA BARSA, 2005d, p. 182).

A geometria babilônica tem como sua principal marca o caráter algébrico e a Matemática deve aos babilônios a forma com que a circunferência de um círculo é dividida em 360 partes iguais. Muitas explicações foram atribuídas para o motivo dessa escolha, afirma Eves (2004). Contudo, nenhuma delas é mais aceitável como a transcrita a seguir:

Nos remotos tempos dos sumérios, existia uma unidade de medida grande, uma espécie de milha babilônica (...). Mais tarde, talvez no primeiro milênio a.C., quando a astronomia babilônica atingiu o estágio de manter registros sistemáticos de fenômenos celestes, a milha-tempo babilônica foi adotada para a mensuração de espaços de tempo. Como se determinou que um dia era formado de 12 milhas-tempo, e um dia completo equivale a uma revolução do céu, dividiu-se um ciclo completo em 12 partes iguais. Mas, por conveniência, a milha-tempo babilônica fora dividida em 30 partes iguais. Dessa forma chegamos a $(12) \cdot (30) = 360$ partes iguais num ciclo completo (EVES, 2004, p. 61).

Contrastando com a geometria grega, o principal objetivo da geometria egípcia – que é prática – “era, por meio de tentativas e aproximações, obter métodos e regras eficazes do

ponto de vista da aplicação.” Dessa forma, os egípcios conseguiam fazer cálculos de áreas de figuras retilíneas como o retângulo, o quadrado, por exemplo, (MOL, 2013, p. 23).

Coube à geometria árabe um papel muito mais de preservação do que de descoberta. Afinal, foram os árabes que traduziram, de forma satisfatória, os clássicos matemáticos gregos. Para Eves (2004) o mundo deve uma homenagem aos árabes por esse feito.

Não há como estudar a história da Geometria sem fazer referência à obra *Os Elementos* de Euclides, matemático platônico, cuja vida pouco se conhece, mas que teve e tem sua obra referenciada por quem busca esse conhecimento.

O que se sabe, aparentemente, é que Euclides foi “o criador da famosa e duradoura escola de matemática de Alexandria da qual, sem dúvida, foi professor.” A data e o local de nascimento do matemático são também desconhecidos, “mas é provável que sua formação matemática tenha se dado na escola platônica de Atenas” (EVES, 2004, p. 167).

Apesar de não ter feito nenhuma descoberta matemática, Euclides sistematizou e compilou o conhecimento matemático em sua obra. Em *Os Elementos* de Euclides o matemático incorporou “as ideias de Platão quanto à natureza abstrata dos objetos matemáticos, mas sobretudo as de Aristóteles no que diz respeito à estrutura do conhecimento matemático e dos elementos lógicos usados em suas construção” (MOL, 2013, p. 46).

Compostos por treze livros, *Os Elementos* de Euclides tratam da geometria nos primeiros quatro livros e no quinto expõe a teoria de proporções – que foi abordada no sexto livro – aplicada ao estudo da Geometria. O professor pode, à medida que for ensinando esse conteúdo, lançar mão dos *Elementos* de Euclides para ilustrar melhor as aulas.

O professor pode, por exemplo, narrar para seus alunos uma curiosidade sobre a importância da obra de Euclides, conforme sugere Boyer (2002):

A primeira versão impressa de *Os elementos* apareceu em Veneza em 1482, um dos primeiros livros de matemática impressos; calcula-se que desde então pelo menos mil edições foram publicadas. Talvez nenhum livro, além da Bíblia, possa se gabar de tantas edições, e, certamente nenhuma obra matemática teve influência comparável à de *Os elementos* de Euclides (BOYER, 2002, p. 82, grifos do autor).

Devido a importância da Geometria na vida de qualquer pessoa, desde a sua descoberta até a atualidade, esse conteúdo é estudado desde o Ensino Fundamental. Nesse sentido, os PCNs das séries desse ciclo orientam para o fato de que a geometria e os conceitos geométricos são conteúdos primordiais nessa etapa da vida escolar uma vez que:

por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente (BRASIL, 1998, p. 51).

