SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

UMA ABORDAGEM DE SISTEMA DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS.

MILTON ROBERTO PEREIRA DA SILVA

Rio de Janeiro
2017

MILTON ROBERTO PEREIRA DA SILVA

UMA ABORDAGEM DE SISTEMA DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.
Área de concentração: Ensino de Matemática

ORIENTADOR: Professor Roberto Imbuzeiro de Oliveira

Rio de Janeiro
2017

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus.

Agradeço a minha família, pelo apoio e compreensão.

Agradeço a todos os meus amigos de mestrado.

Agradeço a todos os meus alunos e colegas de trabalho, pela aprendizagem da mediação com os desafios, encontros e desencontros na prática cotidiana.

Agradeço ao professor Imbuzeiro por acreditar no meu projeto e por todos os seus ensinamentos.

"Ensinar não é transferir conhecimento,
mas criar as possibilidades para a sua
própria produção ou a sua construção."

Paulo Freire

RESUMO

O desenvolvimento deste trabalho visa auxiliar o professor no ensino de sistema de equações com duas incógnitas do primeiro grau. Analisamos o material proposto pela Secretaria Municipal do Rio de Janeiro e sugerimos uma outra proposta. Que desperte o interesse dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e do corpo docente. Tal modelo visa privilegiar o conhecimento pré-existente do aluno e incentivar ao professor nas suas práticas. Apresentamos uma proposta dentro das diretrizes dos documentos que orientam a educação do município do RJ.

Palavras-chave: sistema de equações, apostila, escola pública, proposta de aula, melhorias.

ABSTRACT

This work aims to assist the teacher in the teaching of equations system with two unknowns of the first degree. We analyze the material proposed by the Municipal Secretary of Rio de Janeiro and we suggest another proposal. That awakens the interest of the students of the 7th year of Elementary School and the faculty. This model aims to privilege the student's existing knowledge and to encourage the teacher in his practices. We present a proposal within the guidelines of the documents that guide the education of the municipality of RJ.

Keywords: System of equations, handout, public school, lesson proposal, improvements.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Através das experiências adquiridas ao longo dos últimos anos no magistério, pude perceber que o ensino de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas é encarado com grande dificuldade pelos alunos da rede municipal do Rio de Janeiro. A maior dificuldade por parte dos alunos é com o início do estudo das operações algébricas. Acredito que essa dificuldade pode ter origem na forma como o conteúdo é abordado pelo livro didático e pela apostila adotada pela rede municipal.

Neste contexto, este trabalho pretende analisar o material utilizado atualmente pela rede municipal de ensino, verificando seus pontos positivos e negativos, além de apresentar uma outra abordagem para o ensino de sistemas de equações de primeiro grau com duas incógnitas. Tal abordagem consiste em uma sequência didática com o objetivo de auxiliar a preparação das aulas do professor do Ensino Fundamental, tendo em vista o potencial das extensas aplicações do uso de sistemas de equações.

Este trabalho está dividido em duas partes. Na primeira, analiso material adotado no ensino de sistemas de equações lineares utilizado na rede municipal e, na segunda, apresento a minha abordagem para o ensino desse assunto. Venho ao longo dos anos buscando uma sequência encadeada que seja mais proveitosa, que desperte o interesse deste tópico. A partir destas experiências, elaborei a proposta que apresentarei aqui.

Através desta proposta percebo que os alunos se sentem estimulados a chegarem na resposta.

2. JUSTIFICATIVA

2.1. Contexto

Os PCN (1998) orientam a distribuição dos conteúdos de Matemática para Ensino Fundamental em quatro blocos: o bloco Números e Operações faz parte dos campos da Aritmética e da Álgebra, o bloco Espaço e Forma está no campo da Geometria; o bloco Grandezas e Medidas interliga os campos da Aritmética, Álgebra, Geometria e outros campos do conhecimento; o bloco Tratamento da Informação integra o campo da Estatística, Probabilidade e Combinatória.

O ensino de sistema de equações do 1º grau, por fazer parte da Álgebra, está relacionado ao bloco Números e Operações.

Na transição das séries iniciais para as séries finais do Ensino Fundamental, na passagem do 5º para o 6º ano, o aluno se depara com situações diferentes daquelas que faziam parte de seu cotidiano escolar, embora, segundo os PCN, nas séries iniciais o aluno já possa desenvolver algum aspecto algébrico.

No 7º ano, fase em que é iniciada efetivamente a Álgebra em sua vida estudantil, o aluno descobre que são possíveis operações com letras no lugar de números.

De acordo com os Parâmetros Curriculares nacionais (PCN, 1998, p.115), o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. No entanto, o PCN destaca que a ênfase dada pelos professores a esse ensino não garante o sucesso dos alunos. A julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas, tal dificuldade realmente ocorre. Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país. Ainda de acordo com o PCN, esse contexto faz com que os professores procurem aumentar ainda mais o tempo dedicado a este assunto, propondo em suas aulas, na maioria das vezes, apenas a repetição mecânica de mais exercícios.

2.2. Objetivos da abordagem

A abordagem proposta teve origem após a verificação, em minha prática docente no município do RJ, da dificuldade apresentada por parte dos alunos do 7º e 8º do Ensino Fundamental em compreender a necessidade do uso de sistemas de equações do 1º grau em determinadas situações e de, após a resolução, interpretar o que significa cada um dos valores encontrados. Após essa constatação, resolvi desenvolver uma abordagem onde os alunos conseguissem construir o saber de forma mais consistente e duradoura. A prática desenvolvida baseada nas apostilas oferecidas no 7º ano em nada contribui para o grande desafio que está por vir no 8º ano, onde os alunos, além de resolverem situações-problema, aprendem a fazer críticas aos resultados encontrados, através da construção de resoluções gráficas.

A maneira apresentada diminui a barreira entre o aluno e o professor, já que a proposta sugerida é bem encadeada de conceitos. Não se torna densa de regras e métodos matemáticos. A utilização de ferramentas tecnológicas também ajuda no processo.

Os problemas no ensino de sistemas lineares ainda se somam àqueles encontrados na educação de uma forma geral, em específico na rede municipal do Rio de Janeiro.

O Ensino de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas é encarado com uma grande dificuldade pelos alunos da rede municipal do Rio de Janeiro. Sabemos que o maior problema da educação é a crise que assola a educação mundial. Segundo Celso Vasconcelos, 1993, p 13:

> São de duas ordens os fatores determinantes da pratica do professor em sala de aula:

1. Objetiva: salário; instalações, equipamentos, recursos didáticos; número de alunos por classe; tempo para preparação das aulas; reuniões pedagógicas frequentes; cobrança por parte da direção, coordenação (hoje equipe pedagogia), colegas, pais, sistema educacional;

2. Subjetiva: formação; valores, opção ideológica, vontade política, compromisso; concepção do processo de conhecimento.

O nosso objetivo é mostrar as dificuldades da sequência didática em relação ao material de apoio utilizado durante as aulas.

Em minha experiência docente percebemos que a passagem da Aritmética para a Álgebra não é uma tarefa fácil, tanto para o professor como para o aluno.

Acredito que seja necessário fazer um estudo das rupturas e continuidades existentes entre Álgebra e Aritmética, para poder compreender melhor uma parte das dificuldades apresentadas no estudo algébrico. Na experiência que tenho vivenciado, além da tradução de um problema real para a linguagem algébrica, esta nova fase, que tem início no 7º ano do Ensino Fundamental e aprofunda-se na 8º ano, o aluno se depara com um cenário totalmente novo e, algumas vezes, esses procedimentos são contraditórios se comparados aos aritméticos, os quais ele estava acostumado. Este também é um fator que gera grandes dificuldades.

Percebo que, dentre alguns fatores influentes na apropriação do conceito algébrico, está a sua relação com a Aritmética. Para Oliveira (2002), algumas barreiras se configuram na Álgebra pelo fato de o aluno trazer para o contexto algébrico dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético ou por estender, para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não se aplicam.

A Aritmética busca respostas numéricas, já a Álgebra é diferente, pois esta estabelece relações representando-as de forma geral e simplificada. Parte dos problemas também se atribui à interpretação dos símbolos operatórios. “Em aritmética, símbolos como + e = são interpretados geralmente em termos de ações a serem efetuadas, de maneira que + significa efetivamente realizar uma operação, e = significa escrever a resposta” (BOOTH, 1995, p.27).

Um erro bem comum entre os alunos é de resolver uma expressão como $2x + 3y$ para $5xy$. Percebe-se que o aluno não aceita $2x + 5y$ como resposta válida, existindo a dificuldade em aceitar a "ausência de fechamento". Outra grande diferença entre Álgebra e Aritmética está no uso de letras para indicar valores. "A letra m, por exemplo, pode ser utilizada em aritmética para representar metros, mas não para representar o número de metros, como em álgebra" (BOOTH, 1995, p.30). Essa alteração pode ocasionar uma confusão por parte do aluno que, até um certo período do seu estudo, tinha uma letra para representar algo conhecido, ou seja, neste caso a unidade de medida.

Diante dessas reflexões, consideramos que esta pesquisa e o produto resultante desse processo se justificam pela sua contribuição para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem do sistema de equações matemáticas.

3. O MATERIAL DA REDE MUNICIPAL DE ENSINO

3.1. Dificuldade apresentada

Com alguns anos de experiência na rede, noto que a maior dificuldade por parte dos alunos é com o início do estudo das operações algébricas. Acredito que essa dificuldade pode ter origem na forma como o conteúdo é abordado pelo livro didático e pela apostila elaborada pela rede, já que uma abordagem significativa do assunto pode contribuir na aprendizagem do aluno.

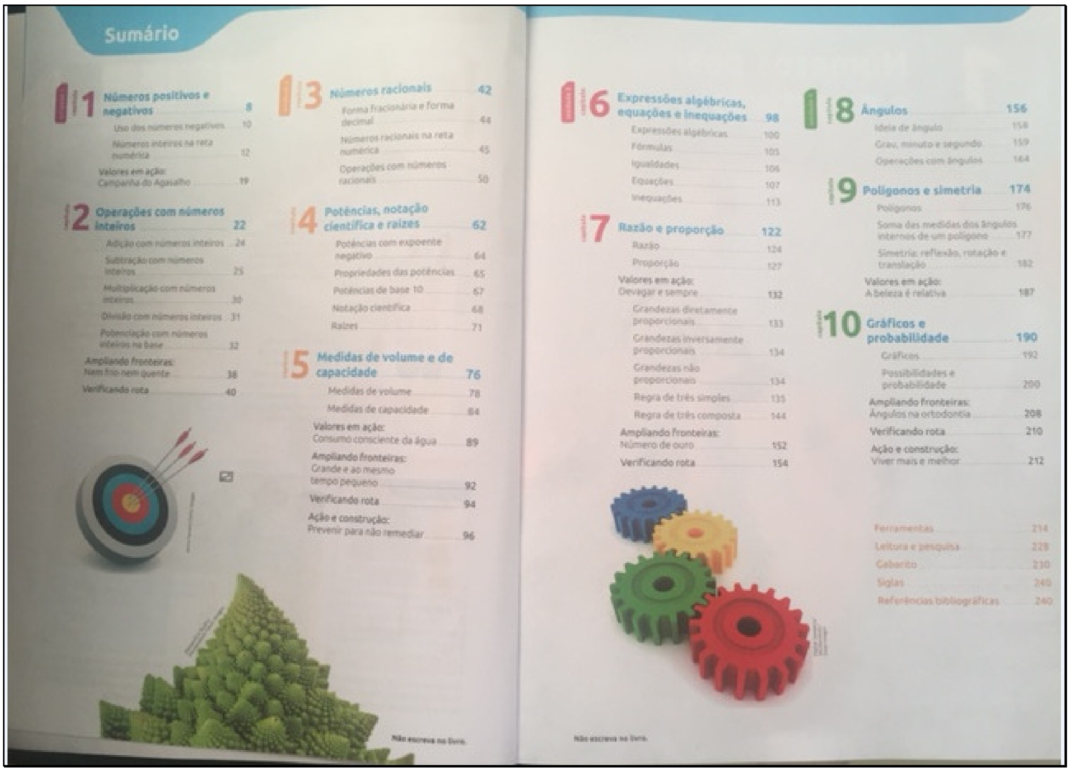
Antes de começar a avaliar o material de apoio proposto. Queria tecer alguns comentários em relação a algumas dificuldades pré-existentes.

