



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



O Conceito e o Ensino de Probabilidade nos 8^o e 9^o anos: análise e sugestões

Poliana Ribeiro dos Santos Bezerra

Trabalho de Conclusão de Curso

Orientador: Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho

Campina Grande - PB
Dezembro/2016

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

B574c Bezerra, Poliana Ribeiro dos Santos.
O conceito e o ensino de probabilidade nos 8^o e 9^o anos: análise e sugestões / Poliana Ribeiro dos Santos Bezerra. – Campina Grande, 2016.
112 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.
"Orientação: Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Moraes Filho".
Referências.

1. Matemática - Estudo e Ensino. 2. Probabilidade - Ensino-Aprendizagem. 3. Probabilidade - Ensino Fundamental. 4. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). 5. Base Nacional Curricular Comum (BNCC). I. Moraes Filho, Daniel Cordeiro de. II. Título.

CDU 51:37.026(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



O Conceito e o Ensino de Probabilidade nos 8^o e 9^o anos: análise e sugestões

por

Poliana Ribeiro dos Santos Bezerra

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

O Conceito e o Ensino de Probabilidade nos 8º e 9º anos: análise e sugestões

por

Poliana Ribeiro dos Santos Bezerra

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

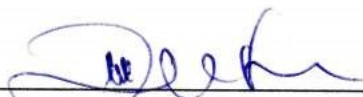
Aprovado por:



Prof. Dr. Aldo Trajano de Lourêdo - UEPB



Prof. Dr. Francisco Antônio Morais de Souza - UFCG



Prof. Dr. Daniel Cordêiro de Morais Filho - UFCG
Orientador

Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ciências e Tecnologia
Unidade Acadêmica de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Dezembro / 2016

Dedicatória

A meu amado esposo Jaciel, a minha filha Rayane e a minha mãe Josélia, a presença de vocês sempre significou segurança e certeza de que não estava sozinha nessa caminhada, o apoio de vocês na minha vida pessoal e profissional é fundamental.

Agradecimentos

A Deus acima de tudo, pelo dom da vida. Sem ele eu não teria forças para essa longa jornada.

Ao meu amado esposo, Jaciel, ele que sempre me incentivou e ajudou nos momentos difíceis da minha vida, dando-me força nas horas que eu mais precisava, e sendo companheiro e compreensivo nos momentos que estava ausente fisicamente. Agradeço ao minha filha Rayane, minha fonte de energia para que eu pudesse prosseguir dia após dia.

Aos meus pais, Josélia e Pedro, que sempre torceram e me apoiaram nos estudos, ensinando-me princípios que levarei por toda vida. E aos meus irmãos por sempre acreditarem em mim.

A UFCG e a todos os professores do PROFMAT por terem colaborado com meu crescimento profissional.

Agradeço ao professor doutor Daniel Cordeiro, por me orientar com tamanha sabedoria, dedicação e paciência.

Agradeço ainda: a Banca Examinadora formada pelos professores doutores Aldo Trajano de Lourêdo (UEPB) e Francisco Antônio Morais de Souza (UFCG) pela disponibilidade e por todas as orientações sugeridas.

Ao coordenador do PROFMAT-UFCG professor Luiz Antônio de Medeiros e ao ex-coordenador Aparecido Jesuino e pelo zelo e dedicação ao programa.

Aos colegas da turma 2013, Juanbélia Wanderlei, Wessyllis Salvador, Beethoven Rotterdam e Rivaldo Bezerra, obrigada pelo apoio e companheirismo, a nossa união nos tornou vencedores. Agradeço aos colegas da turma 2015 que me receberam com tanto carinho, me dando apoio.

A secretária Andreza, agradeço pelo carinho e atenção que sempre me recebestes.

A todos que fazem parte da Escola Municipal Erasmo de Araújo Souza, por todo apoio. Especialmente agradeço a coordenadora pedagógica Valdete Tomaz que sempre intercedeu por mim, acreditando na realização de meu sonho e a secretária de educação Luciana Araújo por todo apoio.

Agradeço a minha amiga professora Maria Mônica Maciel que com tamanha competência e carinho fez toda a revisão textual do nosso trabalho.

Por fim, agradeço à Sociedade Brasileira da Matemática - SBM pelo oferecimento deste Curso em Rede Nacional.

Resumo

O objetivo deste trabalho é contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, em particular, o ensino de Probabilidade para os 8º e 9º anos do ensino fundamental. Para isto, a meta foi desenvolver uma proposta metodológica, que esteja de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), sempre tendo como foco a produção de material adicional didático para o professor. A proposta de ensino apresentada nesta dissertação foi aplicada na Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Souza - Montadas - PB e avaliada após ter sido aplicada. Ainda nesse trabalho foram analisados e apresentados os objetivos para o ensino de probabilidade, segundo os PCN's e a BNCC. Foi realizado um estudo de como três livros didáticos abordam o conteúdo de Probabilidade e se esta abordagem está em consonância com os PCN's e a BNCC. Espera-se que este trabalho tenha grande utilidade para os professores em sala de aula e que as atividades propostas despertem nos alunos o prazer pela disciplina e contribua com o ensino de a probabilidade.

Palavras Chaves: PCN's e BNCC. Probabilidade. Aprendizagem.

Abstract

The aim of this work is to contribute to the teaching-learning process, in particular to the teaching of Probability at 8^o and 9^o grades. For this reason we proposed a methodology accordingly to the PCN's and BNCC, always focusing the production of some didactic material to be used by the teacher. This methodology was applied at Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Souza - Montadas - PB and was evaluated afterwards. In this work we also analysed the goals of Probability teaching according to PCN's and BNCC. We analysed three books concerning how they introduce Probability and if this introduction was made as proposed by the PCN's and BNCC. We hope that this work may be used by teachers in classroom and that our didactic proposals may enthrall the students to study probability. Keywords: PCN's and BNCC. Probability. Learning.

Lista de Figuras

2.1	Fração associada à probabilidade.	14
3.1	Coleta das medidas das alturas.	24
3.2	Coleta das medidas do peso.	25
3.3	Combinando as possibilidades	26
3.4	Combinando as possibilidades	28
3.5	Possibilidades	29
3.6	Árvore das possibilidades.	31
3.7	Explorando as probabilidades.	32
3.8	Probabilidades.	33
3.9	Possibilidades e probabilidade.	35
3.10	Variação de uma probabilidade.	35
3.11	Questão 31.	36
3.12	Questão 34.	37
3.13	Questão 50.	38
3.14	Parte histórica retirada.	39
3.15	Lei dos Grandes Números.	40
3.16	Árvore das possibilidades.	41
3.17	Questões 36.	42
3.18	Questões 37.	42
3.19	Probabilidade e hereditariedade genética.	43
3.20	Chance ou probabilidade.	45
3.21	Chance.	45
3.22	Chance.	46
3.23	Chance.	46
3.24	Jogos de loteria.	47
3.25	Jogos de loteria.	48
4.1	Planificação do cubo com os círculos.	52
4.2	Planificação do cubo com as letras.	53
4.3	Molde dos círculos e das letras.	54
4.4	Construindo a urna	55

4.5	Furando a tampa da urna com estilete.	55
4.6	Urnas construídas.	56
4.7	Bolas coloridas	56
4.8	Pintando as bolas com tinta guache.	57
4.9	Primeiro cubo e sua planificação.	58
4.10	Segundo cubo e sua planificação.	60
4.11	Kit formado por círculos.	62
4.12	Kit formado por letras.	62
4.13	Cubos para colar os adesivos.	62
4.14	Urnas e bolas coloridas.	70
4.15	Cubo.	75
4.16	Dodecaedro.	79
4.17	Lousa.	80
5.1	Lançamento do cubo.	83
5.2	Cubo e planificação.	83
5.3	Lançamento do cubo.	85
5.4	Equipe construindo seu cubo.	88
5.5	Equipe construindo seu cubo.	88
5.6	Equipe respondendo o questionário de acordo com seu cubo.	89
5.7	Equipe respondendo o questionário de acordo com seu cubo.	90
5.8	Divisão da turma.	93
5.9	Equipe construindo seu cubo.	94
5.10	Equipe construindo seu cubo.	95
5.11	Equipe respondendo o questionário de acordo com seu cubo.	95
5.12	Equipe respondendo o questionário de acordo com seu cubo.	96
5.13	Retirando as bolas da urna.	97
5.14	Retirando as bolas da urna.	98
5.15	Colocando as bolas da urna.	99
5.16	Retirando uma bola da urna.	100
5.17	Respondendo os questionários.	101
5.18	Equipe lançando os dados.	102
5.19	Equipe lançando os dados.	103

Sumário

1	Introdução	3
1.1	Objetivos	4
1.1.1	Objetivo geral	4
1.1.2	Objetivos específicos	4
2	Pilares da Educação e o Ensino de Probabilidade	7
2.1	Bases da educação	7
2.1.1	Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's	8
2.1.2	Base Nacional Curricular Comum - BNCC	9
2.2	Objetivos específicos para o ensino da probabilidade nos anos iniciais e finais do ensino fundamental	10
2.2.1	Objetivos específicos para o ensino da probabilidade do 1º ao 3º ano do ensino fundamental	10
2.2.2	Objetivos específicos para o ensino da Probabilidade do 4º e 5º anos do ensino fundamental	12
2.2.3	Objetivos específicos para o ensino da Probabilidade do 6º e 7º anos do ensino fundamental	15
2.2.4	Objetivos específicos para o ensino da Probabilidade do 8º e 9º anos do ensino fundamental	16
3	Análise da apresentação de probabilidade em livros didáticos para alunos do ensino fundamental	19
3.1	Comentários iniciais	19
3.2	Fundamentos para análise de livros didáticos.	21
3.3	Critérios para análise do livro didático	22
3.4	Breve análise da apresentação de probabilidade em livros didáticos para alunos do Ensino Fundamental I	23
3.4.1	Análise da apresentação de probabilidade em livros didáticos para alunos do 3º ano	23
3.4.2	Análise da apresentação de Probabilidade em livro didático para alunos do 5º ano	28

3.5	Análise da apresentação de Probabilidade em livros didáticos para alunos dos 8 ^o e 9 ^o anos	34
3.5.1	Análise da apresentação de Probabilidade no livro Vontade de saber Matemática	34
3.5.2	Análise da apresentação de Probabilidade no livro Matemática - Ideias e Desafios	40
3.5.3	Análise do livro Projeto Radix - Raiz do conhecimento	44
4	Sequência didática	49
4.1	O que se entende por Sequência didática	49
4.1.1	Objetivos a serem atingidos pela sequência didática proposta	51
4.1.2	Material utilizado para as atividades propostas para o 8 ^o e 9 ^o ano	52
4.2	Proposta de uma sequência didática para o ensino de probabilidade	57
4.2.1	Primeira atividade	57
4.2.2	Segunda atividade	61
4.2.3	Terceira atividade	69
4.2.4	Quarta atividade	75
4.3	Avaliação das atividades propostas	78
4.3.1	Exercício de Verificação	79
5	Análise da atividades propostas - Probabilidade não é certeza	81
5.1	Descrição da 1 ^a atividade - Como pode?	81
5.1.1	Análise da 1 ^a atividade na turma do 8 ^o ano	82
5.1.2	Análise da 1 ^a atividade na turma do 9 ^o ano	84
5.2	Descrição da 2 ^a atividade - "Por isso que vocês perderam!	86
5.2.1	Análise da 2 ^a atividade na turma do 8 ^o ano	87
5.2.2	Análise da 2 ^a atividade na turma do 9 ^o ano	93
5.3	Descrição da 3 ^a atividade - Dá um golpe	97
5.3.1	Análise da 3 ^a atividade na turma do 8 ^o ano	97
5.3.2	Análise da 3 ^a atividade na turma do 9 ^o ano	99
5.4	Descrição da 4 ^a atividade - "Quase a metade	101
5.4.1	Análise da 4 ^a atividade na turma do 8 ^o ano	102
5.4.2	Análise da 4 ^a atividade na turma do 9 ^o ano	103
5.5	Desempenho das turmas	104
6	Conclusões	107
	Referências Bibliográficas	111

Capítulo 1

Introdução

Um dos maiores obstáculos para os professores de matemática da educação básica é fazer com que seus alunos tenham interesse pela disciplina e consigam mostrar a eles como aplicar os conhecimentos matemáticos no cotidiano.

Adicionado a esse fato, aumenta a necessidade dos cidadãos saberem ler, interpretar e compreender tabelas e gráficos e as informações veiculadas pelos meios de comunicação, seja para tomar decisões ou fazer previsões que podem ter influência em suas vidas.

Essa característica do mundo atual traz para o currículo de Matemática a necessidade de abordar elementos da Estatística, da Combinatória e da Probabilidade, por isso autores de livros didáticos de Matemática para o ensino fundamental, abordam cada vez mais cedo o conteúdo da Probabilidade em suas obras. Cada autor tem sua própria maneira de abordar os conteúdos.

Desde 1998, embora precisando de atualizações, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) servem como referências para a educação básica, incluindo o ensino de Matemática, onde o conteúdo Probabilidade surge no bloco denominado *Tratamento da informação*. Além dos PCN's, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), também apresenta a Probabilidade no contexto do eixo denominado *Estatística e Probabilidade*.

A partir desses referenciais, este trabalho apresenta e identifica os objetivos e orientações ao ensino de Probabilidade para alunos do 8º e 9º anos. Além de ter os PCN's e a BNCC como referencial, o livro didático também serve como base em sala de aula para o professor, por isso analisamos três livros didáticos e, nessa análise, observamos como a Probabilidade está sendo abordada nos livros didáticos, se as atividades propostas nesses livros realmente trazem aos alunos o conceito básico de probabilidade e se essa abordagem está em consonância com os PCN's e a BNCC.

Em nossa opinião, quando o aluno vem para a escola, ele já traz consigo conhecimentos que devem ser aperfeiçoados e valorizados pelo professor. Assim, com o objetivo de qualificar o ensino da Probabilidade, foram sugeridas nesta dissertação algumas atividades, como propostas de ensino, que podem ser aplicadas em sala de aula por qualquer professor. Essas atividades foram testadas em sala de aula e em seguida discutidas se elas cumprem ou não

seus objetivos, para daí propor seu aprimoramento e sugestões para serem posteriormente aplicadas por quem deseje.

Com relação à estrutura, o presente trabalho, está dividido em seis capítulos. A seguir descrevemos os capítulos, com os seus respectivos conteúdos:

Capítulo 2: Identificação e análise dos objetivos e recomendações para o ensino da Probabilidade de acordo com os PCN's e a BNCC.

Capítulo 3: Análise do conteúdo de Probabilidade apresentado em livros didáticos, entre eles o livro adotado na escola na qual aplicou-se a proposta de ensino apresentada no Capítulo 4.

Capítulo 4: Apresentação de uma proposta metodológica de ensino composta por quatro atividades para o conteúdo da Probabilidade e Lei dos Grandes Números.

Capítulo 5: Descrição da aplicação das atividades e apresentação de uma análise da aprendizagem dos alunos após a aplicação das atividades.

Capítulo 6: Considerações finais do trabalho.

Referências bibliográficas.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo geral contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, em particular, o ensino da Probabilidade nos 8º e 9º anos do ensino fundamental II, tendo a meta de desenvolver uma proposta metodológica, que esteja de acordo com os PCN's e a BNCC, sempre com o foco na produção de material adicional didático para o professor.

1.1.2 Objetivos específicos

Analisar os referenciais da educação básica, apresentando os objetivos e recomendações para o ensino da Probabilidade.

Verificar se os livros didáticos do ensino fundamental abordam o tema.

Analisar como é abordado o conteúdo da Probabilidade em livros didáticos.

Desenvolver uma proposta metodológica para o ensino da Probabilidade, que esteja de acordo com os PCN's e a BNCC. focalizando a produção de material didático adicional para o professor.

Contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, em particular, para o ensino da Probabilidade.

Despertar no aluno o prazer de estudar a matéria Matemática.

Capítulo 2

Pilares da Educação e o Ensino de Probabilidade

2.1 Bases da educação

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9394, de 20/12/96 determina, como dever da União estabelecer diretrizes que devem orientar os currículos e seus conteúdos mínimos de modo a garantir uma formação básica comum a cada cidadão.

Fundamentado nesta norma legal e objetivando buscar soluções para os problemas identificados no ensino fundamental e, além disso, buscando renovar e aprimorar a educação básica como um todo, foram elaborados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e a Base Nacional Curricular Comum (BNCC).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Curricular Comum têm algumas características em comum, tais como:

Valorizam o conhecimento prévio do estudante, consideram sua realidade e sua prática social; defendem um "conteúdo organizado", uma organização com pré requisitos que tenha uma estrutura matemática lógica;

Para obter o conhecimento matemático é necessário que o estudante questione, imagine, visualize, represente e crie, visto que o aprendizado na Matemática é um processo conflituoso entre elementos, como o abstrato e o concreto;

Defendem um ensino contextualizado e interdisciplinar de modo que o estudante seja capaz de interpretar, abstrair, perceber e generalizar uma situação problema, atribuindo um sentido para os conceitos matemáticos.

Esses referencias também têm características próprias. Os PCN's e a BNCC estão divididos em áreas do conhecimento, mas os números de áreas em cada um são diferentes. Nos PCN's o ensino fundamental está dividido em ciclos de ensino, na BNCC o ensino

fundamental está dividido em anos de ensino. Em relação à área de Matemática, os PCN's estão divididos em quatro blocos e a BNCC em cinco eixos.

Nas próximas subsecções serão abordados, separadamente, todos esses referenciais, relatando suas características específicas.

2.1.1 Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's

Desde 1998, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) são referenciais para organizar e uniformizar o sistema educacional do Brasil, garantindo a coerência das políticas de melhoria da qualidade de ensino, estabelecendo critérios que atuam de maneira decisiva no processo de construção da cidadania.

Os PCN's estão divididos em oito áreas de conhecimento, cada uma tem a mesma estrutura: exposição da concepção da área, definição dos objetivos de cada área, critérios de avaliação, e orientações didáticas. Além disso, os objetivos e conteúdos de cada área de conhecimento estão organizados em quatro ciclos e formados por duas séries (anos) do ensino.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais da área de Matemática (Brasil [3], p.33), o aluno do ensino fundamental deve ser capaz de:

identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;

fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;

resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;

comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;

estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;

sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;

interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Os PCN's específicos da área de Matemática trazem os objetivos específicos para cada ciclo divididos em quatro blocos: *Números e operações*; *Espaço e forma*; *Grandezas e medidas* e *Tratamento da informação*. Esses objetivos serão abordados na próxima secção.

Acreditamos que os PCN's estão ultrapassados, precisando de atualizações, pois sua estrutura e linguagem ainda está associando o ensino fundamental a séries de ensino, dividindo em oito séries de ensino (1ª série até a 8ª série). Porém, na atualidade, o ensino fundamental está dividido em nove anos de ensino (1º ano ao 9º ano).

O quadro mostra como o ensino fundamental era organizado e como está organizado na atualidade.

Série antigamente	Ano na atualidade
Alfabetização	1º ano
1ª série	2º ano
2ª série	3º ano
3ª série	4º ano
4ª série	5º ano
5ª série	6º ano
6ª série	7º ano
7ª série	8º ano
8ª série	9º ano

2.1.2 Base Nacional Curricular Comum - BNCC

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) surgiu para atualizar e reformar a educação básica como um todo. Ela consta na Constituição Federal de 1988 e também está estabelecida na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), em seu artigo 26:

Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma Base Nacional Curricular Comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela.

A BNCC, como diz o próprio nome, constitui uma base, formada por conhecimentos fundamentais, que todo estudante deve ter acesso nas escolas para que seus direitos à aprendizagem estejam garantidos. Esses conhecimentos determinam que todas as escolas tenham o mesmo currículo, respeitando a realidade de cada estudante e a cultura local.

A Base Nacional Curricular Comum está dividida em quatro áreas do conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências Humanas e Ciências da Natureza. Sua divisão procura

respeitar as especificidades dos componentes curriculares (matéria) que integram as diferentes áreas, a integração destas matérias de uma mesma área de conhecimento e as diferentes áreas. Esta integração é realizada pelos denominados temas integradores.

A BNCC (Brasil [1], p.118) na área de conhecimento em matemática traz o seguintes objetivos gerais para a educação básica:

- estabelecer conexões entre os eixos da Matemática e entre essa e outras áreas do saber.
- resolver problemas, criando estratégias próprias para sua resolução, desenvolvendo imaginação e criatividade.
- raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar.
- comunicar-se, utilizando as diversas formas de linguagem empregadas em Matemática.
- utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio.

Para atender os objetivos gerais na área de conhecimento em Matemática há também objetivos específicos para cada ano de ensino, divididos em cinco eixos: *Geometria*; *Grandezas e medidas*; *Estatística e Probabilidade*; *Números e operações* e *Álgebra e funções*.

Lembramos que o objeto de estudo desta dissertação é a Probabilidade. Na próxima seção abordaremos apenas os objetivos específicos para o ensino da Probabilidade nos PCN's e na BNCC até o nono ano do ensino fundamental. Entretanto, como as atividades propostas foram aplicadas em turmas do 8º e 9º anos do ensino fundamental, abordamos brevemente e novamente os objetivos específicos para esses últimos dois anos do ensino no próximo capítulo.

2.2 Objetivos específicos para o ensino da probabilidade nos anos iniciais e finais do ensino fundamental

Referente ao ensino da Probabilidade, os objetivos específicos desta seção foram divididos em subseções de acordo os ciclos dos PCN's relacionando-os com anos da BNCC. Vale ressaltar que os objetivos referentes a Probabilidade nos PCN's encontram-se no bloco Tratamento da informação, enquanto na BNCC se encontra no eixo Estatística e Probabilidade.

2.2.1 Objetivos específicos para o ensino da probabilidade do 1º ao 3º ano do ensino fundamental

De acordo com a BNCC (Brasil [1], p.122) no 1º ano do ensino fundamental o estudante deve ser capaz de:

classificar eventos familiares envolvendo o acaso (exemplo: acontecerá com certeza, talvez aconteça ou é impossível acontecer).

coletar dados em uma pesquisa envolvendo apenas uma variável (exemplo: Qual o time?; Qual o número do sapato?; Qual a cor preferida?), descrever os seus resultados e construir representações próprias para comunicar esses dados.

Para os PCN's, neste ano de escolarização a criança deve ser alfabetizada (deve aprender a ler e escrever), mas não apresentam a Probabilidade como conteúdo nesta série inicial. No entanto, acreditamos que, no 1º ano de ensino, a criança já é capaz de classificar esses eventos probabilísticos. Observe exemplos de situações em que o estudante pode compreender os eventos:

Exemplo 1 *Na escola uma criança diz: Com certeza minha mãe vai vir me pegar depois da aula.*

Exemplo 2 *Em um dia nublado uma criança diz: parece que vai chover.*

Para o 2º ano do ensino fundamental a Base Nacional Curricular Comum (Brasil [1], p.124) determina que o estudante deve ser capaz de:

descrever resultados de eventos cotidianos, envolvendo o acaso, indicando-os como prováveis, pouco prováveis, improváveis.

identificar uma informação e comparar duas informações apresentadas em tabela simples ou gráfico de colunas.

coletar dados de duas variáveis e apresentar os resultados por meio de tabelas e gráficos pictóricos ou de colunas.

