



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Darlan Azevedo Gomes

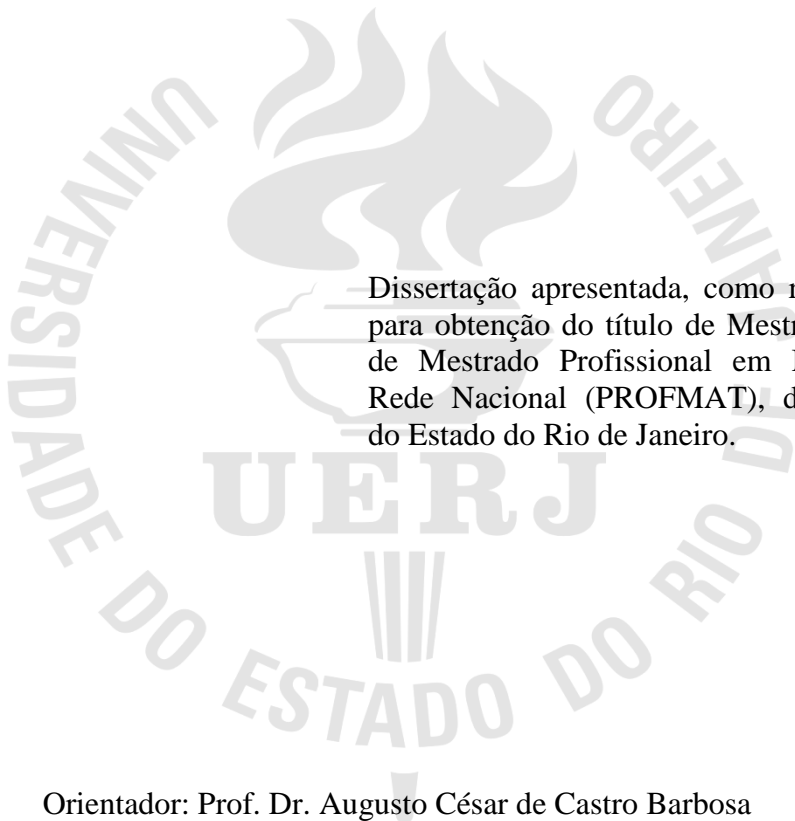
**Ensino de Matemática através da resolução de problemas: a disciplina  
RPM na visão da SEEDUC e de professores do Rio de Janeiro**

Rio de Janeiro

2016

Darlan Azevedo Gomes

**Ensino de Matemática através da resolução de problemas: a disciplina RPM na visão da SEEDUC e de professores do Rio de Janeiro**



- Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. Dr. Augusto César de Castro Barbosa

Coorientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Cláudia Ferreira Reis Concordido

Rio de Janeiro

2016

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

G633 Gomes, Darlan Azevedo.  
Ensino de Matemática através da resolução de problemas: a disciplina RPM na visão da SEEDUC e de professores do Rio de Janeiro / Darlan Azevedo Gomes. – 2016.  
60 f. : il.  
Orientador: Augusto César de Castro Barbosa  
Coorientadora: Cláudia Ferreira Reis Concordido  
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística.  
1. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 2. Resolução de problemas (Matemática)- Teses. I. Barbosa, Augusto César de Castro. II. Concordido, Cláudia Ferreira Reis. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. IV. Título.  
CDU 51(076.1)

Autorizo para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

---

Assinatura

---

Data

Darlan Azevedo Gomes

**Ensino de Matemática através da resolução de problemas: a disciplina RPM na visão da SEEDUC e de professores do Rio de Janeiro**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 29 de julho de 2016.

Banca Examinadora

---

Prof. Dr. Augusto César de Castro Barbosa (Orientador)  
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

---

Prof.<sup>a</sup> Dra. Cláudia Ferreira Reis Concordido (Coorientadora)  
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

---

Prof.<sup>a</sup> Dra. Rosa María García Márquez  
Faculdade de Formação de Professores - UERJ

---

Prof.<sup>a</sup> Dra. Maria Darci Godinho da Silva  
Instituto de Matemática - UFRJ

Rio de Janeiro

2016

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho à minha esposa Ediliane, à minha família e aos meus amigos que de muitas formas, às vezes sem perceberem, me incentivaram e ajudaram para que fosse possível a conclusão deste trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus que permitiu que tudo isso acontecesse.

À minha esposa Ediliane, às minhas filhas Amanda e Beatriz e a toda minha família que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Aos professores José Cesar de Carvalho Toledo (in memoriam), Paulo de Castro Nogueira (in memoriam) e Hélio Novaes dos Santos pelo incentivo e apoio em meu caminhar pela estrada da vida.

Aos professores e alunos do Centro Integrado de Educação Pública (CIEP) Brizolão 223 – Olympio Marques dos Santos pelas contribuições dadas ao desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Augusto César de Castro Barbosa e à minha coorientadora Prof.<sup>a</sup> Dra. Cláudia Ferreira Reis Concordido pela paciência na orientação e incentivo que tornaram possível a conclusão deste trabalho.

Ao corpo docente do PROFMAT/UERJ.

Aos colegas de turma do PROFMAT/UERJ, em especial aos amigos: Everaldo Quinelatto, Jocemar Esteves da S. Júnior, Leandro Borges Salgado Teixeira, Marcio Pereira Barbosa, Ricardo José Chamon Alves e Silvia Fernanda Gomes de Araújo, pelos tantos altos e baixos que passamos juntos.

A Matemática, vista corretamente, possui não apenas verdade, mas também suprema beleza -  
uma beleza fria e austera, como a da escultura.

*Bertrand Russell*

## RESUMO

GOMES, Darlan Azevedo. *Ensino de Matemática através da resolução de problemas: a disciplina RPM na visão da SEEDUC e de professores do Rio de Janeiro*. 2016. 60 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

Este trabalho tem como principal objetivo abordar as concepções sobre a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM) no âmbito da Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC), tanto na visão da Secretaria quanto na visão de um grupo de professores pertencentes a essa secretaria. Para isso, foi realizada uma pesquisa de perfil e opinião com esse grupo. É apresentado também um relato de experiência sobre algumas atividades desenvolvidas durante o segundo bimestre do ano letivo de 2015, usando como base a metodologia da Resolução de Problemas, com alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual localizada no bairro de Campo Grande – Rio de Janeiro. Tendo em vista essas atividades terem despertado o interesse dos alunos, é possível concluir que é benéfico o uso da metodologia de Resolução de Problemas nas aulas de Matemática. Para tanto, é importante que o professor aproveite parte do tempo dedicado ao planejamento das suas aulas para conhecer um pouco mais sobre essa metodologia.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Resolução de Problemas Matemáticos. Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro.



## ABSTRACT

GOMES, Darlan Azevedo. *Ensino de Matemática através da resolução de problemas: a disciplina RPM na visão da SEEDUC e de professores do Rio de Janeiro*. 2016. 60 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

This paper aims in focus some of the conceptions concerning Mathematical Problem Solving for Rio de Janeiro Education Department State, regarding its overview and also in the eye of a group of teachers, part of this Education Department. And to accomplish that was performed an essay, regarding the teacher's profile and opinion. It will be also presented a report about experiences of some activities developed during the second quarter in the year of 2015, using as a basis the Methodology about solving problems, with students of the second year of high school in a public school in Campo Grande - Rio de Janeiro. Bearing in mind these activities must have aroused the interest of students, we conclude that the use of Problem Solving Methodology in mathematics classes really works. Therefore, it is important that the teacher takes advantage concerning the time dedicated for planning classes to know a little more about this methodology.

Keywords: Problem Solving. Mathematical Problem Solving. State Department of Education of the Rio de Janeiro.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Papiro de Ahmes.....	18
Gráfico 1 –	Quantidade de horas-aula lecionadas por semana.....	33
Gráfico 2 –	Quantidade de horas semanais dedicadas ao planejamento das aulas.....	34
Gráfico 3 –	Principal objetivo definido pela SEEDUC para a RPM.....	35
Gráfico 4 –	Objetivos alcançados a partir da RPM.....	36
Figura 2 –	Respostas à questão 1.....	40
Figura 3 –	Respostas à questão 2.....	42
Figura 4 –	Respostas à questão 3.....	43
Figura 5 –	Respostas à questão 4.....	44

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

CIEP	Centro Integrado de Educação Pública
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
OECD	Organization for Economic Cooperation and Development
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
RP	Resolução de Problemas
RPM	Resolução de Problemas Matemáticos
SEEDUC	Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro
s.m.	Substantivo Masculino
TALIS	Teaching and Learning International Survey

## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	13
1	<b>RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....</b>	15
1.1	<b>O que é um problema?.....</b>	15
1.2	<b>Um breve histórico.....</b>	17
1.3	<b>A Resolução de Problemas como metodologia de ensino.....</b>	19
2	<b>A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA VISÃO DA SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO – SEEDUC.....</b>	28
3	<b>A VISÃO DOS PROFESSORES ACERCA DA DISCIPLINA RPM.....</b>	31
4	<b>ATIVIDADES DESENVOLVIDAS SOB A PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....</b>	38
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	45
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	47
	<b>ANEXO A - Currículo Mínimo da disciplina Resolução de Problemas Matemáticos.....</b>	50
	<b>ANEXO B – Pesquisa sobre o Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas.....</b>	57
	<b>ANEXO C – Lista dos exercícios trabalhados em sala de aula.....</b>	60

## INTRODUÇÃO

Há tempos que a disciplina Matemática vem sendo entendida como a grande vilã dentre todas as outras no que se refere ao seu ensino e à sua aprendizagem. A falta de compreensão/entendimento, pelos alunos, dos assuntos abordados, seja por deficiência em séries anteriores ou não, e a desmotivação sentida pelo professor por não conseguir ensinar a sua disciplina são alguns dos fatores que contribuem de maneira significativa para esse estigma. Com o objetivo de modificar esse quadro, o ensino deve acontecer de tal maneira que o aluno sinta a necessidade de aprender e que esse aprendizado, em algum momento do seu dia a dia, lhe seja útil.

É papel do professor propiciar condições para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de abstração e de análise, em suma, o de fazer pensar. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Matemática:

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos (BRASIL, 1997, p. 33).

Uma das maneiras de proporcionar aos alunos essas condições é a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino, pois ela é capaz de criar mecanismos que propiciem aos alunos um ambiente de descobertas.

Ainda segundo os PCN (BRASIL, 1997, p. 32), no “processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las.”

Segundo Pozo (1998, p.14), “ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta.”

Assim, quando se ensina por meio da resolução de problemas, os alunos são levados a desenvolver novas competências e habilidades (comunicação, colaboração, raciocínio criativo, etc.) e a encontrar, por seus próprios meios, respostas às mais diversas situações apresentadas.

Atenta ao fato de que a Resolução de Problemas é considerada como um recurso ao ensino da Matemática e objetivando melhorar o desempenho em Matemática nas habilidades cognitivas relacionadas à resolução de problemas, a Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC) criou no ano de 2012 a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM) – que é uma disciplina à parte da disciplina Matemática. Essa disciplina começou a ser lecionada já no início do ano letivo de 2013, porém vários dos professores jamais haviam tido contato com essa metodologia de ensino.

