UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

ALMIR CABRAL FERREIRA

SEQUÊNCIA DE AULAS EM PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA: UMA ABORDAGEM VOLTADA PARA A VIVÊNCIA DOS ALUNOS DA EJA

ILHÉUS – BA
2017

ALMIR CABRAL FERREIRA

SEQUÊNCIA DE AULAS EM PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA: UMA ABORDAGEM VOLTADA PARA A VIVÊNCIA DOS ALUNOS DA EJA

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, ofertado pela Universidade Estadual de Santa Cruz e coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática, como requisito final à obtenção do título de mestre em Matemática.

Orientador: Prof[a].Drª. Fernanda Gonçalves de Paula

ILHÉUS – BA
2017

F383 Ferreira, Almir Cabral.
Sequência de aulas em probabilidade e estatística : uma abordagem voltada para a vivência dos alunos da EJA / Almir Cabral Ferreira. – Ilhéus : UESC, 2017.
40f. : il.
Orientadora : Fernanda Gonçalves de Paula.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Inclui referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação de Jovens e Adultos – Estatística. 3. Educação de Jovens e Adultos – Probabilidade. I. Paula, Fernanda Gonçalves de. II. Título.

CDD – 510.7

ALMIR CABRAL FERREIRA

SEQUÊNCIA DE AULAS EM PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA: UMA ABORDAGEM VOLTADA PARA A VIVÊNCIA DOS ALUNOS DA EJA

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, ofertado pela Universidade Estadual de Santa Cruz e coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática, como requisito final à obtenção do título de mestre em Matemática.

Trabalho aprovado. Ilhéus, 10 de março de 2017:

Fernanda Gonçalves de Paula

Fernanda Gonçalves De Paula–Drª
UESC
(Orientadora)

Cícero Alfredo da S. Filho

Cícero Alfredo Da Silva Filho - Dr
UESC

Josaphat Ricardo Ribeiro Gouveia Júnior

Josaphat Ricardo Ribeiro Gouveia Júnior - Dr
IFBA – Eunápolis

ILHÉUS – BA
2017

AGRADECIMENTOS

Sou imensamente agradecido a Deus por ter me guardado nas viagens, por ter me concedido luz e forças durante as dificuldades, por estar comigo em todo o curso e, por fim, por essa vitória.

A minha esposa, Jaqueline Silva Moreto Cabral, por ter sido companheira, amiga, confidente e porto seguro nas horas boas ou difíceis e aquela que me dá apoio/ajuda incondicional.

A Ana Luíza Moreto Cabral, minha amada filha, eterna fonte de inspiração e força para as batalhas diárias.

A Minha mãe, Ana Cabral Ferreira, pelo exemplo de vida e sábias palavras a mim dirigidas, certo dia, quando era aluno da 8ª série e estava na dúvida entre trabalhar e estudar: “Eu prefiro que você estude, pois eu não tive oportunidade e meu desejo é que meus filhos e filha estudem!”.

Agradeço aos meus irmãos pelo incentivo: Aécio, Valdenir, Alberto e Maria Lucia. Em especial ao companheiro/irmão, Aldair Cabral Ferreira, pois iniciamos esse sonho juntos e nas viagens, um fortalecia o outro. Ele colaborou muito para que eu chegasse até aqui, torceu e ficou feliz com a minha conquista.

Aproveito para agradecer a Walas da Silva Santos, meu amigo de estudos e viagens, com quem reaprendi a estudar, ter concentração, dedicação e nunca desanimar frente a dificuldades e obstáculos do curso.

Aos professores do curso por terem ministrado maravilhosas aulas e aos colegas da turma, que juntos estudamos, brincamos e vivemos momentos que levarei para sempre comigo.

Não posso deixar de mencionar a professora Fernanda Gonçalves de Paula, que topou o desafio de ser minha orientadora, o que foi fundamental para conclusão desse trabalho.

Também agradeço a Prefeitura de Pinheiros – ES, que valorizou e entendeu a importância desse curso para minha carreira profissional e me concedeu a Licença de Formação Continuada para que eu pudesse dispor de tempo para realização das tarefas exigidas no curso de Mestrado PROMAT.

E a CAPES, pelo apoio financeiro em forma de bolsa de estudo, incentivo esse que contribuiu para minha dedicação em todo o curso e formação.