Portanto, noções geométricas contribuem no aprendizado de números e medidas estimulando, dessa forma, a observação, percepção de semelhanças e dessemelhanças, identificação de irregularidades dentre outras situações cotidianas. No ensinamento desse conteúdo, o professor pode explorar situações usando materiais simples como régua e compasso, além de estabelecer conexão entre a Matemática e outras disciplinas a partir de exploração de objetos como quadro de pinturas, desenhos, artesanato (BRASIL, 1998).

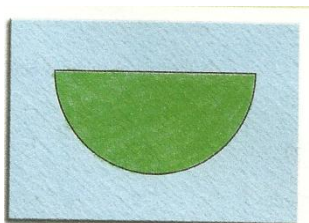
Importante que os alunos saibam, também, que a Geometria é dividida em geometria plana que estuda as figuras localizadas no plano, e geometria sólida, que representa as figuras situadas no espaço comum, tridimensional, relativo às esferas, cones, cilindros, prismas, pirâmides (ENCYCLOPAEDIA..., 1975).

Há, portanto, dois grupos de figuras geométricas: a) as figuras planas, que são aquelas representadas numa superfície plana como o caderno, o quadro negro etc.; b) as figuras geométricas espaciais, como os cones, os poliedros, as pirâmides, os cilindros etc., como de fato são.

Dentre as atividades realizadas em sala de aula, o professor pode construir o Relógio de Sol, como propõem Ribeiro e Soares (2006), utilizando compasso, régua e transferidor.

O primeiro passo é construir um semicírculo grande, com um compasso e uma régua, em uma folha de papel grosso ou uma cartolina (Figura 8).

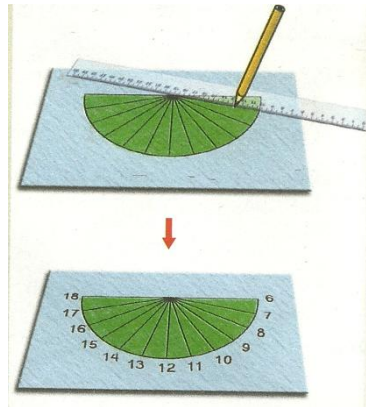
Figura 8 – SEMICÍRCULO



Fonte: Ribeiro; Soares (2006, p. 80).

Em seguida, os autores sugerem o uso de um transferidor e de uma régua e que se “marque no semicírculo um ângulo de 15° . Repita esse processo até obter 11 segmentos de reta, numerando-os como mostra a figura a seguir” (RIBEIRO; SOARES, 2006, p. 80) (Figura 9).

Figura 9 – USO DO TRANSFERIDOR E DA RÉGUA

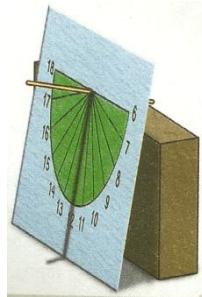


Fonte: Ribeiro e Soares (2006, p. 80)

A terceira etapa, ilustrada na figura 10, baseia-se em que:

Faça um furo no ponto central fixando uma vareta ou um lápis. Às 12 horas, coloque o relógio de Sol em um local onde haja incidência de luz solar o dia todo e posicione-o inclinado no chão de forma que a sombra da vareta seja projetada sobre o segmento que indica 12 horas. Fixe o relógio de sol, sem alterar a sua inclinação, utilizando um pedaço de madeira ou outro material qualquer para apoiá-lo (RIBEIRO; SOARES, 2006, p. 80).

Figura 10 – RELÓGIO DE SOL



Fonte: Ribeiro e Soares (2006, p. 80).

Os autores finalizam a sugestão da atividade afirmando: “Agora que seu relógio de Sol já está pronto, observe-o de hora em hora, confira as horas com um relógio de pulso e verifique sua precisão” (RIBEIRO; SOARES, 2006, p. 80).

Além do relógio de sol, ora proposto por esses autores, o professor de Matemática pode, também, narrar curiosidades históricas sobre a geometria e seu desenvolvimento, organizar os jogos capturando poliedros, batalha naval ou ainda brincadeiras mais simples como a de adivinhar figuras de acordo com perguntas e respostas entre dois ou mais grupos formados.

