

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
COLEGIADO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

KATIANE PEREIRA

OFICINAS DE MATEMÁTICA EXPERIMENTAL

ENTRANDO NUMA FRIA

Ilhéus-Bahia
2017

KATIANE PEREIRA

OFICINAS DE MATEMATICA EXPERIMENTAL
ENTRANDO NUMA FRIA

*Dissertação submetida ao Colegiado do PROFMAT da
Universidade Estadual de Santa Cruz.*

Orientador: Prof. Dr. Germán Ignacio Gomero Ferrer

*Co-Orientador: Prof. Dr. Nestor Felipe Castañeda
Centurión*

*Ilhéus-Bahia
2017*

P436 Pereira, Katiane.
Oficinas de matemática experimental entrando
numa fria / Katiane Pereira. – Ilhéus, BA: UESC,
2017.
60 f. : il.

Orientador: Germán Ignacio Gomero Ferrer.
Co-orientador: Nestor Felipe Castañeda Centurión.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual
de Santa Cruz. Mestrado Profissional em Matemática
– PROFMAT.

Inclui referências bibliográficas e apêndice.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Atividades cri-
ativas na sala de aula. 3. Matemática na oficina. 4.
Teoria dos grafos. 5. Ensino e aprendizagem. I. Título.

CDD 510.7

KATIANE PEREIRA

OFICINAS DE MATEMATICA EXPERIMENTAL
ENTRANDO NUMA FRIA

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz, para a obtenção de Título de Mestre em Matemática, através do PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Trabalho aprovado. Ilhéus, 10 de março de 2017:



Prof. Dr. Germán Ignacio Gomero Ferrer
Orientador



Prof. Dr. Vinícius Augusto Takahashi Arakawa



Prof.ª. Ma. Mariluce de Oliveira Silva
Membro Externo - IFBA Ilhéus

A Deus, que se mostrou criador, que foi criativo. Seu fôlego de vida em mim me foi sustento e me deu coragem para questionar realidades e propor sempre um novo mundo de possibilidades.

Agradecimentos

Agradeço a todas as pessoas que de algum modo, nos momentos serenos e ou apreensivos, fizeram ou fazem parte da minha vida, por isso primeiramente agradeço a todos de coração.

Agradeço aos meus pais, mas principalmente à minha mãe, uma heroína, pelo amor, apoio incondicional e incentivo nas horas difíceis, de desânimo e cansaço.

À minha amada e carinhosa filha, Maria Luiza, que muito compreendeu a minha ausência e por ser minha maior motivadora, se muitas vezes pensei em não continuar foi você que me deu forças para enfrentar todas as dificuldades. Obrigada amor da minha vida.

Obrigada a toda minha família, que nos momentos de minha ausência dedicados ao estudo, sempre fizeram entender que o futuro é feito a partir de constante dedicação no presente!

Ao meu professor orientador, Dr. Germán Ignacio Gomero Ferrer, pela paciência na orientação, disponibilidade de tempo e incentivo que tornaram possível a conclusão desta monografia. Quero expressar o meu reconhecimento e admiração pela sua competência profissional e minha gratidão pela sua amizade, por ser um profissional extremamente qualificado e pela forma humana que conduziu minha orientação.

Ao meu professor co-orientador, Dr. Nestor Felipe Castañeda Centurión, obrigada pelo convívio, apoio, compreensão, amizade e dedicação ao longo deste período.

Ao Diretor Geral do CPM de Ilhéus Major PM Reginaldo Moraes da Silva Filho e a Diretora Pedagógica Dinorá Madaly de Oliveira Leão do Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão onde fizemos a aplicação do Projeto de Oficinas de Matemática Experimental, minha eterna gratidão por terem compreendido a importância de proporcionar uma nova experiência da prática pedagógica e escolar cotidiana, para a pesquisa e, assim para a educação, sendo sempre muito prestativos e dispostos a nos atender.

A todos os professores e militares desta unidade escolar, em especial aos professores envolvidos no projeto por acreditarem e terem vivenciando novas experiências com nosso projeto, meus sinceros agradecimentos.

Meus agradecimentos aos amigos e amigas, principalmente a Luciene Liger do Nascimento Araújo, companheira de trabalho, de estudo e que me apoiou em todos os momentos difíceis, que fizeram parte da minha formação e que vão continuar presentes em minha vida com certeza.

E finalmente agradeço a Deus, por proporcionar estes agradecimentos a todos que tornaram minha vida mais afetuosa, além de ter me dado uma família maravilhosa e amigos sinceros. Deus, que a mim atribuiu alma e missões pelas quais já sabia que eu iria batalhar e vencer, agradecer é pouco. Por isso lutar, conquistar, vencer e até mesmo cair e perder, e o principal, viver é o meu modo de agradecer sempre.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo buscar novas estratégias no ensino da matemática, com o propósito de dirimir as dificuldades relacionadas à aprendizagem. Nesse sentido, aplicamos o Projeto Oficinas de Matemática Experimental no Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão, em parceria com a Universidade Estadual de Santa Cruz, articulação que propiciou um trabalho voltado a responder os desafios do ensino da matemática. Para obter êxito em nosso objetivo principal que é a aprendizagem matemática, apresentamos o relato de experiência do Projeto Oficinas de Matemática Experimental, com vistas a compartilhar as estratégias didático/metodológicas utilizadas e os resultados alcançados a partir da aplicação da oficina “Entrando numa Fria”. A oficina em questão apresenta uma situação-problema que permitiu desafiar os alunos alocarem o menor número de sorveterias, minimizando gastos de forma lúdica. Através da oficina realizada obtivemos um resultado positivo pois os alunos se mostraram participativos e com mais interesse nas aulas de matemática. É possível afirmar que a inserção do lúdico, através de oficinas, estimula habilidades de raciocínio nos alunos e desperta o interesse dos mesmos em conhecer melhor a matemática, criando assim novos caminhos para responder aos desafios do processo de ensino/aprendizagem.

Palavras-chave: Oficinas pedagógicas, Oficinas de matemática, Matemática Experimental, Teoria de grafos, Conjunto dominante mínimo.

Abstract

The present work aims to find new strategies in mathematics teaching, in order to solve the difficulties related to learning. In this sense, we applied the Experimental Mathematics Workshops Project in the Military Police College Rômulo Galvão, in partnership with Santa Cruz State University, this articulation provided a work aimed to answer the challenges of mathematics teaching. To achieve our main goal of mathematical learning, we present the experience report of the Experimental Mathematics Workshops Project, in order to share the didactic/methodological strategies used and the results achieved through the application of the workshop “Entrando numa Fria”. This workshop presents a problem-situation challenging students to allocate the smallest number of ice cream shops, minimizing expenses in a playful way. Through the workshop we obtained a positive result because the students showed themselves to be participative and with more interest in the mathematics classes. It is possible to affirm that the insertion of the playful, through workshops, stimulates reasoning abilities in the students and it arouse their interest to know mathematics in a better way, creating new ways to respond to the challenges of teaching/learning process.

Keywords: Pedagogical Offices, Mathematics Offices, Experimental Mathematics, Graph Theory, Minimum key set.

Sumário

1	OFICINAS DE MATEMÁTICA EXPERIMENTAL	14
1.1	As OMEs e sua importância como instrumento pedagógico	15
1.1.1	O que são oficinas pedagógicas	15
1.1.2	O que são Oficinas de Matemática Experimental	16
1.1.3	Caráter lúdico das OMEs	17
1.2	O projeto MegaMath e sua influência em nosso projeto	18
1.3	Objetivos Gerais das OMEs	20
1.4	Recomendações Gerais para aplicar as Oficinas.	20
1.4.1	Evite dar explicações longas	20
1.4.2	Mantenha uma “bagunça produtiva”	21
1.4.3	Mantenha uma boa logística	22
1.4.4	Respeite o tempo de cada grupo	22
2	Oficina “Entrando numa Fria”	23
2.1	Aspectos Matemáticos da Oficina	23
2.2	Descrição da Oficina	24
2.3	Objetivos	26
3	Relatos de experiências	27
3.1	O processo de construção da oficina	28
3.1.1	Modificações no texto da oficina	28
3.1.2	Aplicações da oficina em outras instituições de ensino	31
3.1.3	“Entrando numa Fria II”, uma extensão do “Entrando numa Fria”	32
3.2	Resultados da experiência com os alunos	32
3.2.1	A Experiência no CPMRG	32
3.2.2	A Experiência na XI Semana da Matemática da UESC	35
3.2.3	A Experiência no INSP	36
3.3	Entrevistas e depoimentos sobre a oficina	36
3.3.1	Depoimentos de alunos do CPMRG	37
3.3.2	Depoimentos de um bolsita do PIBID	39
3.3.3	Depoimentos da direção do CPMRG	39
3.3.4	Entrevista a um professor do CPMRG	40
3.3.5	Depoimentos de membros da equipe do POME	42

4	Discussão e considerações finais	45
4.1	Discussão dos resultados	45
4.2	Considerações futuras	46
4.3	Considerações finais	47
A	Roteiro da Oficina:Entrando numa Fria	49
A.1	Objetivos	49
A.2	Lista de Equipamentos e Materiais	50
A.3	Atividades	51
A.4	Recomendações da Oficina Entrando numa Fria	53
A.5	Cartas na manga	53
B	Resumo dos capítulos do MegaMath	54
C	Fotos	56

Introdução

A matemática, apesar de ser uma disciplina de fundamental importância, tem uma conotação negativa entre os alunos do ensino fundamental. Tal relação com a matéria costuma despertar fortes sentimentos de rejeição diante da mesma, sendo este um dos fatores que tem ocasionado altas taxas de reprovação.

Para um número significativo de educandos, a matemática é encarada como uma disciplina com alto grau de complexidade e pouca utilidade prática, gerando com isso sentimentos de apatia, ou até mesmo aversão, dificultando o despertar do interesse desses alunos e evitando uma aproximação com esta área de conhecimento. Esse processo acaba por desencadear, nos educandos, sensações de incapacidade diante de situações-problema, o que piora ainda mais a relação desses alunos com o conhecimento matemático, uma vez que ao sentirem dificuldade na resolução de questões, os mesmos acreditam que a matemática é difícil.

De acordo com Silveira (2002), essa “fama” atribuída à matemática, de disciplina difícil, deve-se a um preconceito que vem sendo incorporado ao discurso de muitos alunos, e até mesmo de alguns professores, ao longo dos tempos. Contudo, esse contexto deve ser encarado como desafiador, e nesse sentido o docente possui o papel fundamental de motivador, utilizando estratégias que visem estimular seus alunos a superarem as dificuldades diante da disciplina. Pesquisas relacionadas a esta problemática vêm mostrando um panorama carente de atenção. Neste sentido, a pesquisadora Sadovsky afirma que,

[...] o baixo desempenho dos alunos em Matemática é uma realidade em muitos países, não só no Brasil. Hoje o ensino de Matemática se resume em regras mecânicas oferecidas pela escola, que ninguém sabe onde utilizar. Falta formação aos docentes para aprofundar os aspectos mais relevantes, aqueles que possibilitam considerar os conhecimentos prévios dos alunos, as situações e os novos saberes a construir.

(SADOVSKY, 2007, p. 15)

Com estas palavras, Sadovsky está afirmando que atualmente há um descompasso entre a prática de ensino e o processo de aprendizagem, o que para nós evidencia a necessidade da busca de mecanismos de avaliação, que permitam examinar se a mediação na aprendizagem está adequada às necessidades dos educandos frente aos desafios e às dificuldades escolares. Para além desses mecanismos relacionados à mediação, outro instrumento de avaliação diz respeito ao mapeamento dos resultados relativos à proficiência na aprendizagem em relação às diversas áreas do conhecimento.

Dados apontam que nas séries iniciais do ensino fundamental, grande parte dos alunos apresenta baixo nível de proficiência em relação à matemática. Alguns alunos não conseguem exprimir suas ideias usando adequadamente a linguagem matemática. Os resultados nas avaliações externas à escola, tais como, Prova Brasil, Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) vêm confirmando essa realidade em escala nacional. Como exemplo, os resultados dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental no Saeb/Prova Brasil de 2015 não foram nada animadores. A média de pontuação foi de 219,3 o que afere para esses estudantes o nível 4 (dentre 12 níveis) de proficiência em matemática.

No que se refere à avaliação de resultados em escala mundial, o PISA (sigla em inglês para Programa de Avaliação Internacional de Estudantes) consiste em uma avaliação trienal feita pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE) realizada desde o ano 2000. Os resultados da avaliação do PISA em 2015 demonstraram que o Brasil regrediu em matemática. O país teve uma trajetória positiva desde 2003, início da série histórica, quando obteve 356 pontos. Nas avaliações seguintes, obteve 370 em 2006 e 386, em 2009. Em 2012, o país atingiu 389 pontos. Houve uma elevação real de 33 pontos na média dos alunos no período de 2003 a 2012. Em 2015, no entanto, o país caiu para 377, o que significa um declínio de 12 pontos. Como o desempenho dos estudantes brasileiros foi de 377 pontos contra 490 pontos da média da OCDE e, de acordo com os critérios da organização, 30 pontos no Pisa equivalem a um ano de estudos, isso significa que, em média, os estudantes brasileiros estão com um déficit, de mais de três anos, em matemática em relação aos 72 países que participaram desta avaliação.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs),

A aprendizagem em matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos.

(BRASIL, 1998, p.19)

Ao analisarmos os PCNs e refletirmos a respeito dos resultados apontados pelas avaliações citadas anteriormente, é possível perceber que a matemática ensinada nas escolas não tem capturado o interesse, nem a atenção, assim como não tem desenvolvido o raciocínio lógico na maioria dos alunos.

Despertar o interesse do educando para as competências relacionadas à matemática e suas possibilidades de aplicação na vida de um modo geral, mostra-se essencial para motivá-lo a superar os desafios da aprendizagem. Nesse sentido, “é importante destacar que a matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação”, segundo os PCNs. (BRASIL, 1997, p. 26).

Considerando a complexidade que circunda o ensino da matemática em nossos dias, entendemos que é nosso papel, como agentes educadores que possuem a missão de contribuir para a construção do conhecimento, abrir caminhos para novas práticas de aprendizagem, de maneira a permitir com que os alunos conheçam a matemática de uma forma prazerosa e interessante. Entendemos que é preciso despertar o interesse dos alunos para novas formas de aprender matemática. Nesse sentido, a revisão das práticas docentes voltadas para o ensino da matemática deve ser realizada visando um desempenho melhor dos alunos, e nessa conjuntura a aplicação de oficinas pedagógicas voltadas para o ensino da matemática se apresenta como uma excelente ferramenta de ensino/aprendizagem.

Dentro dessa perspectiva, tendo como intenção despertar nos alunos o interesse pela matemática e trabalhar o raciocínio lógico através da resolução de problemas, é que surge o Projeto Oficinas de Matemática Experimental (POME), uma parceria entre a Área de Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) e o Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão (CPMRG), ambos localizados na cidade Ilhéus - Bahia. Inicialmente o projeto pretendia trabalhar exclusivamente com alunos do sexto ano do CPMRG, porém também aplicamos algumas oficinas no Instituto Nossa Senhora da Piedade, na XI Semana da Matemática da UESC e no Ciclo de Palestras do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UESC.

Uma Oficina de Matemática Experimental (OME) propõe trabalhar o ensino da matemática, de maneira tal que os alunos aceitem o desafio de encontrar soluções para as situações-problema propostas, estimulando-os a investigar, desenvolver habilidades para resolver os problemas e validar as soluções obtidas. O uso de recursos lúdicos na execução das OMEs é essencial, uma vez que a aplicação desses recursos contribui para tornar o processo de ensino/aprendizagem um momento prazeroso para o aluno, abrindo assim a perspectiva de um novo olhar do educando para a matemática.

Partindo dessa idéia, para o processo de concepção e planejamento das OMEs, utilizamos como inspiração o livro texto *This is MegaMath* (CASEY; FELLOWS, 1993) do projeto MegaMath, desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa e Aplicação de Computadores do Laboratório Nacional de Los Alamos, Novo-Mexico - USA, com o objetivo de oportunizar novas formas de trabalhar a matemática em âmbito coletivo.