Diante do que foi proposto nesta metodologia, entendemos que a resolução de sistemas está diretamente conectada à resolução de equações quando os métodos envolvidos são algébricos. Segundo Freitas (2002), isso se deve ao fato das técnicas desse processo se tornarem mecânicas, ligadas diretamente ao excesso de utilização de frases como: “isolar o x”, “passar e trocar o sinal”, etc. Na progressão dos conteúdos em álgebra, equações do 1º grau é um conhecimento necessário para se aprender a resolução de sistemas de equações.

3.2. Livro didático de apoio aos professores.

O estudo de sistemas começa no 7º ano do ensino fundamental, de acordo com as orientações curriculares. Os livros são aprovados no PNLD e encaminhados às escolas, para que sejam escolhidos pelos professores. Devemos analisar com bastante cuidado os livros didáticos escolhidos. É fundamental que a escolha destes seja feita de modo satisfatório. A escolha de um bom material didático pode nos levar a uma boa sequencia lógica e didática, facilitando muito o desenvolvimento do trabalho em sala de aula.

Há casos de livros aprovados que, mesmo aprovados pelo PNLD, não contemplam os requisitos mínimos para esse assunto que analisamos. Apresentamos agora como exemplo um livro didático do 7º ano do ensino fundamental que está aprovado no PNLD para escolha, mas não apresenta um capítulo referente ao ensino de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas.



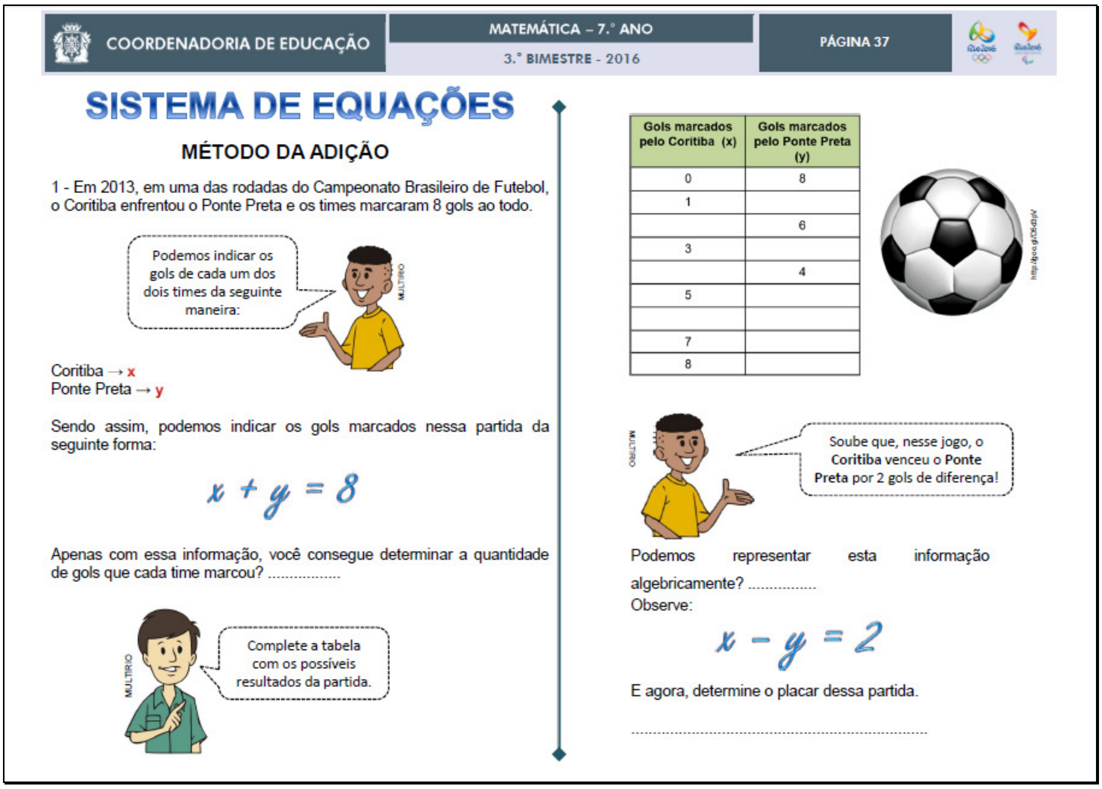
Sumário

Figura 1 - Livro didático 7º ano

3.3. Apostila de suporte pedagógico elaborada pela Prefeitura do Rio de Janeiro

A Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro atende o Ensino Fundamental I e II. O material aqui discutido atende todos os anos do Ensino Fundamental II e foi produzido pelos professores da própria rede de ensino. Atualmente as disciplinas contempladas por esse material são: Matemática, Ciências e Português. Apesar de apresentarem alguns problemas, é de consenso que as apostilas evoluíram bastante nos últimos anos. Quero enfatizar que, apesar da melhora, o professor deve garantir que sua prática não fique amarrada somente a um material de apoio, como as apostilas. Deve disponibilizar tempo também à elaboração de atividades complementares, planeje a utilização do livro, com isso enriquecendo sua aula, não se prendendo somente à apostila, sob a alegação de que as provas são baseadas nelas.

O estudo de sistemas de equações lineares começa na página 37 como mostra a figura abaixo.


COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO | MATEMÁTICA – 7.º ANO | 3.º BIMESTRE - 2016 | PÁGINA 37

SISTEMA DE EQUAÇÕES

MÉTODO DA ADIÇÃO

1 - Em 2013, em uma das rodadas do Campeonato Brasileiro de Futebol, o Coritiba enfrentou o Ponte Preta e os times marcaram 8 gols ao todo.

Podemos indicar os gols de cada um dos dois times da seguinte maneira:

Coritiba → x
Ponte Preta → y

Sendo assim, podemos indicar os gols marcados nessa partida da seguinte forma:

$$x + y = 8$$

Apenas com essa informação, você consegue determinar a quantidade de gols que cada time marcou? ....

Complete a tabela com os possíveis resultados da partida.

Gols marcados pelo Coritiba (x)	Gols marcados pelo Ponte Preta (y)
0	8
1	
	6
3	
	4
5	
7	
8	

Soube que, nesse jogo, o Coritiba venceu o Ponte Preta por 2 gols de diferença!

Podemos representar esta informação algebricamente? ....
Observe:

$$x - y = 2$$

E agora, determine o placar dessa partida.

....

Figura 2 - Apostila 7º Ano p.37

Em um primeiro momento, a apresentação da página não é ruim. A parte visual é boa. O exemplo se refere a uma situação de que os alunos gostam, que é o futebol. Já um aspecto negativo é, por exemplo, começar a apresentação com o método de solução. O aluno não sabe o que é sistema e já está conectado a uma maneira de resolver. O aluno investigativo já procura saber o que significa esse método, mesmo sem saber do que se trata.

O processo de aprendizado segundo Gasparin passa pela problematização e gera desafios.

> "A problematização e o fio condutor de todo o processo de ensino aprendizagem. Todavia, este momento e ainda preparatório, no sentido de que o educando, após ter sido desafiado, provocado, despertado e ter apresentado algumas hipóteses de encaminhamento, compromete-se teórica e praticamente com a busca de solução para as questões levantadas. O conteúdo começa a ser seu". (Gasparin, 2003, p.50)

O aluno precisa ser submetido à experiência de pensar. Percebemos que a apostila, ao propor um desafio, não dá tempo ao aluno para raciocinar e responder em seguida à pergunta. Mas imediatamente coloca a resposta. Como mostramos a seguir.

Podemos representar esta informação algebricamente? ....
Observe:

$$x - y = 2$$

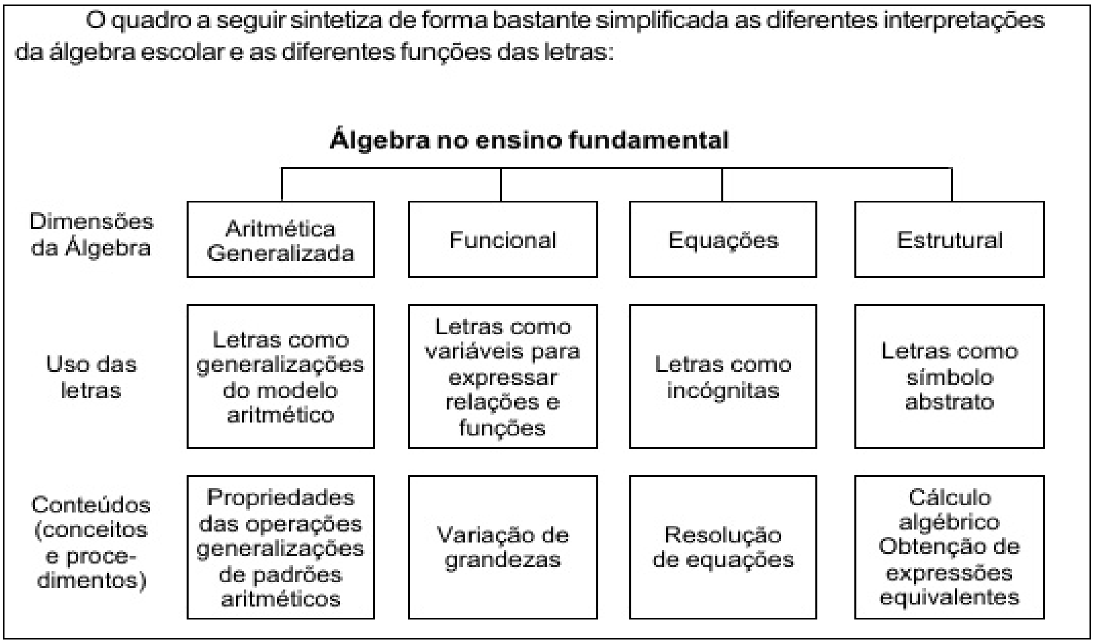
Figura 3 – Trecho da p. 37

De acordo com Polya, o professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela considerável de trabalho.

> [...] O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxilio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. (Polya, G. 2006. P.01).

Da interpretação do problema é possível entender que o Sistema de Equações se forma através da junção de duas equações com duas variáveis. Em nenhum momento o termo variável é utilizado na apostila. Isso faz com que o aluno apresente dificuldade, pois não decifra essa diferença: VARIÁVEL X INCÓGNITA. Entende que só existe uma solução para uma única equação de duas incógnitas. Incógnitas fazendo confusão e não conseguindo interpretar de forma correta que neste tipo de equação a letra pode assumir diversos valores.