Após dois anos de existência dessa disciplina, era de se esperar que as atividades desenvolvidas pelos professores em sala de aula já estivessem em consonância com as orientações dadas pela SEEDUC. Assim, este trabalho tem como objetivo verificar se a disciplina RPM vem cumprindo as metas traçadas pela SEEDUC. Para tanto, foi aplicado um questionário a um grupo de professores que lecionam em escolas situadas no entorno do bairro de Campo Grande e serão analisados documentos da SEEDUC que tratam dessa disciplina.

Este trabalho é composto por 4 capítulos. No capítulo 1, será apresentada uma síntese da ideia sobre a Resolução de Problemas entre os diversos escritores da área. No capítulo 2, será abordada a percepção da Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro sobre a Resolução de Problemas. Já no capítulo 3, a partir das informações coletadas através de um questionário, será apresentada uma amostra do que pensam e como trabalham alguns professores da SEEDUC. No capítulo 4, serão apresentadas algumas atividades desenvolvidas, segundo a metodologia da Resolução de Problemas, com alunos do segundo ano do ensino médio do CIEP Brizolão 223 Olympio Marques dos Santos. E, por último, sugerimos ações para a melhoria do desempenho dos alunos da SEEDUC.

# 1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

## 1.1 O que é um problema?

Em vários momentos da nossa vida nos deparamos com a palavra “problema” e essa palavra não está relacionada apenas ao ambiente escolar. Ela aparece nas mais diversas situações. Por exemplo, pode-se citar os problemas financeiros, de saúde, de mobilidade urbana, etc.

Segundo o dicionário escolar da língua portuguesa da Academia Brasileira de Letras, “problema – s.m. – situação difícil que requer uma solução; disfunção orgânica; questão numérica para ser resolvida” (2010, p. 1030).

Constam da versão eletrônica do dicionário Caldas Aulete os seguintes significados:

- questão ou situação difícil de tratar, lidar, resolver (problemas sociais/ecológicos);
- aborrecimento, contrariedade; mau funcionamento, falha ou defeito em algo (problemas técnicos);
- disfunção orgânica ou psíquica (problema respiratório/emocional);
- questão proposta para investigação, debate ou solução, em qualquer área do conhecimento;
- questão para ser solucionada mediante cálculos.

Quando relacionada ao ambiente escolar, também são várias as interpretações dessa palavra.

Para Polya (1986), uma pessoa está diante de um problema quando ela se depara com uma questão que não pode responder ou resolver usando os conhecimentos que detém.

Dante (1991) afirma que problema “é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la.” e que “o que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema num determinado contexto pode não ser em outro.”

Já para Onuchic (1999), o entendimento sobre o que é um problema pode ser caracterizado como sendo tudo aquilo que não se sabe fazer, porém se está interessado em resolver.

E ainda, segundo Van de Walle (2001, apud ONUCHIC; ALLEVATO, 2005), “[...] um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm

métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.”

Dante (2011, p. 15-17) elenca vários tipos de problema. A saber:

- *Exercícios de reconhecimento* – Seu objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade etc.
- *Exercícios de algoritmos* – São aqueles que podem ser resolvidos passo a passo. Geralmente, no nível elementar, são exercícios que pedem a execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais. Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores.
- *Problemas-padrão* – Sua resolução envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige nenhuma estratégia. A solução do problema já está contida no próprio enunciado, e a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo. O objetivo desses problemas é recordar e fixar os fatos básicos por meio dos algoritmos das quatro operações fundamentais, além de reforçar o vínculo existente entre essas operações e seu emprego nas situações do dia a dia. De modo geral, eles não aguçam a curiosidade do aluno nem o desafiam.
- *Problemas-processo ou heurísticos* – São problemas cuja solução envolve operações que não estão contidas explicitamente no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. Por isso, tornam-se mais interessantes do que os problemas-padrão. Os problemas-processo aguçam a curiosidade do aluno e permitem que ele desenvolva a criatividade, a iniciativa e o espírito explorador. E, principalmente, iniciam o aluno no desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema, o que, em muitos casos, é mais importante que encontrar a resposta correta.
- *Problemas de aplicação* – São aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São também chamados de situações-problema contextualizadas. Por meio de conceitos, técnicas e



procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse.

- *Problemas de quebra-cabeça* – São problemas que envolvem e desafiam os alunos. Geralmente constituem a chamada matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, alguma regularidade, que é a chave da solução.

Onuchic e Allevato (2011) afirmam que

[...] entre os diversos autores e trabalhos já publicados, podem ser encontrados muitos conceitos de problema adjetivados, refletindo qualidades específicas que deles se espera: problemas de fixação, exercícios, problemas abertos, problemas fechados, problemas padrão, problemas rotineiros e não rotineiros, quebra-cabeças, desafios, entre outros. Na realidade, são todos problemas, e os adjetivos expressam diferentes tipos de problema que admitem, para sua resolução, diferentes estratégias (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

A partir dessas interpretações sobre o que vem a ser um problema, percebe-se que não há uma unanimidade nas opiniões. Assim, nos resta pensar de que maneiras podemos fazer uso de problemas em sala de aula para desenvolver habilidades e competências matemáticas em nossos alunos.

É uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida. É triste trabalhar para um fim que não se deseja. Estas coisas tolas e tristes, fazem-se muitas vezes, mas cabe ao professor evitar que elas ocorram. O aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo. Se lhe faltar compreensão e interesse, isto nem sempre será culpa sua. O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante (POLYA, 1995, p. 4).

## 1.2 Um breve histórico

A partir das mais diversas definições sobre a palavra problema, pode-se afirmar que resolver problemas sempre fez parte da natureza humana. Os problemas serviram como alavanca para o desenvolvimento e a evolução do homem. Artifícios foram criados para

resolver problemas do cotidiano como, por exemplo, pescar, caçar, cultivar, proteger-se, ou de maneira mais ampla, sobreviver.

Segundo Stanic e Kilpatrick (2009 apud HUANCA, 2012), “a resolução de problemas aparece na história através de documentos desde muito cedo, como é o caso do Papiro de Ahmes<sup>1</sup>, copiado pelo escriba Ahmes, por volta de 1650 a.C., e de muitos outros registros de Egípcios, Chineses e Gregos”.

Figura 1 – Papiro de Ahmes



Fonte: <http://www.lessing-photo.com/p3/030102/03010244.jpg>

Também Onuchic (2008) destaca que “problemas de Matemática têm ocupado um lugar central no currículo da Matemática Escolar desde a Antiguidade” e que, no entanto, como metodologia de ensino, é um conceito relativamente novo, ainda que a resolução de problemas exista há bastante tempo na história da matemática escolar.

Para Allevato (2008), a resolução de problemas, num contexto histórico, é situada da forma que segue.

- Ênfase em repetição e memorização (início do Século XX) – o que existem são exercícios, não problemas.
- Aprendizagem com compreensão (meados do Século XX) – em 1944, Geoge Polya<sup>2</sup> aparece como grande nome em resolução de problemas.

<sup>1</sup> O Papiro Ahmes ou Rhind mede 5,5 m de comprimento por 0,32 m de largura, datado aproximadamente no ano 1650 a.C. onde encontra-se um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo.

<sup>2</sup> George Polya foi um grande matemático do século XX que se dedicou muito especialmente à arte de resolução de problemas de Matemática. Nasceu em Budapeste (Hungria) em 1887 e faleceu em Palo Alto (EUA) em 1985. Trabalhou numa grande variedade de tópicos matemáticos, que incluíam séries, teoria dos números, combinatória e teoria das probabilidades.

- Movimento Matemática Moderna (décadas de 60 e 70) – não há avanços nos trabalhos e pesquisas em resolução de problemas.
- Ainda durante a experiência da Matemática Moderna (1970), iniciam-se investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares.
- Nos Estados Unidos da América (1980), o National Council of Teachers of Mathematics (*NCTM*) publicou o documento *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics in the 1980's* onde a primeira das recomendações diz que “resolver problemas deve ser o foco da Matemática Escolar nos anos 80”.
- Falta de consenso (1989) – três diferentes concepções, ou seja, ensinar sobre resolução de problemas, ensinar para a resolução de problemas e ensinar através da resolução de problemas.<sup>1</sup>
- O *NCTM* (1989, 1991, 1995 – 2000) apresenta a resolução de problemas como o primeiro padrão de processo, seguido de raciocínio e prova, comunicação, conexões e representações.
- No Brasil (1997, 1998, 1999, 2002), os PCN e os PCN+ apresentam uma proposta indicando a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas na sala de aula.

No Brasil, vale destacar o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, que por volta de 1989 deu início aos estudos acerca da Resolução de Problemas.

Esse grupo, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, tem sido um importante centro gerador de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas.

### 1.3 A Resolução de Problemas como prática pedagógica

Conforme foi descrito, no início da década de 1970 iniciam-se investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares. Entretanto, como

---

<sup>1</sup> Detalharemos essas características na página 21.

campo de pesquisa, teve seu início a partir dos anos 1960, nos Estados Unidos da América, sob a influência de Polya.

Embora grande parte da literatura hoje conhecida em resolução de problemas tenha sido desenvolvida a partir dos anos 70, os trabalhos de George Polya datam de 1944. A partir do final da década de 1960, a metodologia de investigação, utilizando sessões de resolução de problemas em grupo e com os alunos se manifestando em voz alta, se tornou prática comum. O período de 1962 a 1972 marcou a transição de uma natureza quantitativa para uma qualitativa (ANDRADE, 1998, apud ONUCHIC, 1999, p. 203).

Polya (1995, p.4), em seu livro *A Arte de Resolver Problemas*, sugere quatro etapas principais para a resolução de um problema.

1. Compreender o problema.

Nesta etapa é importante que se façam perguntas do tipo: o que é solicitado? Quais são os dados? Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a solução? Faltam dados? Que relações posso estabelecer para encontrar os dados omitidos? Que fórmulas e/ou algoritmos posso utilizar?

Às vezes, torna-se necessária a construção de figuras para esquematizar a situação proposta.

2. Construir uma estratégia de resolução.

Para tal fim, faz-se necessário estabelecer relações entre os dados do problema e o que é pedido nele, buscar estratégias, algoritmos ou até mesmo problemas parecidos já resolvidos. Tais problemas podem servir de auxílio na busca da solução procurada. Alguns questionamentos podem servir como elemento facilitador nessa etapa. Por exemplo: algum problema semelhante já foi resolvido? É possível dispor as informações em uma tabela, gráfico ou diagrama? É possível resolver o problema por partes? É possível estabelecer um ou vários caminhos para a solução?

3. Executar a estratégia.

Ao executar a estratégia, deve-se verificar cada passo dado e efetuar as operações necessárias para se chegar ao resultado esperado.

4. Fazer o retrospecto ou verificação do resultado.

Algumas perguntas também podem ser feitas nesta etapa. É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento utilizado? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?

