IMPA – INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

PROFMAT – PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Preparando o aluno de ensino fundamental para o aprendizado de razões e proporções

Autor:

Sandro Farias de Oliveira

Professor Orientador:

Paulo Cezar Pinto Carvalho

Rio de Janeiro, 02 de fevereiro de 2017.

Conteúdo

Agradecimentos

Agradeço ao meu Senhor e Salvador, Jesus Cristo, por mais uma vez fazer um milagre em minha vida, cumprindo mais uma das profecias de minha mãe, por me ajudar a superar os obstáculos, por me confortar nos momentos de angústia e por colocar as pessoas certas no meu caminho todas as vezes que precisei de ajuda.

Agradeço aos meus pais, Alcides e Zuleika, que conduziram a minha educação, não me deixaram desistir de cursar a faculdade e por todas as orações em meu favor. Agradeço à minha mãe que profetizou quando eu ainda estava cursando a faculdade, no ano de 2005, que eu faria mestrado no IMPA.

Agradeço à minha irmã, Jaqueline, por sempre levantar minha autoestima ainda que a situação parecesse ser a pior possível e por todas as orações em meu favor.

Agradeço ao presente de Deus em minha vida, minha esposa Raquel, por estar ao meu lado em todo o tempo, por abrir mão da minha presença em diversos momentos, por me ajudar e me incentivar durante todo o curso, especialmente durante o desenvolvimento deste trabalho. Por incansavelmente me apoiar e confiar em mim mais do que eu mesmo.

Agradeço a minha filha, Samara, que esteve do meu lado e, apesar de sua pouca idade, ao me ver aflito com os estudos me dizia: “Papai, fica feliz!”.

Agradeço à minha sogra, Rosangela, por todas as vezes que me ajudou com tarefas que eu precisava realizar para que eu pudesse estudar.

Agradeço à turma do PROFMAT – IMPA – 2014 pelo companheirismo digno de uma família, pela paciência dos colegas que, mesmo sem ter nada a ganhar, perderam horas me explicando conteúdos que eu não havia compreendido durante as aulas. Agradeço, em especial, aos companheiros Harley Mello e Carlos Henrique com os quais tive o prazer de compartilhar várias manhãs de sábado estudando Fundamentos de Cálculo.

Agradeço ao meu orientador, Paulo Cézar, pela paciência comigo durante a elaboração do trabalho de conclusão de curso.

Entrega o teu caminho ao Senhor; confia nEle, e Ele tudo fará.

Salmos 37,5.

Resumo

O objetivo desse trabalho é identificar e analisar as dificuldades dos alunos do sétimo ano da educação básica no que diz respeito ao aprendizado dos conteúdos de razão e proporção. Para evidenciar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes foi elaborada uma lista de exercícios, cuja aplicação se deu em cinco turmas de alunos da série escolar mencionada, ao longo de 90 minutos em cada turma. Após a aplicação as turmas receberam o gabarito comentado para mostrar-lhes como o conteúdo já faz parte do que foi ensinado em algum momento. Com a aplicação do trabalho pode-se perceber que as nomenclaturas comuns ao ensino de razões e proporções são completamente dispensáveis em um primeiro momento onde a proporcionalidade é fator mais importante a ser compreendido. A partir do momento em que toda a classe estiver familiarizada com as razões e proporções e, principalmente, com as suas aplicações, o professor tem liberdade para trabalhar da maneira como preferir, inclusive introduzindo as nomenclaturas e definições pertinentes ao conteúdo. Nesta pesquisa foi verificado que além dos conteúdos que os alunos já tiveram contato a interpretação de texto também é um item com bastante relevância no aprendizado. Ressalto ainda que o objetivo do trabalho não é excluir as nomenclaturas e definições existentes nas razões e proporções, mas antes verificar os conteúdos já aprendidos e se foram bem compreendidos para que o ensino de razão e proporção não seja prejudicado por falta de pré-requisitos.

Palavras-chave: razão, proporção, ensino-aprendizagem, pré-requisitos.

1. Introdução

Este trabalho foi idealizado a partir de dúvidas comuns de alunos como, por exemplo:

“ qual tamanho de copo de refrigerante é mais vantajoso?”;

“ como dividir de maneira justa a conta da cantina?”,

“ de que tamanho devo revelar uma foto?”.

Aqui faremos uma pesquisa sobre os conteúdos necessários como pré-requisitos ao ensino de razão e proporção utilizando o conhecimento pessoal do aluno, minimizando o uso de nomenclatura de termos. Assim, o trabalho mostra um direcionamento para o ensino de razões e proporções diferente das abordagens da maioria dos livros didáticos, em que é o introduzido o conceito de razão e vários novos nomes aos alunos, como antecedente e consequente.

O trabalha não trata de uma técnica de ensino de razão e proporção, mas de uma maneira alternativa de abordar o assunto de maneira a aproveitar o que o aluno já aprendeu até o momento tornando a relação ensino-aprendizagem mais agradável.

Apresentaremos o trabalho através de exercícios inéditos que foram realizados pelos alunos de maneira a desenvolver a compreensão da razão e da proporção sem o uso das nomenclaturas.

O objetivo desse trabalho é identificar e analisar as dificuldades dos alunos do sétimo ano da educação básica no que diz respeito ao aprendizado dos conteúdos de razão e proporção. Para evidenciar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes foi elaborada uma lista de exercícios, cuja aplicação se deu em cinco turmas de alunos da série escolar mencionada, ao longo de 90 minutos em cada turma.

A consolidação das respostas dos alunos será exposta com o propósito de apontar as inferências realizadas por eles que são úteis à resolução das questões, com a pretensão de auxiliar os professores que ensinarão o tema a elaborar seu plano de ação utilizando os conhecimentos prévios da turma.

O professor aplica o instrumento de verificação de conhecimentos prévios, avalia o grau de conhecimento da turma sobre os assuntos pertinentes ao tema e projeta o seu plano de ação para o ensino da razão e da proporção.

Nesse sentido, será oferecido um aporte ao professor para enfrentar diferentes situações de formalização do conhecimento de razão e proporção.

Essa abordagem é mostrada neste trabalho apenas para o conteúdo de razão e proporção mas pode e deve ser aplicada em vários conteúdos ao longo do ensino fundamental II e do ensino médio.

2. Aspectos teóricos

2.1 A proporcionalidade e a aprendizagem em geral

O ensino de razão e proporção se dá, em geral, no sétimo ano do ensino fundamental, após a introdução de expressões algébricas e equações do 1º grau. Além disso, razão e proporção costumam ficar em capítulos separados de regra de três, que é a principal aplicação das razões e proporções na matemática ainda na mesma série.

Porém, a escola básica introduz a noção de proporcionalidade assim que apresenta ao aluno a operação de multiplicação, limitada à noção de adição de parcelas iguais e com enfoque quase exclusivo nos cálculos. Ao longo do seu desenvolvimento, o aluno agrega situações problema a essa operação, que vão dar significado aos resultados obtidos através desses cálculos.

Marta Kohl de Oliveira (OLIVEIRA, 2009), cita em seu livro, Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio histórico:

> Um outro experimento, conduzido por Leontiev, visava fornecer elementos para a compreensão do papel dos signos mediadores na atenção voluntária e na memória. Leontiev utilizou um jogo infantil tradicional na Europa como base para estruturar a situação experimental. Nesse jogo uma pessoa faz perguntas a outra, que deve responder sem usar determinadas "palavras proibidas". No caso do experimento de Leontiev, as crianças deveriam responder a diversas questões sobre cores, por exemplo: "Qual a cor de um tomate?", "Qual a cor de sua blusa?", sem usar o nome de duas cores definidas no experimento como "proibidas" (verde e amarelo, por exemplo).
>
> Na primeira fase do experimento o pesquisador formulava as perguntas oralmente, e a criança simplesmente as respondia, como no jogo original. Sua resposta era considerada errada se falasse o nome das cores proibidas. Numa segunda fase, a mesma brincadeira de pergunta-resposta era feita, mas a criança recebia cartões coloridos que podia utilizar, se quisesse, como auxiliares no jogo. Algumas crianças passaram, então, a utilizar os cartões como suportes externos para sua atenção e memória: separavam os cartões com as cores proibidas e, antes de responder às perguntas, olhavam para os cartões, como se estivessem "consultando" uma fonte de informação.
>
> As crianças que utilizaram os cartões como marcas externas para a regulação de sua atividade psicológica cometeram muito menos erros nessa segunda fase do experimento do que na primeira fase, sem os cartões.

Da mesma maneira que Leontiev usou os cartões para que as crianças tivessem auxílio no jogo, a ideia do trabalho é que o aluno possa ter o auxílio de conteúdos anteriores como os princípios multiplicativo e aditivo, expressões algébricas e resolução de equações do primeiro grau, entre outros para auxiliá-lo na introdução ao conhecimento das razões e proporções e, posteriormente, na utilização das razões e proporções para a resolução de problemas como, por exemplo, problemas de regra de três.

2.2 A proposta de abordagem da proporcionalidade

Queremos que o aluno perceba o quanto do assunto ele já conhece antes de ser apresentado aos conceitos formais e toda a nomenclatura envolvida.

Lúcia A. A. Tinoco, em seu livro Razões e Proporções (Tinoco, 1996), discorre sobre o assunto da seguinte maneira:

> A resolução de problemas conhecidos como de “regra de três”, pode e deve ser feita sem regra pré-estabelecida e é uma aplicação direta dos conceitos de proporcionalidade direta e inversa. Esse nome é dispensável e mesmo questionável.

Sendo assim, é importante ressaltar que as definições e nomenclaturas serão apresentadas aos alunos em momento oportuno e não como premissa para o aprendizado e compreensão dos conceitos e cálculos envolvendo proporcionalidade.