Para o 3º ano do ensino fundamental a Base Nacional Curricular Comum (Brasil [1], p.126) determina que o estudante deve ser capaz de:

identificar, em eventos familiares, envolvendo o acaso, a variação dos resultados possíveis (exemplo: reconhecer que há diferentes respostas para uma pergunta, que há diferentes resultados em sorteio).

interpretar e comparar dados apresentados em uma tabela simples, gráficos de barras ou de colunas.

coletar dados de duas variáveis, organizando-os em categorias, e selecionar meios para comunicar os resultados como listas, tabelas, gráfico de colunas simples, com ou sem uso de tecnologias digitais.

Segundo os PCN's (Brasil [2], p.47) para o 1º ciclo do ensino fundamental o estudante deve ser capaz de:

identificar o uso de tabelas e gráficos para facilitar a leitura e interpretação de informações e construir formas pessoais de registro para comunicar informações coletadas.

Observando que o 2º e 3º anos da base do ensino fundamental correspondem a exatamente ao 1º ciclo nos Parâmetros Curriculares Nacionais e fazendo uma análise dessas duas referências, percebe-se que para os PCN's não há nenhum objetivo voltado para o ensino da Probabilidade, existe apenas um único objetivo para o estudo dos gráficos e tabelas. No entanto, na BNCC o assunto probabilidade deve ser abordado de forma sutil, usando expressões tais como: acontecerá com certeza, talvez aconteça, ou é impossível acontecer. À medida que o aluno avança o ano de ensino, devem usar termos um pouco mais técnicos, a abordagem deve ser feita com o uso de termos como: prováveis, pouco prováveis e improváveis.

Acreditamos que uma criança que tenha entre 7 a 9 anos de idade, correspondente à faixa etária de um estudante no 2º e 3º ano do ensino fundamental, como já frisamos, é capaz de compreender esses eventos como mostram os exemplos 1 e 2.

A abordagem de probabilidade nestes anos de ensino é bastante positiva, porém o professor deve ter bastante cuidado ao utilizar a palavra *evento* com os alunos, pois em probabilidade *evento* é um conjunto de resultados (um subconjunto do espaço amostral) ao qual é associado um valor de probabilidade, esta definição é bastante formal para um aluno nos anos iniciais de ensino, enquanto no cotidiano o termo *evento* pode ser considerado como uma *feira*. Talvez seja conveniente a substituição do termo *evento* pela expressão *resultados possíveis*.

2.2.2 Objetivos específicos para o ensino da Probabilidade do 4º e 5º anos do ensino fundamental

Segundo a BNCC (Brasil [1], p. 128) no 4º ano do ensino fundamental o estudante deve ser capaz de:

identificar dentre eventos cotidianos aqueles que têm maior chance de ocorrência.

ler e interpretar tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas e de barras.

coletar e comunicar dados de uma pesquisa (variáveis categóricas ou numéricas), usando tabelas, inclusive as de dupla entrada, com ou sem uso de tecnologias digitais.

Exemplifiquemos uma atividade em que aparece o primeiro item.

Exemplo 3 *Em uma caixa há dez bolas, sendo uma bola branca e nove bolas pretas. Retirando uma bola sem olhar é mais fácil sair uma bola branca ou preta?*

É trivial para o aluno perceber que a probabilidade de sair uma bola preta é bem maior.

Para o 5º ano do ensino fundamental a BNCC (Brasil [1], p. 130) determina que o estudante deve ser capaz de:

apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, indicando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.

indicar a probabilidade de sucesso de um evento simples, por meio de uma razão, quando os resultados do experimento são equiprováveis, ou seja, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer.

comparar e interpretar dados apresentados em gráficos de colunas, barras e de linhas.

coletar dados e comunicar os resultados de pesquisa selecionando as representações mais adequadas entre as já estudadas (tabelas, gráficos de colunas, de barras ou de linhas), com e sem o uso de tecnologias digitais.

Exemplifiquemos uma atividade em que aparece os dois primeiros itens:

Exemplo 4 *Um exemplo fácil para que o aluno perceba tal situação é a própria sala de aula. Ao sortear alguém na turma para resolver uma questão no quadro, o professor pode sortear uma menina ou um menino. Se na sala há mais meninas do que meninos a chance de ser sorteada uma menina é maior.*

Para o 2º ciclo do ensino fundamental, já os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil [2], p. 56) determinam que o estudante seja capaz de:

recolher dados e informações, elaborar formas para organizá-los e expressá-los, interpretar dados apresentados sob forma de tabelas e gráficos e valorizar essa linguagem como forma de comunicação.

utilizar diferentes registros gráficos: desenhos, esquemas, escritas numéricas como recurso para expressar idéias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados.

identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos.

Tanto para a BNCC como os PCN's, os alunos dos 4º e 5º anos, devem ser capazes de identificar, dentre eventos cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência. No

entanto, para a BNCC, o aluno ainda deve ser capaz de apresentar todos os casos favoráveis e possíveis, além disso, determinar a probabilidade de um evento por meio de razão.

Por meio dos exemplos 3 e 4, citados anteriormente, é fácil perceber que um aluno nesse nível de instrução é capaz de identificar situações em que um determinado caso tenha maior chance de ocorrer, mas não é fácil para um aluno nesse nível identificar e determinar todos os casos possíveis. Veja o exemplo a seguir.

Exemplo 5 Se pedirmos para um aluno lançar uma moeda duas vezes, e após esses lançamentos pedirmos para determinar todos os possíveis resultados das faces ao cair como K para cara e C para coroa, ele deveria informar CC, CK, KC e KK. Para os alunos, os casos CK e KC, por exemplo, são os mesmos, ambos os resultados têm uma cara e uma coroa, e não fará distinção quanto à posição no lançamento, sendo assim o aluno poderia não ser capaz de reconhecer e determinar todos os casos desse evento.

Com relação a determinar formalmente a probabilidade por meio de uma razão, isso já é possível para o aluno. Vale observar que Frações são estudadas no 5º ano, e o professor do ensino fundamental costuma associar frações a figuras geométricas planas divididas em partes iguais e pintadas com cores variadas.

Note que no exemplo 3 (de uma caixa contendo as 10 bolas) poderia ser associada a figura 2.1, facilitando a visualização da probabilidade. A parte pintada pode ser representada na forma fracionária por $\frac{1}{10}$. Se considerarmos a parte pintada como sendo uma bola branca e cada uma das demais fatias da figura como sendo as demais bolas pretas, a probabilidade de sair uma bola branca é $\frac{1}{10}$, relacionando o número fracionário à probabilidade.

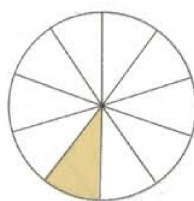


Figura 2.1: Fração associada à probabilidade.

Acreditamos que nem todos os exemplos são possíveis para o professor realizar essa ponte com o estudo das frações. Um exemplo seria os problemas que envolvem a probabilidade condicional. Sendo assim, o professor deve escolher os exemplos mais convenientes, para que, nesse momento, a probabilidade representada seja por meio de uma razão. Como o exemplo 3 deste capítulo.

2.2.3 Objetivos específicos para o ensino da Probabilidade do 6º e 7º anos do ensino fundamental

De acordo com a BNCC (Brasil [1], p. 132), no 6º ano do ensino fundamental o estudante deve ser capaz de:

indicar a probabilidade de um evento por um número racional (na forma fracionária, decimal e percentual) e compreender que, se um experimento aleatório for realizado com um grande número de tentativas, os resultados obtidos tendem à probabilidade calculada.

reconhecer os elementos de um gráfico de colunas, barras e linha (eixos, título, fonte e legenda).

comparar e interpretar dados de uma pesquisa que envolve duas categorias de variáveis, apresentadas por meio de colunas agrupadas.

Para o 7º ano do ensino fundamental, a BNCC (Brasil [1], p. 134, 135) determina que o estudante deve ser capaz de:

compreender o significado de termos como aleatoriedade, espaço amostral, resultados favoráveis, probabilidade, tentativas, experimentos equiprováveis, dentre outros.

planejar experimentos aleatórios ou simulações, estimar probabilidades e compreender probabilidades obtidas por meio de frequência.

compreender o significado de média como um indicador da tendência de uma pesquisa, calculando seu valor e relacionando, intuitivamente, com a variabilidade dos dados (dois conjuntos de dados podem ter a mesma média e serem distribuídos com amplitudes diferentes).

reconhecer os elementos de um gráfico de colunas, barras e linha (eixos, escalas, título, fonte e legenda).

comparar e interpretar dados apresentados em gráfico de setores, reconhecendo a adequação de seu uso, e construí-los a partir de dados coletados.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil [3], p.65), no 3º ciclo do ensino fundamental o estudante deve ser capaz de:

coletar, organizar e analisar informações, construir e interpretar tabelas e gráficos, formular argumentos convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas.

resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão.

O 6º e 7º anos do ensino fundamental da BNCC correspondem exatamente, ao 3º ciclo nos Parâmetros Curriculares Nacionais, apresentando características distintas.

Inicialmente, tanto para a BNCC como para os PCN's, o aluno do 6º ano deve ser capaz de determinar a probabilidade de um evento através de um número racional. No entanto, a BNCC, determina no 1º item que, o estudante deve perceber que, quando um experimento aleatório for realizado com um grande número de tentativas, os resultados obtidos tendem à probabilidade calculada. Note que este objetivo corresponde à Lei dos Grandes Números, que pode ser expressa segundo a BNCC seguinte forma:

Se um experimento aleatório for realizado com um grande número de tentativas, os resultados obtidos tendem à probabilidade calculada.

Acreditamos que a aplicação dessa lei não seja de fácil compreensão para os alunos do 6º ano.

Observa-se também que nos objetivos referentes ao 6º e 7º anos para o ensino da Probabilidade, a BNCC não tem uma linearidade, pois no 6º ano é sugerido que o aluno compreenda a Lei dos Grandes Números, algo complexo para esse ano ensino, já no 7º ano pede apenas que o aluno seja capaz de compreender o que é aleatoriedade, espaço amostral, resultados favoráveis, probabilidade, tentativas, experimentos equiprováveis, o que é bem mais simples e de fácil compreensão.

Por outro lado, segundo os PCN's, para determinar a probabilidade de um evento o professor deve, nas situações problema, envolver o raciocínio combinatório, o mesmo não deve usar fórmulas prontas como a fórmula do *arranjo*, *permutação* ou *combinação*, mas sim o *Princípio Multiplicativo*, que é de fácil compreensão para os alunos, além de resolver um grande número de problemas que envolvam contagem e não se enquadram nessas fórmulas prontas.

2.2.4 Objetivos específicos para o ensino da Probabilidade do 8º e 9º anos do ensino fundamental

De acordo com a BNCC (Brasil[1], p.136), o aluno no 8º ano deve ser capaz de:

construir o espaço amostral de experimentos, utilizando o princípio multiplicativo e indicar a probabilidade de um evento por meio de uma razão, verificando que a soma das probabilidades de todos os resultados individuais é igual a 1.

Para o aluno do 9º ano, a BNCC (Brasil[1], p.138) determina que o aluno deve ser capaz de:

reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de ocorrência nos dois casos.

escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas e histogramas) para apresentar um determinado conjunto de dados de uma pesquisa, destacando aspectos como as medidas de tendência central para compor um relatório descritivo dos resultados.

Segundo os PCN's de Matemática, para o quarto ciclo do ensino fundamental (Brasil[3], p.82), que corresponde ao 8º e 9º ano, o aluno deve ser capaz de:

construir tabelas de frequência e representar graficamente dados estatísticos, utilizando diferentes recursos, bem como elaborar conclusões a partir da leitura, análise, interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos.

construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos.

Observando que o 8º e 9º anos da base correspondem ao 4º ciclo dos PCN's, é possível verificar que em ambos os referenciais, a contagem dos casos possíveis e favoráveis de um evento pode ser obtido pelo princípio multiplicativo, que é de fácil compreensão pelo aluno, neste nível de instrução, e também problemas com contagem já foi visto em anos anteriores pelos alunos. Sabendo contar os casos favoráveis e possíveis, a probabilidade de um evento torna-se fácil de se determinar.

Capítulo 3

Análise da apresentação de probabilidade em livros didáticos para alunos do ensino fundamental

3.1 Comentários iniciais

Do capítulo anterior observa-se que em cada ano do Ensino Fundamental o ensino da probabilidade tem um "avanço". Inicia-se o estudo da Probabilidade com a ideia do acaso, da incerteza. No ano seguinte o aluno passa a ter a ideia da certeza, passa a compreender o sentido da possibilidade. Um pouco mais à frente, o aluno deve compreender o que seja um evento, para no ano seguinte o aluno identificar e determinar eventos do cotidiano, que têm maior chance de ocorrer. Vale observar que o aluno tem a ideia de chance ainda na educação infantil. Isto, para que, no 5º ano, o aluno seja capaz de determinar a probabilidade de um evento simples, identificar um acontecimento previsível ou aleatório. Ao avançar mais um ano de ensino o aluno já deve determinar a probabilidade por meio de uma razão. No 7º ano, o aluno deve compreender termos probabilísticos e estimar probabilidades. Este avanço, ano a ano, no ensino da Probabilidade ocorre para que no 8º e no 9º ano o aluno seja capaz de:

1. Compreender e classificar eventos;
2. Identificar eventos prováveis e improváveis, eventos que têm a mesma chance de ocorrer e eventos que têm maior possibilidades de ocorrer;
3. Determinar todos os possíveis resultados de um experimento;
4. Compreender o Princípio Multiplicativo e saber aplicá-lo;
5. Estabelecer sua própria maneira de realizar contagens;
6. Deferenciar possibilidade de probabilidade;

7. Determinar a probabilidade de um evento ocorrer;
8. Construir o espaço amostral de experimentos, utilizando o Árvore das possibilidades;
9. Verificar se a soma das probabilidades de todos os resultados individuais é igual a 1.

Vale observar que, de acordo com a Base Curricular da Escola, na qual foi aplicada as atividades sugeridas nesse trabalho, o aluno no 8º ano deve ser capaz de:

Construir o espaço amostral de experimentos, utilizando o princípio multiplicativo e indicar a probabilidade de um evento por meio de uma razão, verificando que a soma das probabilidades de todos os resultados individuais é igual a 1

Este objetivo para o ensino da Probabilidade foi elaborado em equipe para a escola por seus professores de matemática.

É fato que, como foi analisado no capítulo 2, os PCN's e a BNCC servem como referenciais para orientar a educação básica brasileira, particularmente os professores, visto que estes, ao planejar suas aulas, devem ter em mente o que preconiza tais referenciais para a educação.

Além disso, com o objetivo de melhorar e orientar a educação brasileira, o Governo Federal através do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), distribui livros didáticos, dicionários e obras complementares às escolas públicas do ensino fundamental e médio, inclusive aos segmentos da educação de jovens e adultos e da educação do campo. O livro enviado para a escola é escolhido pelo professor da própria escola e esta escolha é realizada a cada três anos. Os livros didáticos do Programa são impressos com uma estrutura física resistente, a fim de que sejam usados por três anos consecutivos. No final do ano letivo, os alunos devem devolver, em condições de uso, os livros didáticos para que sejam utilizados por outros estudantes.

Sendo o livro didático um referencial para o professor, sua escolha deve ser feita de forma bastante criteriosa. De modo geral, é destinado um turno para que os professores, reunidos por áreas de conhecimentos, com base nos guias do PNLD, PCN e BNCC, analisem diversas coleções, de diferentes autores e editoras, e realizem a escolha. Analisamos neste trabalho três livros didáticos para alunos do 8º e 9º ano de coleções e diferentes editoras e outros três livros didáticos para alunos do 3º e 5º ano de coleções e diferentes editoras.

É importante observarmos que o foco desse trabalho é a Probabilidade, assim não foram analisados os livros em sua totalidade, apenas analisamos os capítulos ou tópicos nos quais o autores exploraram a Probabilidade. Ao longo deste capítulo, foi analisado se, ao explorar o tema Probabilidade, o autor de cada livro está de acordo com os PNC's e a BNCC, cujos objetivos referentes ao ensino da Probabilidade encontram-se nos capítulos 2 e 3.

3.2 Fundamentos para análise de livros didáticos.

De acordo com Elon (LIMA[7], p.1), a análise do livro didático deve levar em conta sua adequação a três componentes básicas do ensino: *conceituação, manipulação e aplicação*. Em uma análise de livros didáticos, esses componentes devem ser bem avaliados de modo a garantir que o livro examinado é organizado de modo a permitir que seu leitor, aluno ou professor, possa utilizar os conhecimentos envolvidos.

Para Elon (LIMA[7], p.1), a conceituação, a manipulação e a aplicação podem ser definidas como:

A conceituação compreende a formulação de definições, o enunciado de proposições, o estabelecimento de conexões entre os diversos conceitos, bem como a interpretação e a reformulação dos mesmos sob diferentes aspectos. É importante destacar a importância que a conceituação precisa é indispensável para o êxito das aplicações.

A manipulação de caráter essencialmente (mas não exclusivamente) algébrico, está para o ensino e o aprendizado da Matemática assim como a prática dos exercícios e escalas musicais está para a Música. A habilidade no manuseio de equações, fórmulas, operações e construções geométricas elementares, o desenvolvimento de atitudes mentais automáticas, verdadeiros reflexos condicionados, permitem ao usuário da Matemática concentrar sua atenção consciente em pontos realmente cruciais, sem perder tempo e energia com detalhes.

Aplicação é o emprego de noções e teorias da Matemática em situações que vão de problemas triviais do dia-a-dia a questões mais sutis provenientes de outras áreas, quer científicas quer tecnológicas. Ela é a principal razão pela qual o ensino da Matemática é tão difundido e tão necessário.

Ainda de acordo com Elon (LIMA[7], p.2), ao examinar um livro didático, com relação ao componente conceituação, devemos observar os seguintes aspectos:

1. *Erros* - Estes são de natureza ampla. Podem ser de desatenção, de raciocínio, de definição, de conceitos mal formulados e vagos;
2. *Excesso de formalismos* - Podem ser de definições desnecessárias;
3. *Linguagem inadequada* - Podem ser erros gramaticais;
4. *Imprecisão* - Podem ser definições parciais;
5. *Obscuridade* - Aqui a conceituação e a didática devem juntar-se para que se dê atenção a trechos ambíguos, ininteligíveis ou contraditórios;
6. *Confusão de conceitos* - Ocorrem principalmente nos argumentos demonstrativos;
7. *Objetividade* - Que consiste em não dar relevância a pontos triviais;

8. *Conexões* - Os assuntos expostos no livro devem ser relacionados uns com os outros, sempre que possível.

Com base nesses componentes, faremos a análise dos livros didáticos, especificamente no capítulo ou tópico que se refere ao estudo da Probabilidade. Todos os livros que analisamos receberam o veredito "satisfatório" e as observações que faremos baseiam-se essencialmente em aspectos particulares e pessoais que sugerimos.

3.3 Critérios para análise do livro didático

Considerando que foram analisados três livros didáticos para o Ensino Fundamental I e outros três livros didáticos para o Ensino Fundamental II, para que essas análises fossem realizadas de forma justa, elas foram uniforme e imparcial, ou seja, cada livro didático foi comparado e analisado de acordo com os mesmos itens, referentes aos capítulos que abordavam o tema Probabilidade.

Assim, devemos analisar se a forma como o conteúdo Probabilidade está sendo repassado para os alunos adequa-se às três componentes básicas: conceituação, manipulação e aplicação vistas na seção 3.2. E além disto, analisando se a forma como o conteúdo está sendo repassado para os alunos, nos dará base para avaliarmos se os livros conseguem atingir os objetivos para o ensino da Probabilidade sugeridos pelos PCN's e pela BNCC, vistos no capítulo 2 e na seção 3.1. Levando em consideração o que falamos, elaboramos os seguintes pontos que nortearam a nossa análise dos livros didáticos:

1. Aspectos visuais

Observamos o tamanho da fonte, o espaçamento entre as linhas, a qualidade das figuras apresentadas e sua relação com o conteúdo. Se os gráficos e tabelas apresentados indicam fontes e datas de onde foram obtidas.

2. Contextualização

Nesse ponto verificamos a forma como o autor explorou o tema, se os exemplos utilizados e as atividades são convenientes para a realidade dos alunos, como também a formalização da definição e sua clareza. Observamos ainda, se existem erros, sejam eles, erros de desatenção, de raciocínio, de definição ou de português.

3. Exploração do Princípio Fundamental da Contagem

Observamos se e como o autor explora, em algum exemplo, o Princípio Fundamental da Contagem e também se faz isto nos exercícios.

4. Atividades propostas

Avaliamos as atividades sugeridas pelo autor, se estão de acordo com a abordagem do tema, se são convenientes para a realidade dos alunos, se, em alguma questão o autor explora outro conteúdo não explorado na contextualização sobre Probabilidade.

5. Interdisciplinariedade

Verificamos se os exemplos e as atividades exploraram outras áreas do conhecimento, relacionando a Probabilidade com outras disciplinas e sua aplicação no cotidiano.

6. Orientações didáticas ao professor

Neste ponto analisamos as sugestões do autor para o professor, sua clareza, se realmente são interessantes, se é possível a aplicação dessas sugestões nas aulas e também se são relevantes.

7. Manipulações de fórmulas

Observamos se os autores apresentam em seus exemplos e atividades, problemas que estimulem o raciocínio dos alunos, ou se seus problemas têm soluções mecânicas.

Os critérios que acabamos de expor servem como sugestões para uma análise de livro didático e podem ser melhorados e adaptados dependendo da realidade do leitor.

3.4 Breve análise da apresentação de probabilidade em livros didáticos para alunos do Ensino Fundamental I

Pelo fato do tema Probabilidade estar sendo recentemente abordado no currículo do Ensino Fundamental I, analisamos a apresentação de probabilidade em três livros didáticos do ensino básico, tentando verificar como o tema é abordado nos livros dos anos iniciais de ensino. Nossa análise não foi aprofundada para os livros do 3º ao 7º ano, pois nosso objetivo é analisar detalhadamente os livros dos 8º e 9º anos. O objetivo aqui é verificarmos o crescendo como o tema Probabilidade é apresentado para os alunos afim de que se compreenda com plenitude a apresentação do tema para alunos do 8º e 9º anos.

3.4.1 Análise da apresentação de probabilidade em livros didáticos para alunos do 3º ano

Observamos que no livro *Aprender com Alegria do 3º ano - Integrado* (FERREIRA E PEREIRA, [13]) os autores exploraram o tratamento da informação com a leitura e construção de tabelas e gráficos em 9 páginas, das 72 páginas do livro. Em nenhuma página a probabilidade foi explorada pelos autores.

No livro *Aprender com Alegria do 3º ano - Integrado*, na parte destinada ao professor, denominada *Manual do Professor*, os autores Ferreira e Pereira dizem que:

As atividades que envolvem o tratamento da informação visam mostrar ao aluno diferentes formas de organizar dados para que eles interpretem de maneira rápida e eficiente.

Ao explorar duas atividades sobre unidades de medidas, os autores propõem a utilização de gráficos de colunas, solicitando uma coleta de dados na sala de aula, a ser feita pelo aluno, como mostram as figuras 3.1 e 3.2 a seguir.

LER E CONSTRUIR TABELAS E GRÁFICOS

1. Consiga uma fita métrica para medir a altura de cinco colegas.

a. Complete a tabela. *Resposta do aluno.*

Nome do colega	Altura
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	

b. Represente as medidas em um gráfico. *Resposta do aluno.*

Gráfico de colunas

c. Observe o gráfico e responda. *Respostas do aluno.*

- Quem é o colega mais alto? Qual é a altura dele?

- Quem é o colega mais baixo? Qual é a altura dele?

- Escreva o nome dos colegas por ordem crescente de altura.

184
MATEMÁTICA

Figura 3.1: Coleta das medidas das alturas.

