



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Rafael de Almeida Moraes

**Uma proposta de intervenção pedagógica: desafios e perspectivas no
ensino da Matemática usando um esquema colaborativo**

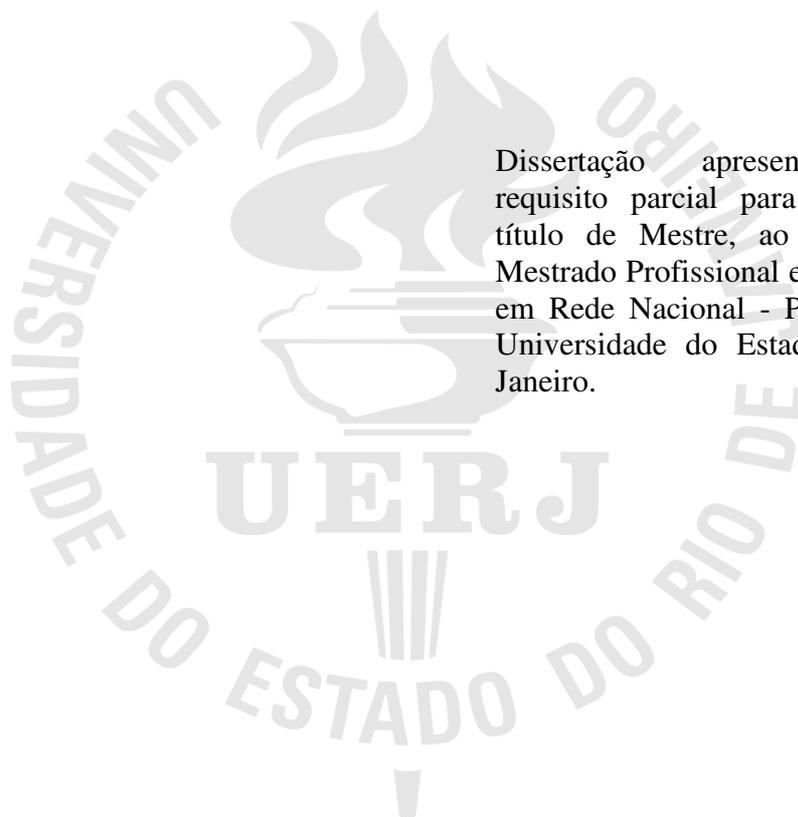
Rio de Janeiro

2016

Rafael de Almeida Moraes

**Uma proposta de intervenção pedagógica: desafios e perspectivas no ensino da
Matemática usando um esquema colaborativo**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.



Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius Tovar Costa

Coorientador: Prof. Dr. Augusto César de Castro Barbosa

Rio de Janeiro

2016

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

M827 Moraes, Rafael de Almeida.
Uma proposta de intervenção pedagógica: desafios e perspectivas no ensino da Matemática usando um esquema colaborativo/ Rafael de Almeida Moraes - 2016
74 f.

Orientador: Marcus Vinicius Tovar Costa
Coorientador: Augusto César de Castro Barbosa
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística.

1. Matemática – Estudo e ensino - Teses. 2. Matemática (Ensino Fundamental) - Teses I. Costa, Marcus Vinicius Tovar. II. Barbosa, Augusto César de Castro. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. IV. Título.

CDU 51.07

Autorizo apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação

Assinatura

Data

Rafael de Almeida Moraes

**Uma proposta de intervenção pedagógica: desafios e perspectivas no ensino da
Matemática usando um esquema colaborativo**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 27 de julho de 2016.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Marcus Vinicius Tovar Costa (Orientador)
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

Prof. Dr. Augusto César de Castro Barbosa (Coorientador)
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

Prof. Dr. Gladson Octaviano Antunes
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Alexandre Lopes de Oliveira
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia

Rio de Janeiro

2016

DEDICATÓRIA

A minha família, por ter me dado todo apoio em minha formação pessoal e profissional.

AGRADECIMENTOS

A Deus que me deu saúde e sabedoria para chegar até o final dessa longa caminhada.

A minha mãe Lucyete Maria Gonçalves de Almeida por ter dado todo apoio e amor em toda minha vida.

Ao meu orientador Marcus Vinícius Tovar Costa e coorientador Augusto César de Castro Barbosa pelo suporte, pelas suas correções e incentivos.

A toda equipe de professores da universidade que me auxiliou neste período do mestrado.

Aos meus amigos de curso que me ajudaram a vencer todas as dificuldades encontradas.

RESUMO

MORAES, Rafael de Almeida. *Uma proposta de intervenção pedagógica: desafios e perspectivas no ensino da Matemática usando um esquema colaborativo*. 2016. 74f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

Esse trabalho apresenta uma reflexão sobre desafios da inserção de um Esquema Colaborativo (EC) no ensino da Matemática, visando novas perspectivas para o processo de ensinar e aprender. As atividades foram desenvolvidas em duas escolas, uma particular, Instituto São João Batista, e outra pública, Escola Municipal José Emygdio de Oliveira, ambas no município do Rio de Janeiro. Nas duas escolas as atividades foram desenvolvidas em turmas de 6^o, 8^o e 9^o anos.

Após a discussão teórica sobre os princípios da aprendizagem colaborativa, são analisadas as ferramentas utilizadas na disciplina de Matemática para tornar possível este tipo de aprendizagem. No caso do 6^o ano os objetivos de trabalho foram as escalas de comprimento e de capacidade e suas conversões. Para o 8^o ano tratamos as equações fracionárias e no 9^o ano o tema abordado foi gráficos de funções quadráticas. É importante destacar que todas as estruturas sugeridas podem e devem ser adaptadas a cada realidade e às suas peculiaridades, pois além de ser uma prática que visa melhorar o processo de ensino/aprendizagem, o EC pode ser usado como uma ferramenta que contribui para a socialização dos indivíduos participantes.

Palavras-chave: Ensino Colaborativo, Esquema Colaborativo, Atividades em Grupo, Ensino Fundamental.

ABSTRACT

MORAES, Rafael de Almeida. *A proposal of educational intervention : challenges and perspectives in the teaching of mathematics using a collaborative scheme*. 2016. 74f . Dissertação(Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

This project presents a reflection on challenges inserting a Collaborative Scheme (CS) in the teaching of mathematics, in order to show new perspectives to the process of teaching and learning. The activities were developed in two schools, one private, Instituto São João Batpista, and other public, Escola Municipal José Emygdio de Oliveira, both in the county of Rio de Janeiro. In two schools the activities were developed in elementary classes of 6th, 8th and 9th grades.

After the theoretical discussion of the principles of collaborative learning, the tools used in the Mathematica course to create opportunities this type of learning are analyzed. For the sixth grade the discussed topics were the length and capacity scales and their conversions. For the eighth grade we treated fractional equations while in the ninth grade the discussed topic was the graphs of quadratic functions. It is important to note that all suggested restructurings can and should be adapted to each situation and its peculiarities, as well as being a practice that aims to improve the teaching / learning process, the EC can be used as an analysis tool that contribute for a socialization of them all.

Keywords: Collaborative learning, Collaborative Scheme, Group Activities, Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Quadro unidade de medida de capacidade	32
Figura 2 –	Quadro unidade de medida de comprimento	32
Figura 3 –	Quadro unidade de medida de comprimento	33
Figura 4 –	Transformação utilizando multiplicação ou divisão por 10	33
Figura 5 –	Quadro unidade de medida de capacidade volumétrica	34
Figura 6 –	Transformação utilizando multiplicação ou divisão por 10	34
Figura 7 –	Transformação utilizando multiplicação ou divisão	34
Figura 8 –	Quadro unidade de medida de capacidade volumétrica	35
Figura 9 –	Tabela para a obtenção dos pontos cartesianos	36
Figura 10 –	Esboço dos pontos cartesianos para a construção do gráfico (parábola) da função $f(x) = x^2$	36
Figura 11 –	Estudo da concavidade da parábola	37
Figura 12 –	Estudo do número de raízes da função através do discriminante (Δ)	37
Figura 13 –	Estudo da abertura da concavidade pelo valor da constante a	38
Figura 14 –	Obtenção da parábola através da substituição de valores	39
Figura 15 –	Estudo da parábola	39

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 –	Desempenho em grupo (número de acertos) – turma 1601	44
Gráfico 2 –	Desempenho individual (número de acertos) – turma 1601	44
Gráfico 3 –	Desempenho em grupo (número de acertos) – turma 1602	45
Gráfico 4 –	Desempenho individual (número de acertos) – turma 1602	46
Gráfico 5 –	Desempenho individual (número de acertos) – turma 1604	47
Gráfico 6 –	Desempenho em grupo (número de acertos) – turma 1902	48
Gráfico 7 –	Desempenho individual (número de acertos) – turma 1902	48
Gráfico 8 –	Desempenho em grupo (número de acertos) – turma 108	50
Gráfico 9 –	Desempenho individual (número de acertos) – turma 108	50
Gráfico 10 –	Desempenho individual (número de acertos) – turma 118	51
Gráfico 11 –	Comparação do rendimento das turmas 108 e 118	52
Gráfico 12 –	Desempenho em grupo (número de acertos) – turma 109	53
Gráfico 13 –	Desempenho individual (número de acertos) – turma 109	53

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	14
1	APRENDIZAGEM COLABORATIVA	17
1.1	Aprendizado colaborativo	17
1.2	Breve histórico da aprendizagem colaborativa	19
1.3	Proposta de um esquema colaborativo	20
2	GESTÃO DEMOCRÁTICA DA EDUCAÇÃO E O ENSINO COLABORATIVO DA MATEMÁTICA	23
2.1	Ações pedagógicas cotidianas na escola e seu contexto social	23
2.2	A escola e seu papel social	25
2.3	A educação matemática	27
2.4	Aprendizagem colaborativa na matemática	30
3	ESTUDO DE CASO	32
3.1	Estudo do conteúdo abordado nas atividades	32
3.2	Apresentação e discussão dos resultados	40
3.3	Características das escolas	40
3.3.1	<u>Escola Municipal José Emygdio</u>	40
3.3.2	<u>Instituto São João Batista - ISJOB</u>	41
3.4	Aplicação dos trabalhos	41
3.5	Análise dos resultados	43
3.5.1	<u>Avaliação no E.M. José Emygdio de Oliveira</u>	43
3.5.2	<u>Avaliação no ISJOB</u>	49
4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO	54
	REFERÊNCIAS	56
	APÊNDICE A - Avaliação em grupo (EC)	61
	APÊNDICE B - Avaliação individual (EC)	62
	APÊNDICE C - Avaliação individual (Ensino Tradicional)	63
	APÊNDICE D - Atividade 6º ano (EC e Ensino Tradicional)	64
	APÊNDICE E - Atividade 9º ano (EC)	65
	APÊNDICE F - Avaliação em grupo (EC)	66
	APÊNDICE G - Avaliação individual (EC)	67
	APÊNDICE H - Atividade 8º ano (EC e Ensino Tradicional)	68

APÊNDICE I - Avaliação em grupo (EC)	69
APÊNDICE J - Avaliação individual (EC)	70
APÊNDICE K - Avaliação individual (Ensino Tradicional)	71
APÊNDICE L - Atividade 9º ano (EC)	72
APÊNDICE M - Avaliação em grupo (EC)	73
APÊNDICE N - Avaliação individual (EC)	74

INTRODUÇÃO

A busca por uma educação contextualizada, significativa e transformadora tem destacado a importância da aprendizagem colaborativa, procurando trazer vivências do cotidiano dos alunos para dentro de sala de aula. Não há elementos que possam evidenciar quando nasceu a ideia de reunir indivíduos em prol de um objetivo comum, mas sabe-se que o trabalho em equipe existe há muito tempo, desde que se começou a se pensar no processo de realização de tarefas. Essa aproximação foi estimulada pela necessidade histórica do homem de reunir esforços para atingir objetivos que, ao serem almejados de forma solitária, poderiam ser alcançados de forma mais trabalhosa, ou até mesmo sem serem atingidos.

As ideias de colaboração e cooperação caminham muito próximas, No entanto, apresentam na prática grandes diferenças. A colaboração está ligada diretamente à noção de continuidade de um trabalho a ser realizado, enquanto a cooperação tem característica mais imediatista, onde o principal é a realização do trabalho independente de como foram feitas as atribuições ao grupo para a realização da tarefa.

Existem diversos entendimentos do que é colaborar/cooperar. Estudiosos como Ferreira (1999) e Fonseca (2004) entendem que colaborar e cooperar são sinônimos e que arriscar diferenciar um termo do outro não acrescenta muito valor.

Segundo Barros (1994), a colaboração está contida na cooperação, sendo que cooperação é uma tarefa a ser desenvolvida por uma equipe em conjunto, enquanto que colaboração é um trabalho executado por um grupo, onde cada participante tem suas funções claramente atribuídas e a que ao final se unem para concluí-lo.

Segundo Costa (2005), cooperação e colaboração possuem significados distintos. Na cooperação encontramos hierarquia entre os componentes do grupo e suas tarefas são realizadas com a ajuda mútua entre os integrantes, mesmo que o produto final não seja executado em conjunto. Na colaboração esta hierarquia entre componentes não é encontrada. Além disso, o trabalho em conjunto visa um objetivo em comum do grupo, onde todos possuem as mesmas responsabilidades.

Para Vygotsky (1989) “a construção do conhecimento implica em uma ação partilhada, exigindo uma cooperação e troca de informações mútuas, com consequente ampliação das capacidades individuais”. Ele esclarece que as atividades em grupo são mais vantajosas em comparação às atividades individuais, onde o indivíduo consegue tirar mais vantagens sobre o aprendizado. De acordo com Vygotsky (1989), “as

constituições dos sujeitos, assim como seu aprendizado e seus processos de pensamento, acontecem intercedidos pela relação com outras pessoas”.

Wells (2001) também estudioso dos processos educacionais, corrobora com os estudos de Vygotsky, explica que entre indivíduos que tentam solucionar um problema significativo para todos, podem estabelecer, em conjunto, propostas que poderão ser desenvolvidas, transformadas ou contrapostas.

O papel de docente do mundo atual está ligado diretamente à busca de novos métodos de ensino, com o intuito de melhorar suas aulas e facilitar a aprendizagem de seus alunos. Além é claro, de uma contínua motivação para que os discentes possam continuar a se aperfeiçoar. Visando estes objetivos, o processo de aprendizagem colaborativa é de suma importância, pois além de ajudar nas competências relacionadas à aprendizagem, auxilia também no desenvolvimento social do aluno, onde este participa do processo com o convívio com outros colegas que possuem opiniões e maneiras diferentes de se expressar e pensar, valorizando assim a importância do trabalho em grupo.

Segundo Nóvoa (2001) “O professor reflexivo é um profissional inovador e criativo, que descobre problemas e saídas, inventa e experimenta novas soluções, liberando-se de formas convencionais, e em constante (re)construção.”. Desta forma, o docente contemporâneo deve estar atento às novas tendências da educação, assim como suas adaptações para as turmas que leciona, buscando eficiência em suas aulas com a compreensão dos conteúdos pelos seus alunos.

Segundo Sadovsky (2007, p. 15), o baixo desempenho dos estudantes em Matemática é fato em diversos países, não só no Brasil. Deficiências na formação dos docentes os impossibilitam no aprofundamento de aspectos relevantes, tais como aqueles que possibilitem considerar os conhecimentos prévios dos alunos. A esse fato, podemos atribuir a grande dificuldade dos professores na busca de elos entre a Matemática escolar e o cotidiano dos alunos, dificultando ainda mais o seu ensino, que segue regras muito particulares.

Partindo dessas análises, esse estudo se justifica. Do conceito à prática, o repensar de alguns aspectos inerentes à escola e ao ensino da Matemática, na busca de se adequar a padrões da sociedade atual, através da inovação e de práticas pedagógicas intimamente aliadas ao ensino colaborativo.

Como objetivo geral deste trabalho, temos além da aplicação do EC (Ensino Colaborativo), uma proposta de análise e comparação no desenvolvimento de atividades

aplicadas a turmas que fizeram uso do EC com turmas que não o utilizaram, isto é, onde o conteúdo foi apresentado do modo tradicional. De posse de dados obtidos neste cenário procuramos também, fazer uma breve avaliação entre as duas dinâmicas.

A pergunta que norteia esta pesquisa é:

“De que forma a mediação pedagógica e a prática do ensino colaborativo podem auxiliar no ensino-aprendizagem da Matemática?”.