Note que alguns livros obrigam o professor a trabalhar conceitos e nomenclaturas desde o princípio por causa dos exercícios que compõem a obra e a disposição em que eles são trabalhados. No livro Matemática (Edwaldo Bianchini, página 150) o primeiro exercício é o seguinte:

> Represente na forma de fração a razão entre o primeiro e o segundo número nos seguintes casos:
>
> a) 10 e 15;
> b) 4 e $\frac{5}{6}$;
> c) $\frac{3}{10}$ e $\frac{2}{5}$;
> d) 3,2 e 4,8.

É importante ressaltarmos que este tipo de enunciado, apesar de utilizar o conceito de razão exibido inicialmente, não prescinde dos conhecimentos anteriores dos alunos, de maneira a tornar-se pouco interessante.

Na mesma obra, encontramos o seguinte exercício, ainda na página 150:

> Durante um jogo de futebol entre Náutico e Santa Cruz, dois times da cidade do Recife (PE), havia 50.000 torcedores no estado. De cada 5 torcedores, 3 torciam para o Náutico e 2 torciam para o Santa Cruz.
>
> a) Determine a razão entre o número de torcedores do Náutico e o número de torcedores do Santa Cruz.
> b) Determine a razão entre o número de torcedores do Náutico e o total de torcedores do estádio.
> c) É correto afirmar que dos 50.000 torcedores 20.000 eram torcedores do Santa Cruz? Por quê?
> d) Qual é a porcentagem de torcedores do Náutico que assistiam a esse jogo no estádio?

Podemos observar que as letras a e b do exercício têm o mesmo seguimento do exercício exposto na página anterior. Porém as letras c e d apresentam a necessidade do aluno recorrer a conhecimentos prévios para resolvê-los, mas necessidade nenhuma do conhecimento do que é uma razão, do seu conceito ou como se apresenta matematicamente para resolver o exercício.

Esse tipo de exercício valoriza os conhecimentos anteriores dos alunos e ajuda a integrar os conhecimentos matemáticos, porém dos 12 primeiros exercícios do livro Matemática (Edwaldo Bianchini), este é o único citado que trabalha a relação da razão com conhecimentos anteriores.

Há autores como os da equipe do Projeto Fundão (Tinoco, 1996) que recomendam minimizar a utilização da nomenclatura que aparece nos livros didáticos no estudo das proporções, por considerá-la prejudicial ao aprendizado das ideias essenciais.

Como consequência, espera-se que o aluno se aproprie do pensamento multiplicativo e opere com naturalidade os cálculos durante a realização dos exercícios introdutórios relacionados à proporção em uma ampla variedade de contextos.

Nesse sentido, é sugerido como uma das estratégias de ensino que o professor estimule o aluno a apresentar seu raciocínio esquematizado em uma tabela, na qual seja apresentada a variação das grandezas pelo fator multiplicativo. Isso se daria a partir da proposição de questões que o auxiliassem na interpretação dos dados da tabela, como mostra o exemplo a seguir, extraído do livro do Projeto Fundão (Tinoco, 1996, p.31):

> Para preparar suas tintas, um pintor costuma dissolver 4 latas de tinta em 6 latas de água.
>
> Quantas latas de água são necessárias para dissolver 8 latas de tinta?
>
> Complete a tabela

TINTA	ÁGUA	TINTA DILUÍDA
4	6	
8		
	3	
1		
	2	

O exercício proposto deve levar os alunos a algumas discussões como, por exemplo: “Quais são as grandezas envolvidas no problema?” ou “Para diluir 15 latas de tinta concentrada, quantas latas de água são necessárias?”.

Ressaltamos ainda que não é necessário que os alunos acertem todas as questões. Pelo contrário, o aparecimento da resposta 10 no exercício na segunda linha e segunda coluna, que até este momento é plausível, indica a ausência do conceito de proporcionalidade. Acreditando que um aumento é sempre devido a uma soma, o aluno poderá pensar assim: como são necessárias 6 latas de água para 4 latas de tinta temos que $4 + 2 = 6$, então $8 + 2 = 10$; outro raciocínio devido à soma poderá ser: da primeira para a segunda linha a quantidade de latas de tinta aumentou em 4, como $4 + 4 = 8$, então $6 + 4 = 10$. O preenchimento da última linha da tabela deverá provocar uma reflexão sobre esse procedimento, pois, seguindo este raciocínio errôneo, ele encontrará 0 latas de tinta.

Após o exercício, é interessante que provoquemos uma discussão entre os alunos com a seguinte questão (Tinoco, 1996, p.33):

> Ao preparar suas tintas, o pintor Pedro mistura três latas de tinta com 5 latas de água, e o pintor Carlos, mistura 2 latas de tinta com 4 latas de água. Qual dos dois obtém uma tinta mais concentrada? Por quê?

Depois de serem feitos alguns exercícios em que o conceito de razão está implícito, como os mostrados acima, o aluno consegue assimilar a ideia de razão de maneira muito mais natural, sem ter a sensação de que está decorando nomes sem sentido.

Em especial os problemas das tintas servem para isso. Neles, a razão entre os números de latas de tinta concentrada e os números de latas de água representa a concentração de tinta usada pelo pintor.

3. Trabalho de Campo

3.1 Objetivos, metodologia e clientela.

O plano de verificar o conhecimento prévio dos alunos de sétimo ano regular sobre proporções surgiu da oportunidade de trabalho com cinco turmas deste nível escolar no ano de 2016, em escolas com perfis diferentes, sendo uma da rede pública municipal e quatro da rede particular.

A escola pública está localizada no bairro de Madureira e as escolas particulares, nos bairros da Freguesia, Méier e Recreio dos Bandeirantes. Todas elas têm no sétimo ano entre 24 e 42 alunos por turma, cujas idades variam de 11 a 13 anos.

Dentro do planejamento anual das escolas, estava previsto que os temas razão e proporção deveriam ser ministrados ao sétimo ano ao longo do 3° bimestre. Considerando que os alunos já dominavam as operações no conjunto dos números racionais e por isso seriam capazes de responder às tarefas, o trabalho pôde ser aplicado com tranquilidade sem criar transtornos ao conteúdo anual a ser lecionado.

A sequência de ensino foi executada com a seguinte dinâmica:

- Seleção de assuntos da realidade dos alunos, ou pelo menos de parte deles, que pudessem envolver razão e proporção;
- Inserção de pelo menos um exercício não contextualizado onde pudessem ser verificados conhecimentos aritméticos e algébricos desejáveis como pré-requisitos ao ensino de razão e proporção;
- Verificação do interesse das turmas pelos assuntos selecionados;
- Elaboração de questões inéditas sobre os temas escolhidos, direcionadas ao ensino da razão e da proporção;
- Esclarecimento para as turmas sobre os objetivos dos exercícios;
- Distribuição de todo o material com as questões a serem respondidas;
- Resolução das questões pelos alunos;
- Anotação das dúvidas dos alunos dirigidas ao professor durante a aplicação;
- Recolhimento do material respondido;

- Comentário das respostas com os alunos;
- Formalização, no quadro da sala de aula, da introdução aos assuntos de razão e proporção;
- Seleção e análise de respostas representativas dos modos de pensar dos alunos;
- Elaboração dos comentários gerais sobre a produção dos alunos.

A carga horária total de aplicação das questões foi de aproximadamente dois tempos de aula, que correspondem a noventa minutos nas escolas particulares e a cem minutos na escola pública, distribuídos em sequência nas escola particulares e em dois dias separados na escola pública por falta de tempos consecutivos de matemática. A análise das respostas com os alunos durou um tempo de aula. O trabalho foi aplicado, no total, a 112 alunos nas escolas particulares e 42 alunos na escola pública, totalizando 154 alunos participantes.

3.2 Atividade Proposta

A atividade possui exclusivamente exercícios que podem ser resolvidos com algum conhecimento prévio adquirido, seja ele do sexto ano ou do próprio sétimo ano. Contamos ainda com conhecimentos aprendidos em outras disciplinas, mas que dizem respeito ao assunto.

1. Para cada quatro sorvetes que vende Aufrerrálio ganha comissão de R$ 0,40. **DETERMINE** o valor de sua comissão no mês em que vendeu 150 sorvetes.

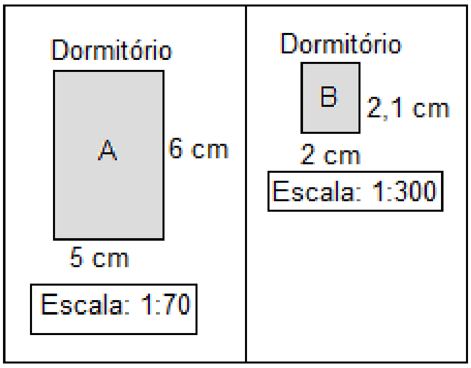
2. Um relógio atrasa um minuto a cada 6 horas. **CALCULE** quanto tempo ele atrasará em 4 dias.

3. Para animar o acampamento, o cozinheiro inventou uma brincadeira. A cada 15 biscoitos que preparou, três estavam recheados. Ao final do lanche, foram encontrados 12 biscoitos recheados. **DETERMINE** quantos biscoitos foram feitos ao todo pelo cozinheiro.

4. Um funcionário da fábrica da cidade de Rio de Números recebeu R$960,00 por 24 dias de trabalho. **DETERMINE** quanto deveria receber se trabalhasse 30 dias.

5. Em Rio de Números, para o lanche dos funcionários da fábrica, o professor SabiDão vende refrescos na porta de sua casa. No preparo do refresco, ele usa 8 copos de água mineral, que custa 60 centavos o copo e 2 copos de groselha, que custa 95 centavos o copo. **ESCREVA** o custo de cada copo de refresco.

6. Ao parar em um sinal de trânsito, um motorista recebeu as plantas de apartamentos de dois empreendimentos distintos, A e B, cujos dormitórios estão esboçados abaixo. **ANALISE** a representação de cada um deles e **DETERMINE** qual tem a maior área, justificando sua escolha.