O quadro do PCN mostra uma exposição das diferentes interpretações do conceito entre variável e incógnita. PCN de 1998 pág. 116

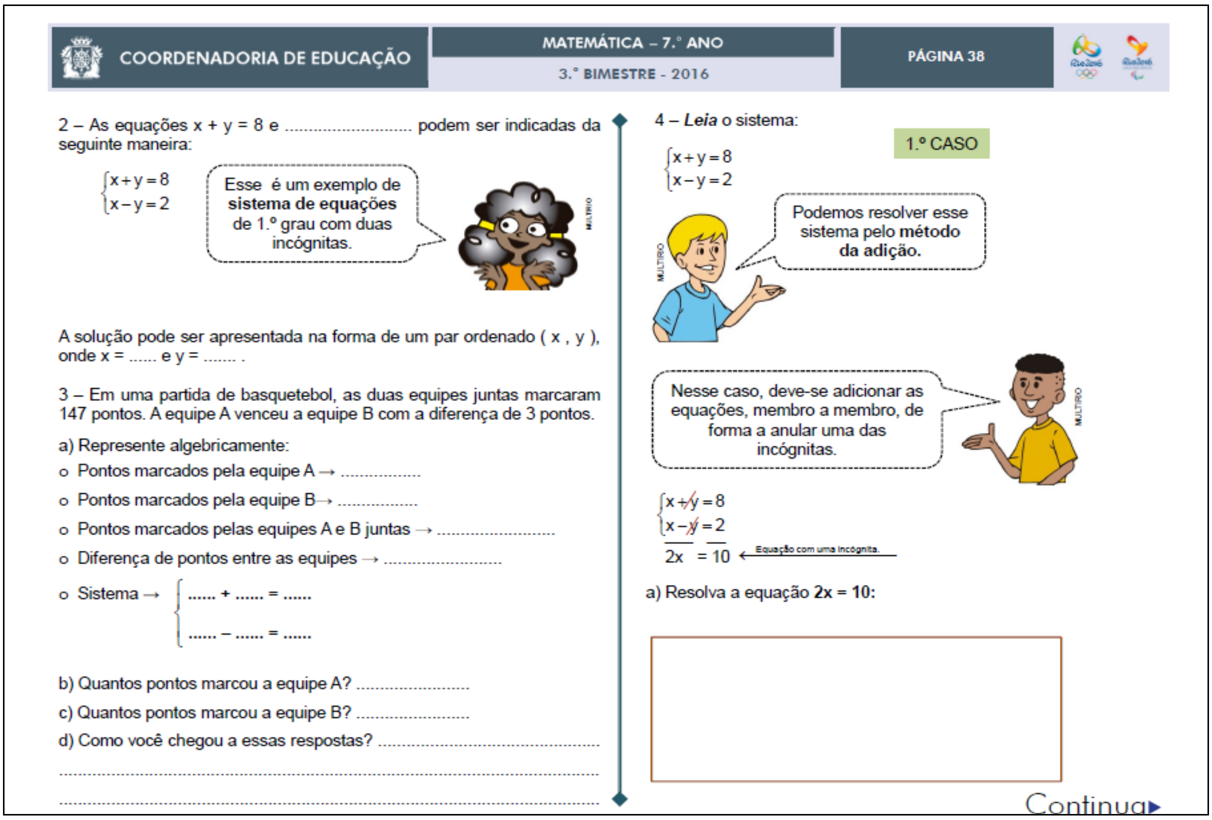

O quadro a seguir sintetiza de forma bastante simplificada as diferentes interpretações da álgebra escolar e as diferentes funções das letras:

Álgebra no ensino fundamental

Dimensões da Álgebra	Aritmética Generalizada	Funcional	Equações	Estrutural
Uso das letras	Letras como generalizações do modelo aritmético	Letras como variáveis para expressar relações e funções	Letras como incógnitas	Letras como símbolo abstrato
Conteúdos (conceitos e procedimentos)	Propriedades das operações generalizações de padrões aritméticos	Variação de grandezas	Resolução de equações	Cálculo algébrico Obtenção de expressões equivalentes

Figura 4 - Quadro PCN p. 116

A partir da página 38 o autor define que sistema é formado pela união das duas equações, anteriormente criadas.


COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO | MATEMÁTICA – 7.º ANO | 3.º BIMESTRE - 2016 | PÁGINA 38

2 – As equações x + y = 8 e .... podem ser indicadas da seguinte maneira:

$$\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$$

A solução pode ser apresentada na forma de um par ordenado (x , y), onde x = ... e y = ...

3 – Em uma partida de basquetebol, as duas equipes juntas marcaram 147 pontos. A equipe A venceu a equipe B com a diferença de 3 pontos.

a) Represente algebricamente:

- Pontos marcados pela equipe A → ....
- Pontos marcados pela equipe B → ....
- Pontos marcados pelas equipes A e B juntas → ....
- Diferença de pontos entre as equipes → ....
- Sistema → $\begin{cases} ...... + ... = ... \\ ...... - ...... = ... \end{cases}$

b) Quantos pontos marcou a equipe A? ....

c) Quantos pontos marcou a equipe B? ....

d) Como você chegou a essas respostas? ....

....

....

4 – *Leia* o sistema:

1.º CASO

$$\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+\cancel{y}=8 \\ x-\cancel{y}=2 \end{cases}$$
$$2x \quad = 10 \leftarrow \text{Equação com uma incógnita.}$$

a) Resolva a equação **2x = 10:**

Continua

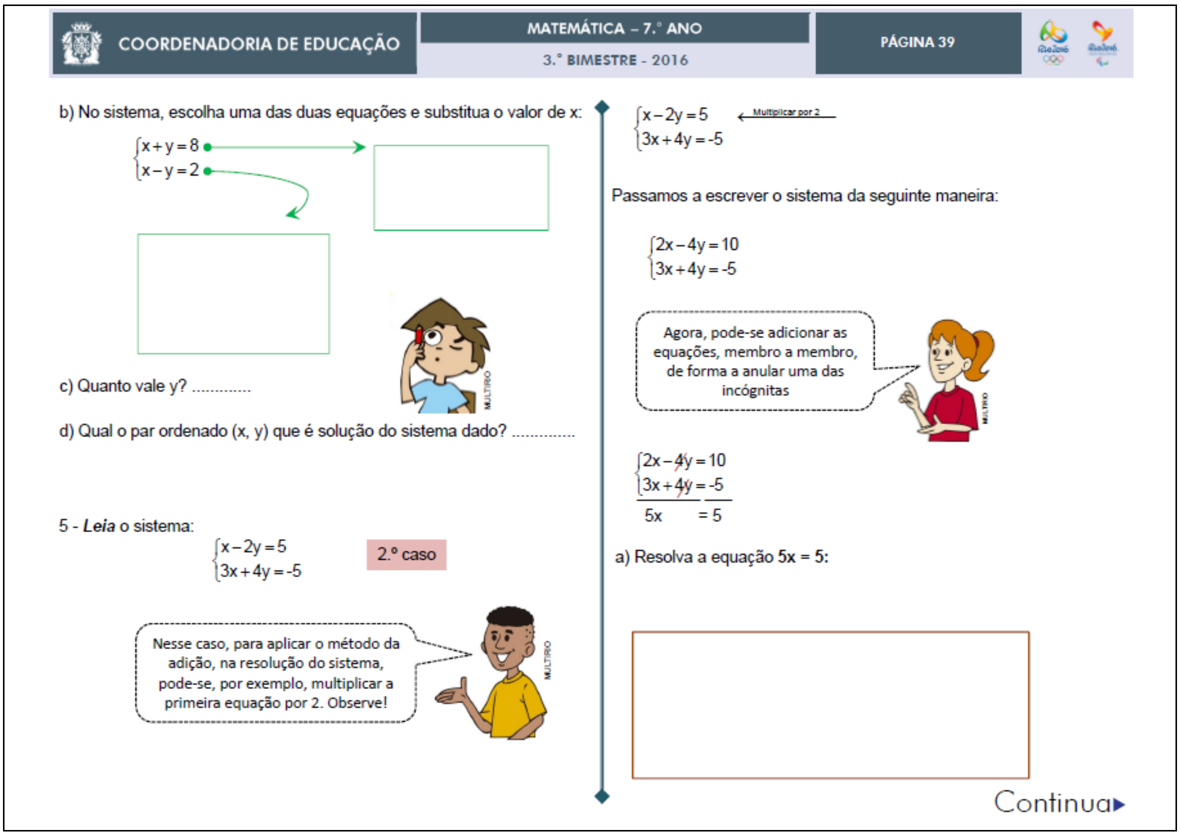
Figura 5 - Apostila 7º Ano p.38

A apostila em nenhum momento pontua para o aluno o conceito de par ordenado. Isto é de extrema importância para, num futuro próximo, se preparar para o entendimento da representação geométrica do sistema de equações, que contribui significativamente para o entendimento de equações de duas incógnitas.

Vamos analisar o exercício 3 com mais ênfase. Uma opção didática interessante seria desafiar o aluno a pensar em uma maneira de resolver o problema sem a palavra sistema, montando uma tabela para explorar o comportamento das soluções encontradas, antes de efetuar as perguntas sugeridas nos itens b, c e d.

A apostila escolhe introduzir o método da adição para resolver problemas de equações, mesmo sem o aluno estar preparado para isso. Percebemos que os autores resolvem dividir em casos, em que simplesmente cita como primeiro caso nesta página 38 e mostra que devemos somar as equações. Isto gera uma profunda confusão entre os alunos, já que nem sempre somando conseguiremos resolver o sistema. Eliminar uma das variáveis seria o método para resolver sistemas. Todo o resto são os meios para se chegar a esse fim de forma mais rápida. Faltou citar que para resolver um sistema precisamos eliminar uma das duas incógnitas e, para isso, quando somarmos eliminaremos uma das letras existentes no sistema, recaindo em uma equação do 1º grau com uma incógnita. Com isso o material justifica o fato de somar duas equações de um sistema. E quando a soma não elimina uma das incógnitas? Não podemos somar simplesmente, devemos fazer alguma coisa antes, pois nem sempre somente somar vai resolver, como mostra figura da página 39.

O aluno através desse processo acaba fazendo confusão e não entendendo que não basta somente somar. A ênfase não está na finalidade e sim nos meios. Não acaba notando o que comentamos acima, o importante é eliminar uma das incógnitas.



COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO | MATEMÁTICA – 7.º ANO | 3.º BIMESTRE - 2016 | PÁGINA 39

b) No sistema, escolha uma das duas equações e substitua o valor de x:

$$\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$$

c) Quanto vale y? ....

d) Qual o par ordenado (x, y) que é solução do sistema dado? ....

5 - *Leia* o sistema:

$$\begin{cases} x-2y=5 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}$$

2.º caso

$$\begin{cases} x-2y=5 \\ 3x+4y=-5 \end{cases} \quad \xleftarrow{\text{Multiplicar por 2}}$$

Passamos a escrever o sistema da seguinte maneira:

$$\begin{cases} 2x-4y=10 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-\cancel{4y}=10 \\ 3x+\cancel{4y}=-5 \end{cases}$$
$$5x \qquad =5$$

a) Resolva a equação 5x = 5:

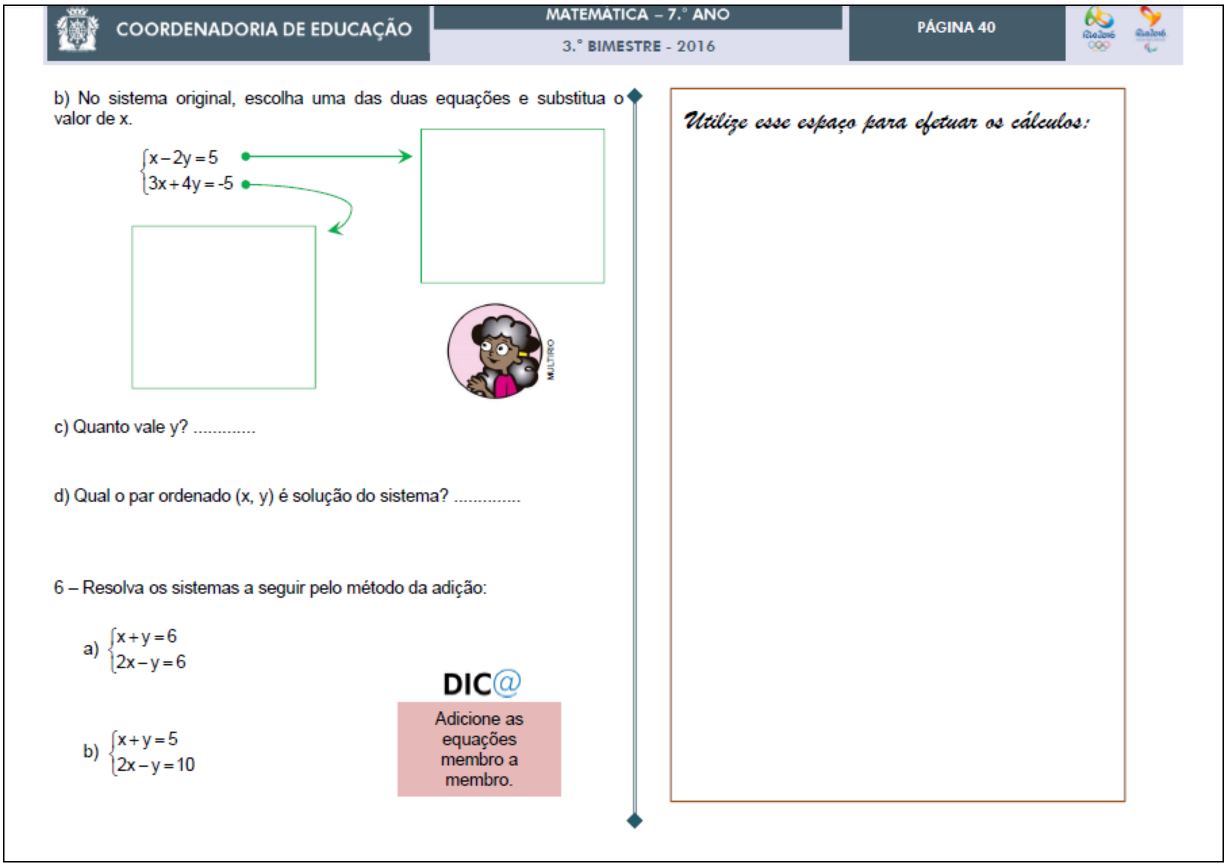
Continua

Figura 6 - Apostila 7º Ano p.39

No 2º caso apresentado na figura 6, devemos mostrar ao aluno que somando não conseguimos anular nenhuma incógnita. Para isso devemos imaginar algo para fazer que, quando somarmos as equações, poderemos anular umas das incógnitas do sistema. Não consigo ver diferença em objetivos nos dois casos para serem separados e confundir mais ainda o aluno.