A natureza desta pesquisa é descritiva, recorrendo-se às abordagens quantitativa e qualitativa, por meio de um estudo de caso realizado em duas escolas, uma particular, o Instituto São João Batista e outra pública, Escola Municipal José Emygdio de Oliveira, ambas no município do Rio de Janeiro. Na escola particular foram aplicadas atividades em duas turmas do 8º ano, onde foi abordado o tópico de equações fracionárias, sendo que em uma foi utilizado o ensino colaborativo e na outra, o ensino tradicional. Nessa mesma escola, e em uma turma do 9º ano foi aplicado o EC no estudo do o tópico de gráfico de funções quadráticas. Na escola municipal foram aplicadas atividades em três turmas do 6º ano sendo que em duas turmas foi aplicado o EC e na terceira o ensino tradicional com o tema unidades de comprimento e capacidade volumétrica. Nessa mesma escola foi aplicado o EC em uma turma do 9º ano com o conteúdo gráfico de funções quadráticas. Essa diversidade de séries em escolas privadas e públicas teve como objetivo a realização de comparação entre realidades educacionais e sociais bastante diferentes.

Buscou-se conceituar o EC, considerando que sua base está na troca e interação entre os envolvidos. Embora sejam várias as teorias que contribuem para a sua compreensão, enfatizamos duas teorias que as fundamentam, a Teoria de Piaget e a de Vygotsky, conforme TORRES (2014).

No primeiro capítulo é introduzida a ideia do conceito de EC, como ele tem se desenvolvido ao longo dos anos e como esta prática está sendo introduzida e desenvolvida no Brasil. No segundo capítulo são abordadas algumas ações pedagógicas que fazem parte do cotidiano da escola e seu contexto social no ensino da Matemática.

No terceiro capítulo, é apresentado um estudo de caso em que foram aplicadas atividades utilizando-se o EC e a comparação do desempenho dos alunos com aqueles submetidos ao ensino tradicional.

1 APRENDIZAGEM COLABORATIVA

1.1 Esquema colaborativo

A compreensão do EC envolve o entendimento da teoria da Epistemologia Genética de Jean Piaget e da teoria Sociocultural de Lévy Vygotsky. Esses dois pensadores foram os pioneiros do Construtivismo e do Sociointeracionismo, respectivamente, onde a aprendizagem é baseada na resolução de problemas e o conhecimento distribuído. Na teoria de Vygotsky o conhecimento surge a partir do contexto coletivo, ou seja, entre o sujeito e os outros indivíduos, enquanto que segundo Piaget, o conhecimento surge a partir da interação entre os indivíduos.

A aprendizagem colaborativa é um modelo de ensino que desperta a participação do estudante no processo de aprendizagem e faz da aprendizagem um procedimento ativo e efetivo, no qual o saber é resultante de um consenso entre membros de um grupo, algo que as pessoas estabelecem conversando, trabalhando em conjunto e chegando a um acordo (TORRES, 2007).

Para Vygotsky (1998, p.17) a colaboração entre grupos durante a aprendizagem pode ajudar a desenvolver estratégias e habilidades gerais de solução de problemas por internalização do processo cognitivo implícito na interação e na comunicação. Nesse contexto, para o autor, o conhecimento não se desenvolve apenas com fatores biológicos, mas depende também de fatores sociais, como o convívio em grupo, ou psicológicos. O ser humano está em constante aprendizagem, com o contato com outros indivíduos, formando assim novas ideias e conceitos.

A história do desenvolvimento das funções psicológicas superiores seria impossível sem um estudo de sua pré-história, de suas raízes biológicas, e de seu arranjo orgânico. As raízes do desenvolvimento de duas formas fundamentais, culturais, de comportamento, surgem durante a infância: o uso de instrumentos e a fala humana. Isso, por si só coloca a infância no centro da pré-história e do desenvolvimento cultural. (1998, p.61)

Segundo Barkley *et al.* (2005), confirmando o estudo de Vygotsky, a aprendizagem colaborativa representa alunos trabalhando em pares ou em pequenos grupos para alcançar metas comuns de aprendizagem, ou seja, é a aprendizagem pelo trabalho em conjunto ao invés do aluno aprender isoladamente.

De acordo com Torres (2004), uma atividade colaborativa caracteriza-se pela:

Participação ativa do aluno no processo de aprendizagem; mediação da aprendizagem feita por professores e tutores; construção coletiva do conhecimento, que emerge da troca entre pares, das atividades práticas dos alunos, de suas reflexões, de seus debates e questionamentos; interatividade entre os diversos atores que atuam no processo; estimulação dos processos de

expressão e comunicação; flexibilização dos papéis no processo das comunicações e das relações a fim de permitir a construção coletiva do saber; sistematização do planejamento, do desenvolvimento e da avaliação das atividades; aceitação das diversidades e diferenças entre alunos; desenvolvimento da autonomia do aluno no processo ensino-aprendizagem; valorização da liberdade com responsabilidade; comprometimento com a autoria; valorização do processo e não do produto (TORRES, 2004, p.50).

Para Jacobs *et al.* (1997), aprendizagem colaborativa vai além de um trabalho em grupo. Uma diferença chave entre aprendizagem colaborativa e trabalho em grupo tradicional é que, nesse último, os estudantes são solicitados a trabalhar em grupos sem que seja dedicada qualquer atenção especial ao funcionamento do grupo, enquanto que, na primeira, o trabalho em grupo é cuidadosamente preparado e monitorado.

Conforme Barros *et al.* (1994), as vivências com aprendizagem colaborativa têm sido muito motivadas por suas vantagens: criação de espírito coletivo, maior independência por parte do aluno, desenvolvimento de hábito de estudo e aumento da habilidade de comunicação.

Embora existam várias formas de se conceituar aprendizagem colaborativa, podemos caracterizá-la pela busca para se alcançar um determinado objetivo através do trabalho em grupo, com a troca de informações e experiências entre os alunos do grupo e entre os grupos.

Segundo Campos *et al.* (2003, p. 70), os aspectos culturais comprometem a influência mútua em grupo, tais como: distintas formas de comunicação; diferentes maneiras de agir diante de confusões; diferentes enfoques para cumprir as tarefas; diferentes modos em delegar determinações; diferentes atitudes diante de novas descobertas e diferentes abordagens sobre o conhecimento. É preciso que o professor tenha preparo para saber lidar com as diferentes situações que podem surgir.

Campos *et al.* (2003, p. 26) afirma que aprendizagem colaborativa é “... uma proposta pedagógica na qual estudantes ajudam-se no processo de aprendizagem, atuando como parceiros entre si e com o professor, com o objetivo de adquirir conhecimento sobre um dado objeto.”.

1.2 Breve histórico da aprendizagem colaborativa

No final do século XIX John Dewey (1859-1952) discorria a respeito do aparelhamento da escola que se preocupasse com “o desenvolvimento de um espírito de cooperação social e de vida comunitária” (Dewey, 2002, p. 25 apud TEIXEIRA, 1978).

Para Dewey a escola onde os educandos tivessem que decorar lições era inaceitável (TEIXEIRA, 1978). Seguindo tal raciocínio temos que uma escola ideal seria aquela onde o estudante teria total liberdade de expressão podendo criar sua própria maneira de pensar/raciocinar, além de poder expor suas opiniões e ideias, fazendo assim, uma troca de experiências com seus colegas de turma, e com isso melhorar seu desempenho com novas formas de pensar.

O movimento da Escola Nova, no começo do século XX, embasado por teorias de educadores como John Dewey, Maria Montessori e Jean Piaget, foi uma grande influência para a Aprendizagem Colaborativa. Conforme cita Behrens (2005):

A Escola Nova foi acolhida no Brasil, proposta por Anísio Teixeira, por volta de 1930, num momento histórico de efervescência de ideias, aspirações e antagonismos políticos, econômicos e sociais. Apresenta-se como um movimento de reação à pedagogia tradicional e busca alicerçar-se com fundamentos da biologia e da psicologia dando ênfase ao indivíduo e sua atividade criadora (BEHRENS, 2005, p. 47).

Assim, a Escola Nova procurou um resgate da representação do educando e suas necessidades, dando destaque à sua participação mais efetiva na ação educativa.

Nesse contexto, o processo de trabalho em grupo tornou-se significativo para o ideário escolanovista. Dewey gerou grupos de aprendizagem cooperativa como parte de seu método de ensino.

Na década de 1950 ganham destaque as Teorias da Aprendizagem Cognitiva formuladas por Jean Piaget e Lev Vygotsky. Os estudos de Jean Piaget tinham como principal ideia o cognitivo do ser que é a base para o seu desenvolvimento, em que esse aprende a partir de dois processos, assimilação e acomodação, um interligado ao outro. A aprendizagem se dá pelo contato do indivíduo com o mundo real, além de contar com as trocas de experiências entre os indivíduos. O papel do professor neste processo é de estimular o raciocínio do aluno criando atividades compatíveis com seu nível de desenvolvimento cognitivo.

Na interpretação de Rego (apud VALASKI, 2003, p. 24), Vygotsky afirma que as pessoas são sociáveis e que constroem sua individualidade a partir das influências mútuas que se estabelecem entre os indivíduos, intercedidas pela cultura. Segundo Torres (2014), desse modo, as teorias desses dois estudiosos influenciaram a ampliação de metodologias de Aprendizagem Colaborativa, pois pregavam o intercâmbio como base da aprendizagem e desenvolvimento cognitivo.

No final da década de 60, David e Roger Johnson começaram a treinar alguns professores em aprendizagem cooperativa na Universidade de Minnesota (JOHNSON;

JOHNSON, apud GILLIAM, 2002). Na Inglaterra, também nos anos 70, um grupo de professores britânicos do ensino médio começou a desenvolver práticas com ideias colaborativas (JOHNSON; JOHNSON, apud TORRES, 2014).

No começo da década de 70, os professores David e Roger Johnson verificaram que muitos alunos tinham dificuldades em se adaptarem ao ensino da faculdade, com isso começaram a desenvolver trabalhos que utilizavam os princípios de aprendizagem colaborativa, inicialmente com técnicas de instrução e avaliações em pares ou em grupo.

Entretanto apenas na década de 90 que a aprendizagem colaborativa ganhou grandes proporções. Professores universitários intensificaram os trabalhos que envolviam o EC, quando David e Roger Johnson e Karl Smith fizeram uma adaptação para a aprendizagem cooperativa para sala de aula do ensino superior e escreveram *Aprendizagem Ativa: Cooperação na Sala de Aula Universitária* (JOHNSON; JOHNSON, apud TORRES, 2014).

1.3 Proposta para um esquema colaborativo

As atividades desenvolvidas no esquema colaborativo são realizadas por grupos nos quais todos participam das decisões, ou seja, podemos classificá-los como grupos de consenso. Todos trabalham colaborativamente numa atividade, trocando ideia e opiniões, até se chegar, em conjunto, a um produto final, sempre com a participação de todos do grupo em todo o processo de aprendizagem.

A organização dos grupos, geralmente, é conduzida pelo próprio professor. Esse pode organizar os grupos utilizando alguns critérios como, por exemplo, o nível de conhecimento de cada aluno, aproximando aqueles alunos que possuem mais facilidade com aqueles que têm maiores dificuldades; o grau de afinidade entre os alunos, em que pode-se socializar alunos que não possuem tanto afinidade entre si, além de limitar o, além de limitar o número de componentes do grupo, que podem ser composto de 4 a 6 alunos.

Para o sucesso com o esquema colaborativo, algumas características que se diferem das aulas tradicionais devem estar bastante claras para o professor. A organização e a autoridade, por exemplo, são algumas delas, onde o professor deve estar atento às instruções dadas aos alunos a fim de garantir que todo planejamento previsto e seja alcançado e principalmente, fazer com que todos os componentes do grupo trabalhem em equipe. Outro ponto que merece destaque para o desenvolvimento deste

tipo de trabalho está apoiado no conceito de quatro palavras destacadas por Pichon Riviera (apud VISCA 1987, p.18); na psicologia social: *logística*, que seria levar em conta as características dos alunos ou do grupo, levando-se em consideração a formação pessoal e a personalidade de cada aluno; *estratégia*, relacionada à maneira como serão organizadas as ações definidas pelo professor, assim como espaço, local, período, etc.; *tática*, que é colocar em prática tudo aquilo que foi planejado anteriormente e a *técnica*, que é a maneira de como o professor executará as tarefas.

A avaliação no processo de um esquema colaborativo deve ser feita baseada no processo e não apenas no produto, pois a partir das trocas entre os indivíduos do grupo é que podemos ter a real noção do aprendizado. Para Silva (2006, p.27-28) a “Avaliação nesse contexto é a reflexão transformada em ação. Ação que nos impulsiona a novas reflexões. Educador e aprendizes estarão com situação de reflexão permanente na trajetória de construção do conhecimento.”, com isso, nesse esquema não podemos apenas nos limitar em corrigir os exercícios, devemos estimular os alunos a raciocinar e não, em memorizar, o que acontece na maioria das vezes.

Hoffmann (apud SILVA 2006, p. 24) compara dois modelos de avaliação destacando suas diferenças. Podemos analisar a avaliação liberal e a avaliação libertadora, sendo que o esquema colaborativo se encaixa melhor na última mencionada. Essas diferenças estão em destaque na tabela 1.

Tabela 1 - Comparação entre avaliação liberal e libertadora

AVALIAÇÃO LIBERAL	AVALIAÇÃO LIBERTADORA
<p>Ação individual e competitiva concepção classificatória, sentensiva intenção de reprodução das classes sociais.</p> <p>Postura disciplinadora e diretiva do professor valorização da memorização exigência burocrática periódica.</p>	<p>Ação coletiva e consensual concepção investigativa, reflexiva proposição de conscientização das desigualdades sociais e culturais.</p> <p>Postura cooperativa entre os elementos da ação educativa valorização da compreensão consciência crítica de todos sobre o cotidiano</p>

Fonte: Hoffmann (apud SILVA, 2006)

Diversos autores citam inúmeras maneiras e formas de fazer a avaliação quando trabalhamos com processos colaborativos/cooperativos, dentre eles podemos

destacar os pontos principais para Johnson e Johnson (1999), quando fazemos uma avaliação:

1. Formar grupos pequenos;
2. Fazer testes individuais;
3. Colocar questões orais ou solicitar a demonstração de certas competências a elementos do grupo, ao acaso;
4. Observar sistematicamente o trabalho dos grupos;
5. Existir no grupo o papel de verticador da aprendizagem, o qual deve fazer perguntas para que cada membro demonstre se de facto compreendeu, é capaz de explicar as respostas, conclusões do grupo, etc.;
6. Os estudantes ensinarem uns aos outros o que aprenderam, fazendo o que se designa por explicação simultânea (peer tutoring). (FREITAS e FREITAS, 2003, p. 29)

2 GESTÃO DEMOCRÁTICA DA EDUCAÇÃO E O ENSINO COLABORATIVO DA MATEMÁTICA

2.1 Ações pedagógicas cotidianas na escola e seu contexto social

O ensino da Matemática esteve muitas vezes baseado na repetição, memorização, no formalismo exagerado, na realização exaustiva de cálculos e na mera aplicação de regras sem significado.

Sabemos que os problemas que enfrentamos no nosso cotidiano e que envolvem a Matemática não são novidades, e a necessidade de resolvê-los nos leva ao desenvolvimento dessa ciência. Analisando dessa forma, o ensino da Matemática nas escolas deve ser dinâmico e também voltado para a elaboração (criação) das soluções de problemas que encontramos no nosso dia a dia, além de ajudar no desenvolvimento do raciocínio lógico que é muito importante.

Atualmente encontramos um novo olhar, em que novas regras e leis são impostas pela sociedade, tanto ligados ao trabalho quanto ligado à cultura. Em muitos casos essas imposições excluem uma boa parte da população do mundo globalizado. De acordo com Gianini (2000) “este modelo econômico de forma globalizada, que institui regras comuns baseadas nas novas tecnologias suprimindo a distância, por outro lado, criam reações locais que passam a existir, marcadas pela ampliação dos meios de comunicação e pelas novas práticas sociais.”.

Segundo Gianini (2000) as escolas só serão progressistas e atualizadas ao fazer uso de iniciativas pioneiras, se determinarem de forma constante os seus objetivos, os seus processos pedagógicos e conteúdos curriculares de acordo com as normas adequadas, estando esses, baseados nas necessidades e potencialidades dos educandos. Para o autor, os mais importantes pré-requisitos das boas escolas são os professores criativos, motivados e bem preparados, os papéis que desempenham e as responsabilidades, que lhes são próprias, demandam de uma ação de aprendizagem permanente, ao longo da vida.