7. **DETERMINE** o valor de *x* em cada uma das sentenças a seguir.

a) $\frac{x+1}{18} = \frac{2}{6}$

b) $\frac{x}{3} = \frac{8}{12}$

c) $\frac{8-x}{2} = \frac{x+7}{4}$

3.3 Análise dos resultados

A seguir, apresento os objetivos e enunciados dos exercícios que foram propostos nas turmas e a análise de respostas interessantes dadas pelos alunos a cada uma delas.

3.3.1 Exercício 1.

O primeiro exercício foi incluído na pesquisa para avaliar se ou como os alunos:

- distinguem no universo dos números racionais os raciocínios aditivo e multiplicativo;

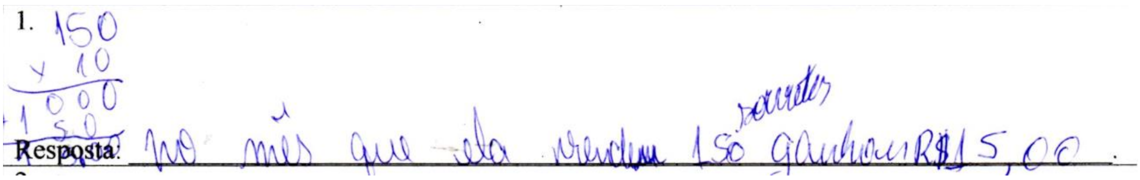
- se utilizam da redução à unidade na resolução de um problema;

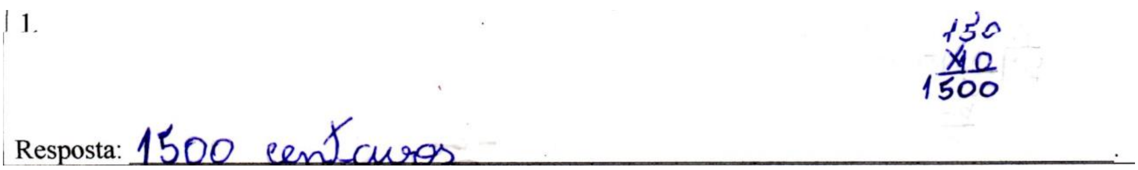
- escrevem a unidade de medida na resposta.

- se utilizam da língua materna para explicar um raciocínio matemático.

Exercício 1: Para cada quatro sorvetes que vende, Aufrerrálio ganha comissão de R$0,40. **DETERMINE** o valor de sua comissão no mês em que vendeu 150 sorvetes.

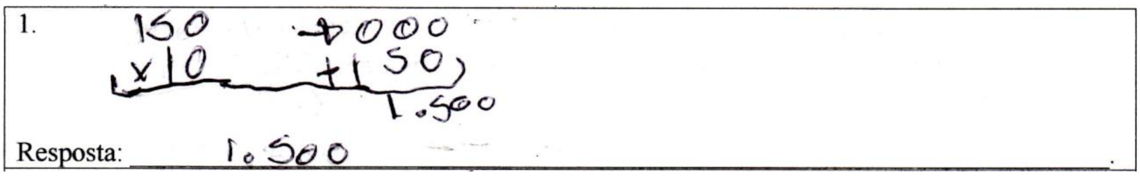
Algumas respostas adequadas ao exercício:





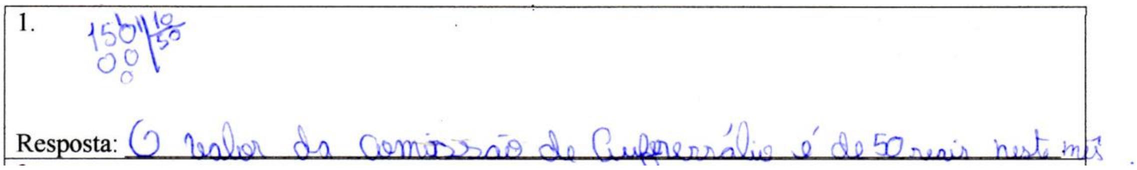
Observação: na segunda imagem está escrito: 1500 centavos.

Algumas respostas incorretas comentadas para o exercício:


1.
150
×10
1000
+150
1.500
Resposta: 1.500

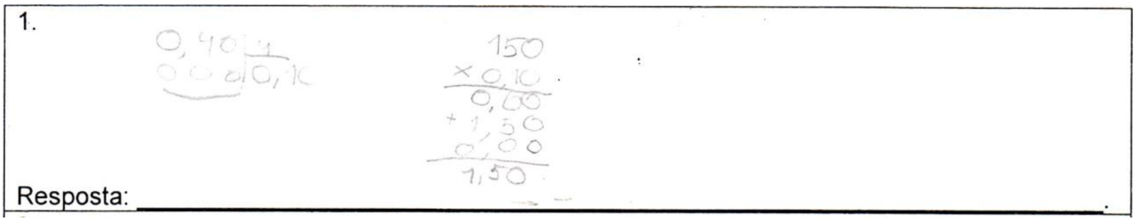
O aluno consegue aplicar a redução ao valor unitário e também o princípio multiplicativo, mas, por não escrever 10 centavos como um número decimal, se confunde com relação ao significado do valor encontrado que significa, na verdade, R$15 e não R$1.500.

É necessário ressaltar a importância da unidade de medida, pois 1500 centavos é uma resposta aceitável uma vez que o enunciado não especifica a unidade de medida que deverá ser usada na resposta do exercício.

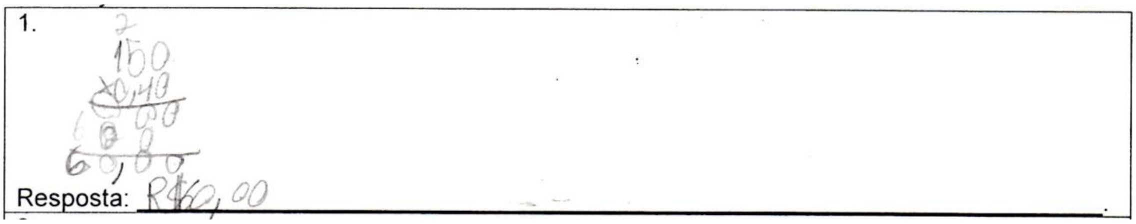

1.
150 |10
00 50
0
Resposta: O valor da comissão de Cupernálio é de 50 reais neste mês

O aluno consegue aplicar a redução ao valor unitário e também o princípio multiplicativo, pois usa o fato de que multiplicar por 0,10 é o mesmo que dividir por 10. Porém, por errar a divisão entre números naturais, não chega à resposta correta.

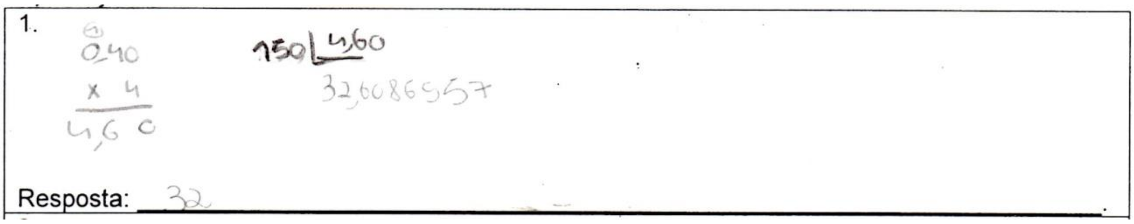
Ressalto ainda que por causa do uso da unidade de medida não há confusão acerca do significado do valor encontrado.


1.
0,40 |1
00 0 0,10
150
×0,10
0,00
+1 5 0
0,00
1,50
Resposta:

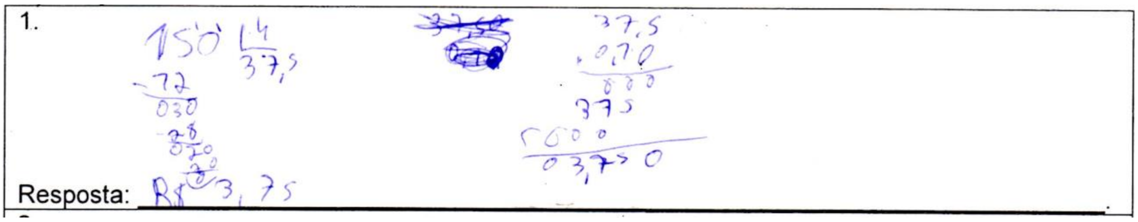
O aluno consegue aplicar a redução ao valor unitário e também o princípio multiplicativo. Porém, por errar a multiplicação entre números racionais, não chega à resposta correta.


1.
150
×0,40
000
600
60,00
Resposta: R$60,00

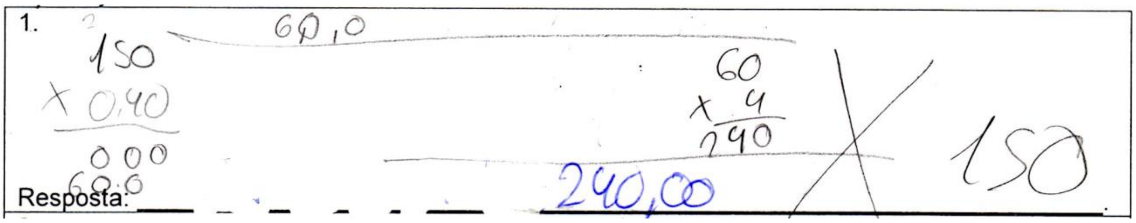
O aluno não aplica a redução ao valor unitário, antes faz a multiplicação como se a comissão fosse de R$0,40 por sorvete e não R$0,10.