Até agora, na montagem da sequência didática, o material de apoio não discutiu o conteúdo de eixos coordenados e localização no plano cartesiano. Perde-se a oportunidade de representar geometricamente equações do 1º grau. Está é uma oportunidade perdida: conectar a geometria e a álgebra que ajudaria o aluno entender que, quando temos uma equação com duas incógnitas, temos uma infinidade de possibilidades. A necessidade de uma equação fica evidente: ela seleciona qual destas soluções primeiras é a que procuramos. Então percebemos que para resolver a equação com duas incógnitas, precisamos de mais informações. A visualização através da representação gráfica ajuda o aluno a sanar essa dúvida.

Nas páginas 40 e 41 o material não leva mais em consideração os casos e propõe exercícios, onde os alunos são orientados a multiplicar uma das duas equações. O objetivo é meramente uma forma de ensinar artifícios algébricos. Obervamos outra oportunidade perdida: a de deixar o aluno raciocinar o que deve ser feito para anular uma das incógnitas. Por fim, fecha-se com atividades algébricas.


COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO | MATEMÁTICA – 7.° ANO 3.° BIMESTRE - 2016 | PÁGINA 40

b) No sistema original, escolha uma das duas equações e substitua o valor de x.

$$\begin{cases} x-2y=5 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}$$

c) Quanto vale y? ....

d) Qual o par ordenado (x, y) é solução do sistema? ....

6 – Resolva os sistemas a seguir pelo método da adição:

a) $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x-y=6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=10 \end{cases}$

DIC@

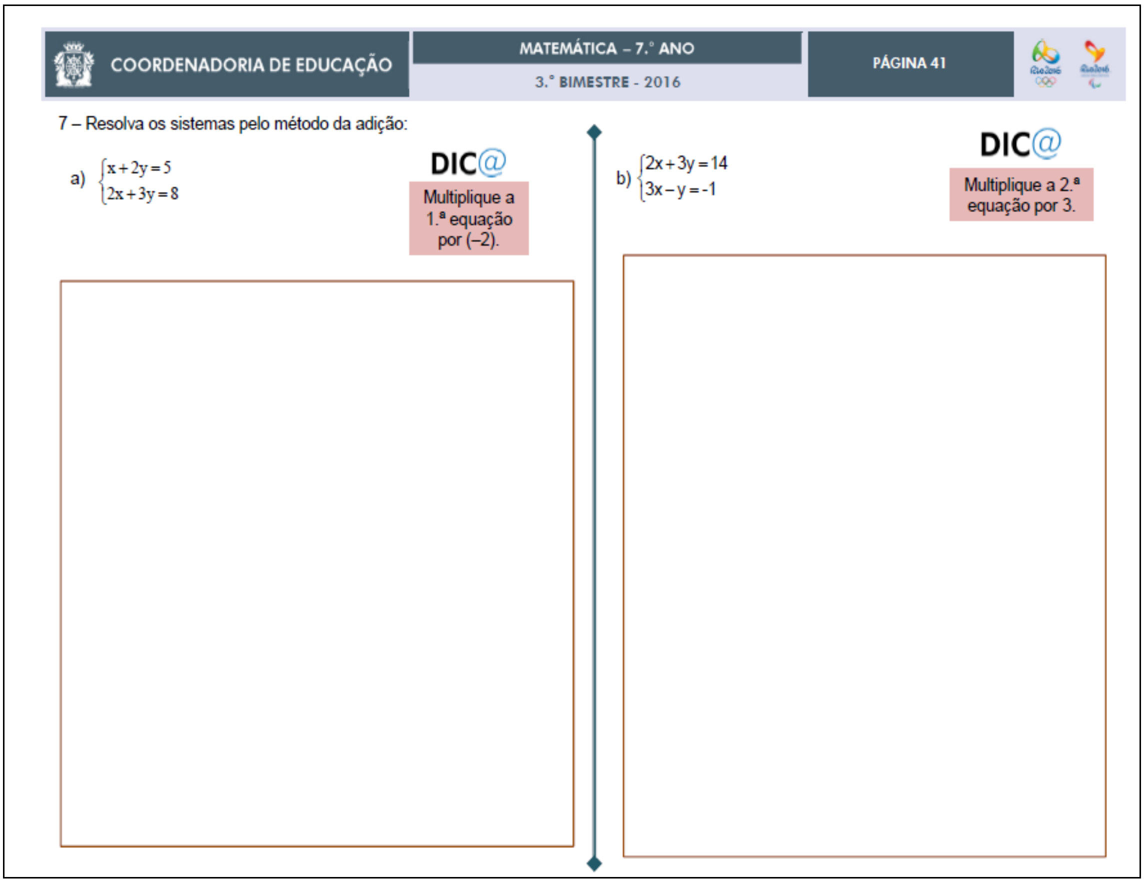
Adicione as equações membro a membro.

Utilize esse espaço para efetuar os cálculos:

Figura 7- Apostila 7º Ano p.40

Como observamos nesta proposta da apostila os alunos são direcionados a desenvolver métodos de solução. No entanto, na maioria das questões, nos exames de seleção, parte-se de um enunciado em palavras que deve se transformar em solução matemática. De acordo com Polya:

> Um professor de matemática tem uma grande oportunidade em mãos. Se preencher seu tempo apenas ensinando algoritmos, perde a oportunidade, pois mata o interesse dos alunos e bloqueia seu desenvolvimento intelectual. Se, por outro lado, provoca-lhes a curiosidade através de problemas proporcionais a seu conhecimento e os acompanha com questões estimulantes, estará lhes oferecendo o desejo e os meios para o desenvolvimento independente. (Polya, G. 2006).



COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA – 7.° ANO

3.° BIMESTRE - 2016

PÁGINA 41

7 – Resolva os sistemas pelo método da adição:

a) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+3y=8 \end{cases}$

DIC@

Multiplique a 1.ª equação por (–2).

b) $\begin{cases} 2x+3y=14 \\ 3x-y=-1 \end{cases}$

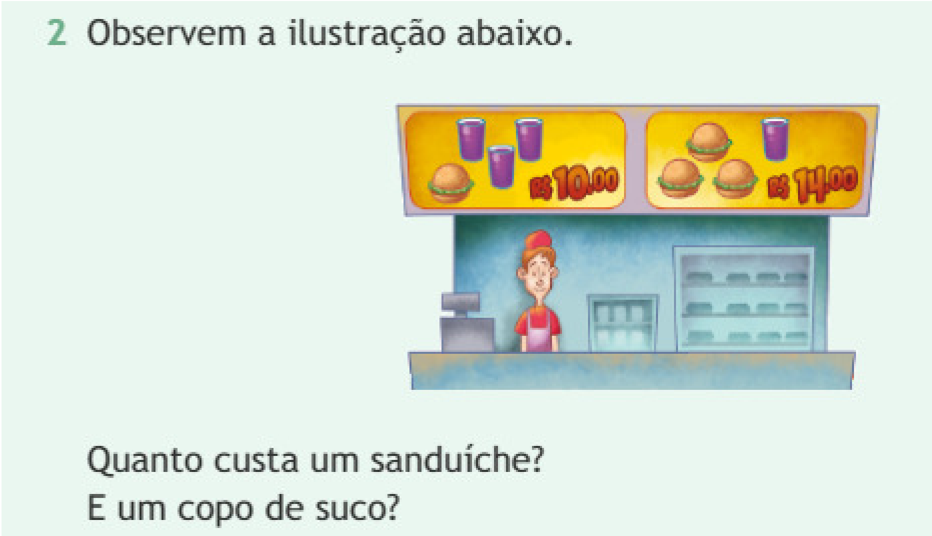
DIC@

Multiplique a 2.ª equação por 3.

Figura 8 - Apostila 7º Ano p.41

A partir da observação e diálogo com alunos, constatamos, de modo geral, que os alunos têm a dificuldade de representarem as diversas situações por meio de sistemas de equação do 1º grau, demonstrando assim muitas dificuldades na interpretação dos dados presentes nos enunciados. A maioria deles não sabe como passar de uma linguagem para outra, mesmo naquelas questões consideradas simples do ponto de vista algébrico, sendo poucos alunos que conseguem fazer a conversão corretamente. Um dos fatores que contribui para o elevado índice de erros é o fato dos alunos terem utilizado procedimentos aritméticos que não são adequados ou insuficientes para resolver certos tipos de problemas.

Através do exercício abaixo gostaria de demostrar a dificuldade citada acima. Mesmo os alunos que compreenderam o metodo, quando se deparam com essa situação problema apresentam um certo embaraço para resolver.


2 Observem a ilustração abaixo.

Quanto custa um sanduíche?
E um copo de suco?

Figura 9 - Livro digital compreensão e prática

Deixo uma pergunta para você leitor. Será que aluno precisa de métodos para desenvolver a solução dessa atividade proposta acima?

Quando apresentada a questão acima, a maioria tentou imediatamente resolver através de métodos. Alguns conseguiram transformar o problema em uma questão de sistema, resolvendo pelo método algébrico. Apesar de não ser a maioria, não deixa de ser um aspecto positivo.

3.4. Conclusão da Análise

Apesar de passar por atualizações vejo o uso do material proposto pelo município como uma proposta ultrapassada, frente a uma juventude que não para de mudar. Devemos levar uma proposta mais interessante e desafiadora.

Mediante a essas interações ao longo desses anos, no que tange à abordagem do sistema de equações no 7º ano do ensino fundamental, verificamos que grande parte dos professores seguem a sequência didática proposta nas apostilas, apesar de todos estarem conscientes que o material serve de apoio às nossas práticas. Os colegas docentes alegam que as provas elaboradas pela Secretaria de Educação (Prova Rio, Prova da Rede SME) se baseiam na apostila, o que justifica a utilização dessa sequência. Se o professor não estiver comprometido com a aprendizagem e a transformação dessa realidade, acaba desistindo e voltando ao método meramente expositivo.

> “[...] Obviamente, a metodologia expositiva é a mais fácil de ser colocada em pratica; seu uso constante, portanto, não deixa de revelar o comodismo do professor (da escola, da família). Alia-se a isto a falta de fundamentação cientifica por parte dos professores com relação a atividade pedagógica. (Celso dos S. Vasconcelos, 1993, p. 26)

Através dessa sequência didática apresentada nas apostilas elaboradas pela Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro, perdemos a oportunidade de colocar em prática um dos objetivos do PCN. Objetivo este que na página 64 diz:

> Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras. (PCN, pág. 64)

Conectar o aluno à representação gráfica e mostrar a relação que existe com a solução de uma situação problema de um sistema de equações prepara esse aluno para localização de um ponto em plano cartesiano, relacionar reta com a quantidade de soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas. São oportunidades que perdemos quando utilizamos livros e apostilas que infelizmente atrapalham.

Entendo que o estudo de Sistemas de Equações ele começa no 7º ano e vai até o ensino médio como verificamos no PCN, atravessando anos de aprendizado. Começar de forma equivocada e criando dificuldades na cabeça do aluno não parece ser a melhor opção, diante de um assunto tão importante e explorado por vários anos.

Em relação ao papel do educador percebemos que alguns, muitas vezes, não encontram tempo para inovar suas técnicas a fim de aprimorar a maneira como ensinam seus alunos. O que é compreensível, haja vista os baixos salários e às condições precárias de trabalho por eles vivenciados. Vale ressaltar que, para fugir do método tradicional de ensino, não precisamos de grandes inovações e recursos financeiros, basta apenas preparar a aula de uma maneira diferente, sequenciando os conteúdos, procurando relacioná-los com o conhecimento cognitivo prévio do aluno e com situações contextualizadas.