Toda essa modificação encontrada na sociedade vem mudando a ideia de educação, a gestão escolar está se adaptando à maior parte dessas situações com o intuito de melhorar sua relação com o mundo fora da escola, formando assim, alunos preparados para viver em sociedade, que participam das decisões, e que conseguem solucionar seus problemas pessoais.

Assim, podemos considerar que uma escola participativa é aquela que faz pais e professores contribuírem em todo o processo educativo, fazendo com que esses possam expor suas opiniões. Essa participação está ligada diretamente com a criação de novos projetos e trabalhos que façam a ligação entre todas as partes da escola. Essa instituição participativa é possível quando objetivamos uma escola com planos que “estão bem articulados e apoiados por toda a sua comunidade” (LÜCK et. al, 2007, p.101).

Segundo Gadotti (2000), o docente é um intercessor do conhecimento, perante o aluno que é o sujeito da sua própria formação. Utilizando a mesma linha desse pensamento, o professor deve buscar sempre novas formas de instigar os alunos ao estudo e, para isso, deve estar sempre se atualizando, estudando maneiras diferentes de explicar aos alunos, além de tentar sempre conhecer a realidade de seus alunos com a finalidade de aproximar suas aulas ao cotidiano desses. Além dessa busca, o docente deve sempre estar aprendendo com o discente, cada experiência vivida deve ser incluída a sua carreira profissional.

Segundo Freire, (2011, p.32), “Só educadoras e educadores autoritários negam a solidariedade entre o ato de educar e o ato de ser educado pelos educandos”. Dessa forma, podemos constatar o quanto é imprescindível o educador saber ouvir, dialogar com o aluno, ou seja, ter a habilidade de poder aprender com os educandos, com suas experiências de vida e com os conhecimentos que eles trazem para a sala de aula.

Ainda de acordo com Freire (2011), ambos (discentes e docentes) compõem o processo ensino-aprendizagem. O professor deve transmitir o conhecimento, porém, deve proporcionar aos alunos o entendimento do que foi transmitido. Contudo, deve permitir que os discentes exponham as suas ideias, dando um novo sentido ao conhecimento adquirido, valorizando as interações e a pluralidade de opiniões. Valorizar sempre tanto acertos sem se esquecer de avaliar os erros, pois, ambos contribuirão para o alcance do real conhecimento, proporcionando ao aluno a busca incessante pelo conhecimento. Segundo Oliveira (1999), a proposta educacional de Freire se baseia no princípio de que todas as atividades pedagógicas constituem ações culturais.

Freire (2011), afirma: "Ninguém educa ninguém, ninguém se educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo." (p.79). Estudando os pensamentos do autor, podemos certificar que, de acordo com ele, “antes de ler a palavra escrita, o ser humano aprendeu a ler o mundo, quer dizer, a leitura do mundo é uma leitura que precedeu, precede e vai preceder sempre a leitura da palavra escrita.”.

A escola real lida com perfis de alunos totalmente diferentes, com princípios, religiões, valores e ideais que são únicos. Desta forma, podemos entender que para a escola atender a essa demanda de maneira eficiente ela deve se preparar para tal objetivo de modo a compreender essa realidade e com isso ajudar ao discente a entender o sentido do estudo para sua vida, formando assim um cidadão que entende o que é preciso para evoluir na sua vida pessoal e profissional.

Arroyo (2005) cita que para abranger esse espaço pedagógico é necessário avaliar a especificidade dos tempos de vida que ela abrange – juventude e vida adulta – e para os sujeitos concretos que vivenciam esses momentos e, as maneiras concretas pelas quais vivem seus direitos à educação, o conhecimento, a cultura, memória, identidade, formação e ao desenvolvimento pleno como pessoa humana.

2.2 A escola e seu papel social

Na sociedade atual, direitos e deveres são conceitos que se misturam e muitas vezes são esquecidos. Nessa mistura encontramos muita desordem e desunião, pessoas que deveriam viver em conjunto em prol de um bem maior, vivem apenas para conseguir melhorias para si mesmo. Ser um cidadão consciente é saber de suas obrigações e respeitar ao próximo. Tal posicionamento, muitas das vezes, pode ser alcançado apenas após anos de convivência com o mundo. Assim temos na escola um papel de suma importância no ensinamento deste indivíduo, deixando-o pronto para a sua vivência em sociedade, e para isso a implantação do EC nas escolas esta questão social melhora consideravelmente.

Conforme assevera Carvalho (1979, p. 22), “... à medida que a consciência social se desenvolve, o dever vai sendo transformado em vontade coletiva”, isto é, vai-se criando no interior da escola uma cultura própria orientada pela realização dos ideais da educação, que passam a fazer parte natural do modo de ser e de fazer da escola e, por isso mesmo, não precisa ser imposta de fora para dentro.

Como dito anteriormente a escola tem papel fundamental na formação de um cidadão, pois além de ensinar os conteúdos e habilidades de cada disciplina, ela possui a importante missão de formar uma pessoa que saiba viver com outras pessoas respeitando suas particularidades e também ajudando no desenvolvimento do seu entorno e isso se dá com a mudança de pensamento dos alunos que frequentam a escola com apenas a intenção de encontrar colegas e brincar, fazer com que entendam que este

local é importante para sua formação tanto pessoal quanto profissional, conforme o pensamento de Libâneo (2005):

Devemos inferir, portanto, que a educação de qualidade é aquela mediante a qual a escola promove para todos o domínio dos conhecimentos e o desenvolvimento de capacidades cognitivas e afetivas indispensáveis ao atendimento de necessidades individuais e sociais dos alunos (LIBÂNEO, 2005, p.117).

A escola deve oferecer situações que favoreçam o aprendizado, em que se tenha sede em aprender. Se o aluno compreende que, muito mais importante do que possuir bens materiais, é ter uma fonte de segurança que garanta seu espaço no mercado competitivo, ele buscará conhecer e aprender sempre mais.

Atender às necessidades dos alunos, o social e o educacional, é entender que o que está sendo posto em prática em sala de aula tem a ver com a vida do aluno fora da escola. O que o discente vê no ambiente escolar e consegue visualizar na sua vivência na sociedade é essencial para que esse seja estimulado a continuar estudando. Com esses atributos, podemos qualificar o ensino como de qualidade. Tal qualidade está relacionada diretamente com investimentos na educação, como a capacitação dos docentes, melhora no material humano que trabalha na escola, além de melhorias estruturais, dando condições para quem trabalha na escola fazer um trabalho de excelência, e com isso fazer com que os alunos tenham seus direitos assegurados. Conforme citação de Freire (2011):

A valorização da cultura e de sua própria comunidade e, ao mesmo tempo, busca ultrapassar seus limites, propiciando aos educandos pertencentes aos diferentes grupos sociais o acesso ao saber, tanto no que diz respeito ao conhecimento socialmente relevante da cultura brasileira no âmbito nacional e regional, como no que faz do patrimônio universal da humanidade. (FREIRE, 2011, p, 72)

Há décadas que se procuram metodologias e práticas apropriadas ao aprendizado, como, por exemplo, citando Freire (2011):

A alfabetização não pode se fazer de cima para baixo, nem de fora para dentro, como uma doação ou uma exposição, mas de dentro para fora pelo próprio analfabeto, somente ajustado pelo educador. Esta é a razão pela qual procuramos um método que fosse capaz de fazer instrumento também do educando e não só do educador e que identificasse o conteúdo da aprendizagem com o processo de aprendizagem. Por essa razão, não acreditamos nas cartilhas que pretendem fazer uma montagem de sinalização gráfica como uma doação e que reduzem o analfabeto mais à condição de objeto de alfabetização do que de sujeito da mesma (FREIRE, 2011, p. 71).

Assim como ontem e até os dias de hoje, as posições de Paulo Freire com respeito à busca de novas práticas educativas ganham força e nos levam a refletir:

Alfabetização é a aquisição da língua escrita, por um processo de construção do conhecimento, que se dá num contexto discursivo de interlocução e interação, através do desvelamento crítico da realidade, como uma das condições necessárias ao exercício da plena cidadania: exercer seus direitos e deveres frente à sociedade global (FREIRE, 2011, p. 59).

Ao mesmo tempo, propostas que nascem nesse contexto, colocam a educação como um campo de disputa entre diferentes modos de concebê-la, seja como um direito social, seja como um imperativo econômico (SINGER, 1996).

Fazendo uma análise geral do papel da escola, sabemos que a mesma possui muitas responsabilidades na formação e educação dos alunos. Sabemos ainda do papel social que a mesma tem perante a sociedade. Também devemos destacar que a escola não pode e não deve fazer todo esse trabalho sozinha, deve contar com a participação da sociedade, da família e do governo ao trabalharem em conjunto, e com a união de todas as partes o processo terá grande possibilidade de sucesso.

2.3 A educação matemática

Especificar e esclarecer em poucas palavras o que é Matemática é muito complexo e toda definição não alcançará expressar todo o seu sentido. Matemática é um vocábulo de origem grega que expressa “*matemathike*”. “Matema” significa compreensão, explicação; *thike* denota arte. Deste modo, a Matemática é a arte da compreensão e da explicação (RICIERI, 1987).

D’Ambrósio (2004, p.73) cita que podemos entender a Matemática como a disciplina que pesquisa quantidades e formas. Partindo desse pensamento, podemos afirmar que a Matemática é uma linguagem que ajuda a entender o concreto e o abstrato, decifrando suas características e enumerando suas variações. Ainda citando D’Ambrosio (2004, p.97), “Acredito que um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular na Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas.”.

A Matemática precisa ser vista de uma maneira diferente, e tentando fugir do tradicional devemos ter um olhar diferenciado da mesma. O ensino de maneira linear e conteudista, deveria ser repensado de uma maneira a não obrigar o aluno a ficar preso a conteúdos que são interligados a outros para continuar aprendendo. Para D’Ambrosio (2004), essa história da linearidade provoca uma prática educativa abnegativa e sem interesse para os alunos, desmotivada, supérflua, acrítica e, na maior parte, equivocada.

O ensino da Matemática é secular, podendo ser encontrados registros da mesma na Grécia antiga onde se discutiam a importância e o papel da Matemática no ensino e na formação de pessoas, onde era definido se seria um conhecimento necessário para o desenvolvimento intelectual ou até mesmo a ascensão social. Para o ensino infantil era estabelecido uma divisão de níveis de dificuldades dos problemas definido a partir da faixa etária da criança.

Com Platão, ocorre à implantação definitiva da disciplina Matemática. Buscava-se, pela Matemática, um instrumento que, para eles, instigaria o pensamento do Homem. Essa concepção arquitetou as interpretações e o pensamento matemático de tal forma que influencia no ensino de matemática até os dias de hoje (STRUICK, 1998).

O saber matemático provém de toda história e cultura da humanidade, em que a cada período de tempo aperfeiçoamos e desenvolvemos ainda mais as técnicas e teorias dessa ciência. O desenvolvimento do ser humano ao longo das eras, adaptando e modificando o lugar onde vive, torna a Matemática algo essencial para o cotidiano das pessoas.

Atualmente o ensino da Matemática se sintetiza em regras automáticas proporcionadas pela escola, que quase nenhuma pessoa sabe em que utilizar. Segundo Sadovsky (2007, p. 15), a baixa performance dos estudantes em Matemática é um fato que ocorre em diversos países, não apenas no Brasil. Há uma deficiência na formação dos docentes para aprofundar os aspectos mais relevantes da Matemática, aqueles que permitam viabilizar os conhecimentos precedentes dos alunos, as situações e os novos saberes a construir.

Segundo Sadovsky (2007):

A formação do docente matemático deve antecipar um procedimento de ensino e aprendizagem de conteúdos que aconteça através da resolução de problemas, simulações e experimentos, os quais deixem ao profissional construir conhecimentos, à medida que estabelecer relações com informações adquiridas no seu contexto social e com o domínio de diferentes linguagens e formas de expressão.

Aprender a estudar é uma das coisas mais simples, fáceis e tão naturais para a vida de um discente, como gostar de brincar. Aprender como se brinca, é uma das melhores diversões que se pode proporcionar a um ser em formação.

A primeira orientação é que a disciplina precisa ser direcionada à preparação do indivíduo para resolver problemas, além de ajudar o discente a aplicar o conteúdo da disciplina no seu cotidiano.

Segundo D'Ambrosio (2004):

As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber. (D'AMBROSIO, p. 75)

Os métodos educativos devem seguir a tendência, onde não pode-se aceitar uma dinâmica de aula atual com os mesmos moldes de aulas praticadas nas décadas anteriores. Dentro dessas expectativas os professores devem adaptar suas aulas a realidade encontrada pelos alunos no mundo atual, caso contrário os mesmos não conseguirão se interessar em continuar estudando.

Diante desse ponto de vista, a Matemática atual, de acordo com Carraher (1991), pode ser explicada de tal maneira como ciência formal e rigorosa, como uma prática informal e discernimento para a atuação no cotidiano.

Partindo da premissa que o ambiente escolar está fisicamente implantado num contexto social, a troca mútua de conhecimentos apropriados faz com que ambos (a escola e o meio social) cresçam culturalmente. Ferreira (1993) chama a atenção para a necessidade do professor, que vai dirigir o processo, saber o contexto social que seus alunos frequentam. “Conhecer não significa, necessariamente, morar perto da escola, mas saber dos anseios e das representações culturais mais importantes da sociedade envolvente.” (p. 15). Isso porque, na ocasião, da elaboração da metodologia e do currículo dos temas nos quais será aplicada a Matemática, a orientação do professor é importante para que o tema escolhido propicie uma ação comum e participativa.

De fato, o aprendizado em Matemática não é trabalho simples. No entanto é necessário remodelar o ensino despontando cada vez mais a importância dessa área do conhecimento no dia a dia. Com isso, o aluno tende a ser um sujeito crítico e participativo para que o processo de ensino e aprendizagem possa fluir naturalmente.

2.4 Aprendizagem colaborativa na Matemática

O desafio em aprender os números está contido num contexto extenso de conhecimentos. Para Piaget (1987), conhecer é atuar sobre o objeto e transformá-lo. Porém, para que isso ocorra é preciso que exista interesse por parte do sujeito. Ainda de acordo com o autor o indivíduo passa a desenvolver o raciocínio lógico-matemático apenas a partir de uma abstração que é chamada de reflexiva, em que o processo é

fundamentado na ordenação, classificação e correspondência estes, baseados nas regras de aritmética. No início do processo, o indivíduo precisa do objeto concreto para desenvolver seu raciocínio, e ao longo do desenvolvimento ele começa a abstrair.

Segundo os estudos de Piaget, o conhecimento é adquirido a partir da interação do sujeito com o meio. Esse desenvolvimento ocorre pelas construções e trocas contínuas no cotidiano do mesmo, e sem essa interação o raciocínio não é aprimorado, ou seja, não há aprendizagem. “As estruturas não estão pré-formadas dentro do sujeito, mas constroem-se à medida das necessidades e das situações” (PIAGET, 1987, p. 387).

Ainda segundo Piaget (1978), o pensamento do indivíduo é construído em conjunto com o grupo social e ao meio ao qual está incluso. Deste modo, a partir das conexões sociais, as noções de pensamento e as regras lógicas, excedem os limites da atividade individual e presume a colaboração, cooperação entre os indivíduos.

Becker (1997), à luz da teoria de Piaget, diz:

É fácil vislumbrar o que isto significa para a aprendizagem. O esquema, generalização no plano da ação concreta, poderá mediante progressivas tomadas de consciência, tornar-se conceito, generalização no plano mental ou intelectual. Dos limites do real passa-se ao possível... (p.56).

Outra etapa importante no ensino da Matemática é a comunicação das informações entre os alunos, durante e depois das resoluções dos problemas apresentadas em sala de aula. Dessa maneira, as integrações que compreendem aluno, professor, o saber matemático e o ambiente da sala de aula como meio de interação, são fundamentais.

Segundo Moreno (2006):

O movimento de compartilhar e interagir o conhecimento entre alunos possibilita a assimilação de estratégias mais utilizadas e compartilhadas por outros e o debate perante dos erros ocorridos. Em compensação, a socialização de táticas realizadas coletivamente favorece uma maior percepção e consciência dos erros e dos acertos.

O estudo da Matemática em sala de aula também significa um desafio para o docente, para que ele possa conduzir de maneira significativa e estimulante para o aluno em seu aprendizado. Na maioria das vezes as referências que o docente tem em relação a essa matéria derivam de sua experiência pessoal. Alguns docentes alegam que possuíram dificuldades com aquela Matemática tradicionalmente lecionada nas escolas, que tinha como objetivo a aplicação apenas das regras por meio de intensa prática e repetição.