O aluno não aplica a redução ao valor unitário, erra a multiplicação após confundir a própria escrita do número 1 com a do número 4 além de inverter a multiplicação com a divisão.



O aluno dividiu a quantidade de sorvetes e não a comissão.



O aluno não aplica a redução ao valor unitário, antes faz a multiplicação como se a comissão fosse de R$0,40 por sorvete e não R$0,10. Tenta resolver o problema, mas em vez de dividir o produto encontrado ele multiplica o valor encontrado por 4.

3.3.2 Exercício 2

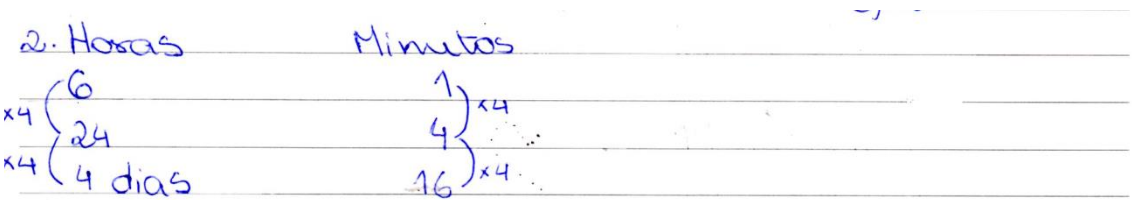
O segundo exercício foi incluído na pesquisa para avaliar se ou como os alunos:

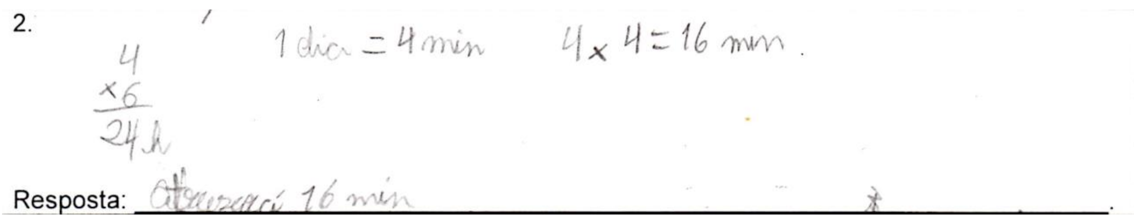
- interpretam o texto;
- distinguem no universo dos números naturais os raciocínios aditivo e multiplicativo;
- se utilizam da língua materna para explicar um raciocínio matemático.

Exercício 2: Um relógio atrasa um minuto a cada seis horas. **CALCULE** quanto tempo ele atrasará em quatro dias.

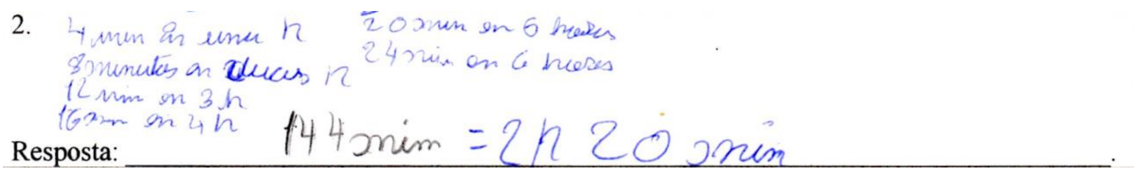
Algumas respostas adequadas ao exercício:


2.
24 x 4 = 96   96 | 6 → 16
Resposta: ele atrasara 16 minutos

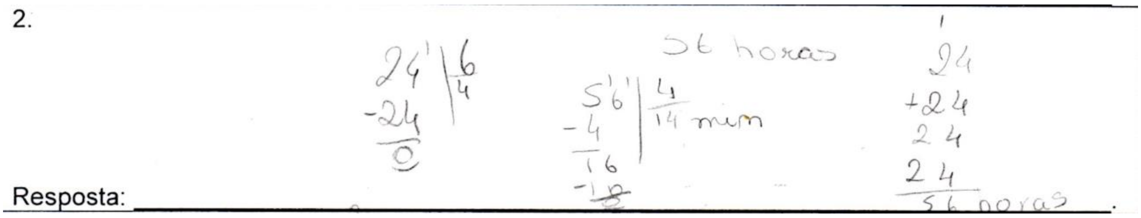

2. Horas — Minutos
6 — 1 (x4)
24 — 4 (x4)
4 dias — 16


2.
4 x 6 = 24 h   1 dia = 4 min   4 x 4 = 16 min.
Resposta: Atrasará 16 min

Algumas respostas incorretas comentadas para o exercício:


2.
4 min em uma h
8 minutos em duas h
12 min em 3 h
16 min em 4 h
20 min em 6 horas
24 min em 6 horas
Resposta: 144 min = 2 h 20 min

O aluno verificou corretamente que um dia possui quatro vezes seis horas, porém atribui os quatro minutos de atraso a cada hora e não a cada dia. Além disso, não concluiu a tabela até a relação com 96 horas que são equivalentes a quatro dias.



O aluno verificou corretamente que um dia possui quatro vezes seis horas, porém errou a adição de quatro parcelas iguais a 24 e, por isso, não alcançou a resposta correta para o exercício.

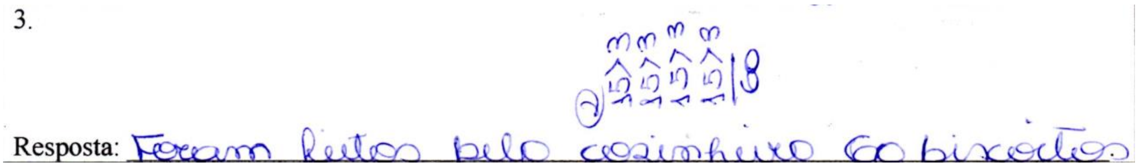
3.3.3 Exercício 3

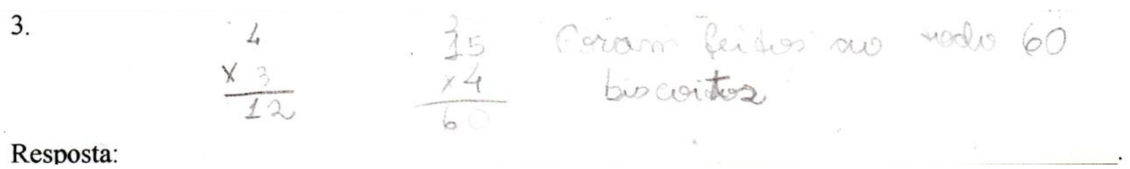
O terceiro exercício foi incluído na pesquisa para avaliar se ou como os alunos:

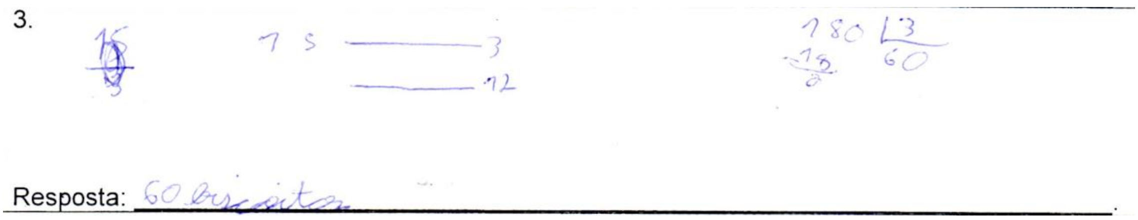
- interpretam o texto;
- distinguem no universo dos números naturais os raciocínios aditivo e multiplicativo;
- se utilizam da língua materna para explicar um raciocínio matemático.
- se utilizam da redução à unidade na resolução de um problema mesmo quando não é necessária à resolução do exercício;
- escrevem a unidade de medida na resposta.

Exercício 3: Para animar o acampamento, o cozinheiro inventou uma brincadeira. A cada 15 biscoitos que preparou, três estavam recheados. Ao fim do lanche, foram encontrados 12 biscoitos recheados. **DETERMINE** quantos biscoitos foram feitos ao todo pelo cozinheiro.

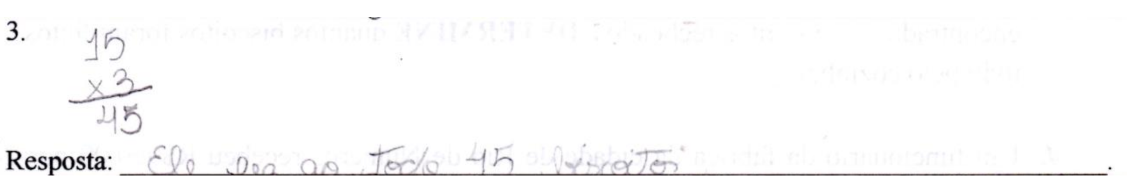
Algumas respostas adequadas ao exercício:







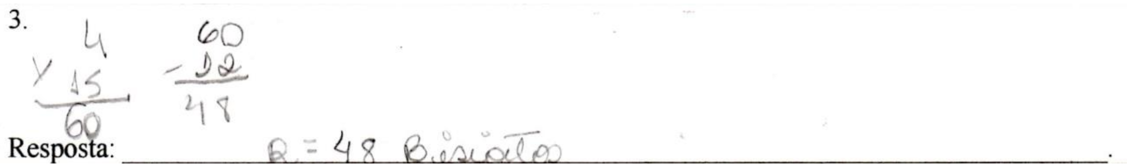
Algumas respostas incorretas comentadas para o exercício:


3.

15
×3
45

Resposta: Ele fez ao todo 45 biscoitos.