Fonte: Ferreira e Pereira [13], p. 184.

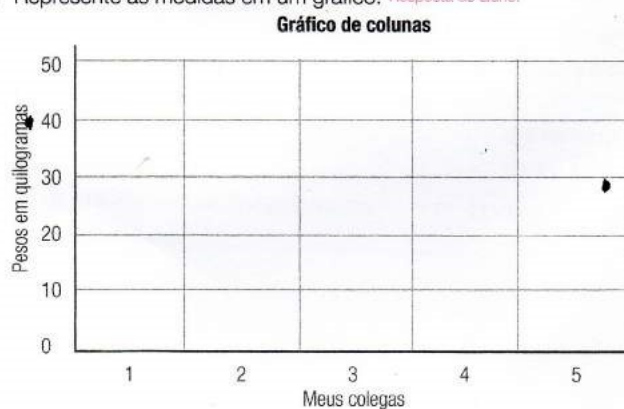


LER E CONSTRUIR TABELA E GRÁFICO

1. Procure saber o peso de cinco colegas. *Resposta do aluno.*
a. Complete a tabela.

Nome do colega	Peso
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	

- b. Represente as medidas em um gráfico. *Resposta do aluno.*



- c. Observe o gráfico e responda. *Respostas do aluno.*
- Quem é o colega mais pesado? Qual é o peso dele?
 - Quem é o colega mais leve? Qual é o peso dele?
 - Escreva o nome dos colegas por ordem crescente de peso.



Figura 3.2: Coleta das medidas do peso.

Fonte: Ferreira e Pereira [13], p. 196.

Nota-se que em ambas as atividades os autores pedem que o estudante realize uma coleta de dados com os colegas da sala de aula. Observa-se que no gráfico de colunas, os autores sugerem medidas múltiplas de 10, porém existem alunos que não pesem ou meçam o que determinam algumas dessas medidas múltiplas de 10, por exemplo 37 kg e 104 cm. Para que um aluno registre tais dados, ele precisará da orientação mais cuidadosa do professor.

Outro ponto que vale observar é que, na maioria das escolas, o professor das séries iniciais do Ensino Fundamental tem o curso pedagógico, onde, em geral, os conceitos matemáticos não são muito aprofundados. Desta forma, mesmo o livro estando de acordo com os

PCN's, seria adequado que os autores nas próximas edições do livro orientassem melhor os professores sobre o que relatamos no parágrafo anterior para que as atividades possam ser melhor exploradas em sala de aula.

Analisando outro livro didático, verificou-se que no livro *Projeto Buriti* ([14], p. 98), os autores não exploraram a probabilidade. No entanto, ao falar sobre A Multiplicação, na Unidade 4, os autores associaram a multiplicação com as possibilidades de um evento e também associaram a multiplicação com o princípio multiplicativo em um tópico denominado por eles como *Combinando as possibilidades*. Achemos que essa foi uma boa atitude dos autores. Constate o fato na figura 3.3.

Combinando possibilidades

Vamos conhecer

Caio foi comprar um sorvete com cobertura. Ele pode escolher sorvete de creme ou de chocolate, e a cobertura pode ser de caramelo, baunilha, morango ou framboesa.

OBJETO DIGITAL
Animação



- Se Caio quiser 1 sorvete de chocolate com 1 sabor de cobertura, quais opções ele terá?
Chocolate com caramelo, chocolate com baunilha,
chocolate com morango e chocolate com framboesa.
- Quantas opções diferentes com 1 sabor de sorvete e 1 sabor de cobertura Caio tem para escolher?
Caio tem 2 opções de escolha para o sorvete e 4 opções de escolha para a cobertura.
Multiplicação ▶ 2 × 4 = 8
Caio tem 8 opções diferentes com 1 sorvete e 1 cobertura para escolher.

98 noventa e oito

Figura 3.3: Combinando as possibilidades
Fonte: Livro Projeto Buriti [14], p.98.

Nota-se que os autores do livro *Projeto Buriti* utilizaram uma situação problema, com um exemplo adequado para que os alunos fossem capazes de compreender o tópico. Além disso, fez uma excelente escolha ao falar possibilidades. É pertinente deixar claro para os leitores deste trabalho que, para nós, *possibilidades* são os possíveis resultados de um experimento, enquanto a palavra *probabilidade* está relacionado à chance de uma possibilidade ocorrer, está relacionado a uma medida. Observamos, também, que os autores abordaram a situação de duas formas: descrevendo os possíveis resultados e utilizando o Princípio Multiplicativo de maneira bem simples, ideal para um aluno do 3º ano.

Um outro ponto interessante foi que os autores deste livro *Projeto Buriti*, na parte destinada ao aprofundamento do professor, ressalta:

...o raciocínio combinatório é fundamental na resolução de um grande número de problemas práticos de contagem...

Com isso os autores afirmam ao professor que tal raciocínio é extremamente importante e o mesmo não deve dar ênfase a fórmulas prontas que envolvem contagem.

Ainda conforme o autor:

...um modo de evidenciar o raciocínio multiplicativo exigido por essa atividade é explicar que para cada sabor de sorvete, pode ser escolhido 1 entre 4 sabores de cobertura; portanto, se há 2 opções de sabor de sorvete e serão 2 vezes 4 (ou seja, 8) combinações de 1 sabor de sorvete com 1 sabor de cobertura.

Com essa afirmação, os autores tentam esclarecer que a compreensão do Princípio Multiplicativo talvez não seja simples para o aluno e também não seja claro para um professor. Mas eles esclarecem tal situação, ao explorar quais são as possibilidades para depois discutir quantas elas são e como é possível contá-las, expondo assim a forma da contagem.

Depois da exposição do problema, os autores do livro sugerem exercícios, procurando reforçar as possibilidades e o Princípio Multiplicativo, associando, inclusive, o uso das tabelas. Conforme observa-se na figura 3.4.

Após análise da atividade constante na figura 3.4, é possível afirmar que os autores estão de acordo com os PNC's, como também com a BNCC, e tratam o assunto muito adequadamente para o público ao qual o livro se destina.

Vamos praticar.

1 Leia e faça o que se pede.

Clara ganhou uma boneca de presente. Acompanham a boneca 2 vestidos e 3 pares de sapatos. Pinte as possíveis escolhas de 1 vestido e 1 par de sapatos para a boneca de Clara.

rs = rosa am = amarelo
vd = verde ma = marrom

Combinções de vestido e sapato

Agora, responda às questões.

a) De quantas formas é possível vestir a boneca de Clara?
6 formas.

b) Que multiplicação está associada ao número de possibilidades para vestir a boneca de Clara com 1 vestido e 1 par de sapatos?
Multiplicação ▶ 2 × 3 = 6 ou $3 \times 2 = 6$

2 Responda às questões.

Agnes tem os vasinhos e as flores mostrados ao lado e quer montar alguns enfeites para sua casa.

a) Quantas são as possibilidades de escolha de Agnes para montar o enfeite usando 1 vasinho e 1 flor? $3 \times 3 = 9$

b) Explique a um colega como você pensou para responder à questão anterior e ouça a explicação dele. Resposta pessoal.

▶ Mais atividades na página 41 do **Caderno de Atividades.**

noventa e nove **99**

Figura 3.4: Combinando as possibilidades
Fonte: Livro Projeto Buriti [14], p.99.

3.4.2 Análise da apresentação de Probabilidade em livro didático para alunos do 5º ano

Verificamos que o livro *A aventura do Saber*, de autoria de Iracema Mori [8], do 5º ano, da editora Leya aborda em duas unidades distintas o tema Probabilidade.

No capítulo 8 a autora fala sobre *Possibilidades*, trazendo ilustrações que ajudam na compreensão do tema, trabalhando-o de duas formas diferentes: a primeira realizando perguntas para melhor compreensão; e na segunda, construindo uma tabela de dupla entrada, conforme verifica-se na figura 3.5. Sobre capítulo 8 o autor afirma que:


...retoma-se a ideia de combinações (possibilidades) associada à multiplicação.

...nessas atividades eles exercitam o cálculo do total de combinações.

Com essas palavras o autor procura associar o Princípio Multiplicativo com a contagem do número de eventos favoráveis. Em nossa opinião, o Princípio Multiplicativo tem ideia bem simples, mas acreditamos que não seja simples para o aluno do 5º ano compreendê-lo plenamente sem bastante exercício que possa praticá-lo. Explorar o problema com questionamentos seria uma sugestão para a melhor compreensão do Princípio nesta fase de aprendizagem do aluno.

POSSIBILIDADES

O Time da Vila está escolhendo o uniforme que será usado no próximo ano. Foram oferecidos 4 modelos diferentes de camiseta, na cor verde, e o calção em 3 cores diferentes.












1 O técnico está pensando em escolher a camisa B. De quantas maneiras diferentes ele poderá completar o uniforme escolhendo um tipo de calção?
3 maneiras diferentes.

2 Um jogador escolheu o calção azul. Complete o uniforme de duas maneiras diferentes escolhendo uma camisa.
Resposta possível: Calção azul e camisa D; Calção azul e camisa A.

3 Com as opções oferecidas, quantas combinações diferentes podem ser feitas para escolher uma camisa e um calção? *12 combinações diferentes.*

DE OLHO NA ROTA

1 Complete um quadro como este escrevendo todas as possibilidades de escolha que existem na situação proposta acima:

Camisa				
Calção				
	azul; A	azul; B	azul; C	azul; D
	verde; A		verde; C	verde; D
	vermelho; A	vermelho; B	vermelho; C	

111

Figura 3.5: Possibilidades

Fonte: Mori, I. [8], p.111

Acompanhando-se com a figura 3.5 maneira que sugeriríamos para fazer os questionamentos da seguinte forma:

1. Escolhendo o calção de cor azul e um modelo de camisa, de quantas maneiras poderíamos formar o uniforme do time?
2. Escolhendo o calção de cor verde e um modelo de camisa, de quantas maneiras poderíamos formar o uniforme do time?
3. Escolhendo o calção de cor vermelha e um modelo de camisa, de quantas maneiras poderíamos formar o uniforme do time?
4. Escolhendo o calção e um modelo de camisa, de quantas maneiras poderíamos formar o uniforme do time?

Note que, com os questionamentos sugeridos, o aluno pode construir gradativamente o espaço amostral para cada cor de calção, e assim a chegar ao conceito de possibilidades, tendo como base a escolha de uma cor para o calção.

Um outro fato interessante é que a autora solicita no problema 3, do livro *A aventura do Saber*, que o aluno exponha todos os resultados possíveis de um experimento, utilizando algo extremamente valioso para determinar probabilidades, a árvore das possibilidades, conforme observa-se na figura 3.6.

Observa-se que a autora apresenta um ramo inicial da árvore das possibilidades, passando a ideia central para o aluno construí-la. Com isso o aluno conseguirá, com a ajuda do professor concluir a árvore, observando a forma como foi proposta o ramo inicial. Apesar da *árvore das possibilidades* não ser citada pela BNCC nem pelos PCN's, neste ano de ensino, acreditamos que foi uma excelente iniciativa a autora ter exposto para os alunos essa ferramenta matemática, utilizada na resolução de problemas que envolvem a Probabilidade.

2 Joana vai preparar uma deliciosa salada para o jantar. Veja que ingredientes ela tem na geladeira:

INGREDIENTE PRINCIPAL



Ovo

Jiri Hera/ Shutterstock



Queijo

Ruslan Kolarov/ Shutterstock

FOLHAS



Alface

Svetlana ual/ Shutterstock



Rúcula

HandmadePictures/ Shutterstock



Agrião

Hong Voi/ Shutterstock

LEGUMES



Cenoura

andergphoro/ Shutterstock



Vagem

SOMAY/ Shutterstock



Abobrinha

elegantkor/ Shutterstock

a) Joana escolheu ovo. De quantas maneiras diferentes ela poderá preparar essa salada, escolhendo um tipo de folha e um tipo de legume?

3 maneiras diferentes.

b) Com as opções de alimentos que ela tem na geladeira, quantas combinações, escolhendo um tipo de cada ingrediente, poderão ser feitas para preparar essa salada?

18 combinações diferentes.

3 Observe como encontrar as combinações de salada que poderão ser preparadas escolhendo ovos e um ingrediente de cada um dos outros tipos mostrados na atividade anterior. Esse é um esquema a que chamamos **árvore de possibilidades**. Complete o esquema abaixo.



Figura 3.6: Árvore das possibilidades.
Fonte: Mori, I. [8], p. 112.

No capítulo 13, nas páginas 218 à 220 do livro *A aventura do Saber*, conforme observa-se na figura 3.7, a autora retoma a noção de probabilidade com o tema *Explorando Probabilidades*, atendendo os objetivos da BNCC para este ano de ensino. Ressaltamos um ponto bem positivo que, por meio da abordagem feita pela autora, verificamos que o objetivo da situação problema e da questão é que o aluno seja capaz de identificar eventos que tenham maior chance de ocorrer.

➤

EXPLORANDO PROBABILIDADES

Samuel e Sofia jogam um dado. Cada um dá um palpite sobre a face que estará virada para cima quando o dado parar. Observe a cena e depois responda às questões a seguir.



1

Dê sua opinião: quem tem mais chances de acertar? Explique sua resposta.

Resposta pessoal. Espera-se que o aluno perceba que as chances são iguais, porque em um dado a quantidade de números pares é igual à de números ímpares.

2

Jogando um dado, é mais provável que saia um número maior que 2 ou um número maior que 4? Explique sua resposta.

Resposta esperada: é mais provável que saia um número maior que 2, porque no dado há quatro números maiores que 2 e apenas dois números maiores que 4.

3

Jogue um dado e anote o resultado obtido na face superior no quadro ao lado. Depois, responda: algum resultado aconteceu mais vezes que outro? Explique sua resposta.

Menor que 4	4	Maior que 4



Resposta pessoal.

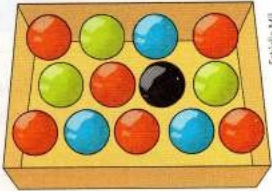
218

Figura 3.7: Explorando as probabilidades.
 Fonte: Mori, I. [8], p. 218

Outro ponto positivo apresentado no manual do professor contido no livro *A aventura do Saber*, é que a autora esclarece que probabilidade é o número que quantifica a chance de um evento ocorrer. Já através da figura 3.8, observamos que o autor na seção "*De olho na rota*" relaciona as chances de um evento ocorrer com a sua probabilidade, conforme sugere a BNCC.

DE OLHO NA ROTA

1 Joaquim vai colocar 13 bolas de cores vermelha, verde, azul e preta dentro de um saco não transparente. Em seguida, ele vai retirar, sem olhar, uma bola desse saco.



Observe a figura acima e responda às questões a seguir:

a) Qual é a cor que tem mais chances de ser sorteada? Explique sua resposta.

Vermelha, porque há mais bolas vermelhas do que de outra cor.

b) É mais provável sair uma bola verde ou uma bola azul? Explique sua resposta.

As chances são iguais, porque a quantidade de bolas azuis é igual à de bolas verdes.

c) É mais provável sair uma bola verde ou uma bola preta? Explique sua resposta.

Verde, porque há mais bolas verdes do que pretas.

Imagine um saco, não transparente, com 10 bolas, das quais 5 são vermelhas, 3 são azuis e 2 são verdes. Uma pessoa vai retirar uma bola ao acaso.

Nessa situação:

- A probabilidade de que saia uma bola vermelha é de 5 em 10, ou seja, a probabilidade é de $\frac{5}{10}$.
- A probabilidade de que saia uma bola azul é de 3 em 10, ou seja, a probabilidade é de $\frac{3}{10}$.
- A probabilidade de que saia uma bola verde é de 2 em 10, ou seja, a probabilidade é de $\frac{2}{10}$.

219

Figura 3.8: Probabilidades.

Fonte: Mori, I.[8], p.219.

3.5 Análise da apresentação de Probabilidade em livros didáticos para alunos dos 8º e 9º anos

A escolha dos três livros didáticos analisados para os alunos destes anos foi feita observando os seguintes pontos:

Livros adotados na Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Souza - EMEFEAS - Montadas - PB. Escola na qual foram aplicadas as atividades propostas neste trabalho, que serão apresentados no próximo capítulo;

Acesso dos professores a outras coleções de diferentes editoras.

Deve ser esclarecido que as três obras analisadas, pertenciam ao Guia do PNLD (2014) [5]. O ano de 2016 é o último ano de vigência destas coleções, já para os próximos três anos o Ministério da Educação lançou um Guia do PNLD (2017)[6]. Neste guia, o MEC informa quais coleções podem ser adotadas pelas escolas públicas, e versões atualizadas das coleções *Matemática - Vontade de saber* [19] e *Matemática - Ideias e desafios* [11], permanecem como sugestões de coleções a serem adotadas pelas escolas. Já a versão atualizada da coleção *Radix - Raiz do conhecimento* [15] não consta neste guia, ou seja, para os próximos três anos a coleção não estará disponível para as escolas públicas.

3.5.1 Análise da apresentação de Probabilidade no livro *Vontade de saber Matemática*

A coleção *Vontade de saber Matemática* (Sousa e Pataro [19]) é adotada pela escola EMEFEAS, escola na qual foram aplicadas as atividades propostas neste trabalho. É uma obra em 4 volumes para alunos do 6º ao 9º ano, organizada pela editora FTD. Joamir Roberto de Souza e Patricia Rosana Moreno Pataro são os autores da obra. Em particular, foi analisada a 2ª edição, publicada no ano de 2012, seu registro no ISBN é 978 85 322 8154 8.

Analisamos o 3º volume desta coleção, destinada aos alunos do 8º ano. A obra está organizada em 13 capítulos. Ao final de cada capítulo o autor traz as seções *Refletindo sobre o capítulo*, *Explorando o tema*, *Revisão e Testes*.

A Probabilidade é abordada em um tópico no capítulo 9, intitulado *Tratamento da informação*. Para a teoria, os autores utilizaram duas páginas (211 e 212) e, para os exercícios, três páginas.

Com relação aos aspectos visuais da coleção, estes podem ser considerados adequados. Em decorrência do tamanho da fonte, os alunos podem visualizar facilmente a teoria. Apresenta, ainda, figuras para ajudar na visualização do problema, o colorido dessas figuras

desperta a atenção do aluno, além disso, o papel utilizado é de boa qualidade e tem uma boa impressão gráfica.

Para explorar o conteúdo Probabilidade, os autores utilizam um vocabulário simples, de fácil compreensão pelos alunos. Os autores iniciam a abordagem utilizando um exemplo simples. No entanto, acreditamos que seria mais conveniente, os autores iniciarem a exploração do conteúdo informando aos alunos que eles podem usar as probabilidades para tomar decisões, estimulando os alunos a estudar probabilidade.

Os autores utilizam um exemplo simples de probabilidade, envolvendo caixa de papelão e bolas de cores e quantidades variadas, para que o aluno compreenda que ao ser retirada ao acaso, cada bola tem chances diferentes, algumas tem maiores chances de sair outras menores chances. Neste exemplo inicial os autores aproveitam para diferenciar possibilidade de probabilidade, conforme figura 3.9:

O número de possíveis resultados que podemos obter é chamado **possibilidade**, e a chance que uma possibilidade tem de ocorrer chamamos **probabilidade**.

Figura 3.9: Possibilidades e probabilidade.

Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 211.

Ao apresentar as definições sobre possibilidades e probabilidades os autores cometem um erro conceitual. Em nossa opinião a palavra número, usada pelos autores está inadequada para o momento, visto que possibilidades formam o espaço amostral, é o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento. Além disso os autores associaram probabilidade à palavra chance, mas chance é a oportunidade dada a alguém, enquanto probabilidade é um número real, a medida de uma chance.

A probabilidade de ocorrer um acontecimento é um número real entre 0 e 1, ou seja, entre 0% e 100%.

Figura 3.10: Variação de uma probabilidade.

Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 212.

Observa-se, na figura 3.10 que os autores utilizam a expressão *ou seja* em um momento inoportuno. Entendemos que a expressão *ou seja* é usada para explicar algo que já foi dito, neste caso o fato é que a probabilidade é um número, entre 0 até 1, que pode ser representada na forma decimal, fracionária ou como porcentagem.

Em seguida, os autores trazem para os alunos um pouco da história da probabilidade, citando alguns estudiosos desse tema. Um aspecto positivo é o fato do manual do professor

apresentar a biografia desses estudiosos, para o aprofundamento e conhecimento do professor.

Com relação aos exercícios, os autores trazem uma quantidade razoável de questões. De modo geral, pode-se afirmar que os exercícios são interessantes, que estão de acordo com a teoria abordada. Além disso, no manual do professor, para algumas questões, são apresentadas orientações para a abordagem das mesmas em sala de aula. No entanto, vale comentar sobre três exercícios específicos.

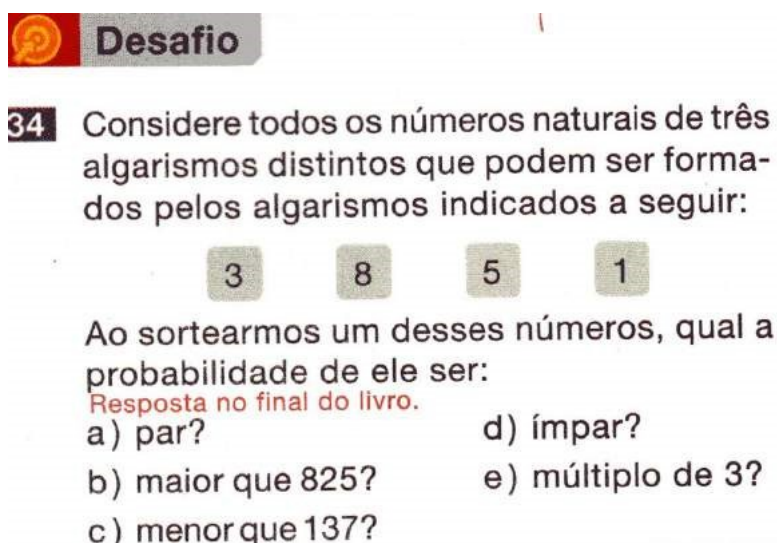
1. Questão 31. Vide figura 3.11 - Essa questão é interessante, nela é dada a probabilidade de serem retiradas as bolas de uma caixa e pede que o aluno determine a quantidade de bolas de determinadas cores. Para essa questão os autores não fizeram recomendações no manual do professor, e também não trazem exemplos semelhantes. No manual do professor, que acompanha o livro, os autores fazem comentários sobre a resolução de algumas questões. No entanto não faz nenhum comentário sobre essa questão 31 que, em nossa opinião, mereceria algumas palavras explicativas. Dessa forma, no manual do professor, achamos que deveria ser feito algum comentário sobre essa questão, pois a mesma é calculada de maneira inversa, de trás para frente. Com relação à redação desta questão, o autor afirma que *foram colocadas 15 bolas azuis*, mas não expõe o momento em que ocorre a ação. Assim o aluno poderá interpretar a questão de duas maneiras distintas: a primeira interpretação seria que na caixa havia bolas azuis, na qual não sabe-se a quantidade e em seguida foi colocada mais 15 bolas azuis e a segunda interpretação seria que na caixa foi colocada apenas as 15 bolas azuis.

- 31** Em uma caixa foram colocadas bolas nas cores preta, verde, branca e azul. Ao retirar ao acaso uma dessas bolas, a probabilidade de a bola ser preta é 20% e de ser verde, 10%. Na caixa, foram colocadas 15 bolas azuis e a quantidade de bolas verdes é $\frac{1}{4}$ da quantidade de bolas brancas.
- a) Quantas bolas foram colocadas na caixa?
50 bolas
- b) Quantas bolas de cada cor foram colocadas na caixa? 10 bolas pretas, 5 bolas verdes, 20 bolas brancas e 15 bolas azuis

Figura 3.11: Questão 31.

Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 214.

2. Questão 34. Vide figura 3.12 - Nesta questão, os autores a nomeiam como Desafio. De fato, é uma questão mais elaborada, que exige um pouco mais de raciocínio por parte do aluno, incluindo também uma boa noção sobre números. Acreditamos que ao ver a palavra desafio, o aluno antes de tentar resolvê-la, pode julgar-se incapaz, sem tentar solucioná-la. Nessa questão, também não são apresentadas orientações para o professor. Com relação a redação da questão, os alunos podem compreender o enunciado. Porém, falta o verbo na pergunta, uma redação que sugeriríamos seria "...qual é a probabilidade...".



Desafio

34 Considere todos os números naturais de três algarismos distintos que podem ser formados pelos algarismos indicados a seguir:

3 8 5 1

Ao sortearmos um desses números, qual a probabilidade de ele ser:

Resposta no final do livro.

a) par? d) ímpar?
b) maior que 825? e) múltiplo de 3?
c) menor que 137?

Figura 3.12: Questão 34.

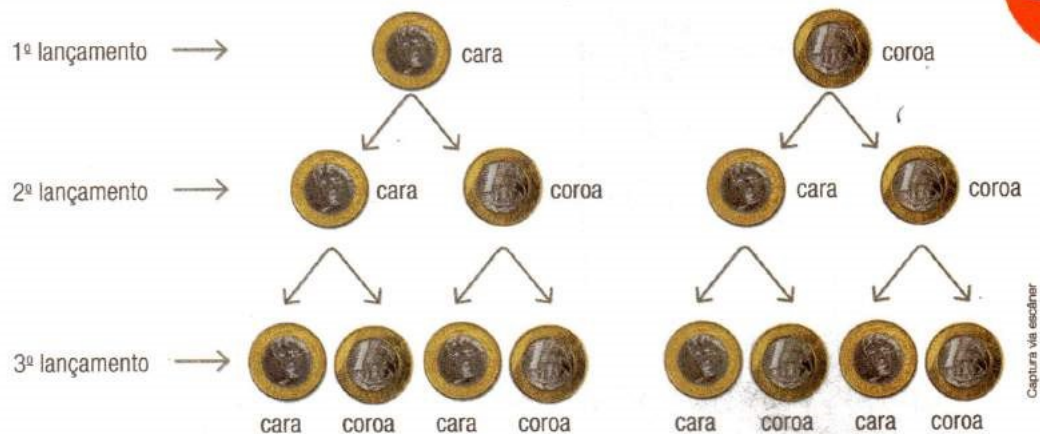
Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 214.

3. Questão 50. Vide figura 3.13- Essa questão é bastante interessante. Nela é explorada a árvore das possibilidades e, mesmo não tendo falado anteriormente sobre a árvore das possibilidades, os autores expõem a situação de maneira clara para o aluno. A única observação a ser feita é que essa questão foi colocada na parte destinada à revisão do capítulo. Frequentemente, o professor não costuma explorar essas questões, sempre deixando a critério do aluno, que muitas vezes não acha importante resolvê-las. Por ter sido explorada a árvore das possibilidades, ferramenta matemática importante no cálculo das probabilidades, seria oportuno que estivesse colocada junto das questões no exercício, para que, desta forma, fosse mais provável o aluno resolvê-la. Com relação a redação da questão, os alunos podem compreender o enunciado. Porém, falta o verbo na pergunta feita nos itens a e c, a redação sugerida seria "...qual é a probabilidade...".

- 50** Daniela fará três lançamentos com uma moeda. Em cada lançamento é possível obter cara ou coroa. Veja um diagrama de árvores representando todas as possibilidades.



Paula Diazzi



Captura via escâner

- Qual a probabilidade de Daniela obter três caras nesses lançamentos? E de obter três coroas? **12,5%; 12,5%**
- Determine a probabilidade de Daniela obter uma cara e duas coroas. **37,5%**
- Se Daniela realizar um 4º lançamento, qual a probabilidade de ela obter, no total, duas caras e duas coroas? **37,5%**

Figura 3.13: Questão 50.

Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 222.

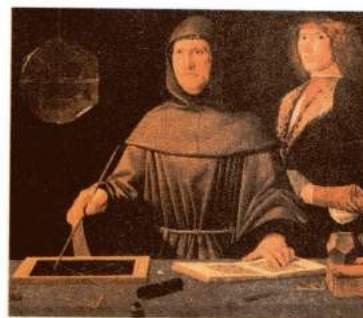
Conforme já foi dito na introdução deste capítulo, os livros são adotados nas escolas públicas por três anos e o ano de 2016 é o último ano do PNLD - 2014. Do decorrer destes três anos, a coleção *Vontade de Saber Matemática* [SOUSA e PATARO] foi reeditada, tendo algumas alterações. A versão atualizada dessa coleção é uma das coleções sugeridas pelo Guia do PNLD - 2017 [6]. Ao longo desta pesquisa, tivemos acesso à versão atualizada da coleção, versão que pode ser adotada nas escolas públicas nos próximos três anos. Na versão atualizada da coleção foi possível analisar a nova abordagem sobre probabilidade feita pelos autores.

No terceiro volume da coleção, na versão atualizada, na parte teórica teve uma única alteração, os autores retiraram a história da Probabilidade. A figura 3.14 apresenta a parte retirada pelos autores.

A sistematização acerca dos estudos das probabilidades teve seu início no século XV, com a obra *Summa*, do frade italiano Luca Pacioli (c. 1445–1509).

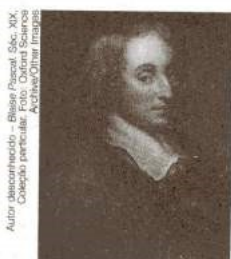
No entanto, somente em 1654, a partir de uma correspondência entre os matemáticos Blaise Pascal (1623–1662) e Pierre de Fermat (1601–1665), é que se considera o início das bases da teoria das probabilidades. A princípio, essa teoria visava tratar de assuntos relacionados a jogos de azar. Contudo, no decorrer dos anos foram dadas a ela muitas outras aplicações.

Em 1657, o matemático holandês Christiaan Huygens (1629–1695) escreveu o primeiro tratado formal da teoria das probabilidades, baseado na correspondência entre Pascal e Fermat.



Jacopo de Barbari, 1565. Ocaso de Luca Pacioli e Leonardo da Vinci. Galeria do Museo Nazionale di Capodimonte, Nápoles.

Obra do artista Jacopo de Barbari retratando Luca Pacioli e Leonardo da Vinci.



Autor desconhecido - Blaise Pascal. Séc. XIX. Coleção particular. Foto: Diána Szencsi. ArhiveOnLine Hungary

Blaise Pascal.



Autor desconhecido - Pierre de Fermat. Séc. XVIII. Coleção particular

Pierre de Fermat.

No século XVIII, com o crescimento dos negócios envolvendo seguros, diversos outros matemáticos foram atraídos à aplicação da teoria das probabilidades nesse campo. Pode-se destacar as contribuições dos matemáticos Leonhard Euler (1707-1783), Pierre-Simon Laplace (1749-1827), Jakob Bernoulli (1654-1705), Abraham De Moivre (1667-1754), entre outros.

212

Figura 3.14: Parte histórica retirada.

Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 212.

Nota-se que a parte retirada não interfere na aprendizagem real sobre o tema, e este assunto poderá ser exposto pelo professor. Outro ponto de mudança na abordagem sobre Probabilidade foi a ordem das questões. Porém essas alterações não trazem mudanças expressivas para os alunos.

Algo significativo na versão atualizada desta coleção *Vontade de Saber Matemática*[20], encontra-se no 2º volume. Na versão do livro vigente, que é a versão do Guia do PNLD -2014, o autor aborda probabilidade apenas no 8º ano, que corresponde ao 3º volume. Já na versão atualizada da coleção, o tema também é abordado no 2º volume, que está destinado aos alunos do 7º ano. Nele, os autores diferenciam possibilidades de probabilidade. Além disso, os referidos autores apresentam o ensino da probabilidade de forma gradativa, começando no 7º ano e aperfeiçoando no 8º ano. Conforme já foi estudado no 2º capítulo, isso é o que sugere a BNCC e os PCN's.

Vale observar que, esta coleção atualizada, não foi adotada pela escola EMEFEAS para o triênio (2017 - 2019).

3.5.2 Análise da apresentação de Probabilidade no livro Matemática - Ideias e Desafios

A coleção *Matemática - Ideias e Desafios* é uma obra em 4 volumes para alunos do 6º ao 9º ano, publicada pela editora Saraiva. Obra de Iracema Mori e de Dulce Satiko Onaga. Em particular foi analisada a 17ª edição, publicada no ano de 2012, seu registro no ISBN é 978 85 021 6161 0.

A coleção está organizada em onze unidades. Ao final de cada unidade os autores trazem duas seções: a primeira é a seção *Leitura +* e a segunda *Revisão acumulativa e testes*.

A probabilidade é abordada no 4º volume da coleção, em um tópico da unidade 7, intitulado *Tratamento da informação*, os autores utilizaram duas páginas (203 e 204) para a teoria e duas para os exercícios.

A análise foi realizada no 4º volume da coleção *Matemática - Ideias e Desafios*, destinada para os alunos do 9º ano. Essa foi a única coleção em que o tema Probabilidade foi explorado no 9º ano. No 2º capítulo deste trabalho, foi destacado que a BNCC[1] sugere o ensino de Probabilidade no 8º ano, porém não podemos afirmar que os autores equivocaram-se ao explorar o tema no 9º ano, pois, de acordo com os PCN's [3], também estudado no 2º capítulo, o ensino de Probabilidade deve ser abordado no 4º ciclo de Ensino Fundamental, que corresponde exatamente o 8º e 9º anos.

Com relação aos aspectos visuais, a coleção, é bastante satisfatória. O tamanho da fonte utilizada facilita a visualização da teoria, as figuras ajudam na visualização do problema, o colorido das figuras chama a atenção do aluno, além disso, o papel utilizado é de boa qualidade e tem uma boa impressão gráfica. No entanto, o tamanho reduzido da fonte nos exercícios e o espaçamento curto entre as linhas, são pontos a serem avaliados em uma próxima edição.

Os autores iniciam a abordagem do tema, motivando o aluno para o estudo da Probabilidade, lembrando que em várias situações recorre-se a sorte para tomar alguma decisão. Notamos que, nessa abordagem os autores utilizam muitos termos específicos, tais como: aleatória, moeda viciada e leis do acaso. Acreditamos que a utilização desses termos, nesse ano de ensino, não é recomendado, por se tratar de uma linguagem formal.

Como existem **dois** resultados possíveis e apenas **uma** possibilidade de sair cara, a probabilidade de se obter cara é de **1 em 2**. Dessa forma, em um experimento aleatório como este, se a moeda for lançada 1000 vezes, espera-se que saia cara em cerca de 500 lançamentos.

Figura 3.15: Lei dos Grandes Números.

Fonte: Mori e Onaga [9], p. 204.

Além dos termos bastante técnicos, os autores ainda tentam exemplificar a Lei dos Grandes Números, sem citar a mesma, conforme observa-se na figura 3.15.

No 2º capítulo, observamos que, segundo a BNCC [1], a Lei dos Grandes Números poderá ser estudada por alunos do 6º ano de ensino, mas acreditamos que essa não seja de fácil compreensão para os alunos, o que ressalta-se mais uma vez como um tema a ser apresentado com bastante cuidado.

Após ter citado um exemplo envolvendo a Lei dos Grandes Números, os autores iniciam a exploração da árvore das possibilidades, como vê-se na figura 3.16, eles utilizaram o mesmo exemplo inicial.

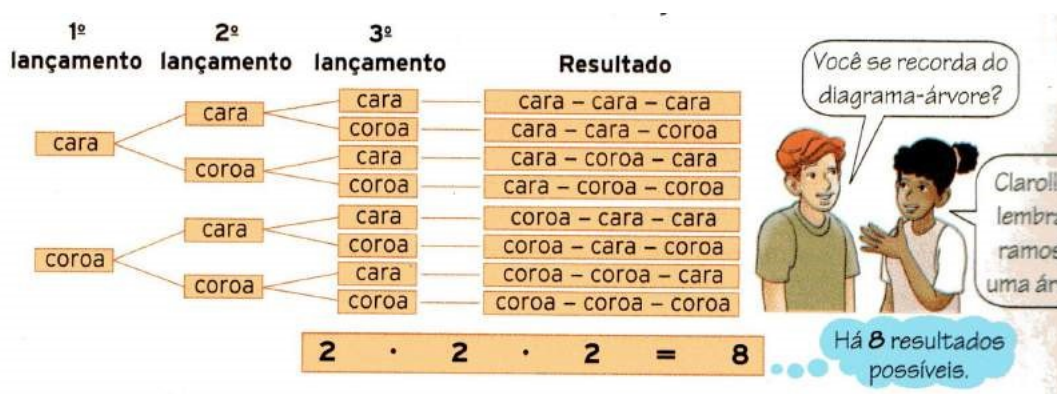


Figura 3.16: Árvore das possibilidades.

Fonte: Mori e Onaga [9], p. 204.

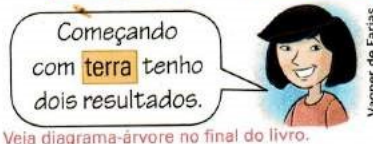
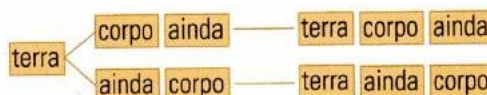
Os autores durante a abordagem, não apresentaram uma definição formal de probabilidade para o aluno. Acreditamos que seria importante a apresentação da definição.

No manual do professor, que acompanha o livro, os autores apenas expõem diretamente seus objetivos com a abordagem:

"Resolver situações problemas que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação das chances de sucesso de certo evento em um experimento, por meio de uma razão."

O exercício proposto pelos autores da coleção *Matemática - Ideias e Desafios* contém oito questões. Poderíamos chamar algumas delas de "questões clássicas", pois, o enunciado delas envolvem lançamentos de moedas, dados e etc. No entanto com propriedade, nas questões 36 e 37 eles utilizaram a ideia de selos conforme vemos nas figuras 3.17 e 3.18. Em nossa opinião, os itens dessas questões poderiam ser agrupadas em uma única questão. Com relação a redação, no item b da questão 36, os autores usaram a expressão diagrama-árvore, eles poderiam trocar essa expressão por *árvore das possibilidades*, que é mais usada.

36. Rita adora colecionar coisas: selos, miniaturas de carro, ímãs de geladeira... Sua coleção de ímãs com palavras e partes de frases é muito interessante. Com ela, Rita vai deixando recados, mensagens e até poemas para a família.
- a) De quantas maneiras diferentes Rita poderá colocar as palavras que estão no quadro uma ao lado da outra? 6
- Observe parte do resultado:



- b) Acrescentando o ímã com a palavra **muita**, quantos resultados ela obterá? Dê sua resposta desenhando um diagrama-árvore. 24

Figura 3.17: Questões 36.
Fonte: Mori e Onaga [9], p. 205.

37. Rita fez algumas fichas retangulares e do mesmo tamanho, em cartolina, com o resultados que obteve com os ímãs **terra**, **corpo**, **muita** e **ainda** e colocou-as em uma caixa de sapato. Na tampa da caixa, ela fez uma abertura com tamanho suficiente para uma pessoa poder retirar as fichas.



- a) 1 em 24, ou $\frac{1}{24}$, ou aproximadamente 0,0417, ou 4,17%
- a) Qual é a probabilidade de sair **ainda muita, terra e corpo**? b) 6. Veja as fichas no final do livro.
- b) Quantas e quais são as fichas que começam com a palavra **terra**? c) 6 em 24, ou $\frac{6}{24}$, que é $\frac{1}{4}$, ou 0,25, ou 25%.
- c) Qual é a probabilidade de uma pessoa retirar dessa caixa uma ficha que comece com a palavra **terra**?
- d) Qual é a probabilidade de uma pessoa retirar dessa caixa uma ficha que comece com as palavras **terra e muita**, nessa ordem? d) 2 em 24, ou $\frac{2}{24}$, que é $\frac{1}{12}$, ou aproximadamente 0,083, ou 8,3%.

Figura 3.18: Questões 37.
Fonte: Mori e Onaga [9], p. 206.

Enquanto a maioria dos autores relaciona a probabilidade aos jogos de loteria, os autores da coleção *Matemática - Ideias e desafios* inovaram, pois apresentaram a relação entre a probabilidade a hereditariedade genética, abordando a probabilidade de um casal ter filhos homens, realizando uma ponte com outras disciplinas, conforme podemos constatar na figura 3.19. Visto que os PCN's e a BNCC sugerem a interdisciplinariedade, isso é um ponto muito positivo para a coleção.

Leitura +

Apesar de a **Leitura +** ser opcional, estude a possibilidade de explorar a que segue, pois os alunos costumam ter grande interesse pelo tema abordado. Ele poderá ser integrado com outras disciplinas, especialmente com Ciências, que costuma tratar desse assunto no 8º ano.

Possibilidades, chances e hereditariedade

A humanidade sempre se preocupou com a **herança genética**.

Os membros das gerações sucessivas são parecidos com seus ancestrais ou diferentes deles por várias razões. De qualquer forma, todo indivíduo carrega informações genéticas de seus ascendentes.

Por volta de 1850, o monge austríaco Gregor Mendel formulou as **leis básicas da hereditariedade**, mas a importância de suas descobertas só foi reconhecida cerca de 50 anos mais tarde.

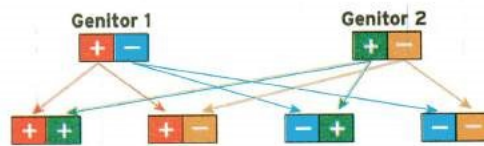
Um dos aspectos mais importantes do seu trabalho se refere à metodologia inovadora e pouco utilizada na época: a **metodologia experimental**. Mendel usava uma grande amostra de indivíduos e registrava a frequência dos diferentes tipos de descendentes que ocorriam na 1ª e 2ª geração. Assim, ele procurava **identificar padrões** para poder propor **regras que regessem a herança**.



Bill Bachmann/Alamy/Other Images



Gregor Mendel (1822-1884)



Assim, a **probabilidade** de esse casal ter um filho geneticamente:

+-, isto é, **igual a eles**, é de **2 em 4** ou $\frac{2}{4}$, que é $\frac{1}{2}$ ou **50%**;

++ é de **1 em 4** ou $\frac{1}{4}$ ou **0,25**, que é **25%**;

-- é de **1 em 4** ou $\frac{1}{4}$ ou **0,25**, que é **25%**.

Quando as duas características, **+** e **-**, estão presentes, se **+** é dominante sobre **-**, **+** prevalece. Dessa forma, são três as possibilidades de esse casal ter um filho com a característica **+** predominante: **++**, **+-** e **-+**. Portanto, a probabilidade, nesse caso, é de **3 em 4**, ou $\frac{3}{4}$, ou **0,75**, ou **75%**. E a probabilidade de ter um filho **--** é de **1 em 4**, ou $\frac{1}{4}$, ou **0,25**, ou **25%**.

Figura 3.19: Probabilidade e hereditariedade genética.

Fonte: Mori e Onaga [9], p.207.

A coleção *Matemática - Ideias e desafios* [11] foi reeditada e também foi uma das coleções sugeridas pelo Guia do PNLD - 2017 [6]. Durante a elaboração desse trabalho,

foram realizadas observações, na nova abordagem sobre Probabilidade feita pelos autores, para as edições que poderão ser adotadas nas escolas públicas no triênio (2017-2019).

Na referida coleção o tema continua sendo abordado no 9º ano. A parte teórica não teve mudanças relevantes, porém a visualização foi melhorada e como também o aspecto do livro ficou bem melhor.

Outro ponto de mudança relevante na versão atualizada da coleção, *Matemática - Ideias e desafios* [10], encontra-se no 3º volume, destinado aos alunos do 8º ano. Na versão do Guia do PNLD (2014) [5], os autores abordam Probabilidade apenas no 9º ano, que corresponde ao 4º volume. Já na versão atualizada da coleção, versão do Guia do PNLD (2017) [6], a abordagem do tema Probabilidade surge no 3º volume, que está destinado aos alunos do 8º ano. Neste volume, os autores expõem as noções dos termos técnicos que haviam sido apresentados, de uma única vez, na versão vigente no 9º ano tornando também o aprendizado de nível gradativo começando no 8º ano e aperfeiçoando no 9º ano como sugerem a BNCC e os PCN's. Além disso, explica probabilidade de forma simples tornando a coleção mais agradável. Apenas um ponto que destacaríamos: mesmo tendo realizado tais alterações, percebe-se que os autores continuam um pouco formais com os termos da probabilidade, pois poderiam utilizar uma linguagem mais acessível para o aluno, como por exemplo, substituir o termo *espaço amostral* pelo termo *as possibilidades*.

3.5.3 Análise do livro Projeto Radix - Raiz do conhecimento

O *Projeto Radix - Raiz do conhecimento* [15] é uma obra em 4 volumes para alunos do 6º ao 9º ano, organizada pela editora Scipione, tendo obras para cinco matérias (Português, Matemática, Ciências, História e Geografia). O *Projeto Radix: Matemática* é de autoria de Jackson da Silva Ribeiro. Foi analisada a 3ª edição, 1ª impressão, publicada no ano de 2013, seu registro no ISBN é 978 85 262 9175 1.

Em particular, foi analisado o 3º volume desta coleção, destinada aos alunos do 8º ano. A obra está organizada em quinze capítulos, distribuídos em oito módulos. Ao fim de cada capítulo o autor traz as seções *Complementando* e *Algo a +* e ao fim do módulo traz as seções *Atividades de revisão* e *Lendo Textos*. Na seção *Complementando* são apresentados exercícios extras sobre o assunto abordado no capítulo. Na seção *Algo a +* o livro traz um texto informativo, com uma aplicação no cotidiano do aluno, a partir do assunto abordado no capítulo. E nas seções *Atividades de revisão* e *Lendo Textos* o autor também apresenta um texto informativo, com uma aplicação no cotidiano do aluno a partir do assunto abordado no módulo.

A Probabilidade é abordada em um tópico no capítulo 7 do módulo 4. Para o desenvolvimento da teoria, o autor usou uma página (119) e para os exercícios foram destinadas as duas páginas seguintes (120 e 121).

A coleção está adequada com relação aos aspectos visuais. Com o tamanho da fonte

utilizada visualiza-se facilmente a teoria, as figuras ajudam na visualização do problema, o colorido das figuras que chama a atenção do aluno, além disso, o papel utilizado é de boa qualidade e tem uma boa impressão gráfica.

O exemplo inicial apresentado pelo autor é bastante interessante e criativo, visto que se trata de uma nova ideia de explorar a probabilidade de um dado (objeto) cuja probabilidade é diferente de $\frac{1}{6}$.

O autor não define probabilidade, mas estabelece que chance e probabilidade são as mesmas coisas. Observa-se esse fato na figura 3.20.

Dizemos que a **chance** ou a **probabilidade** de aparecer a letra **C** voltada para cima em um lançamento é de:

$\frac{1}{6}$
1 em 6 ou $\frac{1}{6}$

Figura 3.20: Chance ou probabilidade.

Fonte: Ribeiro [15], p. 119

O conectivo *ou* para o aluno, sugere a ideia de que chance e probabilidade são sinônimos, mas observamos anteriormente, na página 33, que essas situações são bem distintas.