A oportunidade de realizar esse trabalho com as Oficinas de Matemática Experimental, surgiu em resposta à solicitação do CPMRG à UESC, tendo como pleito o suporte dessa universidade na realização de um trabalho voltado para tentar diminuir o déficit de aprendizagem de conteúdos matemáticos dos alunos.

O Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) tem como objetivo o aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica para o ensino de matemática. Neste intuito, e visando atender uma das solicitações do programa em ser uma atividade que tenha um impacto na prática didática em sala de aula, apresento como Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) uma OME intitulada “Entrando numa Fria”, aplicada, como mencionado anteriormente, aos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental do CPMRG.¹

¹Este TCC é produto de um trabalho em grupo dentro do POME desenvolvido no CPMRG. Por esse motivo, grande parte da Introdução, o Capítulo 1, introdução do Capítulo 3, partes do Capítulo 4 e o Apêndice B são idênticos aos do TCC “Oficinas de Matemática Experimental. Uma História de TV. Minimizando Custos”, de Luciene Liger do Nascimento Araújo, quem também faz parte do POME e trabalhou sob a

“Entrando numa Fria”, é uma oficina que descreve a história de uma cidade quase perfeita, onde o único problema é que não há sorveterias. Para resolver essa situação, é solicitado aos alunos que identifiquem no mapa da cidade de Suelhi, pontos onde eles alocariam o menor número de sorveterias (visando minimizar gastos) de forma que nenhum habitante dessa cidade tenha que andar mais que uma rua para comprar sorvetes. Esta é uma situação-problema que busca oferecer condições de trabalhar a matemática de forma lúdica, estimulando habilidades de raciocínio nos alunos.

Este trabalho está organizado em quatro capítulos. O Capítulo 1 fala sobre o POME mostrando a importância das oficinas como instrumento pedagógico, seus objetivos, a influência do MegaMath em nosso projeto e algumas recomendações para a aplicação das OMEs. O Capítulo 2 descreve a Oficina “Entrando numa Fria” mostrando como a oficina se desenvolve, apresentando o problema da alocação das sorveterias com o menor custo possível e os aspectos matemáticos desta oficina. O Capítulo 3 relata experiências vivenciadas com a oficina e as suas modificações. O Capítulo 4 é reservado à discussão e às considerações finais, dando sugestões para o aprimoramento das oficinas. No final do TCC temos o Apêndice A com o roteiro da oficina “Entrando numa Fria”, o Apêndice B com o resumo dos capítulos do MegaMath e o Apêndice C com algumas fotos das aplicações da oficina.

mesma orientação deste trabalho.

Capítulo 1

OFICINAS DE MATEMÁTICA EXPERIMENTAL

“O projeto UESC/CPM eu acho que foi uma revolução geral não só para as turmas que fizeram, como para qualquer um que viu ou participou até mesmo. Um projeto genial que com certeza faria de novo, foi um projeto que me incentivou bastante a pensar em problemas e ter um raciocínio rápido de resolver problemas dos meus colegas. Acho bem interessante, saiu daquele contexto chato de aula de todo dia sentar na cadeira e fazer atividade e ver a professora conversando, acho que foi muito mais interessante principalmente pelo trabalho em grupo com os colegas. Também nesse último projeto Entrando numa Fria, eu faria com certeza várias vezes até como passatempo para poder ter um raciocínio bem mais rápido e em alta escala, e também foi uma coisa que eu achei bem interessante você construir o seu problema e desafiar seus colegas a resolver e também resolver os problemas dos seus colegas. Eu gostei bastante e com certeza faria de novo.”(Depoimento de um aluno do 6º ano B do CPM-Ilhéus em 2016)

O Projeto Oficinas de Matemática Experimental (POME) foi gerado em resposta a uma solicitação do Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão - CPM Ilhéus (CPMRG) dirigida à Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Havendo detectado os problemas que os alunos ingressantes (6º ano do Ensino Fundamental) tinham com a matemática, em março de 2015 a direção do CPMRG solicitou à Área de Matemática da UESC que os alunos da licenciatura em Matemática realizassem monitorias na escola.

Em reunião realizada entre as partes, o professor Germán Gomero Ferrer, em representação da Área de Matemática da UESC, colocou que não recomendava a realização de monitorias pois isso representaria apenas “mais do mesmo”: maior carga horária em aulas tradicionais de matemática. Em contrapartida ele expôs que conhecia um projeto bem sucedido levado a cabo nos Estados Unidos na década de 90 que estimulava em crianças

pequenas o gosto pela matemática. O diretor do CPMRG, na época, o Major PM Lucas Miguez Palma, em concordância com os professores da escola participantes dessa reunião, aceitou a proposta e ficou acertada a elaboração e posterior aplicação de diversas OMEs, com uma equipe formada por professores das duas instituições. Assim, desde 2015 até hoje o POME está em execução na escola, contando com o apoio do atual diretor geral Major PM Reginaldo Moraes da Silva Filho e da diretora pedagógica Dinorá Madaly de Oliveira Leão, e tendo boa aceitação entre os alunos, como atesta o depoimento supracitado.

Neste capítulo descrevemos o que são oficinas pedagógicas e sua importância como instrumento pedagógico, o caráter lúdico das OMEs, o projeto MegaMath e sua influência em nosso projeto, assim como os objetivos gerais das OMEs e recomendações gerais para aplicação das mesmas.

1.1 As OMEs e sua importância como instrumento pedagógico

Antes de abordarmos, especificamente, as OMEs, faz-se necessário conceituarmos o que é uma oficina no contexto educativo, e sua importância como instrumento pedagógico.

1.1.1 O que são oficinas pedagógicas

Oficinas de ensino são instrumentos pedagógicos voltados para a formação do conhecimento construído por meio do trabalho coletivo. Essa visão de um espaço de construção coletiva do conhecimento é defendida pela educadora Vera Maria Candau (1995). Segundo a autora, o espaço dedicado a uma oficina de ensino abre-se para possibilidades como, a análise da realidade, de confronto e troca de experiências; o que ratifica a visão voltada para o coletivo e portanto presuppõe a existência de um processo de interação.

A todo processo de interação precede um outro processo, o de socialização. Nessa perspectiva, considerando que uma oficina pedagógica se constitui em um espaço destinado à realização de uma atividade que requer participação, leitura, discussão de textos, vivências diversas relacionadas ao desenvolvimento de tarefas propostas ao coletivo, fica evidente que se trata de um espaço onde se aprende em conjunto uns com os outros.

Segundo Omiste e colaboradores (2000), os elementos que constituem a dinâmica de uma oficina pedagógica envolvem contextos, pessoas, experiências e conhecimento. Nessa perspectiva, a proposta do POME tem a intenção de ajudar no desenvolvimento do raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de manejar situações reais podendo ainda, servir de facilitador no despertar do aluno para a importância da matemática.

Considerando que uma oficina pedagógica constitui um espaço com um tempo demarcado, voltado para a aprendizagem, a realização da mesma requer planejamento. Oficinas de ensino geralmente são planejadas visando garantir unidade entre a teoria e a prática e consistem de atividades coordenadas que procuram induzir a construção de saberes, decorrentes principalmente, do conhecimento prévio, das habilidades, dos interesses, das necessidades, dos valores e julgamentos dos participantes.

Nas oficinas, o professor não ensina o que sabe, mas oportuniza o acesso aos conteúdos que os participantes necessitam saber, sendo, portanto, uma abordagem centrada no aprendiz e

na aprendizagem e não no professor. Como defendia Paulo Freire:

Se, na verdade, o sonho que nos anima é democrático e solidário, não é falando aos outros, de cima para baixo, sobretudo, como se fôssemos os portadores da verdade a ser transmitida aos demais, que aprendemos a escutar, mas é escutando que aprendemos a falar com eles.

(FREIRE, 1998, p.127).

1.1.2 O que são Oficinas de Matemática Experimental

Uma OME se baseia na crença de que para ser bem sucedido em matemática é preciso estar altamente motivado e possuir certas habilidades de caráter cognitivo e de postura como curiosidade, hábito de trabalho individual e em equipe, ousadia para perguntar e errar, capacidade de gerar e testar hipóteses, capacidade de fazer inferências indutivas e dedutivas, habilidades de visualização espacial, temporal e de possibilidades, capacidade de estabelecer analogias, etc. Estas habilidades e posturas são necessárias em qualquer trabalho criativo, especialmente as de cunho científico. Compreendemos também que estas habilidades e posturas servem de esteio para a aquisição e uso de raciocínios específicos ao lidar com problemas envolvendo conhecimentos matemáticos específicos. Assim, ao lado de habilidades cognitivas defendemos que é preciso despertar os afetos (gosto, interesse) do estudante pela matemática.

Através da nossa experiência em sala de aula, temos observado que a relação entre os alunos e a matemática não é das mais amistosas. A maioria vem com uma ideia pré-concebida e aceita de que a matemática é difícil, traz experiências negativas que tiveram nos anos anteriores e manifesta a falta da relação entre a matemática ensinada na escola e o seu cotidiano. Muitos afirmam não gostarem desta disciplina; até mesmo aqueles que têm bom rendimento dizem não sentir prazer em resolver problemas de matemática, declaram sua rejeição e ainda dizem não gostar das aulas, pois as consideram muito chatas.

Acreditamos que para despertar nos estudantes o gosto pela matemática é preciso apresentar aos mesmos a “verdadeira matemática”, mostrando o quão interessante ela é, de modo a torná-la atraente. Para tanto, é necessário que o professor trabalhe a disciplina de maneira diferente daquela praticada nas aulas tradicionais, pois a “verdadeira matemática” pouco tem a ver com decorar fórmulas, executar operações aritméticas ou realizar outras tarefas rotineiras.

O que queremos dizer com “verdadeira matemática” é a atividade que um matemático profissional realiza. Entendemos que quando um matemático encara um problema de matemática, ele experimenta instâncias particulares do problema, o que possibilita com que ele o modifique de maneira a torná-lo mais acessível, podendo ainda construir hipóteses e testá-las com o intuito de validá-las ou descartá-las. É evidente que durante esse processo ele faz contas e resolve equações, mas estes são apenas detalhes técnicos, na maior parte do tempo o matemático está gerando ideias e discutindo as mesmas com outros matemáticos.

Assim, ao apresentar aos alunos “a verdadeira matemática” o objetivo é estimulá-los para que “façam matemática de verdade”, ou seja, que resolvam problemas matemáticos difíceis porém interessantes. Pode parecer um contrasenso exigir de jovens que não gostam

de matemática, que resolvam problemas difíceis dessa esfera do conhecimento; há, porém, dois princípios sobre os quais descansa a nossa crença de que essa proposta faz sentido.

Em primeiro lugar, é justamente durante este processo de resolução de problemas que a matemática é criada diariamente por matemáticos profissionais. Em certo sentido, muitas vezes, nem o próprio matemático conhece a matemática necessária para resolver um problema; e por isso ele se vê obrigado a criá-la. Em segundo lugar, um problema realmente cativante é capaz de capturar uma mente curiosa e inquisitiva, tornando-a um desafio intelectual altamente estimulante; e crianças têm mente curiosa e inquisitiva.

Estes dois princípios levaram um dos autores deste projeto, o professor Germán Gomero, à ideia de implementar oficinas de matemática experimental como metodologia de ensino e aprendizagem. Como se esclarece em Gomero e Silva:

Uma oficina de matemática experimental propicia um ambiente inovador de ensino e aprendizagem de matemática cujos mecanismos se sustentam em dois princípios fundamentais; o de que as maneiras mais eficientes de aprender envolvem a participação ativa do aluno (aprender fazendo), e o de que o papel do professor é o de orientar o aluno no processo de aprendizagem (professor mediador). Nestas oficinas os alunos são confrontados com situações ou problemas matemáticos fáceis de compreender e de interesse suficiente para capturar sua atenção, mas muitas vezes difíceis de resolver. O aluno, sem ser ciente desta dificuldade, se sente impelido a procurar por uma solução; e é nessa busca que acontecem os processos de aprendizagem e de desenvolvimento das habilidades cognitivas.
(GOMERO; SILVA, 2016)

Assim, a nossa proposta consiste em estimular e desenvolver nos alunos o interesse e a curiosidade por problemas de matemática, assim como, despertar neles o espírito de investigação e desenvolver habilidades para resolver problemas e validar as soluções obtidas.

1.1.3 Caráter lúdico das OMEs

A aplicação das OMEs tem por finalidade realizar atividades de matemática com ênfase na resolução de problemas de modo que os alunos construam coletivamente uma solução e ao mesmo tempo obtenham prazer no trabalho. Por esse motivo, as OMEs são essencialmente atividades lúdicas. Este tipo de atividades consiste em ações de caráter finalístico; dito de outro modo, toda atividade lúdica tem uma meta final, essa por sua vez visa proporcionar prazer e entretenimento aos indivíduos envolvidos na prática da atividade, através de atividades-meio. O uso da ludicidade como prática educativa favorece o desenvolvimento de competências como criatividade, agilidade, capacidade de concentração e o estímulo ao exercício do raciocínio lógico, entre outros.

Apredendemos com Teixeira que atividades lúdicas visam a realização de uma tarefa de forma prazerosa. Nelas, existe sempre a presença de motivação para atingir os objetivos.

O lúdico apresenta dois elementos que o caracterizam: o prazer e o esforço espontâneo. Ele é considerado prazeroso, devido a sua capacidade de absorver o indivíduo de forma intensa e total, criando um clima de entusiasmo. É este aspecto de envolvimento emocional que o torna uma atividade com forte teor motivacional, capaz de gerar um estado de vibração e euforia. Em virtude desta atmosfera de prazer dentro da qual se desenrola, a ludicidade é portadora de um interesse intrínseco, canalizando as energias no sentido de um esforço total para consecução de seu objetivo. Portanto, as atividades lúdicas são excitantes, mas também requerem um esforço voluntário. [...]
(TEIXEIRA, 1995, p. 23).

O lúdico nas OMEs pode ser visto como uma construção coletiva e nelas tentamos desenvolver a criatividade e a capacidade de tomar decisões, tornando algumas aulas de matemática mais atrativas. Temos vivenciado, nessa prática, que as atividades realizadas pelos alunos são prazerosas, não são cansativas, contribuem como estratégia alternativa para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos e ajudam a despertar o interesse pela disciplina.

Por outro lado, além dos aspectos motivacionais as OMEs influenciam também processos intelectuais e cognitivos, assim como as relações sociais e a maneira de o aluno agir diante das situações-problema.

[...] As situações lúdicas mobilizam esquemas mentais. Sendo uma atividade física e mental, a ludicidade aciona e ativa as funções psico-neurológicas e as operações mentais, estimulando o pensamento. [...] As atividades lúdicas integram as várias dimensões da personalidade: afetiva, motora e cognitiva. Como atividade física e mental que mobiliza as funções e operações, a ludicidade aciona as esferas motora e cognitiva, e à medida que gera envolvimento emocional, apela para a esfera afetiva. Assim sendo, vê-se que a atividade lúdica se assemelha à atividade artística, como um elemento integrador dos vários aspectos da personalidade. O ser que brinca e joga é, também, o ser que age, sente, pensa, aprende e se desenvolve.
(TEIXEIRA, 1995, p. 23)

A realização do POME, no CPMRG, possibilitou que vivenciássemos uma nova forma de ensinar matemática. A partir da aplicação das oficinas tivemos a oportunidade de testemunhar um novo olhar para a matemática nos alunos, com uma postura de menor rejeição desta área do conhecimento.