Necessitamos então encontrar novas habilidades de trabalhar com a Matemática, de maneira que os alunos percebam que discorreremos matematicamente o tempo todo,

resolvemos problemas durante múltiplos momentos do dia e somos atraídos a pensar de forma lógica cotidianamente. A Matemática, portanto, faz parte da vida e pode ser aprendida de uma maneira dinâmica, desafiante e divertida.

3 ESTUDO DE CASO

3.1 Estudo do conteúdo abordado nas atividades

Apesar da Matemática ser uma ciência exata, podemos encontrar nos livros didáticos, inúmeras maneiras de se definir o mesmo conteúdo. Tendo-se em vista essa situação, faremos um breve estudo de como os tópicos abordados nessa dissertação são expostos em alguns livros e também como esses foram explanados em sala de aula. Os conteúdos abordados nas atividades não foram escolhidos aleatoriamente e sim aproveitando o programa de cada série trabalhada.

- 6^o ano

Na turma de 6^o ano foi trabalhado o tópico unidades de medidas de comprimento e volume. As três turmas de 6^o ano pertencem a Escola Municipal José Emygdio de Oliveira, e os conteúdos são baseados na apostila cedida pela Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro.

A apostila adotada pelo município faz uma introdução do conteúdo utilizando exemplos de como podemos utilizar as medidas de comprimento e de capacidade volumétrica. Isto é feito por meio de imagens que utilizamos no cotidiano, como por exemplo, uma caixa de leite que indica a capacidade de seu conteúdo utilizando-se do mililitro (mL), que é um dos submúltiplos do litro (L). As conversões nas duas unidades de medidas, comprimento e capacidade volumétrica, são feitas através das tabelas compostas com os múltiplos e submúltiplos do metro (m) e litro (L), como mostram as figuras 1 e 2.

Figura 1: Quadro unidade de medida de capacidade

múltiplos			unidade fundamental	submúltiplos		
quilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
<i>kl</i>	<i>hl</i>	<i>dal</i>	<i>l</i>	<i>dl</i>	<i>cl</i>	<i>ml</i>

FIQUE LIGADO!!!

$1\ l = 1000\ ml$

Fonte: Apostila da Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro – 6^o ano

Figura 2 - Quadro unidade de medida de comprimento

Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Fonte: Apostila da Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro – 6º ano

No livro do autor Edwaldo Bianchini (2011) da editora Moderna, encontramos inicialmente a definição de unidade de comprimento, afirmando que “para se obter alguma medida temos que tomar como base uma unidade de comprimento”. Após essa definição, o livro traz um exemplo no qual dois garotos querem fazer uma comparação entre suas alturas (comprimentos). A partir daí, dá exemplos de como eles podem fazer as medições utilizando-se, de **pés¹** e **palmos²**. No entanto, como são diferentes, elas não podem servir de unidade de medida. Além dessas unidades, o livro comenta ainda outras unidades de medidas utilizadas, como o **cúbito³**, **a jarda⁴** e a **polegada⁵**, unidade utilizada na Inglaterra e nos Estados Unidos, e o **Sistema Internacional de Unidades (SI)**, constituído pelas unidades de base do metro, segundo, ampere e quilograma. Após essa explanação, o autor trabalha com o metro e seus múltiplos e submúltiplos, fornecendo a tabela apresentada na figura 3. A primeira ideia que encontramos é de como podemos medir o comprimento de algum objeto, utilizando-se de instrumentos como régua, trena, fita métrica, paquímetro e o micrômetro. Tomando como unidade de medida o metro, o livro menciona os submúltiplos (decímetro, centímetro e milímetro) e os múltiplos (quilômetros, hectômetros e decâmetro). Para fazer as mudanças de uma unidade em outra pode-se utilizar o quadro das unidades apresentado na figura 3.

Figura 3 - Quadro unidade de medida de comprimento

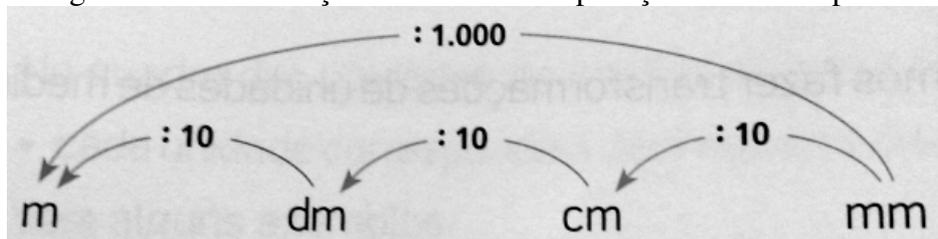
Múltiplos			Unidade fundamental	Submúltiplos		
Quilômetro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Fonte: Adaptado do Livro Edwaldo Bianchini – Matemática – Editora Moderna

-
- 1 Um pé = 30,48 cm
 2 Um palmo = 22 cm
 3 Um cúbito = 67,2 cm
 4 Uma jarda = 91,44 cm
 5 Uma polegada = 2,54 cm

Nessa transformação o autor utiliza o método da multiplicação ou divisão por 10, conforme a figura 4 abaixo.

Figura 4: Transformação utilizando multiplicação ou divisão por 10



Fonte: Livro Edwaldo Bianchini – Matemática – Editora Moderna

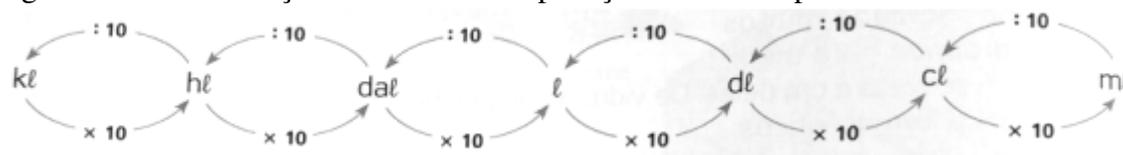
Analisando o mesmo livro, mas para o conteúdo de unidades de capacidade, o autor mostra as unidades do litro, seus múltiplos (quilolitro, hectolitro e decalitro) e submúltiplos (decilitro, centilitro e mililitro). A ideia de se fazer as transformações de unidades é semelhante à empregada para unidade de comprimento, isto é, multiplica-se ou divide-se por 10, e conforme apresentado na tabela das figuras 5 e 6:

Figura 5 - Quadro unidade de medida de capacidade volumétrica

Múltiplos			Unidade fundamental	Submúltiplos		
quilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	Mililitro
k ℓ	h ℓ	da ℓ	ℓ	d ℓ	c ℓ	m l
1000 ℓ	100 ℓ	10 ℓ	1 ℓ	0,1 ℓ	0,01 ℓ	0,001 ℓ

Fonte: Adaptado Livro Edwaldo Bianchini – Matemática – Editora Moderna

Figura 6 - Transformação utilizando multiplicação ou divisão por 10



Fonte: Livro Edwaldo Bianchini – Matemática – Editora Moderna

O livro “Vontade de saber Matemática” do autor SOUZA, J. e PATARO, P. M. (2012) da editora FTD, traz exemplos de como os povos da antiguidade mediam algo, considerando como unidades a jarda, cúbito, passo, braça, polegada, palmo e pé, até chegarmos ao sistema métrico decimal ou mesmo o Sistema Internacional de Unidades. Para fazer as conversões para os múltiplos e submúltiplos recomenda-se multiplicações por 10, 100 ou 1000 e 0,1; 0,01 ou 0,001, dependendo da transformação pretendida, conforme as tabelas da figura 7 a seguir.

Figura 7 - Transformação utilizando multiplicação ou divisão

Quilômetro (km)	Hectômetro (hm)	Decâmetro (dam)	Metro (m)	Decímetro (dm)	Centímetro (cm)	Milímetro (mm)
0,005 km	0,05 hm	0,5 dam	5 m	50 dm	500 cm	5000 mm

Fonte: Livro Vontade de Saber Matemática – editor FTD – Joamir Souza e Patricia Moreno

No mesmo livro encontramos o conteúdo sobre medidas de capacidade. Como exemplo de capacidade, tem-se o líquido encontrado dentro de um recipiente, e este podendo ser medido em litro ou mililitro. Em seguida o autor faz uma correspondência de $1L = 1000\text{ mL}$. Para fazer as conversões entre as unidades pode-se utilizar a mesma multiplicação das medidas de comprimento ou utilizando a tabela da figura 8.

Figura 8 - Quadro unidade de medida de capacidade volumétrica

Quilolitro (kL)	Hectolitro (hL)	Decalitro (daL)	Litro (L)	Decilitro (dL)	Centilitro (cL)	Mililitro (mL)
$1\text{ kL} = 1000\text{ L}$	$1\text{ hL} = 100\text{ L}$	$1\text{ daL} = 10\text{ L}$	1 L	$1\text{ dL} = 0,1\text{ L}$	$1\text{ cL} = 0,01\text{ L}$	$1\text{ mL} = 0,001\text{ L}$

O prefixo da palavra:

- ▶ *decilitro (deci)* indica que é a décima parte do litro. Assim, 10 dL correspondem a 1 L, isto é, $1\text{ L} = 10\text{ dL}$.
- ▶ *centilitro (centi)* indica que é a centésima parte do litro. Assim, 100 cL correspondem a 1 L, isto é, $1\text{ L} = 100\text{ cL}$.
- ▶ *mililitro (mili)* indica que é a milésima parte do litro. Assim, 1000 mL correspondem a 1 L, isto é, $1\text{ L} = 1000\text{ mL}$.
- ▶ *quilolitro (quilo)* significa mil. Assim, 1000 L correspondem a 1 kL, isto é, $1\text{ kL} = 1000\text{ L}$.

Fonte: Livro Vontade de Saber Matemática – editor FTD – Joamir Souza e Patricia Moreno

Fazendo uma análise dos livros estudados, podemos observar que a maioria dos autores tem praticamente a mesma proposta, onde exemplificam as unidades de medidas antigas, e em seguida mostram as unidades de medidas do sistema métrico decimal, utilizado atualmente. O que podemos apontar como diferença está apenas em como fazer as conversões. Enquanto alguns autores sugerem multiplicar ou dividir, outros preferem apenas multiplicar pelos múltiplos ou submúltiplos de 10.

- 8º ano

Na turma de 8º ano foi trabalhado o conteúdo de equações fracionárias. A escola particular adota livro do “Sistema Ético de Ensino” da editora Saraiva. Esse conteúdo é abordado de modo bem resumido no livro. O autor define equação fracionária “como toda aquela equação que possui, pelo menos, um termo dado por uma fração algébrica, isto é, aquela que tem a incógnita em seu denominador.”. Em seguida, o mesmo dá exemplos de equações fracionárias e também como resolvê-las. Antes da resolução das equações, o autor dá explicações de como podemos determinar o MMC (Mínimo Múltiplo Comum) entre monômios e polinômios, conteúdo bastante abordado nesta parte da matéria.

- 9º ano

Na turma de 9º ano foi realizado um estudo sobre gráfico das funções quadráticas. Anteriormente, os alunos haviam estudado o tópico “valor numérico e raízes de uma função quadrática”. Como já foi dito neste trabalho, as atividades foram aplicadas a duas turmas de 9º ano, uma da escola pública e outra da escola particular.

Primeiramente, faremos uma abordagem do assunto visto no próprio livro/apostilas das escolas. Na escola pública é utilizada uma apostila cedida pela Secretaria Municipal de Educação da cidade do Rio de Janeiro enquanto que na escola particular e utilizado o livro utilizado é do Sistema Ético de Ensino.

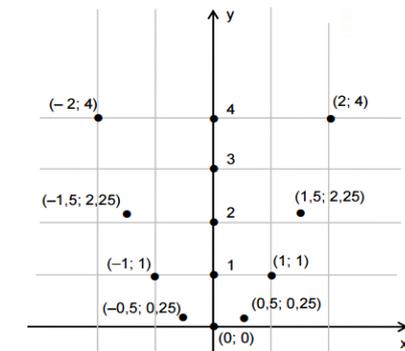
Na apostila adotada pela prefeitura do Rio de Janeiro, os gráficos das funções quadráticas são abordados inicialmente considerando-se uma função $f(x) = x^2$, e com a atribuições a valores de x constrói-se uma tabela, como a apresentada na figura 9, que fornece um conjunto de pares ordenados, que ao serem representados num plano cartesiano, forneça o gráfico da figura 10, e a figura obtida é denominada parábola.

Figura 9 - Tabela para a obtenção dos pontos cartesianos

$f(x) = x^2$									
x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
f(x)	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4

FONTE: Livro Sistema Ético de Ensino

Figura 10 - Esboço dos pontos cartesianos para a construção do gráfico (parábola) da função $f(x) = x^2$



FONTE: Livro Sistema Ético de Ensino

Após a explicação de como determinar a parábola, o material apresenta a ideia de concavidade das parábolas, pelo sinal da constante **a** da função $f(x) = ax^2 + bx + c$. Em seguida, apresenta o discriminante da função, fazendo assim o estudo das raízes da função, e determinando o número de vezes que a parábola intercepta o eixo das abscissas (eixo x). As figuras 11 e 12 são exemplos dados na apostila.

Figura 11 - Estudo da concavidade da parábola



FONTE: Livro Sistema Ético de Ensino

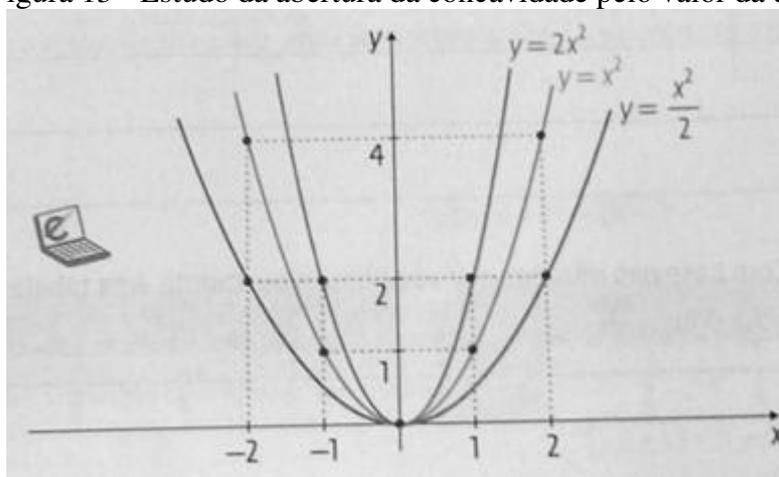
Figura 12 - Estudo do número de raízes da função através do discriminante (Δ)

	$a > 0$	$a < 0$
$\Delta > 0$		
$\Delta = 0$		
$\Delta < 0$		

FONTE: Livro Sistema Ético de Ensino

O livro da escola particular aborda o conteúdo tratando da concavidade da parábola, fornecendo definições sobre as razões da concavidade da parábola estar voltada para cima ou voltada para baixo dependendo da constante **a** da função $f(x) = ax^2 + bx + c$. As raízes ou zero da função são apresentadas como as abscissas em que a parábola corta o eixo x , salientando também sobre o número de pontos do eixo x interceptados pela parábola e sua relação com o discriminante Δ . Podendo ter 1 ponto, 2 pontos ou nenhum ponto. Um item interessante abordado pelo autor é a relação da “largura” da parábola, que depende do $|a|$, podendo esta, ficar mais estreita ou mais larga, assim como mostra a figura 13:

Figura 13 - Estudo da abertura da concavidade pelo valor da constante **a**



FONTE: Livro Sistema Ético de Ensino

A continuação do conteúdo traz uma abordagem sobre o vértice da parábola, onde primeiramente mostra as fórmulas para determinar as coordenadas do vértice (x_v, y_v) , e fazendo a relação deste ponto com um valor máximo ou um valor mínimo da função. Esta situação é ilustrada com alguns exemplos práticos.

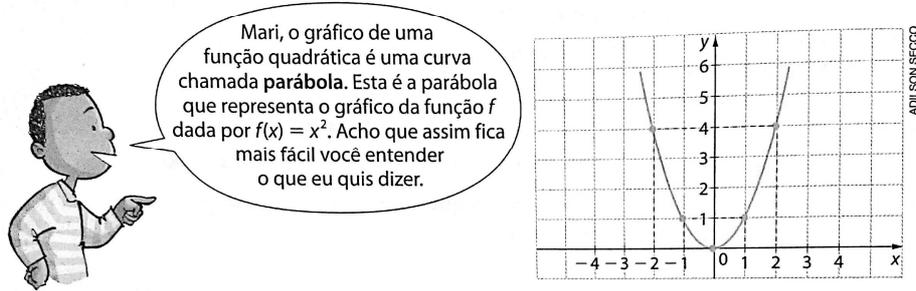
Pesquisando alguns outros livros, podemos encontrar outras definições ou outras maneiras de aplicação da mesma definição.

