UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA-UEPB
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL-PROFMAT

Mailson Matos Pereira

Oficinas de Probabilidade e Estatística: Uma proposta de intervenção no ensino e aprendizagem de Matemática

Campina Grande - PB

Fevereiro - 2017

Mailson Matos Pereira

Oficinas de Probabilidade e Estatística: Uma proposta de intervenção no ensino e aprendizagem de Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de mestre em Matemática.

Orientador: Dra. Divanilda Maia Esteves

Campina Grande - PB

Fevereiro - 2017

P436o Pereira, Mailson Matos.
Oficinas de probabilidade e estatística [manuscrito] : uma proposta de intervenção no ensino e aprendizagem de matemática / Mailson Matos Pereira. - 2017.
55 p. : il. color.

Digitado.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.
"Orientação: Profa. Dra. Divanilda Maia Esteves, Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa".

1. Estatística. 2. Probabilidade. 3. Oficinas de Matemática. 4. Ensino de matemática. 5. Recursos didáticos. I. Título.

21. ed. CDD 519.5

Mailson Matos Pereira

Oficinas de Probabilidade e Estatística: Uma proposta de intervenção no ensino e aprendizagem de Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de mestre em Matemática.

Trabalho aprovado em 10/02/2017

BANCA EXAMINADORA

DMEsteves

Dra. Divanilda Maia Esteves - Orientadora
Universidade Estadual da Paraíba

Dr. Francisco Antônio Morais de Souza - Membro externo
Universidade Federal de Campina Grande

Davis Matias de Oliveira

Dr. Davis Matias de Oliveira - Membro interno
Universidade Estadual da Paraíba

Dedico a Deus pai todo poderoso, à minha família, e a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para minha formação.

Agradecimentos

A Deus, pois sem ele não chegamos a lugar nenhum.

À minha Família, em especial a meus pais, minha irmã, minha esposa e a meu filho, pelo incentivo que me deram para não desistir.

A todos os professores do PROFMAT, em especial a minha orientadora **Diana** pelo compromisso, dedicação e atenção que teve comigo.

À Coordenação do PROFMAT, Davis, Aldo e Alia, pela atenção e disposição sempre que foi preciso.

A todos os colegas de classe, amizades que jamais esquecerei.

Enfim, a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para meu crescimento profissional.

"A Matemática apresenta invenções
tão sutis que poderão servir não só para
satisfazer os curiosos, como também,
para auxiliar às artes e poupar trabalho aos homens."
(Descartes)

Resumo

Este trabalho tem como principal objetivo apresentar os resultados de uma abordagem diferenciada dos conteúdos de Probabilidade e Estatística no ensino médio. Para atingir o objetivo foram aplicadas cinco oficinas de Matemática com os alunos do 3º ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Arruda Câmara localizada na cidade de Pombal-PB. A aplicação das oficinas tinha como objetivo desenvolver nos educandos um novo olhar sobre a matemática, fazer com que os mesmos fossem capazes de compreender conceitos probabilísticos e estatísticos, construir e fazer leitura de gráficos e tabelas, bem como associar e utilizar estudo de Estatística e Probabilidade em seu cotidiano social. No decorrer do trabalho, serão apresentados: a descrição das oficinas, sua aplicação e os resultados obtidos. Por fim, apresentaremos o perfil da turma e as impressões dos alunos sobre o impacto do trabalho na sua aprendizagem.

Palavras-chaves: Estatística. Probabilidade. Oficinas de Matemática.

Abstract

The main objective of this work is to present the results of a differentiated approach to probability and statistics in secondary education. In order to reach the objective, five activities were applied with the students of the 3º year of the State School of Elementary and Middle Arruda Câmara located at the city of Pombal-PB. The purpose of the activities was to develop a new look at mathematics, to enable them to better understand probabilistic and statistical concepts, to construct and read graphs and tables, and to associate and use statistics and Probability in their social everyday. In the course of the work, the following will be presented: a description of the workshops, their application and the results obtained. We will present the class profile and the impressions of the students about the impact of the work on their learning.

Key-words: Statistic. Probability. Mathematical Workshops.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Gráfico de barras com dados sobre o número de horas dormidas por alunos de uma turma de 3ºano do Ensino Médio. 19
Figura 2 – Gráfico de barras com dados sobre prática de esportes por meninos e meninas de uma turma de 3ºano do Ensino Médio. 19
Figura 3 – Gráfico de setores com dados referentes a quantidade de jovens que dedicam a maior parte do tempo à Internet. 20
Figura 4 – Gráfico de segmentos com dados referentes a médias bimestrais. 20
Figura 5 – Gráfico de Histograma com dados referentes a altura de estudantes. . . 21
Figura 6 – Polígono do histograma com dados referentes a altura de estudantes. . 22
Figura 7 – Árvore das possibilidades para o exemplo em que se retira ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas de uma urna que contém 10 bolas sendo 3 pretas e 7 brancas. 31
Figura 8 – E.E.E.F.M. Arruda Câmara. 33
Figura 9 – Oficina 1: Alunos e professor construindo gráficos utilizando o computador. 37
Figura 10 – Oficina 2: Alunos e professor organizando a apresentação. 39
Figura 11 – Oficina 2: Alunos apresentando dados estatísticos utilizando gráfico de barras. 40
Figura 12 – Oficina 2: Alunos apresentando dados estatísticos utilizando gráfico de setores. 40
Figura 13 – Oficina 3: Alunos retirando 50cm da fita. 42
Figura 14 – Oficina 3: Obtendo os valores reais retirados por cada aluno. 42
Figura 15 – Oficina 4: Alunos lançando o dado e anotando os resultados obtidos. . 44
Figura 16 – Oficina 4: Fotos da segunda parte da atividade, onde o professor constrói na lousa tabela com os resultados dos lançamentos e conclusões de cada dupla. 45
Figura 17 – Oficina 4: Modelo de mini trilha. 46
Figura 18 – Oficina 5: Árvore das possibilidades até a vitória no jogo mini trilha. . 47
Figura 19 – Oficina 5: Alunos jogando mini trilha. 48
Figura 20 – Oficina 5: Professor calculando a probabilidade da vitória de cara e de coroa no jogo mini trilha. 48

Lista de tabelas

Tabela 1 – Distribuição de indivíduos segundo a escolaridade. 17
Tabela 2 – Distribuição de indivíduos segundo o peso. 18
Tabela 3 – Distribuição de indivíduos segundo o peso 23
Tabela 4 – Tabela de frequências construída com dados sobre os alunos do 3º B. . 36
Tabela 5 – Oficina 3: Medidas de posição e dispersão para os valores obtidas por meninos e meninas. 43
Tabela 6 – Tabela de frequências construída com dados sobre lançamentos de dados. 44

Sumário

1 INTRODUÇÃO . . . 11

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . 13

2.1 Um pouco de história . . . 13

2.1.1 Blaise Pascal . . . 13

2.1.2 Jacob Bernoulli . . . 13

2.1.3 Thomas Bayes . . . 14

2.1.4 Adolphe Quetelet . . . 14

2.1.5 Florence Nightingale . . . 14

2.1.6 Jerzy Neyman . . . 15

2.2 Conceitos Básicos de Estatística . . . 15

2.2.1 População e Amostra . . . 15

2.2.2 Variáveis Qualitativas e Quantitativas . . . 16

2.2.3 Estatística Descritiva . . . 16

2.3 Conceitos Básicos de Probabilidade . . . 26

2.4 Inferência Estatística . . . 31

3 APLICAÇÃO . . . 33

3.1 Descrição da Escola e Educandos . . . 33

3.2 Descrição e Aplicação de oficinas . . . 34

3.2.1 Oficina 1 - Horas dormidas . . . 34

3.2.2 Oficina 2 - Argumentar com números . . . 37

3.2.3 Oficina 3 - Quem tem melhor noção de medida, homens ou mulheres? . . . 41

3.2.4 Oficina 4 - Seu dado é honesto? . . . 43

3.2.5 Oficina 5 - Jogo da mini trilha . . . 45

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . 50

4.1 Considerações do professor . . . 50

4.2 Considerações dos alunos . . . 51

5 CONCLUSÃO . . . 53

Referências . . . 55

1 Introdução

Diariamente ouvimos falar, pelos veículos de comunicação em bolsa de valores, crescimento populacional, taxa de natalidade, loterias esportivas e numéricas, pesquisas de opinião pública, entre outros. Tudo isso está diretamente ligado a um campo da Matemática que trabalha com o tratamento de informações conhecido como Estatística.

De acordo com o dicionário Aurélio (HOLANDA, 1998), estatística é a parte da Matemática em que se investigam processos de obtenção, organização e análise de dados sobre um Universo populacional - (coleção de seres quaisquer), e métodos de tirar conclusões e tomar decisões com base nestes dados, ou ainda um conjunto de elementos numéricos relativos a um fator Social. Dessa forma a estatística pode ser considerada talvez, como a parte da Matemática mais presente no cotidiano das pessoas.

De acordo com as Leis Diretrizes e Base da Educação (LDB) (BRASIL, 1996), a Educação Básica tem por principal objetivo promover uma formação comum indispensável para o exercício da cidadania. Percebemos assim que o estudo da Estatística é de fundamental importância para a formação inicial, visto que, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - (PCNs) estudar Estatística e Probabilidade favorece o desenvolvimento de certas atitudes, como posicionar-se criticamente, fazer previsões e tomar decisões ante as informações vinculadas pela mídia, livros, jornais e outras fontes".

Os PCN (BRASIL, 1998) estabelecem que o aluno deve ser capaz de compreender acontecimentos do cotidiano que são de natureza aleatória, construir conceitos, ler e interpretar dados de gráficos e tabelas entre outros; sendo sempre capaz de observar aspectos que permitam confiar ou não nos resultados observados.

Neste sentido, este trabalho tem por objetivo trazer uma proposta de intervenção para o ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade utilizando-se de práticas interdisciplinares com auxílio lúdico e tecnológico em alguns momentos. Estas aulas devem ser ministradas através de Oficinas Matemáticas que façam com que os alunos compreendam de forma mais efetiva conceitos tais como: Espaço Amostral, Probabilidade, Inferência, Média, Moda, Mediana, Variância, Desvio-Padrão entre outros, visto que muitas vezes os alunos decoram fórmulas e procedimentos algébricos destes conteúdos, deixando de lado o essencial, que são seu significado e suas aplicações cotidianas. A abordagem é especialmente destinada a professores de Ensino Fundamental II e Médio que licenciam Matemática. A mesma procura estabelecer a importância do ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade e da utilização de práticas inovadoras, objetivando promover uma melhor aprendizagem e interação entre professor e aluno.

O projeto foi testado na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Arruda

Câmara Localizado na cidade de Pombal-PB, no Sertão Paraibano. Foram aplicadas Oficinas Matemáticas (Estatística e Probabilidade) com alunos do 3º ano do Ensino Médio da referida escola, cuja forma de aplicação e os resultados serão discutidas posteriormente.

Este trabalho está dividido em quatro capítulos da seguinte forma. No primeiro temos a fundamentação teórica onde será apresentado um breve histórico de alguns matemáticos que contribuíram no campo da Estatística e Probabilidade, como também a exposição do conteúdo trabalhado em sala de aula; no segundo capítulo faremos uma descrição da escola, do público trabalhado e das oficinas aplicadas e seus resultados; no terceiro capítulo temos as considerações do professor e dos alunos sobre as oficinas. No quarto e último capítulo temos as considerações finais onde são apresentadas as conclusões, impressões deixadas e as sugestões.