Além disso, ele expõe a probabilidade de duas formas diferentes, porém a representação na forma de porcentagem não foi utilizada em nenhum momento.

Em relação à parte teórica, o autor do livro explorou pouco o tema, apresentando apenas um exemplo, explorado de uma única forma. Em nossa opinião, o livro poderia definir formalmente probabilidade, citar que a probabilidade de um evento está associada a um número, entre 0 e 1, e que a probabilidade poderia ser representada em sua forma decimal, fracionária ou porcentagem.

As questões sugeridas no *livro Radix - A raiz do conhecimento* pelo autor são relevantes, envolvem contagem e outros conteúdos matemáticos, inclusive apresentam em seus exercícios, questões que foram destinadas ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Outro fato é que em determinadas questões o autor utiliza a palavra chance, uma sugestão que damos é que se use a palavra probabilidade.

Observe nas figuras 3.21, 3.22 e 3.23 alguns exemplos da palavra usada pelo autor no exercício.

Qual é a chance de se retirar, ao acaso, uma bolinha azul? E uma bolinha verde?

Figura 3.21: Chance.

Fonte: Ribeiro [15], p. 120

- Quantas são as possibilidades?
- Qual é a chance de obtermos duas caras neste lançamento? E de obtermos uma cara e uma coroa?

Figura 3.22: Chance.

Fonte: Ribeiro [15], p. 121

- Qual é a chance de obtermos, no mínimo, duas coroas? E de obtermos, no mínimo, duas caras?

Figura 3.23: Chance.

Fonte: Ribeiro [15], p. 121

É louvável que, com relação à aplicação do tema no cotidiano, o autor explora os jogos de loteria, explicando como funciona cada um dos cinco jogos, além disso, determina as probabilidades de uma pessoa acertar cada um desses jogos. Conforme observa-se na figuras 3.24 e 3.25.

Como uma sugestão, um aspecto didático que poderia ser melhorado no *livro Radix- A raiz do conhecimento*, seria a confecção do manual do professor.

A coleção *Radix - Raiz do conhecimento*, atualizada, não foi disponibilizada pelo MEC para as escolas públicas para os próximos três anos, sendo assim essa obra não pertence ao Guia do PNL (2017) [7], mas a coleção continua pertencendo ao guias das escolas particulares. Vale ressaltar que os livros sugeridos pelo Guia do PNL (2017) podem também ser adotados por escolas particulares.

Professor[a]: Algumas peças publicitárias foram reproduzidas propositadamente com finalidade didática, porém com o devido cuidado autoral de não recomendar qualquer tipo de produto ou empresa nestas e nas demais imagens do livro.

algo a +

As chances de acertar na loteria

Nas lotéricas em todo o Brasil, podemos realizar apostas em várias loterias oferecidas pela Caixa Econômica Federal. Uma parte dos recursos arrecadados com as apostas é destinada a áreas como educação, esporte, seguridade social e cultura. Em 2010, as loterias da Caixa foram patrocinadoras oficiais do Comitê Paraolímpico Brasileiro.



▲ A lotérica é a unidade que comercializa todas as loterias Federais. Além disto, tem autorização para recebimento de faturas de água, luz, telefone etc.

Veja algumas destas loterias e as probabilidades de acerto de cada uma delas.

LOTOFÁCIL

01	02	03	04
05	06	07	08
09	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32
33	34	35	36
37	38	39	40
41	42	43	44
45	46	47	48
49	50	51	52
53	54	55	56
57	58	59	60

Aposte em 15 números e ganhe com 11, 12, 13, 14 e 15 acertos.

Loterias CAIXA

LOTOFÁCIL

Nesta loteria, o jogador deve apostar, no mínimo, em 15 números de um total de 25, podendo escolher até 18.

É premiado o apostador que acertar 11, 12, 13, 14 ou os 15 números sorteados. A probabilidade de acertar 11 números é de $\frac{1}{11}$ e de acertar os 15 números é de $\frac{1}{3\ 268\ 760}$.

Figura 3.24: Jogos de loteria.
Fonte: Ribeiro [15], p. 124



MEGA-SENA

Nesta loteria, o jogador deve apostar, no mínimo, em 6 números de um total de 60, podendo escolher até 15. É premiado o apostador que acertar 4, 5 ou 6 números. A probabilidade de acertar os 6 números em uma aposta mínima é de $\frac{1}{50\ 063\ 860}$.



LOTECA

Nesta outra loteria, o apostador deve marcar o seu palpite para as 14 partidas de futebol dos campeonatos. A probabilidade de acertar os 14 jogos em uma aposta mínima é de $\frac{1}{2\ 391\ 485}$.



LOTOMANIA

Ao apostar na lotomania, o jogador deve escolher 50 números de um total de 100. É premiado o jogador que acertar 16, 17, 18, 19, 20 ou nenhum número. O prêmio máximo da loteria é dado ao jogador que acertar 20 ou nenhum número. A probabilidade de acertar uma destas combinações em uma aposta mínima é de $\frac{1}{11\ 372\ 635}$.



QUINA

Nesta loteria, o jogador deve apostar, no mínimo, em 5 números de um total de 80, podendo escolher até 7. É premiado o apostador que acertar 3, 4 ou 5 números. A probabilidade de acertar os 5 números em uma aposta mínima é de $\frac{1}{24\ 040\ 016}$.

1. O que é feito com parte dos recursos arrecadados com as apostas feitas nas loterias? *É destinada a áreas como educação, esporte, seguridade social e cultura.*
2. Em qual das loterias citadas no texto o apostador tem maior probabilidade de ganhar? E em qual tem menor probabilidade? *loteca; mega-sena*

Figura 3.25: Jogos de loteria.
Fonte: Ribeiro [15], p. 125

Capítulo 4

Sequência didática

4.1 O que se entende por Sequência didática

No capítulo 2 desse trabalho, foi visto que, de acordo com os PCN's e a BNCC, os conteúdos e exemplos a serem ministrados pelo professor em sala de aula devem estar relacionados com a sua realidade e a dos alunos.

No capítulo 3, analisou-se os tópicos referentes à Probabilidade em três livros didáticos, observou-se que, alguns pontos necessitavam de uma abordagem mais acentuada, uma melhor exploração do tema e mais motivação, para que e por que estudar a probabilidade.

Além dos PCN's, BNCC e dos conteúdos abordados nos livros didáticos, não podemos esquecer que o aluno traz consigo conhecimentos adquiridos sobre diversos assuntos, os quais precisam ser aperfeiçoados ou até modificados, através de uma intervenção escolar, pois esses conhecimentos jamais deverão ser descartados pelo professor em sala de aula.

Para que esses conhecimentos adquiridos sejam valorizados, o professor deve conhecer a realidade social da comunidade na qual o aluno está inserido, para que na sala de aula os alunos possam perceber aplicações de conceitos no seu cotidiano. Vale salientar que é necessário um planejamento adequado das atividades para que o aluno compreenda melhor o conteúdo a ser ensinado pelo professor.

O professor deve ser um mediador e não um ditador de verdades absolutas, deve orientar o aluno de modo que, o aluno construa seus conceitos com base sólida e seja capaz de tomar suas próprias decisões, tendo consciência da responsabilidade ao tomar cada decisão.

Para ocorrer uma aprendizagem relevante nos conteúdos de Matemática, uma das estratégias de ensino é a Sequência didática. Mas o que é a Sequência didática? Para que serve? Como construir uma Sequência didática?

No artigo Caminhos da prática pedagógica, Pannuti (2004) [12] afirma que:

A sequência didática é uma outra modalidade organizativa que se constitui numa série de ações planejadas e orientadas com o objetivo de promover uma aprendizagem específica e definida. Estas ações são sequências de forma a oferecer desafios com o grau de complexidade crescente,

para que as crianças possam colocar em movimento suas habilidades, superando-as e atingindo novos níveis de aprendizagem.

O educador francês Yves Chevallard (1991) [4], fez um estudo aprofundado sobre a sequência didática, em seu livro *La Transposition Didactique* chama sequência didática de "transposição didática". Nele, Chevallard defende a ideia que a transposição didática é composta por três partes distintas e interligadas: o *savoir savant* (saber do sábio), que no caso é o saber elaborado pelos cientistas; o *savoir a enseigner* (saber a ensinar), que é a parte específica aos professores e que está diretamente relacionada à didática e à prática de condução de sala de aula; e por último o *savoir enseigné* (saber ensinado), aquele que foi absorvido pelo aluno mediante as adaptações e as transposições feitas pelos cientistas e pelos professores.

Portanto, tendo por base as considerações acerca da sequência didática, pode-se afirmar que o uso dessa estratégia de ensino aprendizagem é relevante para orientar o professor na condução de suas aulas e no planejamento de suas ações, pois nosso objetivo maior é atingir o saber ensinado.

Já de acordo com Cerqueira[16] a sequência didática...

...é também o planejamento detalhado de todas as ações e intervenções que devem ocorrer na sala de aula. É evidente que, para o professor fazer este planejamento detalhado de suas ações, o mesmo deverá saber o nível de aprendizagem da turma, deverá ter um diagnóstico inicial da turma.

Para Cerqueira a sequência didática tem etapas que devem ser bem definidas. Dessa forma...

"...ao elaborar sua sequência didática o professor deve ser cuidadoso, pois para cada etapa da sua sequência didática deve conter objetivos bem claros a serem atingidos. Além disto, ao elaborar esta estratégia o professor sempre deve partir do simples para o complexo, para que o aluno construa gradativamente o conhecimento; identificar os conhecimentos para o qual deseja trabalhar, a fim de que outros temas não interfiram sobre o que foi planejado; o mesmo deve prever possíveis problemas e preparar intervenções adequadas para solucionar as mesmas; sempre que for possível testar se a sequência didática proposta é viável, caso tenha necessidade a mesma pode ser modificada, e em qualquer momento esta poderá ser alterada; deve validar o resultados encontrados."

Com base nesses dois autores construímos uma sequência didática para o estudo da probabilidade.

Uma sequência didática pode ser aplicada em diferentes níveis de ensino, por isso as atividades propostas foram aplicadas em turmas do 8º ano e 9º ano e serão apresentadas nas próximas seções. A escolha dos anos ocorreu por se tratar dos anos nos quais a autora desta dissertação leciona e a das turmas ocorreu observando os seguintes pontos:

1. Na escola, existem no turno manhã duas turmas de 8º ano, A e B, cada uma com 26 alunos. Os alunos da turma do 8º ano A aparentam ter mais senso crítico, eles argumentam suas ideias e questionam o que é solicitado e repassado para eles. Desta forma, escolhendo a turma A, acreditávamos que os alunos iriam questionar de maneira mais propositiva a estratégia que foi apresentada e oferecida para eles.
2. Na escola, existem no turno manhã duas turmas de 9º ano, A e B, cada uma com 29 alunos. Os alunos da turma do 9º ano A têm um senso extremamente crítico e são muitos participativos. Da mesma forma, escolhendo a turma A, acreditávamos que os alunos iriam questionar de maneira mais propositiva a estratégia que foi apresentada e oferecida para eles.

Como toda sequência didática deve ser avaliada, após finalizar as disputas que ocorreram em duas atividades foram entregues questionários constantes nas subseções das respectivas atividades. O objetivo dos alunos era responder ao questionário e verificar se estão assimilando a teoria, e as respostas foram analisadas coletivamente após cada disputa.

Além dos questionários, foi aplicado um exercício de verificação da aprendizagem, após aplicação de todas as atividades, com o objetivo de avaliar se as atividades tiveram êxito, se o rendimento escolar (nota) foi inferior, igual ou superior aos presentes nos documentos escolares (cadernetas), antes da aplicação das sequências didáticas.

4.1.1 Objetivos a serem atingidos pela sequência didática proposta

Ao finalizar a aplicação das atividades esperava-se que os alunos tivessem capacidade para, não em ordem cronológica:

Diferenciar possibilidade de probabilidades;

Observar que determinados eventos têm maior ou menor probabilidade de ocorrer;

Determinar a probabilidade de um evento;

Usar a probabilidade para tomar decisões corretamente;

Compreender que a probabilidade de um evento é dado por um número entre 0 e 1;

Identificar o espaço amostral;

Compreender a Lei dos Grandes Números.

Além deste objetivos referentes ao ensino da Probabilidade, esperávamos que as atividades despertassem nos alunos o interesse e prazer pela matéria de matemática.

Com o propósito de verificar se as atividades propostas atingiram seus objetivos, o capítulo 5 será destinado à análise da aplicação das quatro atividades e análise dos resultados obtidos no exercício de verificação nas duas turmas.

4.1.2 Material utilizado para as atividades propostas para o 8º e 9º ano

Para o desenvolvimento da proposta da sequência didática foram necessários os seguintes materiais, para cada turma de alunos:

6 cubos;

A planificação de dois cubos;

Plásticos adesivos com quatro cores distintas (azul, amarela, verde e vermelha);

40 bolas plásticas ou de isopor;

Dois urnas ou duas caixas de papelão representando as urnas.

Os cubos foram construídos em papel kraft, sua aresta mede 13 cm, para marcar cada aresta foi utilizada caneta e, para colar, a cola cascorez, com os plásticos adesivos foram feitos 48 círculos de cada cor com 9 cm de diâmetro e 48 letras A, 48 letras B, 48 letras C e 48 letras D. As letras foram construídas usando a fonte *arial black* no tamanho 200. Observe as figuras 4.1 e 4.2.



Figura 4.1: Planificação do cubo com os círculos.



Figura 4.2: Planificação do cubo com as letras.

Na figura 4.3 consta os moldes dos círculos e das letras, caso o professor e leitor deseje o molde de forma mais acessível.

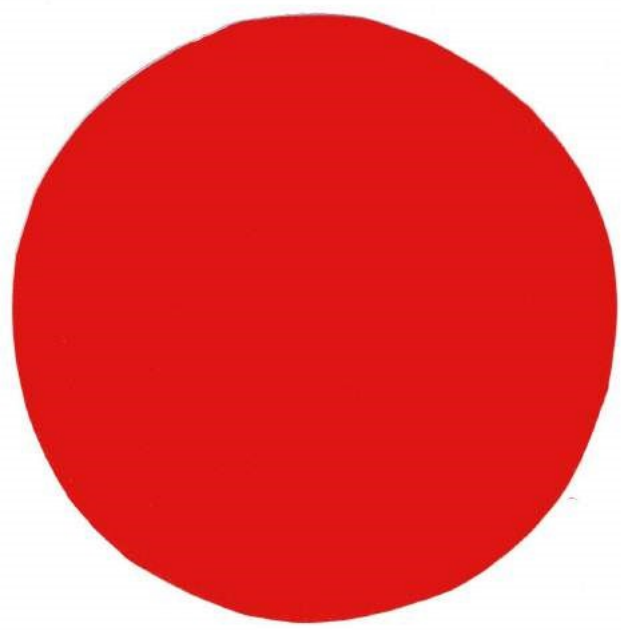


Figura 4.3: Molde dos círculos e das letras.

As urnas foram construídas em papel kraft com dimensões de 24cm de comprimento, 21 cm de largura e 32 cm de altura. Na urna foi feito na tampa um furo circular com 9 cm de diâmetro utilizando um estilete, conforme observa-se nas figuras 4.4, 4.5 e 4.6.



Figura 4.4: Construindo a urna



Figura 4.5: Furando a tampa da urna com estilete.



Figura 4.6: Urna construída.

As bolas utilizadas foram de plástico e lisas, semelhantes às que são utilizadas em seções de fisioterapia, que podem ser encontradas no comércio. Ver figura 4.7.



Figura 4.7: Bolas coloridas

No entanto, caso o professor deseje as bolas com um valor mais acessível, o mesmo poderá utilizar bolas de isopor de 80mm tendo pintado com tinta guache de cores diferentes a metade da quantidade para diferenciá-las. Ver figura 4.8.

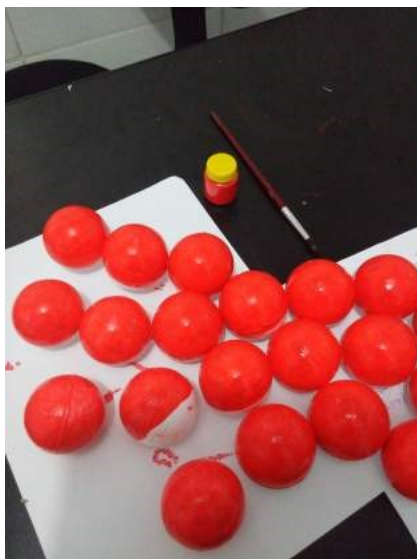


Figura 4.8: Pintando as bolas com tinta guache.

4.2 Proposta de uma sequência didática para o ensino de probabilidade

As atividades foram desenvolvidas em conformidade com o que foi exposto anteriormente sobre "O que se entende por sequência didática", constante na seção 4.1 desse mesmo capítulo. Uma sequência didática deve valorizar o conhecimento prévio do aluno, sendo assim, ao construir esta sequência de atividades, consideramos que os alunos têm noção de poliedros e são capazes de identificar as faces do cubo. Observamos também que, segundo a Base Nacional Curricular Comum [1], no 6º ano do Ensino Fundamental o aluno já deve ser capaz de reconhecer as faces de poliedros. No entanto, sempre que for aplicar uma atividade de uma sequência didática, a primeira seção deste capítulo ainda nos sugere, que se tenha um diagnóstico inicial dos alunos com os quais a atividade será desenvolvida.

Deve ser esclarecido que os alunos alvo desse projeto tinham noções sobre poliedros. Isso pode ser afirmado com segurança. No entanto, caso os alunos não tenham esta noção, o professor poderá aproveitar o momento para explicar sobre os poliedros e seus elementos: faces, arestas, diagonais, nomes, etc. Fica como sugestão, a confecção de alguns poliedros e apresentação dos mesmos para seus alunos.

4.2.1 Primeira atividade

Tempo sugerido: uma aula de 45 minutos

Assunto: Probabilidade

Para essa atividade foram necessários dois cubos e suas planificações. No primeiro cubo foram colocadas duas faces com círculos da cor vermelha, duas faces com círculos da cor verde e duas faces com círculos da cor amarela. No segundo cubo, uma face tem um círculo com a cor amarela, em duas faces círculos com a cor verde e em três faces os círculos com a cor vermelha. Para melhor compreensão do assunto Probabilidade, essa atividade foi dividida em dois momentos.

* 1º momento



Figura 4.9: Primeiro cubo e sua planificação.

Foi fixada no quadro a planificação do primeiro cubo, conforme a figura 4.9 para que o aluno visualizasse melhor cada face do cubo. Inicialmente foram feitas as seguintes perguntas aos alunos.

a) Quais as cores dos círculos nas diversas faces?

Com essa pergunta esperava-se que os alunos fossem capazes de identificar o espaço amostral, informando a cor contida em cada face.

b) Em quantas faces temos a cor amarela?

c) Em quantas faces temos a cor verde?

d) Em quantas faces temos a cor vermelha?

Com as perguntas b, c e d esperava-se que os alunos tivessem a capacidade de perceber que cada cor apareceu a mesma quantidade de vezes (duas) nas faces do cubo.

e) Como vocês representariam, por meio de um número fracionário, a quantidade de círculos na cor amarela nas faces do cubo sobre o total de faces do cubo?

f) Como vocês representariam, por meio de um número fracionário, a quantidade de círculos na cor verde nas faces do cubo sobre o total de faces do cubo?

Com as perguntas e e f desejava-se que os alunos fossem capazes de representar o número fracionário relacionado com o total das partes com o todo envolvido.

Em seguida foi entregue a um dos alunos o primeiro cubo "montado", informando-os que o cubo encontrava-se com as mesmas cores e quantidades da planificação. Em seguida foram realizadas as seguintes perguntas a turma:

g) Quando um aluno lançar o cubo, todas as cores têm a mesma chance de ocorrer?

Esperava-se que os alunos respondessem SIM, pois existe a mesma quantidade de cada cor no cubo.

h) Como você representaria, por meio de um número, essa chance de sair uma face com a cor amarela?

i) Como você representaria, por meio de um número, essa chance de sair uma face com a cor verde?

Com as perguntas h e i esperava-se que os alunos retornassem o número fracionário encontrado nas questões e e f. Nesse momento, foi informado aos alunos que essa chance é a probabilidade de, em um lançamento, sair as cores amarela e verde nas faces do cubo. Também foi explicado que a probabilidade está relacionada a um número que pode ser representado na forma fracionária, decimal ou através de porcentagem. Nesse momento foi possível expor uma definição para probabilidade.

Uma situação importante, para deixar em evidência, foi o fato de que todas as três cores têm a mesma probabilidade, visto que na quarta atividade buscou-se explorar a Lei dos Grandes Números e nessa primeira atividade esperava-se que, além dessa percepção os alunos compreendessem e fossem capazes de calcular probabilidades.

* 2º momento

Após este momento foi fixado no quadro a planificação do segundo cubo, representado conforme a figura 4.10.



Figura 4.10: Segundo cubo e sua planificação.

Observando que, com a abordagem feita no primeiro cubo, os alunos já têm uma noção sobre probabilidade, assim foram feitos os seguintes questionamentos sobre o segundo cubo:

a) Quais as cores dos círculos nas faces do cubo?

Com essa pergunta esperava-se que os alunos fossem capazes de identificar o espaço amostral, informando todas as cores que estão nas faces do cubo.

b) Em quantas faces temos a cor amarela?

c) Em quantas faces temos a cor verde?

d) Em quantas faces temos a cor vermelha?

Com as perguntas b, c e d esperava-se que os alunos fossem capazes de perceber que as cores apareceram em quantidades diferentes nas faces do cubo.

e) Sabendo que a "chance" de um evento ocorrer é a probabilidade desse evento, qual é a probabilidade de sair uma face de cor amarela em um lançamento do cubo?

f) Sabendo que a "chance" de um evento ocorrer é a probabilidade desse evento, qual é a probabilidade de sair uma face de cor verde em um lançamento do cubo?

g) Sabendo que a "chance" de um evento ocorrer é a probabilidade desse evento, qual é a probabilidade de sair uma face de cor amarela em um lançamento do cubo?

Com as perguntas e, f e g esperava-se que os alunos fossem capazes de representar por meio de um número, a probabilidade de sair as cores amarela, verde e vermelha em um lançamento.

h) Essas probabilidades são iguais?

Nessa pergunta o resultado desejado era que os alunos compreendessem que, com quantidades diferentes de círculos, também devemos ter probabilidades diferentes.

Assim, ao concluir essa sequência de perguntas da atividade esperava-se que os alunos já tivessem capacidade para:

Identificar o espaço amostral;

Diferenciar possibilidades e probabilidades;

Observar que determinados eventos têm maior ou menor probabilidade (chance) de ocorrer;

Determinar a probabilidade de um evento.

Acreditamos que será possível os alunos atingirem esses objetivos, relacionando os questionamentos feitos pelo professor no primeiro momento com os questionamentos feitos pelo professor no 2º momento, pois no 1º momento da atividade os alunos podem relacionar cada uma das seis faces do cubo a uma cor, determinando o espaço amostral e as possibilidades. Além disso, ao questionar os alunos no 1º momento sobre a representação fracionária de uma quantidade de círculos de determinada cor sobre o total de faces do cubo, os alunos podem relacionar esse número fracionário com a probabilidade de, ao lançar o dado, sair a mesma cor questionada no 2º momento. Ainda, podem determinar quais cores têm maiores chances de sair ao relacionar a quantidade de cores de cada círculo questionada no 1º momento, com a chance dessa cor sair ser maior ou menor, questionada no 2º momento .