4 O PROFESSOR DE MATEMÁTICA E AS COMPETÊNCIAS NECESSÁRIAS AO ENSINO DA DISCIPLINA

Visto por muitos como educador inflexível o professor de Matemática pode mudar essa impressão aliando o ensinamento dos conteúdos com narrações de fatos históricos que possibilitaram as descobertas e o desenvolvimento matemático.

Para tanto, é necessário que esse professor, que lança mão da História da Matemática para despertar a curiosidade de seus alunos, tenha um conhecimento sólido a respeito da vida dos maiores matemáticos que desenvolveram os conteúdos que ministra em sala de aula.

Conhecer o desenvolvimento social da Matemática faz com que o professor se sinta mais seguro ao comentar episódios históricos quando percebe essa necessidade, seja para responder a questionamentos ou para motivar a classe. É necessário, contudo, que essas informações sejam dosadas para não se tornarem enfadonhas ou se transformarem em uma aula de História. O importante é envolver o aluno nessa maneira mais dinâmica de ensinar.

Parte do mito de que a Matemática é difícil resulta dos métodos utilizados pelos professores: rigorosos, ultrapassados, convencionais, inflexíveis. O professor ideal consegue demonstrar aos alunos dois aspectos importantes dessa matéria: o matemático e o social. O aspecto matemático refere-se ao ensino e aprendizagem da Matemática como um todo; o social refere-se à aplicação da Matemática em situações cotidianas que, às vezes, nem sempre são percebidas.

É primordial que o professor consiga repassar aos seus alunos a compreensão de que a Matemática está em todas as situações da vida do homem, pois suas raízes estão assentadas no cotidiano e são indispensáveis ao desenvolvimento e conquista tecnológica. A Matemática é usada: “para executar as operações elementares que a vida diária requer, para desenhar as plantas dos edifícios, para calcular a resistência dos materiais que serão empregados na construção de pontes, para projetar os circuitos de televisão e para lançar ao espaço os modernos foguetes” (ENCYCLOPAEDIA..., 1975, p. 7.287).

Para tanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio, trazem uma série de orientações para que o professor de Matemática obtenha sucesso junto aos alunos. Alguns especialistas da educação tais como Perrenoud (2000) e Devlin (2010) também tratam dessas competências ou de qualidades necessárias a uma mente matemática.

Perrenoud (2000, p. 15) acredita que é necessário ao professor de Matemática competência para ministrar aulas, e essa competência diz respeito à “capacidade de mobilizar diversos recursos cognitivos para enfrentar um tipo de situação.”

O referido autor lista dez competências primordiais aos professores do Ensino Fundamental que podem ser aplicadas, também, ao Ensino Médio. Dentre essas competências, é imprescindível ao ensino da Matemática – sobretudo no que se refere ao desejo do professor que busca estimular e responder às questões de seus alunos –, destacar a primeira das competências listadas por Perrenoud (2000, p. 20): “organizar e dirigir situações de aprendizagem.”

Para o autor citado, conhecer o conteúdo a ser ensinado em sala de aula, como os conteúdos destacados no tópico anterior (itens 3.1 a 3.7), é o de menos quando se quer instruir alunos; “a verdadeira competência pedagógica não está aí; ela consiste, de um lado, em relacionar os conteúdos a objetivos e, de outro, a situações de aprendizagem” (PERRENOUD, 2000, p. 26, grifos do autor).

Portanto, ao utilizar exemplos concretos para cada um dos conteúdos ensinados, ao relacionar conteúdos com curiosidades históricas de seu desenvolvimento, o professor de Matemática deve demonstrar competência como se vê:

Essa facilidade na administração das situações e dos conteúdos exige um domínio pessoal não apenas dos saberes, mas também daquilo que Develay (1992⁴) chama de matriz disciplinar, ou seja, os conceitos, as questões e os paradigmas que estruturam os saberes no seio de uma disciplina. Sem esse domínio, a unidade dos saberes está perdida, os detalhes são superestimados e a capacidade de reconstruir um planejamento didático a partir dos alunos e dos acontecimentos encontra-se enfraquecida (PERRENOUD, 2000, p. 27).