2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo será feito uma descrição da teoria de Estatística e Probabilidade que foi trabalhada pelo professor na turma que participou do projeto. Inicialmente será feita uma abordagem histórica destacando alguns Matemáticos e suas contribuições no Campo da Estatística e da Probabilidade. Depois serão apresentados, de forma simples e direta, alguns dos principais conceitos estatísticos e probabilísticos estudados na Educação Básica, objetivando apresentar pontos marcantes na apresentação destes conteúdos e relembrar conceitos que serão úteis na leitura dos resultados do trabalho.

O conteúdo deste capítulo baseia-se nos livros de Virgillito (2004), Vieira (2010), (DANTE, 2013a; DANTE, 2013b), Lima (2006), Araújo (2015) e Iezzi et al. (2010).

2.1 Um pouco de história

Iniciaremos falando um pouco sobre alguns dos precursores da Matemática nos campos da Estatística e Probabilidade.

2.1.1 Blaise Pascal

Pascal foi um Matemático do século XVII que nasceu em Clermont, na França em 1623 e faleceu em 1662, em Paris, capital Francesa. O mesmo era considerado um dos matemáticos geniais de sua época. Aos dezoito anos, em 1641, descreveu e construiu a primeira calculadora aritmética que ficou conhecida como Triângulo de Pascal.

Em 1653, juntamente com Fermat, criou o cálculo das probabilidades. Pascal se destacou ainda em outras áreas das Ciências e escreveu seu principal teorema em 1639, que foi publicado somente em 1779 quando suas anotações foram encontradas.

2.1.2 Jacob Bernoulli

Jacob Bernoulli nasceu em 1654, na Suíça, em Basel e faleceu em 1705 na mesma cidade. Estudou Matemática e Astronomia, dando importantes contribuições com trabalhos de Lógica, Álgebra, Geometria e Probabilidades.

Em 1689 fez seu trabalho mais importante sobre probabilidade que ficou conhecido como a Lei dos Grandes Números, que interpreta a probabilidade como frequência relativa e menciona que se um evento acontece em quantidade elevada de repetições, então a frequência relativa deste evento é tida como a probabilidade deste evento ocorrer. Bernoulli foi professor da Universidade de Basel até sua morte em 1705, quando foi substituído por seu Irmão Johann Bernoulli.

2.1.3 Thomas Bayes

Bayes era Inglês, nasceu em Londres, por volta de 1702 e faleceu em 1761, também na Inglaterra. Foi Teólogo e Matemático, sendo uma das pessoas que mais contribuíram para a Estatística no estudo da teoria das Probabilidades. Durante toda a sua vida foi extremamente dedicado aos estudos da Matemática, em especial, na utilização da Probabilidade de maneira indutiva e estabeleceu em seus estudos os parâmetros para a inferência probabilística que ficaram conhecidos como Inferência Bayesiana.

A Inferência Bayesiana é tida não como um ramo da Estatística, mas como um novo olhar sobre os eventos Estatísticos. O famoso Teorema de Bayes só foi publicado e 1763, dois anos após a sua morte. As ideias deste grande Matemático deram uma contribuição inquestionável para o campo da Probabilidade e Estatística, e continuam a originar novas teorias.

2.1.4 Adolphe Quetelet

Nascido em 1796 na Bélgica, Quetelet era considerado um dos Estatístico mais influentes da época. Ele era Doutor em Ciências, lecionou Matemática e estudou Astronomia e Teoria das Probabilidades em Paris, no ano de 1824, ao lado de Matemáticos famosos, como Josep Fourier e Pierre Laplace.

Em suas observações e estudos Quetelet era convicto que a Lei das Probabilidades tinha influência na vida humana mais do que no passado, e também, que o comportamento individual poderia ser equacionado através da observação de seus comportamentos.

Adolphe Quetelet ficou conhecido como cientista social, pois suas observações sobre os fenômenos sociais influenciaram fortemente a Europa da época. Em 1853 organizou a primeira Conferência Internacional de Estatística e é considerado um dos patriarcas da área.

2.1.5 Florence Nightingale

Florence Nightingale era italiana e nasceu em uma vila nos redores de Florença, em maio de 1820. A mesma viajava muito e durante suas viagens gostava de registrar números tais como: tempo, gastos, intervalos de espera, entre outros. Além de ser uma profunda estudiosa dos números, também foi enfermeira onde se utilizou da Estatística para melhorar condições sanitárias de hospitais.

Trabalhou como enfermeira na guerra da Criméia (1854-1856), onde com seus controles Estatísticos sobre mortalidade, higiene e utilização de medicamentos, conseguiu reduzir a taxa de mortalidade em 17,3%. Demonstrou seus resultados através do diagrama de Áreas ou Coxcombs. Criou também o polígono de frequência simples, chamado de histograma, e o de frequências Acumuladas.

Florence Nightingale foi a primeira mulher membro da Royal Estatistical Society e faleceu em 1910 aos 90 anos.

2.1.6 Jerzy Neyman

Neyman nasceu em 1894, na Rússia e faleceu em 1981. Foi considerado um dos grandes precursores da Estatística Moderna, escrevendo sobre probabilidades, testes de hipóteses, intervalos de confiança entre outros. , Era muito entusiasta a respeito do que escrevia, sendo um crítico, e deixando claro que a ciência não pode ser obscurecida por expedientes políticos ou comercias. Seu trabalho mais conhecido é a Teoria da Estimação e Intervalos de Confiança.

Todos os Matemáticos citados acima foram de extrema importância em suas épocas e suas teorias contribuem de forma significativa com a Probabilidade e Estatística até os dias atuais. Vale salientar que existem muitos outros teóricos importantes neste campo que podem ser encontrados em outras fontes.

2.2 Conceitos Básicos de Estatística

A Estatística está dividida em duas partes: a **Estatística Descritiva**, que trabalha com a descrição e organização dos dados e a **Estatística Indutiva ou Inferencial**, que faz a análise e interpretação desses dados e tenta tirar conclusões sobre populações, a partir de resultados obtidos com testes estatísticos feitos em amostras retiradas dessa população.

Sabemos ainda que a Estatística contribui de forma significativa e é aplicada em outras áreas do conhecimento humano tais como: Física, Biologia, Economia, Medicina, Química, Geografia, entre outras.

Nesta seção introduziremos alguns conceitos básicos e necessários, para entender o decorrer do desenvolvimento dos tópicos que serão apresentados posteriormente.

2.2.1 População e Amostra

A **população**, também conhecida como **Universo estatístico**, é um conjunto de pessoas ou objetos que possuem pelo menos uma característica em comum que faz com que possamos distinguir se um elemento pertence ou não a este Universo. Na prática, no entanto, muitas vezes é inviável trabalhar com dados de uma população numerosa. Dessa forma devemos, em alguns casos, trabalhar com uma pequena parte da população denominada **amostra**.

Uma **amostra** é uma parte significante da população que continua possuindo suas características. Ou seja, é um subconjunto da população. Cada elemento que compõe a amostra é denominado por indivíduo, objeto ou observação. Em muitos tipos de pesquisa a escolha da Amostra pode ser complexa, pois devem ser levados em consideração vários aspectos tais quais classe social, cor, idade, escolaridade entre outros.

2.2.2 Variáveis Qualitativas e Quantitativas

No campo Estatístico as variáveis representam ou quantificam os dados pesquisados. Essas variáveis, podem ser classificadas como qualitativas e quantitativas.

As **variáveis qualitativas** apresentam como possíveis valores um atributo, ou seja, uma qualidade. As variáveis qualitativas dividem-se em **qualitativas ordinais**, quando existe uma ordem nestes atributos, e **qualitativa nominais**, quando isso não ocorre. Por exemplo: as variáveis cor da pele, sexo e música favorita são variáveis qualitativas nominais; já grau de instrução e classe social são variáveis qualitativas ordinais.

As **variáveis quantitativas** são as que apresentam números como possíveis valores. Quando a variável assume valores em um conjunto enumerável tem-se uma **variável discreta**; caso contrário, diz-se que a variável é **contínua**. Pode-se dizer que as variáveis quantitativas discretas são obtidas a partir de contagens, e as contínuas, a partir de medições. São exemplos de variáveis quantitativas discretas idade, quantidade de filhos e número de carros que entram diariamente no estacionamento de um *Shopping Center*. Por outro lado, altura, peso e velocidade são variáveis quantitativas contínuas.

2.2.3 Estatística Descritiva

Quando uma pesquisa é feita, as informações desejadas não ficam claras ao se observar os dados obtidos em estado bruto. Dessa forma, é necessário resumir e organizar os dados de modo a possibilitar uma leitura rápida e objetiva das informações de interesse contidas nesses dados coletados. A parte da Estatística que trata do resumo e organização dos resultados de uma pesquisa chama-se **estatística descritiva** ou **análise exploratória de dados**.

Essa etapa do uso do tratamento das informações é feita essencialmente através de tabelas, gráficos e medidas, algumas das quais serão apresentadas a seguir.

Dada uma amostra, denomina-se **frequência absoluta** (F_a) o número de vezes que os valores (realizações) de cada variável ocorrem, e por **frequência relativa**(F_r), a razão entre a frequência absoluta(F_a) e o tamanho da amostra considerada (n), isto é:

$$F_r = \frac{F_a}{n},$$

com $F_a \in \{0, 1, \ldots, n\}$ e $F_r \in [0, 1]$. Dessa forma podemos dizer que, a frequência absoluta determina quantas vezes cada valor possível da variável considerada aparece na amostra e a frequência relativa dá a proporção de tais ocorrências. Dessa forma, muitos autores optam por apresentar a frequência relativa em porcentagem. Vale salientar que essa definição é adequada para as variáveis qualitativas ou quantitativas discretas. Quando se tem uma variável quantitativa contínua, para efeitos de cálculo dessas frequências, o intervalo de variação da variável é dividido em faixas, que podem ser entendidas como categorias da variável.

Exemplo:

Suponha que foi feita uma pesquisa com 10 pessoas sobre a preferência entre doces e salgados, onde 6 responderam que preferem doces e 4 que preferem salgados.

Neste caso, 6 e 4 são as frequências absolutas. Por outro lado, para calcular as frequências relativas deve-se fazer:

- $F_r = \frac{6}{10} = 0,6 = 60\%$ é o valor da frequência relativa de quem prefere doces;
- $F_r = \frac{4}{10} = 0,4 = 40\%$ é o valor da frequência relativa de quem prefere salgados.

Frequentemente, uma vez calculadas as frequências, essas são organizadas em uma tabela, chamada **tabela de frequências**. Tais tabelas, em geral, são compostas por três colunas, sendo que na primeira coluna são colocados os valores ou faixas de variação da variável, e nas outras duas as frequências absoluta e relativa, respectivamente. Em alguns casos, inclui-se uma quarta coluna com os valores percentuais da frequência relativa.

A Tabela 1 mostra um exemplo hipotético de uma tabela de frequências.

Tabela 1 – Distribuição de indivíduos segundo a escolaridade.