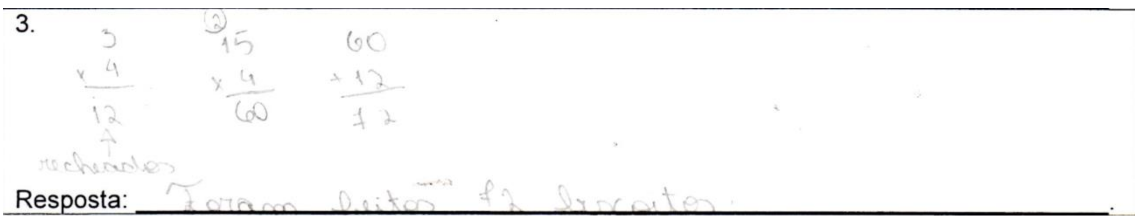
O aluno não percebeu que o número três representa a quantidade de biscoitos recheados em cada 15 feitos. Antes, o entendeu como a quantidade de vezes que o cozinheiro assou 15 biscoitos.


3.

4 × 15 = 60   60 − 12 = 48

Resposta: R = 48 Biscoitos.

O aluno percebeu que o número 12 é igual a quatro vezes o número três e, portanto seriam necessários que os quinze biscoitos fossem assados também quatro vezes. Porém não atentou para o comando da questão que pedia que determinasse o total de biscoitos feitos e não a quantidade de biscoitos sem recheio, que foi calculado adequadamente pelo aluno.


3.

3 × 4 = 12 recheados   15 × 4 = 60   60 + 12 = 72

Resposta: Foram feitos ao total 72 biscoitos.

O aluno percebeu que o número 12 é igual a quatro vezes o número três e, portanto seriam necessários que os quinze biscoitos fossem assados também quatro vezes. Porém entendeu, equivocadamente, que o valor encontrado era o de biscoitos sem recheio. Assim, acrescentou indevidamente os biscoitos recheados.

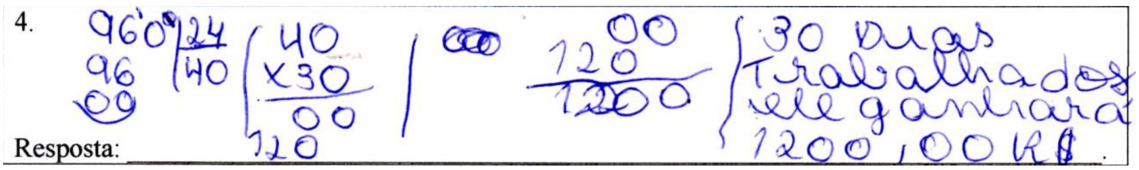
3.3.4 Exercício 4

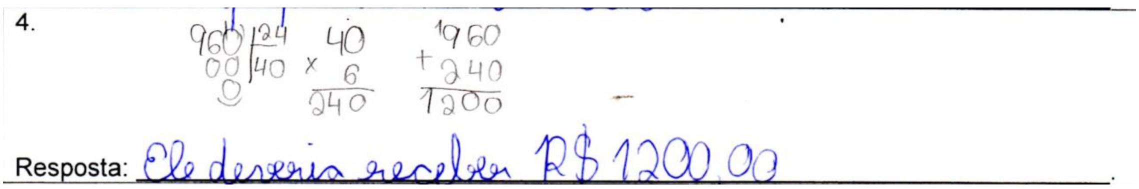
O quarto exercício foi incluído na pesquisa para avaliar se ou como os alunos:

- interpretam o texto;
- distinguem no universo dos números naturais os raciocínios aditivo e multiplicativo;
- se utilizam da língua materna para explicar um raciocínio matemático.
- se utilizam da redução à unidade na resolução do exercício;
- escrevem a unidade de medida na resposta.
- conseguem realizar os cálculos adequadamente mesmo quando os números envolvidos possuem mais de dois algarismos.

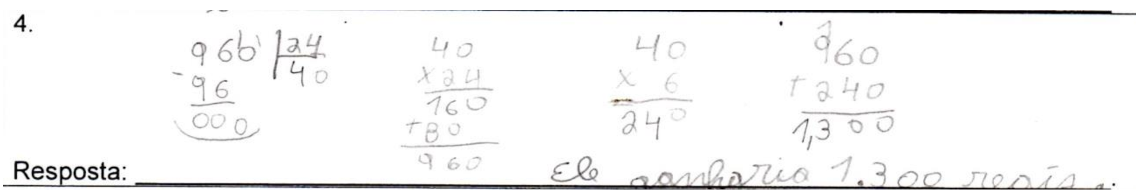
Exercício 4. Um funcionário da fábrica da cidade de Rio de Números recebeu R$960,00 por 24 dias de trabalho. **DETERMINE** quanto deveria receber se trabalhasse 30 dias.

Algumas respostas adequadas ao exercício:

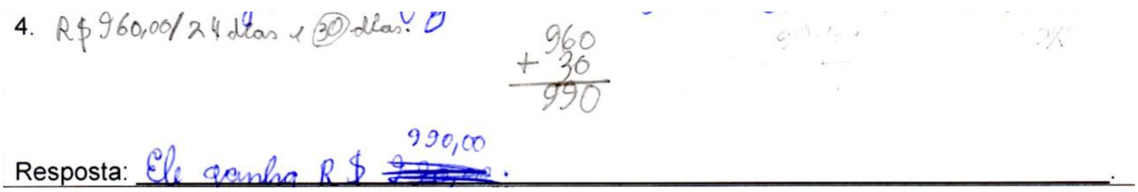

4.
30 dias trabalhados ele ganharia 1200,00 R$.
Resposta:


4.
Resposta: Ele deveria receber R$ 1200,00.

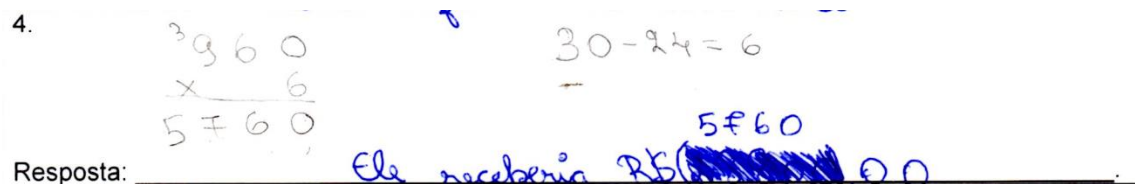
Algumas respostas incorretas comentadas para o exercício:


4.
Resposta: Ele ganharia 1.300 reais.

O aluno calculou o valor de um dia e trabalho e o valor dos seis dias restantes para completar 30 dias de trabalho corretamente. Porém cometeu um erro ao somar o valor de 24 dias de trabalho com o valor de seis dias de trabalho e, por isso, não chegou à resposta correta.

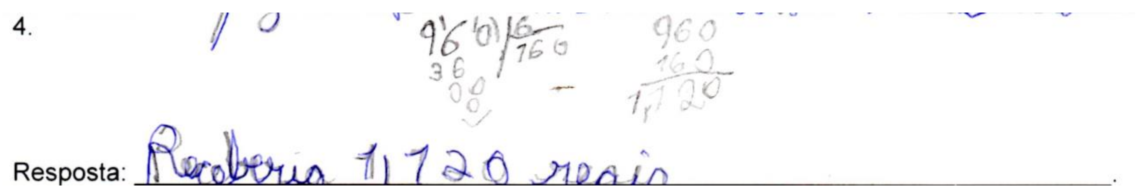


O aluno usou o raciocínio aditivo em vez do raciocínio multiplicativo. Além disso, misturou valor monetário com quantidade de dias.



O aluno verificou corretamente a diferença entre a quantidade de dias trabalhados na situação real e na situação hipotética, porém, não calculou o valor diário, antes usou o valor total de 24 dias como se fosse o valor diário.

O aluno apresentou um raciocínio adequado à questão, mas o erro ao efetuar a divisão o impediu de chegar à resposta correta.



O aluno verificou corretamente a diferença entre a quantidade de dias trabalhados na situação real e na situação hipotética, porém, não calculou o valor diário corretamente ao dividir o valor total recebido pelos seis dias que faltavam para completar trinta e não pelos 24 trabalhados.

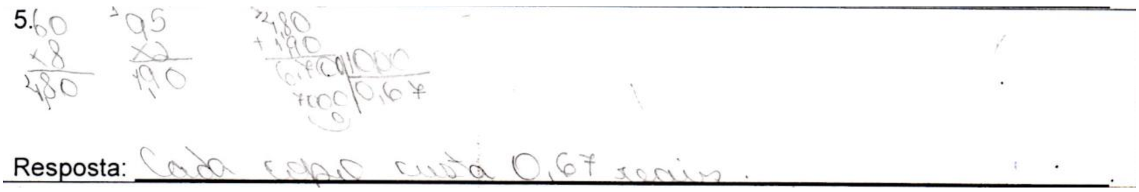
3.3.5 Exercício 5

O quinto exercício foi incluído na pesquisa para avaliar se ou como os alunos:

- interpretam o texto;
- aplicam a ideia de media ponderada;
- escrevem a unidade de medida na resposta.

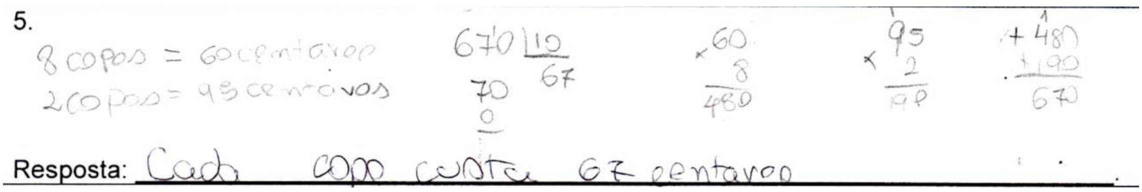
Exercício 5. Em Rio de Números, para o lanche dos funcionários da fábrica, o professor SabiDão vende refrescos na porta de sua casa. No preparo do refresco, ele usa 8 copos de água mineral, que custa 60 centavos o copo e 2 copos de groselha, que custa 95 centavos o copo. **ESCREVA** o custo de cada copo de refresco.