Outro aspecto dessa competência listada por Perrenoud (2000) refere-se ao fato de que o professor deve trabalhar em sala de aula a partir de obstáculos. O estudo mais aprofundado da História da Matemática assegurará ao professor o enfrentamento de uma das maiores dificuldades encontradas nessa profissão: responder às curiosidades de seus alunos sobre a descoberta da Matemática e de seus conteúdos. Essas perguntas que antes representavam uma “situação-problema”, de acordo com Perrenoud (2000), serão recursos motivadores a partir de estudos como este trabalho.

Ao professor de Matemática que organiza e dirige situações de aprendizagem é imprescindível possuir – além das competências apontadas por Perrenoud (2000) – pelo

⁴ Perrenoud (2000) faz referência a uma das obras de Michel Develay: *De l'apprentissage à l'enseignement* (Nota deste estudo).

menos três principais atributos que possibilitarão o trato com a Matemática, segundo Devlin (2010):

- Senso numérico => reconhecimento da diferença entre um objeto e um grupo de objetos e o entendimento de que “um grupo de três objetos tem mais elementos do que um grupo de dois”, por exemplo. Ressalta-se que esse senso numérico não é algo que se aprende; “nós nascemos com ele” (DEVLIN, 2010, p. 28, grifo do autor);
- Capacidade numérica => os números e a capacidade de contar são atividades adquiridas com o decorrer do tempo e apenas os seres humanos são capazes de continuar uma contagem indefinida, afirma o autor referenciado;
- Capacidade algorítmica => é a capacidade de aprender sequências de operações numéricas, na aritmética, por exemplo, ou de aplicar um algoritmo em outro conteúdo como, por exemplo, resolver uma equação do segundo grau seguindo um algoritmo de álgebra.

Além desses três atributos necessários ao professor de Matemática e a qualquer indivíduo que quer lidar com essa ciência, Devlin (2010) cita outros predicados que contribuem, em menor ou maior grau, com o ensino e aprendizagem da Matemática: capacidade de lidar com abstrações; senso de causa e efeito; capacidade de elaborar e seguir uma sequência causal de fatos ou eventos; raciocínio lógico, relacional e espacial.

Por sua vez, os PCNs dos últimos anos do Ensino Fundamental apontam que é indispensável ao professor de matemática: identificar as características mais importantes da Matemática, bem como de seus métodos, aplicação e ramificação; conhecer mais de perto a vida do aluno e a bagagem que trazem para a sala de aula; ter clareza de suas concepções sobre a disciplina (BRASIL, 1998).

Os referidos PCNs trazem também orientações para que o professor de Matemática seja capaz de descontextualizar os conteúdos ensinados para que possam ser “novamente contextualizados em outras situações” (BRASIL, 1998, p. 36). Ou seja, é o professor de Matemática, a partir da história dos conteúdos, ter capacidade de contextualizar tais descobertas em situação cotidianas.

Houve um tempo que em a Matemática era repassada a partir de definições, exemplos, exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação e o aluno aprendia pela reprodução. Se a reprodução fosse correta a aprendizagem acontecia. Contudo, “Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos” (BRASIL, 1998, p. 37)

Nesse sentido, é que o professor de Matemática deve fugir dessa forma tradicional e ineficaz de ensinar Matemática e lançar mão de outros recursos como a História da Matemática para construir uma aprendizagem estimuladora proporcionando discussão entre os alunos e comparação entre os fatos que possibilitaram essas descobertas e ações cotidianas em que essas descobertas são empregadas.

O professor deve reforçar junto aos seus alunos o fato de que a História da Matemática foi se construindo em decorrência das respostas às indagações advindas “de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (...), por problemas vinculados a outras ciências (...), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática” (BRASIL, 1998, p. 40).

Em se tratando dos PCNs do Ensino Médio, o referido documento destaca que o professor de Matemática deve “apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida” (BRASIL, 1999, p. 252).