1.2 O projeto MegaMath e sua influência em nosso projeto

Para a confecção das OMEs, inicialmente, nos inspiramos no projeto MegaMath do Grupo de Pesquisa e Aplicação de Computadores do Laboratório Nacional de Los Alamos, Novo

México - USA. O texto de referência deste projeto é o livro *This Is MEGA-Mathematics!, STORIES AND ACTIVITIES FOR MATHEMATICAL THINKING PROBLEM-SOLVING AND COMMUNICATION* cujos os autores são Nancy Casey e Mike Fellows. Este projeto estava destinado a trazer ideias matemáticas incomuns e importantes para as aulas das escolas primárias, para que os jovens e seus professores pudessem pensar juntos. Na introdução deste livro, cita-se que:

O objetivo deste projeto é fornecer algumas oportunidades para as crianças e seus professores experimentarem a matemática da mesma forma que ela é experimentada por matemáticos e cientistas. A matemática é animada e excitante. É um campo mais afim de arte e poesia do que muitas pessoas pensam. Quando os pesquisadores matemáticos se reúnem, eles trocam histórias e problemas favoritos. Ficam maravilhados com o modo como alguns problemas foram resolvidos. Problemas que soam simples não têm soluções. Eles falam sobre o que têm feito, o que estão trabalhando, o que desejam e como eles poderiam aprender se só tivessem isso para fazer. Em suma, eles inspiram uns aos outros. Esperamos que os jovens matemáticos nas salas de aula da escola tenham a mesma experiência (Tradução livre).

Este texto está dividido em 8 capítulos: Sobre o MEGA-Mathematics; A matemática mais colorida de todas; Desembaraçar a matemática dos nós; Jogos em Grafos; Máquinas que comem suas palavras; Um olhar lógico em Brights e Braves; Algoritmos e sorvetes para todos; Bem-vindo ao Hotel Infinito. No Apêndice B oferecemos uma pequena descrição de cada um destes capítulos.

No início do projeto, para a criação das OMEs, a equipe se reunia com o propósito de estudar os capítulos do projeto MegaMath. Em grupos, alguns professores da equipe montavam uma oficina baseada em um dos capítulos do MegaMath para ser aplicado com as outras pessoas da equipe. Depois da aplicação de cada oficina ocorriam discussões e ajustes chegando a uma oficina “ideal”, na opinião do grupo. Percebemos que essas discussões e intervenções eram muito ricas, fazendo com que a proposta inicial de oficinas passasse por várias mudanças, tornando às vezes difícil identificar que a mesma baseou-se no projeto MegaMath. Antes da aplicação das oficinas com os alunos do 6º ano do CPMRG, algumas oficinas foram aplicadas novamente com os professores da equipe e em alguns eventos em outras instituições de ensino, tais com, o Instituto Nossa Senhora da Piedade (INSP) e a Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Destas experiências coletamos opiniões e através de observações fizemos outros ajustes para então aplicarmos as oficinas com os alunos da escola.

Dentro do POME, no ano de 2015 selecionamos o capítulo “A matemática mais colorida de todas” como inspiração para criação de oficinas. Em 2016, aperfeiçoamos as oficinas já existentes e criamos novas oficinas inspiradas no capítulo “Algoritmos e sorvetes para todos”. Em 2017, a nossa proposta, é consolidar todas as oficinas já produzidas.

Atualmente o projeto possui 7 oficinas. As oficinas *Colorindo mapas*, *Uma História de TV. Minimizando Custos* e *Uma História de TV II* foram inspiradas no capítulo “A matemática mais colorida de todas”. As oficinas *Entrando numa fria I* e *Entrando numa*

fria II foram inspiradas no capítulo “Algoritmos e sorvetes para todos”. Já a oficina *Vagner Valente* foi inspirada no Problema 8 do Capítulo 1 do texto (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2008). Por último a oficina *Batalha das Cores* está inspirada no jogo Cilada das Cores da seção 3, do capítulo 1, do mesmo livro. Neste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) descrevemos relatos e experiências que foram obtidas no decorrer da aplicação da oficina “Entrando numa Fria”.

1.3 Objetivos Gerais das OMEs

Esperamos com as aplicações das OMEs, através dos objetivos matemáticos, que os alunos consigam perceber que há problemas que não tem solução e que há problemas com muitas soluções; que eles possam reconhecer que um problema não tem solução quando as regras não podem ser satisfeitas, que pequenas mudanças nas condições de um problema podem transformar um problema sem solução num problema com muitas soluções e vice-versa e que há necessidade de demonstrações na matemática.

Com os objetivos não-matemáticos, dando destaque aos objetivos heurísticos, queremos que os alunos se familiarizem com o método experimental em matemática, estimulando-os a formular e testar hipóteses, e que consigam formular e seguir instruções de ação. Desejamos apresentar ao aluno os processos de abstração e argumentação e induzi-lo a estabelecer analogias entre situações novas e situações familiares. Que o aluno seja capaz de introduzir a ideia de simplificação como estratégia de resolução de problemas; elaborar perguntas e discutir possíveis respostas; reforçar no aluno o hábito de levantar hipóteses; perceber que para invalidar uma hipótese basta um contra-exemplo; perceber que a falta de um contra-exemplo não valida uma hipótese e desenvolver habilidades de identificação de padrões.

Temos também os objetivos não-matemáticos que não são heurísticos, neles queremos estimular nos alunos o trabalho em equipe e o entendimento de que regras são convenções.

1.4 Recomendações Gerais para aplicar as Oficinas.

A finalidade principal desta seção é socializar o conhecimento metodológico construído por nossa equipe durante as aplicações das OMEs. A intenção é que estas recomendações facilitem a aquisição de práticas destinadas a melhorar o desempenho do professor na aplicação das oficinas.

Como nas oficinas se procura a construção coletiva do conhecimento, as explicações devem ser curtas, para que assim o aluno possa chegar as conclusões por ele mesmo, em discussões com o grupo. Para manter uma “desordem produtiva”, deve-se manter todos os alunos ocupados e respeitar o tempo dos grupos nas mesas, por último deve-se ter uma boa logística. Nas próximas seções descrevemos em detalhe estas recomendações.

1.4.1 Evite dar explicações longas

No decorrer da oficina deve-se evitar dar explicações longas e definitivas à turma, a pequenos grupos ou a alunos individualmente. Os objetivos da oficina não devem ser explicitados

nem no início nem durante a execução das atividades. Estes objetivos devem ser atingidos como resultado das discussões grupais, mas os alunos não precisam estar cientes deles.

Durante a execução das oficinas se recomenda não estabelecer regras para a realização das atividades nem para os procedimentos técnicos que devem ser seguidos. Em geral, os alunos começam a fazer perguntas sobre o que pode ou não pode ser feito. Se as perguntas surgirem durante as fases de resolução de problemas, se recomenda socializá-las com o grupo ao qual pertence o aluno; ou, se os membros do grupo estiverem muito concentrados com o problema, o melhor é conversar individualmente com quem fez a pergunta.

Em uma OME não existe CERTO ou ERRADO, nem PODE ou NÃO PODE. Todas as questões, técnicas ou normativas, devem ser discutidas na turma, em pequenos grupos, ou individualmente dependendo da situação e as normas devem ser decididas com a turma. Se surgir uma questão normativa que já foi discutida com a turma, se recomenda procurar a ajuda de algum aluno do grupo para que lembre qual foi a decisão da turma. Se surgir uma questão técnica que já foi discutida com outro aluno ou grupo, uma boa ideia é orientar quem fez a pergunta consultar aquele aluno ou grupo que já tirou essa dúvida. Sempre que possível, o professor deve participar também dessa troca de informação.

Como as oficinas são espaços dedicados a promover a descoberta, nem as estratégias de resolução de problemas, nem o tipo de respostas ou soluções que os alunos devem obter, devem ser explicadas antes do início das atividades. Ao perceber que um aluno cometeu ou está cometendo um erro, ou ao identificar um aluno com dificuldades na resolução de um problema, uma sugestão é sentar na mesa do aluno e discutir o problema com ele. Os outros alunos da mesa podem participar da discussão, ou podem continuar trabalhando no problema. As respostas e soluções devem ser discutidas com os alunos, individualmente, em grupos pequenos, ou com a turma toda; dependendo da atividade.

Ao perceber que um aluno está com dificuldades para resolver um problema, deve-se discutir estratégias e não fornecer a solução do mesmo. Se um aluno está cometendo um erro no procedimento da solução, devemos ajudá-lo a perceber o erro e a descobrir como consertá-lo. Se necessário, recomendamos que o material seja fornecido novamente para que o aluno comece de novo. Durante uma discussão com um aluno, ou com um grupo deles, podemos comentar sobre os objetivos da atividade ou sobre estratégias de resolução de problemas, e até sobre o tipo de respostas que eles devem obter; mas sempre de modo casual. O que não é recomendável é dar explicações longas e definitivas.

No final da atividade é importante conversar com a turma sobre o que foi realizado; induzindo os alunos a expor o que aprenderam com a atividade. Como parte desta discussão final, deve-se comentar informalmente sobre os objetivos matemáticos e não-matemáticos da atividade.

1.4.2 Mantenha uma “bagunça produtiva”

Em OMEs percebe-se uma grande participação por parte dos alunos. Estes demonstram tanto interesse e interação de modo tão intenso que às vezes a sala de aula parece uma confusão. Como recomendação, sugerimos que o professor mantenha um nível de desordem bom, produtivo, onde a desorganização não atrapalhe a criatividade e o desenvolvimento da oficina. O professor deve estar atento para que o aluno não confunda a oficina com o intervalo do recreio. Uma vez que ao não levar a sério a atividade, o aluno não conseguirá

atingir o objetivo proposto pela oficina.

Garanta que todos os alunos estejam sempre realizando alguma atividade. No nosso projeto, atividades adicionais desenhadas para este fim são chamadas de “Cartas na manga”. Para aqueles alunos que costumam concluir rapidamente as tarefas pedidas recomenda-se ter sempre atividades mais desafiadoras que as obrigatórias.

Recomenda-se também ter sempre atividades mais simples que as obrigatórias para o aluno que apresentar dificuldades na realização das tarefas pedidas; estas atividades devem ser elaboradas para ajudar o aluno a superar as dificuldades encontradas durante a realização da tarefa.

1.4.3 Mantenha uma boa logística

A disposição do ambiente na sala deve ser providenciada com antecedência. Para o bom desempenho dos alunos na oficina, é importante que a turma tenha no máximo 25 alunos, podendo ser dividida em grupos de 2 a 4 alunos a depender da atividade que será realizada, ver Figura 1.1. Recomenda-se ter sempre material excedente para todas as tarefas a serem realizadas. Uma boa estratégia é recolher e armazenar organizadamente o material trabalhado pelos alunos, classificando o material por atividade.



Figura 1.1: Aplicação da OME no CPMRG.

Percebemos com nossa experiência na aplicação das oficinas que durante a atividade é importante ter um número mínimo de 3 professores, possibilitando uma maior participação dos alunos nas mesas e incentivando as discussões entre eles, antes de socializar os resultados obtidos com a turma, evitando assim que os mesmos se dispersem.

1.4.4 Respeite o tempo de cada grupo

Uma recomendação importante é passar para a próxima atividade sempre que (e apenas quando) todos os membros do grupo tiverem terminado com uma atividade. Quando alguns alunos de um grupo tiverem terminado com alguma atividade, podemos estimulá-los a ajudar aqueles que ainda não a fizeram, mas recomende que não é para dizer como se faz, nem para fazer a atividade por eles.

Capítulo 2

Oficina “Entrando numa Fria”

A oficina “Entrando numa Fria” foi inspirada no capítulo “Algoritmos e sorvetes para todos” do texto de referência do projeto MegaMath, os alunos são confrontados com um problema que não tem uma resposta direta e confiável. Obter a resposta certa não é tão importante quanto buscar e avaliar a qualidade das soluções que eles encontraram. Os autores citam nesse capítulo algumas perguntas que podem ser úteis para a avaliação dos alunos: Que estratégias os alunos usam para resolver o problema? O que faz um aluno abandonar uma estratégia e tentar outra? O aluno consegue descrever as estratégias que foram usadas e comentar a sua eficácia? Neste capítulo iremos descrever a oficina, os seus aspectos matemáticos e seus objetivos específicos.

2.1 Aspectos Matemáticos da Oficina

O problema abordado nesta oficina é um problema da Teoria dos Grafos conhecido como o Problema do Conjunto Dominante Mínimo. Os participantes recebem um grafo¹ representando a cidade de Suehli, ver Figura 2.1(a), onde as arestas² representam ruas e os vértices³ representam as esquinas das ruas. Neste contexto o problema do conjunto dominante mínimo consiste em:

1. Colocar sorveterias em alguns vértices de modo que de cada vértice onde não tem sorveteria, seja suficiente atravessar uma aresta para chegar a uma sorveteria.
2. O número de sorveterias tem que ser o menor possível.

Qualquer conjunto de vértices com sorveterias satisfazendo a primeira condição é chamado de conjunto dominante.

Um conjunto dominante para um grafo é fácil de se encontrar. Por exemplo, colocar uma sorveteria em cada esquina resolve o problema, isto é o conjunto de todas as esquinas é um conjunto dominante, porém é uma solução sobredimensionada. O problema do conjunto

¹Grafo simples é um grafo não direcionado, sem laços e existe no máximo uma aresta entre quaisquer dois vértices (sem arestas paralelas)

²As arestas são consideradas as uniões entre os vértices.

³Vértice ou nó é a unidade fundamental da qual os grafos são formados.

dominante mínimo consiste em encontrar uma distribuição que contenha, o menor número possível de sorveterias.

Como descrito no Capítulo 3, durante a aplicação da oficina, os alunos conseguiram encontrar um conjunto dominante com 6 (seis) elementos. Além disso, nenhum aluno foi capaz de conseguir um conjunto dominante com apenas 5 sorveterias. Mostramos a seguir que nenhum conjunto dominante em Suehli pode ter menos de 6 sorveterias e, portanto, o conjunto encontrado pelos alunos é de fato uma solução do problema, isto é, um conjunto dominante mínimo.

O número de arestas que incide num vértice é chamado de valência do vértice. Como pode ser visto na Figura 2.1(a), na cidade de Suehli há 26 vértices, sendo que 1 vértice tem valência 5, 9 vértices tem valência 4, 15 vértices tem valência 3, e 1 vértice tem valência 2.

Suponha que 5 vértices são sorveterias, se este conjunto de vértices é dominante os outros 21 vértices têm que estar conectados a uma sorveteria; assim não há como todas as sorveterias terem valência 4. Em outras palavras, o vértice de valência 5 está no conjunto dominante, e as outras sorveterias tem todas valência 4. Isto implica que todo vértice que não está no conjunto dominante tem que estar ligado a um vértice de valência 4. Observe agora o vértice em vermelho, na Figura 2.1(b), ele não está no conjunto dominante, pois tem valência 2, e nenhum dos dois vértices aos quais ele está conectado tem valência 4 (ambos têm valência 3). Assim temos uma contradição que prova que não existem conjuntos dominantes com 5 vértices.

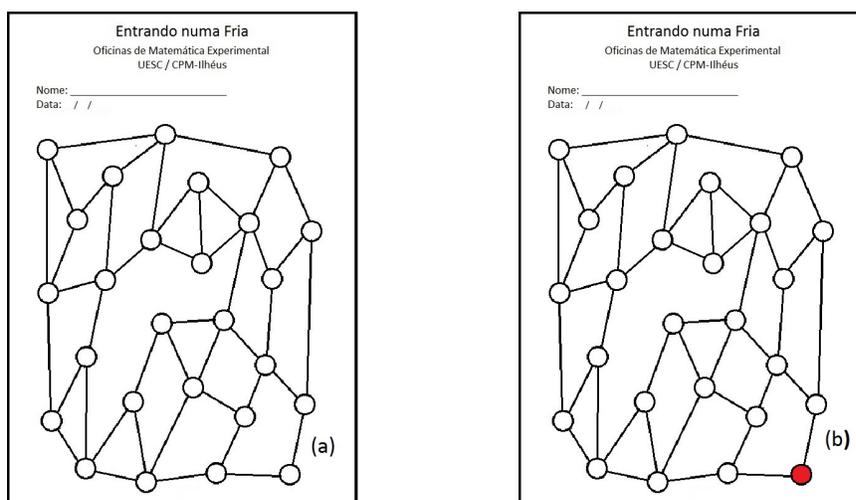


Figura 2.1: (a) Grafo da Cidade de Suehli. (b) Vértice de valência 2.