RESUMO

Este trabalho consiste na construção de uma sequência didática com uma abordagem do conteúdo de Probabilidade e Estatística para alunos da EJA (Educação de Jovens e Adultos), objetivando uma melhor aprendizagem/compreensão deste conteúdo. Trata-se de uma ferramenta para colaborar com professores de matemática desta modalidade, presencial ou à distância, como fonte de pesquisa ou recurso metodológico no desenvolvimento de suas aulas. Por meio dessa sequência didática, procuramos promover o ensino de noções de Probabilidade e Estatística e, ao mesmo tempo, colaborar com a prática docente voltada para essa modalidade de ensino.

Palavras-chave: Probabilidade. Estatística. EJA. Professor. Matemática

ABSTRACT

This work consists in the construction of one didactic sequence with one approach of the contente of Probability and Statistics for the students for the EJA (Education of the Young people and adults), objeting a best learning/ understanding. It is a tool to collaborate with math teachers of this modality, presential or to distance , like source of search or methodological resource on development of your classrooms. With this didactic sequence, we search to promote the teaching of Probality and Statistics notions and, at the same time, to collaborate with the teacher practice to this modality of teaching.

Key-words: Probability. Statistics. EJA. Teacher. Math.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

É notável que atualmente vivemos num mundo rodeado por informações, as quais são calculadas e apresentadas a nós das mais diversas formas existentes. A Probabilidade e a Estatística é uma dessas formas, portanto, uma ferramenta fundamental para entendimento e interpretação do cotidiano coletivo, uma ciência importantíssima para quem precisa tomar decisões, sejam essas de natureza individual ou mesmo coletiva.

É importante ressaltar que o conhecimento é fundamental na sociedade capitalista, pois há um esforço gigante por parte de empresas de comunicação, governos, redes, lojistas e outros, em fazer com que uma comunidade aja como fenômeno de massa (física). Controlar decisões é controlar o mundo, portanto, ao se lançar mão da Probabilidade e Estatística enquanto ferramenta para de calcular e apresentar informações, está se fazendo também o uso dela como uma forma de controle, portanto, um conhecimento indispensável aos alunos, segundo a frase de Paulo Freire “Só o conhecimento liberta”, frente ao mundo capitalista em que se vive.

A Modalidade de Ensino EJA - Educação de Jovens e Adultos, é tema de debate recorrente em eventos de educação em todo o Brasil a partir de meados da década de 90, visto que surgiu para atender um público repleto de particularidades, com a aprovação da LDB – Leis de Diretrizes e Bases da Educação/Lei 9394. Entendemos que apesar de um currículo condensado de matemática para EJA, o conteúdo de Probabilidade e Estatística deve, obrigatoriamente, ser bem explorado nessa modalidade.

Para tanto, apresentaremos os conceitos preliminares que julgamos ser indispensáveis para o desenvolvimento completo do conteúdo supra citado, trazemos ainda, uma explanação onde respondemos as perguntas “o que é?”, “para que serve?” e “onde se aplica?” tais conceitos probabilísticos e estatístico. Além disso, exibiremos exemplos de aplicações práticas para uma melhor fixação do conteúdo abordado, buscando promover uma interdisciplinaridade e valorizando o conhecimento prévio de cada aluno, vinculandor com situações do dia a dia dos educandos.

Esse material traz também duas atividades em forma de sequência didática: uma de Probabilidade e outra de Estatística. Elas contemplam temas atuais e do cotidiano dos alunos do EJA, como “jogos de azar” e “matemática a serviço da saúde” e buscam mostrar que matemática pode ser também ligada a outras áreas de conhecimento. Por fim, temos as considerações finais, onde relatamos alguns resultados obtidos através da minha prática como professor de matemática na EJA.

1. A importância do Ensino de Probabilidade e Estatística

O mundo moderno está em constante transformação, seja essa de natureza econômica, política ou social, num ambiente que nos leva à pensar e a buscar por estratégias diferenciadas e criativas para antecipar acontecimentos. A Estatística, através de dados coletados e analisados, traz uma boa perspectiva futura de certos fenômenos naturais, permitindo assim prevenir eventos antes catastróficos ou mesmo de natureza econômica. Acreditamos que a Probabilidade e Estatística são ferramentas fundamentais para entendimento e interpretação do cotidiano coletivo.

É fato que as transformações citadas acima são, imediatamente, absorvidas pelos alunos, ocorrendo em escala mundial e em processo cada vez mais rápido. Portanto, o estudo de Probabilidade e Estatística deve contemplar os temas atuais em consonância com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) que propõe para o ensino destes conteúdos:

> Favorecer o desenvolvimento de certas atividades, como posicionar-se criticamente, fazer previsões frente às informações transmitidas pela mídia, jornais, livros, sites, interpretar gráficos e tabelas, construir a partir de dados coletados gráficos e tabelas, entre outros (PCNs, BRASIL, 2001, p.134).