Cabe ressaltar que alguns pesquisadores, Schoenfeld (1985), por exemplo, entenderam parte das ideias de Polya como ultrapassadas ou equivocadamente exploradas. Porém, para D'Ambrósio,

A interpretação muito limitada do trabalho de Polya resultou em propostas curriculares que (nos anos 1960 a 1990) transmitiam aos alunos uma visão da resolução de problemas como um procedimento seguindo passos determinados. As propostas curriculares incluíam a resolução de problemas como um capítulo ou como atividades independentes. A proposta decompunha a resolução de problemas em quatro subatividades: compreender o problema, desenvolver um plano, implementar o plano, e avaliar a solução. Muita ênfase foi dada ao ensino desses quatro passos. Alunos resolviam problemas demonstrando cada passo. Ensinava-se também uma coleção de heurísticas ou estratégias de resolução. A análise mais profunda do trabalho de Polya nos mostra uma visão de resolução de problemas muito mais rica do que a que foi assumida nas propostas curriculares. Polya estudava o trabalho de investigação dos matemáticos e propunha um ensino que criasse oportunidades para que os alunos se comportassem como matemáticos, investigando problemas abertos e desafiantes para todos. Esse aspecto da proposta pedagógica de Polya se perdeu na tentativa de inseri-lo em livros texto (D'AMBROSIO, 2008, p. 1).

Assim, percebe-se que as sugestões de Polya para resolver problemas são importantes e não são “fechadas”. Principalmente para os alunos, a habilidade de pensar logicamente, que figura na base dessa proposição, é uma aprendizagem que não deve ser desprezada pela escola.

Polya destaca que

O professor que deseja desenvolver nos alunos o espírito solucionador e a capacidade de resolver problemas deve inculcar em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar. Além disso, quando o professor resolve um problema em aula, deve dramatizar um pouco as suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar os alunos. Por meio desta orientação, o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer (POLYA, 1995, p.3).

Para Dante (1991), a resolução de problemas não deve constituir-se de experiências repetitivas onde o professor aplica os mesmos problemas que são resolvidos utilizando-se as mesmas estratégias, modificando apenas os números. Cabe ao professor sugerir diferentes maneiras de solucionar problemas, destacando sempre que não há uma forma única, ideal e infalível para alcançar a resolução dos mesmos. É necessário que o aluno perceba que pode solucionar diferentes problemas utilizando a mesma estratégia, bem como pode utilizar estratégias diversas para a solução de um único problema. Essa percepção facilitará a ação futura do educando no enfrentamento de novos desafios.

A partir do momento que o aluno é incentivado a buscar soluções a um problema proposto, ele sistematiza o conhecimento, passa a pensar de maneira mais produtiva, se torna mais criativo, etc.

Mendonça (1993, p. 260), em sua tese de doutorado, apresenta três interpretações para a resolução de problemas:

1. como um objetivo, significa que se ensina Matemática para resolver problemas. Nesta interpretação a resolução de problemas é a meta final;
2. como um processo, significa olhar para o desempenho do indivíduo como resolvidor. Nesta interpretação a resolução de problemas é um meio para desenvolver o potencial heurístico do aluno;
3. como um ponto de partida, significa olhar o problema como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento matemático.

Para Gazire (1988, p.124), “Se todo conteúdo a ser aprendido for iniciado numa situação de aprendizagem, através de um problema desafio, ocorrerá uma construção interiorizada do conhecimento a ser adquirido.”

O professor, ao trabalhar em sala de aula com a resolução de problemas, pode lançar mão das tentativas e dos erros apresentados pelos alunos ao buscarem uma solução para o problema proposto. Com isso, será possível compreender o raciocínio utilizado e, assim, discutir sobre todos os passos empregados como estratégia. Destacando, também, os diferentes processos utilizados e apontando suas vantagens e desvantagens.

A resolução de problemas oportuniza aos estudantes a possibilidade de fazer Matemática, isto é, ao buscarem uma solução para o problema proposto, eles são levados a exercitar as suas habilidades intelectuais, criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados, etc.

A resolução de problemas estreita a distância entre uma Matemática mais intuitiva, mais experimental e uma Matemática formal.

Conforme consta nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (MEC),

[...] a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação-problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conhecimento (BRASIL, 2006, p. 81).

Os PCN (1997, p. 32) consideram que a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pode ser resumida nos seguintes princípios:

- A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada.
- Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática.
- Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular.
- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Para Onuchic e Allevato, trabalhar com a resolução de problemas exige que professores e alunos tenham novas posturas e atitudes com relação ao trabalho desenvolvido em sala de aula.

O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

Entretanto, salientam que há boas razões que justificam fazer esse esforço. Tomando por base as registradas em Onuchic e Allevato (2004), Van de Walle (2001) e outros que abordam o tema, destacam-se:

- resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido;
- resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes

estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos;

- resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam;
- resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática;
- professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios;
- a formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.

Segundo Onuchic e Allevato (2011, p. 83-85), com o objetivo de orientar os professores no desenvolvimento de suas aulas trabalhadas por meio da resolução de problemas, é utilizado no GTERP o roteiro que segue:

- *Preparação do problema* – Selecionar um problema, visando a construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
- *Leitura individual* – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- *Leitura em conjunto* – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
  - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
  - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
- *Resolução do problema* – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da *matemática nova* que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo



de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

- *Observar e incentivar* – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
  - O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.
- *Registro das resoluções na lousa* – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
- *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
- *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- *Formalização do conteúdo* – Neste momento o professor registra na lousa uma apresentação *formal* – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

Para Dante (2011, p. 14), “ensinar a resolver problemas [...] não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor” e afirma também que “é preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar raciocínios lógicos e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela.” Assim, ao trabalhar com a resolução de problemas, o autor sugere ao professor que:

- apresente um problema desafiador, real e interessante, e que não seja resolvido diretamente por um ou mais algoritmos;
- dê um tempo razoável para que os alunos leiam e compreendam o problema;
- facilite a discussão entre eles ou faça perguntas para esclarecer os dados e condições do problema e o que se pede nele;
- procure certificar-se de que o problema foi totalmente entendido por todos;
- dê um bom tempo para as crianças trabalharem no problema, porque a resolução não pode se transformar numa competição de velocidade, e elas precisam muito mais de tempo para pensar e trabalhar no problema do que de instruções específicas para resolvê-lo;
- procure criar entre os alunos um clima de busca, exploração e descoberta, deixando claro que mais importante que obter a resposta correta é pensar e trabalhar no problema durante o tempo que for necessário para resolvê-lo.

Para o autor “é interessante propor às crianças várias estratégias de resolução de problemas, mostrando-lhes que não existe uma única estratégia, ideal e infalível. Cada problema exige uma estratégia específica.” (Dante, 2011, p. 26) Como exemplos de estratégias, o autor indica:

- tentativa e erro organizados;
- procurar padrões ou regularidades para poder generalizar;
- resolver primeiro um problema mais simples;
- reduzir à unidade;
- fazer o caminho inverso.

Onuchic (2013) afirma que desenvolver a metodologia ensino-aprendizagem-avaliação, através da resolução de problemas, não é algo simples ou corriqueiro. Para tanto, há a necessidade de professores bem capacitados. Pois eles precisam escolher, de maneira cuidadosa, os problemas; estar atentos aos alunos durante a procura de soluções para esses problemas, estimulando-os e escutando-os a fim de que eles se sintam seguros e competentes.

Por fim, concordamos com Dante (2011) quando destaca que:

Ensinar a resolver problemas é uma tarefa muito mais complexa do que ensinar algoritmos e equações. A postura do professor ao ensinar um algoritmo é, em geral, a de um orientador que dá instruções, passo a passo, de como fazer. Na resolução de problemas, ao contrário, o professor deve funcionar como incentivador e moderador das ideias geradas pelos próprios alunos. Nesse caso, as crianças participam ativamente “fazendo matemática” e não ficam passivamente “observando” a matemática “ser feita” pelo professor. É uma radical e importante mudança do método tradicional, que consiste em mostrar e repetir, com base na expressão é assim que se faz. No chamado método heurístico, o professor encoraja o aluno a pensar por si mesmo, a levantar as próprias hipóteses e a testá-las, a criar as próprias estratégias, a discutir com seus colegas como e por que aquela maneira de fazer funciona. Enfim, aqui o papel do professor é manter os alunos pensando e gerando ideias produtivas (DANTE, 2011, p. 34).

Como metodologia de ensino da Matemática, a resolução de problemas pode fazer com que os conceitos e princípios matemáticos se tornem mais claros e acessíveis para os estudantes uma vez que eles serão elaborados, adquiridos, investigados de maneira ativa e significativa e, ainda, tende a auxiliar o desenvolvimento e o aprimoramento do raciocínio, da capacidade de expressão e da imaginação.

## 2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA VISÃO DA SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO – SEEDUC

Tendo em vista o baixo desempenho dos alunos do Ensino Médio da rede pública estadual do Rio de Janeiro nas diversas avaliações internacionais, nacionais e estaduais na disciplina Matemática, principalmente nos descritores relativos à resolução de problemas, a SEEDUC criou no ano de 2012, através da Resolução n° 4843, de 03 de dezembro de 2012, publicada em Diário Oficial no dia 06 de dezembro de 2012, a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM) que pertence à Parte Diversificada<sup>3</sup> da matriz curricular da Educação Básica.

Vale destacar que, conforme consta do Artigo 2° da referida Resolução, “a Parte Diversificada é componente obrigatório do currículo escolar, devendo estar organicamente articulada à Base Nacional Comum, tornando o currículo um todo significativo.”

A justificativa para a criação da disciplina RPM foi norteadada pelo fato de essa ser um importante recurso ao ensino da Matemática, reconhecido tanto no meio acadêmico quanto nos PCN.

A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1997, p. 33).

A disciplina RPM tem como principal objetivo o desenvolvimento da capacidade dos alunos em resolver situações-problema relacionadas ao seu ano/série, de modo que o raciocínio matemático desenvolvido auxilie o professor da disciplina do curso regular na abordagem dos conteúdos.

Para a SEEDUC, a RPM não deve ser vista como uma ampliação da carga horária da disciplina Matemática, ou tampouco do professor de Matemática. Ela é uma disciplina independente da Matemática, com planejamento próprio e o seu encadeamento, para a SEEDUC, tem que ser diferenciado, pois não visa introduzir conceitos e sim retomá-los.

A disciplina RPM é oferecida do 6° ao 9° ano do Ensino Fundamental e somente para

---

<sup>3</sup> A Parte Diversificada envolve os conteúdos complementares, escolhidos por cada sistema de ensino e estabelecimentos escolares, integrados à Base Nacional Comum, de acordo com as características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela, refletindo-se, portanto, na Proposta Pedagógica de cada Escola, conforme o Art. 26 da Lei n° 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

o 2º ano do Ensino Médio, visando desenvolver habilidades e competências que contribuam às demais disciplinas da rede, possibilitando assim a formação de um cidadão em condições plenas de lidar, em seu cotidiano, com situações em que o raciocínio lógico esteja presente.

Conforme consta das Orientações Educacionais Complementares aos PCN, “a resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios” (BRASIL, 2002, p. 112).