2.2 Descrição da Oficina

A oficina “Entrando numa Fria” começa com a narração de uma história que se desenvolve na cidade de Suehli, cidade ideal, se não fosse por um detalhe; em Suehli não há sorveterias. Os participantes são desafiados a alocar sorveterias em algumas esquinas da cidade de modo

que de cada esquina onde não haja uma sorveteria um cidadão suehliense tenha que andar apenas uma rua para comprar sorvetes. O participante da oficina é convidado a encontrar a distribuição com o menor número de sorveterias possível.

Cada participante da oficina recebe uma folha com o grafo que serve para sinalizar a cidade de Suehli e as fichas de EVA em uma mesa. Estas fichas servem para representar as sorveterias e as esquinas possivelmente sem elas. A seguir se conta a história “Entrando numa Fria” em voz alta (ver texto “Entrando numa Fria” no Apêndice A), pedimos aos alunos para implementarem a ideia de como distribuir as sorveterias e verificamos mesa por mesa se todos entenderam razoavelmente a regra de distribuição das sorveterias. Como forma de estímulo ao trabalho dos outros grupos, assim que algum aluno se sentir confiante em propor uma solução para o problema, divulgamos para a turma o número de sorveterias desta solução. Finalmente, quando um participante se sentir confiante de que encontrou a melhor solução possível, sugerimos que transcreva essa solução na folha usando giz de cera de uma única cor para representar a localização das sorveterias.

A etapa de “Discussão” da oficina dedica-se ao processo de comparação das diversas soluções obtidas. Realizando as comparações, sugerimos algumas questões como, qual foi o menor número de sorveterias que alguém conseguiu colocar seguindo as regras, e se entre os que conseguiram o menor número, todos conseguiram a mesma distribuição de sorveterias.

Há um momento nesta oficina, chamado “Abrindo a cabeça”, que permite a reflexão dos alunos, fazendo uma analogia da situação apresentada na oficina com o seu dia-a-dia. Nesse sentido, foram tomadas as seguintes iniciativas: convidamos os alunos a falar de situações cotidianas que poderiam substituir as sorveterias como problema na cidade de Suehli e, anotamos o maior número de ideias sempre estimulando o debate entre os participantes da oficina.

Nesta oficina também propomos aos alunos a criação de um problema. É sugerido ao aluno que compare a folha com o problema da cidade de Suelhi e a do diagrama das árvores⁴ em um determinado espaço de tempo, e reflita sobre um pequeno texto (ver texto da Atividade 5 no Apêndice A). Neste texto é explicado como foi formulado o problema das sorveterias, que parte da solução mostrada na Figura 2.2 e chega na Figura 2.1(a), e que para fazer o caminho inverso, ou seja, a partir do problema chegar à solução, é muito mais difícil.

Em primeiro lugar, entregamos a cada aluno uma folha com o diagrama inicial das árvores; e, para eles sentirem como foi construído o problema, pedimos para que nesta folha eles reproduzam o grafo da cidade de Suehli, neste momento eles podem olhar a folha com o problema para facilitar as comparações. O resultado é a cidade de Suehli com as esquinas da solução marcadas.

Na sequência, entregamos a cada participante duas folhas em branco e pedimos que, a partir das ideias apresentadas, desenhe numa das folhas uma possível solução de um problema, construindo no máximo 05 (cinco) pequenas árvores. A seguir pedimos que, na outra folha, e com base no desenho anterior, crie um problema próprio. Uma boa ideia é solicitar que guardem (ou dobrem) a primeira folha, pois ela contém sua solução (seu segredo) do problema; e entreguem o problema criado, sem mostrar a solução, a um colega do mesmo grupo pedindo que ele o resolva. Ao terminarem de resolver o problema do colega, estimulamos

⁴Uma árvore é um grafo conexo (existe caminho entre quaisquer dois de seus vértices) e acíclico (não possui ciclos). Toda árvore é um grafo, mas nem todo grafo é uma árvore.

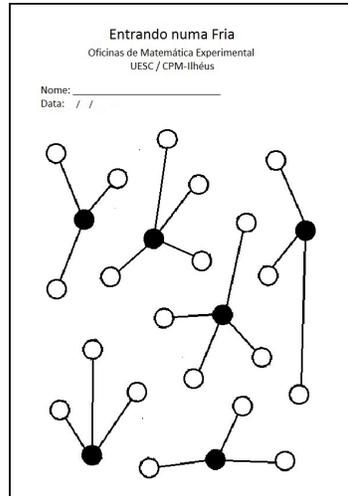


Figura 2.2: Diagrama que mostra as árvores iniciais a partir das quais o problema foi montado. Os círculos pretos representam as esquinas onde serão instaladas as sorveterias e os círculos em branco representam as esquinas a partir das quais devemos caminhar no máximo uma rua para chegar numa sorveteria.

a compararem essa solução com o segredo guardado na primeira folha (solução original) e sugerimos que se o colega conseguir um número menor de sorveterias que a solução original, que eles tentem explicar como isso aconteceu. Se os alunos demorarem muito em criar o problema ou o tempo da oficina já estiver se esgotando, sugerimos que eles levem para casa para resolver o problema do colega e na próxima oficina haja uma comparação das respostas encontradas.

Como cartas na manga, deve se entregar mais duas folhas em branco e pedir para criar um novo problema onde a solução precise de menos sorveterias que aquelas que estão no novo segredo. O aluno deve proceder da mesma forma: primeiro deve criar o diagrama de árvores numa folha (o segredo) e depois, com base nele deve montar um problema em outra folha para que outro colega o resolva.

2.3 Objetivos

Além dos objetivos gerais das Oficinas de Matemática Experimental, mencionados na Seção 1.3, temos também objetivos específicos desta oficina que foram organizados em objetivos matemáticos e objetivos não-matemáticos.

Os objetivos matemáticos são: introduzir algumas noções elementares associadas ao conceito de grafo; apresentar a noção de minimalidade como ferramenta de avaliação da qualidade de uma solução; introduzir a noção de solução ótima do problema de conjuntos dominantes e introduzir a noção de funções de uma via.

Os objetivos não-matemáticos são: estimular o aluno a criar problemas difíceis a partir do conhecimento de uma resposta; estimular o aluno a trabalhar em equipe; estimular o interesse para resolver problemas e validar as soluções obtidas.

Capítulo 3

Relatos de experiências

As oficinas de matemática experimental, foram realizadas no CPMRG como projeto piloto no ano de 2015. Neste ano as oficinas foram aplicadas no segundo semestre, em turno oposto escolar, quinzenalmente com 150 alunos do 6º ano divididos em seis grupos de 25 alunos. As atividades tinham duração de 90 (noventa) minutos e eram aplicadas em três grupos diferentes no mesmo horário, ao encerrar a oficina com estes três grupos, aplicávamos a mesma oficina aos outros três. Os grupos de alunos foram orientados por três ou mais aplicadores da equipe do POME. A equipe aplicadora se encarregava de dar as instruções de como realizar a atividade e incentivar a participação dos alunos, e era formada por professores da UESC, professores do CPMRG e alunos da licenciatura em Matemática da UESC participantes do PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência).



Figura 3.1: Aplicação da oficina “Entrando numa Fria” no CPMRG.

No ano de 2016, foram feitos alguns ajustes. As oficinas passaram a ser realizadas no mesmo turno escolar do aluno, nas aulas de matemática, e para uma melhor logística, os grupos de alunos foram montados respeitando a mesma formação das seis turmas já existentes. As oficinas foram aplicadas a partir do primeiro semestre e a atividade era feita em duas salas ao mesmo tempo.

3.1 O processo de construção da oficina

Durante a criação e a aplicação da oficina “Entrando numa Fria”, observamos alguns pontos que poderiam ser modificados proporcionando uma melhor execução da atividade por partes dos alunos participantes. Nesta seção relatamos as modificações que ocorreram durante este processo, aplicações feitas em outras instituições de ensino e uma nova oficina que é uma extensão do “Entrando numa Fria”.

3.1.1 Modificações no texto da oficina

Para a confecção da Oficina “Entrando numa Fria” houve uma adaptação do texto “Oficina do Sorvete” do MegaMath. O texto abaixo, versão 1, é uma tradução livre da “Oficina do Sorvete”.

História original
Oficina do Sorvete

Essa seria uma cidade interessante com exceção de um problema: Você não pode comprar sorvete em lugar algum da cidade. A empresa de sorvetes decidiu tomar uma atitude. Ivan e Ivana gelados, os donos, gostariam de fazer algo bom para a cidade e também ganhar algum dinheiro. Eles vão construir pontos de vendas por toda a cidade onde as pessoas possam comprar sorvetes e eles querem que isso seja feito de forma fácil para eles e para as pessoas.

Inicialmente, Ivan e Ivana tinham esperança de colocar uma sorveteria em cada esquina, sabendo que, durante o verão, eles iriam nadar em dinheiro. Mas, sorveterias são caras para se construir: você tem que comprar todos os tijolos, cimento, janelas, etc. E então, você tem que colocar freezers, pagar pessoas para trabalhar o dia todo e assim por diante. Eles não tinham condições de construir tantas sorveterias.

Logo, eles decidiram que as pessoas tomariam muitos sorvetes se elas tivessem que apenas descer a rua para comprá-los. O plano B era construir sorveterias onde as pessoas pudessem tomar sorvete lá mesmo na esquina onde elas moram, ou no máximo, andar até o fim da rua para encontrar uma esquina onde houvesse um carrinho de sorvete.

Agora, vocês têm que descobrir como posicionar as sorveterias. Onde eles devem ir? Quantas eles devem construir?

A próxima história, versão 2, foi adaptada por mim e pela professora Renata Pinto de Novaes para se fazer a primeira experiência piloto de aplicação da oficina com os professores da equipe. Até este momento não havia sido colocado um título para o texto, diferente da história original.

Oficina do Sorvete

Essa seria uma cidade interessante com exceção de um problema: não há sorveterias. Uma importante marca de sorvete decidiu tomar atitude. Os donos dessa marca, gostariam de fazer algo bom para a cidade e também ganhar algum dinheiro. Eles vão construir pontos de vendas por toda a cidade onde as pessoas possam comprar sorvetes e eles querem que isso seja feito de forma fácil para eles e para as pessoas.

Inicialmente, os donos, tinham esperança de colocar uma sorveteria em cada esquina, sabendo que, durante o verão, eles iriam nadar em dinheiro. Mas, sorveterias são caras, pois você tem um custo alto com freezers, materiais, funcionários. Eles não tinham condições de manter tantos pontos de venda.

Logo, eles decidiram que as pessoas tomariam muitos sorvetes se elas tivessem que apenas descer a rua para comprá-los. Então tiveram a idéia de montar pontos de vendas onde as pessoas pudessem tomar sorvete na esquina próximo as suas casas, ou no máximo, andar até o fim da rua para encontrar uma esquina onde venda sorvete. Onde devemos colocar sorveterias na nossa cidade para que todos possam comprar sorvete, sem sair da rua em que mora?

Os círculos são as esquinas que podem ter casas ou sorveterias e as linhas ruas, então qual o melhor conjunto de localizações para dispor as sorveterias de forma que ninguém tenha que andar além da sua rua para comprá-los? Agora, vocês têm que descobrir como posicionar as sorveterias. Onde eles devem ir? Quantas eles devem construir?

O texto a seguir “O problema das Sorveterias”, versão 3, foi uma sugestão do professor Eudson Cardoso Silva, para melhorar o texto da oficina piloto, versão 2 , tentando colocar a história mais próxima da realidade dos alunos e também a primeira tentativa de mudar o título original.

O problema das sorveterias

Em uma bela cidade do extremo sul da Bahia, conhecida como Suehli, terra de gente simples e hospitaleira, tudo acontecia na “mais santa paz do Senhor” a não ser pelo calorão que era insuportável. As pessoas queixavam-se das altas temperaturas.

O Senhor Pedro Cardoso Quentão, morador da cidade, casado com a respeitadíssima Senhora Cecília Friorentino Quentão e seu filho Lucas Friorentino Quentão também não suportavam mais o calor como toda população suehliense. Lucas, moleque sabido e engenhoso, propôs ao pai, senhor Pedro, que construísse várias sorveterias na cidade, afinal de contas era inadmissível uma cidade tão formosa apelidada, carinhosamente de princesinha do sul, não possuir nenhuma sorveteria. Senhor Pedro e dona Cecília ficaram encantados com o espírito “empreendedorístico” do pequeno rebento e resolveram arregaçar as mangas, localizando no mapa da cidade com círculos possíveis pontos onde seriam construídas as sorveterias. Porém dona Cecília ponderou com o esposo o alto custo que seria construir sorveterias: cimento, tijolos, telhas, areia, mão de obra, sem falar nos freezers e pessoas para trabalhar o dia inteiro na sorveteria, seria realmente muito “dispendioso”.

O senhor Pedro Quentão procurou o Banco Grana na Mão para verificar os possíveis financiamentos para construção das sorveterias.

O gerente do banco senhor Afortunado disse que não era possível pois o custo era muito alto. O senhor Quentão retornou do banco todo cabisbaixo sem saber o que dizer ao seu filho. Dona Cecília Friorentino percebeu o quanto o marido estava acabrunhado. O pequeno Lucas lançou-se nos braços do pai perguntando quando seria o dia em que iria provar o delicioso sorvete da “Lucas sorveteria”, esse foi o nome escolhido para a rede de sorveteria. O pai disse que não seria possível a não ser que..., Dona Cecília o interrompeu completando a frase,... fossem construídas menos sorveterias, e que uma sorveteria pudesse atender o maior número de ruas. Os olhos do

pequeno Lucas brilharam de contentamento e o menino se deixou levar pelos pensamentos de um mundo de cores e sabores adocicadamente refrescantes.

O que vocês têm em mãos é um mapa da cidade Suehli com suas ruas e alguns lugares circulados onde poderiam ser construídos sorveterias. Agora vocês poderão ajudar a família Quentão como posicionar cada sorveteria. Quantas eles devem construir?

E desta sugestão do Professor Eudson, o Professor Gomero chegou ao primeiro texto, versão 4, utilizado na aplicação da oficina no Instituto Nossa Senhora da Piedade (INSP) e com o título que é utilizado na oficina até hoje.

Entrando numa Fria

A cidade de Suehli era uma cidade fora do comum. As ruas e as esquinas das ruas não eram como as de outras cidades. Havia esquinas onde convergiam quatro ruas, mas havia outras onde convergiam apenas três ruas; inclusive havia uma esquina onde só convergiam duas ruas e outra onde convergiam cinco. Além disso, como podia ser visto no plano da cidade, a distribuição das ruas era muito irregular; mas era isto que fazia o charme da cidade de Suehli. Para todo suehliense, sua cidade era quase a cidade ideal.

Sim, pois só faltava um detalhe para que a cidade de Suehli fosse realmente a cidade ideal; sorveterias. E foi assim que a família Quentão resolveu tomar providências, tornar Suehli a cidade ideal, e ganhar algum dinheiro com isso. A família Quentão decidiu instalar sorveterias; muitas sorveterias para que todos os cidadãos de Suehli pudessem comprar sorvetes sem ter que andar muito longe de casa; mas também não tantas porque a instalação e manutenção de cada sorveteria não era barata.

A primeira ideia foi instalar sorveterias de modo que cada cidadão pudesse comprar sorvetes sem sair da sua rua; decidiram assim que as sorveterias seriam instaladas nas esquinas das ruas. Como uma rua tem duas esquinas, não seria necessário instalar sorveterias em todas as esquinas. Todos os membros da família Quentão se debruçaram para encontrar a melhor distribuição de sorveterias; de modo que instalassem o menor número delas. Infelizmente o número de sorveterias necessárias era ainda grande demais.