Gostaria de concluir esse capítulo com uma passagem do PCN 1998 do terceiro e quarto ciclo na pág. 37.

> " Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos."

4. UMA OUTRA ABORDAGEM PARA O ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Na tentativa de reduzir a distância entre o universo destes alunos da rede municipal de ensino do Rio de Janeiro e o professor, mudamos a sequência didática de abordagem. Não deixaremos de lado que no 7º ano do ensino fundamental não iremos nos aprofundar no estudo de sistemas. Por outro lado, faremos questão de evitar as 'oportunidades perdidas' detectadas no capítulo anterior, adotando uma sequência didática que será útil para o desenvolvimento futuro do aluno. Daremos início à sequência introduzindo o conhecimento de localização no plano cartesiano.

4.1. Localização no plano cartesiano - Par Ordenado

Vamos explorar nesse primeiro momento aquilo que aluno mais gosta: jogos e desafios. E nada melhor que um jogo de batalha naval.

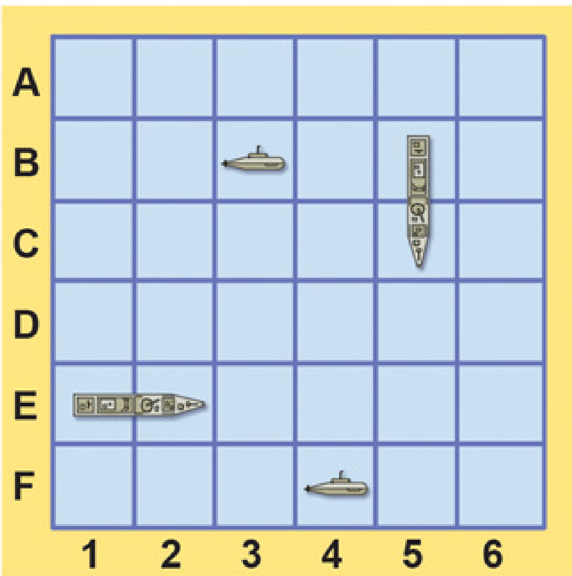


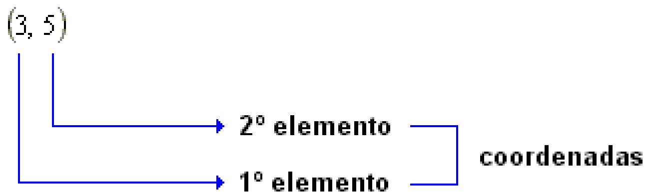
Figura 10 - Batalha Naval

No jogo de batalha naval, indicamos um tiro pela coordenada do quadrinho a ser atingido, por exemplo, (2, c); (5, b). Com isso mostramos para o aluno que essa forma de representação é o que chamamos de par ordenado. Também ensinamos como se pode localizar um ponto no plano, utilizando um par ordenado, que nada mais é do que os números que representam as coordenadas escritos numa ordem pré-estabelecida.

Em seguida fazemos a representação gráfica de um par ordenado. Podemos representar um par ordenado através de um ponto em um plano.

A (3, 5) ➔ 3 e 5 são as coordenadas do ponto *A*.

Denominamos de abscissa o 1º número do par ordenado, e ordenada, o 2º número desse par. Assim:



<u>Plano Cartesiano</u>

Representamos um par ordenado em um plano cartesiano.

Esse plano é formado por duas retas, *x* e *y,* perpendiculares entre si.

A reta horizontal é o eixo das abscissas (eixo *x*).

A reta vertical é o eixo das ordenadas (eixo *y*).

O ponto comum dessas duas retas é denominado origem, que corresponde ao par ordenado (0, 0).

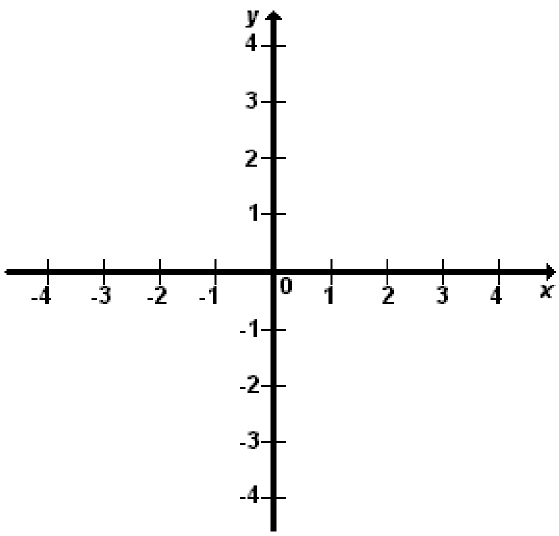


Figura 11 - Plano Cartesiano

No início percebo uma curiosidade dos alunos e um clima de interação muito bom, os alunos não conseguem dissociar jogo de aprendizado. Eles acabam achando divertido. A maioria conhece o jogo de batalha naval, tornando mais fácil esse momento inicial. A dificuldade aparece quando na representação nos eixos não entendem que no par ordenado precisamos respeitar a ordem das coordenadas.

Para solucionar essa dúvida trabalhamos com pares ordenados da forma: (a,b) e (b,a), com $b \neq a$.

Outra situação complicadora, mas também de fácil solução, é representar o ponto (0,y) que fica no eixo y e o (x,0) que fica no eixo x.

O assunto e o caminho a ser ensinados ganham grande importância quando os alunos relatam a sua utilização para resolver situações de outra disciplina. Remetendo a um dos tópicos mais importantes dos documentos de orientação educacional, que é a interdisciplinaridade. Isso acontece no estudo de localização no plano cartesiano.

Na perspectiva interdisciplinar, a educação não é vista como transmissão de conhecimento, mas como uma prática capaz de articular conhecimentos para estimular o aluno a refletir sobre o direcionamento da construção do próprio conhecimento.

É necessário equilíbrio na prática educacional. Principalmente entre o método tradicional do ensino da matemática com as outras práticas do saber, envolvendo projetos, jogos e construções coletivas. Dotada de sentido, considerando os educandos como produtores de conhecimento e não apenas executores de instruções. Os PCNs de Matemática (1997, p.25) nos mostram que:

> Para tanto, é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares.

Na atividade proposta em geografia da figura 12 percebemos a utilização dos conhecimentos de par ordenado e sua localização no plano cartesiano, apesar da atividade de geografia buscar o entendimento do aluno sobre localização de cidades no mapa através de coordenadas geográficas.

Exemplo de atividade proposta pelo professor de geografia no estudo de localização.

Observe o mapa e localize as cidades de Salvador, Rio de Janeiro, Manaus e São Paulo. Leia as indicações de localização das cidades A, B, C e D abaixo do mapa.

Cidade A: 23° ao sul da linha do Equador e 47° a oeste do Meridiano de Greenwich (também chamado de Meridiano Zero, divide o globo terrestre em Ocidente e Oriente).
Cidade B: 23° ao sul da linha do Equador e 43° a oeste do Meridiano de Greenwich.
Cidade C: 13° ao sul da linha do Equador e 38° a oeste do Meridiano de Greenwich.
Cidade D: 3° ao sul da linha do Equador e 60° a oeste do Meridiano de Greenwich.

Qual dessas cidades (Salvador, Rio de Janeiro, Manaus e São Paulo) corresponde:

a. à cidade A?

b. à cidade B?

c. à cidade C?

d. à cidade D?

Figura 12 - Livro digital compreensão e prática

4.2. Equação do 1º grau com duas incógnitas e sua representação no plano cartesiano.

Começamos apresentando uma atividade bem comum, de acordo com a realidade do aluno, na tentativa de aproximá-lo do ensino da matemática. Queremos desmistificar toda suposta dificuldade que a matemática dos sistemas pode apresentar.

1º SITUAÇÃO

Sr. Joca morador da taquara foi a lanchonete Bompreço e pediu um salgado e um refresco de caju. Gastando no total do seu lanche R$ 6,00. Chegando em casa propôs um desafio ao seu filho Pedro.

-Filho hoje eu fiz um lanche (um salgado e um refresco de caju) esse lanche me custou 6 reais. Você consegue descobrir o valor do salgado e o valor do refresco? Vou te ajudar filho. Use essa tabela. Vamos ajudar Pedro a resolver o problema?

Valor do salgado	Valor do refresco	Total do lanche
4	2	6
3,50	2,50	6
1	5	6
5	1	6
3	3	6

Neste momento, após as perguntas, o professor pode sugerir para marcar os valores no plano cartesiano.

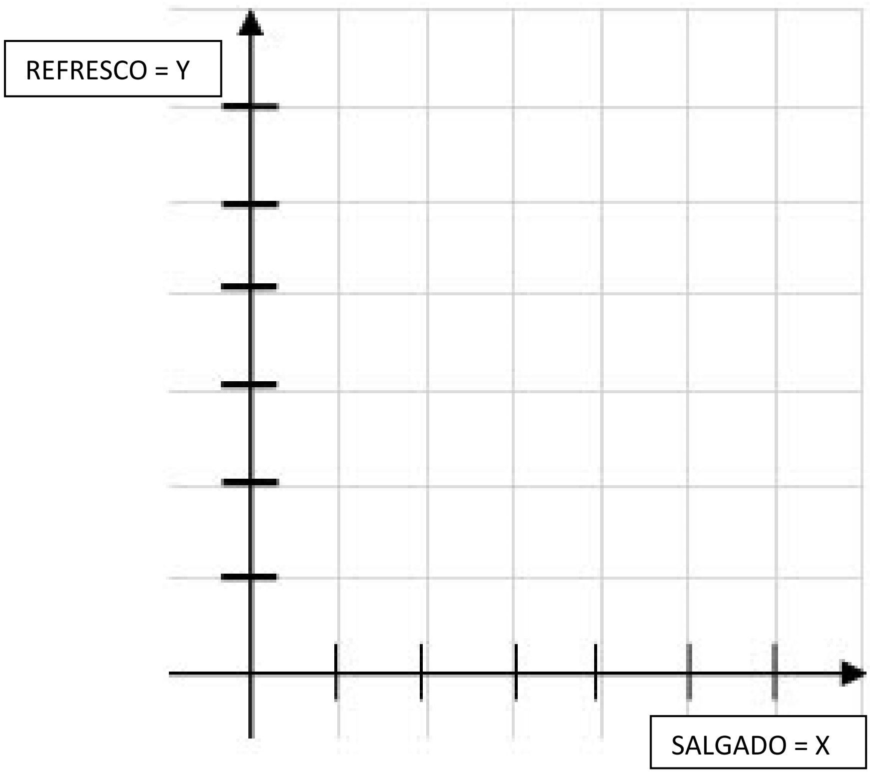
Continuação da atividade

E aí o que vocês estão notando? ______________________________________

Vocês conseguem representar essa situação através de uma equação? ________

Em caso positivo, represente a situação acima por uma equação utilizando as letras   X para o SALGADO e Y para o REFRESCO. _______________________

Vamos marcar os valores (pares ordenados) encontrados por vocês no plano abaixo.



Enquanto isso, proponho que o professor faça o mesmo no Geogebra, para os alunos também visualizarem o que está acontecendo.