Escolaridade	F_a	F_r	Porcentagem (%)
Analfabeto	15	$\frac{15}{100}$	15%
Fundamental I	20	$\frac{20}{100}$	20%
Fundamental II	25	$\frac{25}{100}$	25%
Ensino Médio	30	$\frac{30}{100}$	30%
Superior	7	$\frac{7}{100}$	7%
Pós-Graduação	3	$\frac{3}{100}$	3%
Total	100	1	100 %

Fonte: Dados hipotéticos

Note que quando os dados são tabulados pode-se ter uma ideia geral da distribuição e assim os resultados da pesquisa podem ser entendidos mais facilmente. No exemplo visto anteriormente, a variável era qualitativa. A seguir será ilustrado o caso em que se tem uma variável quantitativa.

Como citado anteriormente, se a variável for quantitativa pode aparecer um número muito alto de valores diferentes, tanto para as variáveis discretas quanto para as contínuas. Nesta situação, divide-se os valores em **intervalos** ou **classes**. A Tabela 2 apresenta uma representação dessa possibilidade.

Tabela 2 – Distribuição de indivíduos segundo o peso.

Peso(Em classes)	F_a	F_r	Porcentagem (%)
30 ⊢ 50	14	$\frac{14}{100}$	14%
50 ⊢ 70	41	$\frac{41}{100}$	41%
70 ⊢ 90	27	$\frac{27}{100}$	27%
90 ⊢ 110	12	$\frac{12}{100}$	12%
110 ⊢ 130	4	$\frac{4}{100}$	4%
130 ⊢ 150	2	$\frac{2}{100}$	2%
Total	100	1	100 %

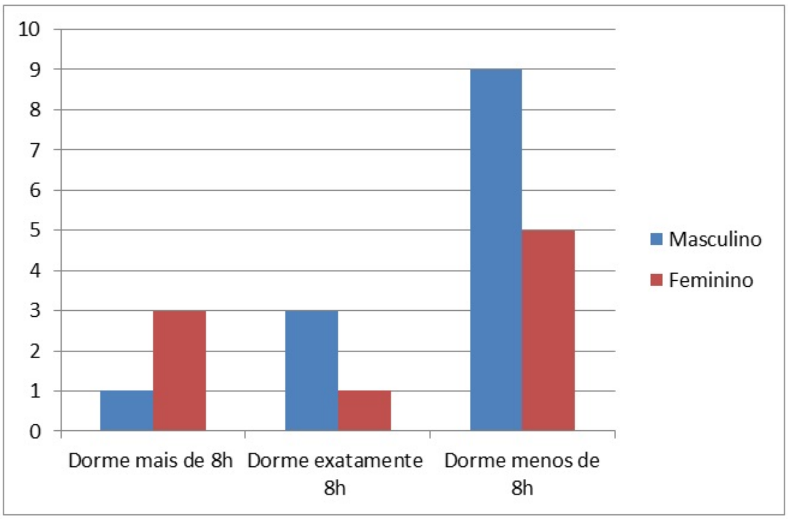
Fonte: Dados hipotéticos

Além da tabulação, outro meio muito utilizado é a representação gráfica, que nos fornece uma observação direta dos dados numéricos obtidos. Existem vários tipos de gráficos dos quais podemos destacar os gráficos de barras, de setores, de segmentos, histogramas e polígonos de frequência.

A Figura 1 traz a ilustração de um gráfico de **barras verticais**, também chamado de gráfico de colunas, que é um dos gráficos mais utilizados. Estes gráficos são construídos utilizando barras retangulares que são dispostas paralelamente onde uma das dimensões é proporcional à frequência da categoria considerada da variável (F_r ou F_a) e a outra é arbitrária, representando a categoria de cada variável.

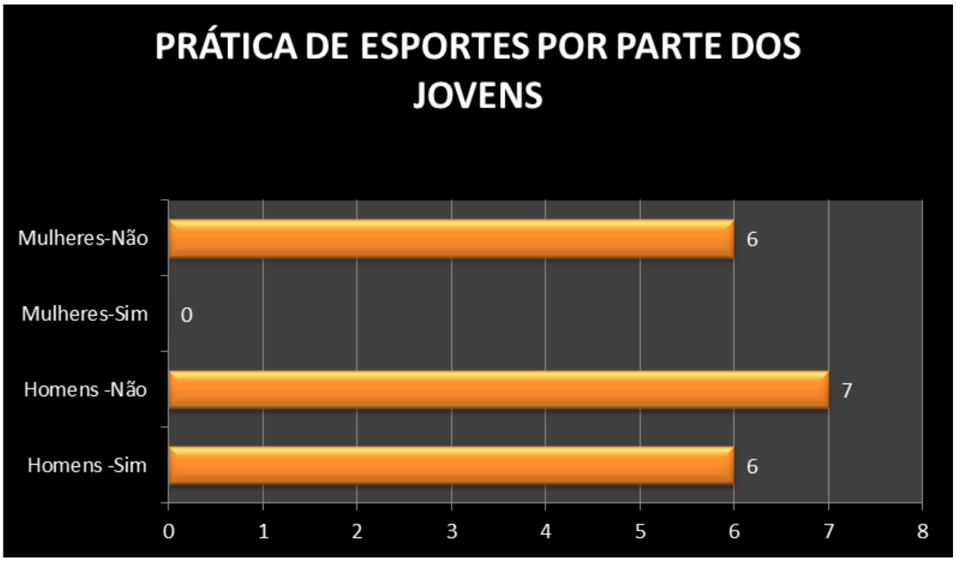
Vale salientar que as colunas podem ser colocadas na horizontal, como será mostrado na Figura 2.

Figura 1 – Gráfico de barras com dados sobre o número de horas dormidas por alunos de uma turma de 3ºano do Ensino Médio.



Fonte: Produzido pelos alunos do 3ºB durante a oficina 1.

Figura 2 – Gráfico de barras com dados sobre prática de esportes por meninos e meninas de uma turma de 3ºano do Ensino Médio.



Fonte: Produzido pelos alunos do 3ºB durante a oficina 1.

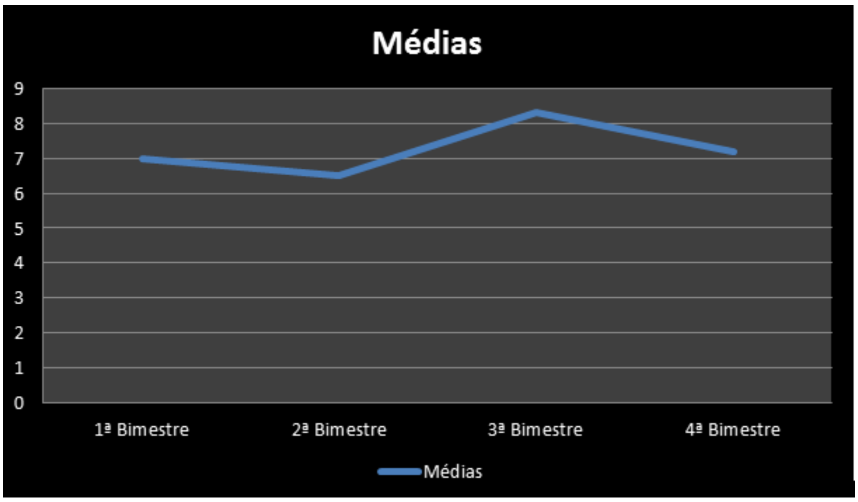
Além dos gráficos de barras, outro gráfico bastante utilizado em nosso cotidiano é o **gráfico de setores**, conhecido também como gráfico de pizza, que costuma ser utilizado para representar partes de um total. Os gráficos de setores são representados por um disco dividido em partes proporcionais às frequências das categorias da variável na amostra obtida. Os valores podem ser expressos numericamente mas, na maioria das vezes são apresentados em porcentagem. A Figura 3 a seguir traz um exemplo de um gráfico de setores.

Figura 3 – Gráfico de setores com dados referentes a quantidade de jovens que dedicam a maior parte do tempo à Internet.

Fonte: Produzido pelos alunos do 3ºB durante a oficina 1.

Dando continuidade, temos o **gráfico de segmentos**. Este gráfico estabelece uma correspondência que se expressa por pares ordenados utilizando eixos cartesianos e serve para mostrar a evolução de frequências dos valores de uma variável durante um certo tempo. O gráfico apresentado na Figura 4 é um exemplo desse tipo de gráfico.

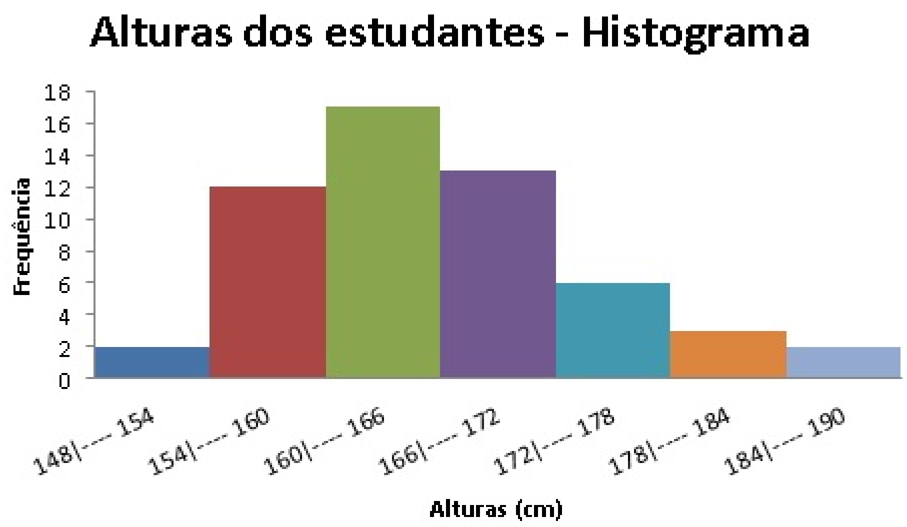
Figura 4 – Gráfico de segmentos com dados referentes a médias bimestrais.



Fonte: Produzido pelo autor com dados hipotéticos.

Quando a variável tem seus valores definidos por intervalos de classe utilizamos um tipo especial de gráfico conhecido por **histograma**. O **histograma** é constituído de retângulos adjacentes, onde a altura de cada retângulo é a frequência, e a base equivale ao valor da amplitude dos intervalos de classe. Esse tipo de gráfico é utilizado para variáveis quantitativas contínuas. A Figura 5 apresenta um histograma construído com dados hipotéticos.

Figura 5 – Gráfico de Histograma com dados referentes a altura de estudantes.

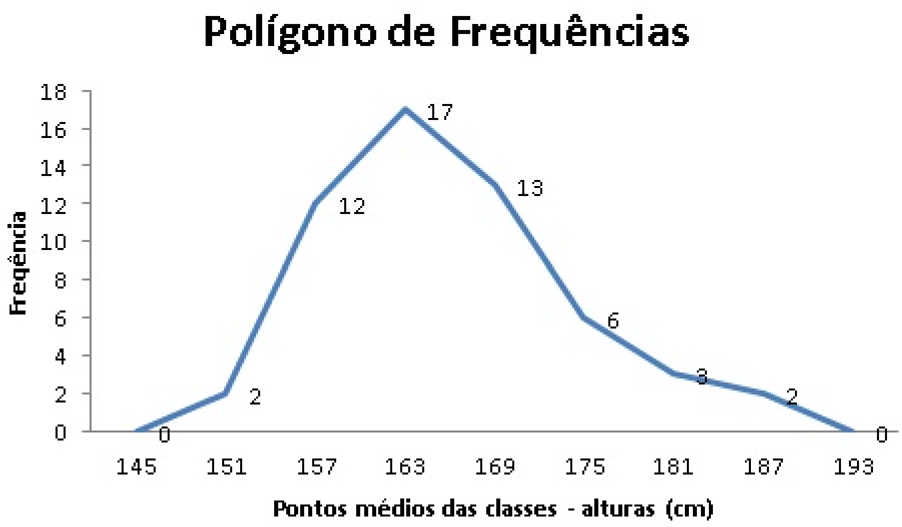


Fonte: http://alexandreprofessor.blogspot.com.br/p/graficos.html

Muitas vezes utilizamos como representante de cada classe o valor médio correspondente, por exemplo 163 representa a classe correspondente a $(160 \vdash 166)$.