A segunda ideia foi colocar as sorveterias de modo que, de cada esquina onde não houvesse uma sorveteria um cidadão teria que andar apenas uma rua para achar uma sorveteria. Novamente todos os membros da família Quentão se debruçaram para encontrar a melhor distribuição de sorveterias, desta vez todo mundo ficou feliz com o resultado, e foi assim que a cidade de Suehli tornou-se a cidade ideal.

O grupo de professores do POME analisou, através das experiências nas aplicações desta oficina, que para os alunos do 6ºano do CPMRG, deveríamos utilizar apenas uma das ideias para colocar sorveterias sugeridas no texto, e escolhemos a ideia mais importante, donde se originou este texto, versão 5, simplificado do anterior, sugerido pelo Professor Nestor Castañeda.

Entrando numa fria

A cidade de Suehli era uma cidade fora do comum. As ruas e as esquinas das ruas não eram como as de outras cidades. Havia esquinas onde convergiam quatro ruas, mas havia outras onde convergiam apenas três ruas; inclusive havia uma esquina onde só convergiam duas ruas e outra onde convergiam cinco. Além disso, como podia ser visto no plano da cidade, a distribuição das ruas era muito irregular; mas era isto que fazia o charme da cidade de Suehli. Para todo suehliense, sua cidade era quase a cidade ideal.

Sim, pois só faltava um detalhe para que a cidade de Suehli fosse realmente a cidade ideal; sorveterias. E foi assim que a família Quentão resolveu tomar providências; tornar Suehli a cidade ideal, e ganhar algum dinheiro com isso. A família Quentão decidiu instalar sorveterias; muitas sorveterias para que todos os cidadãos de Suehli pudessem comprar sorvetes sem ter que andar muito longe de casa, mas também não tantas porque a instalação e manutenção de cada sorveteria não era barata.

A ideia foi colocar sorveterias de modo que, de cada esquina onde não houvesse uma sorveteria um cidadão teria que andar apenas uma rua para achar uma sorveteria. Todos os membros da família Quentão se debruçaram para encontrar a melhor distribuição de sorveterias, de modo que instalassem o menor número delas. No final todo mundo ficou feliz com o resultado, e foi assim que Suehli tornou-se a cidade ideal.

3.1.2 Aplicações da oficina em outras instituições de ensino

Ao chegar no texto, versão 4, que foi aceito por todos os professores da equipe do projeto, o próximo passo foi a escolha do título para a história. Queríamos achar um título atrativo para a oficina, pois ela seria aplicada pela primeira vez com alunos do ensino médio no INSP, no dia 20 de maio de 2016, no Seminário de Matemática com o tema “100 anos: Todos os ângulos de uma história” em comemoração ao Mês da Matemática e os 100 anos desta instituição. A escolha do novo título, para o texto da versão 4, perseguia o objetivo de aguçar a curiosidade dos alunos para que eles se inscrevessem nesta oficina, pois até então estávamos utilizando como título “O problema das sorveterias”, sugestão do professor Eudson no texto da versão 3.

A aplicação da oficina com os alunos do ensino médio do INSP foi bem sucedida. Eles encontraram soluções do problema da cidade de Suehli utilizando as duas ideias propostas no texto e tentaram dar argumentos convincentes para 6 ser o número de elementos do conjunto dominante mínimo. Além disso, eles foram desafiados a resolver o problema das sorveterias em mapas de duas novas cidades, TWOTOWN e PUZZLETOWN (ver figura 3.3), usando apenas a segunda ideia. Os alunos não tiveram problemas em resolver esses novos desafios e interagiram através de opiniões sobre a unicidade da solução para o problema das sorveterias na cidade de TWOTOWN.

Quatro meses e meio depois, na XI Semana da Matemática na UESC, obtivemos resultados similares quando aplicamos esta mesma versão da oficina para um grupo constituído por alunos do ensino Médio e Superior.

Com essas experiências, percebemos que o processo de transição de resolver o mesmo problema com duas ideias diferentes no mapa da cidade de Suehli poderia se tornar cansativo para os alunos das turmas do 6º ano do CPMRG devido à faixa etária menor. Assim, por



Figura 3.2: Aplicação da oficina “Entrando numa Fria” no INSP.

sugestão do Prof. Nestor Castañeda, decidimos deixar no texto apenas a segunda ideia de resolução do problema da cidade de Suehli, dessa forma surgiu a versão 5 da história.

O tempo economizado com esta mudança seria usado na implementação de uma nova atividade que fizesse o aluno perceber a forma como o problema foi construído para depois montar o próprio problema. Também, para não excedermos o tempo de aplicação retiramos a atividade de resolver o problema das sorveterias nas cidades de TWOTOWN e PUZZLETOWN. Foi assim que em 30 de agosto de 2016 aplicamos esta última versão da oficina no CPMRG com os resultados descritos na próxima seção.

3.1.3 “Entrando numa Fria II”, uma extensão do “Entrando numa Fria”

Depois da aplicação da oficina no CPMRG, e constatada a boa aceitação da mesma, percebemos que a argumentação sobre a certeza do conjunto dominante encontrado ser mínimo dava lugar a uma nova oficina. Dessa forma surgiu “Entrando numa Fria II” utilizando apenas os mapas das cidades TWOTOWN, que passou a ser chamado de Cidade de Siod (ver figura 3.3) e PUZZLETOWN, que passou a ser chamada de Cidade de Oifased (ver figura 3.3), os quais, por serem menores que o mapa de Suehli, permitem trabalhar de forma mais simples na elaboração de argumentos convincentes para um conjunto dominante ser mínimo.

3.2 Resultados da experiência com os alunos

Nesta seção apresentamos alguns resultados das aplicações da oficina “Entrando numa Fria” com fotos, materiais resolvidos e depoimentos dos professores que versam sobre suas observações feitas durante a aplicação da oficina no CPMRG, na UESC e no INSP em 2016.

3.2.1 A Experiência no CPMRG

- Um aluno entendeu o conceito de minimização, associando menos sorveterias e baixo

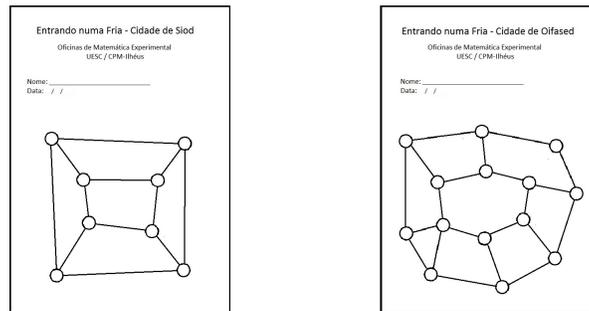


Figura 3.3: Grafos da Cidade de Siod (TWOTOWN no texto original) e Oifased (PUZZLETOWN no texto original)

custo para abrir sorveterias, com mais facilidade que os colegas de sala, ver Figura 3.4.

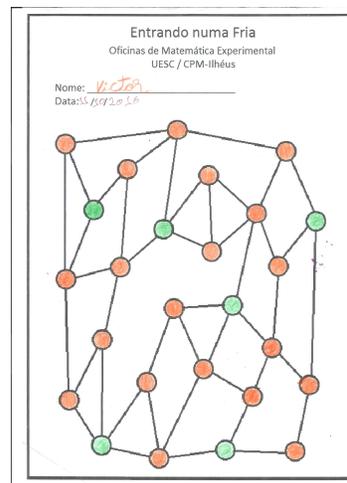


Figura 3.4: Resolução do problema de um aluno do 6º ano do CPMRG.

- Uma aluna, exemplificou, utilizando uma comparação do segredo da solução (diagrama da árvore) com uma porta que tem uma chave certa para poder abrir.

- Observamos que alguns alunos, utilizaram como estratégia alocar as sorveterias de fora para dentro do grafo, começando pelas extremidades e alocando as demais no centro do grafo com o menor número possível. Outra estratégia utilizada, foi colocar fichas de EVA de uma mesma cor em todas as esquinas indicando que as mesmas não tinham sorveterias, e na sequência substituir algumas fichas por outras de outra cor para representar que a esquina passava a ter uma sorveteria; faziam isso até encontrar um conjunto dominante para o problema.

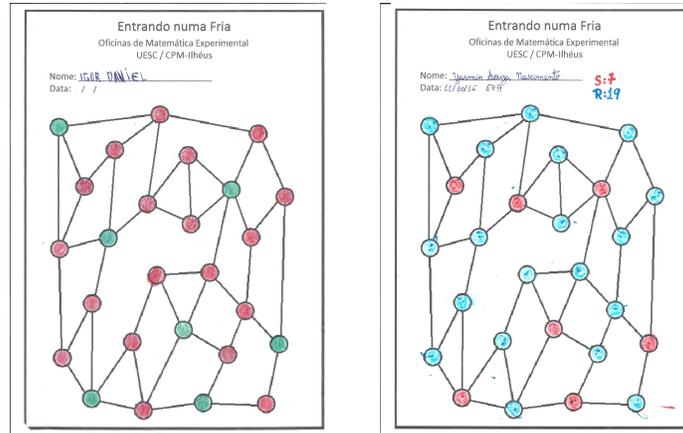


Figura 3.5: Resolução do problema com 7 sorveterias e distribuições diferentes, de alguns alunos do 6º ano.

- Observamos que a maior parte dos alunos não conseguiu encontrar a solução com 6 sorveterias, mesmo com o incentivo em sala de aula para tentar encontrar este número, boa parte conseguiu encontrar conjuntos dominantes de 7 sorveterias, ver Figura 3.5. Mas houve alunos que teriam acertado a solução de 6 sorveterias se tivesse observado que o seu conjunto dominante de 7 sorveterias continha uma sorveteria “desnecessária”, no sentido que se a tirasse o conjunto continuaria sendo dominante, ver na Figura 3.6 a indicação da seta.

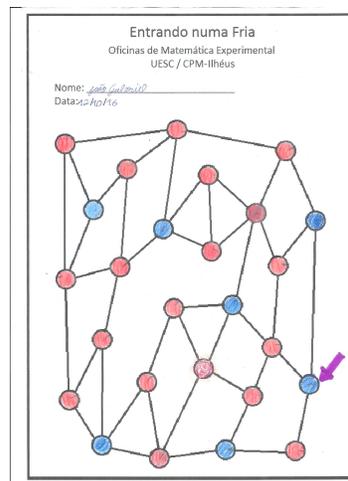


Figura 3.6: Resolução do problema com 7 sorveterias, desnecessário, de um aluno do 6º ano.

- Percebemos na etapa “Criando um problema” que vários alunos conseguiram diminuir o número de sorveterias que constavam no segredo do colega que elaborou o problema, ver Figura 3.7 e Figura 3.8. Observamos que alguns alunos conseguiram um conjunto dominante com o mesmo número de elementos mas com uma disposição diferente das sorveterias, como

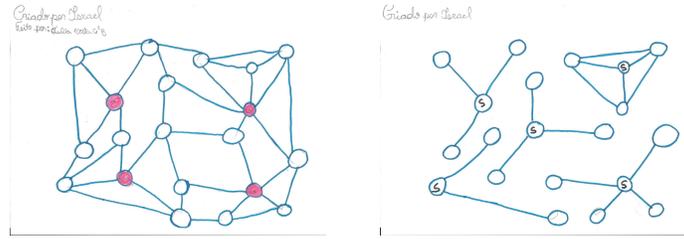


Figura 3.7: Grafo criado e resolvido por alunos do 6º ano e sua solução (segredo).

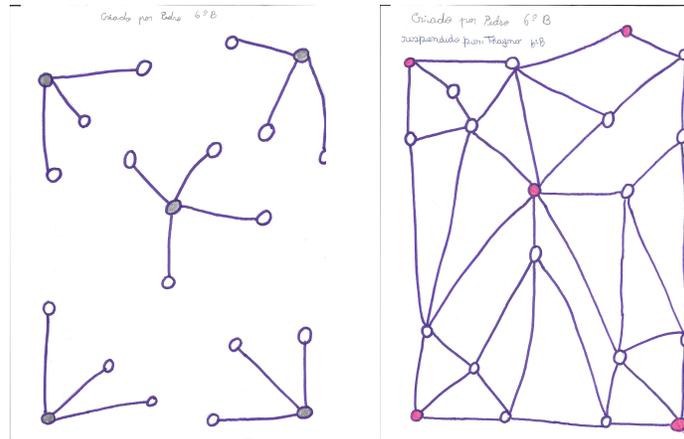


Figura 3.8: Outro grafo criado e resolvido por alunos do 6º ano do CPMRG e sua solução (segredo)

mostra, a Figura 3.9.

3.2.2 A Experiência na XI Semana da Matemática da UESC

- Alguns alunos contaram que o sentimento de participar de uma oficina que traz uma situação-problema como a “Entrando numa Fria”, é desafiadora, de aflição, frustração em algumas tentativas de solução, desesperadora, de determinação e motivação a solucionar o problema da oficina.

- Dentre as sugestões de situações do dia-a-dia que poderiam substituir a ideia de sorveterias, podemos destacar supermercados, farmácias, hospitais, campos de futebol, escolas, pontos de wi-fi (sugerida por uma aluna do Colégio Integrado). Inclusive, esta última sugestão foi considerada por todos os professores da equipe como a mais interessante pelo seu potencial para atrair a atenção dos alunos.

- Segundo um estudante, o número de sorveterias vai depender de qual peça irá colocar primeiro, começar colocando as sorveterias em pontos que possui mais ligações ao seu redor é a melhor opção.

- Os alunos utilizaram algumas estratégias para chegar na solução. Uma delas, foi utilizar os pontos que possuíam mais arestas ligadas; outra, foi buscar uma resposta melhor,

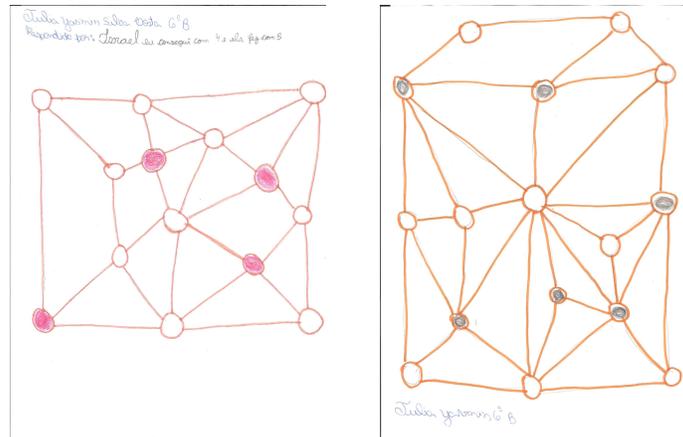


Figura 3.9: Grafo criado e resolvido por alunos do 6º ano do CPMRG e sua solução (segredo) com distribuição diferente

buscando uma nova a partir da resposta de um colega; e outra opção, colocar sorveterias em locais que não tinha colocado antes, ver Figura 3.11. Observe que o aluno que optou pelo vértice com valência 5 não conseguiu achar a solução com 6 sorveterias, mas com 7, ver Figura 3.10.

3.2.3 A Experiência no INSP

- Por serem alunos do Ensino Médio, poucos alunos tiveram dificuldade em entender a primeira ideia proposta pelo texto. Como exemplo mostrado na Figura 3.12 a solução de uma aluna que alocou 15 sorveterias, mas não satisfaz as condições da primeira ideia. Podemos observar que há ruas que não possuem sorveterias em nenhuma das duas esquinas. Através de outras resoluções, verificamos que temos mais de uma solução correta para a primeira ideia do texto. A Figura 3.13 mostra duas soluções diferentes, alocando 16 sorveterias.

- Na segunda ideia também percebemos que os alunos do INSP não tiveram dificuldade em resolver o problema proposto, a maioria dos alunos encontram apenas esta solução alocando 6 sorveterias. Compartilharemos apenas uma solução correta, encontrada por uma aluna, satisfazendo a segunda ideia do texto, observe a figura 3.14.