Por considerar que a resolução de problemas possui grande importância para o desenvolvimento escolar dos alunos, a SEEDUC elaborou um documento, cujo teor consta em uma tabela anexa a este trabalho, (Anexo A, f. 50) levando em consideração os seguintes fatores:

- análise de diferentes abordagens para a resolução de problemas como recurso ao ensino da Matemática, referenciada por respeitados pesquisadores da Educação Matemática;
- análise do Currículo Mínimo<sup>4</sup> de Matemática do Ensino Regular, respeitando o conteúdo abordado em cada ano/série;
- análise das habilidades e competências relativas à Matemática que são fundamentais para outras disciplinas, tais como Biologia, Ciências, Física, Geografia e Química.

A partir desses fatores, para a SEEDUC, o currículo mínimo deve ser considerado não apenas como um currículo a ser seguido, mas sim, uma orientação de como desenvolver as habilidades e competências estabelecidas.

Para que seja possível desenvolver as habilidades e competências indicadas à RPM e que elas reflitam em todas as disciplinas, a SEEDUC sugere que o professor dessa disciplina se apodere das orientações por ela indicada, bem como diversifique as ferramentas utilizadas em sua prática docente.

Por exemplo, para o Campo Numérico Aritmético no 6º ano do Ensino Fundamental, têm-se as seguintes habilidades e competências:

---

<sup>4</sup> Documento que serve como referência a todas as escolas da rede pública estadual de ensino, no qual são apresentadas as competências e habilidades que devem estar presentes nos planos de curso e nas aulas. Sua finalidade é orientar, de forma clara e objetiva, os itens que não podem faltar no processo de ensino-aprendizagem, em cada disciplina, ano de escolaridade e bimestre.

- compreender as ideias por trás das operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão;
- resolver problemas envolvendo quatro operações básicas;
- resolver problemas envolvendo gráficos de barras e de setores;
- construir gráficos a partir de situações-problema.

Em relação ao 2º ano do Ensino Médio, as habilidades e competências foram estabelecidas por meio da revisão de alguns conteúdos que estão presentes em outras disciplinas e que necessitam de algum conhecimento matemático como pré-requisito.

Pode-se destacar para o Campo Numérico Aritmético no 2º ano do Ensino Médio, as seguintes habilidades e competências:

- resolver problemas que envolvam variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas;
- utilizar o conceito de razão para calcular porcentagens;
- resolver problemas cotidianos e significativos envolvendo a interpretação gráfica de funções polinomiais de 1º e de 2º graus.

No que se refere a avaliação, apesar de a SEEDUC ter publicado um manual de orientações que aborda questões relacionadas à avaliação interna da aprendizagem (Portaria SEEDUC/SUGEN Nº 419/2013), por ser tratar de uma disciplina com características próprias, a RPM necessita de uma avaliação diferenciada. Essa avaliação deve sempre levar em conta o que avaliar e como avaliar. Todo o processo deve ser observado/avaliado, desde a interpretação do problema até a sua solução final.

Para a SEEDUC,

a avaliação, como prática escolar, não pode ser uma atividade neutra ou meramente técnica, isto é, não pode se dá num vazio conceitual, mas por um modelo teórico de mundo, de ciência e de educação traduzido em prática pedagógica. Assim, a avaliação da aprendizagem possibilita ao professor conscientizar-se sobre o curso dos processos, dos objetivos, dos critérios utilizados e, sobretudo, da adequação dos instrumentos de avaliação (RIO DE JANEIRO, 2013, p. 12)

A avaliação deve ser pensada com o objetivo de propiciar o desenvolvimento da aprendizagem e o amadurecimento do estudante. A avaliação, com esse objetivo, deixa de meramente focar os resultados obtidos e passa a servir como meio de identificação das habilidades e, conseqüentemente, das inabilidades do aluno permitindo-lhe evoluir de forma constante.

### 3 A VISÃO DOS PROFESSORES ACERCA DA DISCIPLINA RPM

O professor exerce um papel importante no processo ensino-aprendizagem dos alunos. Independentemente de usar ou não a resolução de problemas como metodologia de ensino, ele tem a função de ser incentivador, facilitador, mediador de ideias, a fim de que os alunos possam criar e gerar o seu próprio conhecimento. Deve ainda propiciar um ambiente de cooperação, de busca, de exploração e de descoberta.

Segundo consta dos PCN,

[...] é de fundamental importância ao professor identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações [...] e ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções (BRASIL, 1997, p. 29).

Ele não deve exercer o papel de um mero transmissor de informações, mas de um professor que propicie a produção do conhecimento levando o aluno a pensar e criticar e, com isso, prepará-lo para se tornar um cidadão ativo dentro da sociedade na qual está inserido.

Ainda de acordo com os PCN,

É consensual a idéia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática (BRASIL, 1997, p. 32).

Na visão de Polya, um bom professor de matemática deve se empolgar com a sua disciplina, ter conhecimento sobre o assunto a ser ensinado e ainda relacionar-se bem com os seus alunos a fim de que possa compreendê-los e propiciar oportunidades de eles fazerem descobertas. Para a melhoria da qualidade das aulas de Matemática, Polya (1959, apud LIMA, 1982) enuncia Dez Mandamentos Para Professores<sup>5</sup>, a saber:

1. Tenha interesse por sua matéria.
2. Conheça sua matéria.
3. Procure ler o semblante dos seus alunos; procure enxergar suas expectativas e suas dificuldades; ponha-se no lugar deles.

<sup>5</sup> Artigo publicado no "Journal of Education", University of British Columbia, Vancouver and Victoria (3) 1959, p. 61-69. Reproduzido nos "Collected Papers" de George Polya, vol. IV, pp. 525-533, MIT Press 1984. Traduzido por Maria Celano Maia.

4. Compreenda que a melhor maneira de aprender alguma coisa é descobri-la você mesmo.
5. Dê aos seus alunos não apenas informação, mas *know-how*, atitudes mentais, o hábito de trabalho metódico.
6. Faça-os aprender a dar palpites.
7. Faça-os aprender a demonstrar.
8. Busque, no problema que está abordando, aspectos que possam ser úteis nos problemas que virão – procure descobrir o modelo geral que está por trás da presente situação concreta.
9. Não desvende o segredo de uma vez – deixe os alunos darem palpites antes – deixe-os descobrir por si próprios, na medida do possível.
10. Sugira, não os faça engolir à força.

Nesses “Dez Mandamentos”, Polya resume os aspectos que ele considera essenciais ao professor que deseja contribuir para o desenvolvimento de seus alunos. O segundo mandamento – sem considerá-lo o mais importante – evidencia o fato de que o professor não pode explicar de maneira clara e objetiva um determinado assunto a seus alunos se ele mesmo não *conhecer a sua matéria*.

Assim, com o objetivo principal de verificar o quanto os professores conhecem dos objetivos e habilidades da disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM), determinados pela SEEDUC, foi aplicado um questionário (Anexo B, f. 57) para um grupo de 40 (quarenta) professores de Matemática lotados em escolas estaduais no entorno do bairro de Campo Grande – Rio de Janeiro – RJ.

As perguntas desse questionário abordaram questões relativas ao perfil profissional e à prática docente desse grupo de 40 professores.

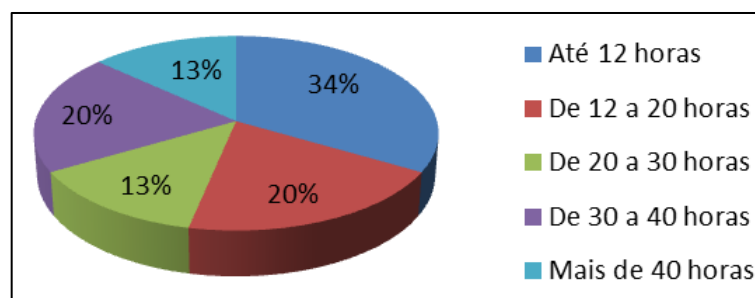
Ficou evidenciado que a maioria desses professores possui idade compreendida entre 40 e 49 anos (inclusive) e que terminou o curso de graduação entre os anos de 2000 e 2003. Porém, essa maioria não começou a lecionar imediatamente após o término de sua graduação, tendo em vista que a média de anos para iniciar a prática docente é de 8,5 anos.

Em relação à formação acadêmica, dentre as modalidades de cursos de pós-graduação, foi verificado que a mais alta titulação obtida por esse grupo é a de especialização. Percebe-se nas respostas obtidas a importância que é dada à continuidade dos estudos após o término da graduação, pois quase 70% dos professores possuem algum curso de pós-graduação.



A quinta e a sexta perguntas visaram mostrar qual a carga horária semanal de trabalho daqueles docentes e qual a quantidade de horas semanais dedicadas ao planejamento das atividades de sala de aula, conforme mostrado nos gráficos 1 e 2.

Gráfico 1 – Quantidade de horas-aula lecionadas por semana.



Fonte: O autor, 2015.

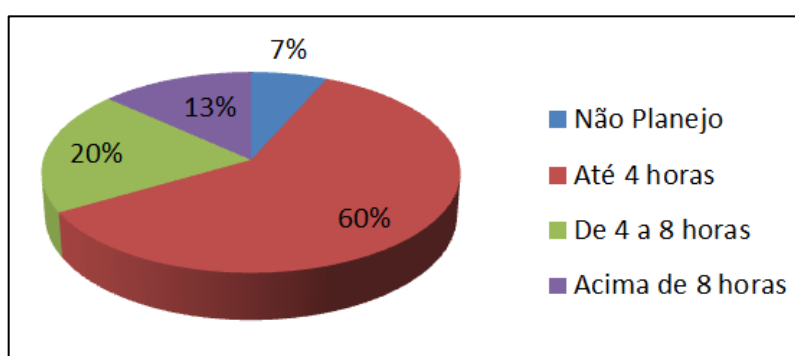
Cabe destacar que, conforme pesquisa coordenada pela Organization for Economic Cooperation and Development<sup>5</sup> (OECD) e divulgada em junho de 2014, o professor brasileiro que atua nos anos finais do Ensino Fundamental trabalha em média 25 horas por semana – 6 horas a mais que a média dos países que participaram da Teaching and Learning International Survey<sup>6</sup> (TALIS).

Ainda de acordo com a pesquisa mencionada anteriormente, o tempo dedicado ao planejamento das aulas é de 7 horas semanais e, neste quesito, ele se iguala ao dos demais países participantes da TALIS.

<sup>5</sup> A Organization for Economic Cooperation and Development é uma instituição econômica internacional composta por 34 países, fundada em 1961, para estimular o comércio e o progresso econômico mundial. A OECD serve de fórum para países comprometidos com a democracia e a economia de mercado, cujo objetivo é estabelecer práticas comerciais eficazes e justas, além de coordenar as políticas nacionais e internacionais.

<sup>6</sup> A Teaching and Learning International Survey (TALIS) coleta dados comparáveis internacionalmente sobre o ambiente de aprendizagem e as condições de trabalho dos professores nas escolas de todo o mundo, com objetivo de fornecer informações válidas, oportunas e comparáveis do ponto de vista dos profissionais nas escolas para ajudar os países a revisar e definir políticas para o desenvolvimento de uma profissão docente de alta qualidade. Análises comparadas da TALIS permitem aos países identificar outros países que enfrentam desafios semelhantes e aprender com outros tipos de políticas públicas.