Na verdade, as orientações dispostas nos PCNs do Ensino Médio estão em consonância com as do Ensino Fundamental, pois têm como critério central a contextualização dos conteúdos ensinados permitindo, assim:

conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência (BRASIL, 1999, p. 255).

Ao lançar mão da História da Matemática, o professor do Ensino Médio utilizará um recurso capaz de relacionar as etapas dessa história com a evolução da humanidade e dos conteúdos aprendidos em sala de aula.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A compreensão de que a Matemática está presente no cotidiano de todas as pessoas e que não representa apenas uma ciência de número e grandeza é primordial ao aluno dessa disciplina em qualquer nível escolar.

Ainda que exista uma concepção de que os conceitos matemáticos são muito abstratos e de difícil compreensão, deve-se buscar meios mais concretos e, também, mais simplificados quando de seu ensino, sobretudo quando o professor tem a intenção de desmitificar a ideia de que a Matemática é inatingível e direcionada apenas àqueles mais privilegiados intelectualmente.

Ao utilizar representações concretas, tal como são os aspectos da História da Matemática, o professor consegue esclarecer muitos conceitos matemáticos, e responder a alguns “porquês”, colaborando com a construção do aprendizado do aluno, de forma mais significativa e dinâmica.

Essa primeira abordagem, de uma forma mais palpável, permite uma menor complexidade no momento da introdução da teoria matemática, que é por muitas vezes abstrata, possibilitando ao educador motivar seus alunos, através de uma explanação mais acessível. Por conseguinte, resultando em maior conhecimento e apreensão dos conteúdos.

A prática do professor deve levar o aluno a perceber que é praticamente inevitável fazer uso da Matemática no dia a dia, mesmo que não se torne o melhor aluno, um professor de matemática ou um profissional de exatas, o prazer pelo estudo da disciplina só aumentará, e de forma cada vez mais leve, esse aluno conseguirá comparar o que aprendeu em sala de aula com atividades de sua vida diária.

É primordial, contudo, que a doutrina mais tradicional de ensino à Matemática passe por mudanças, através do enfoque no uso efetivo dessa ciência, levando o aluno a desenvolver o apreço pela disciplina e não apenas a decorar fórmulas e fazer uso delas exclusivamente em avaliações.

Para tanto, é necessário que o professor não só mude o método de ensinar Matemática, como também, torne-se apto a ministrá-la por meio de um constante aprimoramento de seus conhecimentos; coordenando seus estudos com a motivação dos alunos a apreender cada dia mais a importância da disciplina e como ela foi se desenvolvendo ao longo do tempo.

Partindo dessas premissas, é possível verificar o quanto a pesquisa realizada para a elaboração deste texto foi enriquecedora à medida que o resultado final do estudo oferece ao leitor, sobretudo ao leitor professor, um direcionamento na utilização prática da História da

Matemática, como recurso eficaz para a apreensão dos conteúdos da disciplina, além de despertar em minha atividade, como professor, maior motivação para o emprego desse recurso em sala de aula.

A eficácia deste estudo pode ser constatada pelo método utilizado na elaboração do texto que contou com cinco tópicos específicos incluindo esta conclusão. Na introdução o tema foi apresentado e ressaltou-se a importância da Matemática para a vida cotidiana, no decorrer do tempo e em todas as civilizações.

O tópico seguinte apresentou a História da Matemática como recurso eficaz, segundo os autores pesquisados. Verificou-se que, ao utilizar relatos históricos quando da inserção de novos conteúdos, o professor pode estimular o aprendizado de seus alunos e até afastar alguns receios que eles têm em relação ao estudo da disciplina, de como ela é difícil e, por vezes, inacessível. O tópico também demonstrou que os alunos podem comparar as situações vividas pelos matemáticos do passado com a realidade em que vivem, resultando em aulas mais leves e prazerosas.

A seleção de conteúdos para análise, dispostos no tópico 3, foi a parte mais complexa deste trabalho, mas não menos motivadora. Afinal, para um professor da disciplina, não há conteúdo matemático desagradável a ser estudado. A seleção foi feita levando em conta conteúdos mais presentes no dia a dia de qualquer indivíduo, seja estudante ou não.