Os segmentos que ligam em sequência os pontos médios das bases superiores das barras de um histograma, formam um gráfico de segmentos conhecido como **polígono do histograma**. Esses pontos podem ser calculados tomando como abscissas, os pontos médios, e como ordenadas, a frequência de cada classe. Vejamos no exemplo a seguir como fica o **polígono do histograma** apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Polígono do histograma com dados referentes a altura de estudantes.



Fonte: http://alexandreprofessor.blogspot.com.br/p/graficos.html

Dessa forma percebemos que os dados apresentados em gráficos coloridos e bem editados podem chamar mais atenção do leitor, além de melhorar a leitura e compreensão dos dados apresentados. Alguns dos gráficos apresentados nesta secção foram construídos em uma oficina aplicada em sala de aula, que será descrita e apresentada detalhadamente no Capítulo 3.

É notório que os dados apresentados em gráficos e tabelas tornam as informações mais claras e objetivas. Mas as vezes queremos resumir as informações de maneira mais condensada, ou seja, estabelecendo um valor central em torno delas. Tais valores constituem as **medidas de tendência central** .

Aqui serão consideradas três medidas de tendência central, sendo elas **média aritmética, moda e mediana**, que serão definidas e exemplificadas a seguir.

A **média aritmética**, denotada aqui por $\bar{x}$, é a mais comum e utilizada entre as medidas de tendência central. Em geral, diz-se apenas média, quando se refere à média aritmética. Para obter a média (aritmética) de um conjunto de dados deve-se somar todos os valores do conjunto, e em seguida dividir pela quantidade de elementos do mesmo. Dessa forma, a média aritmética é definida por:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}.$$

Por exemplo, considere que um aluno tenha as seguintes notas: 6,5; 7,5; 9,0; e 7,0.

Então, a média de rendimento deste aluno é

$$\bar{x} = \frac{6,5 + 7,5 + 9,0 + 7,0}{4} = 7,5.$$

No caso em que se tem um conjunto com um número maior de elementos repetidos, utiliza-se a **média ponderada**, denotada por $\bar{x}_p$ e definida por:

$$\bar{x}_p = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{n_1 x_1 + \cdots + n_k x_k}{n_1 + n_2 + \cdots + n_{k-1} + n_k}$$

onde $x_1, x_2, \ldots, x_k$ são os elementos e $n_1, n_2, \ldots, n_k$ são as frequências com que eles se repetem, respectivamente. Por exemplo, o cálculo da média ponderada de acordo com os dados descritos na Tabela 3.

Quando os dados estão divididos em classes, como na Tabela 3, usa-se o ponto médio do intervalo para se calcular a média. Neste caso particular, tem-se

Tabela 3 – Distribuição de indivíduos segundo o peso

Peso(Em classes)	F_a
$30 \vdash 50$	4
$50 \vdash 70$	6
$70 \vdash 90$	7
$90 \vdash 110$	3
Total	20

Fonte: Dados hipotéticos

$$\bar{x} = \frac{40 \cdot 4 + 60 \cdot 6 + 80 \cdot 7 + 100 \cdot 3}{20} = 69.$$

A **mediana**, que será representada por M_d, é uma medida de tendência central definida como o valor que ocupa a posição central de um conjunto de dados, ordenados em ordem crescente ou decrescente. Se o número de elementos do conjunto for ímpar dizemos que a mediana é o valor que ocupa a posição $\frac{n+1}{2}$ onde n é o número de elementos. Por exemplo, para calcular a mediana da sequência: 5, 7, 2, 2, 1, 6, 9, 8 e 6, em primeiro lugar organizam-se os números em ordem crescente, ficando:

$$1, 2, 2, 5, 6, 6, 7, 8 \text{ e } 9.$$

Daí, como há 9 elementos, a mediana ocupa a posição $\frac{9+1}{2} = 5$. Logo a mediana é o valor na 5ª posição, ou seja, $M_d = 6$.

Se o número de elementos do conjunto for par, a mediana é o valor da média dos valores que ocupam as posições $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$ onde n é o número de elementos. Por exemplo, ordenando a sequência

$$5, 7, 2, 2, 1, 7, 9, 8, 6 \text{ e } 9,$$

obtém-se

$$1, 2, 2, 5, 6, 7, 7, 8, 9 \text{ e } 9.$$

A sequência tem 10 elementos, então $\frac{n}{2} = \frac{10}{2} = 5$ e $\frac{n}{2} + 1 = 6$. Assim, a mediana é será a média dos valores que ocupam a 5ª e a 6ª posição, isto é,

$$M_d = \frac{6+7}{2} = 6,5.$$

A **moda**, denotada por M_o, é uma medida de tendência central definida como o valor que ocorre com mais frequência em um grupo de valores observados. Se, por exemplo, deseja-se determinar a moda da amostra 9, 7, 2, 2, 1, 7, 9, 8, 6 e 9, então encontra-se que a moda é 9, pois o nove é o valor que aparece com maior frequência.

Em alguns casos podemos ter mais de uma moda, como por exemplo na amostra 9, 7, 7, 2, 1, 7, 9, 8, 6 e 9. Os valores 9 e 7 aparecem 3 vezes cada, enquanto os outros menos do que isso. Nesta situação, diz-se que a amostra tem mais de uma moda, a saber 7 e 9.

Quando não há repetição de números, dizemos que não existe moda.

As medidas de tendência central, têm como principal objetivo concentrar em um único valor um conjunto de valores de uma variável quantitativa, porém em alguns casos elas são insuficientes devido a **variabilidade** dos dados. Nestes casos, é necessário calcular novas medidas, conhecidas como **medidas de dispersão**, que dão uma ideia da variabilidade amostral.

A **amplitude** é uma medida de dispersão simples de se calcular. Define-se a amplitude de uma amostra, A_p, como sendo a diferença entre o maior e o menor valor de uma determinada amostra. Imagine uma situação hipotética em que cinco alunos fizeram uma prova de 45 questões e os números de acertos de cada aluno foram:

$$27, 43, 28, 35 \text{ e } 12.$$

Como o maior valor amostral é 43 e o menor é 12, segue que:

$$A_p = 43 - 12 = 31.$$

Este resultado é interpretado da seguinte forma: o aluno que respondeu corretamente o maior número de questões, acertou 31 a mais, do que aquele que respondeu corretamente o menor número de questões.

Se em um conjunto de dados existe uma discrepância entre o menor e o maior valor, nem as medidas de tendência central nem a amplitude descrevem bem os dados. Neste caso devemos recorre à medida conhecida como **Variância**.

A **Variância** é uma medida de dispersão que dá a ideia da variabilidade dos dados em torno da média, e será denotada por σ^2. Para uma amostra $x_1, x_2, \ldots, x_n$ definimos **Variância**-(σ^2), por:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n},$$

onde x_i é um elemento da sequência e $\bar{x}$ é a média aritmética.

Quanto mais próximo de zero for a variância, menor será a dispersão do conjunto.

Vejamos um exemplo: imagine que cinco alunos fizeram uma prova de 35 questões e os números de acertos de cada aluno foram:

$$27, 23, 28, 35 \text{ e } 32.$$

Com base nestes dados concluí-se que

$$\bar{x} = \frac{27 + 23 + 28 + 35 + 32}{5} = 29.$$

Consequentemente,

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\bar{x} - x_i)^2}{n} =$$

$$= \frac{(27-29)^2 + (23-29)^2 + (28-29)^2 + (35-29)^2 + (32-29)^2}{5} = 17,2.$$

Apesar de se observar a dispersão de um conjunto com a variância, não é seguro tomar decisões diretamente a partir deste resultado, pois os desvios, $(x_i - \bar{x})$ estão elevados ao quadrado. Dessa forma, definiu-se uma nova medida de dispersão chamada **desvio padrão**.

O **desvio padrão** é uma ferramenta bastante importante para a apreciação dos dados, uma vez que o mesmo é expresso na mesma unidade dos valores observados no conjunto. Desvio padrão será denotado por σ e dado pela pela raiz quadrada da variância, ou seja,

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}.$$

Dessa forma se queremos calcular o desvio padrão do exemplo anterior basta fazer:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{(27-29)^2 + (23-29)^2 + (28-29)^2 + (35-29)^2 + (32-29)^2}{5}} = \sqrt{17,2} \approx 4,147.$$

2.3 Conceitos Básicos de Probabilidade

A Teoria das Probabilidades é um ramo da Matemática que trata de modelos para representar experimentos ou fenômenos aleatórios, ou seja, permite construir modelos matemáticos que nos fornecem estratégias para tomar decisões.

Um **fenômeno aleatório**, ou experimento aleatório, é aquele que repetido sob as mesmas condições podem produzir resultados diferentes. O conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório é chamado de **espaço amostral** e será denotado por S. Os subconjuntos de S são chamados de **eventos**. Um conjunto formado por um único ponto do espaço amostral é chamado de **evento simples**. Além disso, quando um evento nunca ocorre ele é chamado de **evento impossível** e quando ele ocorre sempre, é chamado de **evento certo**.

Exemplo:

Se uma moeda não adulterada é lançada e observa-se a face que ficou voltada para cima, então S={cara,coroa}. Desta maneira, há quatro possibilidades de eventos, sendo elas: A={cara}, B={coroa}, S e $\emptyset$, sendo S o evento certo, $\emptyset$ o evento impossível, A e B eventos simples.

Claramente que, sendo os eventos e o espaço amostral conjuntos, usam-se entre eles as operações entre conjuntos como união, intersecção, complementar e diferença.

Definição:

Probabilidade é uma função que associa a cada evento A de um espaço amostral S um número $P(A)$, de modo que

i) Para todo evento A, $0 \leq P(A) \leq 1$;

ii) $P(S) = 1$;

iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, se A e B são eventos **mutuamente excludentes**, ou seja, $A \cap B = \emptyset$.

O teorema a seguir contém algumas das principais propriedades de uma probabilidade.