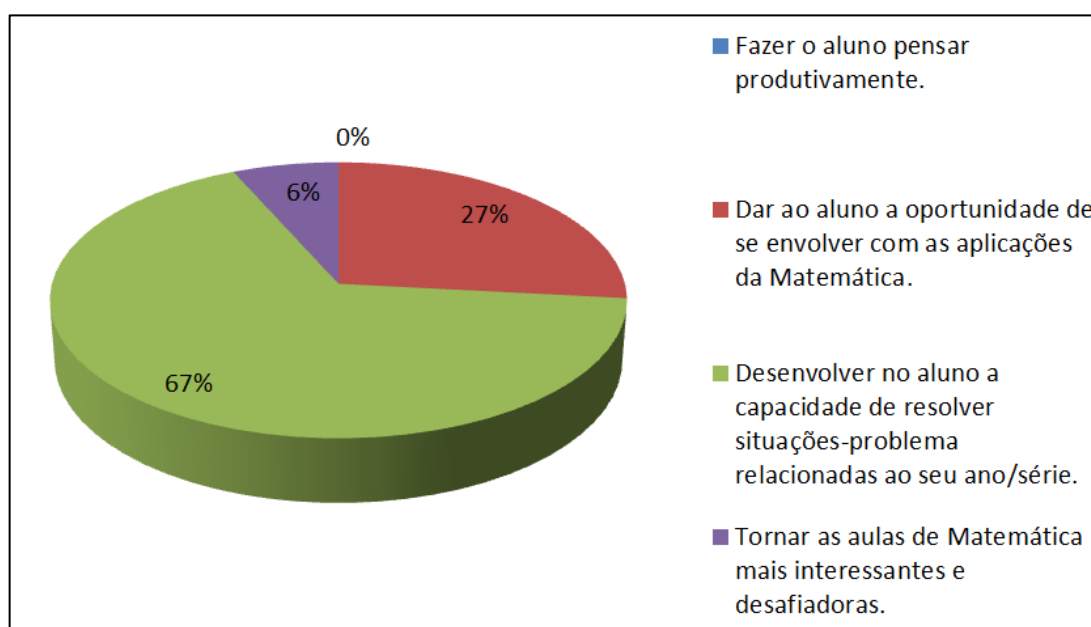
Gráfico 2 – Quantidade de horas semanais dedicadas ao planejamento das aulas.



Fonte: O autor, 2015.

Quanto à prática docente, 21 (vinte e um) professores afirmaram já ter lecionado ou estar lecionando a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos. No entanto, 24 (vinte e quatro) deles afirmam que a disciplina RPM é uma ampliação da carga horária da disciplina Matemática ou do professor de Matemática. Fato este que contaria as orientações da Secretaria de Educação.

Gráfico 3 – Principal objetivo definido pela SEEDUC para a RPM.



Fonte: O autor, 2015.

Na parte mais específica do questionário, conforme consta do gráfico 3, vários objetivos foram elencados. Foi solicitado que os professores indicassem qual seria o principal objetivo da RPM definido pela SEEDUC.

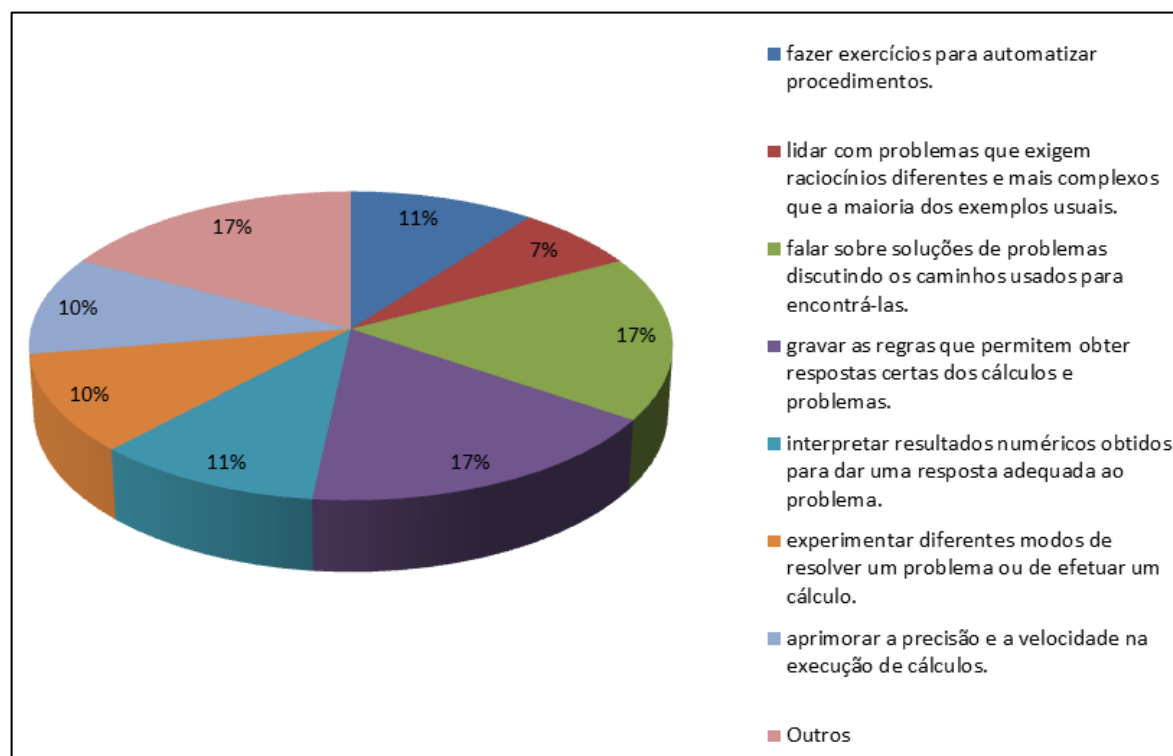
Percebe-se aqui que apenas uma parcela pequena desconhece o principal objetivo proposto pela SEEDUC. Fato este que pode ser considerado um aliado ao desenvolvimento da prática docente, pois conhecer os objetivos proporciona maior segurança ao professor quanto à escolha dos meios mais apropriados para atingi-los.

A última pergunta, conforme aparece no gráfico 4, objetivou descobrir o que, segundo esses professores, as atividades desenvolvidas durante as aulas de RPM possibilitariam aos alunos.

Observa-se que uma das respostas com o maior percentual afirma que as atividades têm possibilitado aos alunos gravar as regras que permitem obter respostas certas dos cálculos e problemas, porém essa afirmação não se enquadra na metodologia da Resolução de Problemas nem tampouco nos objetivos propostos pela SEEDUC. Fato que vai de encontro à resposta dada à questão representada pelo gráfico 3 acima.

Cabe destacar que apenas neste questionamento mais de um item poderia ser sinalizado.

Gráfico 4 – Objetivos alcançados a partir da RPM.



Fonte: O autor, 2015.

Por fim, foi destinado um espaço para que os professores pudessem opinar sobre as abordagens que a disciplina RPM poderia ter. Dentre as respostas obtidas dos professores, vale destacar:

- Matemática financeira ou resoluções de problemas dentro da realidade usual do aluno.
- Trabalhar os conteúdos que geralmente são constantes em provas como: concursos, vestibulares e ENEM a partir da resolução de problemas.
- Qualquer abordagem contextualizada com a realidade cotidiana do aluno.
- Promover a interação entre alunos e professores no sentido do desenvolvimento de conceitos matemáticos propriamente ditos, e não simplesmente de cálculos.
- Aplicação da Matemática em projetos interdisciplinares, especialmente na área de ciências.
- Questões de lógica.
- Tema livre e não os instituídos pela SEEDUC.
- A partir do momento que a disciplina tem um planejamento específico “imposto” a ser seguido, não há muito que fazer. Acho que tinha que ser uma disciplina que desse mais autonomia ou liberdade ao professor.
- Para atender bem aos objetivos, a SEEDUC conta com um currículo mínimo. Todavia, o conteúdo ministrado em RPM está distante do que se deve ensinar de matemática no segundo ano e o próprio currículo mínimo da disciplina ajuda muito pouco. A disciplina RPM, nas condições do enunciado, deve dar mais autonomia ao professor no que se refere ao tratamento dos conteúdos. As exigências da disciplina não condizem com o que deveria ser feito para a melhoria do ensino da Matemática no segundo ano.
- Diante da real necessidade da construção dos conceitos matemáticos básicos, e sabendo que a abstração é melhor alcançada quando o concreto é trabalhado, acredito ser necessário nas escolas um laboratório de Matemática bem equipado, não só com computadores, mas principalmente com toda sorte de materiais, instrumentos para desenho, etc. Isto tornaria as aulas de RPM menos teóricas, muito mais atraentes.
- Em toda e qualquer disciplina das ciências exatas sair do concreto (leis e teorias) para o abstrato (problemas) é uma barreira complicada de se romper, a RPM deveria contextualizar mais os exercícios e isto é aproximar os exercícios e teorias aos problemas do cotidiano do alunado. Como por exemplo: poder prever

fenômenos físicos com as equações, saber relacionar à economia (mesmo que sejam atividades comerciais próximas dos alunos), às teorias matemáticas, identificar as propriedades geométricas em formas cotidianas, usar as tecnologias atuais para auxiliar a compreensão dos problemas matemáticos, etc.

Ao analisar as respostas dadas às perguntas desse questionário, ficou evidenciado que alguns desses professores desconhecem as orientações curriculares fornecidas pela SEEDUC; apesar de a maioria indicar corretamente o principal objetivo nela descrito e de o início da disciplina RPM ter ocorrido no começo do ano letivo de 2013.

É importante destacar que em momento algum a SEEDUC consultou, capacitou ou criou meios para que os professores pudessem tirar dúvidas, trocar experiências ou conhecer essa disciplina e, com isso, poder se apoderar de todo o potencial apresentado pela Resolução de Problemas.

A fim de que sejam atingidos os objetivos descritos à disciplina RPM, é de fundamental importância que a prática docente esteja em consonância com as orientações indicadas pela SEEDUC e, para que isso aconteça, a própria Secretaria recomenda ao professor desta disciplina que seja investido algum tempo na exploração de artigos e relatos de experiências que foram apresentados nos Seminários em Resolução de Problemas, realizados pelo GTERP.

Vale ressaltar que essas orientações são para os Ensinos Fundamental e Médio, porém não mais existem turmas de Ensino Fundamental nas escolas estaduais do município do Rio de Janeiro, o que pode ser prejudicial para um bom desenvolvimento da disciplina RPM.

#### **4 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS SOB A PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Com base no que foi descrito neste trabalho, é possível afirmar que desenvolver atividades voltadas à Resolução de Problemas não é uma tarefa simples. Não basta apenas “decorar e aplicar” esse ou aquele algoritmo para se chegar à solução procurada e, com isso, o problema “estará resolvido”. Uma variedade de processos é necessária ao pleno desenvolvimento das atividades.

Neste capítulo sugerimos um conjunto de problemas (Anexo C, f. 60) que podem ser usados para se trabalhar o Campo Numérico Artimético. Descrevemos ainda como ocorreu sua implementação numa turma do segundo ano do Ensino Médio, apresentando algumas das respostas obtidas e a reação dos alunos a essa proposta.