Para cada conteúdo examinado, foram apresentados exemplos de atividades, brincadeiras e ilustrações específicas. Esses exemplos serão capazes de facilitar e motivar não só o aprendizado do aluno, como também de fazer com que o professor consiga desenvolver a matéria de forma mais amena, e não menos segura.

O quarto tópico apresentou as competências necessárias a um professor que utiliza o recurso da História da Matemática em sala de aula, sendo que uma das mais importantes diz respeito ao conhecimento que precisam ter a respeito da vida e obra de grandes matemáticos.

É primordial, também, que o professor seja capaz de descontextualizar os conteúdos ministrados e contextualizá-los a partir de situações ocorridas no dia a dia dos alunos. Nesse sentido, quando desse exercício de descontextualizar e contextualizar, é primordial a participação efetiva dos alunos e só assim o professor tem condições de mensurar se esse recurso foi válido.

Ao refletir sobre a escolha do tema para pesquisa e sobre o estudo mais aprofundado realizado sobre a História da Matemática percebemos que, muitas vezes os professores de Matemática se limitam a repassar os conteúdos da disciplina, sem se preocupar em despertar a curiosidade dos alunos para o fato de que esses conteúdos não surgiram do nada, que cada um

deles tem sua história, sua descoberta. Percebemos no decorrer da pesquisa que quanto mais conhecemos determinado conteúdo, mais acessível é seu aprendizado.

Como sugestão aos que desejam abordar a História da Matemática, como recurso ao aprendizado, que realizem uma pesquisa de campo junto a turmas de alunos a fim de verificar, por meio de questionário aplicado, se, de fato, esse recurso motivou-os ao aprendizado dos conteúdos matemáticos. Essa pesquisa poderá, inclusive, apontar falhas na aplicação desse método.

Ao utilizar a História da Matemática como recurso ao ensino não obriga ao professor situar no tempo e espaço todos os conteúdos do currículo escolar ou mesmo, mesclar em todas as aulas o ensinamento de tópicos com fragmentos da história da Matemática, pois a intenção não é transformar a aula de Matemática numa aula de História, com datas, fatos e nomes a serem decorados, e sim utilizar as descobertas e desenvolvimento matemático como recurso didático útil, dinâmico, interessante e facilitador desse aprendizado.

Ressalta-se, ainda, que não só a Matemática está presente no dia a dia das pessoas, a História da Matemática também está, à medida que essa disciplina vem sendo construída constantemente e não é uma ciência acabada. Isto posto, torna-se importante compreender que todos os conteúdos matemáticos existentes contribuem para a evolução e aprimoramento do aprendizado matemático. Assim o aperfeiçoamento e a constante preocupação em tornar a Matemática mais acessível deve ser uma atitude rotineira na carreira do professor.

REFERÊNCIAS

- BATISTA, Jucimara Baptista. Bingo dos conjuntos numéricos. **Portal do Professor**. Presidente Prudente – SP, 2009. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1914>>. Acesso em: 28 set. 2016.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**. 7. Ed. São Paulo Moderna, 2011.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC / SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Média e Tecnologia. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio**. Brasília: Ministério da Educação, 1999.
- BOYER, Carl B. **História da matemática**. 2. ed. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 2002.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Sá da Costa, 1984.
- CASTRO, Thiago Barros de. **A história da matemática como motivação para o processo de aprendizagem e contextualização dos conteúdos matemáticos na educação Básica**. 2016. 43f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2016.
- CASTRUCCI, Benedicto, GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; **A conquista da matemática**, 6.º ano. Edição Renovada. São Paulo: FTD, 2009. (Coleção a conquista da matemática).
- D'AMBROSIO, Ubiratã. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 3. ed. São Paulo: Summus, 1986.
- D'AMBROSIO, Ubiratã. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar ou conhecer**. São Paulo: Ática, 1990.
- D'AMBROSIO, Ubiratã. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectiva**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Disponível em: <http://cattai.mat.br/site/files/ensino/uneb/pfreire/docs/HistoriaDaMatematica/Ubiratan_DAmbrosio_doisTextos.pdf>. Acesso em: 25 maio 2016.
- D'AMBROSIO, Ubiratã. A interface entre história e matemática: uma visão histórico-pedagógica. In: FOSSA, John A. (org.). **Facetas do diamante: ensaios sobre educação matemática e história da matemática**. Rio Claro (SP): SBHMAT, 2000.
- D'AMBROSIO, Ubiratã. **Educação matemática: da teoria à prática**. 8. ed. Campinas: Papirus, 2012.

