Universidade Federal de Goiás
Instituto de Matemática e Estatística
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

EXCEL: UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Sílvia Cristina Dorneles de Morais

Goiânia

2016

sistema de bibliotecas ufg

UFG

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **[X] Dissertação** **[ ] Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Nome completo do autor: SÍLVIA CRISTINA DORNELES DE MORAIS

Título do trabalho: "EXCEL: Uma Alternativa para o Ensino de Probabilidade e Estatística"

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [x] SIM [ ] NÃO[1]

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Sílvia Cristina Dorneles de Morais

____

Assinatura do (a) autor (a) [2]

Data: 03 /10 / 2016

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

[2]A assinatura deve ser escaneada.

Sílvia Cristina Dorneles de Morais

EXCEL: UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico

Orientador: Prof. Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos

Goiânia

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Morais, Sílvia Cristina Dorneles de
"EXCEL: Uma Alternativa para o Ensino de Probabilidade e Estatística" [manuscrito] / Sílvia Cristina Dorneles de Morais. - 2016.
LI, 51 f.

Orientador: Prof. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), Programa de Pós-Graduação em Matemática, Goiânia, 2016.
Bibliografia. Apêndice.
Inclui lista de figuras.

1. Estatística. 2. Planilhas Eletrônicas. 3. Probabilidade. I. Santos, Fabiano Fortunato Teixeira dos, orient. II. Título.

CDU 519.2

Silvia Cristina Dorneles de Morais

"EXCEL: Uma Alternativa para o Ensino de Probabilidade e Estatística"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFG, do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de concentração Matemática do Ensino Básico, aprovado no dia 30 de setembro de 2016, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos
Instituto de Matemática e Estatística-UFG
Presidente da Banca

Maria Bethânia S. dos Santos

Profª. Drª. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos
Instituto de Matemática e Estatística - UFG

Prof. Dr. Flávio Raimundo de Souza
Membro Externo – IFG/GOIÂNIA

Universidade Federal de Goiás-UFG
Instituto de Matemática e Estatística-IME
Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT/UFG
Campus Samambaia – Caixa Postal 131 – CEP: 74.001-970 – Goiânia-GO.
Fones: (62) 3521-1208 e 3521-1137 www.ime.ufg.br

UFG

PROFMAT

Ata da reunião da Banca Examinadora da Defesa de Trabalho de Conclusão de Curso da aluna Silvia Cristina Dorneles de Morais – Aos trinta dias do mês de setembro do ano de dois mil e dezesseis (30/09/2016), às 10:00 horas, reuniram-se os componentes da Banca Examinadora: Prof. Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos – Orientador; Prof^a. Dr^a. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos e Flávio Raimundo de Souza, para, sob a presidência do primeiro, e em sessão pública realizada na auditório do IME, procederem a avaliação da defesa intitulada: **"EXCEL: Uma Alternativa para o Ensino de Probabilidade e Estatística"**, em nível de Mestrado, área de concentração Matemática do Ensino Básico, de autoria de Silvia Cristina Dorneles de Morais discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal de Goiás. A sessão foi aberta pelo Presidente da banca, Prof. Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos, que fez a apresentação formal dos membros da banca. A seguir, a palavra foi concedida a autora do TCC que, em 30 minutos procedeu a apresentação de seu trabalho. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o examinando, tendo-se adotado o sistema de diálogo sequencial. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da defesa. Tendo-se em vista o que consta na Resolução nº. 1075/2012 do Conselho de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura (CEPEC), que regulamenta os Programas de Pós-Graduação da UFG e procedidas as correções recomendadas, o Trabalho foi **APROVADO** por unanimidade, considerando-se integralmente cumprido este requisito para fins de obtenção do título de **MESTRE EM MATEMÁTICA**, na área de concentração Matemática do Ensino Básico pela Universidade Federal de Goiás. A conclusão do curso dar-se-á quando da entrega na secretaria do IME da versão definitiva do trabalho, com as devidas correções supervisionadas e aprovadas pelo orientador. Cumpridas as formalidades de pauta, às 11:00 horas a presidência da mesa encerrou a sessão e para constar, eu, Sonia Maria de Oliveira, secretária do PROFMAT/UFG, lavrei a presente Ata que, depois de lida e aprovada, é assinada pelos membros da Banca Examinadora em quatro vias de igual teor.

FFSantos

Prof. Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos
Presidente – IME/UFG

Maria Bethânia S. dos Santos

Prof^a. Dr^a. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos
Membro – IME/UFG

Prof. Dr. Flávio Raimundo de Souza
Membro – IFG/GOIÂNIA

Dedicatória

A minha família, meu esposo Marcelo, aos meus filhos João Marcelo e Beatriz, minha mãe Doneide e minha irmã Fernanda.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por ter sustentado meus passos e me dado forças para superar os obstáculos encontrados durante a caminhada.

Agradeço ao meu esposo, Marcelo Pereira de Sá, pelo apoio nos momentos difíceis pelos quais passei. Aos meus filhos, João Marcelo Pereira de Morais e Beatriz Pereira de Morais, razão do meu viver, por terem compreendido minha ausência durante esse período. Agradeço ainda minha mãe, Doneide Silva Dorneles Morais, por sua valiosa ajuda em meu lar.

Agradeço a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) por idealizar e implantar o PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), pela bolsa e pela parceria junto a SBM (Sociedade Brasileira de Matemática) e a UFG (Universidade Federal de Goiás) que muito contribuíram para a realização deste curso.

Agradeço de forma especial, meu orientador, Prof. Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos, pela dedicação em suas orientações, compreensão e companheirismo durante esses meses de trabalho; e a cada um dos meus professores e tutores, que muito contribuiram para o meu aprendizado.

Agradeço ainda, meus colegas de curso por todos os momentos divertidos e difíceis que enfrentamos e vencemos juntos, em especial, ao amigo Manoel Bernardes de Jesus, pela amizade e auxílio durante o curso.

Por fim, a todos que colaboraram para que esse curso fosse concluído.

Resumo

Nesse trabalho foi realizada uma breve análise dos desafios do ensino da matemática no Ensino Médio, em especial da probabilidade e estatística, no que se refere à adequação às novas tecnologias disponíveis, salientando as dificuldades encontradas ao inserir recursos computacionais no cotidiano da sala de aula. Enfatizamos a utilização de planilhas eletrônicas, nesse caso do Excel, como uma ferramenta benéfica ao ensino de probabilidade e estatística na busca de adequar o trabalho docente aos objetivos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e na nova Base Nacional Curricular Comum (BNCC), que se encontra em fase final de elaboração. Através de um questionário aplicado junto a professores do IFG, constatamos que, mesmo tendo acesso a laboratórios de informática adequados ao ensino, a maioria dos professores não faz uso dos mesmos. Diante da situação vivenciada propomos algumas atividades simples, elaboradas com o objetivo de aliar a teoria estudada nos livros didáticos e a utilização de planilhas eletrônicas, procurando assim contribuir para uma formação crítica dos alunos.

Palavras-chave: Estatística, Planilhas Eletrônicas, Probabilidade.

Abstract

In that work was realized a short analysis of challenges of Maths' education in the High School, in special probability and statistics, that refer to adequation of new technologys availables, distinguishing the difficults found to insert computationals resources in the classroom's everyday. We emphasize the using electronics spreadsheets, in that case, Excel like a tool good to learn probability and statistic, searching to balance work's teacher to objectives presents in the Nationals Curriculums Parameters (NCP) and in the new National Common Base Curricular (NCBC), which is in the final process of elaboration. By a research with IFG's teachers, we notice that, although having access to informatics laboratories adequated to education, almost teachers do not use them. Before this situation noticed, we propose some simple activities created with the objective to connective theory from didatics books with the use of electronics spreadsheets, trying to contribute for critical formation of students.

Keywords: Statistic, Electronics Spreadsheets, Probability.

Lista de Figuras

Sumário

INTRODUÇÃO

Com a intenção de dar um maior significado ao estudo da probabilidade e estatística no Ensino Médio é que produzimos esse trabalho, visando discutir e propor uma alternativa para o ensino desses conteúdos aliando o uso de planilhas eletrônicas aos métodos tradicionais utilizados em sala de aula (livros didáticos, listas de exercícios, quadro negro, etc), tendo em vista que, na maioria das vezes, esses assuntos ainda são tratados de forma descontextualizada, não propiciando uma formação crítica de nossos alunos.

No primeiro capítulo será discutida a importância do desenvolvimento do pensamento matemático aliado ao uso de ferramentas tecnológicas e em especial das planilhas eletrônicas, na busca de atender as novas demandas da sociedade nessa área do conhecimento; demandas essas que colocam as escolas numa situação desconfortável frente à sociedade; tópicos antes tratados com pouca, ou nenhuma, importância passam a ter um grande peso nas avaliações externas (Prova Brasil, SAEB, ENEM) e assim se inicia uma corrida para a inserção desses conteúdos na grade curricular dos estados brasileiros que buscam se adequar à legislação e obter bons resultados nessas avaliações.

No segundo capítulo, ao analisarmos os currículos de probabilidade e estatística de nossas unidades federativas, observamos que não há uma consonância do que deve ser estudado em relação a esses tópicos da matemática, o que reforça a ideia de que não é atribuída a importância necessária a essas disciplinas e que é imprescindível que a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), em fase final de construção, ajude a resolver a discrepância existente no currículo brasileiro, colocando assim os alunos em igualdade de condições no que se refere ao acesso às universidades, que cada vez mais vem adotando os resultados do ENEM como forma de ingresso. Verificamos por meio de um questionário aplicado a professores de matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG), que, além de outros aspectos, mesmo a escola dispondo de laboratórios de informática adequados ao ensino, a maioria dos professores de matemática não o utilizam para fins pedagógicos, seja por desinteresse ou por não se sentirem preparados para tal.

No terceiro capítulo, reservamos um espaço para os principais conceitos da probabilidade e estatística a serem ensinados no ensino médio; seguidos no quarto capítulo, de algumas propostas de atividades que podem ser realizadas com o auxílio do Excel, buscando envolver os alunos e possibilitar que os mesmos tenham uma maior interação com o conteúdo, analisando as situações-problema e até mesmo tomando decisões através dos dados representados por meio de tabelas e gráficos, além de estarem de acordo com os objetivos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e na BNCC.

Capítulo 1

O ENSINO DA MATEMÁTICA

O ensino da Matemática deve contribuir para a reflexão a respeito do homem, do sentido de sua existência, de seu papel individual e coletivo na sociedade em que vive. Para isso é necessário que teoria e prática se completem, com o objetivo de desenvolver o raciocínio, a criatividade e a autonomia intelectual. Embora a matemática, em alguns momentos, tenha servido para a manutenção do status social de determinadas classes, ela é uma ciência resultante de transformações sociais e tem sua origem nas relações do homem com o meio em que vive. Dessa forma, a evolução do pensamento matemático se relaciona com as necessidades de organização da sociedade, e está em constante mudança para atendê-la, o que exige dos professores flexibilidade nos aspectos didático e pedagógico da profissão.

Para [9], "a profissão docente requer dinamismo, um cidadão ativo e comprometido", sendo assim, o professor deve buscar o desenvolvimento da autonomia intelectual do seu aluno, oportunizando que o aprendizado se dê em função de sua capacidade natural de pensar, e não pela simples memorização e repetição de padrões. É necessário que cada um reconheça suas facilidades e limitações para que possa buscar tecnologias que venham enriquecer suas aulas e tornar o aprendizado realmente significativo.

Em um mundo de tão rápidas transformações, estar formado para a vida significa, dentre outros aspectos, saber se informar, argumentar, compreender e agir, é nesse sentido que o estudo da matemática deve colaborar para formação do estudante. De acordo com [2] “o ensino deve preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente no mundo do trabalho”. E a incorporação de tecnologias computacionais no ensino de matemática possibilita novas abordagens, em alguns casos revelando aspectos dos conceitos matemáticos que dificilmente poderiam ser ensinados por meio de recursos convencionais, seja pela dificuldade do conteúdo ou pela falta de tempo para melhor explorá-lo.