No livro “Projeto Araribá” da editora Moderna, escrito por Fábio Martins de Leonardo, o tema “gráficos” já é abordado ao se definir função quadrática. O autor mostra como podemos representar uma função quadrática no eixo cartesiano, por uma parábola. Para essa introdução é apresentada uma ilustração na qual ocorre um diálogo entre dois personagens. Nesta explicação vemos a obtenção da parábola através de substituições de valores (x) para determinar a variável dependente (y) , como mostra a figura 14 a seguir.

Figura 14 - Obtenção da parábola através da substituição de valores

Eduardo percebeu que Mariana não tinha entendido sua explicação. Para melhorá-la, Eduardo resolveu construir o gráfico da função f , dada por $f(x) = x^2$. Para isso, atribuiu valores a x e calculou os valores correspondentes a $f(x)$.

Observe:



Agora, responda no caderno.

- No gráfico, quais foram os valores que Eduardo atribuiu a x ? E quais foram os valores correspondentes a $f(x)$? Relacione esses valores em uma tabela.
- Com a construção do gráfico da função f , na sua opinião, ficou mais fácil compreender a afirmação de Eduardo?
- Observando o gráfico, podemos dizer que a parábola é simétrica em relação ao eixo y ?
- Durante a construção da parábola, Eduardo fez a seguinte consideração:

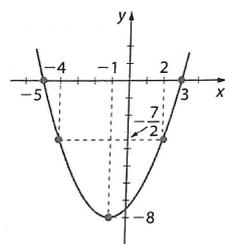
Fonte: Livro projeto Araribá – editora Moderna

Além de obter o gráfico, gerado pela tabela, o autor faz menção sobre o vértice da parábola, local onde o eixo de simetria passa para cortar a parábola ao meio.

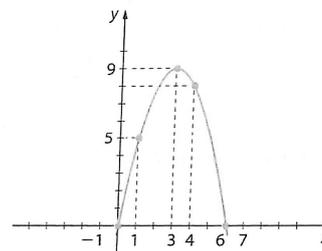
Seguindo o conteúdo, encontramos um estudo, mais aprofundado, sobre o gráfico da função quadrática, apresentando: concavidade, ponto de máximo e ponto de mínimo. Para isso, o autor mostra duas imagens de parábolas (figura 15), uma com a concavidade para cima e a outra com a concavidade para baixo, e em seguida mostra alguns exemplos de como podemos trabalhar com esse tipo de questão.

Figura 15 - Estudo da parábola

1 Observe os gráficos das funções f e g .



$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{15}{2}$$



$$g(x) = -x^2 + 6x$$

Agora, no caderno, construa o gráfico das funções f_1 e g_1 , definidas por

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{15}{2} \text{ e } g_1(x) = x^2 - 6x.$$

- Qual é a relação entre as funções f e f_1 , e entre as funções g e g_1 ?
- Quais funções têm a concavidade voltada para cima?
- Quais funções têm a concavidade voltada para baixo?
- Existe algo em comum entre as funções que têm a mesma concavidade?

Fonte: Livro projeto Araribá – editora Moderna

3.2 Apresentação e discussão dos resultados

O trabalho foi desenvolvido em duas escolas, uma da rede municipal (E. M. José Emygdio de Oliveira) localizada em Oswaldo Cruz e outra da rede privada (Instituto São João Batista - ISJOB) localizada no Méier, ambas na cidade do Rio de Janeiro. Na escola particular, foram aplicadas atividades em duas turmas de 8º ano, uma com o EC e a outra sem a utilização do EC, e ainda numa turma de 9º ano onde foi aplicado o EC. Na escola municipal também foram aplicadas as atividades em três turmas do 6º ano e uma de 9º ano. Em duas turmas do 6º ano foi utilizando-se o EC e na terceira não, e na turma do 9º ano as atividades foram realizadas utilizando-se o EC.

3.3 Características das escolas

3.3.1 A Escola Municipal José Emygdio

Essa escola possui um total de 12 salas, sendo que apenas 8 estão em funcionamento. A escolaridade dos alunos vai do 4º ano até o 9º ano, com idades entre 9 e 17 anos. A situação financeira das famílias desses alunos é bem variada, com famílias de condição financeira de regular para boa, e também com famílias com uma condição financeira precária.

Os professores da escola possuem autonomia para avaliar seus alunos, podendo fazer testes, trabalhos, provas, etc. As notas são classificadas por siglas: 0 a 4,9 (Insuficiente); de 5 a 6,9 (Regular); de 7 a 7,9 (Bom) e 8 a 10 (Muito Bom). Para obter aprovação o aluno deve obter nota/conceito mínimo de 5 (Regular).

3.3.2 O Instituto São João Batista (ISJOB)

Essa escola possui um total de 11 salas de aula e todas em funcionamento, turmas do maternal ao 3º ano do ensino médio, com idades de 3 a 19 anos. A grande maioria das famílias possui boa condição financeira. Alguns alunos possuem bolsa de estudos, por serem filhos de funcionários ou por terem sido aprovados em uma seleção.

As avaliações da escola são definidas em teste e prova, com um calendário fixo para cada disciplina. As notas variam de 0 a 10, e para obter aprovação o aluno deve obter uma nota mínima de 6.

3.4 Aplicação dos trabalhos

O objetivo do trabalho, como mencionado, é fazer uma análise do desempenho dos alunos ao trabalharem em grupo utilizando um EC, e verificar se esta abordagem é mais adequada quando comparada ao ensino tradicional. Os grupos foram formados utilizando, como critério, o desempenho dos alunos em avaliações anteriores.

Foram formados grupos de 4 ou 5 alunos, com o critério de agrupar alunos com nível de desempenho diferente no mesmo grupo, ou seja, o aluno que obteve boas notas anteriormente compôs o grupo com alunos que não obtiveram bom desempenho nas avaliações. Esta maneira de se proceder toma por hipótese que este tipo de interação pode acarretar em uma melhora no desempenho de todos no grupo, além de promover a socialização sem uma predeterminação de afinidade dos seus integrantes. Todo o desenvolvimento do trabalho, inclusive com avaliação, foi realizado num período de 4 tempos de aula, aproximadamente, duzentos minutos.

Na E.M José Emygdio o trabalho foi aplicado em três turmas de 6º ano e uma turma de 9º ano, sendo que nas turmas de 6º ano o EC foi aplicado em apenas duas.

Foi realizada a mesma atividade sem a utilização do EC, com o propósito de fazer uma comparação entre as turmas, para termos conhecimento na prática se o EC seria efetivo ou não. Em relação a turma de 9º ano o estudo foi feito com base no desempenho anterior da própria turma.

No Instituto São João Batista (ISJOB) o trabalho foi aplicado em duas turmas de 8º ano e uma turma de 9º ano. Nas turmas de 8º ano a atividade foi desenvolvida por professores diferentes; em uma das turmas o EC foi aplicado por mim, enquanto na turma em que a atividade foi empregada de maneira tradicional e individualmente, ficou sob a responsabilidade de outro docente.

A ideia dessa divisão nestas turmas foi a de fazer uma comparação dos resultados obtidos com o emprego de um esquema colaborativo com os que foram conseguidos através do ensino tradicional, esta divisão está ilustrada na tabela 2 a seguir.

Tabela 2 - Divisão das turmas por modalidade de ensino

ESCOLAS	Série/Ano	Turma	Tipo de Ensino	Quantidade de alunos
E.M. José Emygdio de Oliveira	6 ^o	1601	EC	24
		1602	EC	26
		1604	Tradicional	20
	9 ^o	1902	EC	23
ISJOB	8 ^o	108	EC	32
		118	Tradicional	30
	9 ^o	109	EC	30

FONTE: Elaborado pelo autor

De modo geral, a aplicação das atividades transcorreu bem, sem nenhum transtorno. Os alunos, na maior parte das turmas, conseguiram entender o objetivo do Ensino Colaborativo. Em algumas situações pudemos observar alguns alunos apenas copiando o trabalho do colega, prejudicando o desenvolvimento das atividades. Este tipo de comportamento mostrou ser prejudicial durante as atividades individual, quando o aluno não conta mais com o auxílio do grupo que, muitas das vezes, estimula os integrantes a tirar suas dúvidas com outro colega. Este problema aconteceu em quase todas as turmas, que mesmo em baixa frequência, mostra que o nível de maturidade dos alunos pode de certa forma, influenciar no rendimento global do sucesso do EC.

3.5 Análise dos resultados

As avaliações individuais foram as mesmas para todas as turmas, tanto as que fizeram as atividades com o EC quanto as que trabalharam da forma tradicional, logicamente respeitando as respectivas séries.

Para as turmas que utilizaram o EC a avaliação foi dividida em duas partes, um diagnóstico em grupo e outro individual, enquanto que as turmas que não utilizaram o EC foi realizada apenas uma avaliação individual. O objetivo dessa divisão foi fazer um comparativo entre as duas abordagens, o colaborativo e o tradicional, além de fazer uma comparação individual do aluno que utilizou do EC com o aluno que não o utilizou.

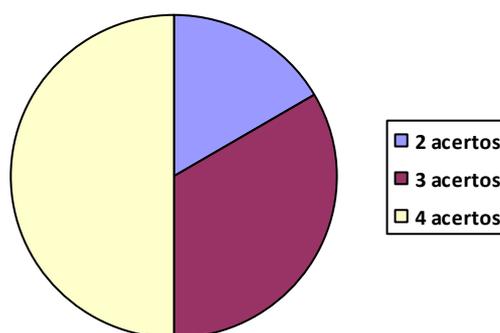
3.5.1 Avaliação na E.M. José Emygdio de Oliveira

Foram avaliadas 3 Turmas de 6º ano, sendo a turma 1601 a que possui maior dificuldade em Matemática foi utilizado o EC. Muitos desses alunos não sabem fazer operações simples de multiplicação e divisão, além de não saberem reconhecer em problemas quais são as operações a serem utilizadas para a sua resolução. O trabalho foi desenvolvido com a participação de 24 alunos, divididos em 6 grupos de 4 alunos.

A avaliação em grupo foi composta de 4 questões (**Apêndice A**), com o seguinte desempenho: 3 grupos acertaram as 4 questões, enquanto outros 2 grupos acertaram 3 questões e um grupo acertou 2 questões, ou seja, analisando os grupos observamos que todos conseguiram acertar pelo menos a metade da avaliação.

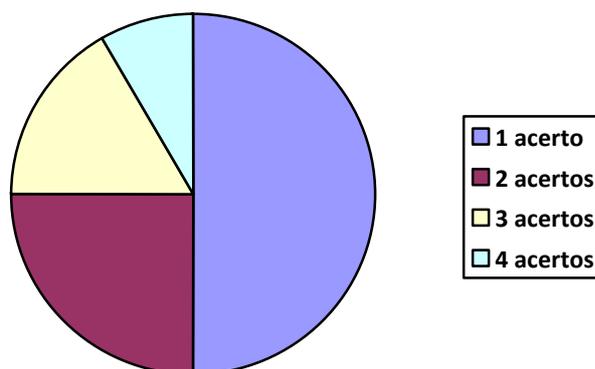
Para avaliação do desempenho individual dos alunos foi realizada uma atividade com 4 questões (**Apêndice B**), onde os alunos obtiveram o seguinte desempenho: 12 alunos acertaram 1 questão, 6 alunos acertaram 2 questões, 4 alunos acertaram 3 questões e 2 acertaram as quatro questões. Ou seja, a metade dos alunos acertou menos da metade das questões, enquanto a outra metade acertou pelo menos a metade das questões. Os gráficos 1 e 2 mostram o desempenho dos grupos e individual dos alunos em relação ao número de acertos, além de mostrar o percentual de acerto de ambos.

Gráfico 1 - Desempenho em grupo (número de acertos) - turma 1601



Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 2 - Desempenho individual (número de acertos) -turma 1601



Fonte: Elaborado pelo autor

No gráfico 1 podemos observar que os grupos acertaram mais da metade das questões, tendo um aproveitamento, em média, superior a 83%. Enquanto que no gráfico 2 que faz uma análise individual dos alunos, observamos uma queda no percentual de acertos, ficando com um aproveitamento de aproximadamente de 46% de acerto. Fazendo uma comparação entre o desempenho em grupo e o individual, podemos observar que houve uma queda significativa de acertos, muitos alunos não conseguiram manter a nota obtida em grupo. Esta queda brusca de rendimento deu-se basicamente pela falta de maturidade de alguns alunos em aproveitar a troca de conhecimento com seus colegas de grupo, muitos não entenderam a ideia principal do EC, ficando apenas esperando as respostas dos outros componentes sem conseguirem se desenvolver o necessário para melhorar seu rendimento.

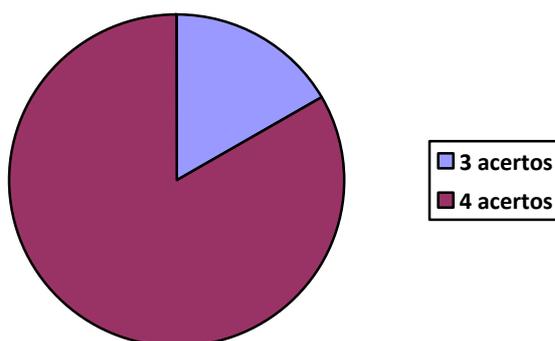
A turma 1602, das três turmas avaliadas, é a que possui os alunos com a maior facilidade em Matemática. Ela possui alguns alunos que se destacam na disciplina com um bom nível de conhecimento, mas com desempenho nas avaliações anteriores pode ser classificado uma turma regular.

Nessa turma foi aplicado o EC com a participação de 26 alunos, divididos em 4 grupos de 4 alunos e 2 grupos de 5 alunos. A avaliação em grupo foi composta de 4 questões (**Apêndice A**). Os grupos obtiveram o seguinte desempenho: 5 grupos acertaram as 4 questões, enquanto um grupo acertou 3 questões, ou seja, analisando os grupos observamos que todos conseguiram acertar mais de três quartos da avaliação.

Para avaliação do desempenho individual os alunos realizaram a atividade com 4 questões (**Apêndice B**), em que os alunos obtiveram o seguinte desempenho: 4 alunos acertaram 2 questões, 12 alunos acertaram 3 questões, 10 alunos acertaram 4 questões.

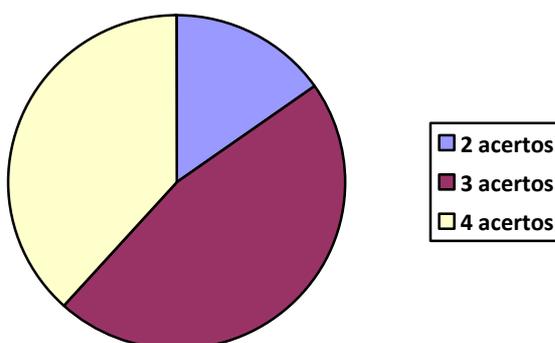
Ou seja, toda a turma acertou pelo menos a metade da avaliação sendo que quase 85% da turma acertou pelo menos três quartos da prova. Os gráficos a seguir mostram o desempenho dos grupos e individual dos alunos em relação ao número de acertos, além de mostrar o percentual de acerto de ambos.

Gráfico 3 - Desempenho em grupo (número de acertos) – turma 1602



Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 4 - Desempenho individual (número de acertos) – turma 1602



Fonte: Elaborado pelo autor

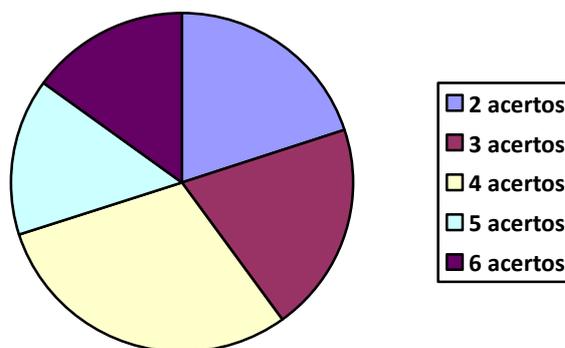
Os gráficos 3 e 4 mostram o desempenho em grupo e individual da turma, respectivamente. Podemos observar que além do alto índice obtido em grupo, com uma média de 95% de acertos, o desempenho individual pode ser considerado significativo, pois no geral conseguiram uma média de 80% de acertos. Concluimos que nas duas avaliações esta turma teve bom aproveitamento. Considerando-se as notas obtidas, os desempenhos foram bem acima das médias de bimestres anteriores, e a turma em geral

conseguiu bom aproveitamento durante as atividades realizadas com o EC, que oferece ao aluno uma perspectiva diferente de estudo em relação ao ensino convencional. Podemos concluir que essa turma, se aproximou bastante do entendimento do conceito do EC, onde a maior parte dos alunos contribuiu positivamente para o desenvolvimento dos trabalhos, e esta dedicação se confirmou nas avaliações, tanto em grupo quanto individual.