Teorema: Se A e B são eventos de S, e $\bar{A}$ o complementar de A, ou seja, $\bar{A} = S - A$ então:

i) $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

ii) $P(\emptyset) = 0$.

iii) $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$.

iv) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

v) Se $B \subseteq A$ então $P(A) \geq P(B)$

Demonstração:

i) Sabe-se que
$$A \cap \bar{A} = \emptyset \text{ e } A \cup \bar{A} = S.$$
Então, usando a definição de probabilidade,
$$\begin{aligned} P(A \cup \bar{A}) &= P(S) \\ P(A) + P(\bar{A}) &= 1 \\ P(A) &= 1 - P(\bar{A}). \end{aligned}$$

ii) Claramente,
$$S \cap \emptyset = \emptyset \text{ e } S \cup \emptyset = S.$$
Logo,
$$\begin{aligned} P(S \cup \emptyset) &= P(S) \\ P(S) + P(\emptyset) &= P(S) \\ P(\emptyset) &= 0. \end{aligned}$$

iii) Dados dois eventos A e B de um mesmo espaço amostral, pode-se escrever A como
$$A = (A \setminus B) \cup (A \cap B),$$
sendo $(A \setminus B)$ e $(A \cap B)$ disjuntos. Desta maneira,
$$P(A) = P\left[(A \setminus B) \cup (A \cap B)\right] = P(A \setminus B) + P(A \cap B),$$
donde segue que
$$P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B).$$

iv) Sabendo que $A \cup B = (A \setminus B) \cup B$ e que $A \setminus B$ e B são disjuntos,
$$P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(B).$$
Assim, pelo item anterior,
$$P(A \cup B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

v) Se $B \subset A$, então $A \cap B = B$. Deste modo, pelo item iii)

$$P(A) = P(A \setminus B) + P(A \cap B) = P(A \setminus B) + P(B) \geq P(B),$$

pois $P(A \setminus B) \geq 0$.

No ensino médio, as duas formas mais vistas de se calcular probabilidades são a clássica e a frequentista.

A **probabilidade no modelo clássico** ocorre quando em um fenômeno aleatório, com espaço amostral finito, e considerando que todo evento elementar tem a mesma chance de ocorrer. Daí dizemos que a probabilidade de ocorrer um evento A, indicada por $P(A)$, é um número que mede essa chace dado por:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } S} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Ou ainda;

$$P(A) = \frac{\text{número de resultados favoravéis}}{\text{número total de resultados possíveis}}$$

A **probabilidade no modelo frequentista** ocorre quando se repete uma experiência n vezes e observa-se a frequência de ocorrência do evento A. Se o evento A ocorrer m vezes, então

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Ou seja o número de vezes que A ocorreu dividido pelo número de vezes que se repetiu a experiência.

Exemplo:

Suponha que existe um grupo de 50 alunos, onde 35 estudam álgebra e 40 estudam geometria. Sabe-se que todos os alunos estudam pelo menos uma das duas disciplinas. Se um aluno é sorteado ao acaso, qual é a probabilidade de ele

a) estudar geometria.

b) não estudar álgebra.

c) estudar álgebra, mas não geometria.

Solução: Definindo os eventos

$$A : \text{o aluno estuda álgebra}$$

e

$$G : \text{o aluno estuda geometria},$$

pelo enunciado, usando o modelo frequentista e as propriedades de probabilidade, segue que

a) $P(G) = \frac{40}{50} = 0,8.$

b) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{35}{50} = \frac{15}{50} = 0,3.$

c) O fato de que

$$P(A \cup G) = P(A) + P(G) - P(A \cap G)$$

e o fato de todos os alunos estudarem pelo menos uma das duas disciplinas implicam que

$$\frac{35}{50} + \frac{40}{50} - P(A \cap G) = 1$$

ou seja

$$P(A \cap G) = \frac{25}{50}.$$

Daí

$$P(A \setminus G) = P(A) - P(A \cap G) = \frac{35}{50} - \frac{25}{50} = \frac{10}{50} = 0,2.$$

Definição: Dados dois eventos A e B, com $P(A) \neq 0$, a **probabilidade condicional** de B na certeza de ocorrência do evento A é:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$$

Na resolução de questões muitas vezes é útil usar a relação:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B)$$

que é uma consequência da definição.

Exemplo:

Uma urna contém 10 bolas sendo 3 pretas e 7 brancas. Retirando-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas dessa urna, calcule:

a) a probabilidade da segunda bola ser branca dado que a primeira foi branca.

b) a probabilidade de ambas serem brancas.

Solução: Considere os eventos

$$B_1 : \text{a primeira bola é branca}$$
$$B_2 : \text{a segunda bola é branca}$$
$$P_1 : \text{a primeira bola é preta}$$
$$P_2 : \text{a segunda bola é preta.}$$

a) $P(B_2|B_1)$ é a probabilidade da segunda bola ser branca sabendo que a primeira foi branca. Como sabemos que foi retirada uma bola branca, temos então seis bolas brancas de um total de 9 bolas restantes na urna.Logo:

$$P(B_2|B_1) = \frac{6}{9}$$

b) A probabilidade que se deseja calcular é $P(B_1 \cap B_2)$. Logo usamos:

$$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1).P(B_1|B_2) = \frac{7}{10}.\frac{6}{9} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}.$$

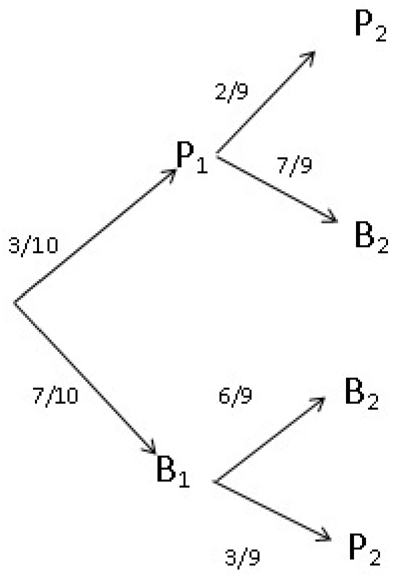
Outra forma bastante utilizada nestes cálculos é a **árvore das possibilidades**. Sua grande vantagem é não precisar memorizar fórmulas para realizar os cálculos. Na Figura 7 a seguir pode-se ver a árvore das possibilidades do exemplo apresentado. Neste diagrama foram colocadas no primeiro galho, as probabilidades da primeira bola ser branca ou preta, no segundo galho que sai de P_1 e, no terceiro que sai de B_1, foram colocadas as probabilidades condicionais da extremidade de cada galho na certeza da origem dos galhos. Ou seja no galho que sai de P_1 estão, $P(P_1|P_2)$ e $P(P_1|B_2)$ e no galho que sai de B_1 estão $P(B_1|P_2)$ e $P(B_1|B_2)$.

Para calcular uma probabilidade agora basta percorrer todos os caminho que levem a ela e depois somar. Por Exemplo:

$$P(B_1 \cap B_2) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}.$$

$$P(B_2) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{63}{90} = \frac{7}{9}.$$

Figura 7 – Árvore das possibilidades para o exemplo em que se retira ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas de uma urna que contém 10 bolas sendo 3 pretas e 7 brancas.



Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

2.4 Inferência Estatística

Quando se deseja fazer uma pequisa de opinião pública, algumas vezes é possível levar em conta a opinião de toda a população. Neste caso, diz-se que foi feito um **censo**. Mas nem sempre isso é possível. Por exemplo, se você vai considerar a opinião de uma turma de ensino médio com 22 estudantes sobre determinado assunto, pode-se fazer um censo. Mas se o objetivo é fazer uma prévia da disputa eleitoral em Campina Grande, não é viável, por questões de tempo e dinheiro especialmente, fazer um censo. Neste caso, considera-se fazer a pesquisa considerando uma amostra da população alvo e usar os resultados para deduzir ou **inferir** sobre o que acontece na população. Este tipo de dedução ou inferência chama-se **inferência estatística**.

A inferência estatística não é um conteúdo visto no ensino médio, no entanto faz parte do nosso cotidiano pois aparece em muitas pesquisas. Aqui, será abordado apenas um aspecto da inferência estatística, que é a estimação pontual. Na **estimação pontual** usa-se uma função da amostra para estimar ou representar uma quantidade desconhecida da população, como média, variância ou proporção. Há uma teoria matemática/probabilística para encontrar essas funções da amostra, as quais são chamadas **estimadores**. Para maiores detalhes, pode-se pesquisar bibliografia específica da área.

Neste trabalho, foi feita a estimação de probabilidade teórica, o que é feito se dá usando a frequência relativa, a qual já foi definida anteriormente.

3 Aplicação

Neste capítulo vamos apresentar a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Arruda Câmara, onde foram aplicadas as oficinas envolvendo os conteúdos abordados na fundamentação teórica, como também as atividades realizadas com descrição, metodologia, aplicação e resultados das mesmas.

3.1 Descrição da Escola e Educandos

A Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Arruda Câmara fica localizadoa no município de Pombal-PB, no Sertão da Paraíba, às margens da BR-230. Sua infraestrutura é boa, pois a mesma acaba de passar por uma reforma e recentemente foi climatizada.

Figura 8 – E.E.E.F.M. Arruda Câmara.

Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

A Escola possui cerca de 800 alunos, distribuídos em Ensino Fundamental e Médio (Normal e EJA), nos três turnos. Sua estrutura física conta com 18 salas de aulas, uma biblioteca e laboratórios de informática, ciências, matemática e robótica.

A referida escola dispõem ainda de aparelhos de TV, DVD, *data shows*, entre outros aparatos eletrônicos e livros didáticos que podem ser utilizados pelos professores no decorrer das aulas. A escola também foi contemplada 5 vezes com o Prêmio **Escola de Valor**, promovido pela Secretaria de Educação do Estado da Paraíba, para escolas que atingem metas propostas pelo governo.

As oficinas foram aplicadas no 3º Ano B, que tem 22 alunos com idades entre 15 e 18 anos. A turma tem alunos que gostam de matemática e também aqueles que não gostam; na maioria das vezes por falta de interesse ou deficiência na aprendizagem.

3.2 Descrição e Aplicação de oficinas

Nesta seção serão descritas as oficinas trabalhadas e apresentados os resultados da aplicação. A maior parte destas oficinas foi retirada do Ativestat disponível no site https://www.ime.usp.br/ativestat e adaptadas pelo autor e sua orientadora e outras, ainda, surgiram de ideias próprias.

3.2.1 Oficina 1 - Horas dormidas

Descrição da Oficina 1

Iniciamos com uma discussão entre o professor e os estudantes sobre o que pode interferir na quantidade de horas dormidas. Fazendo as seguintes indagações:

- Será que meninos dormem mais do que meninas?
- Quem pratica esporte dorme mais?
- Quem passa muito tempo na internet dorme menos?

Em seguida as variáveis serão escolhidas a partir da discussão em sala com os alunos. Para evitar complicações na análise, a variável **horas dormidas** deve ser anotada em valores inteiros de horas. Com a coleta completada, construa junto com os estudantes, na lousa, uma tabela que contém a quantidade de horas que cada um dorme normalmente e as outras variáveis que escolheram estudar, como por exemplo gênero (menina ou menino).

Em seguida peça para cada estudante fazer tabelas, gráfico de pizza e gráficos de barras com as frequências de cada variável coletada utilizando computadores ou papel e lápis. Organize grupos para comentar sobre o comportamento das variáveis.

Pode-se ainda estudar o efeito das outras variáveis sobre as horas dormidas. Por exemplo, faça um gráfico separado para cada resposta sobre prática de esportes; isto é, compare as horas de sono dos que praticam com os que não praticam esportes e verifique se aparecem diferenças. Peça que os estudantes comentem. De modo similar, estude a influência das outras variáveis que tiverem sido coletadas. Concluímos em uma discussão com os seguintes questionamentos.

- Qual a conclusão da influência de cada variável estudada?
- Encontraram alguma coisa que tende a atrapalhar a quantidade de horas dormidas?
- Algum fator existente aumenta essas horas?

Esta oficina é uma versão adaptada de uma atividade proposta no Ativestat - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, disponível no site:https://www.ime.usp.br/ativestat. A mesma foi realizada em 4 horas/aula, e foi dividida em duas etapas, onde na primeira fizemos o levantamento dos dados e na segunda foi feita a discussão dos resultados.