Os recursos tecnológicos ampliaram as possibilidades de tratamento de dados, os transformando em informações com grande potencial de análise e aplicação em diversos campos do conhecimento. Tais possibilidades têm sido cada vez mais aplicadas no ensino básico de matemática, incluindo a análise de dados obtidos em coletas empíricas que podem ser organizados e interpretados por meio de gráficos de diversos tipos, tabelas, medidas estatísticas de tendência central (média, mediana e moda), além de medidas de dispersão (variância e desvio padrão). Essas ferramentas contribuem para a formação cidadã do aluno, além de contextualizar o aprendizado de conceitos matemáticos e sua articulação com outros campos do conhecimento. Além disso, segundo [5],

> Os recusos disponíveis nas planilhas eletrônicas possibilitam diversas aplicações no ensino de matemática. Dentre esses recursos destacam-se: a manipulação e operações com grandes quantidades de dados numéricos, articulação entre diversas formas de representação, ferramentas lógicas e ferramentas estatísticas.

Entretanto, a introdução de uma ferramenta tecnológica em sala de aula deve se orientar por objetivos e competências a serem adquiridas pelos estudantes, esse processo deve envolver a compreensão da adequação da ferramenta aos conceitos matemáticos abordados, bem como as perspectivas didáticas em que ocorre a integração da tecnologia. É fundamental que sejam consideradas ainda as potencialidades e prováveis limitações dos recursos tecnológicos quando aplicados ao contexto de ensino e aprendizagem em questão. De acordo com [5],

> A avaliação crítica da incorporação de tecnologias computacionais no ensino de Matemática, levando em conta tanto os aspectos conceituais dos tópicos matemáticos quanto as especificidades de cada contexto educacional, não é um problema de solução trivial. Neste sentido, é importante destacar que os objetivos conceituais e pedagógicos não podem ser estabelecidos a *priori*, como se o planejamento fosse concebido para uma aula convencional, a própria opção em usar recursos computacionais cria novas possibilidades instrucionais.

A utilização de *softwares*, acessíveis a professores e alunos do ensino médio, podem ser usados para analisar e interpretar esses dados. Trazer essas análises para a sala de aula e discutir seus resultados à luz dos conteúdos matemáticos ensinados pode tornar a aprendizagem muito mais significativa. Dessa forma, podemos citar alguns tópicos que podem ser trabalhados de forma mais significativa com o auxílio de tecnologias adequadas: as influências da variação de parâmetro no ensino das diversas funções, simulações de resultados para eventos aleatórios, escolha do gráfico que melhor se adeque a uma representação de dados, análise dos elementos de figuras planas e espaciais, dentre outros. Diante da necessidade de evolução da capacidade de análise é que a utilização da planilha eletrônica favorece a aprendizagem significativa dos alunos, nesse trabalho utilizamos o editor de planilhas Excel por ser amplamente divulgado e de fácil acesso a professores e alunos, seja no ambiente escolar ou fora dele. Pois, conforme [15]

> [...] a principal virtude da utilização da planilha Excel no ensino de estatística está na interface bem conhecida pelos alunos e aqueles que ainda não a conhecem, não reagem negativamente ao ter que aprendê-la, pois sabem que cedo ou tarde terão que fazer isto por imposição do mercado de trabalho, o mesmo já não se daria com um software específico.

Em muitos casos, a utilização de tecnologias digitais encontra algumas barreiras, tais como a carência de recursos e a falta de preparo do professor para lidar com tais instrumentos, esse fato nos motiva a propor a utilização de planilhas eletrônicas como ferramenta de apoio ao ensino da probabilidade e estatística, pois a mesma é de fácil acesso aos estudantes, além de possibilitar a articulação de diversas formas de representação pelo próprio aluno. Mas vale ressaltar que, segundo [15], "apesar do Excel ser amplamente conhecido e utilizado ele não foi projetado como recurso pedagógico e especificamente para lecionar Estatística"; e ainda que, segundo [3],

> [...] é necessário adaptar a planilha para atender as necessidades de alguns conteúdos específicos, fazendo-se necessária a preparação do professor para elaborar atividades que envolvam situações-problema. Mas o professor que utiliza esses recursos em atividades educacionais necessita ter cuidado quanto à natureza e alcance das mesmas, a necessidade do uso do recurso computacional deve ficar evidenciada para que sua utilização em sala de aula seja validada.

Além disso, atividades realizadas com o auxílio dos softwares devem buscar o desenvolvimento do raciocínio matemático, enfatizando de forma mais geral e sólida possível os conhecimentos adquiridos, possibilitando que os mesmos sejam aplicados mesmo sem o apoio do computador. As inovações tecnológicas não substituem o papel da matemática no desenvolvimento do raciocínio lógico e da resolução de problemas, recursos como as planilhas eletrônicas só devem ser aplicadas em situações específicas, poupando tempo em operações demoradas, construção de gráficos e análise de figuras, para que a análise e a interpretação de dados numéricos possam ser trabalhadas de maneira mais eficaz em sala de aula.

Não podemos negligenciar o fato da matemática, aplicada aos diversos ramos da atividade econômica, ser consolidada como um importante instrumento para auxiliar em análises e decisões de ordem pessoal e social; diante desse fato, o aprendizado de probabilidade e estatística se torna cada vez mais importante para os alunos, pois instrumentaliza o cidadão a melhor entender, interpretar e tomar decisões de forma mais consciente; logo não devem ser vistas como mais um tópico a ser estudado, numa ou noutra série do ensino médio, abordando apenas o aspecto descritivo com suas fórmulas e cálculos mecânicos, pois dessa forma os alunos não conseguirão desenvolver o pensamento crítico a respeito das situações vivenciadas em seu cotidiano. O leitor interessado em aprofundar a leitura sobre os aspectos aqui apresentados, podem ainda consultar [4], [13] e [14].

No próximo capítulo são abordados temas relacionados à seleção de conteúdos, formação de professores e metodologias de ensino.

Capítulo 2

OS DESAFIOS DO ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Mesmo com as orientações contidas em [2] não há um consenso do que realmente é necessário ser ensinado e os estados brasileiros vem ao longo dos anos elaborando e/ou modificando seu currículo básico, elencando os tópicos a serem estudados em cada disciplina e as habilidades a serem desenvolvidas ao se trabalhar cada um deles. Essa constante análise do que se deve, ou não ensinar e com quais objetivos, se faz necessária frente aos avanços tecnológicos pelos quais a sociedade vem passando nas últimas décadas, as escolas não estão conseguindo, em sua maioria, acompanhar as constantes mudanças sociais e muito menos se adequar à formação do cidadão que essa sociedade necessita, ativo, crítico e atuante. No que se refere ao ensino de probabilidade e estatística, [2] considera que as competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes nessas áreas assumem grande valor na formação do cidadão, dentre essas competências podemos citar:

> Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas na leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação, cujas habilidades são: utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências, resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos, e analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.
>
> Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinações de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística. Cujas habilidades a serem desenvolvidas nessa área são: calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados ou em gráficos, resolver situação-problema que envolva conhecimento de estatística e probabilidade, utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação e avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Tais competências e habilidades devem ser trabalhadas cuidadosamente no ensino básico, pois não só preparam o estudante para atuar criticamente na sociedade a qual pertence como também possibilitam que ele tenha maiores chances de sucesso nas avaliações do ENEM, haja vista que a avaliação está cada vez mais sendo utilizada como critério de acesso às universidades públicas e privadas de nosso país.

Atualmente a parte relacionada à probabilidade é tratada especialmente no ensino médio, em geral na segunda série, com ênfase na aritmética que está envolvida no cálculo das probabilidades, centrada muito mais nas operações mecanizadas da análise combinatórira (permutações, arranjos e combinações) do que propriamente centrada na análise das chances de ocorrência de um determinado evento. No que se refere à estatística, alguns estados inserem a análise gráfica e o cálculo de medidas de centralidade desde as séries iniciais da segunda fase do ensino fundamental e outros, apenas nas séries finais essa inserção acontece. A disparidade fica mais evidente no ensino médio, que seria o momento ideal para se iniciar uma análise dos conceitos da estatística, mesmo que de maneira superficial. Os tópicos a serem ensinados nessa fase do ensino básico não diferem substancialmente do que já vinha sendo ensinado no ensino fundamntal. Alguns poucos estados, como Espírito Santo, Rio de Janeiro, Santa Catarina, São Paulo e o Distrito Federal abordam em suas orientações as medidas de dispersão.

No estado de Goiás ocorre um fato ainda mais preocupante, no ensino fundamental o pensamento probabilístico e estatístico é inserido de forma gradativa, contemplando situações que favoreçam o desenvolvimento de habilidades que envolvem o cálculo de combinações e chance de acontecimentos, análise de gráficos, medidas de tendência central chegando até as medidas de dispersão, porém no ensino médio esse conteúdo é abordado de forma superficial contemplando apenas a parte descritiva, deixando de lado os aspectos que, teoricamente, foram trabalhados no ensino fundamental e que dariam um bom suporte para que a probabilidade e a estatística fossem trabalhadas de forma mais aprofundada, possibilitando que o aluno compreendesse e fizesse experimentos que favorecessem a aprendizagem significativa da construção de espaços amostrais e eventos, não reduzindo seu estudo apenas a manipulação aritmética das fórmulas e sim compreensão dos conceitos e aplicações envolvidas. No que se refere à estatística o aluno já teria um conhecimento prévio que iria possibilitar o estudo da inferência, mesmo que de forma superficial, onde poderia ser trabalhado a realização de pesquisas e aspectos da tomada de decisões baseada no estudo estatístico, preparando assim os alunos a atuarem de maneira mais conscientes na sociedade em que vivem.

Essa falta de consonância nos currículos evidencia que não é atribuída a devida importância ao ensino de probabilidade e a estatística, face a grande contribuição que seu estudo traz para o desenvolvimento de um cidadão crítico, capaz de construir argumentações e estratégias de intervenção na sociedade em que vive.

Diante de tal disparidade curricular é que está sendo elaborada, com a contribuição das secretarias estaduais de educação, Distrito Federal, escolas, fundações e também de indivíduos interessados no sucesso da educação brasileira, a BNCC, e uma de suas propostas é que o currículo seja 80% comum em todo o Brasil, respeitando a diversidade e particularidade de cada região, porém deixando claro o que deve ser ensinado desde a creche até o ensino médio, sendo um importante instrumento de orientação pedagógica para a gestão. Nesse documento, a exemplo do que já consta no currículo de alguns estados, ocorre a inserção dos conceitos da probabilidade e da estatística desde as séries iniciais do ensino fundamental, que se intensifica nos anos finais e no ensino médio. Esse é um bom momento para que os professores se dediquem ao ensino desses conteúdos de forma mais analítica, buscando desenvolver o pensamento crítico e não somente a manipulação de fórmulas.

Os objetivos da estatística e da probabilidade que constam em [1] são os seguintes:

> Descrever o espaço amostral de experimentos aleatórios, com e sem reposição, usando diagramas de árvore para contagem de possibilidades e o princípio multiplicativo para determinar a probabilidade de eventos; construir tabelas e gráficos adequados (barras, colunas, setores, linha e histogramas) para representar um conjunto de dados, preferencialmente utilizando tecnologias digitais; realizar pesquisas, considerando todas as suas etapas (planejamento, incluindo discussão se será censitária ou por amostra e seleção de amostras, elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, organização e representação dos dados, incluindo a construção de gráficos apropriados, interpretação, análise e divulgação dos resultados) e utilizar a média, a mediana e a amplitude para descrever, comparar e interpretar dois conjuntos de dados numéricos em termos de localização (centro) e dispersão (amplitude).