Algumas respostas adequadas ao exercício:



5. $60 \times 8 = 480$ $95 \times 2 = 190$ $480 + 190 = 670$ 6700 | 1000 = 0,67

Resposta: Cada copo custa 0,67 reais.

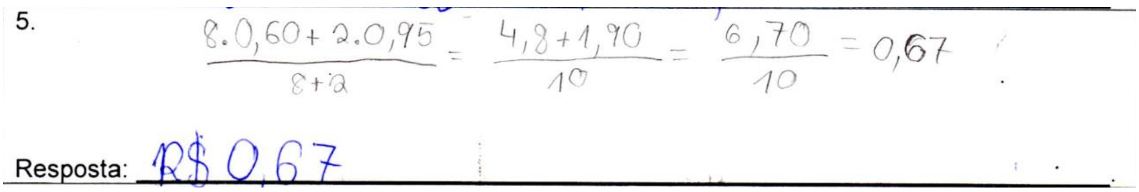


5. 8 copos = 60 centavos
2 copos = 95 centavos

670 | 10 = 67

$60 \times 8 = 480$ $95 \times 2 = 190$ $480 + 190 = 670$

Resposta: Cada copo custa 67 centavos



5. $\frac{8.0,60+2.0,95}{8+2} = \frac{4,8+1,90}{10} = \frac{6,70}{10} = 0,67$

Resposta: R$ 0,67

Algumas respostas incorretas comentadas para o exercício:

5.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times\ 8 \\ \hline 4,80 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 95 \\ \times\ 2 \\ \hline 1,90 \end{array} \qquad = 6,70 \text{ reais}.$$

Resposta: 6,70 reais.

O aluno não percebe que calculou o valor gasto para dez copos de refresco.

5.

$8 \times 60 = 480 + 2 \times 95 = 190 = 670$

$670 \div 10 = 67$

Resposta: ____________________.

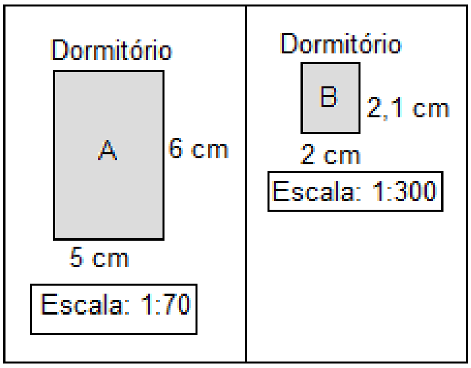
O aluno não usa a unidade de medida (centavos ou reais) e, portanto não é possível verificar se ele tem a noção da unidade com a qual trabalhou.

3.3.6 Exercício 6

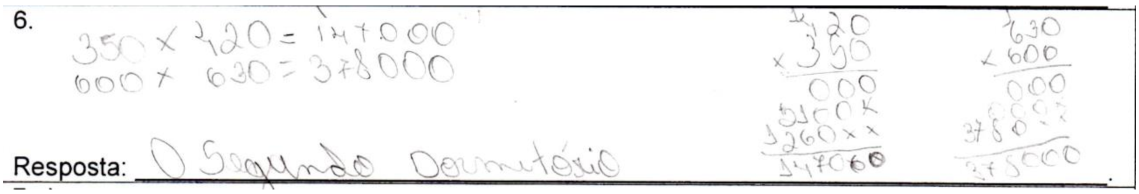
O sexto exercício foi incluído na pesquisa para avaliar se ou como os alunos:

- interpretam o texto;
- aplicam a ideia de escala;
- se utilizam da língua materna para explicar um raciocínio matemático.

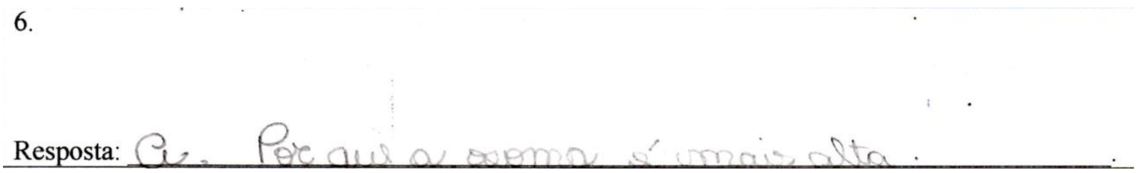
Exercício 6. Ao parar em um sinal de trânsito, um motorista recebeu as plantas de apartamentos de dois empreendimentos distintos, A e B, cujos dormitórios estão esboçados abaixo. **ANALISE** a representação de cada um deles e **DETERMINE** qual tem a maior área, justificando sua escolha.



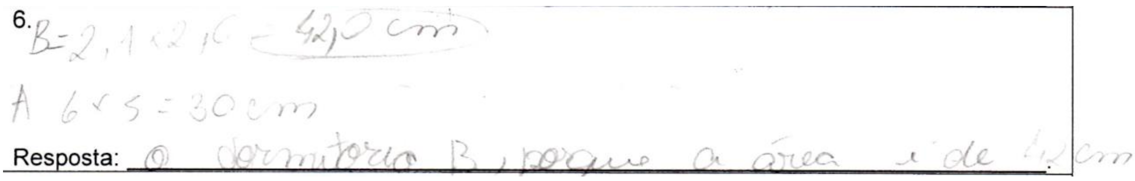
Resposta adequada ao exercício:


6.
350 x 420 = 147000
600 x 630 = 378000
Resposta: O Segundo Dormitório

Algumas respostas incorretas comentadas para o exercício:

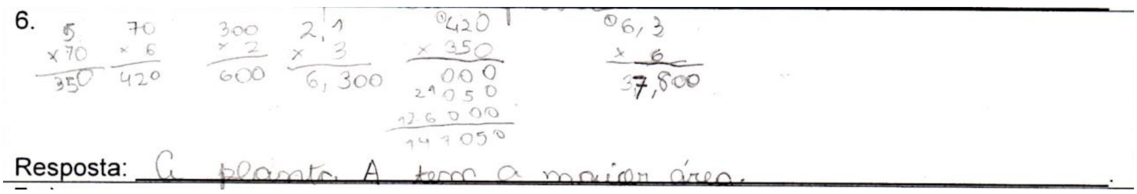

6.
Resposta: A. Porque a mesma é mais alta.

O aluno não atentou ou não se lembra da ideia de escala dando importância apenas à figura.



6. B = 2,1 × 2,1 = 42,0 cm
A 6 × 5 = 30 cm
Resposta: O dormitório B, porque a área é de 42 cm.

O aluno não atentou ou não se lembra da ideia de escala dando importância apenas à figura. Verifica-se ainda que o aluno indica a figura correta por conta de um erro de cálculo e não por um raciocínio adequado.



6. 5 × 70 = 350   70 × 6 = 420   300 × 2 = 600   2,1 × 3 = 6,300   420 × 350 = 000 + 21050 + 126000 = 147050   6,3 × 6 = 37,800
Resposta: A planta A tem a maior área.

O aluno atentou para a ideia de escala, porém a aplicou incorretamente em uma das dimensões da figura B além de errar uma das multiplicações.

3.3.7 Exercício 7

O sétimo exercício foi incluído na pesquisa para avaliar se ou como os alunos:

- resolvem uma equação em que cada membro possui um termo racional e sem incógnitas no denominador.

Exercício 7. **DETERMINE** o valor de *x* em cada uma das sentenças a seguir.

d) $\frac{x+1}{18} = \frac{2}{6}$

e) $\frac{x}{3} = \frac{8}{12}$

f) $\frac{8-x}{2} = \frac{x+7}{4}$

Respostas adequadas ao item a:

7.a)

$\frac{x+1}{18} = \frac{2}{6}$ $\quad x = 5 \quad$ $\frac{5+1}{18} = \frac{2}{6}$ $\quad$ $\frac{6^{:3}}{18:3} = \frac{2}{6}$

Resposta: $x = 5$.

7.a)

$\frac{x+1}{18} = \frac{2}{6}{\scriptstyle \times 3}$ $\quad x+1 = 6 \quad x = 5$

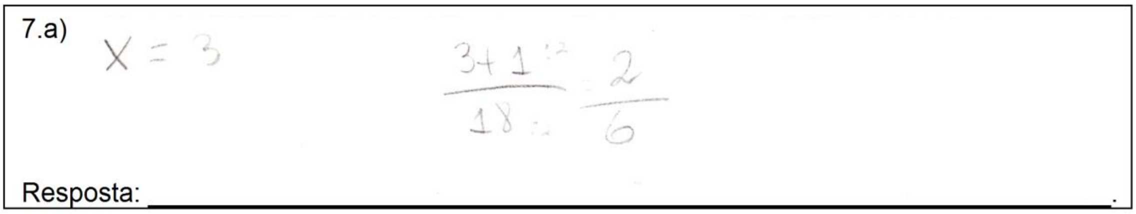
Resposta: $x = 5$.

7.a)

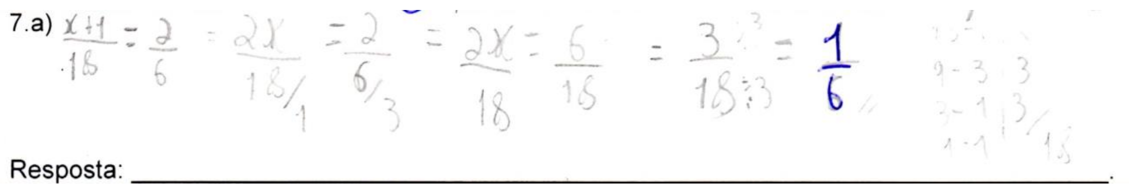
$\frac{x+1}{18} = \frac{2}{6}$ $\quad 18 \div 6 = 3$ $\quad 2 \cdot 3 = 6$ $\quad 6 - 1 = 5$

Resposta: $x = 5$.