Os alunos da turma 1604 possuem um conhecimento de regular para bom em Matemática. Um grande problema encontrado aqui é o excesso de brincadeiras, que acabaram atrapalhando o desempenho geral da mesma. Nessa turma, composta por 20 alunos, não foi aplicado o EC, com avaliação individualizada composta pelas mesmas questões das avaliações aplicadas nas outras turmas.

Para a avaliação do desempenho individual dos alunos foi aplicada uma atividade com 8 questões (**Apêndice C**), com o seguinte desempenho: 4 alunos acertaram 2 questões, 4 alunos acertaram 3 questões, 6 alunos acertaram 4 questões, 3 alunos acertaram 5 questões e 3 alunos acertaram 6 questões. O gráfico 5 a seguir mostra o desempenho individual dos alunos, com o número e o percentual de acertos nas questões de avaliação.

Gráfico 5 - Desempenho individual (número de acertos) – turma 1604



Fonte: Elaborado pelo autor

Comparamos o desempenho dessa turma com aquelas que realizaram as atividades com o EC. O gráfico 5 mostra que os alunos obtiveram, em média, um aproveitamento de 48% frente ao total de questões, isto é, individualmente os alunos dessa turma podem ser classificados com um aproveitamento próximo da turma 1601, mas distante da turma 1602. Como mencionado anteriormente, essa é uma turma com

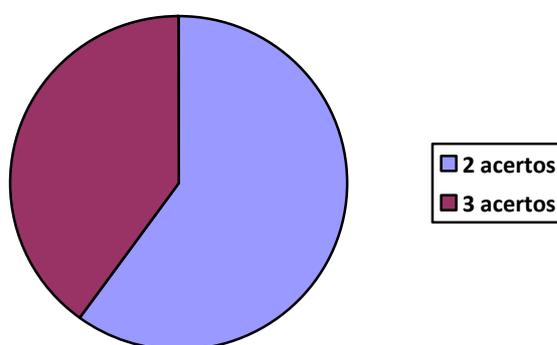
dificuldades de concentração e seu desempenho se mostrou atrelado a esse comportamento. Em relação ao desenvolvimento do trabalho, essa turma realizou toda a atividade utilizando apenas o ensino tradicional. Observamos que o resultado final não apresentou mudanças significativas em relação às avaliações anteriores, na qual a maioria dos alunos manteve seu padrão de notas.

A turma 1902 (9º ano) pode ser avaliada no seu desempenho em Matemática como regular com alguns alunos bastante esforçados na realização das tarefas, enquanto outros não fazem nada, e em sua maioria possuem dificuldades em contas e interpretação de problemas. Foi aplicado o EC envolvendo 23 alunos, divididos em 2 grupos de 4 alunos e 3 grupos de 5 alunos.

A avaliação em grupo foi composta de 4 questões (**Apêndice E**), e os grupos obtiveram o seguinte desempenho: 3 grupos acertaram 2 questões, enquanto os outros 2 grupos acertaram 3 questões, ou seja, todos os grupos conseguiram acertar pelo menos a metade da avaliação.

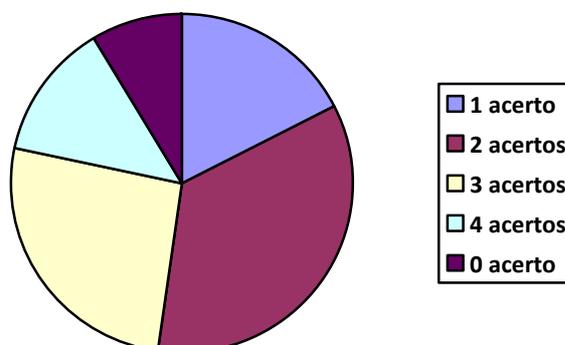
Para avaliação do desempenho individual dos alunos foi aplicada uma atividade com 4 questões (**Apêndice G**), com o seguinte desempenho: 2 alunos não acertaram nenhuma questão, 4 alunos acertaram 1 questão, 8 alunos acertaram 2 questões, 6 alunos acertaram 3 questões e 3 alunos acertaram 4 questões. Ou seja, mais de 70% da turma acertou pelo menos a metade da prova. Os gráficos a seguir mostram os desempenhos dos grupos e individual dos alunos em relação ao número de acerto.

Gráfico 6 - Desempenho em grupo (número de acertos) – turma 1902



Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 7 - Desempenho individual (número de acertos) – turma 1902



Fonte: Elaborado pelo autor

Nessa escola, as atividades foram aplicadas apenas para essa turma de 9º ano, o que não nos permite fazer um comparativo entre turmas. No entanto faremos comparações com o desempenho nos bimestres anteriores. No gráfico 6 podemos observar que os grupos obtiveram, em média, um aproveitamento de 60% de acertos. Enquanto o gráfico 7 mostra o desempenho individual dos alunos. Observamos uma queda nesse percentual, ficando com um aproveitamento de aproximadamente 54% de acertos. Fazendo uma comparação entre o desempenho em grupo e o individual podemos observar que a maioria da turma conseguiu manter o desempenho em grupo, mas o desempenho da turma no geral foi equivalente aos bimestres anteriores, não havendo uma melhora significativa das notas. Esse desempenho está relacionado ao nível de dificuldade encontrado pela turma durante todo o ano letivo, além da falta de maturidade de alguns alunos que não souberam aproveitar o trabalho em equipe. Analisando o desempenho da turma no desenvolvimento do trabalho, podemos classificar como regular, pois muitos alunos o levaram na brincadeira. Apesar de, teoricamente, apresentarem mais maturidade que os alunos menores, não a utilizaram para buscar um melhor rendimento do processo.

3.5.2 Avaliação no ISJOB

Como foi mencionado, nessa escola foi desenvolvida a atividade em duas turmas do 8º ano. Na turma 108 a atividade foi ministrada por mim, enquanto na turma 118,

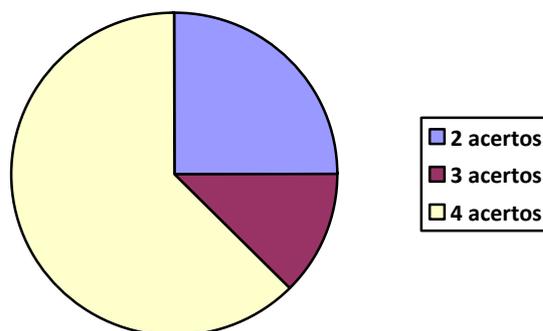
que não fez uso do EC, a atividade e desempenho foram conduzidos por outra professora da escola que se chama Rose, já que as duas turmas estavam estudando o mesmo conteúdo.

A turma 108 possui um adequado conhecimento em Matemática, apesar de não apresentar um bom rendimento em relação às notas. Os alunos dessa turma tem difícil capacidade de concentração e se excedem em brincadeiras, os levando a não conseguirem tirar suas dúvidas com o professor durante a aula. Nessa turma foi aplicado o EC e a avaliação foi realizada parte em grupo e parte individual. O trabalho foi aplicado para 32 alunos, divididos em 8 grupos de 4 alunos.

A avaliação em grupo foi composta de 4 questões (**Apêndice I**) e os grupos obtiveram o seguinte desempenho: 5 grupos acertaram as 4 questões, enquanto 1 grupo acertou 3 questões e 2 grupos acertaram 2 questões, ou seja, todos conseguiram acertar pelo menos a metade da avaliação.

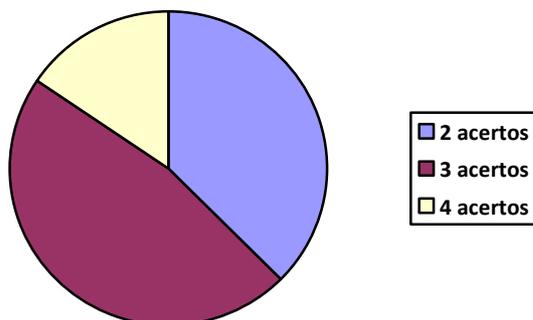
Para avaliação do desempenho individual dos alunos foi realizada uma atividade com 4 questões (**Apêndice J**) com o seguinte desempenho: 12 alunos acertaram 2 questões, 15 alunos acertaram 3 questões, 5 alunos acertaram 4 questões, ou seja, toda a turma acertou pelo menos a metade da avaliação sendo que quase 63% dos alunos acertaram pelo menos três quartos da prova. Os gráficos a seguir mostram os desempenhos dos grupos e individual dos alunos em relação ao número de acerto, com respectivo percentual de acertos de ambos.

Gráfico 8 - Desempenho em grupo (número de acertos) – turma 108



Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 9 - Desempenho individual (número de acertos) – turma 108



Fonte: Elaborado pelo autor

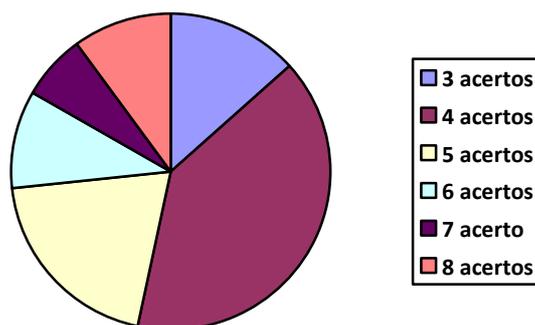
O gráfico 8 indica um pouco a realidade da turma, que apesar de ser agitada em seu comportamento, tem um bom nível de conhecimento, com os grupos obtendo uma média de 84,4% de acertos. No gráfico 9 observamos uma queda de rendimento da turma. Acreditamos que isso está relacionado ao acentuado nível de conversa dos alunos com a falta de atenção dos mesmos. O percentual de acertos na avaliação individual ficou próximo de 70% de acertos. Apesar de manterem uma média considerada acima da média da escola e até mesmo acima da média da própria turma em bimestres anteriores, a turma acabou desperdiçando a oportunidade de manter o nível equivalente à da avaliação em grupo. Apesar dos fatores negativos mencionados acima, o desenvolvimento do trabalho nessa turma pode ser considerado bom, e muitos dos alunos conseguiram tirar suas dúvidas consultando os próprios colegas de grupo. A grande maioria também conseguiu trabalhar de forma correta, utilizando os princípios do EC de forma adequada. A queda da média da avaliação em grupo para a avaliação individual deu-se basicamente pela falta de atenção, algo que tinha acontecido em bimestres anteriores.

A turma 118 possui um perfil bem parecido com a turma 108 tanto em relação ao comportamento quanto em relação às notas. Nesta turma não foi aplicado o EC e com avaliação apenas individual composta pelas mesmas questões utilizadas nas avaliações, individual e em grupo, aplicadas na turma 108. O trabalho foi aplicado para 30 alunos.

Para avaliar o desempenho individual dos alunos a atividade foi composta de 8 questões (**Apêndice K**) tendo os alunos obtendo o seguinte desempenho: 4 alunos acertaram 3 questões, 12 alunos acertaram 4 questões, 6 alunos acertaram 5 questões, 3

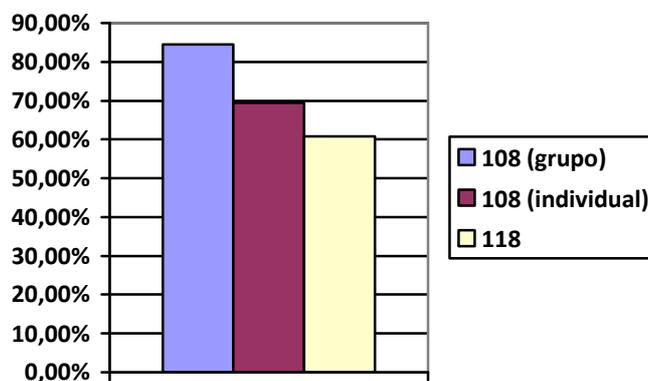
alunos acertaram 6 questões, 2 alunos acertaram 7 questões e 3 alunos acertaram todas as questões. Observamos um amplo espectro de notas, com acertos variados de questões com desempenho que podemos considerar como bom. O gráfico 10 mostra o número de acertos com se respectivo quantitativo de alunos, enquanto que o gráfico 11 traz uma comparação entre as turmas 108 e 118 em relação ao percentual de acertos das questões.

Gráfico 10 - Desempenho individual (número de acertos) – turma 118



Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 11 - Comparação do rendimento das turmas 108 e 118



Fonte: Elaborado pelo autor

No gráfico 10 observamos que os alunos obtiveram, em média, um aproveitamento de 60,8%. Individualmente essa turma obteve um aproveitamento próximo, porém abaixo, ao obtido pela turma 108 (69,5%).

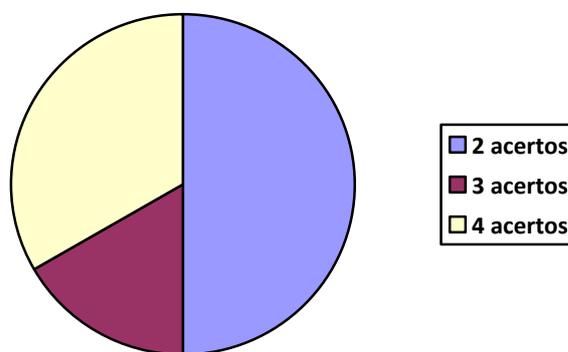
Em comparação à turma 108 a turma 118 teve pior desempenho, pois a turma 108, na avaliação em grupo, teve um índice de acertos muito bom, enquanto na

avaliação individual o percentual de acerto foi um pouco abaixo. No entanto, o percentual de acerto da turma 108, em grupo e individual, foi relativamente superior ao da turma 118. Dessa forma, pode-se verificar que os alunos que fizeram a atividade utilizando o EC tiveram desempenho mais satisfatório em relação aos alunos que não o utilizaram.

A turma 109 (9º ano) é bastante heterogênea, com alguns alunos possuindo adequado conhecimento em Matemática, enquanto outros sabem alguma coisa. Nesta turma, encontramos também alunos que possuem acentuado grau de dificuldade no aprendizado de Matemática. As médias obtidas anteriormente pela turma podem ser consideradas entre regulares e boas. Nessa turma composta de 30 alunos, divididos em 6 grupos de 5 alunos foi aplicado o EC. A avaliação foi composta de 4 questões (**Apêndice M**) e os grupos obtiveram o seguinte desempenho: 2 grupos acertaram as 4 questões, enquanto 1 grupo acertou 3 questões e 3 grupos acertaram 2 questões, com os grupos acertando pelo menos a metade da avaliação.

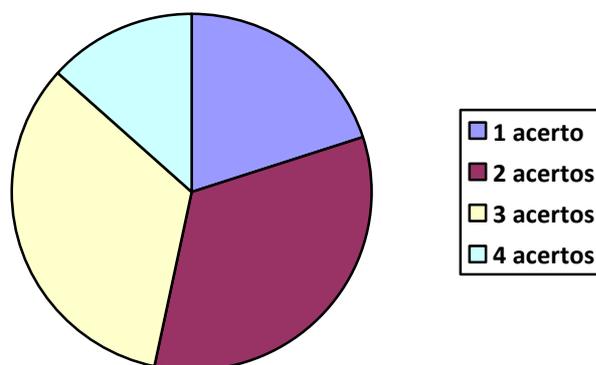
Para quantificar o desempenho individual, a avaliação foi composta de 4 questões (**Apêndice N**) onde os alunos obtiveram o seguinte desempenho: 6 alunos acertaram 1 questão, 10 alunos acertaram 2 questões, 10 alunos acertaram 3 questões e 4 alunos acertaram todas as questões. Os gráficos a seguir indicam o desempenho dos grupos e individual frente ao número de acertos, e o percentual de acertos de ambos os casos.