Para que esses objetivos sejam alcançados, não se pode negligenciar a necessidade dos professores estarem preparados para ministrar suas aulas, principalmente no que se refere ao uso de ferramentas digitais; nesse sentido é que a inserção do Excel contribuirá de forma significativa para a formação do cidadão que a socieda necessita. Com o intuito de compreender como essa inserção de tecnologias digitais está ocorrendo em sala de aula, elaboramos um questionário (Apêndice A) para ser aplicado a professores de matemática, que atuam no ensino médio. Escolhemos aplicar aos professores do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG) devido ao fato de ser meu local de trabalho; além dos mesmos terem uma boa formação acadêmica e poderem contar com laboratórios de informática que viabilizem a utilização de planilhas eletrônicas. A partir das respostas obtidas na questão 8, destacamos que todos os professores mencionaram a grande importância que o estudo de probabilidade e estatística assume na formação de um cidadão crítico; dentre os aspectos mais citados podemos considerar o desenvolvimento da capacidade de compreender a realidade expressa através dos números, argumentar e tomar decisões, desenvolver a autonomia, interpretar dados numéricos, desenvolver o raciocínio lógico e interpretar e resolver problemas por meio da organização e sistematização de dados. Dos professores que participaram da enquete, Figura 2.1, 86% são mestres ou doutores, sendo que 74% só tiveram contato acadêmico com as disciplinas de Probabilidade e Estatística na graduação, e em sua maioria apenas em um semestre. Esse fato evidencia que a formação do professor por si só não os habilita para o trabalho docente em probabilidade e estatística aliado às tecnologias disponíveis, necessitando de um esforço pessoal para desenvolver o ensino desses conteúdos de forma a atender as novas demandas sociais.

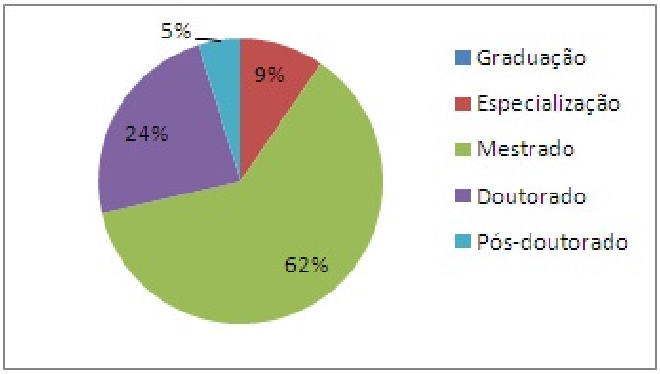

Figura 2.1: Qualificação dos docentes da aréa de matemática

No que diz respeito à experiência docente, pela Figura 2.2, temos que 67% dos professores possuem mais de 10 anos de docência no Ensino Médio, evidenciando que possuem uma vasta experiência profissional, porém receberam uma formação acadêmica na qual a informática não estava tão consolidada e com a importância que se tem atualmente.

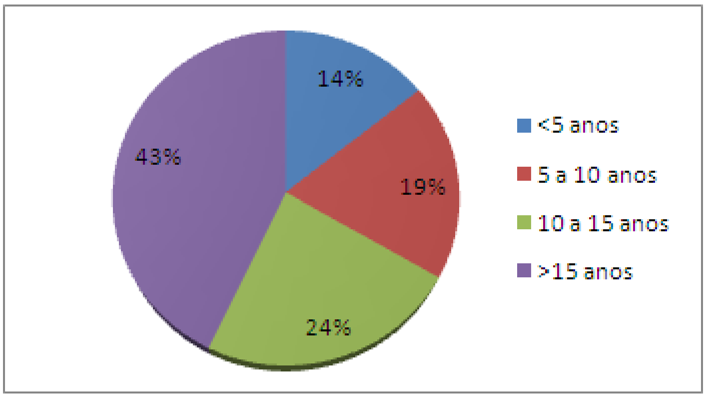

Figura 2.2: Tempo de experiência docente

A Figura 2.3 mostra que 86% dos professores consideram que os laboratórios de informática disponíveis na instituição sejam adequados, mas de acordo com a Figura 2.4, apenas 14% utilizam os recursos disponíveis em suas aulas frequentemente, contra os 77% que utilizam raramente ou as vezes, além dos 9% que nunca fazem uso do laboratório. Mesmo com a facilidade de acesso aos meios de comunicação a dificuldade de incorporação da informática no cotidiano escolar ainda é muito grande, e embora tenha sido citada a falta de formação na área da informática como fator que dificulte seu uso didático, existem à disposição, gratuitamente, tutoriais que podem suprir as deficiências básicas e possibilitar a instrumentalização dos professores para que possam, aliado a experiência docente de cada um, fazer uso dessas ferramentas que tanto podem contribuir para a melhoria do aprendizado, em especial em probabilidade e estatística.

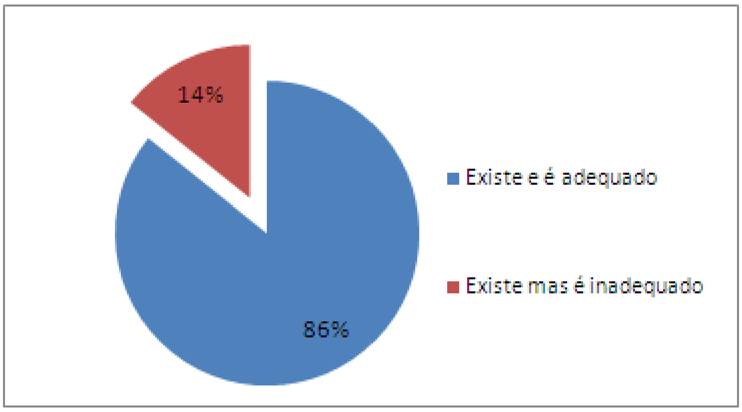

Figura 2.3: Adequação dos laboratórios

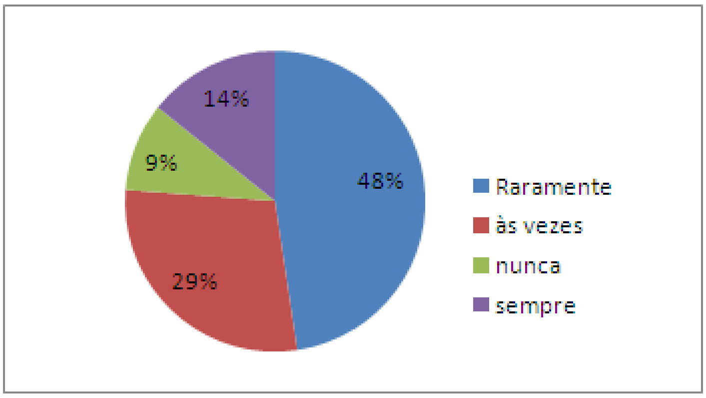

Figura 2.4: Utilização dos laboratórios

A Figura 2.5 mostra que o livro didático continua sendo o recurso mais utilizado pelos professores ao ministrarem as disciplinas de probabilidade e estatística, com 89%, seguido pela calculadora científica com 79% e por último, com 32%, as planilhas eletrônicas. Podemos ver que mesmo com situação favorável em relação ao uso de recursos computacionais a maioria dos professores não faz uso dos mesmos; fato esse que, de acordo com as respostas dadas à questão 6 do questionário, se justifica por motivos como: a falta de capacitação para tal, o não convencimento da importância de sua utilização pedagógica ou até mesmo por comodismo.

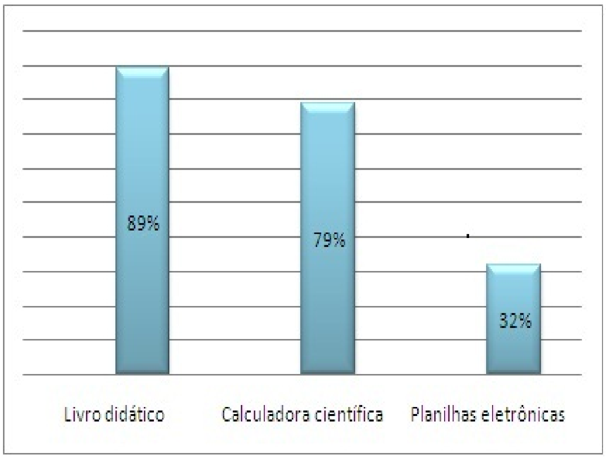

Figura 2.5: Recursos didáticos utilizados

Os resultados do questionário em questão reforçam a necessidade de se repensar o ensino da probabilidade e estatística no que se refere à inserção de tecnologias computacionais como ferramenta pedagógica, pois com a BNCC sendo aprovada, haverá a necessidade de um novo olhar para a inserção das tecnologias digitais em sala de aula, restando aos professores buscar a formação adequada para trabalhar com as mesmas. O que mais preocupa no cenário atual é o fato de que na maioria das escolas estaduais os laboratórios de informática, quando existem, não têm condições adequadas para uso. Em geral, não contam com profissionais qualificados para o trabalho, as máquinas se encontram sucateadas e em algumas situações, para que o professor faça uso do laboratório é necessário que ele mesmo se responsabilize pela organização, incluindo o trabalho de abrir e fechar o laboratório, além de verificar as máquinas. Fatos como esse dificultam ainda mais a utilização de planilhas eletrônicas no ensino de probabilidade e estatística restando assim o livro didático como, talvez, a única alternativa pedagógica a ser utilizada.

A inserção de tecnologias computacionais não é um trabalho de fácil execução, as barreiras são muitas, e uma delas certamente é a formação adequada do professor; fica claro na enquete que mesmo o IFG oferecendo laboratórios que permitam a dinamização do trabalho docente por meio de recursos computacionais, alguns professores alegam que não os utilizam no ensino de probabilidade e estatística por não terem a habilidade e o conhecimento necessários. Nesse contexto se faz necessário que as escolas e os professores se preparem para fazer uso de ferramentas tecnológicas, os laboratórios de informática devem oferecer o mínimo de condições para que os professores possam desenvolver seu trabalho com qualidade e em contrapartida os mesmos devem procurar se capacitar para utilizar os recursos disponíveis, seja através de cursos oferecidos por instituições de ensino ou mesmo através de tutoriais disponíveis na rede mundial de computadores.

No próximo capítulo, introduzimos alguns conceitos de probabilidade e estatística que são elencados como requisitos mínimos a serem ser ministrados no ensino básico, acompanhados de alguns exemplos que ilustrem a aplicação desses conteúdos.

Capítulo 3

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

A probabilidade tem suas raízes na solução de problemas de jogos de azar, aparecendo como ramo da matemática em meados do século XV. No século XVI, o matemático e jogador italiano Jerônimo Cardano (1501-1576) começou a estudar as probabilidades de ganhar em jogos de azar, publicando os resultados de suas pesquisas em um manual para jogadores chamado *"Liber de Ludo Aleae"* (O livro dos jogos de azar - 1526). O desenvolvimento da probabilidade teve grande impulso em 1657, com a publicação do primeiro tratado formal sobre probabilidades escrito pelo físico, geômetra e astrônomo holandês Christian Hygens; estudo esse que apresentou o conceito de esperança matemática, ferramenta importante para o cálculo de probabilidades e estatística; mas apenas na década de 1930 é que surge uma estrutura matemática rigorosa para a probabilidade.