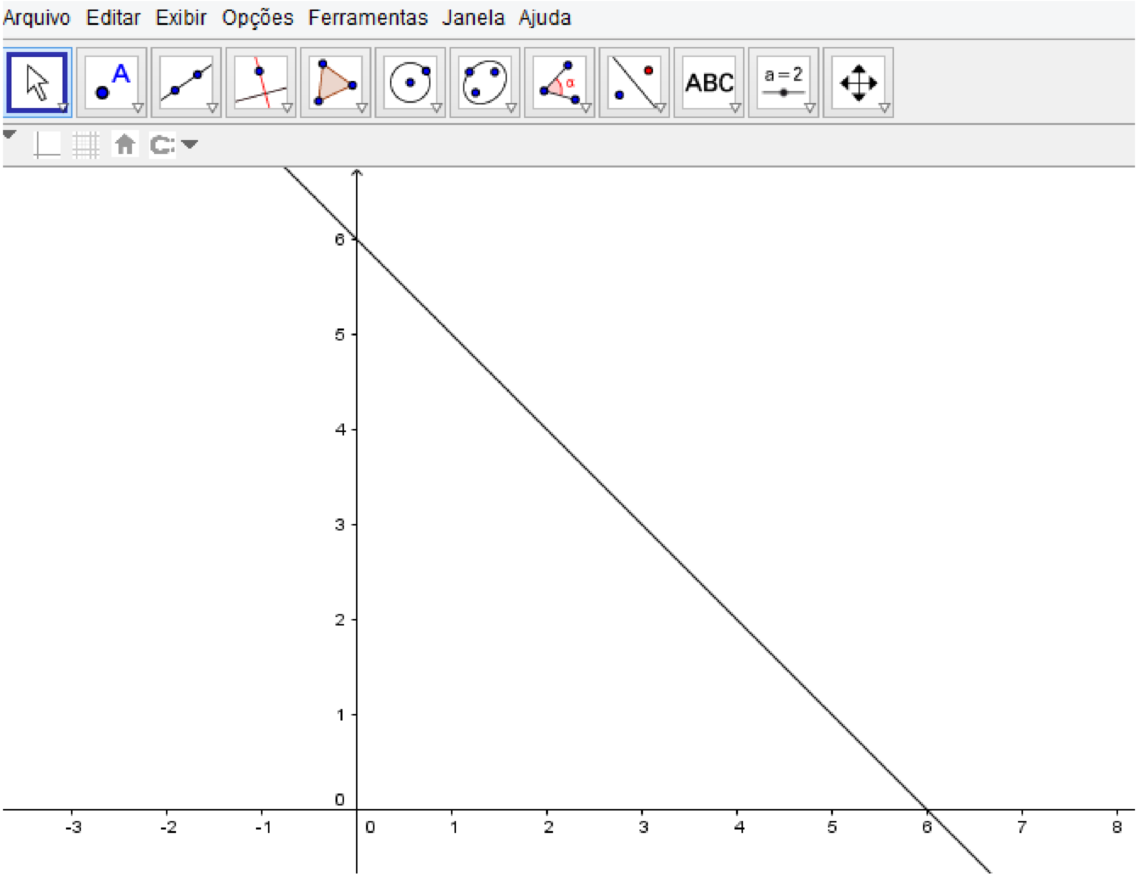


Figura 53 - Representação do problema no Geogebra

Neste passo, após as constatações, o professor deve concluir junto a seus alunos que a que a equação **X + Y = 6** não tem somente uma única solução, e sim uma infinidade de soluções.

Não podemos perder a oportunidade, neste momento, de mostrar que nessa equação existem infinitos pares ordenados que satisfazem a equação. E aproveitando a oportunidade para introduzir o conceito de **variáveis**.

Voltando a situação problema iremos fornecer outra informação que ajudará na solução.

Joca, com pena do seu filho, resolver ajudá-lo mais uma vez. E disse para ele:

- Com o dinheiro do salgado compraria outro suco e ainda sobraria 2 reais. Use essa tabela para te ajudar.

Que tal ajudarmos o Pedro a resolver o problema?

Valor do salgado	Valor do refresco	Valor do salgado **menos** valor do refresco
5,00	3,00	2,00
3,50	1,50	2,00
4,20	2,20	2,00
4,50	2,50	2,00
4,00	2,00	2,00

E aí o que vocês estão notando? ____

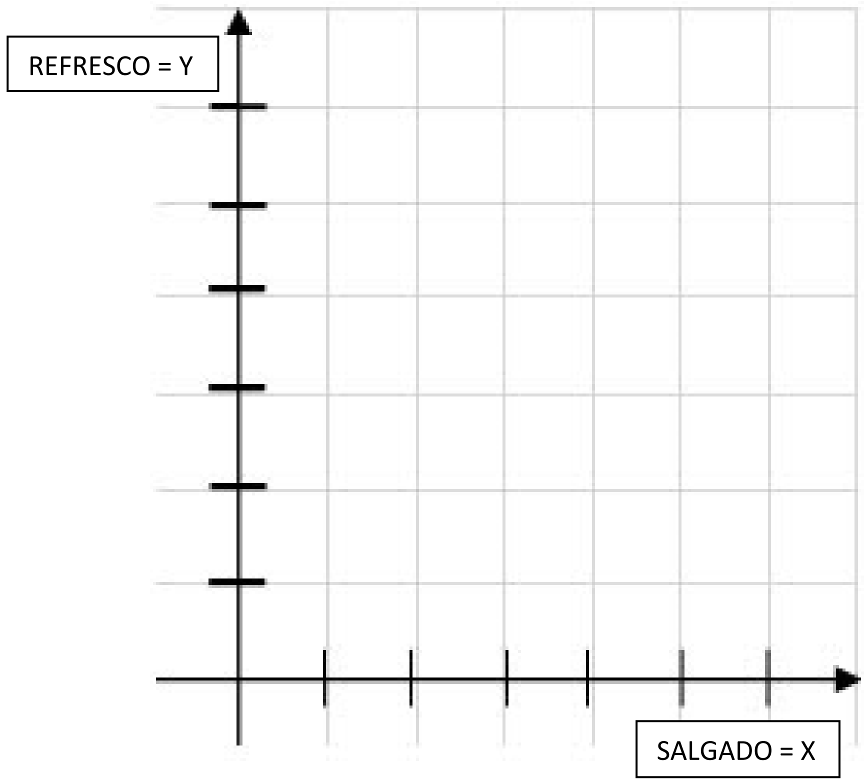
E agora você consegue resolver com essa segunda informação? ______________

Vocês conseguem representar essa situação através de uma equação? ________

Em caso positivo, represente a situação acima por uma equação utilizando as letras X para o SALGADO e Y para o REFRESCO. _________________________

Vamos marcar os valores (pares ordenados) encontrados por vocês no plano baixo.

Neste momento, após as perguntas, o professor pode sugerir novamente, para marcar os valores no plano cartesiano.



Enquanto isso, sugiro que o professor faça o mesmo no Geogebra, para os alunos também visualizarem o que está acontecendo.

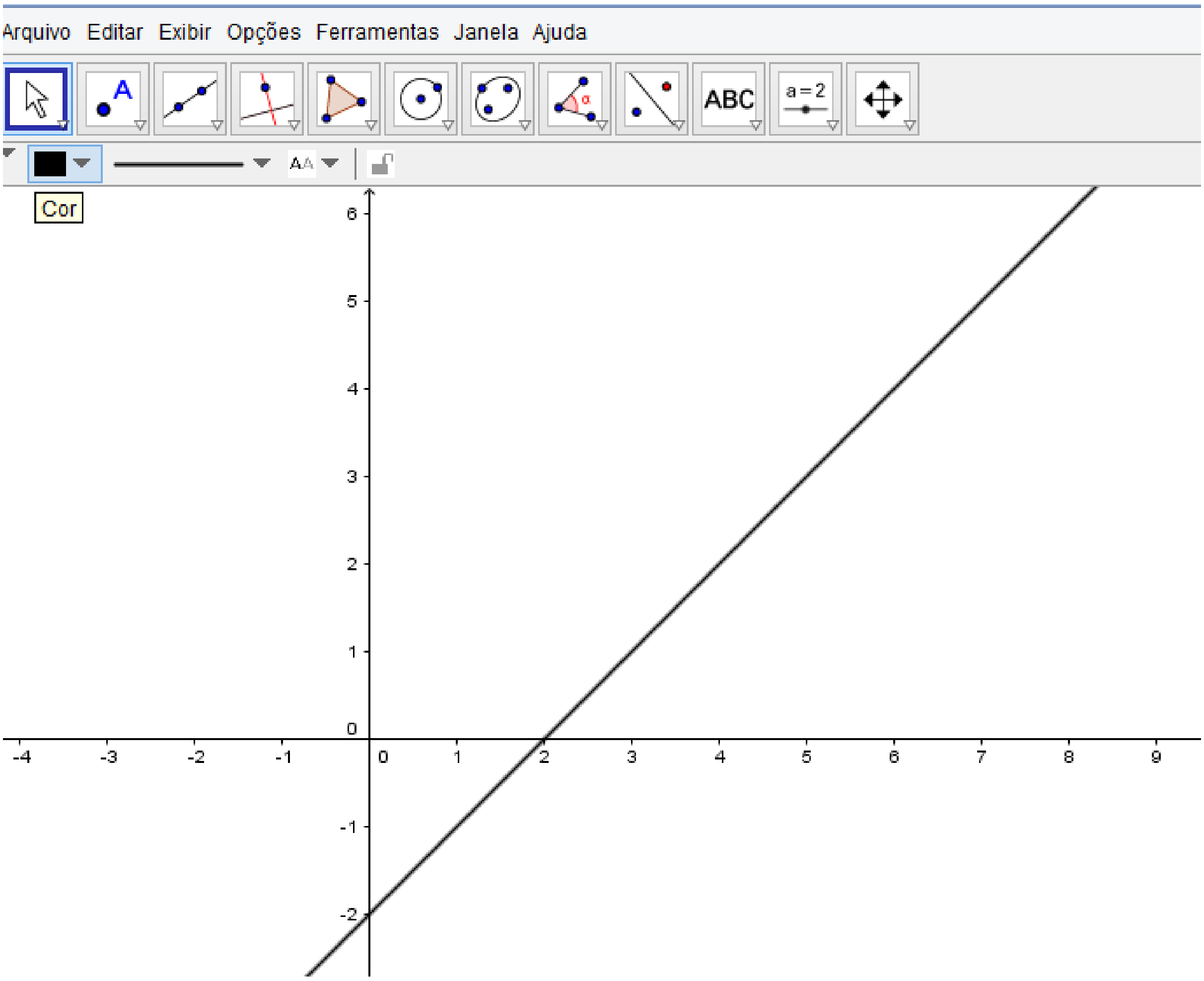


Figura 14 - Representação do problema no Geogebra

Com isso percebemos que a equação **X - Y = 2** não tem somente uma única solução.

O professor pode orientar: Vamos colocar as informações em uma única tabela?

Valor do salgado	Valor do refresco	Valor do salgado menos valor do refresco	Total do lanche
3,50	2,50	**3,50+2,50 = 6,00**	**3,50-2,50= 1,00**
5,00	1,00	**5,00+1,00 = 6,00**	**5,00-1,00 = 4,00**

Valor do salgado	Valor do refresco	Valor do salgado **menos** valor do refresco	Total do lanche
4,00	2,00	**4,00+2,00 = 6,00**	**4,00-2,00 = 2,00**

Vamos representar as duas equações em um mesmo plano?

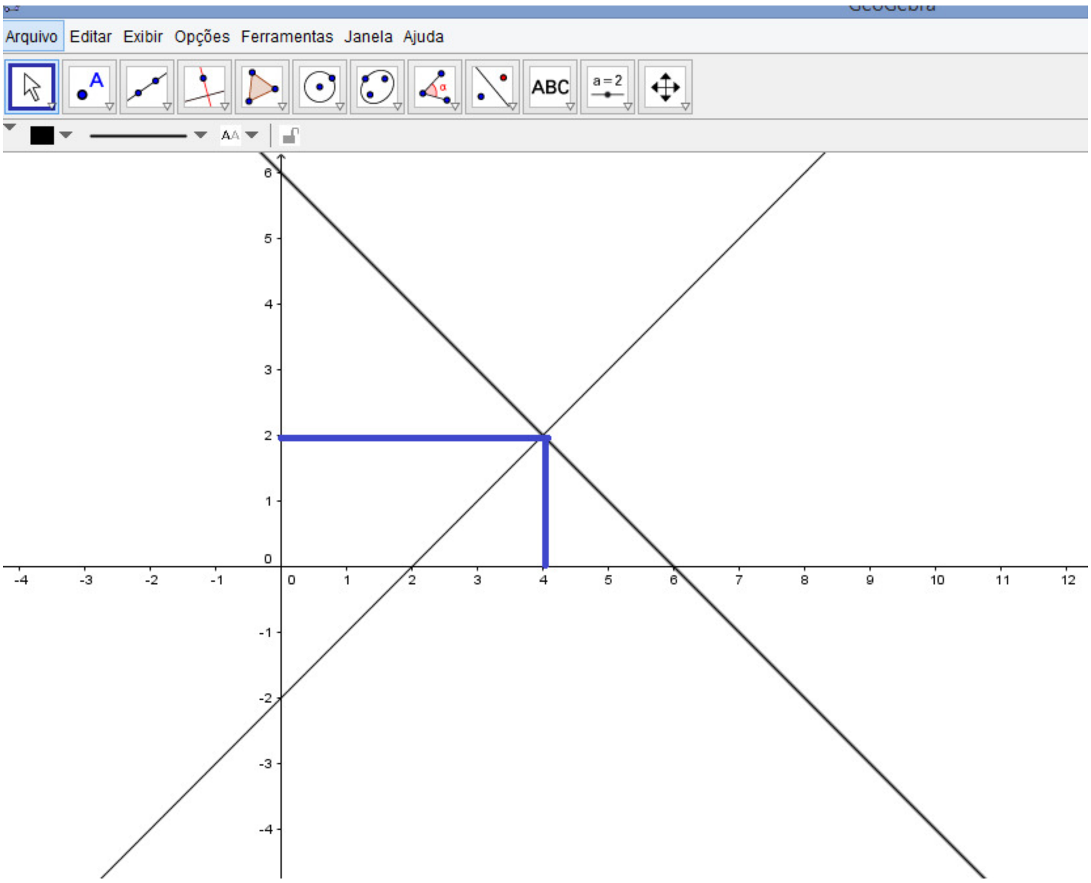


Figura 75 - Solução do problema no Geogebra

Colega docente, proponha perguntas de forma que os alunos relacionem as respostas às informações do gráfico.