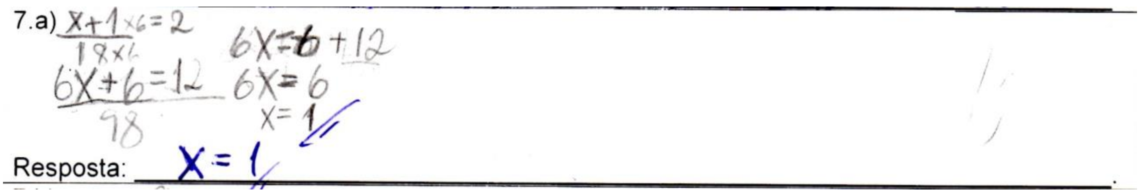
Algumas respostas incorretas comentadas para o item a:



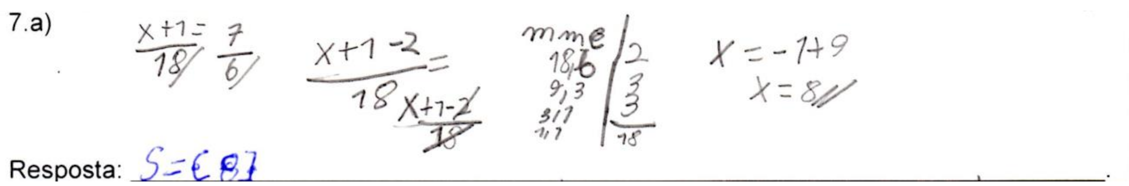
O aluno tentou fazer o exercício por tentativas, mas errou a verificação ao dividir 18 por 2 e encontrar 6.



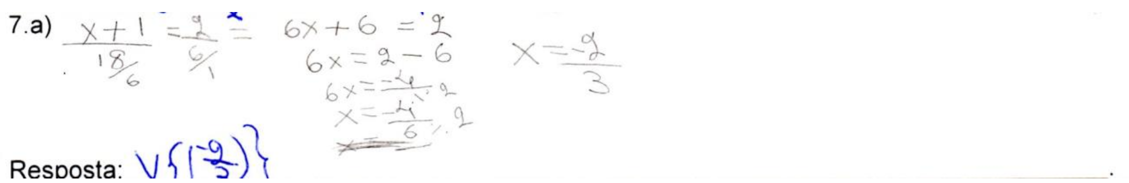
O aluno conseguiu encontrar uma fração equivalente às frações dadas, mas não calculou o valor de x na equação.



O aluno não conseguiu igualar os denominadores de ambos os membros da equação corretamente com o uso do M. M. C. e, portanto, não chegou ao resultado correto da equação.

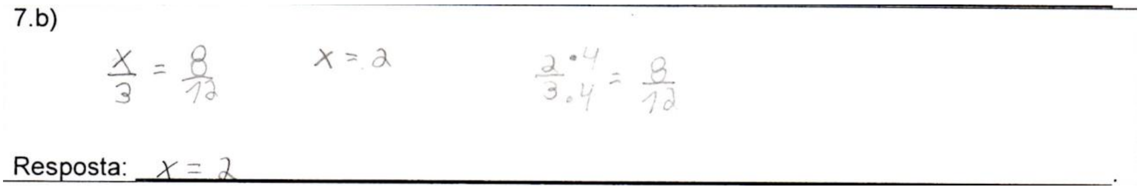


O aluno não reescreveu a equação corretamente, não conseguiu igualar os denominadores de ambos os membros da equação com o uso do M. M. C. além de fazer uma simplificação de maneira incorreta.



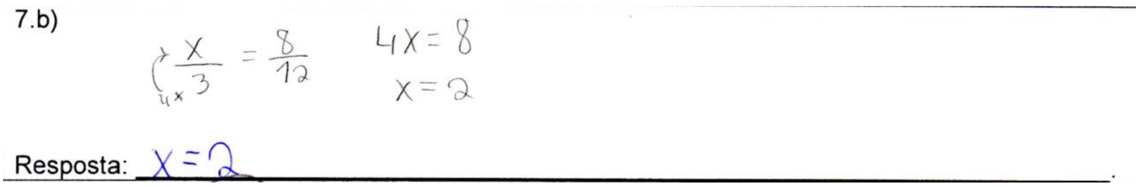
O aluno não conseguiu igualar os denominadores de ambos os membros da equação corretamente com o uso do M. M. C. e, portanto, não chegou ao resultado correto da equação.

Respostas adequadas ao item b:


7.b)

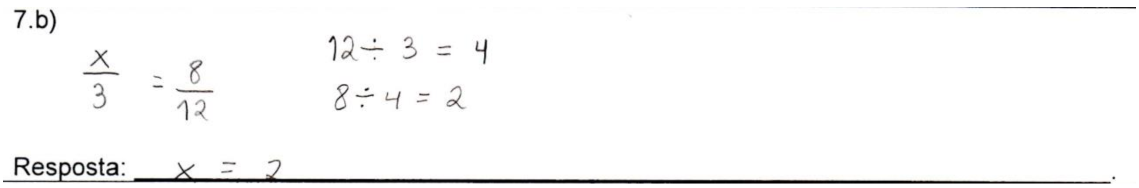
$\frac{x}{3} = \frac{8}{12}$ $\quad x = 2 \quad$ $\frac{2\cdot4}{3\cdot4} = \frac{8}{12}$

Resposta: $x = 2$


7.b)

$\frac{x}{3} = \frac{8}{12} \quad 4x = 8 \quad x = 2$

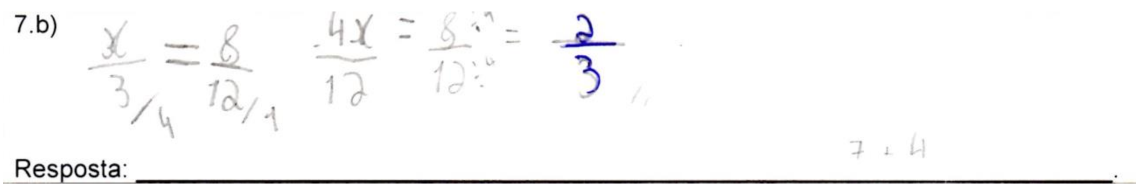
Resposta: $x = 2$


7.b)

$\frac{x}{3} = \frac{8}{12} \quad 12 \div 3 = 4 \quad 8 \div 4 = 2$

Resposta: $x = 2$

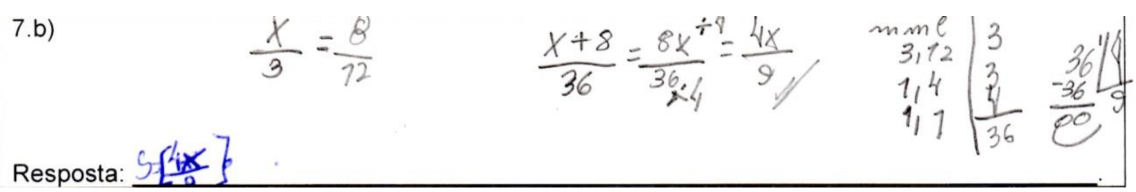
Algumas respostas incorretas comentadas para o item b:


7.b)

$\frac{x}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{4x}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

Resposta:

O aluno conseguiu encontrar uma fração equivalente às frações dadas, mas não calculou o valor de x na equação.

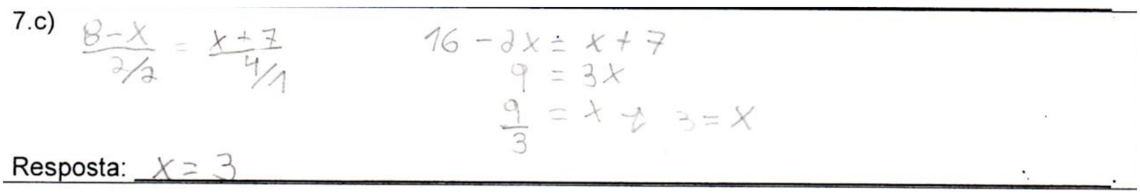

7.b)

$\frac{x}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{x+8}{36} = \frac{8x}{36} = \frac{4x}{9}$

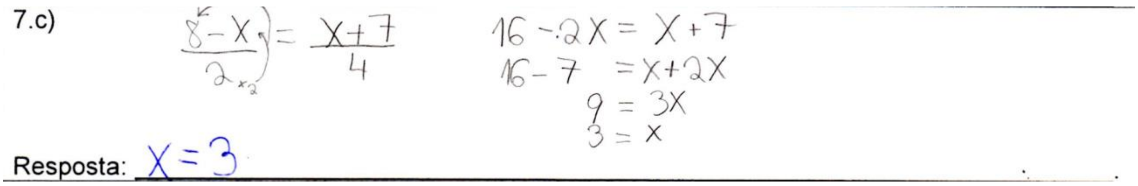
Resposta:

O aluno não usou corretamente os princípios aditivo e multiplicativo na resolução da equação.