Um problema clássico, originado no século XV, que despertou interesse de autores como Pascal e Fermat é o Problema dos pontos, que hoje poderia ser descrito da seguinte forma:

Dois jogadores apostaram R$ 10,00 cada um em um jogo de cara-e-coroa, combinando que o primeiro a conseguir 6 vitórias ficaria com o dinheiro da aposta. O jogo, no entanto, precisa ser interrompido quando um dos jogadores tem 5 vitórias e o outro *tem 3. Qual é a distribuição justa da quantia apostada?*

Parece razoável que a quantia seja dividida de forma proporcional à chance (ou probabilidade) de vitória de cada jogador, e é nesse sentido que o cálculo de probabilidades ganha força entre os estudiosos da época e permanece com grande importância até os dias atuais.

Para [11], "a Teoria das Probabilidades é o ramo da matemática que cria, desenvolve e pesquisa modelos que possam ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios", experimentos esses que repetidos sob condições semelhantes produzem resultados geralmente diferentes, como lançamentos de dados e moedas, pesquisas de opnião, etc; caso contrário tem-se um experimento determinístico, como por exemplo os pontos de fusão e ebulição da água. Ao conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório chamamos de espaço amostral, representado por Ω; a quantidade de elementos do espaço amostral é representada por $\#\Omega$. Evento é todo subconjunto do espaço amostral; caso o evento coincida com o espaço amostral teremos um evento certo, quando o subconjunto é vazio obtemos um evento impossível. Caso a intersecção de dois eventos seja o conjunto vazio eles são ditos mutuamente exclusivos e se a união é o próprio espaço amostral são ditos eventos complementares. Quando um evento é formado apenas por um elemento do espaço amostral, ele é chamado de evento elementar.

Considere que os experimentos aleatórios tenham as seguintes características: o espaço amostral seja finito, com n elementos; os eventos elementares sejam igualmente prováveis e todo evento A é uma união de m eventos elementares onde $m < n$.

Assim, definimos a probabilidade do evento A ocorrer, $P(A)$, como

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}.$$

A probabilidade de um evento A acontecer possui algumas propriedades:

- Para todo evento A, $0 \leq P(A) \leq 1$;
- $P(\Omega) = 1$;
- $P(\emptyset) = 0$;
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, onde $P(A \cup B)$ é a probabilidade de ocorrência dos eventos A ou B e $P(A \cap B)$ a probabilidade de ocorrer A e B ;
- $P(A) + P(\overline{A}) = 1$, sendo $\overline{A}$ o evento complementar de A.

A probabilidade de um evento A ocorrer, dado que um outro evento B ocorreu, é chamada *probabilidade condicional do evento A dado B*, P(B|A), defiida por:

$$\mathrm{P(B|A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}; \text{ desde que } \mathrm{P(A)} \geq 0.$$

Ou seja, fixado A, a probabilidade condicional é outra probabilidade sobre o espaço amostral Ω (o leitor interessado em aprofundar os conceitos aqui apresentados pode consultar [6], [7], [8], [11] e [12]). Vejamos alguns exemplos que envolvem o cálculo de probabilidades.

Exemplo 3.1. *Considere o experimento aleatório: lançar simultaneamente dois dados honestos. Agora determine:*

a) O espaço amostral desse experimento;

		Face do primeiro dado					
Face do segundo dado		1	2	3	4	5	6
	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Logo,

$$\begin{aligned}\Omega = \;& \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),\\ & (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),\\ & (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}\end{aligned}$$

b) A probabilidade de ocorrência do evento B: obter números iguais nos dois dados;

Sendo $B = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$, *temos*

$$P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

c) A probabilidade de que a soma dos números mostrados nas faces de cima seja par, sendo que em um dos dados se obteve o número 1.

Aqui temos uma pobabilidade condicional, onde os eventos são A: soma par e B: face 1 em um dos dados. Assim,

$$\begin{aligned}A = \;& \{(1,1), (1,3), (1,5), (2,2), (2,4), (2,6), (3,1), (3,3), (3,5),\\ & (4,2), (4,4), (4,6), (5,1), (5,3), (5,5), (6,2), (6,4), (6,6)\};\end{aligned}$$

$B = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(3,1),(4,1),(5,1),(6,1)\}$; *e* $A \cap B = \{(1,1),(1,3),(1,5),(3,1),(5,1)\}$.

Logo,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{5}{18}$$

Exemplo 3.2. *Um grupo de estudantes de um curso de línguas está classificado da seguinte forma:*

Sexo	*Inglês*	*Espanhol*	*Francês*
Masculino	*92*	*35*	*47*
Feminino	*101*	*33*	*52*

Escolhendo-se, ao acaso, um estudante e sabendo que esse estuda francês, qual é a probabilidade de que seja do sexo masculino?

Sejam os eventos, A: o estudante fala francês e B: estudante do sexo masculino. Temos:

$$P(A) = \frac{99}{360} \text{ e } P(A \cap B) = \frac{47}{360}.$$

Assim,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{47}{360}}{\frac{99}{360}} = \frac{47}{99}.$$

Note que:

$$\text{P(B|A)} = \frac{47}{99} = \frac{47}{47+52} = \frac{\#(A \cap B)}{\#(A)}.$$

Esse fato ocorre sempre que o espaço amostral for equiprovável, ou seja, se todos os eventos elementares tem a mesma probabilidade de acontecer.

O cálculo de probabilidades é de suma importância no estudo da estatística, que para [7] "é a ciência que coleta, organiza, analisa e interpreta dados para a tomada de decisões". A compreensão dos conceitos básicos da estatística é de fundamental importância para todo cidadão, pois nos dias atuais as informações são veiculadas de maneira muito rápida e a utilização de dados estatísticos para facilitar a interpretação e análise dos mesmos é cada vez mais comum. Porém, é necessário que se tenha um conhecimento estatístico que permita ao cidadão analisar se uma pesquisa estatística pode, ou não, estar sendo utilizada com o intuito de manipular dados, opiniões ou tendências.

A utilização de pesquisas solidifica os estudos estatísticos; com base nos dados colhidos é possível estabelecer e planejar mudanças sobre determinado assunto, buscando compreender as características dos entrevistados. A coleta de dados pode ser feita por meio de pesquisas de opinião ou de mercado. As pesquisas de opinião visam um determinado grupo de pessoas, buscando analisar estatisticamente os costumes, situação econômica, preferências políticas, satisfação quanto a um assunto, realidade sociocultural, opção de lazer, entre outras situações. Esse tipo de pesquisa permite que a sociedade se identifique e admita certo posicionamento em relação aos novos acontecimentos e tendências. Em relação às pesquisas de mercado, podemos destacar a elaboração de estratégias capazes de valorizar uma marca, identificar as qualidades do concorrente e estabelecer metas de marketing. Outro objetivo importante desse tipo de pesquisa é conhecer o aspecto dos clientes e os moldes de funcionamento do mercado.

A estatística possui uma linguagem específica, composta de diversos termos que compõe uma pesquisa, dentre eles podemos destacar:

- A **população**, que é uma coleção de todos os resultados, respostas, medições ou contagens que são de interesse do pesquisador. Por exemplo, em uma pesquisa de intenção de voto nas eleições municipais o conjunto de todos os eleitores de uma cidade é a população.

- **Amostra** é todo subconjunto de uma população; embora existam diversas técnicas de amostragem, no ensino básico é comumente ensinado a amostra aleatória simples sem reposição, na qual todos os elementos da população tem a mesma chance de serem escolhidos. Por exemplo, em uma pesquisa de intenção de voto nas eleições municipais o conjunto dos eleitores que forem entrevistados compõe a amostra.

- **Variável** é uma característica, numérica ou não, dos elementos de uma população que se pretende estudar; ela pode ser:

  - Qualitativa: caso os valores tomados não sejam numéricos, podendo ser ordinais, quando existe uma ordem nos seus valores (nível de escolaridade); ou nominais, quando isso não ocorre (raça);
  - Quantitativa: caso os valores tomados sejam numéricos, podendo ainda ser classificadas como contínuas (altura dos jogadores de vôlei da seleção brasileira), assumindo qualquer valor dentro de um intervalo de variação, ou discretas, quando assumem apenas valores inteiros (quantidade de filhos);

- **Frequência absoluta** (F) de uma variável é a contagem do número de vezes que seus valores aparecem no conjunto de dados;

- **Frequência relativa** (Fr) é o quociente entre a frequência absoluta e o número de elementos da amostra, podendo ser representada também em porcentagem.

Outro recurso de grande valia é a **tabela de frequências**, ela permite a organização dos dados e possibilita uma leitura rápida e resumida dos resultados obtidos em uma pesquisa. Caso a variável em estudo seja discreta basta "contar" o número de vezes que cada valor se repete, mas se a variável for contínua é necessário que os dados sejam organizados por intervalos de classe. Nessas condições será necessário que se calcule a amplitude amostral (diferença entre o maior e o menor valor da amostra); a amplitude do intervalo de classe (razão entre a amplitude amostral e a raiz quadrada no número de observações) e o número de intervalos de classe (razão entre a amplitude amostral e a do intervalo).

Exemplo 3.3. *Uma pesquisa realizada com 25 servidoras de uma escola teve como uma das variáveis o estado civil. Com esses dados podemos construir a tabela de frequência dos dados discretos.*

Estado Civil	*F*	*Fr*	*%*
Solteira	*8*	$\frac{8}{25}$ = *0,32*	*32*
Casada	*12*	$\frac{12}{25}$ = *0,48*	*48*
Viúva	*2*	$\frac{2}{25}$ = *0,08*	*8*
Divorciada	*3*	$\frac{3}{25}$ = *0,12*	*12*
Total	*25*	*1,00*	*100*

Exemplo 3.4. *Dada uma tabela referente à estatura, variável contínua, (em cm) de 30 alunos de uma turma de 2º ano, construa a tabela de frequência desses dados.*

171	*157*	*159*	*162*	*157*	*179*	*172*	*160*	*170*	*170*
178	*179*	*173*	*167*	*165*	*158*	*177*	*160*	*166*	*165*
174	*167*	*163*	*160*	*167*	*168*	*180*	*168*	*169*	*163*

Inicialmente devem ser calculados:

- Amplitude amostral: 180 - 157 = 23

- Amplitude do intervalo de classe: $\dfrac{23}{\sqrt{30}} = \dfrac{23}{5,5} = 4$

- Quantidade de Intervalos de classe: $\dfrac{23}{4} = 5,75 \simeq 6$

Agora é só construir a tabela de frequência com base nas informções acima.

	Intervalo	*F*	*Fr*
1	*157* $\vdash$ *161*	*7*	*0,23*
2	*161* $\vdash$ *165*	*3*	*0,10*
3	*165* $\vdash$ *169*	*8*	*0,27*
4	*169* $\vdash$ *173*	*5*	*0,17*
5	*173* $\vdash$ *177*	*2*	*0,07*
6	*177* $\vdash$ *181*	*5*	*0,17*
Total		*30*	*1,00*

O símbolo ($\vdash$) significa que o limite inferior (l) da classe está sendo "contado" na frequência absoluta desse intervalo, enquanto o superior (L) é "contado" na próxima classe.

A representação gráfica é um instrumento muito importante no estudo da estatística; ela permite a visualização rápida e resumida dos dados, o que possibilita maior facilidade de análise e interpretação dos mesmos. Diariamente diversos assuntos são veiculados nos meios de comunicação com o auxílio de gráficos; essa utilização vem facilitar a compreensão por parte dos leitores e torna a informação mais atraente, pois existem diversas formas de representação gráfica. Vejamos alguns exemplos.

O **gráfico de barras** é composto por retângulos paralelos, horizontais ou verticais, todos de mesma largura e comprimentos proporcionais às frequências. Eles permitem uma rápida exploração visual e uma comparação entre a variável em estudo e suas frequências. Em gráficos de colunas, geralmente, as categorias são organizadas ao longo do eixo horizontal (x), e os valores ao longo do eixo vertical (y). Ver figura 3.1.