Aplicação da Oficina 1

Nesta oficina o professor iniciou expondo o conteúdo referente a tabelas e gráficos conforme foi mostrado na fundamentação teórica de gráfico. Em seguida, o professor iniciou uma discussão sobre o número de horas dormidas e sua influência em outras atividades, se utilizando das indagações propostas na descrição da oficina. Em meio à discussão foi decidido que cada aluno responderia as seguintes perguntas:

- Quantas horas você dorme por dia?
- Você fica na Internet até tarde da noite?
- Você pratica esporte ou algum outro tipo de atividade física?

Após todos os alunos responderem os questionamentos, o professor construiu no quadro uma tabela anotando os resultados de cada educando obtendo como resultado os dados da Tabela a seguir:

Tabela 4 – Tabela de frequências construída com dados sobre os alunos do 3º B.

Aluno	**Gênero**	**N de h. dor.**	**Pratica At. F.**	**Fica até tarde na Internet**
Aluno 1	F	7	N	S
Aluno 2	F	6	N	S
Aluno 3	M	8	N	S
Aluno 4	F	6	N	S
Aluno 5	F	10	N	S
Aluno 6	M	8	N	S
Aluno 7	M	5	S	S
Aluno 8	M	8	N	S
Aluno 9	M	8	N	S
Aluno 10	M	2	N	S
Aluno 11	M	5	N	S
Aluno 12	M	7	S	N
Aluno 13	F	5	N	S
Aluno 14	M	6	S	S
Aluno 15	M	7	S	N
Aluno 16	M	7	S	S
Aluno 17	F	9	N	N
Aluno 18	M	7	S	N
Aluno 19	F	5	N	S

Fonte: Levantamento de dados junto aos alunos que participaram da oficina.

Nesta tabela temos o gênero representado por feminino - **(F)** ou masculino - **(M)**, e em prática de atividade física (coluna 4), e tempo na internet (coluna 5), representemos (Sim) por **(S)** e (Não) por **(N)**.

Dando continuidade, os alunos foram convidados a construir gráficos de pizza e barras utilizando os dados da tabela. Os mesmos optaram por fazer esta atividade usando computador conforme mostra a Figura 9.

Figura 9 – Oficina 1: Alunos e professor construindo gráficos utilizando o computador.

Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

Os gráficos apresentados nas Figuras 1, 2 e 3 do Capítulo 2 foram construídos pelos alunos nesta oficina. Em seguida, os educandos discutiram os resultados da pesquisa analisando se a prática de esportes e o uso em abuso da Internet influenciam na quantidade de horas dormidas. Por fim, fizemos uma discussão com os seguintes questionamento:

- Qual a conclusão da influência de cada variável estudada?
- Encontraram alguma coisa que tende a atrapalhar a quantidade de horas dormidas?
- Algum fator existente aumenta essas horas?

Onde os alunos observaram que o tempo que passamos na internet, e a prática esportes ou outras atividades físicas, podem influenciar no número de horas dormidas.

3.2.2 Oficina 2 - Argumentar com números

Descrição da Oficina 2

O objetivo desta atividade é explorar a coleta de informações pelos estudantes para dar suporte às suas opiniões. Não queremos com esta atividade apenas reproduzir argumentos encontrados em algumas fontes pesquisadas, mas sim reforçar as suas opiniões sobre determinados temas utilizando-se de dados estatísticos para fortalecer a sua tese.

Esta pode ser considerada uma das melhores formas de um estudante entender a importância da estatística em seu cotidiano e o quanto a mesma está presente na sociedade.

Esta oficina consiste em fazer com que os alunos busquem defender pontos de vistas fundamentando-se em dados estatísticos e deve ser aplicada em duas aulas.

Na primeira aula o professor propõe alguns conteúdos atuais e polêmicos, de preferência que deixem os estudantes com opiniões divididas tais como:

- Habilitação para dirigir aos 16 anos;
- Celular em sala de aula;
- Legalização do aborto;
- Escolas em tempo integral;
- Maioridade penal aos 16 anos;
- entre outros temas, que podem ser sugeridos pelos próprios educandos.

Em seguida, os alunos escolhem um ou dois temas, dependendo da quantidade de alunos da classe. Escolhidos o(s) tema(s), dividimos a sala em grupos a favor e contra. Ainda nessa aula são discutidos os meios(fontes) que cada grupo vai se utilizar para defender suas opiniões. O professor deve dar o prazo de uma semana para que os alunos possam pesquisar, ou até mesmo fazer pesquisas de opinião, sobre os posicionamentos que pretendem defender.

Na segunda aula, que deve ocorrer uma semana depois, o professor deve conduzir uma apresentação de cada grupo expondo os argumentos pesquisados. Na apresentação devem conter gráficos, tabelas, entre outros meios estatísticos para enriquecer a apresentação.

Para finalizar, após cada apresentação, o professor deve dar um tempo para que o restante da turma possa se pronunciar a respeito dos argumentos apresentados.

Esta atividade também é adaptada de Ativestat - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo e está disponível no site https://www.ime.usp.br/ativestat. A mesma reflete o quanto a matemática está presente em nossas vidas e também é uma excelente forma de se trabalhar a interdisciplinaridade em sala de aula.

Aplicação da Oficina 2

Inicialmente o professor sugeriu as opções de temas citados acima e os alunos decidiram entre eles que iriam trabalhar com os seguintes temas: **Maioridade penal e Legalização do aborto**, visto que consideraram os assuntos mais interessantes e discutidos na atualidade.

Os alunos foram divididos em quatro grupos sendo um a favor e outro contra cada tema, citado anteriormente. Os grupos se reuniram para tratar como seria sua apresentação e quais meios de pesquisa seriam utilizados.

Figura 10 – Oficina 2: Alunos e professor organizando a apresentação.

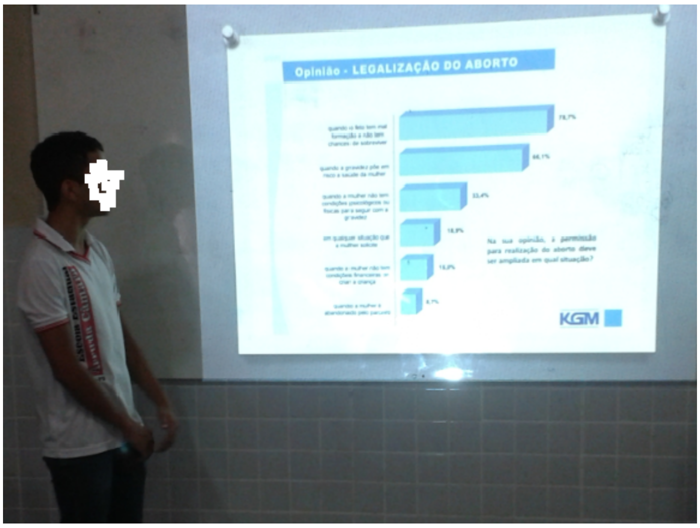
Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

Foi dado o prazo de duas semanas para que cada grupo elaborasse uma apresentação utilizando dados estatísticos para defender sua posição sobre legalização do aborto e maioridade penal.

O segundo momento da realização da Oficina 2, ocorreu duas semanas depois de definidos os temas, e nesse momento cada grupo tinha um determinado tempo para expor sua apresentação em forma de seminário. Os dois primeiros grupos se posicionaram um a favor, e o outro contra a legalização do aborto.

O terceiro e o quarto grupos posicionaram-se um a favor e o outro contra a maioridade penal aos 16 anos. Para fundamentar seus argumentos os alunos se basearam em dados estatísticos adquiridas em pesquisas próprias e em fontes como internet, jornais e revistas. As Figuras 11 e 12 apresentam imagens das apresentações.

Figura 11 – Oficina 2: Alunos apresentando dados estatísticos utilizando gráfico de barras.



Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

Figura 12 – Oficina 2: Alunos apresentando dados estatísticos utilizando gráfico de setores.

Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

Durante a apresentação tiveram momentos de intervenção dos outros grupos e, ao final do trabalho, o professor perguntou se eles perceberam o quanto os dados estatísticos são importantes na hora de expor opiniões sobre determinados conteúdos e que a Matemática está presente de forma fundamental em outras áreas do conhecimento.

3.2.3 Oficina 3 - Quem tem melhor noção de medida, homens ou mulheres?

Descrição da Oficina 3

Esta atividade tem como objetivo fazer com que os alunos tenham uma melhor noção de medidas como **centímetros** e **metros** e também reforçar a compreensão de conceitos como média, moda, mediana, variância, amplitude e desvio padrão. Isto é importante porque muitos alunos aprendem a calcular estas medidas de forma mecânica, através de procedimentos algébricos, mas não compreendem suas definições e significados.

Nesta oficina os alunos foram divididos em dois grupos **meninos** e **meninas**, onde cada participante de cada um dos dois grupos deve retirar de uma fita um tamanho pré determinado, sem o auxílio de metros e réguas, ou seja apenas pela ideia que o mesmo tenha do tamanho fixado.

Depois que todos os alunos tiverem retirado seus pedaços de fita, com o auxílio de uma fita métrica, devemos observar e anotar todos os valores, separando entre medidas retiradas por meninos (Grupo 1) e meninas (Grupo 2). Em seguida observamos qual grupo chegou mais perto da medida desejada.

Para isto, o professor deve pedir que os alunos de um grupo calculem medidas de tendência central - (média, moda e mediana) e medidas de dispersão - (amplitude, variância e desvio padrão) dos valores do outro grupo.

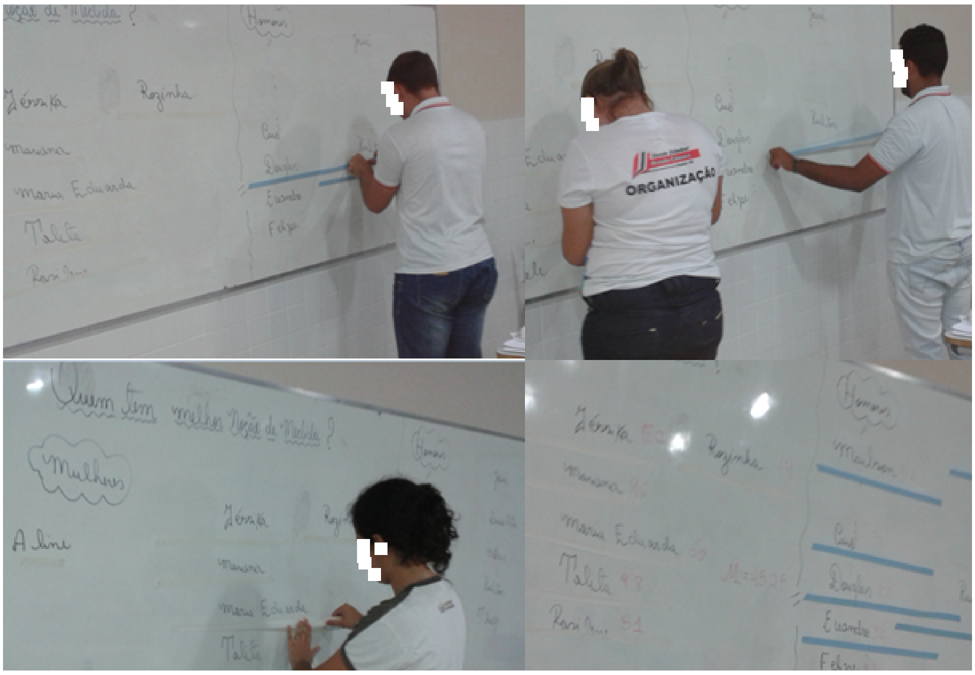
Feito os cálculos, o professor deve anotar os valores obtidos no quadro, relembrar com os alunos os conceitos dos valores que foram calculados e definir qual grupo teve mais regularidade na procura pelo determinado valor.