Cabe destacar que esse material poderia ser utilizado por um professor da disciplina RPM ou mesmo em aulas regulares de Matemática.

As atividades que aqui estão apresentadas foram desenvolvidas em 6 (seis) dias no decorrer do segundo bimestre do ano letivo de 2015 com, em média, 38 (trinta e oito) alunos do segundo ano de Ensino Médio da turma 2001 do CIEP Brizolão 223 – Olympio M. dos Santos. Essas atividades não estavam diretamente ligadas ao conteúdo programático da turma.

O objetivo principal foi dar oportunidade a situações para que os alunos pudessem utilizar diferentes maneiras para se chegar à solução dos problemas propostos, sem que isso se transformasse em um mero exercício de pura aplicação de fórmulas.

Com o objetivo de ser o mais fiel possível aos fatos ocorridos durante o desenvolvimento das atividades realizadas com os alunos da turma citada anteriormente, o relato dessa experiência será feito em primeira pessoa.

No primeiro dia em que foi proposto aos alunos que fizéssemos “uma atividade diferenciada”, todos prontamente aceitaram participar. Solicitei que eles formassem grupos de, no máximo, 4 pessoas. Após, expliquei como seria a dinâmica da atividade. Nesse momento, um dos alunos me perguntou se “estava valendo pontos”. Informei que não; que apenas seria uma atividade extra com o intuito de que eles pudessem mostrar a criatividade em resolver o problema. Com isso, alguns ficaram relutantes em participar e um deles me disse: “já que não vale nada, não participarei.” Disse que ninguém era obrigado a participar, porém que não poderiam sair da sala de aula até o término da aula. Pedi aos que não fossem

participar que formassem um grupo e que ficassem em silêncio para não atrapalhar os demais colegas.

Distribuí aos grupos participantes a folha com a primeira atividade. Ao lerem o problema alguns perguntaram se era “pegadinha”, pois não tinha uma fórmula para resolvê-lo. Afirmei que não era e que eles deveriam “pensar um pouco” no problema antes de procurar uma solução.

Os alunos que inicialmente não quiseram participar ficaram curiosos com o que estava se passando. Pediram para ver o “exercício” e, em seguida, perguntaram se eu os deixaria participar. Ao responder que sim, eles se distribuíram pelos grupos existentes.

Passados poucos minutos, alguns grupos já queriam apresentar as suas respostas. Disse que todos deveriam terminar para que pudéssemos verificar as respostas encontradas, pois todos deveriam “justificar” as suas respostas.

Após todos terem conseguido resolver o problema, solicitei que cada grupo dissesse sua resposta, bem como a sua justificativa, e as anotei no quadro branco. Vejamos duas dessas respostas, conforme consta da figura 2 abaixo.

Figura 2 – Respostas à questão 1.

<p>1. Uma lesma encontra-se no fundo de um poço seco de 10 metros de profundidade e quer sair de lá. Durante o dia, ela consegue subir 2 metros pela parede; mas a noite, enquanto dorme, escorrega 1 metro. Depois de quantos dias ela consegue chegar à saída do poço? Justifique a sua resposta</p> <p>Em 10 dias. Ela sobe 2 metros e perde 1 então ela sobe 1 metro em 10 dias (atras da folha)</p>
<p>1. Uma lesma encontra-se no fundo de um poço seco de 10 metros de profundidade e quer sair de lá. Durante o dia, ela consegue subir 2 metros pela parede; mas a noite, enquanto dorme, escorrega 1 metro. Depois de quantos dias ela consegue chegar à saída do poço? Justifique a sua resposta</p> <p>9 dias <math>2 \cdot 2 = 16 - 1 = 8</math> e o 9º dia ela sobe 2 metros e sai do poço antes que escorregue</p>

Fonte: O autor, 2015.

Ao analisarmos as respostas obtidas, todos perceberam a importância de se aterem aos detalhes do problema, a necessidade de discutir e interpretar essa resposta e que o tempo gasto para ser chegar à solução não deve ser um fator a se considerar, isto é, não estamos competindo para ver quem acaba mais rápido.

O raciocínio utilizado na primeira resposta da figura 1 foi o mesmo que em outros grupos. Isso deixou clara a falta de atenção ao detalhe principal do exercício, ou seja, que a lesma escorrega 1 (um) metro enquanto dorme à noite.

A segunda resposta destacada, apesar de estar correta (9 dias), mostrou que aquele grupo não conseguiu organizar matematicamente (deixar claro) o raciocínio utilizado. Foi necessário que um dos integrantes do grupo explicasse o que eles queriam dizer.

A resposta que eles queriam dar era:

“Em oito dias, contando somente a subida, a lesma alcançará uma altura de 16 metros. Porém, ao dormir, ela descera 8 metros. Assim, ao final do oitavo dia, a lesma estará a 8 metros do fundo do poço. Portanto, no nono dia, ela sairá do poço.”

Ao término da explicação desse aluno, mostrei que as igualdades colocadas por eles afirmam, por transitividade, que  $8 \times 2 = 8$ . Fato que todos afirmaram ser errado.

Reforcei à turma que as justificativas não obrigatoriamente deveriam ser dadas numericamente, isto é, que eles poderiam justificar apenas por palavras, mas caso fossem feitas justificativas matemáticas que elas deveriam respeitar as propriedades e definições conhecidas.

Ao final dessa atividade agradei a participação de todos e destaquei a importância de eles conseguirem trabalhar em equipes respeitando e aceitando as diversas soluções apresentadas.

Disse ainda que em outra oportunidade repetiríamos essa metodologia de trabalho, uma vez que todos acharam a aula diferente e “interessante”.

Em outra aula, quando informei que repetiríamos aquela metodologia, vários alunos disseram que não cometeriam os mesmos erros que da primeira vez. Repeti a mesma forma de divisão da turma e apresentei o segundo problema, ressaltando novamente não existir uma única maneira de se obter a solução procurada e que todas as soluções apresentadas seriam postas à discussão.

“Desta vez nós acertaremos a resposta do problema”, disse-me um dos alunos.

Solicitei que todos tivessem atenção às suas soluções para que não repetissem os mesmos erros anteriores, apesar de eles já terem afirmado isso.

A figura 3 a seguir mostra o problema proposto e duas respostas apresentadas.



Figura 3 – Respostas à questão 2.

<p>2. Quantas vezes você usa o algarismo 9 para numerar as páginas de um livro de 100 páginas? Justifique a sua resposta</p> <p><del>19</del> 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99</p> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>2. Quantas vezes você usa o algarismo 9 para numerar as páginas de um livro de 100 páginas? Justifique a sua resposta</p> <p>20. (9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99)</p> <hr/> <hr/> <hr/>

Fonte: O autor, 2015.

Mais uma vez erros foram cometidos. Só que agora foi devido ao excesso de confiança obtido pelo fato de essa metodologia de trabalho não ser mais novidade e a questão ser “mais fácil” do que a primeira.

Nos exercícios mostrados anteriormente, ambos utilizaram a estratégia de escrever os números em que o algarismo 9 aparece e, depois, os contar. Porém, o primeiro mostra que foi ignorado o fato de que há dois algarismos 9 no número 99.

Novamente discutimos as respostas obtidas e apontamos as falhas e as estratégias utilizadas em cada uma delas.

Em seguida, passamos à terceira atividade e então surgiram algumas dúvidas. Entre elas, vale destacar:

1. apesar de parecer evidente, alguns grupos não conseguiram perceber que passadas 6 horas do início haviam sido retiradas 480 bolinhas;
2. não estava claro como a resposta seria dada. Se era para dizer quantas horas se passaram ou o horário em que a tarefa seria realizada.

Vide a questão na figura 4 a seguir.

Figura 4 – Resposta à questão 3

3. Em um tanque há 4000 bolinhas de pingue-pongue. Um menino começou a retirar as bolinhas, uma por uma, com velocidade constante, quando eram 10h. Após 6 horas, havia no tanque 3520 bolinhas. Se o menino continuasse no mesmo ritmo, quando o tanque ficaria com 2000 bolinhas?  
Justifique a sua resposta

em 6 horas ele tirou 480 bolinhas	R: Em uma hora ele tira 80 bolinhas,
12 horas ele tirou 960 bolinhas	ou seja, em 25 horas o tanque estará
18 horas ele tirou 1440 bolinhas	com 2000 bolinhas
24 horas ele tirou 1920 bolinhas	

3. Em um tanque há 4000 bolinhas de pingue-pongue. Um menino começou a retirar as bolinhas, uma por uma, com velocidade constante, quando eram 10h. Após 6 horas, havia no tanque 3520 bolinhas. Se o menino continuasse no mesmo ritmo, quando o tanque ficaria com 2000 bolinhas?  
Justifique a sua resposta

25 horas - a cada hora ele tira 80 bolas

Fonte: O autor, 2015.

Com o objetivo de sanar as dúvidas existentes, fez-se necessária a minha intervenção. Disse que era importante que todos entendessem o enunciado do problema e que, neste caso, para que não houvesse problemas, eles poderiam apenas dizer o total de horas necessárias para tal fim.

Como pode ser visto na segunda resposta acima, o grupo se limitou a informar o total de horas encontrado por eles.

Ao final da atividade ficou claro que esse exercício não se traduziria para uma situação real, pois ninguém conseguiria manter o mesmo ritmo de retirada das bolinhas nem trabalharia direto durante tanto tempo assim. Ressaltei que esse fato não invalidaria a atividade, pois o objetivo de fazê-los “pensar” havia sido alcançado. Cabe destacar que a escolha desse problema para trabalhar com a turma não foi a mais adequada, uma vez que seu enunciado não estava claro para todos e que a resposta estava totalmente fora do que pode ser chamado de aceitável. Assim, ficou claro a necessidade de uma maior atenção às escolhas dos exercícios.

Em uma quarta aula utilizando a metodologia da Resolução de Problemas e a mesma dinâmica que a trabalhada nas anteriores, foi possível perceber que os resultados obtidos foram melhores que os anteriores, os alunos estavam mais atentos e pouco preocupados com o tempo “gasto” em entender o problema, conversavam mais entre os elementos do grupo.

Encontrar uma resposta passou a significar não o final do problema, mas uma outra etapa a ser analisada.

Na figura 5, constam o quarto problema trabalhado e duas das respostas apresentadas pelos alunos.

Figura 5 – Respostas à questão 4.

4. Observe as multiplicações a seguir:

$$12345679 \times 18 = 222222222$$

$$12345679 \times 27 = 333333333$$

$$12345679 \times 54 = 666666666$$

Para obter 999999999 devemos multiplicar 12345679 por quanto?  
Justifique a sua resposta

*Para obter 999999999 é necessário multiplicar 12345679 por 81 a conclusão é simples  $3 \times 3$  é igual a 9 acima multiplicado por 27 o resultado é 333333333 e nós multiplicamos o 27 por 3 que dá 81 que o resultado final será 999999999.*

---

4. Observe as multiplicações a seguir:

$$12345679 \times 18 = 222222222$$

$$12345679 \times 27 = 333333333$$

$$12345679 \times 54 = 666666666$$

Para obter 999999999 devemos multiplicar 12345679 por quanto?  
Justifique a sua resposta

*81, pois eu percebi que de 9 em 9 se obtém esses números e que as diferenças são iguais. Nesse caso,  $27 \times 12345679 = 333... \text{ e } 54 \times 12345679 = 666666... \text{ e somamos os resultados dá o } 999999... \text{ então é só fazer o mesmo com } 27 \text{ e } 54, \text{ somando dá } 81. \text{ e } 9 \cdot 9 = 81, \text{ ou seja, é múltiplo de } 9.$*

Fonte: O autor, 2015.