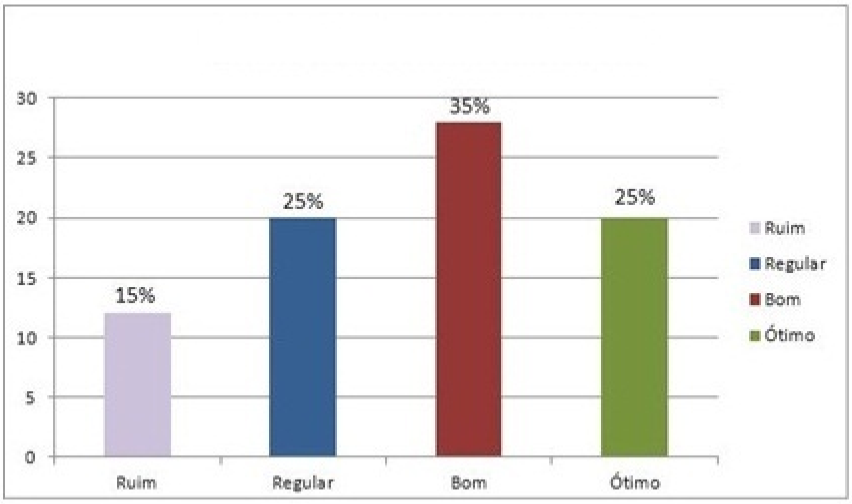

Figura 3.1: Desempenho bimestral de uma turma

O **gráfico de setores** é um círculo dividido em partes (setores), cujos ângulos são diretamente proporcionais às frequências das classes; ele mostra apenas uma série de dados e é utilizado quando se quer comparar a relação entre as partes e o todo. Um exemplo está na Figura 3.2.

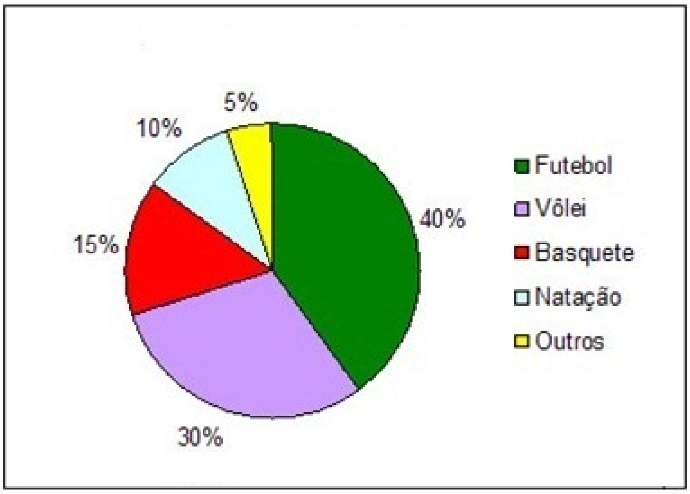

Figura 3.2: Preferência por modalidades esportivas

O **gráfico poligonal ou de linha** é traçado no plano cartesiano, e é usado geralmente para identificar tendências de aumento ou diminuição de valores numéricos de uma variável. Ver Figura 3.3.

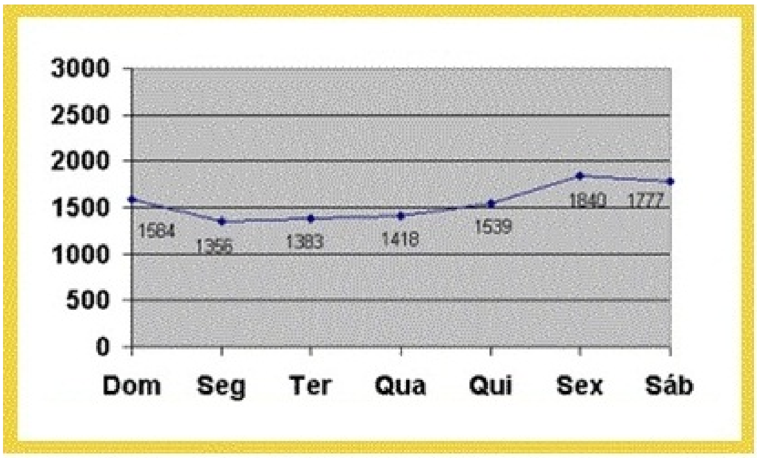

Figura 3.3: Acidentes de trânsito no mês de janeiro

Os **pictogramas** são gráficos que usam figuras para ilustrar ou quantificar as informações, esse tipo de gráfico tem a vantagem de ser atrativo e até divertido, mas pode se tornar confuso caso hajam muitas variáveis em estudo. As Figuras 3.4 e 3.5 são ótimos exemplos de pictogramas.

Figura 3.4: Consumo anual de sorvete por pessoa

Figura 3.5: Número de pobres no Brasil

O **histograma** é semelhante ao gráfico de barras, porém não existem "espaços" entre os retângulos, o histograma é utilizado quando se trata da representação de distribuição de frequências com dados agrupados, sendo formado por colunas retangulares cuja largura corresponde à amplitude dos intervalos de classe. Ver Figura 3.6.

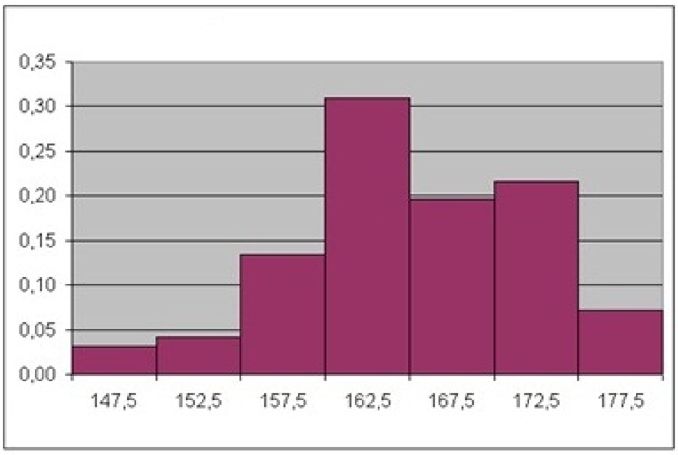

Figura 3.6: Altura dos alunos da escola Matemátida Divertida

O **polígono de frequências**, Figura 3.7, é construído ligando-se os pontos médios das bases dos retângulos do hitograma, que coincidem com os pontos médios dos intervalos de classe, por meio de segmentos de reta. É necessário que sejam marcados dois pontos com frequência zero, em cada extremidade da escala horizontal, a uma distância equivalente à amplitude da distribuição, à esquerda e à direita dos pontos médios da primeira e da última classe. Esse tipo de gráfico é de suma importância quando há necessidade de verificar se a distribuição dos dados se aproxima da distriuição normal, e assim realizar as análises necessárias.

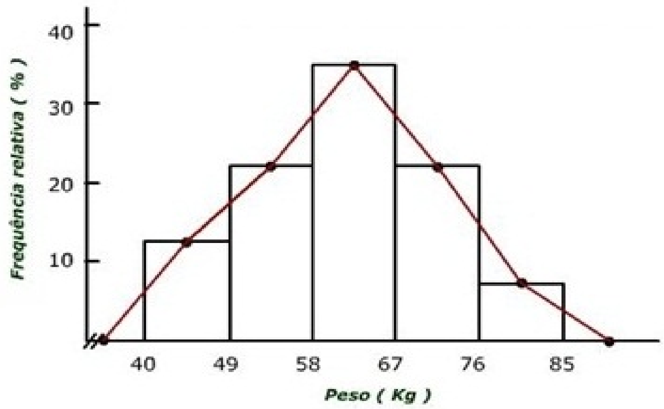

Figura 3.7: Peso dos alunos da escola Matemática Divertida

Em determinadas situações é possível que se faça a combinação e dois tipos de gráfico para melhor representar a situação desejada. Por exemplo, as Figuras 3.8 e 3.9 trazem exemplos de situações em que a combinação de gráficos auxilia na comparação de dados específicos.

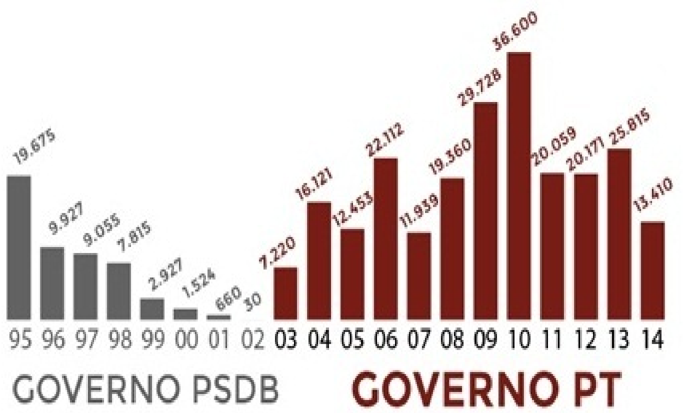

Figura 3.8: Servidores admitidos por concurso público

Figura 3.9: Salário mínimo e desemprego

Mesmo com os benefícios que a representação gráfica nos oferece, não podemos tomar decisões com base em pesquisas estatísticas sem analisar as medidas de tendência central e de dispersão. As medidas de tendência central permitem sintetizar as informações coletadas sobre a variável em estudo; as medidas mais utilizadas são a média aritmética, ou simplesmente média, a mediana e a moda.

A **média** é dada pela soma de todos os valores assumidos pela variável, dividida pelo número total de observações, podendo ser populacional (quando é possível utilizar todos os dados da população envolvida no estudo) ou amostral (quando o estudo é feito por amostragem). Sendo N o número de termos da população, n o número de termos da amostra, a letra grega μ a média populacional, $\overline{x}$ a média amostral e x_i cada valor observado, com i variando de 1 a n; podemos calcular a média utilizando as seguintes fórmulas:

$$\mu = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} x_i}{N}.$$

ou

$$\overline{x} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

Caso os dados não sejam discretos, a média será obtida da seguinte forma:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot F_i}{\sum_{i=1}^{N} F_i}.$$

Onde m_i e F_i são, respectivamente, o ponto médio e a frequência absoluta de cada intervalo de classe.

Quando o conjunto de dados é ordenado de forma crescente ou decrescente, obtemos o **rol** e a partir dele calculamos a **mediana** (m_d), que é o valor central; a mediana "divide" o conjunto de dados em duas partes iguais. Sendo o conjunto de dados composto por um número ímpar de entradas, a mediana é a entrada do centro, se for par, a mediana é a média dos dois valores centrais. Já a **moda** (m_o) de um conjunto de dados é a entrada que ocorre com a maior frequência. Se nenhum valor for repetido, o conjunto de dados não tem moda e é chamado de amodal, se duas entradas ocorrem com a mesma frequência o conjunto é chamado de bimodal, caso contenha mais que duas modas, ele é dito polimodal.

Se os dados forem contínuos, temos o intervalo mediano e o modal; cujos valores podem ser obtidos por meio das fórmulas abaixo:

$$m_d = l + \frac{\frac{n}{2} - F_a}{f} \cdot h.$$

Sendo l o limite inferior da classe mediana, F_a a frequência acumulada das classes anteriores à classe mediana, h a amplitude do intervalo de classe e f a frequência absoluta da classe mediana.

Fórmula de Czuber para cálculo da moda:

$$m_o = l + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot h.$$

Onde l é o limite inferior da classe modal, Δ_1 é a diferença entre as frequências da classe modal e da classe anterior a ela, Δ_2 é a diferença entre as frequências da classe modal e da classe posterior a modal e h é a amplitude do intervalo de classe.

Embora a média, a mediana e a moda sejam cálculos básicos no estudo da estatística descritiva, há vantagens e desvantagens no uso de cada uma delas. A média é uma medição confiável, pois leva em conta cada entrada dos dados, mas pode ser muito afetada quando o conjunto tem valores discrepantes, ou seja, valores que estejam muito afastados das outras entradas; nesse caso a mediana seria uma boa alternativa para se realizar a análise desses dados.