Quantos valores desconhecidos satisfaziam a primeira equação? _______________

E na segunda equação? _________________________

Existe algum valor que satisfaça as duas equações ao mesmo tempo? ____________________

Apesar de mostrar o plano cartesiano, os eixos, a representação de ponto no plano cartesiano, nosso objetivo aqui nesse momento não é ensinar o aluno a construir o gráfico, fazer crítica de resultados gráficos, e sim fornecer subsídios que facilitem o entendimento. A ideia é fazer o aluno associar a quantidade de soluções a uma equação com duas incógnitas.

A nossa preocupação todo tempo é fazer com que o aluno associe e compare os resultados. Ao mesmo tempo queremos prepará-lo para o 8º ano, onde iremos aprofundar o estudo de representação gráfica.

Quando apresentamos a equação linear com duas incógnitas através de uma representação gráfica, o aluno consegue refletir melhor sobre as soluções encontradas no sistema. Ele compreende que essa equação com duas variáveis, pode assumir uma infinidade de valores, enquanto o objetivo do material didático proposto pela prefeitura, não tem a preocupação com essa associação.

4.3. Definindo sistema

Um aspecto importante da atividade acima é os alunos perceberem que só foi possível resolver os valores do salgado e do refresco com a segunda equação. Logo, para chegar a solução dos valores desconhecidos foi necessário obter outra informação, que no caso, foi outra equação com os mesmos valores desconhecidos.

A partir de agora podemos definir sistema para nossos alunos:

Um sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas é o um conjunto formado por duas equações do primeiro grau com duas incógnitas. Como por exemplo:

$$\begin{cases} \mathbf{x + y = 6} \\ \mathbf{x - y = 2} \end{cases}$$

onde x e y são os valores desconhecidos e são chamados de incógnitas.

<u>Definição de Incógnita:</u>

Incógnita é a quantidade que está desconhecida e que será conhecida a partir das restrições representadas pela equação. Utilizamos letras do final do alfabeto para representa-las. Ex. x, y.

4.4. Resolvendo o sistema

Antes de elaborar um método para resolver, proporemos uma atividade contextualizada a fim de desenvolver três maneiras diferentes de chegar a solução do mesmo problema. Essa atividade desenvolverá raciocínio lógico, valorizará o conhecimento pré-existente e aproximará o aluno da forma algébrica de resolver problemas.

<u>2º SITUAÇÃO</u>

Nosso objetivo com essa atividade é propor três maneiras diferentes de solução para o problema apresentado. Uma por tentativa e erro, onde o aluno resolverá por cálculos. Na segunda ele terá à disposição uma tabela como ferramenta, onde chegará à resposta através do raciocino lógico e cálculos, bem parecida com a primeira. E, para terminar, a terceira será pelo processo algébrico.

"Num quintal há galinhas e coelhos. Há 8 cabeças e 26 pés. Quantas são as galinhas? E os coelhos"?

<u>1º MANEIRA:</u> Propor através da tentativa erro sem nenhum tipo de organização que o aluno chegue na resposta.

O aluno pensará em atribuir valores aleatórios, percebendo que a quantidade de cada animal não poderá ultrapassar o máximo de 8. Perceber que quando aumenta o número de coelhos os pés irão aumentar mais rápido que se aumentarmos o número de galinhas.

<u>2º MANEIRA:</u> Utilizar uma tabela que ajudará organizar os valores do problema.

QUANTIDADE DE GALINHAS	QUANTIDADE DE COELHOS	TOTAL DE CABEÇAS	TOTAL DE PÉS	NÃO OU SIM
5	3	8	11	NÃO
4	4	8	24	NÃO
3	5	8	26	SIM
x	**y**	$\mathbf{x + y = 8}$	$\mathbf{2x + 4y = 26}$	**?**

A quinta coluna deve ser preenchida com NÃO nas linhas que não satisfazem a segunda informação e com SIM nas linhas que satisfazem a segunda informação da quarta coluna.

Para criar um *link* da segunda com a terceira maneira, apesar de não ser necessário, o professor pode solicitar que o aluno preencha a última linha da tabela representando as quantidades de galinhas e coelhos por letras.

O aluno precisa perceber nessa segunda maneira que não consegue resolver essa situação sem utilizar as duas informações.

<u>3º MANEIRA:</u> Vamos utilizar o processo algébrico para resolver. Essa maneira será resolvida em conjunto com o professor.

quantidade de galinhas = **x**

quantidade de coelhos = **y**

Montagem do sistema através da última linha da segunda maneira:

$$\begin{cases} \mathbf{x + y = 8} \\ \mathbf{2x + 4y = 26} \end{cases}$$

O Objetivo nessa etapa é achar o valor de x e y que representam os valores desconhecidos do total de galinhas e total de coelhos. Das experiências anteriores percebemos que os dois valores desconhecidos não conseguiremos fazer isso. Segue uma sugestão que tal somar as duas:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 4y = 26 \quad + \end{cases}$$

$3x + 5y = 34$, e aí? Não adiantou nada

Agora que tal multiplicarmos a primeira equação por **(-2)**?

$$\begin{cases} x + y = 8 \ . (-2) \\ 2x + 4y = 26 \quad + \end{cases} \iff \begin{cases} -2x - 2y = -16 \\ 2x + 4y = 26 \quad + \end{cases}$$

$$0 + 2y = 10 \implies y = 5$$

Logo se **y = 5**, substituindo em qualquer uma das equações:

$$x + y = 8 \implies x + 5 = 8 \implies x = 3.$$

Que tal dar um nome para essa solução: Já que somamos as equações chamaremos essa maneira de: **MÉTODO DA ADIÇÃO.**

Com isso chegamos ao final da sequência didática proposta com alguns pontos positivos. Está é uma proposta bem rica em conhecimento e mais apropriada para a realidade do aluno. Com ela conectamos diversos assuntos: localização no plano cartesiano (par ordenado), que em seguida foi utilizado para representar a equação do primeiro grau com duas variáveis. Exploramos a representação gráfica desse tipo de equação. Conseguimos mostrar que essa equação sozinha não resolveria o problema. Necessitamos de mais uma equação, a partir disso, conseguimos introduzir a definição de sistema. Concluímos com as formas de resolvê-los.

Podemos traçar um paralelo entre as duas propostas. Vamos tomar como base a atividade proposta na página 23 do capítulo 3 desse trabalho, onde uma quantidade de alunos resolveu utilizando métodos algébricos na primeira proposta. Após utilizar a proposta didática do capítulo 4 percebemos que os alunos conseguem apresentar soluções sem que o mesmo saiba métodos de solução. Vamos observar abaixo soluções propostas por dois alunos.

1º RESPOSTA

Transcrição da proposta de solução do aluno do 7º ano E M Jornalista Campos Ribeiro:

No primeiro quadro temos 1 hambúrguer e 3 refrigerantes custando 10 reais. E no segundo quadro temos 3 hambúrgueres e 1 refrigerante custando 14 reais. Se somarmos as duas teremos:

04 hambúrgueres e 04 refrigerantes = 10 + 14 = 24, logo

01 hambúrguer e 01 refrigerante custa 24 : 4 = 6

Do 1º quadro temos que sobra para os 02 refrigerantes 4 reais, logo um refrigerante custa R$ 2,00. Como o total é 6 reais, o hambúrguer custa

R$ 4,00.

2º RESPOSTA

Transcrição da proposta de solução do aluno do 7º ano E M Jornalista Campos Ribeiro:

A diferença entre os dois quadros é que no primeiro temos além de um lanche, 2 refrigerantes e no segundo esses dois refrigerantes foram trocados por 2 hambúrgueres. Ficando mais caro 4 reais.

O aluno consegui concluir que o hambúrguer custa 02 reais a mais que o refrigerante.

Então no primeiro quadro se substituir o hambúrguer por um refrigerante temos que tirar 2 reais do total.

4 refrigerantes = 10 - 2 = 8, logo refrigerante 8 : 2 = R$ 2,00, como o hambúrguer é 2 reais mais caro custa: R$ 4,00.

Através dessas respostas, em princípio, não conseguimos resolver a dificuldade do aluno em entender os métodos, e sim criamos outras formas para que o aluno chegasse a solução. Caminhos onde ele, no primeiro momento, se sente melhor, já que viveu situações parecidas na sua vida pessoal.

Explorando o aluno pelo conhecimento existente, pela sua prática do cotidiano, que é citada no PCN de 1998 na página 23.

> "Também a importância de levar em conta o conhecimento prévio dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer das vivências práticas dos alunos, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para um tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdos proveniente da experiência pessoal."

Qual aluno não passou pela situação do problema proposto?

O aluno mostra uma construção significativa do conhecimento. Deixa de fazer sem saber.

Quando instigamos o aluno a resolver os problemas de sistema como se fosse uma situação sua do dia a dia, também estamos conectando esse aluno ao aprendizado significativo.

Segundo Ausubel, pesquisador norte-americano especialista em Psicologia Educacional:

> "A essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal)."

Mais um aspecto positivo é o fato do aluno está mais preparado para continuar o estudo de sistemas no 8º ano. Imagine o aluno que teve oportunidade de representar graficamente as equações no plano cartesiano, raciocinar em cima da quantidade de soluções. Certamente ele apresentará maior facilidade para construir gráficos, para discutir se o sistema é possível ou impossível, determinado ou indeterminado, pois recebeu mais informações que serão utilizadas na continuidade desse assunto no ano seguinte.

Mediante a proposta descrita, deixei uma sugestão de trabalho para o 7º ano onde poderemos explorar: plano cartesiano, uma introdução a representação gráfica, desenvolver soluções através do raciocínio lógico e por último sim introduzir métodos para solução de problemas, porém não como uma única maneira de solução.

4.5. Aspectos importantes referente aos alunos diante dessa abordagem.

Esse tópico servirá para falarmos um pouco das dificuldade e dúvidas dos alunos na proposta desse capítulo 4. Na primeira maneira dessa abordagem, Tentativa e Erro, o aluno não tem um padrão definido de solução. Ele utiliza somente as quatro operações matemáticas. Dependendo dos valores atribuídos para as incógnitas, o aluno apresenta grande dificuldade. Já que essa forma, apesar de ser oferecida para alunos do 7º ano, é mais adequada para soluções com números inteiros positivos. Mais isso não significa que não possa ser utilizada, pois as avaliações são baseadas na maioria das vezes em exemplos contextualizados. com números inteiros.

Na segunda maneira, Tabela, há uma aceitação melhor por parte dos alunos, ainda mais quando a tabela vem montada, pois eles precisam só preencher e chegam solução. Quando pedimos para os alunos montarem a tabela, surge uma dificuldade na elaboração do título nas colunas. Depois de perceberem que as colunas mais importantes são as que constam as informações do enunciado, a resposta dos alunos melhoram.