4.2.2 Segunda atividade

Tempo sugerido: duas aulas de 45 minutos cada.

Assunto abordado: Probabilidade

Para a execução dessa segunda atividade, os resultados esperados eram que os alunos fossem capazes de:

Observar que determinados eventos têm maior ou menor probabilidade (chance) de ocorrer;

Usar a probabilidade para tomar decisões corretamente;

Determinar a probabilidade de um evento.

Para esta atividade foram necessários 4 cubos e a turma foi dividida em quatro equipes. Duas equipes receberam um cubo em papel kraft e 24 adesivos em forma de círculos e coloridos, sendo 6 círculos amarelos, 6 círculos verdes, 6 círculos vermelhos e 6 círculos azuis, as outras duas equipes receberam um cubo em papel kraft e 24 adesivos em forma de letras, sendo 6 letras A, 6 letras B, 6 letras C e 6 letras D.

Com o objetivo de organizar o material e não perder tempo durante a aula, a sugestão é que o professor forme kits com as quantidades de cada letra e círculo separados, conforme as figuras 4.11, 4.12 e 4.13.



Figura 4.11: Kit formado por círculos.

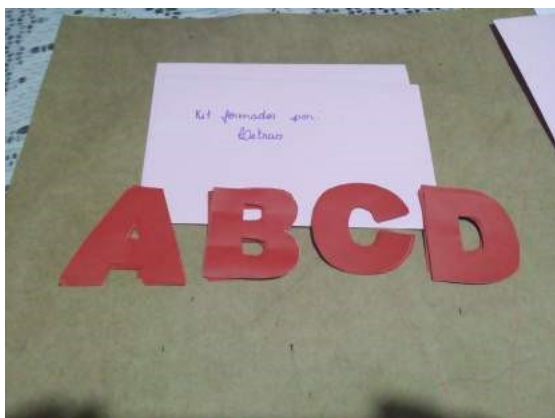


Figura 4.12: Kit formado por letras.



Figura 4.13: Cubos para colar os adesivos.

Foram usados nessa atividade dois tipos de adesivos, círculos e letras para determinar as equipes adversárias.

Houve uma brincadeira entre equipes que tinha recebido o mesmo tipo de adesivo. Essas equipes foram orientadas a colocar em cada uma das faces um adesivo, de modo que ao lançar o cubo a equipe adversária não descobrisse a cor ou letra do adesivo da face que ficou voltada para cima. É importante esclarecer para os alunos, que eles não precisam se preocupar com a posição das cores dos círculos, pois estas posições não influenciam nos resultados obtidos.

Após cada equipe construir seu cubo, o mesmo foi entregue para a equipe adversária, para que a equipe pudesse analisar o cubo. Devolvidos os cubos foi iniciada a brincadeira. A equipe vencedora é aquela que acertar o maior número de faces da equipe adversária.

Com essa atividade o aluno pode, usando os adesivos, colorir o dado de qualquer maneira, pode usar uma única cor, duas, três ou as quatro cores. Assim eles observarão que existem várias possibilidades de colorir o cubo ou de colocar as letras. Além disso, o objetivo era que o aluno fosse capaz de compreender que a melhor opção para colar os adesivos, ou seja, a maior chance da equipe adversária não acertar, seria que sua equipe colocasse adesivos de todas as cores, sendo que duas cores eles deveriam repetir cada uma em duas faces e as outras duas cores eles repetiriam uma vez (por exemplo duas faces verde, duas faces vermelha, uma face amarela e uma face azul), e no caso dos adesivos das letras segue o mesmo raciocínio (por exemplo duas faces com a letra A, duas faces com a letra B, uma face com a letra C e uma face com a letra D).

Um fato importante que deve ser comentado é com relação ao número de cores e letras (quatro). Observou-se que se fossem entregues aos alunos duas ou três cores (e letras), eles poderiam ter sido influenciados a colorir o dado de maneira uniforme e se fossem duas cores entregues aos alunos, eles poderiam pintar três faces de uma cor e as outras três faces da outra cor, caso fossem entregues três cores os alunos poderiam pintar duas faces de uma mesma cor, outras duas faces de outra cor e as últimas duas faces da terceira cor. Se tivessem sido entregues seis cores, teríamos um dado normal. Dessa forma optamos por uma quantidade de quatro cores. Com relação à quantidade de letras, segue o mesmo raciocínio, porém a utilização de letras, aos invés de números, é o fato que com números lembraria a eles um jogo de dado normal, e eles já estão habituados. Assim, a utilização das letras pra eles seria algo diferente. Outro objetivo aos utilizarmos letras e cores de círculos, é que os alunos fossem capazes de perceber que, independentemente de ter sido utilizado letras ou cores de círculos para identificar as faces do cubo, o raciocínio probabilístico envolvido no jogo é o mesmo.

Encerrada a brincadeira, os alunos responderam aos questionários constantes na próxima subseção.

4.3.2.1 Questionários

O objetivo dos alunos responderem ao questionário é verificar se os mesmos estão assimilando a teoria. Na próxima seção constam os comentários de cada questão, os quais o professor fará em sala de aula, caso os alunos tenham dúvidas e dificuldades para responder.

Questionário aplicado aos alunos que usaram círculos para identificar as faces do cubo.

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Sousa - EMEFEAS

Professora mestranda: Poliana Ribeiro

Disciplina: Matemática

Série: 8^a e 9^a

Turna: A

Turno: Manhã

Aluno: _____

Questionário

1. Quantas faces tem o cubo?
2. Identifique como você coloriu cada uma das seis faces do cubo.
3. Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro cores não sair após ser lançado?
4. Em quantas faces você usou a cor amarela? E a cor azul?
5. Em quantas faces você usou a cor verde? E a cor vermelha?
6. Todas as cores têm a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?
7. Qual é a probabilidade de sair a cor vermelha no lançamento?
8. Qual é a probabilidade de não sair a cor vermelha no lançamento?
9. Qual é a probabilidade de sair a cor a azul no lançamento?
10. Qual é a probabilidade de não sair a cor azul no lançamento?
11. Some as probabilidades encontradas nos itens 7 e 8.
12. Some as probabilidades encontradas nos itens 9 e 10.
13. Que interpretação você faz sobre os valores encontrados nos item 11 e 12?
14. Em um dado, onde todas as faces têm a cor vermelha, qual é a probabilidade, ao ser lançado sair uma face de cor vermelha? E qual é a probabilidade de sair, neste dado uma face com a cor azul?

Questionário aplicado aos alunos que usaram letras para identificar as faces do cubo.

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Sousa - EMEFEAS

Professora mestranda: Poliana Ribeiro

Disciplina: Matemática

Série: 8^a e 9^a

Turna: A

Turno: Manhã

Aluno: _____

Questionário

1. Quantas faces tem o cubo?
2. Identifique como você letrou cada uma das seis faces do cubo.
3. Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro letras utilizadas não sair após ser lançado?
4. Em quantas faces você usou a letra A? E a letra B?
5. Em quantas faces você usou a letra C? E a letra D?
6. Todas as letras têm a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?
7. Qual é a probabilidade de sair a letra A no lançamento?
8. Qual é a probabilidade de não sair a letra A no lançamento?
9. Qual é a probabilidade de sair a letra C no lançamento?
10. Qual é a probabilidade de não sair a letra C no lançamento?
11. Some as probabilidades encontradas nos itens 7 e 8.
12. Some as probabilidades encontradas nos itens 9 e 10.
13. Que a interpretação você faz sobre este valor encontrado nos itens 11 e 12?
14. Em um dado, onde todas as faces têm a letra C, qual é a probabilidade, ao ser lançado, sair uma face com a letra C? E qual é a probabilidade de sair, neste dado, uma face com a letra D?

4.3.2.2 Comentários sobre as questões presentes nos questionários.

Após finalizar a brincadeira com a turma, foram entregues questionários para os alunos responderem. Foi estabelecido um tempo de 20 minutos para o professor fazer a socialização das respostas com a turma. Caso haja dúvida ou dificuldade o professor pode orientar o aluno em qualquer momento da atividade.

Vale salientar a importância do aluno ser capaz de calcular probabilidades, pois na 4ª atividade será explorada a Lei dos Grandes Números.

O primeiro ponto que o professor deve deixar claro para o aluno, neste momento da atividade, é o fato de que, independentemente da equipe ter usado letras ou círculos em seu cubo, os resultados encontrados deveriam ser os mesmos, pois se trata de uma mesma quantidade (quatro possibilidades de cores, quatro possibilidades de letras em um total de seis faces).

Em cada item do questionário o professor deve realizar alguns comentários com seus alunos, construindo o conhecimento probabilístico. Veja este exemplo:

1. Quantas faces tem o cubo?

Nada a comentar.

2. Identifique como você letrou cada uma das seis faces do cubo.

Identifique como você coloriu cada uma das seis faces do cubo.

Neste questão, o professor deve deixar claro que, embora tendo apenas quatro cores o espaço amostral é seis e identificar com os alunos, pelo menos de uma equipe, o espaço amostral.

3. Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro letras não sair após ser lançado?

Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro cores não sair após ser lançado?

Nesta questão, o professor deve comentar com os alunos que, caso ele não tivesse colocado uma determinada cor ou letra no seu cubo, ao ser lançado, não existiria a possibilidade desta cor ou letra sair.

4. Em quantas faces você usou a letra A? E a letra B?

Em quantas faces você usou a cor amarela? E a cor azul?

5. Em quantas faces você usou a letra C? E a letra D?

Em quantas faces você usou a cor verde? E a cor vermelha?

Nas questões 4 e 5, o professor deve estimular os alunos ao ato de contar, os casos favoráveis e possíveis

6. Todas as letras têm a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?

Todas as cores têm a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?

Nesta questão, o professor deve esclarecer para o aluno que, de acordo com a quantidade que eles escolheram, determinadas cores e letras têm maior chance ou menor chance. Caso os alunos alterem essas quantidades as probabilidades também devem ser alteradas.

7. Qual é a probabilidade de sair a letra A no lançamento?

Qual é a probabilidade de sair a cor vermelha no lançamento?

Nesta questão, o professor deve verificar se os alunos conseguem calcular a probabilidade de um evento. Caso haja dificuldade o professor deverá calcular essa probabilidade, explicando detalhadamente para seus alunos como calculá-la. Além disso, o professor deve representar para os alunos as diferentes formas de representar uma probabilidade (como um número fracionário, decimal ou por meio de porcentagem).

8. Qual é a probabilidade de não sair a letra A no lançamento?

Qual é a probabilidade de não sair a cor vermelha no lançamento?

Neste caso pode-se obter a probabilidade pelo complementar de ocorrer o evento. No entanto, no 8º e 9º anos de ensino, os PCN's e a BNCC não recomendam o ensino da probabilidade do complementar de um evento. Dessa forma o professor deve alertar o aluno para o fato de que, não ocorrer um evento implica na realidade ocorrer o seu complementar. Assim a probabilidade de não sair uma determinada letra ou cor pode ser calculada como sair qualquer uma das outras letras ou cores.

9. Qual é a probabilidade de sair a letra C no lançamento?

Qual é a probabilidade de sair a cor a azul no lançamento?

10. Qual é a probabilidade de não sair a letra C no lançamento?

Qual é a probabilidade de não sair a cor azul no lançamento?

Para as questões 9 e 10 o professor deve manter o mesmo raciocínio das questões 7 e 8 respectivamente.

11. Some as probabilidades encontradas nos itens 7 e 8.

12. Some as probabilidades encontradas nos itens 9 e 10.

Nas questões 11 e 12 o professor deve orientar os alunos com relação a soma de frações, números decimais e de porcentagens.

13. Que interpretação você faz sobre este valor encontrado no item 11 e 12?

É fato que a probabilidade do complementar de um evento não é, segundo os referenciais educacionais, assunto para este ano de ensino, mas o professor poderá expor esta noção informalmente e usar termos como: estes eventos se "completam", e a soma das probabilidades deverá ser igual a 1.

14. Em um dado, onde todas as faces têm a letra C, qual é a probabilidade, ao ser lançado de sair uma face com a letra C? E qual é a probabilidade de sair neste dado uma face com a letra D?

15. Em um dado, onde todas as faces tem a cor vermelha, qual é a probabilidade, ao ser lançado de sair uma face de cor vermelha? E qual é a probabilidade sair neste dado uma face com a cor azul?

Neste momento, o professor deverá reafirmar para os alunos que a probabilidade é dada através de um número entre 0 e 1. A probabilidade será zero caso não exista a possibilidade de um evento ocorrer e caso o evento ocorra com certeza esta será igual a 1.

4.2.3 Terceira atividade

Tempo sugerido: duas aulas de 45 minutos cada.

Assunto abordado: Probabilidade

Com esta atividade espera-se que o aluno seja capaz de:

Observar que determinados eventos têm maior ou menor probabilidade (chance) de ocorrer;

Usar a probabilidade para tomar decisões corretamente;

Determinar a probabilidade de um evento.

Nessa atividade utilizamos o sorteio de bolas em uma urna, essa é uma situação clássica no ensino da Probabilidade. Pensando nisso, para esta atividade a turma foi dividida em duas equipes: a primeira recebeu uma urna com 20 bolas, sendo 10 vermelhas e 10 verdes e a segunda recebeu uma outra urna com 20 bolas, sendo 10 roxas e 10 amarelas. Um fato importante a observar é que, para esta atividade pensou-se em utilizar caixa de sapato, porém, como já foi citado anteriormente toda sequência didática deve ser testada antes de ser aplicada aos alunos, e ao testar com a caixa de sapato foi observado que os alunos conseguiam ver as bolas e retiravam apenas aquela cor de bola que lhes fosse conveniente. Sendo assim, foram construídas duas urnas nas dimensões citadas na seção 4.2.2, conforme a figura 4.14, de modo que os alunos não conseguissem visualizar as bolas que seriam retiradas. Deve ser

observado que o professor poderá utilizar qualquer outra "caixa de papelão", desde que os alunos não sejam capazes de observar as bolas.



Figura 4.14: Urna e bolas coloridas.

Solicite que cada equipe escolha 10 bolas entre as 20, para colocar na urna de modo que dificulte a equipe adversária adivinhar a cor da bola que será sorteada.

Espera-se que o aluno seja capaz de perceber que a melhor opção de escolha é que as equipes coloquem 5 bolas de cada cor. Caso a equipe aumente o número de bolas de uma determinada cor, a probabilidade de sair essa cor de bola aumenta. Com relação à equipe que tentará adivinhar, esperamos que a mesma perceba que na urna, a probabilidade de ter 5 bolas de uma cor e 5 bolas na outra cor, é maior. Do mesmo modo, para a outra equipe, a probabilidade de ter 5 bolas amarela e 5 bolas roxa, é maior. Vence a equipe que adivinhar mais cores de bolas retiradas da urna.

Após a brincadeira é determinada a vitória de uma das equipes, os questionários que estão nas subseções 4.3.3.1 e 4.3.3.2 devem ser entregues para os alunos e dá-se um tempo de 15 minutos para eles responderem e o professor realizar a socialização.

4.3.3.1 Questionário 1

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Sousa - EMEFEAS

Professora mestranda: Poliana Ribeiro

Disciplina: Matemática

Série: 8^a e 9^a

Turma: A

Turno: Manhã

Aluno: _____

Questionário 1

Tendo 20 bolas, sendo 10 bolas da cor verde e 10 bolas da cor vermelha, coloque na urna somente 10 bolas de modo que:

- a) A probabilidade de retirar uma bola verde seja igual à de retirar uma bola vermelha. Qual é essa probabilidade?
- b) A probabilidade de retirar uma bola verde seja maior do que a de retirar uma bola vermelha. Qual é essa probabilidade?
- c) A probabilidade de retirar uma bola verde seja máxima. Qual é essa probabilidade?
- d) Tendo bolas de ambas as cores na urna, a probabilidade de retirar uma bola verde seja máxima. Qual é essa probabilidade?

4.3.3.2 Questionário 2

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Sousa - EMEFEAS

Professora mestranda: Poliana Ribeiro

Disciplina: Matemática

Série: 8ª e 9ª

Turma: A

Turno: Manhã

Aluno: _____

Questionário 2

Tendo 20 bolas, sendo 10 bolas da cor roxa e 10 bolas da cor amarela, coloque na urna somente 5 bolas de modo que:

- a) A probabilidade de retirar uma bola roxa seja igual à de retirar uma bola amarela. Qual é essa probabilidade?
- b) A probabilidade de retirar uma bola roxa seja menor do que a de retirar uma bola amarela. Qual é essa probabilidade?
- c) A probabilidade de que uma bola roxa não seja retirada . Qual é essa probabilidade?
- d) Tendo bolas de ambas as cores na urna, a probabilidade de retirar uma bola roxa seja mínima. Qual é essa probabilidade?

4.3.3.3 - Comentando as questões presentes nos questionários

Para garantir que os objetivos propostos para essa atividade sejam alcançados, durante a socialização das questões o professor deve, quando for necessário, intervir na argumentação de cada questão de modo que no:

Questionário 1

O aluno seja capaz de perceber que na questão:

- a) *A probabilidade de retirar uma bola verde seja igual à de retirar uma bola vermelha. Qual é essa probabilidade?*

Para que a probabilidade de retirar uma bola branca seja igual à de retirar uma bola vermelha é necessário que tenha a mesma quantidade de bolas brancas e vermelhas. Além disto esta probabilidade pode ser representada como:

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad 0,5 \quad \text{ou} \quad 50\%$$

- b) *A probabilidade de retirar uma bola verde seja maior do que de retirar uma bola vermelha. Qual é essa probabilidade?*

Existem mais de uma possibilidade da probabilidade de retirar uma bola verde seja maior do que a de retirar uma bola vermelha, pois nas urnas podem ser colocadas:

6 bolas verdes e 4 bolas vermelhas

7 bolas verdes e 3 bolas vermelhas

8 bolas verdes e 2 bolas vermelhas

9 bolas verdes e 1 bola vermelha

10 bolas verdes e 0 bola vermelha.

- c) *A probabilidade de retirar uma bola verde seja máxima. Qual é essa probabilidade?*

Para que probabilidade de retirar uma bola verde seja máxima, é necessário que essa seja igual a 1 e para isso na urna deve conter apenas bolas na cor verde.

- d) *Tendo bolas de ambas as cores na urna, a probabilidade de retirar uma bola verde seja máxima. Qual é essa probabilidade?*

Sabendo que a urna contém bolas de ambas as cores, para a probabilidade de retirar uma bola verde seja máxima, é necessário que existam nove bolas da cor desejada e a probabilidade é representada como

$$\frac{9}{10} = 0,9 = 90\%$$

Questionário 2

O aluno seja capaz de perceber que na questão:

a) *A probabilidade de retirar uma bola roxa seja igual à de retirar uma bola amarela. Qual é essa probabilidade?*

A probabilidade de retirar uma bola roxa ser igual à de retirar uma bola amarela é zero, pois na urna deveria ter a mesma quantidade de bolas roxas e bolas amarelas, o que é impossível pois na urna só existem 5 bolas.

b) *A probabilidade de retirar uma bola roxa seja menor do que a de retirar uma bola amarela. Qual é essa probabilidade?*

Existem mais de uma possibilidade da probabilidade de retirar uma bola roxa seja menor do que a de retirar uma bola amarela, pois nas urnas podem ser colocadas:

0 bola roxa e 5 bolas amarela

1 bola roxa e 4 bolas amarela

2 bolas roxa e 3 bolas amarela.

c) *A probabilidade de que uma bola roxa não seja retirada . Qual é essa probabilidade?*

Para que não seja retirada uma bola roxa é necessário que não tenha uma bola roxa na urna. E essa probabilidade é zero.

d) *Tendo bolas de ambas as cores na urna, a probabilidade de retirar uma bola roxa seja mínima. Qual é essa probabilidade?*

Sabendo que na urna contém bolas de ambas as cores, para a probabilidade de retirar uma bola roxa seja mínima, é necessário que exista apenas uma bola da cor desejada. E essa probabilidade é representada como

$$\frac{1}{5} = 20\%$$

4.2.4 Quarta atividade

Tempo sugerido: uma aula de 45 minutos

Assunto: Lei dos Grandes Números

Com esta atividade espera-se que o aluno seja capaz de:

Compreender a Lei dos Grandes Números;

Aplicar corretamente a Lei dos Grandes Números.

Essa última atividade é simples, porém acredita-se que seu objetivo não seja fácil de ser alcançado. Nela abordaremos a Lei dos Grandes Números, pois a BNCC [1] sugere que no 6º ano essa lei já tenha sido trabalhada.

Para a aplicação desta atividade é necessário um cubo em que três faces tenham círculos da cor amarela e nas outras três faces círculos na cor azul. Conforme a figura 4.15.



Figura 4.15: Cubo.

A turma deve ser dividida em duas equipes e cada uma deverá ter um representante. Inicialmente, será mostrado o cubo às equipes, deixando claro que a quantidade de faces com círculos amarelos é a mesma quantidade de faces com círculos azuis. Neste momento, após calcular probabilidades na 1ª, 2ª e 3ª atividades, espera-se que o aluno já seja capaz de calcular a probabilidade de sair um círculo azul em um lançamento e esta probabilidade é $\frac{1}{2}$ e calcular a probabilidade de sair um círculo amarelo em um lançamento e esta é $\frac{1}{2}$.

Observando que a probabilidade é a mesma, uma equipe deverá escolher uma das cores, assim a segunda equipe ficará, automaticamente, com a outra cor. Tendo cada equipe sido representada por uma cor de círculo, um cubo será lançado várias vezes, esperamos que seja lançado por no mínimo 30 vezes. Vence a equipe que, após os várias lançamentos, sua cor ocorra o maior número de vezes. Podendo também inverter a ordem, ou seja, vence a equipe que, após os várias lançamentos, sua cor ocorra o menor número de vezes.

Cada resultado obtido no lançamento será anotado em tabela pelo representante da equipe. O modelo da tabela consta na seção 4.3.4.1. O professor também deverá anotar os resultados, a fim de corrigir possíveis erros na anotação dos representantes da equipe. No fim da brincadeira, pode-se verificar que a quantidade de vezes que saiu amarela estará bem próxima ou igual à quantidade de vezes que saiu a cor azul. Deve-se também observar que a probabilidade de cada cor sair é $\frac{1}{2}$, ou seja, metade.

Feito isso deve ser informado aos alunos que esse fato é conhecido como a Lei dos Grandes Números, que segundo a BNCC[1] pode ser declarada da seguinte forma:

"Se um experimento aleatório for realizado com um grande número de tentativas, os resultados obtidos tendem à probabilidade calculada."

Assim, com esta atividade espera-se que o aluno seja capaz de compreender que, se um experimento aleatório for realizado em um grande número de tentativas, os resultados obtidos tendem à probabilidade calculada.

4.3.4.1 Tabela para anotação dos resultados

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Sousa - EMEFEAS

Professora mestranda: Poliana Ribeiro

Disciplina: Matemática

Série: 8^a e 9^a

Turna: A

Turno: Manhã

Aluno: _____

Tabela para anotação dos resultados

	amarelo	azul
1º lançamento		
2º lançamento		
3º lançamento		
4º lançamento		
5º lançamento		
6º lançamento		
7º lançamento		
8º lançamento		
9º lançamento		
10º lançamento		
11º lançamento		
12º lançamento		
13º lançamento		
14º lançamento		
15º lançamento		
16º lançamento		
17º lançamento		
18º lançamento		
19º lançamento		
20º lançamento		
21º lançamento		
22º lançamento		
23º lançamento		
24º lançamento		
25º lançamento		
26º lançamento		
27º lançamento		
28º lançamento		
29º lançamento		
30º lançamento		
Total		

4.3 Avaliação das atividades propostas

De acordo com a seção 4.1 deste capítulo, toda sequência didática precisa de uma avaliação, por isso essa a sequência didática proposta sugere na próxima na subseção 4.3.1 um exercício de verificação da aprendizagem para ser aplicado aos alunos após finalizar as atividades.