A seguir são dados alguns exemplos abordando o cálculo das medidas de centralidade.

Exemplo 3.5. *As notas dos 27 alunos de uma turma de 1ª série de uma escola estão listadas abaixo. Calcule as medidas de tendência central desses dados.*

75	*86*	*52*	*94*	*48*	*65*	*86*	*82*	*58*
65	*80*	*93*	*30*	*15*	*58*	*76*	*72*	*62*
75	*86*	*90*	*45*	*86*	*53*	*75*	*86*	*95*

Para encontrarmos o valor da média devemos somar o valor de todos os dados e dividir por 27, vale lembrar que essa média é populacional. Logo,

$$\mu = \frac{1888}{27} = 69,93 \simeq 70.$$

Observe que o cálculo da média indica um valor próximo a 70, mas o valor 15 (por exemplo) é muito distante da mesma, e pode ser visto como um valor discrepante.

Antes de encontrar o valor da mediana é necessário escrever o rol.

15	*30*	*45*	*48*	*52*	*53*	*58*	*58*	*62*
65	*65*	*72*	*75*	**75**	*75*	*76*	*80*	*82*
86	*86*	*86*	*86*	*86*	*90*	*93*	*94*	*95*

Como são 27 entradas a mediana é o valor central, ou seja, o décimo quarto valor; observando a lista ordenada dos valores temos que a mediana vale 75. Com esse dado podemos afirmar que 50% dos alunos dessa turma obtiveram notas iguais ou superiores a 75.

Para calcular a moda basta verificar a entrada que ocorreu com mais frequência, nesse caso, o valor 86 aparece com frequência igual a 5; logo a moda vale 86, ou seja, a nota mais frequente nessa turma é 86.

Exemplo 3.6. *A partir dos dados do exemplo 3.4, determine as medidas de centralidade.*

A tabela de frequência referente ao exemplo 3.4, acrescida da coluna do ponto médio, m_i, é a seguinte:

	Intervalo	m_i	*F*	*Fr*
1	*157* $\vdash$ *161*	*159*	*7*	*0,23*
2	*161* $\vdash$ *165*	*163*	*3*	*0,10*
3	*165* $\vdash$ *169*	*167*	*8*	*0,27*
4	*169* $\vdash$ *173*	*171*	*5*	*0,17*
5	*173* $\vdash$ *177*	*175*	*2*	*0,07*
6	*177* $\vdash$ *181*	*179*	*5*	*0,17*
Total			*30*	*1,00*

A partir dos dados da tabela calcularemos as medidas de centralidade, lembrando que esses dados são contínuos.

A **média** *será obtida através da soma dos produtos de cada ponto médio pela frequência do intervalo, dividida pelo total de alunos; ou seja:*

$$\mu = \frac{159 \cdot 7 + 163 \cdot 3 + 167 \cdot 8 + 171 \cdot 5 + 175 \cdot 2 + 179 \cdot 5}{30} = \frac{5038}{30} \simeq 167,9.$$

Assim, podemos dizer que a altura média dos alunos dessa turma é de 167,9 cm.

O **intervalo mediano** *é o que contém o* $15^{\underline{o}}$ *e o* $16^{\underline{o}}$ *valores, no caso o terceiro intervalo; assim a mediana é dada por:*

$$m_d = l + \frac{\frac{n}{2} - F_a}{f} \cdot h = 165 + \frac{\frac{30}{2} - 10}{8} \cdot 4 = 167,5$$

Logo a mediana é 167,5; o que significa que a metade dos alunos dessa turma medem menos que 167,5 cm.

O valor da **moda** *é calculada através da fórmula de Czuber; utilizando, nesse caso, os valores referentes ao terceiro intervalo:*
Sendo, $l = 165$*,* $h = 4$*,* $\Delta_1 = 8 - 3$ *e* $\Delta_2 = 8 - 5$.

$$m_o = l + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot h = 165 + \frac{5}{5+3} \cdot 4 = 167,5$$

Assim, a altura mais comum dos alunos dessa turma é 167,5 cm; e nesse exemplo, coincidentemente, a moda e a mediana tem o mesmo valor.

Exemplo 3.7. *Nas tabelas abaixo constam as médias dos alunos nas línguas estrangeiras de sua preferência.*

Aluno	*Espanhol*
Apótema	*6,7*
Arranjo	*5,4*
Baricentro	*7,2*
Combinação	*5,9*
Cosseno	*6,0*
Diagonal	*6,5*
Hipotenusa	*6,3*
Incentro	*6,8*
Isósceles	*7,2*
Obtuso	*5,2*
Ortogonal	*6,5*
Ponens	*6,4*
Radical	*6,3*
Somatório	*6,8*
Tangente	*7,2*

Aluno	*Inglês*
Agudo	*9,6*
Amostra	*7,4*
Bissetriz	*5,9*
Cateto	*3,2*
Circuncentro	*0,5*
Diâmetro	*2,8*
Equilátero	*5,4*
Escaleno	*10,0*
Permutação	*7,1*
Perpendicular	*6,2*
Pitágoras	*8,1*
Potência	*10,0*
Raio	*5,8*
Seno	*8,5*
Variância	*5,6*

Determine as medidas de centralidade das notas de cada grupo de alunos e faça uma análise do aprendizado da turma com base nos valores encontrados.

Medida	*Espanhol*	*Inglês*
Média	*6,4*	*6,4*
Mediana	*6,5*	*6,2*
Moda	*7,2*	*amodal*

O valor encontrado para a média sugere que o aprendizado das turmas é o mesmo; a mediana reflete uma pequena diferença entre as duas; e a moda não nos permite opinar, já que a turma de inglês é amodal.

O exemplo **3.7** deixa claro a necessidade de outras medidas de comparação para um estudo estatístico, pois ao olhar as tabelas constata-se que as medidas de centralidade não são suficientes para analizar os dados, enquanto a turma de espanhol apresenta notas homogêneas (valores que não se distanciam da média mais que três desvios padrão) as de inglês são muito heterogêneas (existe algum valor cuja distância da média é superior a 3 desvios padrão), fato esse que não fica evidenciado com as medidas de centralidade apresentadas. Em casos semelhantes a esse devemos recorrer a outras medidas, as medidas de dispersão, tais medidas são utilizadas na análise do grau de dispersão dos valores em torno da média.

A **variância** é uma medida de dispersão que mostra quão distantes os valores estão da média; seu valor é obtido pela média aritmética dos quadrados dos desvios em relação à média. Sendo σ^2 a variância populacional e s^2 a amostral, temos:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}$$

e

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}.$$

Quanto menor a variância, menor o grau de dispersão em torno da média; mas devido ao fato da variância ser calculada "ao quadrado", sua interpretação pode ficar prejudicada. Por exemplo: a altura média de um grupo de pessoas é $1,70m$, e a variância, $25cm^2$. Fica bastante esquisito cm^2 em altura, uma alternativa para solucionar esse tipo de problema é o **desvio padrão**, que é a raiz quadrada da variância, retornando assim as unidades de medida dos dados à forma original; podendo ser populacional $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ ou amostral $s = \sqrt{s^2}$.

O **coeficiente de variação** (CV) também é usado para expressar a variabilidade dos dados estatísticos, e como analisa a dispersão em termos relativos, ele é dado em %. Quanto menor for o valor do coeficiente de variação, mais homogêneos são os dados, ou seja, menor é a dispersão em torno da média. Seu valor é obtido através das seguintes fórmulas:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \rightarrow populacional.$$

ou

$$CV = \frac{s}{\overline{x}} \rightarrow amostral.$$

De uma forma geral, se o CV:

- For menor ou igual a 15% → baixa dispersão: dados homogêneos;
- For entre 15 e 30% → média dispersão;
- For maior que 30% → alta dispersão: dados heterogêneos.

Exemplo 3.8. *Na tabela abaixo consta o tempo (em minutos) que dez funcionários das empresas A e B levam no percurso de casa ao trabalho. Calcule a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação do tempo gasto pelos funcionários para chegarem ao trabalho. De posse desses resultados, podemos concluir que o fato dos funcionários da empresa A chegarem mais atrasados no serviço pode ter ligação com o tempo gasto nesse percurso?*

A	B
34	50
45	43
26	20
15	30
22	65
72	43
43	30
35	10
75	75
38	40

Para resolver esse exercício de forma convencional se deve proceder da seguinte maneira:

1º. *Calcular a média do tempo gasto pelos funcionários de cada empresa.*

Empresa A:

$$\mu = \frac{34 + 45 + 26 + 15 + 22 + 72 + 43 + 35 + 75 + 38}{10} = \frac{405}{10} = 40,5$$

Empresa B:

$$\mu = \frac{50 + 43 + 20 + 30 + 65 + 43 + 30 + 10 + 75 + 40}{10} = \frac{406}{10} = 40,6$$

2º. *Calcular o desvio padrão de cada conjunto de dados, para isso necessitamos da variância:*

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}$$

Empresa A:

$$s^2 = \frac{3490,5}{9} = 387,83 \rightarrow s = \sqrt{s^2} = 19,69$$

Empresa B:

$$s^2 = \frac{3.464,40}{9} = 384,93 \rightarrow s = \sqrt{s^2} = 19,62$$

3º. *A razão entre o desvio padrão e a média nos dá o coeficiente de variação.*

Empresa A:

$$CV : \frac{19,69}{40,5} = 0,486$$

Empresa B:

$$CV : \frac{19,62}{40,6} = 0,483$$

Porém, com o auxílio do Excel os cálculo da média e do desvio padrão se tornam fáceis e rápidos, basta selecionar as colunas e utilizar as ferramentas de cálculo do programa, e o coeficiente de variação pode ser obtido com uma calculadora simples; obtendo os seguintes resultados:

	A	*B*
$\overline{x}$ =	*40,5*	*40,6*
s =	*19,69*	*19,62*
CV =	*0,486*	*0,483*

Em relação aos atrasos dos funcionários da empresa A, podemos concluir que eles não são provenientes do tempo gasto no percurso de casa ao trabalho, pois tanto a média quanto o desvio padrão dos conjuntos de dados, e consequentemente os referidos coeficentes de variação, são valores muito próximos; sugerindo que outros aspectos sejam analisados em relação a esses atrasos

Com os conceitos aqui apresentados, aliados a ferramentas digitais e atividades bem direcionadas, podem ser criadas situações de aprendizagem que contribuam para a formação geral do aluno, preparando-o para analisar de forma crítica e tomar decisões em seu cotidiano. As ideias contidas nesse capítulo podem ser encontradas em [6], [7], [8], [11] e [12].

No próximo capítulo são propostas algumas atividades aliando o estudo da probabilidade e da estatística ao uso do Excel.

Capítulo 4

ATIVIDADES UTILIZANDO EXCEL

As atividades elaboradas e aqui propostas não têm o objetivo de se tornarem um tutorial ou receitas prontas, mas simplesmente de servirem como ideias que podem ser utilizadas e aperfeiçoadas para o ensino de probabilidade e estatística no ensino médio com o apoio de planilhas, cada professor deve buscar atividades que se adequem aos seus objetivos de aprendizagem, visando tornar o ensino mais atraente e dinâmico.

A atividade a seguir visa fortalecer o conceito de espaço equiprovável, pois à medida que aumentamos o número de lançamentos de um dado, a probabilidade de cada evento elementar se aproxima do valor teórico esperado no lançamento de um dado, $\frac{1}{6} \simeq 0,17$, e contribui para que o aluno consiga desenvolver o pensamento empírico relacionado ao estudo das probabilidades.