3.3 Entrevistas e depoimentos sobre a oficina

Nesta seção apresentamos alguns depoimentos transcritos de gravações de áudio de alunos, professores e da direção do CPMRG, sobre o que foi a oficina “Entrando numa Fria” para eles. Também mostramos uma entrevista com um professor do CPMRG integrante do POME, e algumas explicações dos alunos de como chegaram na solução que eles encontraram. No final desta seção teremos os depoimentos também transcritos de gravações de áudio de professores da UESC, sobre as oficinas do POME.

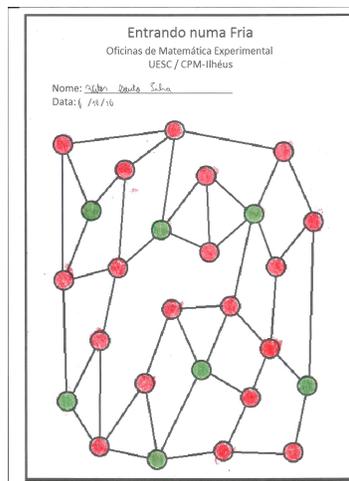


Figura 3.10: Sugestão de solução que viola a segunda ideia de um participante da XI SEMAT

3.3.1 Depoimentos de alunos do CPMRG

- “Porque nessa cidade não pode se colocar menos que 7 sorveterias. Porque se colocar menos que 7 sorveterias algumas pessoas irão ficar sem sorveterias em suas ruas e também irão ter que andar muito para chegar em uma delas.” (Explicação da aluna Ana Luiza R. Santos para a solução ser 7 sorveterias)

- “Na minha opinião não dá para ser ou com 6 ou com 5, porque se fosse com 6 teria que ter uma esquina com 4 conexão, outra com 4, outra com 4, outra com 4, outra com 3 e outra com 2 mas não existe nenhuma esquina com 2 conexões. E para ser com 5 teria que ter uma esquina 4 esquinas com 4 conexões e uma esquina com uma conexão e não existe 1 esquina com 1 conexão, então o mínimo é 7.” (Explicação da aluna Julia Yasmin S. Costa para a solução ser 7 sorveterias)

- “Eu achei difícil porque sozinha sem o auxílio do professor se torna confuso e complicado quando tem que executar a tarefa.” (Relato da aluna Leticia Mota, sobre a dificuldade em resolver o problema das sorveterias)

- “O mínimo é 6 sorveterias e isso é bem mais difícil do que as outras cidades, porque tem mais bairros.” (Depoimento do aluno Jonathan Lima)

- “Gostamos tanto desta ideia de desafiar o colega que pedimos mais papel para poder fazer grafos mais difíceis. Gostamos muito desta oficina.” (Relato da turma do 6º ano B no final da oficina)

- “A oficina ajuda a gente a raciocinar um pouco mais, eu gostei bastante, é bom e distrai. Eu faria novamente esta oficina e como é uma coisa nova é bom aprendermos novos

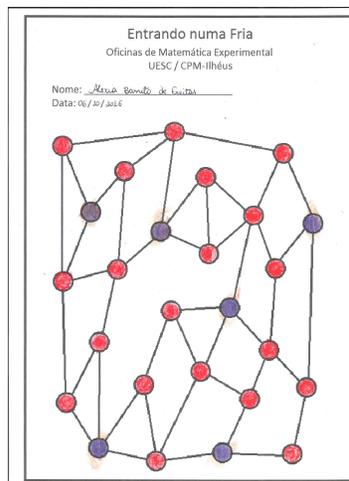


Figura 3.11: Boa sugestão de solução da segunda ideia de uma participante da XI SEMAT

desafios.”(Relato da aluna Rayssa Santos)

- “Então eu gostei muito dessa oficina porque nos dá um raciocínio mais lógico e isso é muito bom. Se tivesse opções de escolher eu sempre optaria em escolher esta ou outras oficinas para fazerem nas aulas de matemática, porque é muito bom e interessante, é um desafio pra gente estar fazendo isso.”(Relato da aluna Leticia Almeida)

- “Eu achei bem legal esse projeto que teve de matemática na escola, gostaria que tivesse no 7º ano também, foi muito bom pra mim e meus colegas que nós aprendemos mais e eu principalmente que tinha um pouco de dificuldades em matemática consegui resolver essas dificuldades com o projeto. Está oficina foi bem diferente das outras, ela teve até mais desafios, ela foi mais legal e usou nosso raciocínio melhor.”(Depoimento do aluno Calebe)

- “Eu gostei bastante porque é bem divertida e ajuda a gente a pensar mais. Eu queria também que essas oficinas fossem para o 7º ano, porque é bem legal, é divertida, a gente pensa com os amigos e com os colegas. Eu faria esta oficina novamente e muitas vezes, porque eu gostei.” (Relato da aluna Medrado)

- “Eu gostei muito das oficinas porque ajuda os alunos a pensarem melhor e é uma inovação para a matemática com o objetivo bastante educativo, mas ao mesmo tempo leva bastante diversão aos alunos. Eu queria que fosse praticado com outras turmas de outras séries, do 7º ano e etc, porque é bem inovador para a sociedade educativa.”(Depoimento do aluno João Cobucci)

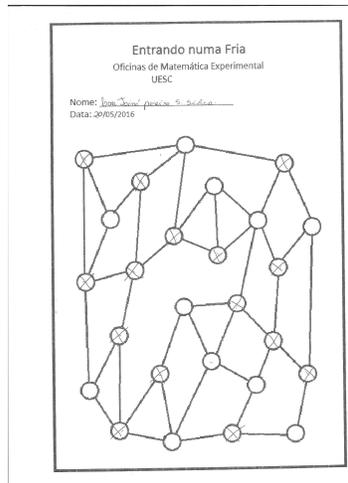


Figura 3.12: Sugestão de solução que viola a primeira ideia de uma aluna do INSP

3.3.2 Depoimentos de um bolsista do PIBID

- “Está oficina que está acontecendo no Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão é muito importante e tem apresentado bons resultados com os alunos apesar de estar no começo, mas já mostra que os alunos, eles são diferentes em sala de aula e nas oficinas. Os alunos têm demonstrado bons resultados e uma linha de pensamento diferenciado, coisa que a gente não consegue observar muito bem em sala de aula aplicando apenas listas de exercícios e provas. As oficinas estão sendo bem recebidas pelo colégio, alguns professores e alguns ajudantes de projeto, como o PIBID, e vêm fazendo um papel muito importante porque a gente consegue resgatar alguns alunos que em sala de aula não são tão participativos, não costumam se sair muito bem nas aulas e nas provas, mas que quando chegam na oficina, eles têm desempenhado um papel de liderança e um papel bastante ativo. Espero que essas oficinas continuem e sejam bem aproveitadas, possam crescer, possam dar melhores resultados e continuem buscando trazer o aluno cada vez mais perto da matemática de uma forma mais familiar, de uma forma coesa e de uma forma mais participativa.” (Depoimento transcrito da gravação de áudio do aluno do PIBID de Matemática, Afonso Abobreira Pereira, membro do POME, que participou da elaboração e aplicação de várias oficinas em 2016.)

3.3.3 Depoimentos da direção do CPMRG

- “Eu queria aproveitar esse depoimento, para dizer sobre as vantagens de nós termos no nosso colégio o projeto de matemática. Na verdade, eu cheguei aqui em junho de 2015 e esse projeto já tinha sido implantado em parceria com a UESC, com o aval de meu antecessor Major PM Lucas Miguez Palma. E como todas as boas práticas que aqui encontrei, eu dei continuidade, os créditos na verdade são deles que iniciaram, eu só fiz manter o projeto

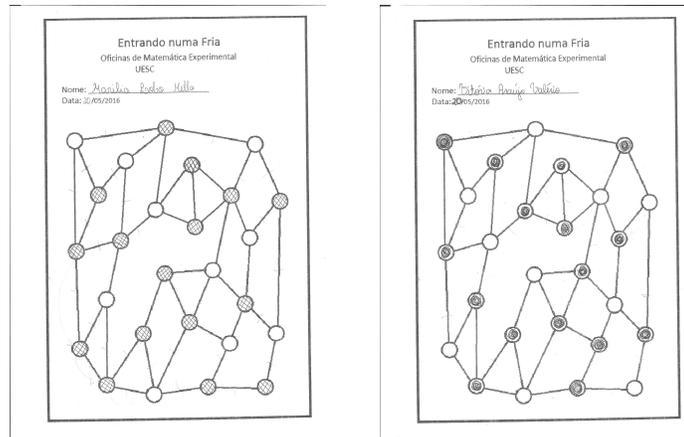


Figura 3.13: Boas sugestões de soluções da primeira ideia de alunos do INSP

porque ele tem trazido benefícios principalmente para nossas séries iniciais, do 6º ano do Ensino fundamental, no que é pertinente a desenvolver nos nossos alunos o raciocínio. Esse projeto é inovador e está sendo um projeto piloto aqui no Colégio da Polícia Militar e nós temos abraçado, tanto eu como a professora Dinorá, nossa diretora pedagógica, junto com nossos professores de matemática e professores da UESC, enfim por entendermos que é uma prática positiva e tem ajudado bastante nossos alunos do 6º ano e pretendemos dar continuidade a esse projeto na nossa escola.” (Depoimento transcrito de gravação de áudio do Sr. Diretor Geral do CPM de Ilhéus Major PM Reginaldo Moraes da Silva Filho)

- “Nós temos esse projeto piloto de matemática na nossa escola, porque diante deste contexto atual onde a disciplina matemática é um problema sério em todas as escolas, nós resolvemos fazer essa parceria com a UESC, que foi uma grande ajuda para que a gente possa começar a melhorar esse quadro que a disciplina matemática tem estado nesse momento. Então esse projeto vem ajudar os alunos a entenderem a matemática de uma forma diferente, a gostar da matemática, a descobrir que a matemática não é um bicho-papão e podendo assim desenvolver suas habilidades e suas competências que visem futuramente nós termos um resultado muito positivo em relação a matemática na nossa escola.” (Depoimento transcrito de gravação de áudio da Sra. Diretora Pedagógica Dinorá Madaly de Oliveira Leão)

3.3.4 Entrevista a um professor do CPMRG

Entrevista feita ao professor de matemática do CPMRG Eudson Cardoso Silva, membro da equipe do POME, que participou da elaboração e aplicação das OMEs em 2015. Em 2016 apesar de não ser professor do 6º ano, sempre que podia nas suas horas livres participava das reuniões de planejamento dando excelentes contribuições para as OMEs e também participou da aplicação desta oficina junto comigo e a professora Sheila Aline dos Santos Silva Marques

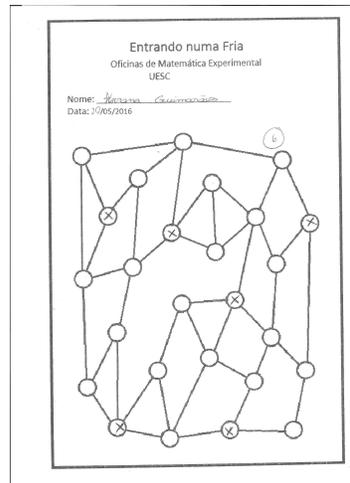


Figura 3.14: Boa solução da segunda ideia de uma aluna do INSP

na XI Semana da Matemática da UESC.

Katiane: *O que você acha do POME?*

Eudson: *Um projeto ousado, inovador e desafiante. Por ser um projeto de matemática é ousado por não trabalhar conteúdos específicos de matemática e ao mesmo tempo inovador por ser algo diferente e os próprios alunos questionam porque estão acostumados com uma matemática de quadro, giz e o grande desafio é fazer com que eles percebam que este projeto melhora a concentração, o raciocínio lógico matemático e o poder de argumentação.*

Katiane: *O que você observa no comportamento e na participação dos alunos durante a oficina “Entrando numa Fria”?*

Eudson: *Muita curiosidade porque o título da oficina faz referência a um filme norte-americano cujo astro da comédia se depara com situações constrangedoras com a família de sua esposa. Acredito que esse título provoque no aluno muitos questionamentos: Por que Entrando numa Fria? Em que terreno estou pisando em se tratando de uma oficina de matemática?*

Iniciada a oficina o aluno recebe um mapa de uma cidade fictícia chamada Suehli com pontos (casas) interligados por segmentos (ruas) e o grande desafio é construir nesses pontos sorveterias buscando sempre reduzir gastos. Alguns alunos colocam sorveterias em todos os pontos, outros conseguem reduzir esse número obedecendo critérios pré-estabelecidos pelo professor. O professor instiga a turma questionando se seria possível estabelecer menos sorveterias. O desafio é aceito e é percebido que eles executam a atividade com entusiasmo e presteza.

Katiane: *Qual a sua opinião sobre a oficina “Entrado numa Fria”?*

Eudson: *Inovadora. A começar pelo título que a meu ver não é convencional para uma oficina de matemática, e pela apresentação de uma nova formatação de mapa que aqui é apresentado por segmentos e pontos diferentemente dos mapas estudados em geografia que apresenta reentrâncias em seu contorno e fronteiras. Contextualização de uma situação problema, através de uma história. É divertida, desafiadora e instigante. A oficina quebra limites etários, acadêmicos e coloca todos os seus participantes em situação de equilíbrio. Enfim é uma oficina para todos.*

3.3.5 Depoimentos de membros da equipe do POME

Nesta subseção transcreveremos depoimentos transcritos de gravações de áudio, dos professores da UESC German Gomero, coordenador do POME e professor Nestor Castañeda, que trouxeram para nossa escola este projeto de pesquisa, enriquecendo nossa prática docente, por serem professores extremamente qualificados, e a cada elaboração e aplicação das oficinas nos motivam com o seu compromisso e dedicação ao projeto. E também depoimentos transcritos de um professor de Educação Matemática e de uma professora do CPMRG sobre a oficina “Entrando numa Fria”.

- *“O objetivo destas oficinas de matemática experimental é estimular os alunos a perderem o medo de errar, perderem o medo de pensar e estimulá-los a aceitar desafios sobretudo de resolver problemas difíceis ou de traçar estratégias, trabalhar em grupo, de perguntar sem medo de se preocupar se essa pergunta é boba, estimular eles a aprender, a discutir, a trocar ideias, trabalhar em grupo a pensar estratégias, estimulá-los a criar atividades que os cientistas usam no seu dia-a-dia. Não é tanto questão de conteúdo, mas questão de desenvolvimento de habilidades e neste sentido a gente está fazendo um trabalho bastante diferente do que se costuma fazer na escola, porque nós não estamos esperando respostas corretas de um aluno que ouviu uma aula, onde viu conteúdo, informação que queremos que ele grave. Nós queremos que ele basicamente aprenda a encontrar suas próprias soluções, seus próprios métodos da resolução de problemas e que percam o medo de trabalhar em grupo, percam o medo de perguntar que não sintam aquele pavor de pensar que os outros vão pensar que ele é burro porque ele não sabe. E o resultado que a gente tem encontrado que os alunos gostam tanto dessas oficinas que quando nos veem aparecendo na escola eles já ficam felizes já saem correndo para suas salas, é uma atitude muito estimulante para nós, por exemplo, na hora do intervalo os alunos ficam em sala tentando resolver problemas, é uma atitude que você não vê normalmente numa escola. A hora do intervalo é a hora de se livrar dos livros, livrar do estudo e os meninos saem correndo em sala de aula e aqui você começa vê certas atitudes mudando, o que faz pensar que a gente está numa trilha bastante boa e isso nos estimula a continuar andando.”* (Depoimento transcrito de gravação de áudio do professor da UESC German Gomero, coordenador do POME, no final da aplicação da oficina)

- *“Hoje é mais um dia de aplicação das nossas oficinas de matemática experimental e exatamente estamos dentro deste espírito fazendo matemática experimental, tentando priorizar o raciocínio dos meninos, aproveitando problemas extremamente difíceis de matemática que*

tem aquele componente lúdico que motiva eles. A gente vê pela nossa experiência, alunos que pedem para repetir uma atividade, eles ficam empolgados tentando desafiar, então eu acho que nosso objetivo de motivação tentando priorizar o raciocínio está acontecendo de uma forma bem natural. Vemos também que contamos com a colaboração em peso da instituição que nesse caso é o Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão, em Ilhéus, e nós professores da UESC comparecemos também com uma equipe completa para juntar forças, a nossa estratégia de trabalho ela começou fazendo piloto de oficinas ao longo do tempo, fazíamos os pilotos com os professores daqui do CPM, eles preparavam as oficinas e faziam esse piloto com a gente, professores da UESC, e depois melhoramos semana após semana, até chegar num produto final e podermos aplicar com os alunos. Estamos vendo que, depois de um ano e meio do projeto, esta estratégia se tornou bastante exitosa. Estamos conseguindo que as nossas oficinas fiquem em um nível bastante aceitável e motivador. É um projeto bastante dinâmico, a gente não tem nunca uma oficina pronta, a gente tem uma oficina em evolução e isso é extremamente motivador. Então o componente da escola apoiando os professores da UESC, tendo professores do CPMRG motivados e envolvidos neste projeto e além disso alunos com o raciocínio em evolução e sendo captados ou capturados pelas dinâmicas da proposta das oficinas faz com que o nosso trabalho cresça e seja valorizado. Estamos dispostos a continuar crescendo e eu acho que nosso projeto tem muito potencial para isso.”(Depoimento transcrito de gravação de áudio do professor da UESC Nestor Castañeda, no final da aplicação da oficina)

- “Para mim foi gratificante participar das Oficinas Entrando em uma Fria. Pude perceber o envolvimento e o entusiasmo dos estudantes quando chegávamos nas salas de aula.