Esta oficina foi uma ideia do autor juntamente com sua orientadora e serve para que os alunos possam compreender melhor alguns conceitos estatísticos e suas aplicações cotidianas.

Aplicação da Oficina 3

Inicialmente o professor dividiu os alunos em dois grupos: **meninos** e **meninas**. Cada aluno foi convidado a retirar sem a ajuda de uma fita métrica, uma medida de 50 cm. Ficou decidido que os meninos retiravam de um rolo de fita azul e as meninas de um rolo de fita branca, e em seguida, escreviam seu nome no quadro branco e colavam a fita abaixo. A Figura 13 tem imagens da realização desta oficina.

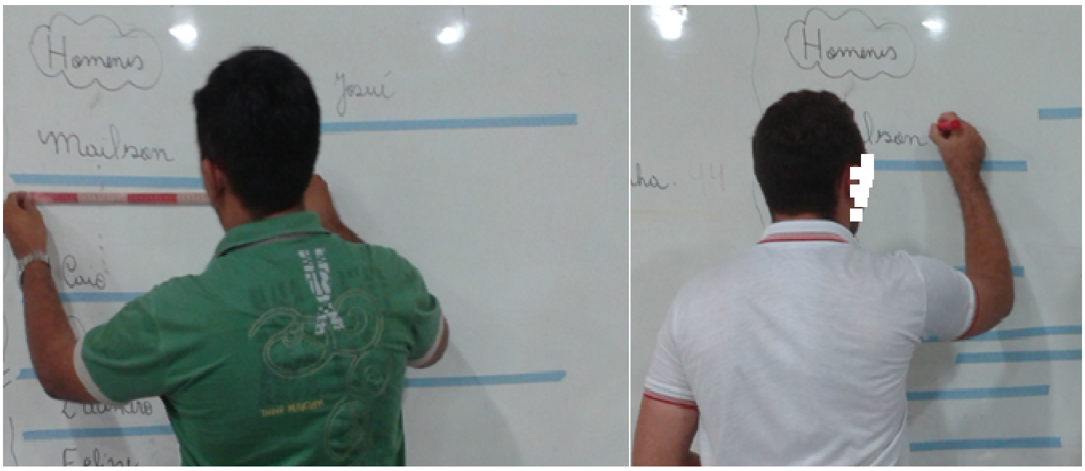
Figura 13 – Oficina 3: Alunos retirando 50cm da fita.



Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

Dando continuidade, o professor, juntamente com os educandos e o auxílio de uma fita métrica, anotou a medida real retirada por cada aluno separando os valores das meninas e dos meninos. A Figura 14 tem fotos deste momento da oficina.

Figura 14 – Oficina 3: Obtendo os valores reais retirados por cada aluno.



Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

Depois desta etapa cada grupo calculou a média, a moda, a mediana, a amplitude, variância e o desvio padrão das medidas obtidas. Essas quantidades foram calculadas para cada grupo separadamente. Em seguida comparamos os valores, e foi possível verificar quem chegou mais próximo da medida desejada.

Nesta aula estavam presentes 15 alunos sendo 8 meninas e 7 meninos. Um fato bastante interessante e que contribuiu para uma melhor explicação dos conceitos das medidas que foram calculadas foi que uma das meninas retirou uma medida de 12 centímetros que é um valor muito distante de 50 cm. As medidas para meninos e meninas podem ser vistas na Tabela 5

Tabela 5 – Oficina 3: Medidas de posição e dispersão para os valores obtidas por meninos e meninas.

Medida	Feminino	Masculino
Média	$45,25cm$	$59cm$
Mediana	$53cm$	$56cm$
Amplitude	$32cm$	$21cm$
Variância	$178cm^2$	$53,14cm^2$
Desvio padrão	$13,4cm$	$7,289cm$

Fonte: Dados obtidos por alunos durante a oficina.

Para finalizar a aula, ainda foram abordados os conceitos e as diferenças existentes entre: média, moda, mediana, amplitude, variância e desvio padrão. Nesta parte o professor explicou porque apesar das meninas terem sido melhores do que os homens nas medidas de tendência central, nas medidas de dispersão os homens foram melhor, visto que uma das meninas retirou uma medida muito distante de 50 cm.

3.2.4 Oficina 4 - Seu dado é honesto?

Descrição da Oficina 4

Inicialmente dividimos a sala em duplas e entregamos a cada dupla um dado (podendo ser honesto ou não) cuja probabilidade de ocorrência de cada face é desconhecida, cabendo aos estudantes após fazer o lançamento deste dado seis vezes, responder o seguinte questionamento: **seu dado é honesto?**

Cada dupla de estudantes deve lançar o dado seis vezes, e construir uma tabela anotando todos os resultados antes de responder os questionamentos. Por fim, o professor constrói uma tabela no quadro onde anota os resultado e as conclusões de cada dupla, nos moldes da Tabela 6.

Tabela 6 – Tabela de frequências construída com dados sobre lançamentos de dados.

Face	1	2	3	4	5	6	Honesto
Resultado da dupla 1	2	1	0	1	0	2	Sim
Resultado da dupla 2	3	1	0	1	1	0	Não
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Fonte: Produzido pelo Autor com dados hipotéticos.

Terminada a construção, o professor promove uma discussão geral onde apresenta os conceitos de **inferência** e **aleatoriedade** mencionando que seis lançamentos é uma quantidade insuficiente para concluir sobre a honestidade de um dado, pois o erro envolvido na estimação é muito grande.

Como não é possível fazer infinitos lançamentos para chegar a uma conclusão, a inferência estatística pode estabelecer tamanhos de amostras para chegarmos a uma proximidade do que queremos, ou seja, quanto maior o espaço amostral em uma pesquisa ou experimento, mais próximo chegamos do resultado real.

Esta atividade foi retirada de Ativestat e está disponível no site https://www.ime.usp.br/ativestat. A mesma explora intuitivamente ideias de aleatoriedade e inferência sem entrar em detalhes técnicos, que são apresentados no nível superior.

Aplicação da Oficina 4

Inicialmente o professor pediu que os educandos formassem duplas e entregou a cada dupla um dado. Em seguida os alunos foram convidados a lançar um dado seis vezes e responder o questionamento: "**Seu dado é honesto?**" através da construção de uma tabela. A Figura 15 tem fotos de alunos participando dessa atividade.

Figura 15 – Oficina 4: Alunos lançando o dado e anotando os resultados obtidos.

Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

Dando continuidade, o professor construiu uma tabela no quadro onde anotou os resultados e as conclusões de cada dupla conforme pode ser visto nas fotos que estão na Figura 16. Posteriormente foi discutido em sala o conceito de inferência e constatou-se que seis lançamentos não é o suficiente para afirmar se um dado é honesto, pois o erro envolvido nesta estimação é muito grande.

Figura 16 – Oficina 4: Fotos da segunda parte da atividade, onde o professor constrói na lousa tabela com os resultados dos lançamentos e conclusões de cada dupla.

Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

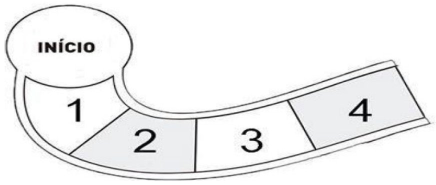
Estendendo a discussão, o professor explicou que a **inferência estatística** possibilita estabelecer o tamanho da amostra que possa minimizar os possíveis erros envolvidos em uma pesquisa ou experimento, foram ainda tratados exemplos cotidianos de inferência como pesquisas de opinião pública.

3.2.5 Oficina 5 - Jogo da mini trilha

Descrição da Oficina 5

A oficina trabalhou conceitos de probabilidade e o uso de inferência informal. A mesma é inspirada no Jogo de Trilha (Figura 17).

Figura 17 – Oficina 4: Modelo de mini trilha.



Fonte: https://www.ime.usp.br/ativestat

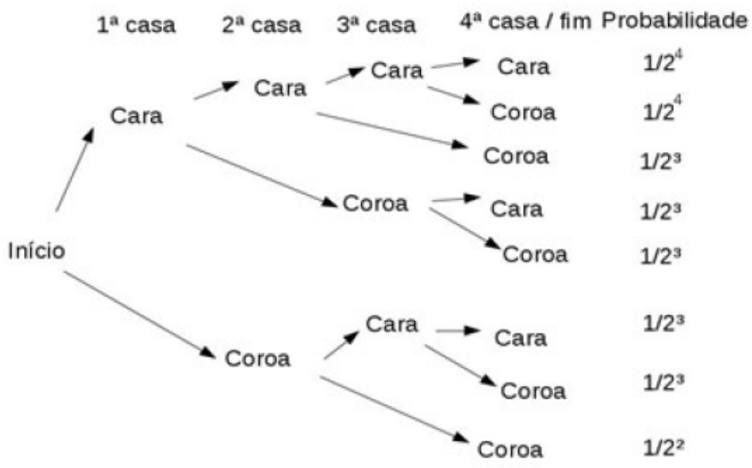
Nesta oficina o professor divide a turma em duplas e pede que cada dupla jogue 10 partidas de um jogo de trilha com 4 casas. Cada partida consiste em mover um peão (grão de milho ou feijão) pela trilha toda, desde a casa "início" até chegar ou ultrapassar a casa "4".

Cada estudante da dupla escolhe a sua face de uma moeda (cara ou coroa). A dupla de estudantes lança a moeda e move o peão na trilha de acordo com o resultado do lançamento. Se o resultado for cara, o peão anda 1 casa; se for coroa, anda 2 casas. Este procedimento é repetido até que o peão alcance ou ultrapasse a 4ª casa (terminando a rodada). Marca um ponto o estudante que tiver escolhido a face obtida no último lance da rodada, isto é, a face resultante no lance que fez o peão atingir ou ultrapassar a casa "4". As rodadas são repetidas 10 vezes e a dupla deve anotar a face vencedora.

Após as 10 rodadas, a dupla calcula a frequência relativa das ocorrências das faces vencedoras. Em seguida o professor pede aos alunos um palpite sobre qual seria a probabilidade de vitória de cada face num próximo jogo. Nesse caso, os estudantes estão fazendo uma inferência informal sobre a probabilidade de ganhar com a moeda utilizada pela dupla. Peça que reflitam sobre a confiança nesse palpite: **quanto maior o número de lançamentos maior a confiança?**

Na sequência, pergunta-se: qual é o valor da probabilidade de vencer usando uma moeda honesta (equilibrada)? O professor aguarda os estudantes trabalharem e pode fazer o cálculo na lousa utilizando probabilidade condicional ou a árvore das possibilidades conforme Figura 18.

Figura 18 – Oficina 5: Árvore das possibilidades até a vitória no jogo mini trilha.



Fonte: https://www.ime.usp.br/ativestat

Somando-se as probabilidades de vitória de cada face, obtém-se:

$$P(\text{vitória de cara}) = \frac{5}{16} = 0,3125$$

$$P(\text{vitória de coroa}) = \frac{11}{16} = 0,6875.$$

O professor discute com os estudantes sobre a relação entre a frequência relativa obtida com a moeda lançada e o cálculo acima. A discussão aqui envolve refletir sobre a honestidade das moedas que foram lançadas e observar que quanto maior for o número de lançamentos de uma moeda honesta, maior será a proximidade da probabilidade desejada. Esta atividade foi proposta pelo projeto Ativestat e está disponível no site https://www.ime.usp.br/ativestat.