Exercício 4.1. *Com o auxílio da planilha Excel, simule o experimento aleatório que consiste no lançamento de um dado para 100, 1.000 e 10.000 lançamentos e construa as referidas tabelas de frequência. O que você observa em relação a probabilidade dos eventos elementares?*

Para simular os lançamentos basta utilizar a função "aleatório" do Excel, proce-

dendo da seguinte forma:

*Numa célula escreva a função "=INT(ALEATÓRIO()*6)+1", conforme a Figura 4.1, em seguida tecle enter e aparecerá um número entre 1 e 6, inclusive. .*

	A	B	C	D	E	F	G
1				LANÇAMENTO DE UM DADO 100 VEZES			
2	=INT(ALEATÓRIO()*6)+1						
3							

Figura 4.1: Fórmula que gera números aleatórios

Para gerar a quantidade de números aleatórios desejados basta copiar essa célula para as demais, clicando no canto inferior direito e arrastando para a direita, em seguida procede-se da mesma maneira, mas arrastando para baixo, até que se consiga a quantidade de números aleatórios desejados. Veja as Figuras 4.2 e 4.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1				LANÇAMENTO DE UM DADO 100 VEZES						
2	5	4	4	3	1	6	2	5	4	2
3										

Figura 4.2: Primeira linha de números aleatórios

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1				LANÇAMENTO DE UM DADO 100 VEZES							
2	3	4	6	2	3	2	4	3	3	6	
3	6	3	1	6	3	4	2	5	6	4	
4	5	4	5	4	6	3	6	4	4	3	
5	3	2	4	6	3	3	5	1	1	2	
6	5	1	6	1	3	1	4	1	4	6	
7	1	2	5	6	4	3	4	3	5	3	
8	2	5	3	1	2	1	2	6	2	5	
9	1	5	6	6	4	6	3	6	5	1	
10	5	3	4	1	1	2	1	4	1	3	
11	6	6	3	2	4	3	6	6	3	1	

Figura 4.3: Tabela de 100 números aleatórios

Para construir a tabela de frequências, Figura 4.4, o procedimento é simples, e o próprio Excel já possui ferramentas que calculam a probabilidade de ocorrência de cada evento elementar, a frequência relativa. Basta digitar, em qualquer parte da folha de cálculo os dados que devem compor a tabela, em seguida, na célula correspondente a face 1*; nesse caso a* $M5$ *(coluna* M *intersecção com a linha 5), usa-se a função "CONTAR-SE" escrevendo-se* $= CONT.SE(A2 : J11; 1)$ *e teremos a frequência absoluta de ocorrência da face, agora é só copiar a fórmula para as células das outras faces fazendo-se e as correções necessárias, clicando no canto inferior direito e arrastando até a última célula; selecione as células que contém a frequência absoluta das faces e use a auto soma para obter o total de ocorrências. Para o cálculo da frequência relativa basta digitar em cada célula correspondente a fórmula* $= M5/\$M\$11$*, nesse caso os dados se referem a face* 1 *sendo* $M5$ *a localização da frequência absoluta da face* 1 *e* $\$M\$11$ *se refere a soma de todas as ocorrências, utilizando esse procedimento termos a frequência relativa de cada face.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	LANÇAMENTO DE UM DADO 100 VEZES														
2	6	5	5	6	4	4	3	4	5	4					
3	6	3	6	3	3	2	2	6	6	2		Tabela de frequências			
4	5	6	2	6	2	4	6	1	3	3		Face	F	Fr	
5	4	2	3	5	6	5	4	6	5	4		1	7	0,07	
6	5	6	2	4	2	2	2	2	6	2		2	22	0,22	
7	6	6	6	5	4	2	3	3	5	5		3	14	0,14	
8	4	2	4	6	6	1	4	3	2	4		4	17	0,17	
9	5	1	6	5	1	2	1	2	3	6		5	18	0,18	
10	1	5	6	2	4	2	5	3	2	2		6	22	0,22	
11	3	4	1	4	5	5	6	2	3	5		Total	100	1	
12															

Figura 4.4: Tabela de frequências de 100 lançamentos

Para as simulações de 1.000 e 10.000 lançamentos devemos seguir os mesmos passos da simulação de 100 lançamentos, cujas tabelas de frequências estão representadas nas Figuras 4.5 e 4.6.

FACE	F	Fr
1	173	0,173
2	155	0,155
3	187	0,187
4	159	0,159
5	150	0,15
6	176	0,176
TOTAL	1000	1

Figura 4.5: Simulação de 1.000 lançamentos

FACE	F	Fr
1	1657	0,1657
2	1633	0,1633
3	1687	0,1687
4	1686	0,1686
5	1690	0,169
6	1647	0,1647
TOTAL	10000	1

Figura 4.6: Simulação de 10.000 lançamentos

A próxima atividade pretende abordar os conceitos trabalhados na estatística, com o intuito de favorer o aprendizadizado significativo do conteúdo voltado para o desenvolvimento do pensamento crítico; espera-se que o aluno perceba que embora as médias anuais das duas disciplinas sejam iguais, as médias bimestrais não possuem tal homogeneidade; fato esse que pode ser analisado à medida que se calcule o desvio padrão.

Exercício 4.2. *Na tabela abaixo estão listadas as médias bimestrais da aluna Bissetriz nas disciplinas de matemática e língua portuguesa. Com base nos dados apresentados você julga que o aprendizado nas duas disciplinas é homogêneo?*

Bimestre	*Matemática*	*Língua Portuguesa*
1º	*7,3*	*9,6*
2º	*7,5*	*9,5*
3º	*7,2*	*5,5*
4º	*7,6*	*5,0*

Agora, utilizando os recursos do Excel, determine:

a) A média anual em cada disciplina, em seguida faça uma análise entre o valor da média das disciplinas e o rendimento bimestral da aluna. O que é possível verificar?

Basta selecionar a coluna das médias em cada disciplina (B2 a B6 e C2 a C6) e uzar a função auto soma (Média) que o Excel retorna o valor desejado. Observe as Figuras 4.7 e 4.8.

	A	B	C
1	**Bimestre**	**Matemática**	**Língua Portuguesa**
2	1º	7,3	9,6
3	2º	7,5	9,5
4	3º	7,2	5,5
5	4º	7,6	5,0
6	Média	7,4	7,4

Figura 4.7: Cálculo das médias

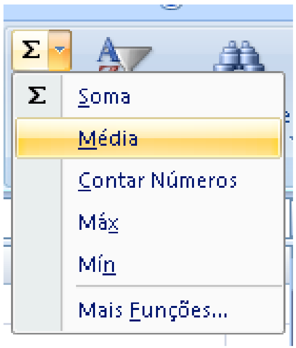

Figura 4.8: Função auto soma

Como pode ser verificado, a média final das disciplinas é a mesma, embora o rendimento bimestral em matemática tenha valores mais próximos e o de língua portuguesa não, sofrendo um decréscimo desde o primeiro bimestre. Se observarmos apenas a média teremos a falsa impressão que o rendimento nas duas disciplinas tenha o mesmo comportamento.

b) O gráfico de linha que representa os dados da tabela.

Para construir o gráfico devemos selecionar os dados da tabela no Excel e na aba inserir, Figura 4.9, escolher o gráfico a ser gerado.

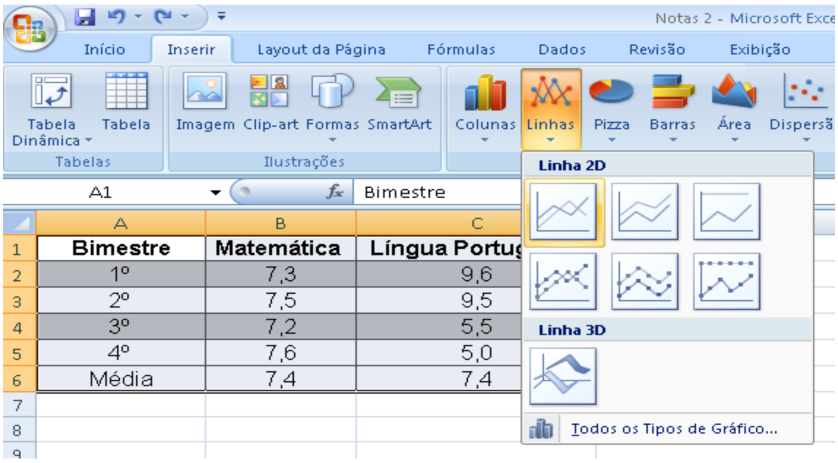

Figura 4.9: Construção do gráfico

O resultado, Figura 4.10, é o seguinte:

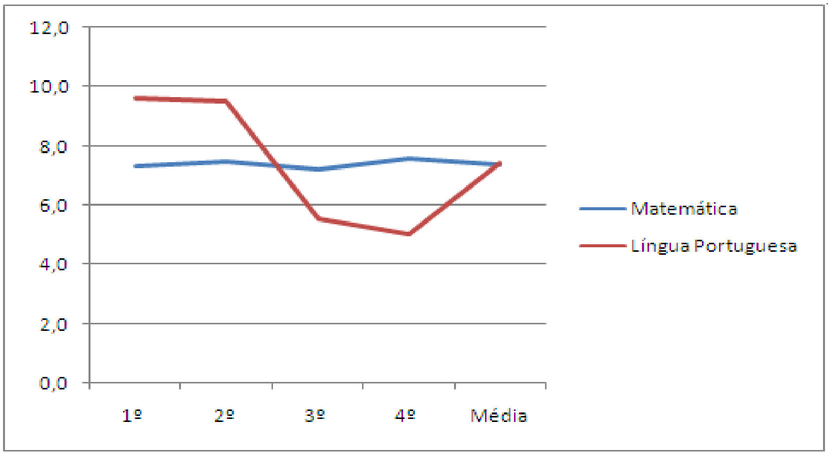

Figura 4.10: Comportamento das médias bimestrais

c) Nesse caso a média não é uma boa escolha para a análise do rendimento nas disciplinas, qual medida poderia ser utilizada para se fazer essa análise? Faça os cálculos sugeridos e analise os resultados.

Essa é uma situação em que se pode lançar mão das medidas de dispersão, em especial do desvio padrão que pode ser obtido com uma ferramenta do Excel. Para tal basta selecionar: Fórmulas, Auto Soma, Mais funções, DESVPAD; ao clicar OK aparecerá a seguinte janela, Figura 4.11:

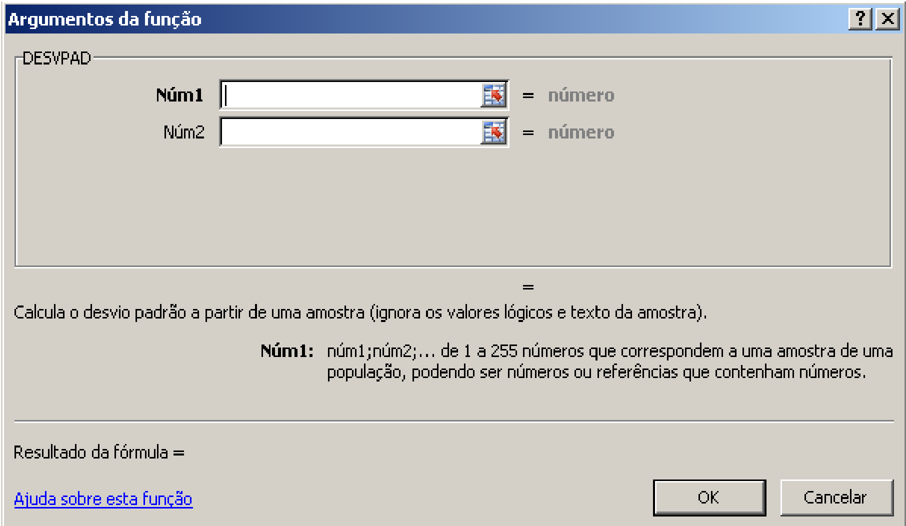

Figura 4.11: Janela de cálculo do desvio padrão

Para que o Excel faça o cálculo do desvio padrão basta digitar as notas entre chaves e separadas por ponto e vírgula, conforme mostra a Figura 4.12.