DEVLIN, Keith. **O gene da matemática**. 5. ed. Tradução de Sergio Moraes Rego. Rio de Janeiro: Record, 2010.

ENCYCLOPAEDIA MIRADOR INTERNACIONAL. v. 13. **Matemática**. São Paulo – Rio de Janeiro: Encyclopaedia Britannica, 1975. p. 7286-7312.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas (SP): Editora da UNICAMP, 2004.

GRASSESCHI, Maria Cecília C.; ANDRETTA, Maria Capucho; SANTOS, Aparecida Borges dos. **Promat, 1: projeto oficina de matemática**. São Paulo: FTD, 1995. (Coleção PROMAT. Projeto oficina de matemática).

KLINE, Morris. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.

LOPES, Lidiane Schimitz; FERREIRA, André Luis Andrejew. **Abakós**, Belo Horizonte, v. 2, n. 1, p. 75–88, nov. 2013. Disponível em: <file:///C:/Users/Rosana/Downloads/6068-24011-1-PB.pdf>. Acesso em: 15 jun. 2016.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

NUERNBEG, Rosilda Nethson; ANDRADE, Susimeire Vivien Rosotti de. Entendendo frações: o que fazer com os denominadores na hora da soma? **Dia a dia Educação**. 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1962-8.pdf>>. Acesso em: 15 jun. 2016.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Tradução de Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

RIBEIRO, Jackson; SOARES, Elizabeth. **Construindo consciências: Matemática**, 6ª série. São Paulo: Scipione, 2006.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**. Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

ROSA NETO, Ernesto. **Didática da matemática**. 11. ed. São Paulo: Ática, 1988.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência e Educação**. Bauru, n. 1, v. 19, 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132013000100007>. Acesso em: 25 maio 2016.

SANHCEZ, Lucília Bechara; LIBERMAN, Manhúcia Perelberg; WEY, Regina Lúcia da Mota. **Fazendo e compreendendo matemática**. v. 1, 1.ª série. 4. ed. reform. São Paulo: Saraiva, 2004.

SELECÇÕES DO READE'S DIGEST. **História do homem**. Nos últimos dois milhões de anos. Lisboa: Lisgráfica S.A.R.L., 1975.

SILVA, Claudio Xavier da; BARRETO FILHO, Benigno. **Matemática aula por aula**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2005. (Coleção matemática aula por aula).

SOUZA, Viviane Dal Molin de; MARIANI, Viviana Cocco. Um breve relato do desenvolvimento do conceito de função. In: V EDUCERE. III CONGRESSO NACIONAL DA ÁREA DE EDUCAÇÃO. out. 2005, Curitiba. **Anais...**, p. 1243-1254. Disponível em: <<http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/com/TCCI021.pdf>>. Acesso em: 25 maio 2016.

TEMÁTICA BARSA. **Teoria dos conjuntos**. 9 v. Rio de Janeiro: Barsa Planeta, 2005a. p. 2-21.

TEMÁTICA BARSA. **Expressões algébricas**. 9 v. Rio de Janeiro: Barsa Planeta, 2005b. p. 86-96.

TEMÁTICA BARSA. **Funções reais de variável real**. 9 v. Rio de Janeiro: Barsa Planeta, 2005c. p. 98-119.

TEMÁTICA BARSA. **Geometria plana**. 9 v. Rio de Janeiro: Barsa Planeta, 2005d. p. 182-207.

VIDIGAL, Angela et al. **Matemática e você**: 8.^a série: manual do professor. Belo Horizonte: Formato Editorial, 2002.