Na terceira maneira, apresentam dificuldade para entender o processo de resolução, método da adição, exposto pelo professor, apesar de fazerem uso de seus processos de resolução mecanicamente, sem compreensão dos mesmos. Tenho refletido bastante sobre a dificuldade de aprendizagem dos alunos na Álgebra, percebo que é grande a dificuldade, principalmente na interpretação e montagem de sistemas de equações do 1º grau como comprovam algumas pesquisas. E nessa proposta, como na apresentada na apostila de apoio, os alunos apresentam dificuldades na montagem, não conseguem transformar a linguagem escrita do enunciado em linguagem matemática de forma adequada.

Essas dificuldades mencionadas foram percebidas diante da nossa prática em sala de aula.

5. ATIVIDADES PROPOSTAS

No intuito de aproximar nossos alunos do ensino de sistemas sugerimos alguns problemas para serem solucionados da forma sugerida no capítulo 4.

1)

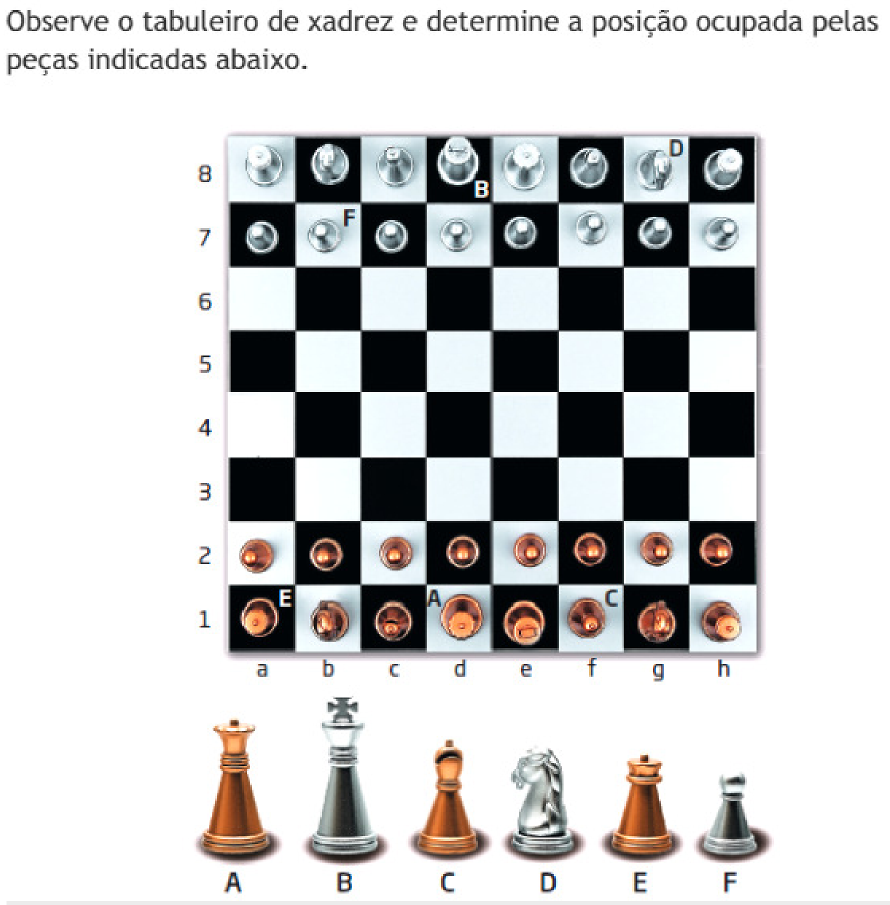


Figura 16 - Livro digital Compreensão e prática

A atividade tem por objetivo explorar o conhecimento de plano cartesiano e par ordenado.

Ex . A peça A está localizada por **(d,1)**

2) Dois casais foram ao shopping e pararam em frente a uma lanchonete que vendia salgados e bebidas. O primeiro casal pagou R$ 7,00 por um pastel e dois copos de caldo de cana. O segundo casal pagou R$ 12,00 por três copos de caldo de cana e dois pastéis. Qual o valor do caldo de cana?

Através desse problema podemos desenvolver as três maneiras propostas começando pela Tentativa e Erro, em seguida trabalhar a solução através da tabela, valorizando o conhecimento das quatro operações. O aluno consegue resolver mesmo tendo dificuldade na parte algébrica.

VALOR DO PASTEL	VALOR DO CALDO	**PRIMEIRO CASAL** 1 PASTEL + 02 CALDOS = 7,00	**SEGUNDO CASAL** 02 PASTÉIS + 03 CALDOS = 12,00	NÃO OU SIM
2	2,50	2+2.2,50=7,00	2.2+3.2,50=11,50	NÃO
3,00	**2,00**	**3+2.2=7,00**	**2.3+3.2=12,00**	**SIM**
x	**y**	**X+2y=7**	**2X+3Y=12**	

Após a solução por tabela podemos propor o aluno fazer a representação de cada equação com o auxílio do professor utilizando Geogebra. Reforçando o conceito de uma equação com duas incógnitas. Por último utilizar o método algébrico.

3) Em um jogo de basquete as duas equipes juntas marcaram 80 pontos. Sabemos que a diferença entre equipe vencedora e a perdedora foi de 24 pontos. Quantos pontos fez a equipe vencedora?

O objetivo dessa atividade segue os moldes da atividade anterior. Com um grau de dificuldade maior, devido os valores apresentados serem maiores.

4) Esta atividade tem como objetivo ajudar o Sr Joca um professor a resolver os problemas que envolvem seu carro. Pra isso vou contar pra vocês o que aconteceu.

Sr. Joca como sempre, está muito apressado para ir trabalhar. Ao sair de carro pela manhã recebeu uma ligação, onde teria que levar o pão para o café da manhã com seus colegas professores na escola. Resolveu parar em uma padaria chamada Quitutes gostosos, que naquele momento não tinha lugar para estacionar. Mesmo assim resolveu parar e deixou seu carro na rua.

E aí começa o problema. Apesar de ter demorado pouco tempo na padaria, quando voltou não encontrou mais seu carro. Bateu aquele desespero e começou a gritar:

- Alguém viu um carro que estava aqui ?

Um senhor bem idoso que estava vendendo jornal na padaria respondeu:

- Eu vi. Ele foi rebocado, pois estava parado em lugar proibido. Eles costumam levar para um depósito lá na estrada dos bandeirantes.

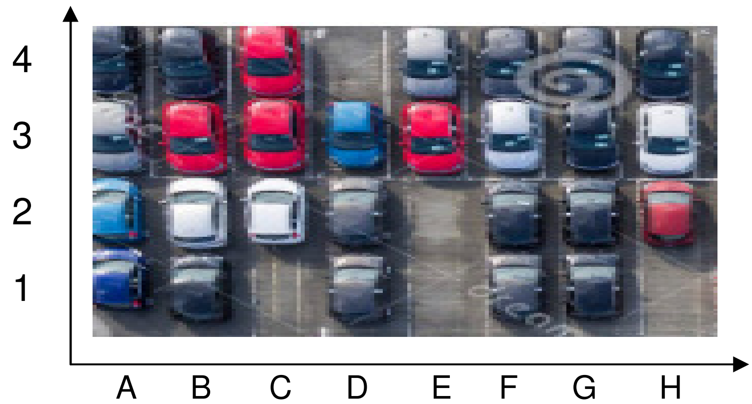
- Muito grato. Eu sei onde é. Vou lá buscar. Respondeu Joca.

Após chegar no depósito e pagar a multa. A senhora do depósito falou:

- O senhor está com sorte, hoje estamos com poucos veículos no depósito. Hoje temos um total de 45 veículos. Num total de 160 rodas, já que só temos carros e motos.

A senhora sem perder muito tempo falou:

- O seu carro está na posição **(D,3)** desta parte do estacionamento. Observe a foto e o senhor pode buscar seu carro.



Qual a cor do carro de Joca? ________________________

Envolva o carro de Joca?

Ao chegar na escola e explicar o que aconteceu, um aluno curioso perguntou:

Quantos carros tinham nesse depósito? E quantas motos.

3º MANEIRA

quantidade de carros = x

quantidade de motos = y

$$\begin{cases} x + y = 45 \\ 4x + 2y = 160 \end{cases}$$

Somando as duas equações conseguimos eliminar uma das incógnitas?

O que devemos fazer?

Multiplicar a equação x + y = 45 por (-2):

$$\begin{array}{rl} & -2x - 2y = -90 \\ + & 4x + 2y = 160 \\ \hline & 2x \quad = 70 \end{array}$$

$\Longrightarrow$ x = 35 e y = 10 , após o esboço da solução poderíamos propor outro método para avaliarmos o desempenho e aceitação por parte dos alunos.

Nessa atividade elaboramos uma história onde visamos trabalhar a princípio a linguagem e a interpretação. O aluno precisa entender par ordenado, e localizar o veículo no depósito. Depois sugiro que as três maneiras de soluções propostas sejam trabalhadas.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve duas partes principais. Num primeiro momento mostramos que o material didático elaborado pelo município do RJ é pobre e com uma sucinta abordagem de sistemas. Enfatiza somente a maneira de resolver problemas através de métodos. Não preparando o aluno para estudo continuado, já que esse assunto terá grande visibilidade no ano seguinte. Com a experiência adquirida nesses anos de trabalho prestado à secretaria municipal de educação do RJ vejo vários professores de matemática se utilizando desse material para explicar esse assunto. E não podemos deixar de citar que alguns livros adotados nas escolas não contemplam esse assunto no 7 ano. Comprometendo todo o desenvolvimento da prática adotada pelo professor.

Esse trabalho teve como objetivo traçar uma sequência didática mais eficaz para estudo de sistemas do 1º grau com duas incógnitas para alunos do município do Rio de Janeiro, mediante os resultados obtidos pelo corpo de alunos do sétimo ano do ensino fundamental. Respeitamos todas orientações de documentos como os PCNs. Elaboramos uma estratégia utilizando assuntos como: localização de par ordenado no plano cartesiano, representação das soluções de uma equação do primeiro grau com duas variáveis no plano cartesiano, *software* Geogebra de matemática, que ajudaram de forma gradativa e substancial a chegarmos no objetivo final que é a resolução de sistemas. Foram incluídas atividades onde o aluno despertou para o fato que uma equação com duas variáveis não tem somente uma única resposta. As atividades aplicadas aproximaram o assunto a realidade do aluno. Através de situações problemas, os alunos se mostram mais interessados em resolver. Devido no momento inicial está dissociado de qualquer regra ou método de solução, diminui-se as dificuldades, principalmente das impostas pela álgebra.

Temos muito a nos questionar sobre o fracasso no ensino da matemática na vida do educando. Sem saber o que fazer para amenizar este grave problema educacional. Encontramos caminhos que devem ser traçados, para que, desta forma, possamos tornar a matemática uma disciplina agradável e estimuladora. Despertar tanto nos educandos como nos professores a importância que a matemática tem na construção do conhecimento. Como pode se tornar prazerosa para todos, ainda mais se for abordada de uma forma correta e estimuladora, excluindo do nosso meio a distorcida ideia de que a matemática é uma disciplina para poucos ou que é sinônimo de fracasso para a grande maioria.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOOTH, L. R. (1995). **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra**. In: COXFORD, Arthur F. (et all). **As idéias da álgebra**. (Trad.: Hygino H. Domingues). São Paulo.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclo do Ensino Fundamental: introdução aos **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília. MEC/SEF, 1998. 148 p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: **Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/ pdf/livro01.pdf

Cadernos Pedagógicos da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro. Matemática: 2016. Disponível em: http://www.rioeduca.net/recursosPedagogicos.php

David P. Ausubel, Joseph Novak e Helen Hanesian, **Psicologia Educacional**,625 págs., Ed. Interamericana, (edição esgotada)

GASPARIM, Joao Luiz. **Uma didática para a pedagogia histórica-crítica**. 2a ed.- Campinas, Sao Paulo: Autores Associados, 2003.

OLIVEIRA, Ana Teresa de C. C. **Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra**. Educação Matemática em Revista, São Paulo: SBEM, ano 9, n. 12, p. (35 – 39), jun. 2002.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática: Compreensão e Prática editora moderna**, São Paulo 2013.

VASCONCELOS, Celso dos S. **Construção do Conhecimento em Sala de Aula**. São Paulo, SP : Libertad, 1993.