B7 =DESVPAD({7,5;7,3;7,2;7,6})

	A	B	C
1	**Bimestre**	**Matemática**	**Língua Portuguesa**
2	1º	7,3	9,6
3	2º	7,5	9,5
4	3º	7,2	5,5
5	4º	7,6	5,0
6	Média	7,4	7,4
7	Desvio Padrão	0,182574186	2,5

Figura 4.12: Cálculo do desvio padrão

Com base no desvio padrão podemos verificar que em matemática as notas da aluna são bem mais homogêneas, pois possui um desvio padrão menor.

A atividade seguinte é uma proposta para o fechamento do conteúdo, com ela podemos ter uma visão mais ampla e clara da eficiência alcançada no ensino da probabilidade e estatística e procurar efetuar as correções necessárias para que o aprendizado tenha significado concreto para os alunos.

Exercício 4.3. *Organizar uma pesquisa estatística.*

a) Dividir os alunos em grupos para que elaborem um questionário sobre um assunto de interesse do grupo.

b) Orientá-los a realizarem a pesquisa com uma amostra da população mais adequada ao assunto escolhido.

c) Descrever os dados obtidos em tabelas de frequências utilizando o Excel.

d) Encontrar as medidas de centralidade e dispersão, fazer a análise de seus significados.

e) De posse da tabela no Excel, construir os gráficos desses dados que melhor se adequem à variável estudada.

f) Escrever um pequeno relatório sobre as conclusões que podem ser tiradas da pesquisa em questão.

Capítulo 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É preciso repensar o atual sistema educacional, e os desafios são grandes, haja vista que a sociedade vivencia um período de grandes e intensas transformações, e a organização escolar mostra não estar preparada para acompanhá-las; o poder público, gestores e professores andam a passos lentos, enquanto a sociedade os alarga cada vez mais em direção a informatização. O ensino em nossas escolas ainda se baseia fortemente na utilização de livros didáticos e quadro-giz, enquanto nossos alunos estão cada vez mais inseridos no mundo digital, com informações praticamente instantâneas. Esse fato aumenta ainda mais a responsabilidade dos professores na busca de proporcionar uma formação sólida e crítica, pois com o excesso de informações disponíveis fica mais difícil que nossos jovens aprendam a analisar os fatos criticamente e com imparcialidade. Nesse sentido reforçamos a importância de se trabalhar aliando os recursos já consagrados no ambiente escolar com a utilização dos computacionais, não só em probabilidade e estatística, mas em todos os conteúdos curriculares. O convencimento de que os recursos computacionais trarão efeitos positivos na formação crítica dos alunos é o fator decisivo de transformação didática, pois dessa forma os professores se sentirão motivados a buscar a capacitação necessária para inserir tais recursos no desenvolvimento de suas aulas, não ficando presos simplesmente ao livro didático.

O Excel se mostra um excelente recurso para abreviar cálculos repetitivos, que não contribuem para a compreensão dos conceitos trabalhados em probabilidade e estatística, possibilitando que o tempo disponível para se trabalhar esses conteúdos possa ser mais direcionado para a simulação de experimentos e análise de dados organizados na forma de tabelas e gráficos, sem que esse trabalho se torne cansativo e desmotivador para eles. Porém, se o professor não tiver cuidado ao planejar suas aulas a utilização da planilha pode se restringir apenas a um “aplicador de fórmulas”, o que pode ser bem prejudicial ao processo de ensino.

As atividades aqui apresentadas são simples, não necessitando de nenhum conhecimento específico na área da informática para serem desenvolvidas, porém atendem aos objetivos educacionais descritos tanto em [1] quanto em [2]. Dessa forma buscamos mostrar que a inserção das tecnologias computacionais no trabalho pedagógico é possível, basta que se tenha uma motivação maior para utilizá-las e uma maior disponibilidade de tempo ao se dedicar na elaboração e execução das aulas, não esquecendo que o laboratório de informática deve, além de existir, ter o mínimo de estrutura para que as aulas possam ser efetivamente desenvolvidas com qualidade.

Uma perspectiva futura é a de aplicar essa proposta de ensino em turmas do ensino médio, visando analisar os frutos que esse trabalho poderá produzir, para aprimorar as atividades propostas na busca de uma maior adequação das mesmas ao cotidiano dos alunos. Essa aplicação pode ser feita até mesmo por meio de uma pesquisa que vise identificar as reais contribuições da utilização das planilhas, onde o trabalho poderá ser conduzido de duas formas, uma turma utilizando as planilhas eletrônicas e outra não, possibilitando que haja um parâmetro de comparação para os resultados obtidos em ambas.

Referências Bibliográficas

[1] BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Curricular Comum, Brasília*: 2016.

[2] BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais, Brasília*: 1999.

[3] DE TONI, Marijane Paese. *A compreensão da estatística a partir da utilização da planilha. 2006. 159 p. Dissertação de mestrado - PUCRS, Porto Alegre*: 2006.

[4] FERRAZ, Eraldo de Souza. et. al. *Possiblidades pedagógicas no ensino de estatística educacional utilizando recursos informáticos. V Encontro de Pesquisa em Educação em Alagoas - PPGE/UFA - 2010.*

[5] GIRALDO, Victor; CAETANO, Paulo; MATOS, Francisco. *Recursos computacionais no ensino da matemática.* 1ª *edição. Rio de Janeiro: SBM*, 2013.

[6] HINES, William M. et. al. *Probabilidade e estatística na engenharia.* 4ª *edição. Rio de Janeiro*: LTC, 2014.

[7] LARSON, Ron; FARBER, Betsy. *Estatística aplicada.* 4ª *edição. São Paulo*: Pearson Prentice Hall, 2010.

[8] LIMA, Elon Lages. et al. *Temas e problemas elementares.* 12ª *edição. Rio de Janeiro*: SBM, 2006.

[9] LOPES, Celi Espasandin; MEIRELLES, Elaine. *Estocástica nas séries iniciais. XVII Encontro Regional de Professores de Matemática - LEM/IMECC/UNICAMP* - 2005.

[10] LOPES, Celi Espasandin. *O ensino da estatística e da probabilidade na educação básia e a formação dos professores. Cad. Cedes, Campinas, v. 28, n.74, p.57-73, jan/abr*. 2008. Disponível em <http:www.cedes.unicamp.br> acesso em: 18 jul. 2015.

[11] MORETTIN, Luiz Gonzaga. *Estatística básica: probabilidade e inferência, volume único. São Paulo*: Pearson Prentice Hall, 2010.

[12] MORGADO, Augusto Cesar. et.al. *Análise combinatória e probabilidade.* 9ª *edição. Rio de Janeiro* : SBM, 1991.

[13] TEIXEIRA DE PAULA, Edinei Jesus. *Probabilidade e simulações em planilhas eletrônicas 2013. 74 p. Dissertação de Mestrado - UFMT, Cuiabá*: 2013.

[14] VIALI, Lorí. *Utilizando planilhas e simulação para modernizar o ensino de probabilidade e estatística para os cursos de engenharia. XXIX COBENGE, p 290-298, Porto Alegre:* 2001.

[15] VIALI, Lorí. *Utilizando recursos computacionais (planilhas) no ensino do cálculo de probabilidades. COBENGE, Porto alegre:* 2002.

Apêndice A

Questionário

Questionário

1) Nome (opcional): ____

2) Grau de Instrução:

( ) graduação ( ) especialização ( ) mestrado ( ) doutorado ( ) pós-doutorado

3) Em algum momento da sua vida acadêmica teve contato com as disciplinas de probabilidade e estatística?

( ) sim (quando?) ____ ( ) não

4) Experiência Docente no Ensino Médio:

( ) menos de 5 anos ( ) de 5 a 10 anos ( ) de 10 a 15 anos ( ) mais de 15 anos

5) Em relação ao laboratório de informática em sua instituição:

( ) existe e é adequado ( ) existe mas é inadequado ( ) não existe

6) Com que frequência utiliza o laboratório em suas aulas?

( ) raramente ( ) às vezes ( ) sempre

( ) nunca (por quê?) ____

7) Ao ministrar suas aulas de probabilidade e estatística que recursos didáticos utiliza?

( ) livro didático ( ) calculadora científica ( ) planilhas eletrônicas

( ) outros (especificar) ____

8) Para você, qual a importância do ensino de probabilidade e estatística na formação de seus alunos?

____
____
____
____

Apêndice B

Termo de consentimento livre e esclarecido - TCLE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) a participar, como voluntário, em uma pesquisa. Após ser esclarecido(a) sobre as informações a seguir, no caso de aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra do pesquisador responsável. Em caso de recusa, você não será penalizado de forma alguma.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA

Título do Projeto: "EXCEL: UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA"
Orientador: Prof. Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos
Pesquisador responsável: Sílvia Cristina Dorneles de Morais
Telefone para contato: (62)92993719

- A referida pesquisadora aplicará o termo de consentimento livre e esclarecido e conduzirá toda avaliação.
A sua participação será de grande importância para o nosso estudo. Este estudo pretende avaliar a influência da utilização de planilhas eletrônicas na qualidade do ensino de probabilidade e estatística no ensino médio, pois através dela poderemos tomar conhecimento sobre a utilização de planilhas eletrônicas no ensino de probabilidade e estatística.
- Sua colaboração é importante e necessária para o desenvolvimento da pesquisa, porém sua participação é **voluntária.**
- A pesquisa será realizada através da aplicação de um questionário, via *e-mail*, para avaliar a metodologia de ensino utilizada, e será composto por perguntas simples e objetivas, em que a resposta será dada por meio de marcações que melhor se aplica à realidade do professor.
- O tempo previsto para sua participação é estimado entre 5 a 10 minutos. Após o preenchimento do questionário o mesmo deverá ser reenviado por *e-mail* e sua participação será encerrada.
- Benefícios e riscos da participação na pesquisa: Essa pesquisa não envolve riscos, uma vez que a resposta ao questionário não oferece danos, desconforto, pois é rápido e simples. Entretanto, o participante poderá sentir-se constrangido em responder a algumas perguntas. De modo geral, a pesquisa poderá auxiliar na escolha de recursos didáticos mais eficientes, proporcionando benefícios aos alunos e profissionais da área.
- Será garantido o sigilo das informações, além da utilização dos resultados exclusivamente para fins científicos. Os dados coletados serão utilizados apenas para esta pesquisa.
- Você poderá solicitar informações ou esclarecimentos sobre o andamento da pesquisa em qualquer momento.
- Você poderá retirar-se do estudo ou não permitir a utilização de seus dados em qualquer momento da pesquisa.
- Sendo um participante voluntário, você não terá nenhum pagamento e/ou despesa referente à sua participação no estudo.
- Você terá direito de buscar indenização em caso de dano decorrente de sua participação na pesquisa.

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO SUJEITO DA PESQUISA

Eu, ____ RG_______________CPF _________________, abaixo assinado, concordo em participar do estudo "EXCEL: UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA", sob a responsabilidade de Sílvia Cristina Dorneles de Morais, como sujeito voluntário. Fui devidamente informado e esclarecido pela pesquisadora supracitada sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento.

Goiânia ______/______/________

Nome e assinatura do sujeito ou responsável: __________________________________

Nome e assinatura da pesquisadora responsável:________________________________

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimento sobre a pesquisa e aceite do sujeito em participar. Testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome: ____________________________ Assinatura: ____________________________

Nome: ____________________________ Assinatura: ____________________________

Goiânia, _____, de _____________ de 2016.

____

Sílvia Cristina Dorneles de Morais