Esse envolvimento e entusiasmo dos alunos me trouxe a lembrança o pensamento de Vergnaud (1990). Para o referido teórico é por meio de situações que o sujeito é confrontado com novas experiências e ele utiliza dos conhecimentos já adquiridos na tentativa de realizar novas descobertas.

Embora as situações que os estudantes se confrontaram nas oficinas não fossem de um conteúdo matemático específico, via neles uma busca pelos conhecimentos que possibilitassem à ele solucionar o que estava sendo proposto.

Minha participação nessas oficinas me fez refletir quanto a minha didática, pois, novamente percebi que devemos levar aos estudantes a Matemática de uma maneira prazerosa, de forma que eles tenham gosto por ela e não aversão. (Depoimento do professor Antonio César Nascimento Teixeira, Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz)

- “Vocês vão ter a oportunidade de conhecer uma das oficinas do nosso projeto de matemática que é uma parceria da UESC e do CPMRG. Esta oficina se chama “Entrando numa Fria”, desde o momento que começamos a criar esta oficina, nós vimos que ela seria o carro chefe do nosso projeto. Nós já aplicamos essa atividade tanto com alunos da graduação da UESC como também com alunos do ensino médio. E agora estamos aplicando com alunos do ensino fundamental, o que nos leva a perceber que uma oficina como essa que foi criada para levar o aluno a pensar, para estimular ele a criar e resolver problemas, ela serve para qualquer nível de aluno tanto universitário quanto o ensino fundamental, ou seja todos são capazes de resolver problemas de matemática, isso é o que mais nos encanta quando a gente

vê nos olhinhos dos alunos exatamente a realização, o não ter medo de errar, eles sentirem e perceberem que são capazes de resolver qualquer problema de matemática. Então, com isso, acreditando nessa forma diferenciada de ensino da matemática, uma forma mais viva, dinâmica, onde eles podem trabalhar em grupo é que a gente acredita nesta proposta dessas oficinas. Então, vocês terão a oportunidade de acompanhar e ver então como é aplicado a oficina “Entrando numa Fria.” (Depoimento transcrito de gravação de áudio da professora Katiane Pereira no início da oficina “Entrando numa Fria”)

- “Esta oficina realmente é encantadora e por isso eu resolvi escolhê-la para ser a fonte de meu TCC. Então vocês irão ver com a aplicação, como ficam os olhinhos dos nossos alunos quando eles veem e participam da atividade, então não têm como não se encantar.” (Depoimento transcrito de gravação de áudio da professora Katiane Pereira sobre a oficina)

- “Gostaria de agradecer a direção pedagógica, a direção geral do CPM de Ihéus, aos meus professores da UESC que desempenharam e sempre nos incentivaram com a aplicação do projeto na nossa escola. A todos os nossos alunos do 6º ano, a todos os pais que permitiram que nós pudessemos aplicar esse projeto de 15 em 15 dias com seus filhos para que nós através de um projeto de pesquisa pudessemos verificar como a gente pode também transmitir a matemática de uma forma diferenciada. Então agradeço a toda comunidade escolar, a todos os professores da UESC que estão sendo nossos parceiros e aos professores da nossa escola que fazem parte da equipe que estão motivados e acreditam neste projeto. Meu muito obrigada!” (Depoimento transcrito de gravação de áudio da professora Katiane Pereira, no final da oficina)

Capítulo 4

Discussão e considerações finais

As aplicações e desenvolvimento das OMEs trouxeram uma contribuição relevante para nossa equipe do POME, permitindo trabalhar com a Matemática de uma forma diferenciada, por meio de atividades lúdicas, o que possibilitou que despertássemos a curiosidade e o interesse dos alunos para essa área de conhecimento vista por muitos com pouca empatia.

Além disso, a realização das oficinas reforça a importância de enfrentarmos os desafios relacionados ao ensino da matemática a partir da implementação de estratégias que vão de encontro ao ensino da matemática na forma tradicional, confrontando a dificuldade dos alunos com situações-problema que estimulem o pensamento autônomo deles, a partir do uso de recursos que despertem o seu interesse pela matemática.

Neste capítulo é mencionado alguns resultados encontrados com o POME, algumas sugestões que podem contribuir para o sucesso das OMEs e apresento as minhas considerações finais sobre este TCC.

4.1 Discussão dos resultados

O processo de ensino/aprendizagem em matemática apresenta uma série de desafios tanto para o professor quanto para o aluno. Diante de contextos escolares que evidenciam certa apatia, desinteresse e dificuldade por parte dos alunos em relação à matemática, emerge a necessidade de um olhar mais atento dos educadores para enfrentar os problemas latentes na matemática.

Entendemos que o papel do professor é abrir caminhos para novas práticas de ensino, de maneira a permitir com que os alunos conheçam a matemática de uma forma prazerosa e interessante. Nessa conjuntura, oficinas pedagógicas voltadas para o ensino da matemática se apresentam como uma excelente ferramenta de aprendizagem. As OMEs são uma alternativa que priorizam o diálogo, tornando a atividade uma oportunidade de trazer o aluno para mais perto da Matemática, valorizando a sua participação efetiva e dando aos mesmos a oportunidade de se expressarem.

Do ponto de vista do professor, por mais empolgantes que sejam as oficinas, percebemos que são atividades trabalhosas e de caráter dinâmico, pois exige deles um grande envolvimento tanto na sua elaboração quanto na aplicação. Não foram poucas as vezes em que, no processo de elaboração de uma oficina, saímos da nossa zona de conforto para estudar

novos conteúdos e preparar material específico, sempre deixando tudo organizado com antecedência para que no dia da aplicação todas as interferências, relativas ao planejamento fossem amenizadas. Para que tudo ocorra conforme o planejado, o professor deve ter um forte envolvimento na criação das oficinas, conhecer profundamente o problema e desenvolver habilidades de improvisação efetiva.

Constatamos que a importância do planejamento e o conhecimento dos professores em relação à atividade, foram fundamentais para eles terem controle sobre todas as suas etapas. Facilitando a liderança e atraindo a atenção dos alunos, resgatando os possíveis dispersos, sem causar um desconforto para que eles não perdessem o interesse pela oficina e a motivação em realizá-la.

Outro fator que colaborou para o sucesso das OMEs foi a nossa equipe ser alicerçada por quatro pilares: professores de Matemática e professores de Educação Matemática da UESC, professores do CPMRG e alunos da licenciatura de matemática da UESC, participantes do PIBID. A troca de experiências entre os integrantes do POME, cada um com suas especificidades, foi um ponto forte pois todos contribuíram dando opiniões em todas as etapas do trabalho. Procuramos montar equipes aplicadoras formadas por pelo menos um membro de cada pilar antes mencionado, e destacamos que os alunos do CPMRG podem ser considerados o quinto pilar do projeto, pois as intervenções orais e escritas deles constituem uma fonte inesgotável de dados para o melhoramento das oficinas.

No começo da aplicação do projeto, embora os alunos tenham manifestado receio diante da proposta, foi perceptível a ansiedade frente à novidade, demonstrando grande expectativa em saber como seriam tais atividades. Essa percepção nos motivou a encararmos o desafio de expor a esses alunos que a “verdadeira matemática” vai muito além da resolução de situações-problema cobrada pelas atividades escolares; coube a nós mostrar aos alunos que fazer a matemática pode ser divertido. De forma simples ou complexa, a matemática se faz presente na nossa vida e, portanto, precisa ser encarada com a devida importância que tem.

Buscamos realizar as oficinas de maneira que os alunos se sentissem atraídos pela Matemática. Nesse sentido o uso do lúdico apresentou-se como algo bastante relevante, pois, assim, pudemos constatar um aumento gradativo na receptividade dos alunos em relação às atividades. Eles começaram a se sentir tão à vontade, que passaram a refletir, discutir e questionar.

4.2 Considerações futuras

Com a experiência adquirida com a realização das oficinas, identificamos e elencamos alguns procedimentos que são indispensáveis para o sucesso das mesmas.

Uma sugestão é reservar no final dela, um momento para reflexão com os alunos, para que eles possam expressar suas opiniões sobre a atividade destacando as contribuições provenientes delas. Este procedimento tem o objetivo de contribuir para possíveis ajustes nos próximos planejamentos. Salientamos que na maioria das oficinas que aplicamos nos anos anteriores, não conseguimos realizar este momento com os alunos, apenas com os professores e alunos do PIBID, e destacamos que isso fez falta. Para garantir este momento de reflexão, sugerimos que algumas delas sejam reorganizadas, divididas em mais de uma sessão, possibilitando mais tempo para fazer as ponderações da atividade também com os alunos.

Com base em dois capítulos do projeto MegaMath conseguimos produzir sete oficinas, por isso como sugestão para trabalhos futuros, pretendemos explorar outros capítulos deste projeto. Outra sugestão é a criação de oficinas relacionadas com os conteúdos matemáticos da série aplicada. Por exemplo, em se tratando de Análise Combinatória podemos mencionar os trabalhos de Mariluce de Oliveira Silva, “Do Triângulo à Pirâmide de Pascal”, e o de Vinícius Modesto Sertório de Souza, “Oficina de Matemática Experimental: Do Princípio multiplicativo ao Fatorial”. Assim como, elaborar propostas de oficinas que explorem a escrita e a capacidade de argumentação dos alunos na resolução de problemas. Buscando diversificar o tipo de atividade lúdica, já criamos e aplicamos uma oficina intitulada “Batalha das Cores” que consiste em um jogo de estratégia entre dois jogadores, no qual não há empate.

Tendo em vista os bons resultados relativos à aplicação das oficinas realizadas, também podemos apontar como sugestão, elaborar outros formatos de atividades lúdicas para oficinas futuras, formatos como dramatização, paródias, etc. Importante mencionar que algumas sugestões citadas acima fogem um pouco da proposta original do POME, mas acreditamos que devemos sempre estar abertos a novas ideias, inovando e fazendo atividades cujo objetivo seja atingir o interesse do aluno pela matemática. As experiências com as OMEs está indo além do espírito do projeto MegaMath.

O projeto continuará sendo aplicado neste ano, 2017, no CPMRG com as turmas do 6º ano do Ensino Fundamental. O foco principal será consolidar as oficinas já existentes. Também será aplicada a oficina “Entrando numa Fria” no Projeto “Festival da Matemática”-IMPA, na cidade do Rio de Janeiro no período de 27 a 30 de abril.

A oficina “Entrando numa Fria” foi aplicada pela primeira vez no ano de 2016 em vários locais. E em todas as aplicações sempre houve um replanejamento da mesma. Observamos, como sugestão, que esta última versão poderia ser dividida em duas partes.

A primeira parte poderia ser das etapas “Colocando sorveterias”, “Discussão”, “Abrindo a cabeça” e “Reproduzindo o problema”. Com essa divisão poderíamos fazer a discussão de forma mais produtiva, sem se preocupar com o tempo da oficina, pois da forma que está, temos que aplicar a oficina cuidando sempre do tempo e perdendo com isso momentos importantes com os alunos através das discussões nas mesas e no coletivo.

E a segunda parte da oficina, poderia ser feita em outro encontro, propomos começar relembrando a etapa “Reproduzindo o problema” com os alunos, e passar para a etapa “Criando um problema”. Com essa divisão, o tempo seria suficiente para os alunos criarem um problema semelhante ao da sorveteria, pudessem trocar com seus colegas e conferir as soluções. Este momento final, a maior parte dos alunos não conseguiram completar em 2016. A maioria só conseguiu criar o problema e nem teve tempo de tentar resolver o do colega. Então com essa divisão, resolveríamos o problema do tempo da oficina e poderíamos fazer suas etapas com mais tranquilidade, atingindo todos os objetivos da mesma.

4.3 Considerações finais

Participar do POME e atuar nesta oficina “Entrando numa Fria” está sendo uma experiência única e muito importante para meu aperfeiçoamento como professora de matemática do Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão. O POME contribuiu para que os alunos passassem a se relacionar com a matemática com mais empatia, o que trouxe

benefícios para o processo de aprendizagem desta disciplina.

A cada aplicação das oficinas, observamos os alunos mais participativos e cada vez mais pedindo aulas de matemática nesta formatação, conforme podemos averiguar no relato do aluno do 6º ano do CPMRG no início do capítulo 1, o que para mim é gratificante, poder estar contribuindo para a aprendizagem deles de forma lúdica e diferenciada.

Esbarramos em problemas de falta de pessoal para aplicação do POME aos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, por isso não podemos atender os pedidos dos alunos que participaram do projeto em 2016, como atesta alguns depoimentos de alunos do CPMRG, (ver Seção 3.3.1).

O brilho nos olhos de nossos alunos ao tentarem resolver uma situação-problema como o desafio proposto pela oficina “Entrando numa Fria”, me deixa a cada aplicação mais motivada a participar e constatar a relevância do POME para o processo de ensino/aprendizagem em matemática.

Apêndice A

Roteiro da Oficina: Entrando numa Fria

A.1 Objetivos

1. Objetivos matemáticos.
 - (a) Introduzir algumas noções elementares associadas ao conceito de *grafo*.
 - (b) Introduzir a noção de minimalidade como ferramenta de avaliação da qualidade de uma solução.
 - (c) Introduzir a noção de solução ótima do problema de conjuntos dominantes.
 - (d) Apresentar ao aluno uma aplicação em Criptografia dos conceitos envolvidos.
 - (e) Introduzir a noção de *funções de uma via*.
 - (f) Apresentar ao aluno o processo de abstração e argumentação.
2. Objetivos heurísticos.
 - (a) Expor o aluno ao desafio de enfrentar problemas extremamente difíceis de serem resolvidos.
 - (b) Apresentar ao aluno o método experimental em matemática, estimulando-o a formular e testar hipóteses.
 - (c) Induzir o aluno a formular perguntas e discutir possíveis respostas.
 - (d) Estimular o aluno a formular e seguir instruções de ação.
 - (e) Introduzir a ideia de simplificação como estratégia de resolução de problemas.
 - (f) Estimular o aluno a criar problemas difíceis a partir do conhecimento de uma resposta, sendo que a resolução do problema pode trazer respostas melhores.
3. Objetivos não-matemáticos.
 - (a) Estimular o aluno a trabalhar em equipe.