Além disso, ao realizar a análise de três livros didáticos de matemática constante no 3º capítulo, observamos que algumas questões dos livros eram bastante interessantes para serem trabalhadas com os alunos.

Assim, selecionamos cinco questões para o exercício de verificação, sendo quatro delas dos livros abaixo citados:

Vontade de saber Matemática [19]

Projeto Radix - Raiz do conhecimento [15]

Da mesma maneira que as atividades, a análise deste exercício de verificação será realizada no capítulo 5.

4.3.1 Exercício de Verificação

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Sousa - EMEFEAS

Professora mestranda: Poliana Ribeiro

Disciplina: Matemática

Série: 8ª e 9ª

Turna: A

Turno: Manhã

Aluno: _____

Exercício de verificação

1. (Sousa[19], p.213) Observe o dodecaedro e sua planificação:

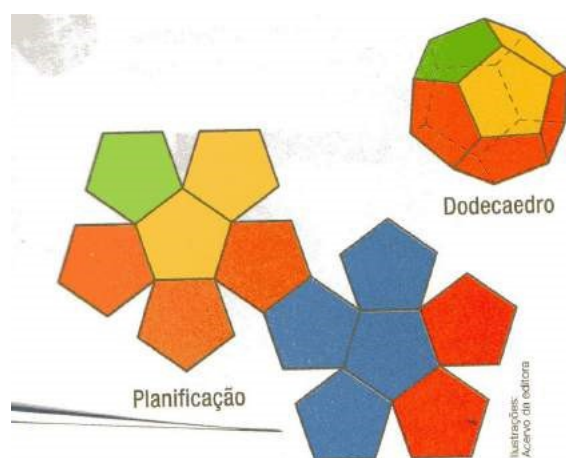


Figura 4.16: Dodecaedro.

Responda:

- a) Quantas faces possui um dodecaedro?
- b) Por meio de números fracionários e porcentagem, escreva a probabilidade de que, ao lançar esse dodecaedro, fique voltada para cima:
- uma face vermelha
 - uma face laranja
 - uma face verde
- c) No lançamento desse dodecaedro, qual é a cor da face que possui maior probabilidade de ficar voltada para cima? Qual é essa probabilidade?
2. (OBMEP) Carolina tem três cartões brancos numerados de 1 a 3 e três cartões pretos, também numerados de 1 a 3. Ela escolheu, ao acaso, um cartão branco e um preto. Qual é a probabilidade de a soma dos números dos cartões escolhidos ser par?

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{3}$

e) $\frac{3}{4}$

3. (RADIX [15], p.123) Uma roleta possui 36 casas numeradas de 1 a 36. Sabendo que foi sorteado um número par, qual a probabilidade deste número ser o 18?
4. (Sousa[19], p.221) O professor de artes realizou uma pesquisa com os alunos de uma turma, acerca das preferências musicais e o resultado obtido foi registrado na lousa.

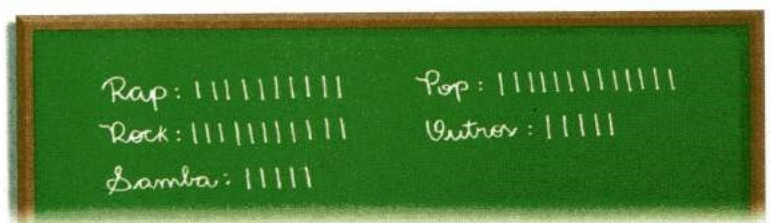


Figura 4.17: Lousa.

Sorteado aleatoriamente um dos alunos desta turma, qual a probabilidade de a preferência musical desse aluno:

- a) ser rap?
- b) ser rock?
- c) ser samba?
- d) ser pop?
- e) não ser pop?
5. (Sousa[19], p.214) Em uma caixa foram colocadas bolas nas cores preta, verde, branca e azul. Ao retirar ao acaso uma dessas bolas, a probabilidade de a bola ser preta é 20% e de ser verde, 10%. Na caixa, foram colocadas 15 bolas azuis e a quantidade de bolas verdes é $\frac{1}{4}$ da quantidade de bolas brancas. Responda:
- a) Quantas bolas foram colocadas na caixa?
- b) Quantas bolas de cada cor foram colocadas na caixa?

Capítulo 5

Análise da atividades propostas - Probabilidade não é certeza

Inicialmente, deixaremos registrados dois comentários feitos pelos alunos em sala de aula.

1. "A senhora deveria fazer mais aulas assim", fala a aluna Y.
2. "Professora tem alguma coisa errada, todos nós aqui estamos entendendo matemática", fala a aluna K.

Com esses dois comentários, feitos pelas alunas e também com a participação dos alunos na aplicação das atividades, podemos afirmar que a proposta da sequência didática apresentada despertou o interesse dos alunos pelas aulas de matemática.

Para uma melhor compreensão dos resultados e problemas encontrados durante a aplicação das atividades, abordaremos cada um deles detalhadamente. Para efeito de facilidade de leitura, reproduziremos as perguntas das atividades.

5.1 Descrição da 1ª atividade - Como pode?

Essa atividade foi dividida em dois momentos. No primeiro momento foi apresentado aos alunos um cubo que contém em duas faces círculos da cor vermelha, duas faces círculos cor verde e duas faces círculo da cor amarela e sua planificação.

Após observar o primeiro cubo, os alunos deveriam responder as seguintes perguntas:

- a) Quais as cores dos círculos nas diversas faces?
- b) Em quantas faces temos a cor amarela?
- c) Em quantas faces temos a cor verde?
- d) Em quantas faces temos a cor vermelha?

- e) Como vocês representariam, por meio de um número fracionário, a quantidade de círculos na cor amarela na face do cubo sobre o total de faces do cubo?
- f) Como vocês representariam, por meio de um número fracionário, a quantidade de círculos na cor verde na face do cubo sobre o total de faces do cubo?
- g) Um determinado aluno, ao lançar o cubo, todas as cores têm a mesma chance de ocorrer?
- h) Como você representariam, por meio de um número, essa chance de sair a face com a cor amarela?
- i) Como você representariam, por meio de um número, essa chance de sair a face com a cor verde?

No segundo momento, foi apresentado um cubo que tinha uma face com círculo amarelo, duas faces círculo verde e em três faces com círculos vermelhos e sua planificação. Para o segundo cubo os alunos deveriam responder as seguintes perguntas:

- a) Quais as cores dos círculos nas diversas face?
- b) Em quantas faces temos a cor amarela?
- c) Em quantas faces temos a cor verde?
- d) Em quantas faces temos a cor vermelha?
- e) Sabendo-se que a "chance" de um evento ocorrer é a probabilidade deste evento, qual é a probabilidade de sair a face de cor vermelha em um lançamento do cubo?
- f) Sabendo-se que a "chance" de um evento ocorrer é a probabilidade deste evento, qual é a probabilidade de sair a face de cor verde em um lançamento do cubo?
- g) Sabendo-se que a "chance" de um evento ocorrer é a probabilidade deste evento, qual é a probabilidade de sair a face de cor amarela em um lançamento do cubo?
- h) Estas probabilidades são iguais?

5.1.1 Análise da 1ª atividade na turma do 8º ano

Sugerimos para esta atividade o tempo de uma aula, com duração de 45 minutos, no entanto, a mesma foi realizada em 30 minutos. A figura 5.1 registra um momento da aplicação desta atividade na turma do 8º ano.



Figura 5.1: Lançamento do cubo.

Observamos que os alunos responderam todas as questões conforme o desejado, apenas um aluno demonstrou dificuldade para expressar por meio de um número fracionário o número de faces com círculos vermelhos dividido pelo número total de faces da planificação do cubo do 1º momento da atividade. O planificação a qual o aluno relatou ter dificuldade podem ser visualizados na figura 5.2. Podemos observar que o número fracionário solicitado é $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.



Figura 5.2: Cubo e planificação.

Ao realizar a contagem mais detalhada, o aluno relatou ter compreendido como expressar as frações correspondentes a cada situação.

Ao comentar sobre como calcular uma probabilidade e as três formas de representar, alguns alunos observaram que a soma dos eventos deveria ser igual a 100% demonstrando terem conhecimento sobre probabilidade.

Ao explorar com os alunos os itens *e*; *f*; *g* e *h* do segundo questionário, eles determinaram facilmente a probabilidade por meio de um número fracionário, compreenderam que para determinar a probabilidade na forma decimal, basta efetuar a divisão dos termos do número fracionário e também compreenderam a representação através da porcentagem.

Os alunos compreenderam que a probabilidade ao lançar o cubo sair a face com:

com círculo amarelo é $\frac{1}{6} = 0,17 = 17\%$

com círculo verde é $\frac{2}{6} = 0,33 = 33\%$

com círculo vermelho é $\frac{3}{6} = 0,50 = 50\%$

Neste momento o aluno "M" e "G" fizeram os seguintes comentários:

M: "Professora somando tudo tem que dar 100%?"

G: "E se agente somar e não der 100 está errado?"

Nota-se que estes dois comentários são importantíssimos, pois fazem os alunos observarem seus próprios resultados, corrigindo os possíveis erros.

5.1.2 Análise da 1ª atividade na turma do 9º ano

Para esta atividade recomendamos o tempo de uma aula, com duração de 45 minutos, no entanto, a atividade foi realizada em 30 minutos. A figura 5.3 registra um momento em que a atividade estava sendo aplicada na turma do 9º ano.



Figura 5.3: Lançamento do cubo.

Observamos que os alunos responderam todas as questões conforme o desejado e que também conseguiram atingir os objetivos propostos para essa atividade.

Dois fatos relevantes ocorreram durante o desenvolvimento da atividade, que devem ser abordados. O primeiro deles, refere-se ao fato de alguns alunos confundiram probabilidade e possibilidade. Neste momento esclarecemos para os alunos que possibilidade são os possíveis resultados que podem ocorrer em um experimento, enquanto a probabilidade está associada a um número, a chance de uma determinada possibilidade ocorrer.

O segundo fato interessante ocorreu em um determinado momento quando era desenvolvida a brincadeira com o segundo cubo. Nele a probabilidade de sair a face amarela do cubo ao lançá-lo é de 17%, a probabilidade de sair a face verde é 33% e a face vermelha é de 50%. Ocorreu que, em cinco lançamentos, obteve-se o seguinte resultado:

vermelho, amarelo, amarelo, verde, amarelo

Percebemos que, embora a face amarela tenha menor chance de sair e a face vermelha maior chance de sair, ocorreu em cinco lançamentos justamente o contrário. Neste momento uma aluna "F" questionou:

"Por quê? Como pode?"

Recomendamos dar respostas simples para esses questionamentos como falamos a seguir:

"Probabilidade é a medida de uma chance de um determinado evento ocorrer, mas também existe a chance do evento não ocorrer, e o mais provável não ocorreu."

E afirmamos que:

"Probabilidade não é uma certeza, é a medida de uma chance."

5.2 Descrição da 2ª atividade - "Por isso que vocês perderam!"

Para esta atividade cada turma foi dividida em 4 equipes, em seguida foi entregue para cada equipe um cubo e um kit formado por adesivos na forma de letras ou círculos. Cada equipe coloriu ou letrou seu cubo, de modo, que ao lançar o cubo, a equipe adversária não descobrisse a cor ou letra do adesivo da face que ficou voltada para cima.

Encerrada a brincadeira entregamos o questionário aos alunos, para responderem de acordo com o cubo de sua equipe.

Questionário para os alunos que utilizaram círculos para identificar as faces do cubo.

1. Quantas faces tem o cubo?
2. Identifique como você coloriu cada uma das seis faces do cubo.
3. Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro cores não sair, ao ser lançado?
4. Em quantas faces você usou a cor amarela? E a cor azul?
5. Em quantas faces você usou a cor verde? E a cor vermelha?
6. Todas as cores têm a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?
7. Qual é a probabilidade de sair a cor a vermelha no lançamento?
8. Qual é a probabilidade de não sair a cor vermelha no lançamento?
9. Qual é a probabilidade de sair a cor a azul no lançamento?
10. Qual é a probabilidade de não sair a cor azul no lançamento?
11. Some as probabilidades encontradas nos itens 7 e 8.
12. Some as probabilidades encontradas nos itens 9 e 10.
13. Que interpretação você faz sobre este valor encontrado nos itens 11 e 12?

14. Em um dado, onde todas as faces tem a cor vermelha, qual é a probabilidade, ao ser lançado, sair uma face de cor vermelha? E qual é a probabilidade de sair, neste dado, uma face com a cor azul?

Questionário para os alunos que utilizaram letras para identificar as faces do cubo.

1. Quantas faces tem o cubo?
2. Identifique como você letrou cada uma das seis faces do cubo.
3. Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro letras utilizadas não sair ao ser lançando?
4. Em quantas faces você usou a letra A? E a letra B?
5. Em quantas faces você usou a letra C? E a letra D?
6. Todas as letras têm a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?
7. Qual é a probabilidade de sair a letra A no lançamento?
8. Qual é a probabilidade de não sair a letra A no lançamento?
9. Qual é a probabilidade de sair a letra C no lançamento?
10. Qual é a probabilidade de não sair a letra C no lançamento?
11. Some as probabilidades encontradas nos itens 7 e 8.
12. Some as probabilidades encontradas nos itens 9 e 10.
13. Que interpretação você faz sobre este valor encontrado nos itens 11 e 12?
14. Em um dado, onde todas as faces tem a letra C, qual é a probabilidade, ao ser lançado, sair uma face com a letra C? E qual é a probabilidade de sair, neste dado, uma face com a letra D?

5.2.1 Análise da 2ª atividade na turma do 8º ano

Para esta atividade sugerimos um tempo correspondente a duas aulas, totalizando 90 minutos, no entanto a atividade foi realizada em 100 minutos.

Inicialmente, a turma foi dividida em 4 equipes conforme planejado, mas um aluno se recusou a participar da atividade, ele permaneceu na sala observando a aplicação com os colegas. As figuras 5.4 e 5.5 mostram duas das quatro equipes, construindo seu cubo.



Figura 5.4: Equipe construindo seu cubo.



Figura 5.5: Equipe construindo seu cubo.

Nesta turma apenas uma equipe não identificou conforme o esperado. Veja como cada equipe letrou ou coloriu seu cubo:

1. 1ª equipe - 1 face com círculo azul, 1 face com círculo vermelha, 2 faces com círculos amarelas, 2 faces com círculos verdes.
2. 2ª equipe - 2 faces com círculos azuis, 1 face com círculo vermelha, 2 faces com círculo amarelas, 1 face com círculo verde.
3. 3ª equipe - 2 faces com letra A, 2 faces com a letra B, 1 face com a letra C e 1 face com a letra D.
4. 4ª equipe - 3 faces com letra A, 1 face com a letra B, 1 face com a letra C e 1 face com a letra D.

A brincadeira foi iniciada, sem interferir no modo de pensar dos alunos e encerrou-se com um momento de alegria e descontração. Ao término da brincadeira entregamos os questionários para os alunos, também, foi entregue um questionário ao aluno que recusou a participar da brincadeira que se juntou-se a uma equipe e respondeu o questionário.

Nas figuras 5.6 e 5.7 temos, em cada figura, uma equipe respondendo o questionário de acordo com seu cubo.



Figura 5.6: Equipe respondendo o questionário de acordo com seu cubo.



Figura 5.7: Equipe respondendo o questionário de acordo com seu cubo.

Transcorrido o tempo de 15 minutos, percebemos que as equipes já haviam respondido o questionário e começamos a socialização das questões.

De modo geral a socialização do questionário com os alunos foi conforme esperávamos, mas ao socializar com os alunos a segunda questão, que perguntava a eles, como cada equipe letrou ou coloriu o cubo, o aluno "G" fez a seguinte observação com relação ao cubo da 4ª equipe, que continha três letras A:

"Por isso que vocês perderam."

Neste momento interrogamos a equipe para saber por que eles escolheram colocar três letras A no cubo. O aluno F, membro da equipe, respondeu:

"Entendemos errado."

Um outro membro da equipe logo acrescentou:

"A gente achou que o dado seria o nosso."

Buscando compreender o raciocínio da equipe, fizemos alguns questionamentos e com base neles observamos que a equipe não compreendeu a atividade, por falta de atenção. Por isso eles acharam que deveriam acertar a letra do cubo construído por eles, assim optaram colocar três letras A, com o objetivo de aumentar a chance de sair letra A nos lançamentos.

A equipe confirmou que iriam escolher apenas a letra A em todos os lançamentos durante a brincadeira.

A resolução coletiva do questionário não aconteceu conforme prevista, os alunos tiveram dificuldade nas questões 8, 10, 11 e 13 em ambos os questionários.

Nas questões 8 e 10 os alunos tiveram dificuldade em interpretar a expressão *não sair*. Esclarecemos para eles que não sair a letra A, por exemplo, pode ser vista como sair a letra B, ou sair a letra C, ou sair a letra D, sendo assim poderia sair qualquer das outras três letras. Então deveriam contar as faces que não tem a letra A, feito isso eles logo compreenderam a questão 10. Já para os alunos que utilizaram círculos para colorir, falamos que não sair a face com o círculo vermelho, por exemplo, pode ser vista como sair a face com círculo verde, ou sair face com o círculo amarelo, ou sair a face com o círculo azul, sendo assim poderia sair qualquer das outras três cores, logo perceberam que deveriam contar as faces que não tem a cor vermelha.

Na questão 11, os alunos somaram de forma incorreta as frações. Sabemos que, para efetuar uma soma de frações que tenham os denominadores iguais, devemos somar os numeradores e repetir o denominador, os alunos ao efetuarem a soma também somaram os denominadores. Observando que as operações envolvendo frações não é o foco deste trabalho, explicamos para eles a maneira de somar corretamente frações, cujos denominadores são iguais. Vale observar que esse é um erro comum cometido pelos alunos do Ensino Fundamental.

Com relação à questão 13, os alunos tiveram grande dificuldade em compreender e aceitar que a probabilidade é uma medida que varia de 0 até 1. Depois da aula, dois alunos nos procuraram e falaram que não haviam compreendido a variação de probabilidade. Diante dessa dificuldade, achamos conveniente, na aula seguinte, abordar os seguintes casos para os cubos que utilizavam letras para identificar as faces com os alunos:

0 faces com a letra C cuja probabilidade é

$$\frac{0}{6} = 0 = 0\%$$

1 faces com a letra C cuja probabilidade é

$$\frac{1}{6} = 0,17 = 17\%$$

2 faces com a letra C cuja probabilidade é

$$\frac{2}{6} = 0,33 = 33\%$$

3 faces com a letra C cuja probabilidade é

$$\frac{3}{6} = 0,50 = 50\%$$

4 faces com a letra C cuja probabilidade é

$$\frac{4}{6} = 0,67 = 67\%$$

5 faces com a letra C cuja probabilidade é

$$\frac{5}{6} = 0,83 = 83\%$$

6 faces com a letra C cuja probabilidade é

$$\frac{6}{6} = 1 = 100\%$$

De mesma forma, fizemos para os alunos que utilizaram círculos para colorir

0 faces com círculo vermelho cuja probabilidade é

$$\frac{0}{6} = 0 = 0\%$$

1 faces com círculo vermelho cuja probabilidade é

$$\frac{1}{6} = 0,17 = 17\%$$

2 faces com círculo vermelho cuja probabilidade é

$$\frac{2}{6} = 0,33 = 33\%$$

3 faces com círculo vermelho cuja probabilidade é

$$\frac{3}{6} = 0,50 = 50\%$$

4 faces com círculo vermelho cuja probabilidade é

$$\frac{4}{6} = 0,67 = 67\%$$

5 faces com círculo vermelho cuja probabilidade é

$$\frac{5}{6} = 0,83 = 83\%$$

6 faces com círculo vermelho cuja probabilidade é

$$\frac{6}{6} = 1 = 100\%$$

Realizadas as análises desses casos, os alunos compreenderam e aceitaram tal variação. Fica como sugestão, incluir no questionário uma tabela com cada um dos casos acima, para os alunos responderem e facilitar a compreensão da variação de probabilidade.

Outro ponto importante, foi o fato que os alunos só determinaram todas as probabilidades pedidas na forma fracionária. Quando questionados por usarem apenas a forma fracionária, eles justificaram afirmando que o questionário não determinou qual das três formas deveriam determiná-las, por não gostarem de dividir escolheram a forma fracionária. Em face disso, deixamos como sugestão que, ao solicitar a probabilidade no questionário, o professor peça aos seus alunos que também usem na forma de porcentagem para expressá-la, que é a mais usada.

5.2.2 Análise da 2ª atividade na turma do 9º ano

Para esta atividade sugerimos um tempo correspondente a duas aulas, totalizando 90 minutos, no entanto ela foi realizada em 100 minutos.

Inicialmente, dividimos a turma em 4 equipes como planejado e observamos que as equipes tomaram as decisões coletivamente. Conforme figura 5.8.



Figura 5.8: Divisão da turma.

Nesta turma, as 4 equipes identificaram o cubo conforme esperado. As figuras 5.9 e 5.10 mostram duas equipes identificando as faces dos cubos. Veja como cada equipe letrou ou coloriu seu cubo:

1. 1ª equipe - 1 face com círculo azul, 1 face com círculo vermelha, 2 faces com círculos amarelas, 2 faces com círculos verdes.
2. 2ª equipe - 2 faces com círculos azuis, 1 face com círculo vermelha, 2 faces com círculo amarelas, 1 face com círculo verde.
3. 3ª equipe - 2 faces com letra A, 2 faces com a letra B, 1 face com a letra C e 1 face com a letra D.
4. 4ª equipe - 3 faces com letra A, 1 face com a letra B, 1 face com a letra C e 1 face com a letra D.



Figura 5.9: Equipe construindo seu cubo.



Figura 5.10: Equipe construindo seu cubo.

Iniciamos a brincadeira, sem interferir no modo de pensar dos alunos e encerramos a brincadeira observando que os alunos estavam alegres e descontraídos. Ao término da brincadeira entregamos os questionários para os alunos. As figuras 5.11 e 5.12 mostram duas equipes respondendo o questionário de acordo com seu cubo.



Figura 5.11: Equipe respondendo o questionário de acordo com seu cubo.



Figura 5.12: Equipe respondendo o questionário de acordo com seu cubo.

Transcorrido o tempo de 17 minutos, observamos que as equipes já haviam terminado de responder, iniciamos assim a socialização do questionário.

De modo geral a socialização do questionário com os alunos ocorreu conforme o desejado. No entanto, da mesma maneira que os alunos da turma do 8^a ano, as quatro equipes formadas na turma do 9^o ano também tiveram dificuldade em interpretar a expressão *não sair*. Essa dificuldade, em interpretar a expressão, foi facilmente compreendida pelos alunos com a nossa intervenção, que fizemos as seguintes perguntas às quatro equipes coletivamente.

1. Se eu lançar o cubo e sair a face verde, posso afirmar que não saiu vermelha?
2. Se eu lançar o cubo e sair a face azul, posso afirmar que não saiu vermelha?
3. Se eu lançar o cubo e sair a face amarela, posso afirmar que não saiu vermelha?
4. Sabendo que não saiu a face vermelha, pode sair quais as outras cores nas faces do cubo?

Com relação às demais perguntas do questionário, os alunos não tiveram dificuldades em responder e as probabilidades foram determinadas na forma fracionária, segundo eles pela facilidade de determinar as frações.