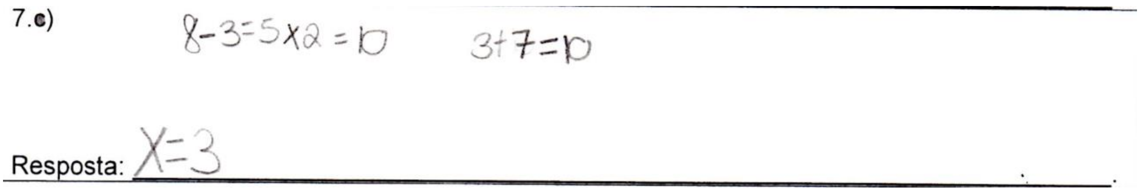
Respostas adequadas ao item c:


7.c) $\frac{8-x}{2/2} = \frac{x+7}{4/1}$ $16-2x = x+7$ $9 = 3x$ $\frac{9}{3} = x$ $3 = x$

Resposta: $x = 3$

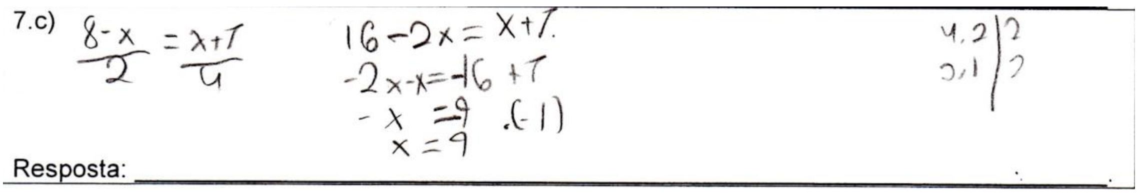

7.c) $\frac{8-x}{2} = \frac{x+7}{4}$ $16-2x = x+7$ $16-7 = x+2x$ $9 = 3x$ $3 = x$

Resposta: $x = 3$


7.c) $8-3=5 \times 2 = 10$ $3+7=10$

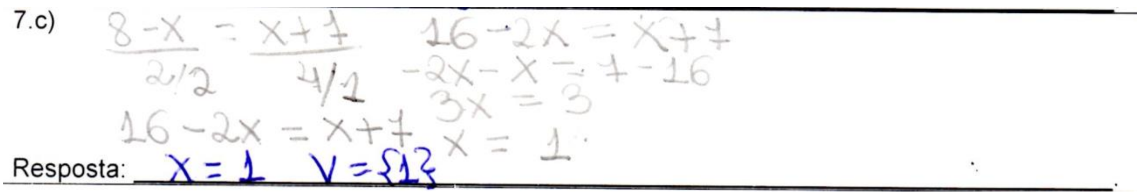
Resposta: $x=3$

Algumas respostas incorretas comentadas para o item c:


7.c) $\frac{8-x}{2} = \frac{x+7}{4}$ $16-2x = x+7$ $-2x-x=-16+7$ $-x = -9 \;.(-1)$ $x = 9$ $4,2|2$ $2,1|2$

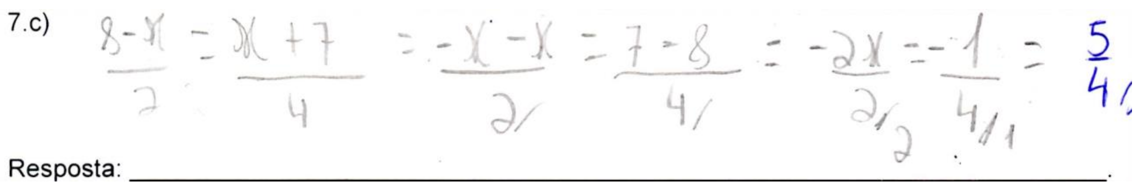
Resposta:

É possível inferir um raciocínio apropriado na resolução do aluno, porém, por causa de uma adição algébrica efetuada incorretamente, o aluno não alcançou a resposta correta.


7.c) $\frac{8-x}{2/2} = \frac{x+7}{4/1}$ $16-2x = x+7$ $-2x-x = 7-16$ $3x = 3$ $x = 1$

Resposta: $x = 1$ $V=\{1\}$

É possível inferir um raciocínio apropriado na resolução do aluno, porém, por causa de uma adição algébrica efetuada incorretamente, o aluno não alcançou a resposta correta.



O aluno não usou corretamente os princípios aditivo e multiplicativo na resolução da equação além de não manter, de maneira organizada, a separação entre os membros da equação fazendo com que se perdesse dentro da resolução da equação.

3.4 Comentários Gerais

Através das análises apresentadas, bem como das observações feitas durante as aplicações, concluo que os resultados foram positivos, pois os exercícios propostos de fato foram instrumentos de introdução aos conceitos de razão e proporção.

Para solucionar as questões os alunos recorreram aos seus conhecimentos de álgebra, geometria e aritmética, organizaram dados, trataram informações de forma lógica e expressaram opiniões.

A aplicação dos exercícios foi uma experiência que envolveu a dinâmica do debate entre os alunos e gerou conhecimento para eles e para mim, pois me surpreenderam com seus questionamentos.

As principais dúvidas dos grupos durante a realização dos exercícios foram:

- Podemos pular questões difíceis?
- Na multiplicação de decimais a vírgula anda para a direita ou para a esquerda?
- Para multiplicar frações também temos que achar o m.m.c?
- Os dormitórios são retângulos?
- O que é escala?

Na questão número um a maioria dos alunos encontrou o valor da comissão recebida para apenas um sorvete e depois multiplicou pelo número de sorvetes vendidos e a maior parte dos erros foram relativos à dúvidas com relação à operações com decimais.

A questão número dois teve quase 100% de acertos e boa parte dos alunos não expuseram o raciocínio. Dos que expuseram raciocínio nota-se alguma diversidade entre tabelas e aplicação direta da aritmética.

A questão número três apresentou boa diversidade de raciocínios e chamou a atenção, pois alguns alunos usaram a regra de três para resolvê-la apesar do conteúdo ainda não ter sido visto na escola. Indagados, os alunos não souberam explicar por que aquele raciocínio estaria correto, mas sabiam que funcionava para aquele tipo de questão.

A questão número quatro não apresentou maiores dificuldade salvo por trabalhar com um número um pouco maior que os apresentados nas questões anteriores.

As questões cinco e seis apresentaram um grande número de erros. Na questão cinco verificou-se a dificuldade em fazer operações com decimais ou com troca de unidades. Na questão seis notou-se que o conteúdo “escala” não foi trabalhado de maneira tão efusiva em uma das escolas, pois quase todos os alunos desta escola não sabiam do que se tratava.

A grande maioria dos alunos notou que as sentenças do exercício sete eram equações e tentaram resolvê-las de maneira adequada, com erros esperados para quem foi apresentado ao conteúdo recentemente. Alguns alunos ainda tentam adivinhar o resultado e em seguida testá-los como raiz da equação.

Finalmente, com relação à comparação do desempenho dos alunos por escola, na resolução dos exercícios notei que a clientela das escolas particulares apresentou cálculos em quase todas as situações oportunas e deixou poucas questões em branco enquanto na escola municipal varias vezes o cálculo era omitido ou simplesmente deixavam as questões em branco.

4. Conclusão

Ao iniciar esta pesquisa, meu principal objetivo foi experimentar a introdução ao ensino de razões e proporções no 7° ano do segundo segmento do Ensino Fundamental através de exercícios que eles tivessem condição de resolver com os conhecimentos que já possuíam.

Para planejar os exercícios que seriam propostos aos alunos verifiquei os pré-requisitos ao estudo de razão e proporção, como por exemplo, o raciocínio multiplicativo e as operações com frações e decimais, depois calculei o número de aulas disponível para distribuir as etapas do trabalho. Em seguida, desenvolvi as questões relacionando-as com os subitens dos capítulos que dizem respeito à razão e proporção, contidos no livro didático do 7° ano adotado pelas escolas onde trabalho.

Em contato com textos de autores interacionistas que tratam dos processos cognitivos envolvidos na aprendizagem escolar, aprendi que o professor deve sondar o que o seu aluno já sabe para aproveitar estes conhecimentos como uma ponte para levá-lo a novas descobertas e desenvolver suas potencialidades.

A análise das respostas dadas pelos alunos comprovou que a partir da escolha de aplicar o trabalho em várias turmas e colégios diferentes foram reveladas as principais dificuldades de cada turma. Estas consequentemente orientaram posteriormente a abordagem dos temas razão e proporção no momento em que formalizei estes assuntos com cada turma.

Descobri ao longo da pesquisa que para o ensino introdutório de razão e proporção no nível do 7° ano é irrelevante a introdução da nomenclatura envolvida e que os alunos têm prazer em resolver situações problema sobre grandezas proporcionais. Aliás, são muito criativos na elaboração de resoluções para estes problemas.

Constatei também que mesmo os alunos que não souberam escrever uma fração para representar determinada razão, procuraram expor o seu raciocínio relativo à comparação de grandezas com suas próprias palavras.

O término da realização das atividades foi sucedido pelo tratamento das dúvidas e correção dos erros com os alunos. Depois dei início ao uso do livro e os alunos se surpreenderam com a facilidade que tiveram para compreender os temas relativos à razão e proporção. E eu também fiquei satisfeito por ter minimizado uma dificuldade observada no trabalho com os capítulos anteriores: a de realizarem sozinhos os exercícios do livro.

Avalio que meu objetivo foi alcançado e que ao submeter o relato dessas minhas experiências à leitura, outros professores encontrarão inspiração para desenvolver tarefas que poderão aprimorar seu trabalho.

Finalmente, verifico que essa é uma iniciativa válida e que deveria ser feita pelos colegas professores de matemática não só no ensino de Razão e Proporção mas no ensino diversos conteúdos de maneira que o aluno veja a matemática como uma ferramenta útil no sei dia a dia.

5. Referências bibliográficas

LIMA, Elon Lages. “Grandezas Proporcionais”. In: *Meu professor de Matemática e outras histórias*, p. 125-141. 5.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. “Desenvolvimento e aprendizado”. In: *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico*. São Paulo: Scipione, 2009, p.57-81. (Coleção Pensamento e ação na sala de aula).

SILVEIRA, Ênio e MARQUES, Cláudio. *Matemática: compreensão e prática,* 7° ano. São Paulo: Moderna, 2008.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática, 7º ano. 6ª edição, São Paulo: Moderna, 2006.

TINOCO, Lucia A. A. (Coord.). *Razões e Proporções*. Projeto Fundão, Instituto de Matemática, Rio de Janeiro: Ed. UFRJ, 1996.