Gráfico 12 - Desempenho em grupo (número de acertos) – turma 109



Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 13 - Desempenho individual (número de acertos) – turma 109



Fonte: Elaborado pelo autor

Do gráfico 12 concluímos que os grupos obtiveram, em média, um aproveitamento de 70,8%. No gráfico 13, que mostra o desempenho individual dos alunos, observamos uma queda no percentual de acertos, com um aproveitamento de aproximadamente de 60% de acerto. Uma comparação entre os desempenhos em grupo e individual mostra que essa turma apresentou um desempenho semelhante nas duas formas de avaliação. Com notas quantitativamente bastante próximas. Desse resultado, podemos ter um indicativo de que o EC teve seu objetivo alcançado, uma vez que tivemos avaliações individual e em grupo com notas bem próximas.

Ao compararmos o desempenho entre as turmas do 9º ano das escolas, pública e particular, constatamos a existência de grandes diferenças entre elas. A turma da escola particular se mostrou com mais facilidade no entendimento do conteúdo e, mesmo sendo uma turma agitada obteve um bom rendimento. A turma da escola pública, mesmo participando da motivação interacionista promovida pelo EC, encontrou muitas dificuldades no entendimento dos conteúdos trabalhados. Um ponto que merece destaque e que se tornou bastante evidente ao longo do desenrolar das atividades, é a deficiência em conhecimentos prévios, fundamentais para que o acompanhamento no desenvolvimento e elaboração de uma cadeia de raciocínio fosse de fato efetivada, e conseqüentemente, acarretando em prejuízo no rendimento.

4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO

Esse trabalho de dissertação apresentou um breve estudo sobre o Ensino Colaborativo e suas práticas pedagógicas, além de fazer um estudo de casos em escolas que possuem alunos com realidades totalmente distintas. As diferentes realidades entre as escolas que participaram da aplicação do trabalho e os diferentes níveis de escolaridades dos alunos, desempenharam um importante papel nessa pesquisa e são discutidas no capítulo 4.

A aplicação do EC requer um alto grau de empenho e dedicação tanto do professor quanto do aluno, fato que deveria ser obrigatório e normal em todas as formas de ensino-aprendizagem, nesse caso, obriga o professor da turma a ampliar suas intervenções durante todo o transcorrer da aula-atividade. Aqui, podemos levantar uma crítica ao processo atual de ensino que engessa as possibilidades e criatividade em prol do cumprimento de um programa que por vezes é completamente inadequado tanto à série quanto à realidade dos nossos alunos. Dos resultados apresentados pode-se observar que muitos dos alunos conseguiram se superar alcançando um bom nível de comprometimento com a aprendizagem dos conteúdos e com o desenvolvimento do trabalho em equipe, algo que é importantíssimo para que o EC seja bem sucedido, alcançando seus objetivos pedagógicos.

Os resultados obtidos apesar de se mostrarem satisfatórios não podem ser considerados totalmente favoráveis à aplicação do EC como uma estratégia pedagógica, pois existem inúmeros fatores que podem influenciar no sucesso ou não do trabalho. Podemos mencionar alguns fatores que dificultam a aplicação do EC de forma eficiente. O primeiro é a organização dos grupos, que demanda um levantamento prévio pelo professor, quanto às aptidões acadêmicas e sociais de cada aluno. Como segundo ponto, salientamos a falta de comprometimento de alunos e grupos com o trabalho. No decorrer do trabalho surgiram alguns contratempos em relação à disciplina e a organização dos grupos. Muitos alunos, devido à falta de maturidade e até mesmo de costume em se trabalhar em grupo, contribuíram por atrapalhar um pouco o desenvolvimento das atividades. Muitos alunos, pela falta de costume, confundiam o EC com um trabalho em grupo tradicional. Na maioria das vezes alguns dos componentes realizam todas as tarefas enquanto que outros apenas esperavam para copiá-las, o que exigia intervenções do professor a fim de restaurar a ordem na

atividade. Deve-se deixar claro que no EC todos devem trabalhar, contribuindo assim para o desenvolvimento pleno da atividade.

Outro fator importante a se ressaltar na aplicação plena do EC é a disponibilidade do tempo. A organização dos grupos e toda a orientação para que os alunos façam os trabalhos da maneira correta utilizando todos os procedimentos do EC, requer uma carga horária com mais tempo disponível, e sua falta acaba por atrapalhar um pouco este tipo de trabalho. Apesar da carga horária da disciplina Matemática, geralmente ser a maior dentre as outras, o seu conteúdo é bastante extenso, e o tempo necessário para não acarretar em prejuízo do processo deveria ser ainda maior.

Em uma comparação das turmas que fizeram as atividades por meio do EC com as turmas que desenvolveram suas atividades por meio do esquema tradicional, avaliamos como positiva a utilização dessa metodologia de ensino. Além de observar que nessas turmas o rendimento foi bem melhor, também verificamos que na maioria delas os alunos puderam exercitar algumas aptidões importantes tais como o convívio e o trabalho em equipe. O respeito pelo próximo, organização de ideias e opiniões, isto é, da socialização entre colegas de grupo, indica que o EC, além de proporcionar ao aluno a oportunidade de desenvolver melhor seu conhecimento, na disciplina pode contribuir para o seu cotidiano fora da escola.

O trabalho foi realizado em duas escolas, uma municipal e outra privada com realidades bem distintas, e algumas diferenças puderam ser avaliadas de forma bem clara. Uma boa parte dos alunos da escola particular teve um rendimento individual próximo ao rendimento obtido em grupo, enquanto que os alunos da escola pública tiveram um aproveitamento reduzido. Isso nos leva a crer que os alunos da escola particular conseguiram compreender melhor o significado, tanto dos conteúdos estudados, quanto do EC, enquanto que os da escola pública necessitariam de mais tempo para se adaptar a essa nova ideia. Mesmo sem ter o desempenho esperado, estes alunos tiveram melhores resultados comparados aos bimestres anteriores, corroborando, de certa forma, de que o EC apresentou um resultado positivo, alcançando seu objetivo.

Uma análise interessante dos resultados obtidos está relacionada à faixa etária dos alunos. As atividades foram realizadas com turmas do 6º, 8º e 9º ano. Em uma comparação quantitativa das notas, observamos que a idade não influenciou fortemente na melhora das mesmas. Observamos que nas turmas de sexto ano tivemos situações distintas, onde, uma turma obteve um ótimo desempenho nas duas formas de avaliação,

enquanto que a outra turma obteve um bom resultado em grupo, mas com fraco desempenho na atividade individual. Na turma de 9º ano tivemos avaliações com notas regulares, com baixo aumento em desempenho tanto em grupo quanto individual. Essa situação nos leva a supor que o sucesso do EC não está ligado diretamente a faixa etária dos alunos.

De maneira geral, consideramos como positiva a aplicação do EC. Em muitos dos casos estudados, ocorreu além da melhoria significativa das notas dos alunos, um avanço na compreensão da ideia de trabalho em grupo entre seus pares. Do ponto de vista pessoal acredito ter sido uma experiência profissional muito interessante e produtiva, e pretendo usá-la sempre que possível, e incentivar outros colegas a participarem dessa experimentação. Para a melhoria dessa experiência me sinto na obrigação em estudar novas técnicas ligadas a avaliação e até mesmo aplicação do EC.

Assim, como conclusão desse estudo de caso, recomendo fortemente a aplicação do EC em sala de aula. Pelos resultados obtidos acredito que, à medida que os alunos tiverem uma melhor compreensão dos seus benefícios participarão de forma mais efetiva levando ao pleno sucesso da forma colaborativa de se conduzir o ensino-aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ARROYO, Miguel Gonzáles. *Educação de Jovens e Adultos: um campo de direitos e de responsabilidade pública*. In: Diálogos na Educação de Jovens e Adultos. Belo Horizonte, 1 ed. Autêntica, 2005.
- BARCKLEY, E.F. et al. *Transtorno de Déficit de Atenção/Hiperatividade: Manual para Diagnóstico e Tratamento*. Ed. Artmed. 2005.
- BARROS, L. A. *Suporte a ambientes distribuídos para aprendizagem cooperativa*. 1994. Tese de Doutorado - Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro.
- BECKER, F. *Da ação à operação*. São Paulo: Palmarinca, 1997.
- BEHRENS, Marilda Aparecida. *O Paradigma emergente e a prática pedagógica*. 4ª Edição, Curitiba, PR: Editora Universitária Champagnat. 2005
- BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática Bianchini*. 7 ed. São Paulo: Moderna, 2011.
- CAMPOS, F. et al. *Cooperação e aprendizagem on-line*. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.
- CARRAHER, T. N.; SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. *Na vida dez, na escola zero*. 6. ed. São Paulo: Cortez, 1991.
- CARVALHO, Maria Lúcia R. D. *Escola e Democracia*. São Paulo: EPU, 1979.
- COSTA, M. *Colaboração em termos práticos*. [Editorial]. Melhor gestão de pessoas. Edição fev. 2005. Disponível em: <powerlogic.com.br/ecp/files.do?evento=download &urlArqPlc = colaboracao_em_termos_praticos.doc >. Acesso em 02 jan. 2015.
- D'AMBRÓSIO, U. Um enfoque transdisciplinar à educação e a história da Matemática. In: *BICUDO, M. V.; BORBA, M. Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004.
- FERREIRA, A. B. H. *Aurélio século XXI: o dicionário da Língua Portuguesa*. 3. ed. rev. E ampl. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.
- FERREIRA, E. S. *O que é etnomatemática*. São Paulo: UNICAMP, 1993. Disponível em: <www.ime.unicamp.br/lem/publica/e_sebast/etno.pdf>. Acesso em: 2015.
- FONSECA, Felipe. *Tecnologia Social*, 2004. Disponível em: <http://portal.softwarelivre.org/news/2010>. Acesso em: 2 jan. 2015.
- FREIRE Paulo, *Pedagogia da Autonomia - Saberes necessários à prática educativa*. 43ª Ed. São Paulo, Brasil: Paz e Terra. 2011.

GADOTTI, M. ROMÃO, (Orgs.) José E. *Educação de jovens e adultos: teoria, prática e proposta*. São Paulo: Cortez, Instituto Paulo Freire, 2000.

GIANINI, Rivo. *O global e o local. Os desafios para o educador gestor do século-XXI.- Recife - 2000*. Disponível em <www.pedagogia..em.foco.pro.br/adm01.html>. Acesso em: dez/ 2014.

GILLIAM, J. H. The impact of cooperative learning and course learning environment factors on learning outcomes and overall excellence in the community college classroom. Raleigh, 2002. Tese de Doutorado - Programa de Pós-Graduação, North Carolina State University.

IRALA, Esrom Adriano Freitas; TORRES, Patrícia Lupion. *O uso do AMANDA como ferramenta de apoio a uma proposta de aprendizagem colaborativa para a língua inglesa*. Abril de 2004. Disponível em: www.abed.org.br/congresso2004/por/htm/172-TC-D4.htm Acesso em: 08/01/2015.

JACOBS, G. M., LEE, C., NG, M. *Co-operative learning in the thinking classroom. International Conference on Thinking. Singapore, 1997*.

JOHNSON, Roger; JOHNSON, David. *Cooperative learning and conflict resolution. New Horizons for Learning*, Seattle, WA 2001. Disponível em: <http://www.newhorizons.org/strategies/cooperative/johnson.htm>. Acesso em: jan/2015.

LEONARDO, Fabio Martins. *Projeto Araribá: Matemática*. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2010

LIBÂNEO, J. C.; OLIVEIRA J. F.; TOSCHI M. S.; *Educação escolar: políticas estrutura e organização*. 2ª ed. São Paulo: Cortez, (Coleção Docência em Formação) 2005.

LÜCK, H. et al. *A escola participativa: o trabalho do gestor escolar*. 4 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, p. 55-101. 2007.

MELO, Roberto Correia. *Tópicos de aprendizagem colaborativa aplicáveis ao ensino tecnológico*. In: VIII Workshop de Pós-Graduação e Pesquisa do Centro Paula Souza São Paulo, 9 e 10 de outubro de 2013.

MIORIM, M. A. *O ensino de matemática: evolução e modernização*. Campinas, 218 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. 1995.

MONTEIRO, A.; POMPEU, G. *A Matemática e os temas transversais*. São Paulo: Moderna, 2001.

- MORENO, Beatriz R. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, Mabel. (org.). *Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.
- MOTTA, F. C. P. & PEREIRA, L. C. B. *Introdução à organização burocrática*. SP: Cengage Learning Editores, 310 pág. 2004.
- NÓVOA, Antônio. *O Professor Pesquisador e Reflexivo*. Entrevista concedida em 13 de setembro de 2001. Disponível em: <http://www.tvebrasil.com.br/salto/entrevistas/antonio_novoa.htm>. Acesso em: abr. 2015.
- PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- PAIVA, Alberto; COSTA, Daniela; TROTTA, Fernando. *Matemática fundamento*. Ético Sistema de Ensino, editora Saraiva. São Paulo.
- PIAGET, J. *O nascimento da inteligência na criança*. 3.ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.
- PIAGET, Jean. *O nascimento da inteligência na criança*. 4. ed. Rio de Janeiro: Guanabara, 1987.
- RICIERI A. P. *A Construção do Cálculo*. Ed: Ricieri, vol 1. 1987.
- SADOVSKY, P. Falta Fundamentação Didática no Ensino da Matemática. *Novam Escola*. São Paulo, Ed. Abril, Jan./Fev. 2007.
- SADOVSKY, P. *Falta Fundamentação Didática no Ensino da Matemática*. Nova Escola. São Paulo, Ed. Abril, Jan./Fev. 2007.
- SILVA, Marco; SANTOS, Edméa. *Avaliação da aprendizagem em educação online*. São Paulo, ed. Loyola, 2006.
- SINGER, Paul. **“Poder, política e educação”**. *Revista Brasileira de Educação*. São Paulo, ANPED, n. 1, jan./abr. 1996.
- SOUZA, Joamir Roberto de e PATARO, Patrícia Moreno. *Vontade de Saber Matemática*. 2 ed. São Paulo: FTD, 2012
- STRUIK, D. J. **História concisa das matemáticas**. Lisboa: Gradiva, Tradução João Cosme S. Guerreiro. 2. ed. Gradiva, 1998.
- TEIXEIRA, Anísio S. *A Pedagogia de Dewey*. In: DEWEY, John. *Vida e educação*. Tradução e estudo preliminar por Anísio S. Teixeira. São Paulo: Melhoramentos; Rio de Janeiro: Fundação Nacional de Material Escolar, 113 p. 1978.

TORRES, Patrícia Lupion. *Laboratório on-line de aprendizagem: uma proposta crítica de aprendizagem colaborativa para a educação*. Tubarão: Ed. Unisul, 2004.

TORRES, Patrícia Lupion. *Algumas vias para entretecer o pensar e o agir*. Curitiba: SENAR-PR, 196 p. 2007.

TORRES, Patrícia Lupion; IRALA, Esrom A. F. **Aprendizagem colaborativa**, teoria e prática. Coleção Agrinho, 2014. Disponível em: <http://www.researchgate.net/profile/Patricia_Torres7/publication/271136311_Aprendizagem_colaborativa_teorica_e_pratica/links/54be9ede0cf2f6bf4e03824b.pdf>. Acesso em: 20 set. 2015

VALASKI, S. *A aprendizagem colaborativa com uso de computadores: uma proposta para a prática pedagógica*. Curitiba, 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Ciências Humanas e Teologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. 2003.

VISCA, J. *Clínica psicopedagógica: epistemologia convergente*. Porto Alegre: Artes médicas, 1987.

VYGOTSKY, L. S.; COLE, M. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, L. S. Problemas de método. In: *A formação social da mente. Tradução José Cipolla Neto, Luis S. M. Barreto, Solange, C. Afeche*. 3. Ed. São Paulo Martins Fontes, 1989.

WELLS, G. *Indagación dialógica: hacia una teoría y una práctica socioculturales de la educación*. Barcelona: Paidós, 2001.

APÊNDICE A – Avaliação em grupo (EC)

	ESCOLA MUNICIPAL JOSÉ EMYGDIO DE OLIVEIRA		NOTA
	Prefeitura do Município do Rio de Janeiro	DATA __/__/14	
	5ª Coordenadoria Regional de Educação		
ALUNO(A):		Nº.:	

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 6º ANO	TURMA
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		4º BIMESTRE

- 1) Com o conteúdo de uma garrafa de um litro de capacidade podemos encher exatamente oito copinhos iguais. Qual a capacidade, em mL, de cada copinho?
- 2) Quantos litro de água serão necessários para encher um reservatório cúbico de 12 dm de aresta? (sabendo que $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$)
- 3) Pietro foi a padaria e comprou 800 gramas de queijo e 0,9 quilogramas de presunto.
- a) Quantos gramas de presunto Pietro comprou?
- 4) Pedrina preparou 1,2 kg de uma mistura para fazer docinhos com 12 g cada. Quantos docinhos ela irá fazer?