Aplicação da Oficina 5

Inicialmente o professor explicou como se daria a oficina, conforme foi descrito acima. Dessa forma os alunos foram convidados a formarem duplas e cada dupla jogou dez partidas e em seguida, calculou a frequência relativa das ocorrências das faces vencedoras. Dando continuidade o professor pediu aos alunos um palpite sobre qual seria a probabilidade de vitória de cada face num próximo jogo. A Figura 19 tem foto da realização da oficina.

Figura 19 – Oficina 5: Alunos jogando mini trilha.

Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

Cada dupla respondeu de acordo com o resultado das dez partidas que havia realizado, por exemplo se em uma dupla cara venceu 3 partidas e coroa 7, então a dupla respondeu que a probabilidade de cara vencer era de 0,3 e a de coroa vencer era de 0,7. Após todas as duplas responderem o professor calculou no quadro a probabilidade de uma partida terminar em cara e em coroa usando a árvore apresentada na Figura 18.

Figura 20 – Oficina 5: Professor calculando a probabilidade da vitória de cara e de coroa no jogo mini trilha.

Fonte: Mailson Matos Pereira (2016)

Na sequência, os resultados reais eram comparados com os dos alunos. O professor somou os resultados de todas as duplas e encontrou a probabilidade de cara vencer igual a 0,33 e 0,77 para coroa, que são valores bem próximos da probabilidade calculada na descrição da oficina.

Por fim, o professor discutiu com os estudantes sobre a honestidade das moedas que foram lançadas e observou que quanto maior for o número de lançamentos de uma moeda honesta maior será a proximidade da probabilidade clássica da vitória de cara ou coroa.

4 Resultados e discussão

No capítulo anterior foram apresentadas as oficinas aplicadas como também a descrição das mesmas. Este capítulo contém os comentários do professor e dos educandos sobre os resultados obtidos com a realização do trabalho.

4.1 Considerações do professor

Conforme foi dito no capítulo anterior, o trabalho foi realizado em uma turma de terceiro ano do ensino médio de escola pública. Inicialmente os alunos demonstraram pouco interesse em participar do projeto visto que já estavam no quarto bimestre e já haviam prestado ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio). Mas, após ser apresentada a metodologia que seria utilizada, os mesmos ficaram curiosos e mais motivados a participar das atividades.

No decorrer da aplicação das oficinas foi possível perceber o entusiasmo dos alunos ao perceberem que poderiam aprender matemática de uma forma mais dinâmica e consequentemente, atrativa. Com as oficinas, conceitos estatísticos e probabilísticos, tais como espaço amostral, população e amostra, medidas resumo, entre outros ficaram mais claros e perceptíveis. E além dos conceitos matemáticos, na oficina "Argumentar com Números", os alunos puderam desenvolver outros aspectos importantes para a sua formação, pois tiveram que estudar assuntos polêmicos e atuais, preparar a apresentação e se expressar, usando dados reais, para defender uma posição favorável ou contrária ao tema discutido.

Um fator bastante interessante foi observar que os alunos que têm um baixo rendimento em Matemática ficam mais interessados, buscam tirar dúvidas, questionam e participam efetivamente da aula, muitas vezes até mais do que os educandos que se destacam na disciplina. Além disso, mesmo aqueles alunos que já tinham notas suficientes para aprovação na série se envolveram com as atividades.

Dessa forma, as oficinas se tornaram uma ferramenta poderosa para melhorar o processo de ensino e aprendizagem de matemática, visto que através desse tipo de atividade, podemos enriquecer o conhecimento dos educandos mostrando a aplicação cotidiana da Matemática e deixando de lado essa ideia carregada pelos alunos, desde o ensino fundamental que esta disciplina é extremamente difícil de se aprender.

Enfim, após a realização das cinco oficinas, foi possível perceber que os alunos eram capazes de ler, interpretar e até mesmo construir gráficos e tabelas, como também calcular média, moda, mediana, amplitude, variância, desvio padrão entre outros, não apenas utilizando fórmulas prontas e de forma mecânica, mas sabendo realmente o conceito e o significado do que se estava calculando.

4.2 Considerações dos alunos

Ao final das oficinas, o professor se reuniu com os alunos e pediu que cada um desse seu ponto de vista sobre a metodologia utilizada.

Todos os alunos elogiaram a metodologia utilizada e relataram que tiveram mais facilidade de aprender através das oficinas, visto que a professora titular já havia ministrado aulas de estatística e probabilidade no decorrer do ano letivo. De acordo com a aluna Maria Eduarda: "As oficinas ajudaram a reforçar o conhecimento obtido em sala de aula, visto que as aulas eram dinâmicas e estimulavam a busca pelo conhecimento, facilitando assim a aprendizagem através de aulas mais produtivas".

Outro fator relatado pelos educandos foi a importância da interação dos laços formados entre aluno e professor através do trabalho em grupo. Segundo o aluno Felipe Queiroga: "Com as oficinas apresentadas, pode-se interagir mais com o professor e com os colegas de classe aumentando assim a proporção de aprendizagem, pois esse método muda o velho padrão e faz com que todos gostem da aula."

Conforme a aluna Iara Freira "As aulas foram dinâmicas devido o uso de material concreto como dados, fitas e outros objetos que facilitavam a compreensão dos conteúdos. Assim essa oficina é uma excelente forma de aprender pois a mesma é interativa e prática".

A aluna Jéssica Bezerra relatou que, através dessas atividades, "o aluno tem liberdade para opinar e participar diretamente da aula, onde os conteúdos são abordados de forma dinâmica fazendo com que os alunos aprendam mais".

De acordo com a aluna Mariana, "essas oficinas nos oferecem uma nova forma de adquirir conhecimento com aulas atrativas e divertidas relacionadas aos conteúdos de estatística e probabilidade, pois métodos como esse, facilitam a aprendizagem a atraem a atenção dos alunos desinteressados".

Na opinião da aluna Maria Talita, "Nestas oficinas o professor conseguiu fugir do tradicional e aumentar a aprendizagem, pois os alunos conseguiram produzir conhecimento ao mesmo tempo que se divertiam. Vejo ainda que é de suma importância trabalhar com esse tipo de atividade, onde aplicamos matemática a outras áreas do conhecimento, pois assim vemos sua verdadeira aplicabilidade".

Segundo a aluna Aline, "os métodos desenvolvidas pelo professor enriquecem o ensino e deveriam ser utilizados por outros educadores, pois os mesmos tornam as aulas mais proveitosas e divertidas".

Enfim, de acordo com os relatos dos alunos, podemos constatar que as oficinas foram aprovadas pelos educandos e que as mesmas podem influenciar de forma significativa e concreta no processo de aprendizagem.

5 Conclusão

A proposta desse trabalho fez com que alunos do terceiro ano de uma escola pública tivessem a oportunidade de trabalhar a matemática sobre uma nova perspectiva, observando sua aplicabilidade social e ao mesmo tempo aprendendo de forma dinâmica e interativa. Sendo assim, o que se esperava era que os alunos fossem mais participativos e, consequentemente, aprimorassem seus conhecimentos em probabilidade e estatística, bem como compreendessem melhor as informações baseadas em dados estatísticos que eles acompanham pelos meios de comunicação.

Na opinião de muitos alunos, matemática é uma disciplina considerada difícil e chata. Isso provavelmente acontece porque o conteúdo geralmente é ministrado de forma mecânica e sem o uso de atividades extra que possam fazer a ponte entre a teoria e a prática. Durante a aplicação das oficinas foi possível perceber envolvimento e participação por parte de todos os presentes. Além disso, os educandos a todo momento deixavam claro que estavam compreendendo melhor o conteúdo e que outros professores deveriam repetir a metodologia.

Antes de trabalhar as oficinas em sala de aula os alunos viram o conteúdo através de aulas expositivas que foram ministradas pela professora titular da turma. Em seguida, foram realizadas cinco oficinas, conforme descrito anteriormente. A primeira delas foi **Horas dormidas**. Nesta oficina os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar com conceitos e construções de tabelas e gráficos utilizando o computador em alguns momentos e puderam também aprender na prática o que seria uma variável. Na segunda oficina, **Argumentar com números**, os educandos aprenderam a reforçar opiniões através de dados estatísticos, como por exemplo, se baseando em pesquisas. Na terceira **Quem tem a melhor noção de medida**, foi possível, através de uma aula dinâmica e interativa, fixar melhor os conceitos de medidas de tendência central e de dispersão. A Quarta oficina **Seu dado é honesto?**, fez com que os alunos compreendessem melhor os conceitos de amostra e inferência. A quinta e última oficina aplicada, **Jogo da mini trilha**, trabalhou de forma lúdica conceitos como: probabilidade, espaço amostral e inferência.

Todas as oficinas foram de suma importância, pois surtiram efeitos positivos na aprendizagem dos educandos. Vale ressaltar que as oficinas apresentadas neste trabalho são apenas algumas sugestões, pois existem várias outras atividades propostas que podem ser encontradas tanto no Ativestat (https://www.ime.usp.br/ativestat), que serviu de base aqui, como também no site do IBGE (http://eventos.ibge.gov.br/escolas-online) e, da Associação Brasileira de Estatística (http://www.redeabe.org.br/site/page_manager/pages/view/canto-da-educacao).

Podemos concluir que a realização das oficinas atingiu o objetivo proposto, pois ao que tudo indica, os alunos se sentiram mais motivados e envolvidos. Obviamente, do ponto de vista do professor, é muito gratificante ver os alunos animados para aprender o conteúdo, inclusive aqueles que não têm muita afinidade com a disciplina. Para melhorar ainda mais o trabalho temos como proposta futura uma ampliação, onde poderíamos aumentar tanto o número de oficinas, quanto o número de turmas participantes, bem como trabalhar em conjunto com professores de outras áreas do conhecimento.

Referências

ARAÚJO, S. P. *A Estatística no Cotidiano Escolar: uma Experiência com Alunos do 3º Ano do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual da Paraíba, 2015. Citado na página 13.

BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Brasília: MEC, 1996. Citado na página 11.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental - Matemática*. Brasília: MEC, 1998. Citado na página 11.

DANTE, L. R. *Matemática: Contexto e Aplicações*. 2ª. ed. [S.l.]: Editora Ática, 2013. Citado na página 13.

DANTE, L. R. *Matemática: Contexto e Aplicações*. 2ª. ed. [S.l.]: Editora Ática, 2013. Citado na página 13.

HOLANDA, A. B. de. *Dicionário Aurélio Básico da Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1998. Citado na página 11.

IEZZI, G. et al. *Matemática: Ciência e Aplicações*. 6a. ed. [S.l.]: Atual Editora, 2010. Citado na página 13.

LIMA, E. L. *Matemática do Ensino Médio*. 6ª. ed. [S.l.]: SBM, 2006. Citado na página 13.

VIEIRA, S. *Elementos de Estatística*. 6ª. ed. [S.l.]: Editora Saraiva, 2010. Citado na página 13.

VIRGILLITO, S. B. *Estatística Aplicada*. [S.l.]: Editora Alfa-omega, 2004. Citado na página 13.