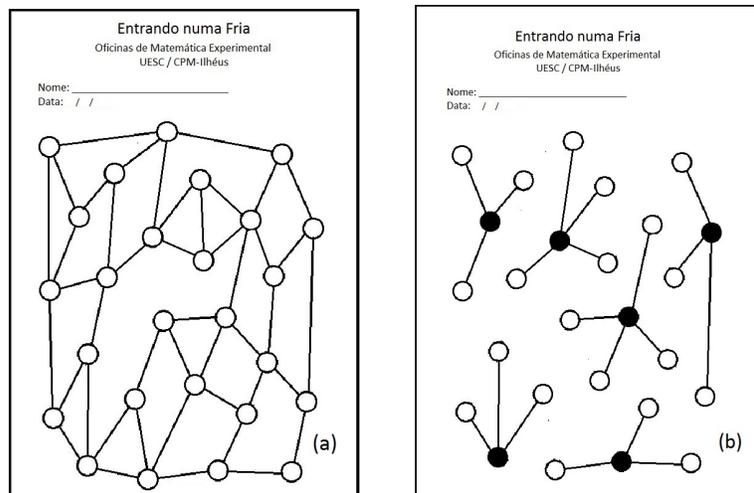


Figura A.1: (a) Grafo que esquematiza as ruas da cidade de Suehli. Os vértices do grafo (círculos) representam as esquinas das ruas e as arestas representam as ruas. Sorveterias só podem ser colocadas nas esquinas das ruas. (b) Diagrama que mostra as árvores iniciais a partir das quais o problema foi montado. Os círculos pretos representam as esquinas onde serão instaladas as sorveterias e os círculos em branco representam as esquinas a partir das quais devemos caminhar no máximo uma rua para chegar numa sorveteria.

A.2 Lista de Equipamentos e Materiais

1. Uma folha com o grafo representando as ruas da cidade de Suehli por aluno (veja a Figura A.1(a)).
2. Uma folha com o diagrama inicial das árvores por aluno (veja a Figura A.1(b)).
3. Duas folhas em branco por aluno.
4. 26 Fichas de EVA por aluno (26 de uma cor e 13 de outra), para representarem as sorveterias e as esquinas possivelmente sem elas.
5. Giz de cera; mínimo duas cores por mesa.

Entrando numa fria

A cidade de Suehli era uma cidade fora do comum. As ruas e as esquinas das ruas não eram como as de outras cidades. Havia esquinas onde convergiam quatro ruas, mas havia outras onde convergiam apenas três ruas; inclusive havia uma esquina onde só convergiam duas ruas e outra onde convergiam cinco. Além disso, como podia ser visto no plano da cidade, a distribuição das ruas era muito irregular; mas era isto que fazia o charme da cidade de Suehli. Para todo suehliense, sua cidade era *quase* a cidade ideal.

Sim, pois só faltava um detalhe para que a cidade de Suehli fosse realmente a cidade ideal; sorveterias. E foi assim que a família Quentão resolveu tomar providências; tornar Suehli a cidade ideal, e ganhar algum dinheiro com isso. A família Quentão decidiu instalar sorveterias; muitas sorveterias para que todos os cidadãos de Suehli pudessem comprar sorvetes sem ter que andar muito longe de casa, mas também não tantas porque a instalação e manutenção de cada sorveteria não era barata.

A ideia foi colocar sorveterias de modo que, de cada esquina onde não houvesse uma sorveteria um cidadão teria que andar apenas uma rua para achar uma sorveteria. Todos os membros da família Quentão se debruçaram para encontrar a melhor distribuição de sorveterias, de modo que instalassem o menor número delas. No final todo mundo ficou feliz com o resultado, e foi assim que Suehli tornou-se a cidade ideal.

A.3 Atividades

1. Colocando sorveterias.

- (a) Entregue a cada participante uma folha com o grafo das ruas da cidade de Suehli, Figura A.1(a), e coloque em cada mesa as fichas de EVA representando as sorveterias.
- (b) Conte a história “Entrando numa fria”.
- (c) Peça para implementarem a ideia de como distribuir as sorveterias.
- (d) Verifique mesa por mesa se todos entenderam *razoavelmente* a regra de distribuição das sorveterias (veja as Recomendações Gerais 1.4.1).
- (e) Assim que algum aluno se sentir confiante em propor uma solução para o problema, divulgar para a turma só o número de sorveterias proposto, pois isso estimulará o trabalho dos outros grupos.
- (f) Depois do participante se sentir confiante de que achou a melhor solução possível, peça para que transcreva essa solução na folha usando giz de cera de uma única cor.

2. Discussão. Compare as diversas soluções obtidas, mas para isto veja a Recomendação Geral 1.4.4.

- (a) Qual foi o menor número de sorveterias que alguém conseguiu colocar seguindo as regras?
- (b) Entre os que conseguiram o menor número, conseguiram todos a mesma distribuição de sorveterias?
- (c) Pesquise o que faz um aluno abandonar uma estratégia e começar outra.

3. Abrindo a cabeça

- (a) Convidar os alunos a falar de problemas da vida real onde o problema da cidade de Suelhi possa ser mudado utilizando outras alternativas além de sorveterias.
- (b) Anote o maior número de ideias sempre estimulando o debate entre os participantes da oficina.

4. Reproduzindo o problema.

- (a) Entregue a cada aluno uma folha com o diagrama inicial das árvores (veja a Figura A.1(b)), e peça para que nessa folha reproduzam o problema das sorveterias da cidade de Suelhi. Eles podem olhar a folha com o problema.

5. Criando um problema.

Desenvolva esta atividade mas para isso veja a Recomendação da Oficina Entrando numa Fria A.1.4.2.

- (a) Segure uma folha com o problema e outra com o diagrama das árvores e em um tempo máximo de 05 minutos fale o que está no seguinte texto:

Como podem ver, primeiro construímos estas pequenas árvores e depois as unimos, com ruas que criamos, para formularmos o problema das sorveterias. Vejam que passar das pequenas árvores para o problema é bem simples mas o caminho inverso é muito mais complicado. Isso é um exemplo de *funções de uma via*: ir em um sentido é fácil mas ir no sentido inverso é muito mais difícil.

Imaginem, por exemplo, que você instala na porta da sua casa um painel eletrônico com o grafo da cidade de Suelhi e determina: "Só entra quem tocar nas esquinas que resolvem o problema das sorveterias". Você criaria um tipo de chave para entrar em casa e o segredo só seria conhecido por você ou por alguma pessoa que pensou muito no problema, até resolvê-lo. Essa é uma aplicação destes conceitos em Criptografia, uma subárea da Computação muito importante, onde se usam diversos conceitos matemáticos.

- (b) Entregue a cada participante duas folhas em branco.
- (c) Peça a cada participante que, a partir das ideias apresentadas, desenhe uma possível solução de um problema, construindo no máximo 05 (cinco) pequenas árvores, em uma folha em branco.

- (d) Peça para que, em outra folha em branco, com base no desenho anterior, crie um problema próprio.
- (e) Peça para colocar no cabeçalho da folha um nome fictício para sua cidade.
- (f) Peça para guardar (ou dobrar) a primeira folha, pois ela contém sua solução (seu segredo) do problema.
- (g) Peça para entregar o problema proposto a um colega do mesmo grupo sem mostrar a solução.
- (h) Quando terminarem de resolver o problema do colega, estimule a comparar essa solução com o segredo guardado na primeira folha (solução original).

A.4 Recomendações da Oficina Entrando numa Fria

1. Se alguém tiver sérias dificuldades para resolver a Atividade 1. Verifique se o participante entendeu as regras e/ou se as está aplicando corretamente.
2. Na fase: Criando um problema.
 - (a) Se os alunos demorarem muito em criar o problema ou o tempo da oficina já estiver se esgotando, peça para entregar o problema para o colega e diga que ele será resolvido em casa mas, que haverá comparação de respostas em uma próxima oficina.
 - (b) Se o colega não conseguir atingir o número de sorveterias da solução então peça para continuar tentando.
 - (c) Se o colega conseguir diminuir o número de sorveterias então estimule eles a pensar como isso foi possível.

A.5 Cartas na manga

1. Se o aluno conseguir acabar todas as atividades e ainda tiver tempo disponível, entregue mais duas folhas em branco e peça para criar um novo problema onde a solução precise de menos sorveterias que aquelas que estarão no novo segredo. Ele deve proceder da mesma forma: primeiro deve criar o diagrama de árvores numa folha e depois, com base nesse diagrama, montará um problema em outra folha.

Apêndice B

Resumo dos capítulos do MegaMath

Neste apêndice, apresentamos um pequeno resumo de cada um dos 8 capítulos do texto de referência do projeto MegaMath, para que o leitor tenha uma idéia do que é abordado em cada um deles e possa estimular a sua curiosidade em conhecer o projeto que inspirou a criar o nosso POME.

O Capítulo 1 fala sobre a filosofia do projeto MegaMath apresentando uma descrição dos capítulos posteriores, introduzindo a alguns quebra-cabeças e idéias de ciência da computação importantes. Todas as atividades envolvem a exploração prática, e muitas oportunidades para o pensamento matemático, resolução de problemas e comunicação.

“A matemática mais colorida de todas”, do Capítulo 2, gira em torno de um problema básico: O Problema das Quatro Cores. Este problema trata da determinação do número mínimo de cores necessárias para colorir qualquer mapa, de países reais ou imaginários, de forma a que países com fronteira comum tenham cores diferentes.

O Capítulo “Desembaraçar a matemática dos nós”, centra a sua atenção na teoria dos nós, tema que tem capturado a atenção dos matemáticos durante os últimos cem anos. Recentemente o estudo de nós mostrou-se de grande interesse para físicos teóricos e biólogos moleculares. Este Capítulo 3 apresenta uma variedade de atividades que ajudam os alunos a explorar nós feitos de pedaços de corda. A experiência manipulativa é um desafio significativo e interessante para todos os alunos. Os professores podem ajudar os alunos a aprenderem a fazer isso, ajudando-os a desenvolver convenções de sala de aula para nomear nós, partes de nós, grupos de nós ou para rotular partes de nós tornando-os mais fáceis de falar.

Os grafos são objetos matemáticos que são feitos de pontos conectados por linhas. O capítulo 4 se utiliza da Teoria dos Grafos. Os grafos são ferramentas muito poderosas para criar modelos matemáticos em uma grande variedade de situações. A teoria dos grafos tem sido instrumento para analisar e resolver problemas em áreas tão diversas como o design de redes de computadores, planejamento urbano e biologia molecular. A teoria dos grafos tem sido usada para encontrar a melhor maneira de rotear e programar aviões e inventar um código secreto que ninguém possa rastrear.

O Capítulo 5 trata de uma máquina de estado finito, uma máquina imaginária, usada para estudar sistemas de design que reconheçam e identifiquem padrões. A idéia de uma máquina de estado finito tem muitas aplicações em ciência da computação. A principal atividade deste capítulo é a linguagem, na qual os alunos devem utilizar para operar uma máquina de estado finito, desenhada com fita adesiva na sala de aula. Os diagramas que

descrevem a máquina de estado finito são modelos matemáticos que os cientistas usam para descobrir como projetar um sistema que lhes diga o que eles precisam saber. Em seguida, esses sistemas são transformados em programas de computador que analisam os dados para os cientistas.

Às vezes não achamos que temos informações suficientes para resolver um problema. Podemos usar a análise lógica para apontar informações que, embora não explicitamente afirmadas, podem ser inferidas a partir do que sabemos. No Capítulo 6, os alunos realizam um jogo que acontece em uma escola onde alguns desses alunos sempre mentem e o resto sempre dizem a verdade. No início, parece que nunca há informações suficientes, mas em cada caso, é possível que Terry, o protagonista, saiba mais sobre os alunos do que possa parecer possível.

Onde vamos localizar sorveterias em nossa cidade para que ninguém tenha que viajar muito longe para comprar um sorvete? As estratégias de resolução de problemas para esse contexto se aplicam a muitas outras situações que exigem planejamento para instalações. No Capítulo 7, Algoritmos e sorvetes para todos, os alunos terão a chance de lidar com a noção de prova e decidir o que torna uma solução satisfatória. Eles também estão expostos a um importante problema não resolvido em matemática.

O infinito surge no discurso cotidiano como uma forma superlativa da palavra muitos. Quanto é isso? Qual é o tamanho do infinito? Não podemos contar o infinito. Contudo, estamos confortáveis com a ideia de que existem infinitamente muitos números com os quais se pode contar: não importa quão grande seja o número que você possa imaginar, alguém pode vir com um número maior acima do citado. Simplesmente não há número maior. Existe algo maior do que o infinito? Essa e outras perguntas são feitas pelas crianças, pois para elas o conceito de infinito é novo e geralmente não se obtêm respostas muito satisfatórias. O Capítulo 8, nos apresenta o Hotel Infinito. Nele a aritmética transfinita é sutil e paradoxal. É esperado que os alunos devam desfrutar da história e apreciar os paradoxos, mas não resolvê-los. Neste apêndice, apresentamos um pequeno resumo de cada um dos 8 capítulos do texto de referência do projeto MegaMath, para que o leitor tenha uma idéia do que é abordado em cada um deles e possa estimular a sua curiosidade em conhecer o projeto que inspirou a criar o nosso POME.

Apêndice C

Fotos



Figura C.1: Fotos da oficina “Entrando numa Fria” na XI SEMAT da UESC.



Figura C.2: Fotos da oficina “Entrando numa Fria” no CPMRG.



Figura C.3: Fotos da oficina “Entrando numa Fria” no INSP.

Referências Bibliográficas

- [1] SADOVSKY, Patricia, *Falta Fundamentação Didática no Ensino da Matemática*, Nova Escola. São Paulo, Ed. Abril, Jan./Fev. 2007.
- [2] BRASIL - Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª série): Matemática/ Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1997.
- [3] BRASIL - Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1998.
- [4] CASEY, Nancy, FELLOWS, Mike, *This Is MEGA-Mathematics!, STORIES AND ACTIVITIES FOR MATHEMATICAL THINKING PROBLEM-SOLVING AND COMMUNICATION*, Los Alamos National Laboratory - grupo de pesquisa e aplicações informáticas (CIC-3): Los Alamos, EUA (NM), 1993.
- [5] CANDAU, Vera Maria et al., *Oficinas pedagógicas de direitos humanos*, 2ª ed. Petrópolis, RJ : Vozes, 1995.
- [6] FREIRE, Paulo, *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*, 8ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.
- [7] LUCKESI, Carlos Ciipriano, “*Desenvolvimento dos estados de consciência e ludicidade*”, in *Interfaces da Educação, Cadernos de Pesquisa - Núcleo de Filosofia e História da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, UFBA*, vol. 2, no. 1, 1998.
- [8] OLIVEIRA, Marta Kohl de, *Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento - Um processo sócio-histórico*, São Paulo: CENP, 1998.
- [9] TEIXEIRA, Carlos E. J., *A ludicidade na escola*, São Paulo: Loyola, 1995.
- [10] SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu, “*Matemática é difícil*”: *Um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos*, 2002. Disponível em: http://www.anped.org.br/25/marissarosaniabreu_silveirat19.rtf
- [11] OMISTE, A. Saavedra, LÓPEZ, Maria Del C., RAMIREZ, C. *Formação de grupos populares: uma proposta educativa*, In CANDAU, Vera Maria; SACAVINO, Susana (Org.) *Educar em direitos humanos: construir democracia*. Rio de Janeiro : DP&A, 2000.
- [12] <http://www.cartaeducacao.com.br/reportagens/brasil-mantem-ultimas-colocacoes-no-pisa/>

- [13] MACEDO, Lino de, PETTY, Ana Lúcia Sícoli, PASSOS, Norimar Christe. *4 Cores, Senha e Dominó. Oficinas de Jogos em uma Perspectiva Construtivista e Psicopedagógica*, São Paulo: Casa do Psicólogo Livraria e Editora Ltda, 1997, 6ª Edição, 2008.
- [14] GOMERO, Germán Ignacio Ferrer, SILVA, Mariluce de oliveira. *Matemática Experimental com o Triângulo de Pascal*, (Em preparação).
- [15] BARBOSA, Ruy Madsen. *Combinatória e Grafos*, São Paulo: Livraria Nobel, 1974-1975, V2.
- [16] SZWARCFITER, Jayme Luiz. *Grafos e algoritmos computacionais*, Rio de Janeiro: Editora Campus, 1988.