5.3 Descrição da 3ª atividade - Dá um golpe

Lembrando que para esta atividade cada turma foi dividida em duas equipes. Para cada equipe foi entregue uma sacola plástica contendo 20 bolas, sendo 10 bolas de uma determinada cor (roxa ou amarela) e as outras 10 bolas de outra cor (verde ou vermelha) e uma urna. Foi solicitado às equipes que colocassem, apenas, 10 bolas na urna das 20 bolas da sacola de modo que ao ser retirada uma bola, dificultasse a possibilidade da equipe adversária adivinhar a cor da bola que seria retirada.

5.3.1 Análise da 3ª atividade na turma do 8º ano

Para esta atividade sugerimos um tempo de duas aulas, totalizando 90 minutos, no entanto ela foi realizada em 65 minutos.

A aplicação da atividade foi bastante proveitosa, observamos que os alunos tentaram em equipe, encontrar a melhor opção para colocarem as bolas nas urnas e ficaram preocupados para a equipe adversária não saber ou ver como estava sendo colocada as bolas na urna. O envolvimento dos alunos com a atividade foi total, o aluno que se recusou a participar da atividade anterior, nessa atividade se envolveu completamente. As figuras 5.13 e 5.14 mostram um momento em que os alunos de uma equipe retiravam uma bola da urna da outra equipe.



Figura 5.13: Retirando as bolas da urna.

Cada equipe retirou 13 vezes bolas da urna, após finalizar a terceira bola retirada por cada equipe, uma aluna reclamou, pois sua equipe não havia acertado ainda, nenhuma bola e a equipe adversária já tinha acertado 2 cores de bolas retiradas. A aluna ficou bastante "brava", pois caso continuasse, a equipe adversária a acertar, a mesma perderia. Sendo assim, sugiro ao professor ressaltar com os alunos a importância de ter espírito esportivo, esclarecendo que o importante é a assimilação do conteúdo, ou seja, que o aluno consiga atingir os objetivos da atividade.

Com o fim da brincadeira, após ser constatada a vitória de uma das equipes, solicitamos às equipes que informassem as quantidades de cada cor de bola colocada nas urnas. Além disso, foi perguntado aos alunos por que colocaram essas quantidades de bolas de cada cor na urna.

A 1ª equipe colocou na urna 5 bolas da cor verde e 5 bolas da cor vermelha, conforme o esperado. A equipe optou por colocar quantidades iguais para que ambas as cores de bolas tivessem a mesma chance de sair. Já a 2ª equipe optou por colocar 6 bolas na cor roxa e 4 bolas da cor amarela, tentando dificultar o pensamento da equipe adversária, ficou claro que eles perceberam que, fazendo isso, a bola da cor roxa teria mais probabilidade de ser retirada, mesmo assim, deixaram quantidades desiguais.



Figura 5.14: Retirando as bolas da urna.

Encerrada a brincadeira, entregamos os questionários para os alunos contidos na seção 4.3.3.1 e destinado para eles um tempo de 15 minutos para cada equipe. Apenas uma equipe encontrou dificuldade referente ao item B do questionário que pergunta:

A probabilidade de retirar uma bola roxa seja menor do que de retirar uma bola amarela. Qual é essa probabilidade?

Nessa pergunta a equipe não percebeu que a mesma admitia mais de uma resposta, visto que na urna poderia ter:

1. 0 bola roxa cuja probabilidade é $\frac{0}{5} = 0\%$
2. 1 bola roxa cuja probabilidade é $\frac{1}{5} = 20\%$
3. 2 bolas roxa cuja probabilidade é $\frac{2}{5} = 40\%$

Após a intervenção a equipe assimilou a resposta.

5.3.2 Análise da 3ª atividade na turma do 9º ano

Para esta atividade sugerimos um tempo correspondente a duas aulas, totalizando 90 minutos, no entanto ela foi realizada em 65 minutos.

A aplicação da atividade foi bastante proveitosa, observamos que os alunos tentaram coletivamente encontrar a melhor opção para colocarem as bolas nas urnas, ficaram preocupados para a equipe adversária não saber ou ver como estava sendo colocada as bolas na urna. O envolvimento dos alunos com a atividade foi total. A figura 5.15, é possível observar os alunos colocando as bolas na urna.



Figura 5.15: Colocando as bolas da urna.

Cada equipe retirou 14 vezes bolas da urna. A figura 5.16 mostra um momento em que uma aluna retirava uma bola da urna. Com o fim da brincadeira, após ser constatada a vitória de uma das equipes, solicitamos às equipes que informassem as quantidades de cada cor de bola colocada nas urnas. Além disso, foi perguntado aos alunos por que colocaram essas quantidades de bolas de cada cor na urna.



Figura 5.16: Retirando uma bola da urna.

A primeira equipe, ao explicar a brincadeira, citou que a melhor opção seria 5 e 5, mas colocou na urna, 7 bolas da cor roxa e 3 bolas da cor amarela. A equipe optou por colocar essas quantidades para confundir o raciocínio da equipe adversária. Uma aluna falou:

"Queríamos dar um golpe."

Com relação às escolhas das cores não tiveram nenhuma razão especial.

Já a segunda equipe optou por colocar 6 bolas da cor verde e 4 bolas da cor vermelha, tentando dificultar o pensamento da equipe adversária, que já havia feito a observação que a melhor opção seria 5 e 5. Além disso, relatou que escolheu a cor verde, para por maior quantidade de bola, por acreditar que a equipe adversária escolheria mais a cor vermelha, por ser uma cor mais forte e vibrante.

Aproveitando o momento que a segunda equipe falou sobre a escolha das cores, questionamos como eles fizeram a escolha da cor da bola retirada da urna. A equipe afirmou que, ao retirar bolas da urna pela terceira vez, observou que haviam saído duas bolas roxas e uma

amarela, suspeitando que havia uma maior quantidade de bolas roxas na urna, tiveram certeza que havia mais bolas roxas na urna após a 4ª retirada. Para a primeira equipe a escolha da bola foi feita de forma aleatória, sem nenhuma observação.

Encerrada a brincadeira, entregamos os questionários para os alunos, aqueles apresentados na seção 4.3.3.1 e destinamos para cada equipe um tempo de 15 minutos respondê-los. A figura 5.17 mostra alguns alunos respondendo o questionário.



Figura 5.17: Respondendo os questionários.

De modo geral, os alunos responderam corretamente o seu questionário, sem nenhuma dificuldade. Mas determinaram a probabilidade apenas na forma fracionária, por acharem mais fácil.

5.4 Descrição da 4ª atividade - "Quase a metade"

Para esta atividade foi utilizado um cubo contendo três faces com círculos na cor azul e três faces com círculos na cor amarela. Inicialmente, os alunos observaram que, ao lançar o cubo, ambas as cores (azul e amarela) têm a mesma probabilidade de sair e esta probabilidade é $\frac{1}{2}$ ou 50% cada uma. A turma foi dividida em duas equipes, cada uma ficou com uma das cores do cubo e foi escolhido de cada uma um representante. Os representantes das equipes anotaram os resultados para confirmar qual equipe vencedora.

Este representante anotou os resultados de cada lançamento para que no fim da brincadeira, a equipe vencedora fosse aquela que estivesse representada pela cor que mais saiu.

5.4.1 Análise da 4ª atividade na turma do 8º ano

Para esta atividade sugerimos o tempo correspondente de uma aula, totalizando 45 minutos, no entanto ela foi realizada em 30 minutos.

Nessa turma, reforçamos que nas atividades, o que importa é o conhecimento repassado por ela.

A turma percebeu, rapidamente, que a probabilidade de, ao lançar o cubo, sair a cor azul ou amarela era $\frac{1}{2}$. Novamente, toda a turma participou alegremente. A figura 5.17 mostra uma equipe lançando o dado.



Figura 5.18: Equipe lançando os dados.

No fim dos 30 lançamentos saíram 14 faces amarelas e 16 faces azuis. Foram realizadas perguntas para os alunos observarem que estes resultados estavam próximos da metade, visto que $\frac{1}{2}$ ou 50% pode ser interpretado como a metade. Logo em seguida falamos que isso não é uma coincidência, esse fato é conhecido como Lei dos Grandes Números.

Daí enunciamos para eles a Lei dos Grandes Números da seguinte forma:

"Se um experimento for realizado em um grande número de tentativas, os resultados obtidos tendem à probabilidade calculada"

Feito isto os alunos não tiveram dificuldade em compreender essa lei.

5.4.2 Análise da 4ª atividade na turma do 9º ano

Para esta atividade sugerimos o tempo correspondente de uma aula, totalizando 45 minutos, no entanto ela foi realizada em 30 minutos.

A turma percebeu, rapidamente, que a probabilidade de, ao lançar o cubo, sair a cor azul ou amarela era $\frac{1}{2}$. Nessa atividade, toda a turma participou com muita alegria. A figura 5.18 mostra uma das equipes lançando o dado.



Figura 5.19: Equipe lançando os dados.

No fim dos 30 lançamentos saíram, novamente, 14 amarelos e 16 azuis. Ao falar o resultado, rapidamente, uma aluna comentou:

"Quase a metade"

Foi perguntado à turma:

"Realmente quase a metade. Vocês acham que isto foi coincidência?"

A turma ficou em silêncio. Diante do silêncio comentamos que o fato não foi coincidência, pois é conhecido como Lei dos Grandes Números.

Explicando da seguinte forma:

"A probabilidade de sair ao lançar o cubo a face com círculo azul ou amarelo é $\frac{1}{2}$, e um meio pode ser interpretado como sendo a metade."

Acreditamos que essa lei não é de fácil compreensão. Diante da dificuldade, citamos para a turma, outro exemplo, observe:

Exemplo 6 Se um cubo tivesse 2 faces vermelhas, 2 faces azul e 2 faces amarelas. As cores têm todas as mesmas chances de sair, e esta probabilidade é $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Se lançarmos este cubo 30 vezes, temos que $\frac{1}{3}$ de 30 é igual a 10, então deveríamos obter 10 faces vermelhas, 10 faces azuis e 10 faces amarelas.

Neste momento uma aluna questionou:

"Mas poderíamos obter 11 vermelhas, 9 azuis e 10 amarelas?"

Afirmamos para toda a turma que é possível, pois esse resultados tendem a se aproximarem da probabilidade calculada, se aproximam de 10. Observamos que, ao usar a palavra *aproximam* para substituir tendem, a compreensão da turma acerca da Lei dos Grandes Números foi maior. Dessa forma sugerimos que, ao explorar essa lei, o professor use a aproximação para melhorar a compreensão.

5.5 Desempenho das turmas

Conforme o que foi observado nos capítulos anteriores, toda sequência didática sugere uma avaliação. A análise a seguir refere-se ao desempenho obtido por cada uma das turmas e teve como base o exercício de verificação sugerido no capítulo anterior, na seção 4.4.1.

Aplicamos o exercício de verificação ao finalizar as quatro atividades propostas. O exercício foi resolvido em sala de aula por cada aluno individualmente, sem que fosse permitido o aluno consultar qualquer tipo de material escolar, por exemplo, o livro didático. Cada uma das cinco questões sugeridas do exercício foi corrigida valendo 2,0 pontos, caso a questão tenha sido respondida corretamente. As questões que tinham mais de um item a ser respondido, os 2,0 pontos foram distribuídos igualmente de acordo com o número de itens por questão.

Para uma melhor compreensão dos resultados obtidos, a tabela 5.1 expõe as notas obtidas pelos alunos do 8º ano no exercício de verificação proposta neste trabalho no capítulo 4, os quais foram identificados com os códigos de A01 até A22.

Tabela 5.1 - Notas dos alunos do 8º ano.

<i>Aluno</i>	<i>Nota</i>
A01	2,6
A02	7,6
A03	5,0
A04	5,8
A05	9,0
A06	7,4
A07	7,0
A08	6,2
A09	9,6
A10	7,0
A11	7,0
A12	7,2
A13	6,4
A14	8,0
A15	6,0
A16	7,6
A17	8,4
A18	7,0
A19	7,0
A20	6,6
A21	9,0
A22	8,0

Fonte: Arquivo pessoal do professor.

Observamos que a nota média da turma referente à aplicação do exercício de verificação proposto no capítulo 4 foi 7,02. Dessa forma, concluímos que a turma assimilou o conteúdo mantendo a média da escola e superando a média da turma obtida na matéria de matemática, que no 1º bimestre foi 6,30, conforme consta nos documentos escolares.

A tabela 5.2 apresentada expõe as notas obtidas pelos alunos do 9º ano no exercício de verificação proposto neste trabalho no capítulo 4, os quais foram identificados com os códigos de B01 até B21.

Tabela 5.2 - Notas dos alunos do 9º ano.

<i>Aluno</i>	<i>Nota</i>
B01	6,8
B02	9,0
B03	9,0
B04	10,0
B05	9,4
B06	10,0
B07	6,4
B08	7,0
B09	8,0
B10	8,4
B11	4,0
B12	9,8
B13	9,4
B14	8,4
B15	9,8
B16	5,0
B17	9,6
B18	10,0
B19	5,6
B20	5,4
B21	6,6

Fonte: Arquivo pessoal do professor.

Observe que na tabela 5.2 a nota média da turma, referente a aplicação do exercício de verificação proposto no capítulo 4 foi 7,98. Dessa forma, concluímos que a turma assimilou o conteúdo, mantendo a média da escola, superando a média da turma obtida na matéria de matemática no 1º bimestre que foi 7,54, conforme consta nos documentos escolares.

Capítulo 6

Conclusões

A partir do que foi exposto nesta dissertação, concluímos que, para as bases educacionais, é necessário uniformizar a educação pública e, particularmente, a uniformização do ensino da Probabilidade é um ponto que exige atenção especial, pois esse é um dos objetivos, apresentados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e na Base Nacional Curricular Comum (BNCC).

Os PCN's, fundamentam-se na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, estão divididos em 8 (oito) áreas de conhecimentos, nas quais está inclusa a área de conhecimento da Matemática. Cada área de conhecimento está dividida em quatro ciclos, e cada ciclo é constituído por duas séries de ensino. Mesmo precisando ser atualizado, os PCN's ainda orientam a educação básica brasileira, indicando critérios de avaliação das aprendizagens fundamentais a serem realizadas em cada ciclo, e também sugerindo orientações didáticas para o professor.

Com o objetivo de atualizar e reformar a educação básica como um todo, o Ministério da Educação lançou recentemente a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), que é formada pelo conhecimento fundamental ao qual todo estudante deve ter acesso na escola para que seus direitos à aprendizagem esteja garantido.

Mesmo tendo características distintas, os PCN's e BNCC, mantêm na sua essência semelhanças. Ambos defendem um conhecimento construído de forma crescente, do simples ao complexo, gradativamente. Além disso, ambos valorizam o conhecimento prévio do aluno, sugerem que se observe e explore os conteúdos de acordo com a realidade de cada aluno e ainda valorizem a sua cultura.

Além dos dois referenciais, PCN's e BNCC, o livro didático adotado pela escola serve também como base para os professores. Em nossas análises dos livros didáticos pudemos verificar que, no geral, os livros cumprem seu papel, a menos de alguns detalhes que citamos nessas análises no Capítulo 3.

Sabendo que uma análise deve ser uniforme, consideramos os seguintes elementos como suporte teórico para fazermos nossa análise do ensino da Probabilidade em livros didáticos de Matemática::

1. Aspectos visuais.
2. Conceituação.
3. Exploração do Princípio Fundamental da Contagem.
4. Atividades propostas.
5. Interdisciplinariedade.
6. Orientações didáticas ao professor.
7. Manipulações de fórmulas.

Com relação à análise que fizemos de alguns livros do Ensino Fundamental I, concluímos que os autores abordaram a probabilidade em suas obras em consonância com os PCN's e a BNCC. Já com a análise dos livros do Ensino Fundamental II, alguns fatos chamaram nossa atenção e os pontuamos a seguir:

Em nossa opinião, o tópico referente ao ensino da Probabilidade, analisado no livro do 9º ano da coleção *Matemática - Ideias e desafios*, poderia ter sido abordado com termos menos técnicos. O emprego de formalismo na exposição da teoria e a utilização dos termos técnicos, podem resultar em uma abordagem que pode se tornar não recomendável para alunos de séries iniciais. Esta coleção foi a única a abordar o tema Probabilidade no volume do 9º ano, as demais coleções abordaram o tema no volume do 8º ano, conforme sugere a BNCC. Porém ao abordar o tema no 9º ano, os autores foram coerentes com os PCN's;

O tópico referente ao ensino da Probabilidade analisado no livro do 8º ano da coleção *Radix - Raiz do Conhecimento*, começa com um exemplo bem original e criativo que, apesar de cumprir seu papel, poderia ser melhor e mais detalhadamente explorado pelo autor, resultando em uma abordagem mais completa. Um ponto que sentimos falta no livro e que consta nos PCN's e na BNCC, foi: *Indicar a probabilidade de um evento por meio de uma razão, verificando que a soma das probabilidades de todos os resultados individuais é igual a 1;*

Concluímos, referente ao ensino da Probabilidade, analisado no livro do 8º ano da coleção *Vontade de Saber Matemática*, que essa coleção traz o tópico Probabilidade de forma bastante satisfatória e esta coleção é justamente a adotada pela escola. Nesta coleção podem ser encontradas muitas informações sobre Probabilidade em níveis adequados para os alunos. Além disso, o conteúdo e os exercícios propostos conseguem atingir os objetivos dos PCN's e da BNCC.

Outra conclusão importante é o fato que nenhum livro será o ideal, perfeito para todos os alunos. O Brasil é um país culturalmente rico, com uma diversidade enorme, assim é impossível o autor escrever um único livro, que esteja de acordo com a realidade de todos os alunos, respeitando e valorizando cada cultura.

Além disso, quando o aluno vem para a escola, ele já traz consigo conhecimentos adquiridos sobre diversos assuntos, que precisam ser aperfeiçoados ou até modificados por meio de uma intervenção escolar. Esses conhecimentos jamais deverão ser descartados pelo professor em sala de aula, eles devem ser valorizados e usados paralelamente ao livro didático.

Para valorizar esse conhecimento e tornar as aulas de matemática mais agradáveis para os alunos é necessário um planejamento adequado das atividades a serem desenvolvidas e orientadas pelo professor, de modo que o aluno construa seus conceitos com base sólida e seja capaz de tomar suas próprias decisões, tendo consciência da responsabilidade ao tomar cada decisão.

Concluimos que uma forma do professor organizar as atividades é construindo uma sequência didática, que é o planejamento detalhado de todas as ações e intervenções que devem ocorrer na sala de aula. É claro que, para fazer esse planejamento, o professor deverá saber o nível de aprendizagem de seus alunos, caso necessário poderá ser feito um diagnóstico preliminar da turma.

Ao elaborar sua sequência didática o professor sempre deve: partir do simples para o complexo, para que o aluno construa gradativamente seu conhecimento; cada etapa deve conter objetivos bem claros a serem atingidos; identificar os conhecimentos com os quais deseja trabalhar para que outros temas não interfiram sobre o que foi planejado; o planejamento deve prever possíveis problemas e preparar intervenções adequadas para solucionar os mesmos; sempre que for possível, testar se a sequência didática proposta é viável, caso tenha necessidade, a mesma pode ser modificada; além disso toda sequência didática poderá ser reavaliada.

Tendo em mente o que é uma sequência didática, para que serve e como construí-la, apresentamos uma proposta didática composta por quatro atividades que foram aplicadas aos alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental. Ao finalizar a aplicação das atividades, concluímos que os alunos foram capazes de:

Diferenciar possibilidades e probabilidades;

Observar que determinados eventos têm maior ou menor probabilidade (chance) de ocorrer;

Determinar a probabilidade de um evento;

Usar a probabilidade para tomar decisões corretamente;

Compreender que a probabilidade de um evento está associada a um número entre 0 até 1;

Identificar o espaço amostral;

Compreender a Lei dos Grandes Números.

Concluimos ainda, com a atividade proposta, que ambas as turmas assimilaram o conteúdo, mantendo a média da escola e superando a média obtida na matéria de matemática no 1º bimestre, conforme consta nos documentos da escola. Além disso, os objetivos de cada atividade foram atingidos e despertaram no aluno o prazer pela matéria de matemática.

Referências Bibliográficas

- [1] BRASIL, *Base Nacional Curricular Comum (BNCC)*, Ministério da Educação, Brasília disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acessado em 04/03/2016
- [2] BRASIL, *Parâmetros Curriculares Nacionais para o primeiro e segundo ciclo do ensino fundamental*, Ministério da Educação, Brasília, 1997.
- [3] BRASIL, *Parâmetros Curriculares Nacionais para o terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental*, Ministério da Educação, Brasília, 1998.
- [4] CHEVALLARD, Y. *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado* Buenos Aires, Aique, 1991.
- [5] Guia nacional do Plano Nacional do Livro Didático - 2014
- [6] Guia nacional do Plano Nacional do Livro Didático 2017
- [7] LIMA, E. L., *Exames de Textos: Análise de livros de Matemática para Ensino Médio*, SBM, 2001
- [8] MORI, I. *A aventura do saber - 5º ano*, 1ª ed., São Paulo: Ed. Leya
- [9] MORI, I., ONAGA, D. S.; *Matemática - Ideias e desafios- 9º ano*, 17ª ed., volume 3, São Paulo, SARAIVA, 2013.
- [10] MORI, I., ONAGA, D. S.; *Matemática - Ideias e desafios- 8º ano*, 18ª ed., volume 3, São Paulo, SARAIVA, 2016.
- [11] MORI, I., ONAGA, D. S.; *Matemática - Ideias e desafios- 9º ano*, 18ª ed., volume 4, São Paulo, SARAIVA, 2016.
- [12] PANNUTI, M.R.V, *Caminhos da prática pedagógica*. TVE Brasil. Rio de Janeiro. Disponível de <<http://tvebrasil.com.br/SAUTO/boletins2004/ei/text1.htm>> acessado em 15/04/2016.
- [13] PEREIRA, A. A, FERREIRA, I., LIRA, R. I. *Aprender com alegria - Integrado - 3º ano*, 1ª ed., São Paulo: Ed. Leya.

- [14] *Projeto Burity matemática* /Organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; vol. 3, 3ª ed., São Paulo: Moderna, 2013
- [15] RIBEIRO, J., *Coleção Projeto Radix Raiz do conhecimento*. 3ª Ed. São Paulo: Scipione, 2013.
- [16] Revista Nova Escola. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/fundamental-2/palavra-especialista-demerval-santos-cerqueira-conexao-atividades-didaticas-matematica-752650.shtml?page=1>. Acessado em 04/04/2016.
- [17] SOUSA, J., PATARO, P. M.; *Coleção Vontade de Saber Matemática - 6º ano, 2ª ed.*, São Paulo, FTD, 2012.
- [18] SOUSA, J., PATARO, P. M.; *Coleção Vontade de Saber Matemática - 7º ano, 2ª ed.*, volume 2, São Paulo, FTD, 2012.
- [19] SOUSA, J., PATARO, P. M.; *Coleção Vontade de Saber Matemática - 8º ano, 2ª ed.*, volume 3, São Paulo, FTD, 2012.
- [20] SOUSA, J., PATARO, P. M.; *Coleção Vontade de Saber Matemática - 7º ano, 3ª ed.*, volume 2, São Paulo, FTD, 2015.
- [21] SOUSA, J., PATARO, P. M.; *Coleção Vontade de Saber Matemática - 8º ano, 3ª ed.*, volume 3, São Paulo, FTD, 2015.