Ao comentar a primeira resposta, mostrei aos alunos que o raciocínio utilizado pelo grupo para chegar à solução se pautou no fato de que multiplicar os dois lados de uma igualdade por um mesmo número não torna falsa essa igualdade. Afirmei que eles quase sempre usam essa afirmação sem se atentarem ao fato. Citei como exemplo, quando eles resolvem equações de primeiro grau.

Já na segunda resposta, outro raciocínio foi utilizado. Perguntei se os demais grupos conseguiam “enxergar” esse raciocínio e o porquê de ele funcionar.

Um dos grupos disse que concordava com a solução apresentada, porém não sabia justificar. Nesse momento, alguns alunos solicitaram que eu mostrasse o que estava por trás daquela solução. Fui ao quadro e justifiquei cada um dos passos apresentados naquela solução sanando, assim, as dúvidas que existiam.

Essas duas respostas apresentadas mostram que, apesar de a questão 4 necessitar de “mais atenção” em relação à da atividade 2, a criatividade e percepção foram bem exploradas pelos próprios alunos. Mostram também que, mesmo sendo poucas as atividades desenvolvidas até então, houve um progresso na maneira de eles trabalharem por meio da metodologia proposta.

As quatro primeiras atividades foram desenvolvidas em dias distintos. Já as quatro últimas, em apenas dois dias (duas em cada dia). Cabe ressaltar que essas quatro últimas atividades foram desenvolvidas observando-se os mesmos métodos da proposta inicial de trabalho e que não houve fatos novos, em relação às demais, que justificassem ser relatadas.

Essas oito atividades (Anexo C, f. 60) não trataram apenas de problemas próximos à realidade, mas aqueles que, de alguma maneira, pudessem despertar a curiosidade e vontade de resolvê-los.

O trabalho desenvolvido objetivou oferecer aos alunos uma maneira diferente da habitual de se trabalhar com a Matemática, permitindo-lhes desenvolver o senso analítico e ter a sua autoestima melhorada, uma vez que se mostraram capazes de buscar soluções para os problemas propostos.

Todas as atividades desenvolvidas foram realizadas durante as aulas de Matemática da turma. Mesmo existindo um conteúdo programático a ser cumprido não houve prejuízo a ele, pois ao utilizar a metodologia da Resolução de Problemas nessas atividades foi possível trazer parte da motivação conseguida para as aulas ditas regulares. Assim, pode-se otimizar o restante do tempo do bimestre.

Apesar de acreditar que a metodologia da Resolução de Problemas, como estratégia de trabalho, torne as aulas mais atraentes aos alunos e seja possível utilizá-la em qualquer turma, independentemente do nível de escolaridade, não foi possível aplicar essa metodologia diretamente às aulas de Matemática da turma, pois existia um professor próprio para a disciplina RPM e os alunos passaram a questionar o desenvolvimento das atividades desse professor e, com isso, uma convivência ruim estava sendo formada.

A fim de evitar mais problemas fiz a opção de não continuar aplicando a metodologia da Resolução de Problemas às minhas aulas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Alguns estudiosos acreditam que a Matemática seja um ramo do conhecimento que teve seu início a partir da necessidade do homem em resolver problemas relacionados ao seu cotidiano. Por esse motivo, resolver problemas matemáticos deveria ser algo corriqueiro. Porém, o que hoje encontramos nas escolas públicas do Estado do Rio de Janeiro são alunos que possuem baixo desempenho em relação aos descritores relativos à resolução de problemas.

A utilização da metodologia de Resolução de Problemas nas aulas de Matemática visa corrigir essa realidade e pode ainda contribuir para que o aluno possa desenvolver habilidades e competências necessárias não somente à Matemática, mas em todas as demais disciplinas.

Ao perceber a importância e o potencial dessa metodologia de ensino-aprendizagem a SEEDUC decidiu, no ano de 2012, implantar a disciplina RPM na matriz curricular do sexto ao nono ano do Ensino Fundamental e no segundo ano do Ensino Médio. Com isso, esperava tornar os alunos cidadãos aptos a encarar as diversas situações do dia-a-dia nas quais o raciocínio matemático fosse fundamental. Definiu ainda um currículo mínimo, integrado ao currículo de Matemática, para orientar os professores de RPM quanto aos objetivos a serem alcançados.

A partir das informações coletadas do questionário aplicado ao grupo de professores, é possível verificar que 37 (trinta e sete) deles dedicam algum tempo ao planejamento de suas aulas e, portanto, eles deveriam saber quais são os objetivos a serem alcançados a partir da RPM. Porém, para 13 (treze) desses professores, gravar as regras que permitem obter respostas certas dos cálculos e problemas é um dos objetivos alcançados.

É possível afirmar que a Resolução de Problemas é uma ferramenta útil no processo de construção do conhecimento. Assim, para o seu correto desenvolvimento, é necessário que o professor dedique parte do seu tempo ao planejamento/seleção de atividades que estimulem a curiosidade, a intuição, o interesse em buscar diversas soluções para o problema apresentado, bem como atender ao conteúdo programático estabelecido.

Vale destacar que a matriz curricular publicada no Diário Oficial do Estado do Rio de Janeiro, do dia 11 de maio do corrente ano, não trouxe a manutenção da disciplina RPM para o ano letivo de 2017. Conjectura-se que tal fato se deva ao atendimento da reivindicação dos professores para que nenhuma disciplina obrigatória tenha carga horária semanal menor do

que dois tempos. Com isso, a carga horária semanal passa a ser de trinta tempos – o que torna impossível a permanência da disciplina RPM na matriz curricular.

Ao nos depararmos com o fim da RPM, surge a seguinte pergunta: e agora?

A fim de que não se percam nem tenham sido em vão as propostas definidas pela SEEDUC à RPM, seria salutar:

1. a inserção da metodologia de Resolução de Problemas nas aulas de Matemática de todas as séries do Ensino Médio;
2. o oferecimento, num ambiente virtual de aprendizagem, de capacitações sobre as perspectivas da Resolução de Problemas;
3. a criação de um canal eficaz de comunicação entre os diversos professores de Matemática pertencentes aos quadros da SEEDUC com grupos de pesquisas sobre a Resolução de Problemas (como por exemplo o GTERP);
4. a realização de seminários sobre o tema em questão.

É importante finalizar este trabalho destacando que, apesar de a disciplina RPM deixar de existir na matriz curricular de 2017, a metodologia da Resolução de Problemas não deve ser “abandonada”, pois ela se mostrou eficiente às atividades propostas e desenvolvidas com aquele grupo de alunos.

Assim, é possível imaginar que o fim da RPM represente apenas o início de novas discussões em torno dessa metodologia no âmbito da SEEDUC.

## REFERÊNCIAS

ACADEMIA BRASILEIRA DE LETRAS. *Dicionário escolar da língua portuguesa*. 2. ed. São Paulo: Companhia Editora nacional, 2008.

ALLEVATO, N. S. G. *Diferentes olhares em resolução de problemas no Brasil e no Mundo*. UNESP: 2008

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. *Orientações curriculares para o Ensino Médio*. vol 2. Brasília, MEC / SEB, 2006.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC / SEF, 1997.

\_\_\_\_\_. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *PCN+ Ensino Médio: Orientações Curriculares Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

D'AMBRÓSIO, B. S. A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático. In: I Seminário de Resolução de Problemas. *Anais...* Rio Claro: UNESP. 2008.

DANTE, L R. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.

\_\_\_\_\_. *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. São Paulo: Ática, 2011.

ECHEVERRÍA, M.P.P.; POZO, J.I.(Org.) *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Tradução: Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

GAZIRE, E.S. *Resolução de Problemas: Perspectivas em Educação Matemática*. 1988. 193f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro, 1988.

HUANCA, R. R. H. Um olhar para a sala de aula a partir da resolução de problemas e modelação matemática. In: I SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS , 1., 2008, Rio Claro. *A Resolução de Problemas no Processo Ensino-Aprendizagem de Matemática*. Rio Claro: UNESP, 2008. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica\\_artigos/artigo\\_huanca.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_huanca.pdf) >. Acesso em: 10 abr. 2015

LEXIKON EDITORA DIGITAL LTDA. *Aulete Digital*. 2007. Disponível em <<http://www.aulete.com.br/>>. Acesso em: 18 abr. 2015.

LIMA, E. L. Dez mandamentos para professores. *Revista do professor de Matemática*, São Paulo, ano 5, v. 10, p. 3-4, 1 semestre de 1987.

MENDONÇA, M. C. D. *Problematização: Um caminho a ser percorrido em Educação Matemática*. 1993. 307 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

OECD. Apresenta um fórum no qual os governos podem trabalhar em conjunto para compartilhar experiências e buscar soluções para problemas comuns. Disponível em: <<https://www.oecd.org/>>. Acesso em: 30 abr. 2015

\_\_\_\_\_. TALIS 2013 Results: *An International Perspective on Teaching and Learning*. Disponível em: <<https://www.oecd.org/edu/school/TALIS-2013-country-note-Brazil-Portuguese.pdf>>. Acesso em: 30 abr. 2015

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? *Espaço Pedagógico*, Passo Fundo, RS, v. 20, n. 1, p. 88-104, jun. 2013. Disponível em: <<http://www.upf.br/seer/index.php/rep/article/view/3509/2294>>. Acesso em: 29 abr. 2015

\_\_\_\_\_. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Ed. UNESP, 1999.

\_\_\_\_\_. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no mundo. In: I Seminário de Resolução de Problemas. *Anais...* Rio Claro: UNESP. 2008.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C.(Orgs.). *Educação matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2005.

\_\_\_\_\_. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de educação Matemática*, Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514005>>. Acesso em: 29 abr. 2015.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Primeira reimpressão. Rio de Janeiro: Interciências, 1986.



POLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciências, 1995.

RIO DE JANEIRO. Secretaria de Estado de Educação. *Avaliação interna da aprendizagem: Manual de orientações para operacionalização da Portaria SEEDUC/SUGEN N° 419/2013*. Rio de Janeiro: SEEDUC, 2013.

SCHOENFELD, A. H. *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press Inc., 1985.

**ANEXO A – Currículo Mínimo da disciplina Resolução de Problemas Matemáticos**

6º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL	
1º Bimestre	
Campo Numérico Aritmético	Números Naturais
Habilidades e Competências	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Compreender as ideias por trás das operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão.</li> <li>- Resolver problemas envolvendo quatro operações básicas.</li> </ul>
Campo Geométrico	Geometria
Habilidades e Competências	- Compreender a diferença entre figuras no plano e no espaço através da resolução de problemas.
2º Bimestre	
Campo Numérico Aritmético	Números Naturais
Habilidades e Competências	- Resolver problemas envolvendo as quatro operações e noções intuitivas de múltiplos e divisores.
Campo Geométrico	Geometria
Habilidades e Competências	- Compreender a localização de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas por meio de construções e situações-problema.
3º Bimestre	
Campo Numérico Aritmético	Frações
Habilidades e Competências	- Compreender a ideia de fração através de situações-problemas.
Campo Geométrico	Geometria
Habilidades e Competências	- Compreender a diferença entre figuras: polígonos e sólidos através de resolução de situações-problema que referenciem a distinção entre elas.