APÊNDICE E – Atividade 9º ano (EC)

	ESCOLA MUNICIPAL JOSÉ EMYGDIÓ DE OLIVEIRA		NOTA
	Prefeitura do Município do Rio de Janeiro	DATA __/__/14	
	5ª Coordenadoria Regional de Educação		
ALUNO(A):		Nº.:	

TRABALHO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 9º ANO	TURMA 1902
		4º BIMESTRE
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		VALOR: 10 PONTOS

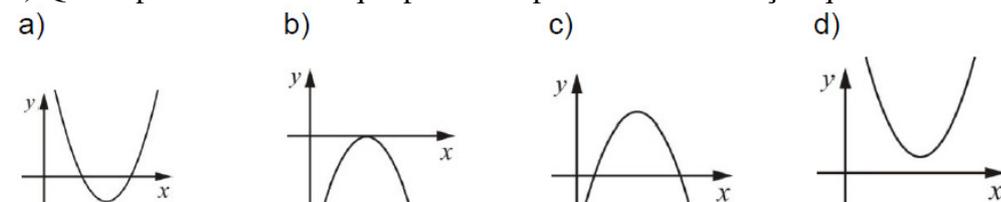
1) Calcule as raízes, caso existam, das seguintes funções quadráticas abaixo.

- a) $y = x^2 - 1$
 b) $y = x^2 + 3x + 2$
 c) $y = x^2 + x - 2$
 d) $y = x^2 - 6x + 9$
 e) $y = x^2 - 4x + 3$
 f) $y = x^2 + 4x + 3$
 g) $y = x^2 - x - 2$

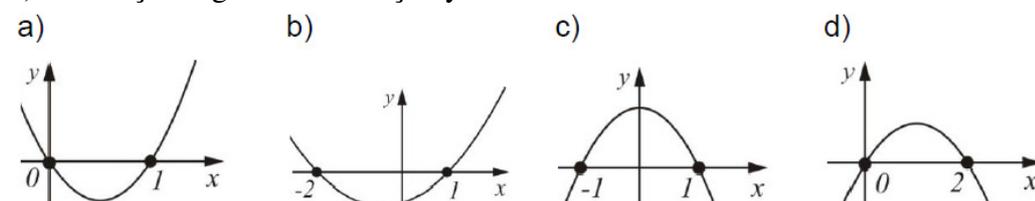
2) Responda:

- a) Se $f(x) = x^2 + 3x + 4$, então quanto vale $f(-1)$?
 b) Se $f(x) = 3x^2 - 3x - 3$, então quanto vale $f(2)$?
 c) Se $f(x) = 2x^2 - 5x - 1$, então quanto vale $f(-2)$?
 d) Se $f(x) = x^2 - 5x + 10$, então quanto vale $f(0)$?
 e) Se $f(x) = x^2 + x$, então quanto vale $f(3)$?

3) Qual a parábola abaixo que poderia representar uma função quadrática com um $\Delta < 0$.



4) O esboço do gráfico da função $y = -x^2 + 1$ é:



5) Chutando-se um bola para cima, notou-se que ela descrevia a função quadrática $h(t) = 48t - 8t^2$, onde h é a altura em metros e t o tempo em segundos depois do lançamento. Qual será a altura máxima atingida pela bola?

6) Um garoto ao lançar uma pedra para cima, observou que sua trajetória era dada pela função $h(t) = -t^2 + 4t + 20$, onde h é a altura em metros e t o tempo em segundos. Qual será altura máxima que esta pedra conseguiu atingir?

APÊNDICE F – Avaliação em grupo (EC)

	ESCOLA MUNICIPAL JOSÉ EMYGDIO DE OLIVEIRA		NOTA
	Prefeitura do Município do Rio de Janeiro 5ª Coordenadoria Regional de Educação	DATA ___/___/14	
	ALUNO(A):	Nº.:	

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 9º ANO	TURMA 1902
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		4º BIMESTRE

1) Numa sapataria, o custo diário da produção de x sapatos é dado por $P(x) = x^2 - 40x + 410$, onde P é a produção de sapatos e x o valor em reais. O dono da sapataria quer saber qual é o custo mínimo da produção diária?

2) Uma bola de basquete é arremessada por um jogador para o alto, percorrendo uma trajetória descrita por $h(t) = -2t^2 + 12t$, em que h é a altura, em metros, e t o tempo, em segundos. Qual foi a altura máxima atingida por esta bola?

3) Quais são os valores do x vértice e y vértice da equação $y = 10x^2 + 20x + 40$.

4) Determine o vértice da função quadrática $f(x) = -10x^2 - 20x - 40$.

APÊNDICE G – Avaliação individual (EC)

	ESCOLA MUNICIPAL JOSÉ EMYGDIO DE OLIVEIRA		NOTA
	Prefeitura do Município do Rio de Janeiro	DATA __/__/14	
	5ª Coordenadoria Regional de Educação		
ALUNO(A):		Nº.:	

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 9º ANO	TURMA 1902
		4º BIMESTRE
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		VALOR: 10 PONTOS

1) Calcule as raízes, caso existam, das seguintes funções quadráticas abaixo.

a) $y = x^2 - 4$
b) $y = x^2 + 5x - 6$
c) $y = x^2 + x$

2) Responda:

a) Se $f(x) = x^2 + 3x + 4$, então quanto vale $f(-3)$?
b) Se $f(x) = 3x^2 - 3x - 3$, então quanto vale $f(5)$?

3) Chutando-se um bola para cima, notou-se que ela descrevia a função quadrática $h(t) = 36t - 9t^2$, onde **h** é a altura em metros e **t** o tempo em segundos depois do lançamento. Qual será a altura máxima atingida pela bola?

4) Um garoto ao lançar uma pedra para cima, observou que sua trajetória era dada pela função $h(t) = -t^2 + 10t + 12$, onde **h** é a altura em metros e **t** o tempo em segundos. Qual será altura máxima que esta pedra conseguiu atingir?

APÊNDICE H – Atividade 8º ano (EC e Ensino Tradicional)

	“ISJOB” – INSTITUTO SÃO JOÃO BAPTISTA		NOTA	
	Rua Medina, 246 – Méier – RJ – Tele fax: 3899-1299.	DATA		___/___/14
	Site: www.isjob.com.br - E-mail: isjob@isjob.com.br			
ALUNO(A):		Nº.:		

TRABALHO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 8º ANO	TURMA
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		1º BIMESTRE

VALOR: 10 PONTOS

1) Resolva as equações:

a) $\frac{2}{3} + \frac{6}{x} + \frac{11}{9} + \frac{1}{x} \quad R=9$

d) $\frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = 2 \quad R=3$

b) $\frac{3}{4x} - \frac{1}{2} = \frac{2}{x} \quad R = \frac{5}{2}$

e) $\frac{x}{x+5} - \frac{x+1}{2x-1} = \frac{1}{2} \quad R = -\frac{5}{23}$

c) $\frac{x-3}{x+3} = \frac{3}{5} \quad R=12$

f) $\frac{x+2}{x} - \frac{x-2}{x(x+1)} = \frac{x}{x+1} \quad R=-2$

2) Uma confecção produzia diariamente 200 calças. Após a contratação de 20 costureiras, a fábrica passou a produzir 240 calças. Quantas costureiras trabalhavam nessa confecção antes dessa contratação?

APÊNDICE I – Avaliação em grupo (EC)

	“ISJOB” – INSTITUTO SÃO JOÃO BAPTISTA		NOTA
	Rua Medina, 246 – Méier – RJ – Tele fax: 3899-1299.	DATA	
	Site: www.isjob.com.br - E-mail: isjob@isjob.com.br	___/___/14	
ALUNO(A):		Nº.:	

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 8º ANO	TURMA
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		4º BIMESTRE

1) Resolva as equações fracionárias abaixo.

a) $\frac{a}{a+6} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{x-3} + 2 = \frac{3}{x-3}$

c) $\frac{3}{2} - \frac{x+2}{3x} = -\frac{11}{6x}$

2) Uma confecção produzia diariamente 100 calças. Após a contratação de 10 costureiras, a fábrica passou a produzir 200 calças. Quantas costureiras trabalhavam nessa confecção antes dessa contratação?

APÊNDICE J – Avaliação individual (EC)

	“ISJOB” – INSTITUTO SÃO JOÃO BAPTISTA		NOTA
	Rua Medina, 246 – Méier – RJ – Tele fax: 3899-1299.	DATA	
	Site: www.isjob.com.br - E-mail: isjob@isjob.com.br	___/___/14	
ALUNO(A):		Nº.:	

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 8º ANO	TURMA
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		4º BIMESTRE

1) Resolva as equações fracionárias abaixo.

a) $\frac{4}{x} + \frac{3x}{x-2} = 3$

b) $\frac{5}{x-3} - \frac{2}{x+3} = \frac{x}{x^2-9}$

c) $\frac{2x-8}{x^2-25} = \frac{3x}{x+5} - \frac{3x}{x-5}$

2) Para que valor inteiro de x as expressões $\frac{x}{x-4} - 1$ e $\frac{2}{x+5}$ são iguais?

APÊNDICE K – Avaliação individual (Ensino Tradicional)

	“ISJOB” – INSTITUTO SÃO JOÃO BAPTISTA		NOTA
	Rua Medina, 246 – Méier – RJ – Tele fax: 3899-1299.	DATA	
	Site: www.isjob.com.br - E-mail: isjob@isjob.com.br	___/___/14	
ALUNO(A):		Nº.:	

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 8º ANO	TURMA
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		4º BIMESTRE

1) Resolva as equações fracionárias abaixo.

a) $\frac{a}{a+6} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{x-3} + 2 = \frac{3}{x-3}$

c) $\frac{3}{2} - \frac{x+2}{3x} = -\frac{11}{6x}$

d) $\frac{5}{x-3} - \frac{2}{x+3} = \frac{x}{x^2-9}$

e) $\frac{4}{x} + \frac{3x}{x-2} = 3$

f) $\frac{2x-8}{x^2-25} = \frac{3x}{x+5} - \frac{3x}{x-5}$

2) Uma confecção produzia diariamente 100 calças. Após a contratação de 10 costureiras, a fábrica passou a produzir 200 calças. Quantas costureiras trabalhavam nessa confecção antes dessa contratação?

3) Para que valor inteiro de x as expressões $\frac{x}{x-4} - 1$ e $\frac{2}{x+5}$ são iguais?

APÊNDICE L – Atividade 9º ano (EC)

	“ISJOB” – INSTITUTO SÃO JOÃO BAPTISTA		NOTA	
	Rua Medina, 246 – Méier – RJ – Tele fax: 3899-1299.			DATA ___/___/14
	Site: www.isjob.com.br - E-mail: isjob@isjob.com.br			
ALUNO(A):		Nº.:		

TRABALHO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 9º ANO	TURMA
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		1º BIMESTRE

VALOR: 10 PONTOS

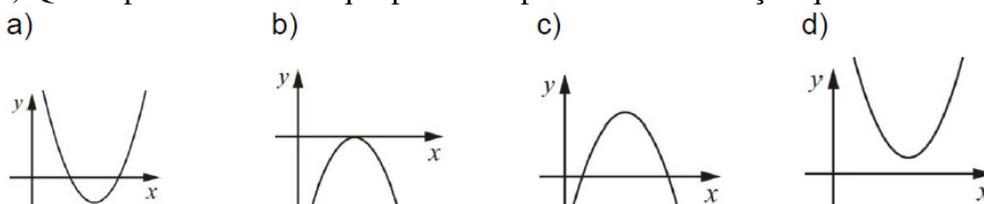
1) Calcule as raízes, caso existam, das seguintes funções quadráticas abaixo.

- a) $y = x^2 - 1$
 b) $y = x^2 + 3x + 2$
 c) $y = x^2 + x - 2$
 d) $y = x^2 - 6x + 9$
 e) $y = x^2 - 4x + 3$
 f) $y = x^2 + 4x + 3$
 g) $y = x^2 - x - 2$

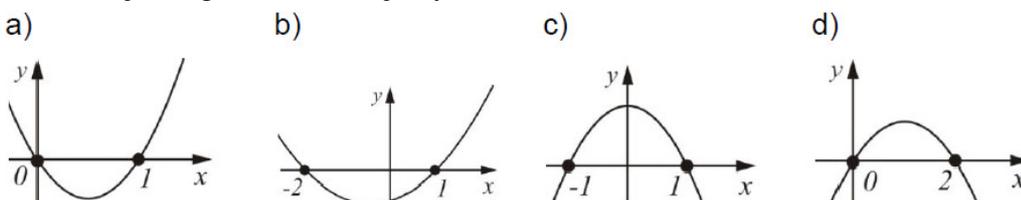
2) Responda:

- a) Se $f(x) = x^2 + 3x + 4$, então quanto vale $f(-1)$?
 b) Se $f(x) = 3x^2 - 3x - 3$, então quanto vale $f(2)$?
 c) Se $f(x) = 2x^2 - 5x - 1$, então quanto vale $f(-2)$?
 d) Se $f(x) = x^2 - 5x + 10$, então quanto vale $f(0)$?
 e) Se $f(x) = x^2 + x$, então quanto vale $f(3)$?

3) Qual a parábola abaixo que poderia representar uma função quadrática com um $\Delta < 0$.



4) O esboço do gráfico da função $y = -x^2 + 1$ é:



5) Chutando-se um bola para cima, notou-se que ela descrevia a função quadrática $h(x) = 48x - 8x^2$, onde h é a altura em metros e x o tempo em segundos depois do lançamento. Qual será a altura máxima atingida pela bola?

6) Um garoto ao lançar uma pedra para cima, observou que sua trajetória era dada pela função $h(x) = -x^2 + 4x + 20$, onde h é a altura em metros e x o tempo em segundos. Qual será altura máxima que esta pedra conseguiu atingir?

APÊNDICE M - Avaliação em grupo (EC)

	“ISJOB” – INSTITUTO SÃO JOÃO BAPTISTA		NOTA	
	Rua Medina, 246 – Méier – RJ – Tele fax: 3899-1299.	DATA		___/___/14
	Site: www.isjob.com.br - E-mail: isjob@isjob.com.br			
ALUNO(A):		Nº.:		

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 9º ANO	TURMA
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		1º BIMESTRE

1) Numa sapataria, o custo diário da produção de x sapatos é dado por $P(x) = x^2 - 40x + 410$, onde P é a produção de sapatos e x o valor em reais. O dono da sapataria quer saber qual é o custo mínimo da produção diária?

2) Uma bola de basquete é arremessada por um jogador para o alto, percorrendo uma trajetória descrita por $h(x) = -2x^2 + 12x$, em que h é a altura, em metros, e x o tempo, em segundos. Qual foi a altura máxima atingida por esta bola?

3) Quais são os valores do x vértice e y vértice da equação $y = 10x^2 + 20x + 40$.

4) Determine o vértice da função quadrática $f(x) = -10x^2 - 20x - 40$.

APÊNDICE N – Avaliação individual (EC)

	“ISJOB” – INSTITUTO SÃO JOÃO BAPTISTA		NOTA
	Rua Medina, 246 – Méier – RJ – Tele fax: 3899-1299.	DATA	
	Site: www.isjob.com.br - E-mail: isjob@isjob.com.br	___/___/14	
ALUNO(A):		Nº.:	

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	SÉRIE 9º ANO	TURMA
PROFESSOR: RAFAEL ALMEIDA		1º BIMESTRE

VALOR: 10 PONTOS

1) Calcule as raízes, caso existam, das seguintes funções quadráticas abaixo.

a) $y = x^2 - 4$

b) $y = x^2 + 5x - 6$

c) $y = x^2 + x$

2) Responda:

a) Se $f(x) = x^2 + 3x + 4$, então quanto vale $f(-3)$?

b) Se $f(x) = 3x^2 - 3x - 3$, então quanto vale $f(5)$?

3) Chutando-se um bola para cima, notou-se que ela descrevia a função quadrática $h(x) = 36x - 9x^2$, onde h é a altura em metros e x o tempo em segundos depois do lançamento. Qual será a altura máxima atingida pela bola?

4) Um garoto ao lançar uma pedra para cima, observou que sua trajetória era dada pela função $h(x) = -x^2 + 10x + 12$, onde h é a altura em metros e x o tempo em segundos. Qual será altura máxima que esta pedra conseguiu atingir?