4º Bimestre	
Campo Geométrico	Sistemas de Medida
Habilidades e Competências	- Reconhecer as unidades de medidas através da resolução de problemas.
Campo do tratamento das informações	Estimativas e análise de dados
Habilidades e Competências	- Resolver problemas envolvendo gráficos de barras e de setores. - Construir gráficos a partir de situações-problema.

7º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL	
1º Bimestre	
Campo Numérico Aritmético	Números Inteiros
Habilidades e Competências	- Resolver situações-problema envolvendo os números inteiros.
Campo Geométrico	Ângulos
Habilidades e Competências	- Resolver situações-problema abordando os conceitos de ângulos.
2º Bimestre	
Campo Numérico Aritmético	Números racionais e proporcionalidade
Habilidades e Competências	- Compreender a ideia de proporcionalidade através de problemas envolvendo frações, porcentagens e escalas.
3º Bimestre	
Campo Algébrico Simbólico	Equação do 1º grau
Habilidades e Competências	- Compreender a equação estabelecida a partir de um problema proposto.
Campo Geométrico	Polígonos
Habilidades e Competências	- Resolver situações-problema envolvendo a decomposição de polígonos.

4º Bimestre	
Campo Algébrico Simbólico	Inequação do 1º grau
Habilidades e Competências	- Resolver problemas significativos utilizando inequação do 1º grau.
Campo do tratamento das informações	Análise de dados
Habilidades e Competências	- Resolver problemas envolvendo gráficos de barras e de setores. - Construir gráficos a partir de situações-problema.

8º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL	
1º Bimestre	
Campo Numérico Aritmético	Números Reais
Habilidades e Competências	- Resolver problemas envolvendo números reais.
Campo Geométrico	Triângulo
Habilidades e Competências	- Compreender as propriedades dos triângulos.
2º Bimestre	
Campo Algébrico Simbólico	Sistemas de Equação do 1º grau
Habilidades e Competências	- Interpretar e resolver problemas envolvendo sistemas de equação do 1º grau.
Campo Geométrico	Quadriláteros
Habilidades e Competências	- Compreender as propriedades dos quadriláteros.

3º Bimestre	
Campo Algébrico Simbólico	Cálculo Algébrico
Habilidades e Competências	- Resolver problemas geométricos envolvendo cálculos algébricos.
Campo Geométrico	Volume
Habilidades e Competências	- Resolver problemas sobre volumes envolvendo situações do cotidiano.
4º Bimestre	
Campo Algébrico Simbólico	Produtos notáveis e fatoração
Habilidades e Competências	- Compreender a interpretação geométrica dos produtos notáveis, através da resolução de problemas.
Campo do tratamento da informação	Medidas de Tendência Central
Habilidades e Competências	- Resolver problemas que envolvam as medidas de tendência central, utilizando raciocínio intuitivo.

9º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL	
1º Bimestre	
Campo Numérico Aritmético	Números Reais
Habilidades e Competências	- Resolver problemas envolvendo operações com os números reais.
Campo Geométrico	Semelhança de polígonos
Habilidades e Competências	- Reconhecer as relações de proporcionalidades em situações-problema.

2º Bimestre	
Campo Algébrico Simbólico	Equação do 2º grau
Habilidades e Competências	- Resolver problemas envolvendo equações do 2º grau identificando a equação do 2º grau.
Campo Geométrico	Teorema de Pitágoras
Habilidades e Competências	- Resolver problemas utilizando o teorema de Pitágoras, a partir de interpretação de situações cotidianas.
3º Bimestre	
Campo Algébrico Simbólico	Funções
Habilidades e Competências	- Compreender a noção intuitiva do conceito de função como relação entre duas grandezas através de situações-problema.
Campo Geométrico	Razões trigonométricas no triângulo retângulo e circunferência e círculo
Habilidades e Competências	- Interpretar situações problemas envolvendo razões trigonométricas. - Resolver problemas envolvendo circunferência e círculo.
4º Bimestre	
Campo do tratamento da informação	Análise de gráficos e tabelas
Habilidades e Competências	- Resolver problemas envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. - Construir gráficos e tabelas a partir de situações reais.
Campo Geométrico	Polígonos regulares e áreas de figuras planas
Habilidades e Competências	- Interpretar e resolver problemas envolvendo área de figuras planas, a partir de situações reais.

2ª SÉRIE – ENSINO MÉDIO	
1º Bimestre	
Campo Numérico Aritmético	Números Reais
Habilidades e Competências	- Resolver problemas envolvendo as operações fundamentais no conjunto dos números reais. (Principalmente radiciação e potenciação)
Campo Geométrico	Semelhança de Polígonos
Habilidades e Competências	- Utilizar as relações de proporcionalidade para resolver problemas envolvendo figuras semelhantes.
2º Bimestre	
Campo Numérico Aritmético	Proporcionalidade
Habilidades e Competências	- Resolver problemas que envolvam variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas. - Utilizar o conceito de razão para calcular porcentagens.
Campo Geométrico	Trigonometria no triângulo retângulo
Habilidades e Competências	- Utilizar as razões trigonométricas para resolver problemas significativos.
3º Bimestre	
Campo Algébrico Simbólico	Função Polinomial do 2º grau
Habilidades e Competências	- Resolver problemas significativos envolvendo a interpretação gráfica da função polinomial do 1º grau.
Campo do tratamento da informação	Análise de Dados
Habilidades e Competências	- Resolver problemas envolvendo a interpretação de informações relacionadas a gráficos, a partir de situações reais.

4º Bimestre	
Campo Algébrico Simbólico	Função Polinomial do 2º grau
Habilidades e Competências	- Resolver problemas cotidianos e significativos envolvendo a interpretação gráfica da função polinomial do 2º grau.
Campo do tratamento da informação	Análise de Dados
Habilidades e Competências	- Resolver problemas cotidianos e significativos envolvendo o cálculo de medidas de posições (média, moda e mediana).

Fonte: Orientações Curriculares SEEDUC – 2013



**ANEXO B** – Pesquisa sobre o Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas

Caro(a) colega professor(a).

Este questionário tem por objetivo identificar pontos significativos, para análise e discussão, acerca da disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM).

Agradeço, desde já, a sua contribuição.

01. Idade:

- (a) Até 24 anos
- (b) De 25 a 29 anos
- (c) De 30 a 39 anos
- (d) De 40 a 49 anos
- (e) De 50 a 54 anos
- (f) 55 anos ou mais

02. Há quantos anos você terminou o seu curso de graduação?

- (a) Menos de 3 anos
- (b) De 4 a 7 anos
- (c) De 8 a 11 anos
- (d) De 12 a 15 anos
- (e) Mais de 15 anos

03. Dentre as modalidades de cursos de pós-graduação, assinale a opção que corresponde ao curso de mais alta titulação que você completou:

- (a) Não fiz ou ainda não completei nenhum curso de pós-graduação.
- (b) Especialização (mínimo de 360 horas).
- (c) Mestrado
- (d) Doutorado
- (e) Pós-doutorado

04. Há quantos anos você está lecionando?

- (a) Menos de 3 anos

- (b) De 4 a 7 anos
  - (c) De 8 a 11 anos
  - (d) De 12 a 15 anos
  - (e) De 16 a 19 anos
  - (f) 20 anos ou mais
05. Ao todo, quantas horas-aula você leciona por semana?
- (a) Até 12 horas
  - (b) De 12 a 20 horas
  - (c) De 20 a 30 horas
  - (d) De 30 a 40 horas
  - (e) Mais de 40 horas
06. Quantas horas por semana você dedica ao planejamento das aulas?
- (a) Não planejo as aulas
  - (b) Até 4 horas
  - (c) De 4 a 8 horas
  - (d) Acima de 8 horas
07. Você já lecionou ou leciona a disciplina RPM?
- (a) Sim
  - (b) Não
08. Para você, a disciplina RPM é uma ampliação da carga horária da disciplina Matemática ou do professor de Matemática?
- (a) Sim
  - (b) Não
09. Dentre os objetivos abaixo, qual deles é o principal objetivo no âmbito da Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC)?
- (a) Fazer o aluno pensar produtivamente.
  - (b) Ensinar o aluno a enfrentar situações novas.
  - (c) Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática.

- (d) Desenvolver no aluno a capacidade de resolver situações-problema relacionadas ao seu ano/série.
- (e) Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras.

10. As atividades desenvolvidas em sala de aula têm possibilitado aos alunos:

- fazer exercícios para automatizar procedimentos.
- lidar com problemas que exigem raciocínios diferentes e mais complexos que a maioria dos exemplos usuais.
- falar sobre soluções de problemas discutindo os caminhos usados para encontrá-las.
- gravar as regras que permitem obter respostas certas dos cálculos e problemas.
- interpretar resultados numéricos obtidos para dar uma resposta adequada ao problema.
- experimentar diferentes modos de resolver um problema ou de efetuar um cálculo.
- aprimorar a precisão e a velocidade na execução de cálculos.
- outros (citar) \_\_\_\_\_

---

---

11. Em sua opinião, quais as abordagens que a RPM poderia ter?

---

---

---

---

**ANEXO C** – Lista dos exercícios trabalhados em sala de aula

1. Uma lesma encontra-se no fundo de um poço seco de 10 metros de profundidade e quer sair de lá. Durante o dia, ela consegue subir 2 metros pela parede; mas a noite, enquanto dorme, escorrega 1 metro. Depois de quantos dias ela consegue chegar à saída do poço?

2. Quantas vezes você usa o algarismo 9 para numerar as páginas de um livro de 100 páginas?

3. Em um tanque há 4000 bolinhas de pingue-pongue. Um menino começou a retirar as bolinhas, uma por uma, com velocidade constante, quando eram 10h. Após 6 horas, havia no tanque 3520 bolinhas. Se o menino continuasse no mesmo ritmo, quando o tanque ficaria com 2000 bolinhas?

4. Observe as multiplicações a seguir:

$$12345679 \times 18 = 222222222$$

$$12345679 \times 27 = 333333333$$

$$12345679 \times 54 = 666666666$$

Para obter 999999999 devemos multiplicar 12345679 por quanto?

5. Passarinhos brincam em volta de uma velha árvore. Se dois passarinhos pousam em cada galho, um passarinho fica voando. Se todos os passarinhos pousam, com três em cada galho, um galho fica vazio. Quantos são os passarinhos?

6. Em uma praça há 18 crianças andando de bicicleta ou de skate. No total, há 50 rodas girando pela praça. Quantas crianças andam de bicicleta e quantas andam de skate?

7. Um tijolo “pesa” 1 kg, mais meio tijolo. Quanto “pesa” um tijolo e meio?

8. Numa reunião de equipes, há 8 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mãos serão dados?