Portanto, o quanto antes as escolas se adequarem e voltarem sua educação à prática, será possível aos seus alunos se posicionarem e participar desse contexto repleto de mudanças.

É óbvio que, para nós professores de matemática, fazer este vínculo não é nada fácil, pois requer um conhecimento aprofundado dos conteúdos e ainda uma vivência. Porém, acreditamos que assim teremos alunos/cidadãos capazes de interagir com este cenário extremamente desafiante, como cita os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a saber:

> No contexto atual, a inserção no mundo do trabalho e do consumo, num universo em que os referenciais tradicionais, a partir dos quais eram vistos como questões locais ou individuais, já não dão conta da dimensão nacional e até mesmo internacional, que tais temas assumem, justificando, portanto, sua consideração. Nesse sentido, é papel preponderante da escola propiciar o domínio dos recursos capazes de levar à discussão dessas formas e sua utilização crítica na perspectiva da participação social e política (BRASIL, 1997, p.34).

Por outro lado, o ensino de matemática de modo geral, vem enfrentando duras críticas, por não abarcar temas da atualidade e as mudanças sociais ou mesmo não contemplar temas transversais ou interdisciplinares, ou seja, o ensino de matemática precisa, urgentemente, de uma reformulação didática profissional. Acreditamos que isso se deve também ou fato de termos livros com uma visão ainda engessada do ensino dessa disciplina.

1.1 O Ensino de Matemática, a EJA e o Professor

Relatórios de exames externos para o Ensino Básico (PISA[1], ENEM[2], SAEB[3], PROVA BRASIL[4]) dos últimos anos têm mostrado o quanto está deficiente o ensino de matemática no Brasil. Deixando de lado todos os questionamentos sobre avaliação, precisamos melhorar, pois, atualmente, ocupamos as piores posições, estando em nível de países subdesenvolvidos, como Gabão e abaixo de vários países da América Latina, como Chile e Argentina. Para melhorarmos, precisamos trabalhar nos seguintes fatores, como: currículos mais flexíveis, formação inicial dos profissionais, escolas com inserção de mais recursos, metodologia adequada à modalidade de ensino e outros.

É claro que o professor não resolverá esses problemas, mas como lecionar a disciplina de matemática para qualquer turma de alunos é sempre um desafio, é também natural e comum aos alunos nos perguntarem qual seria a real aplicação desse novo conhecimento, ou seja, a famosa frase clichê "onde vou usar isso, professor?". Por vários fatores, na EJA, este desafio fica ainda maior: currículo condensado, carga horária menor, alunos de idade avançada e desmotivados.

São motivos que contribuem para um ensino deficitário de matemática para a modalidade. Em minha experiência, como professor de matemática na EJA, pude observar casos específicos, onde é visível a escassez de materiais

---

[1] Programa Internacional de Avaliação de Estudantes.
[2] Exame Nacional do Ensino Médio.
[3] Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica.
[4] É uma avaliação censitária das redes estaduais, municipais e federais, no qual participam alunos matriculados no 6º e do 9º ano.

didáticos com uma linguagem adequada ou mesmo a falta desse. Nesse interim, a sequência didática surge como uma metodologia viável e prática ao trabalho dos profissionais de ensino, como afirma Newton:

> Por mais assistemática, inconsciente e precária que seja essa aquisição de um certo saber matemático pelo adulto desescolarizado, existe nela um “núcleo válido”. Esse “núcleo válido” diz respeito tanto ao conteúdo matemático adquirido quanto à forma pela qual se deu essa aquisição. Essa forma reproduz alguns traços daquele pela qual a humanidade foi criando a matemática ao longo de sua história (NEWTON, 2009, p.18).

Ou seja, o saber/experiência de cada aluno da EJA deve ser levado em consideração, se possível, aproveitado na construção de novos saberes e habilidades matemáticas, promovendo uma nova visão e interpretação de mundo. Os conteúdos não serão reduzidos para essa modalidade, apenas haverá uma adequação dos mesmos, acentuando características que fazem parte do meio social dos alunos. Dessa forma, os educandos terão um interesse maior por ser algo relacionado ao seu convívio.

Os alunos para serem matriculados nessa modalidade, devem ter a idade mínima para os ensinos fundamental e médio, caso contrário, estarão aptos a continuarem no ensino regular. O artigo 38 da Lei de Diretrizes e Bases (LDB), explica detalhadamente a faixa etária a qual os educandos devem estar sendo matriculados, sendo que os maiores de quinze anos devem ser matriculados no ensino fundamental, e para os maiores de dezoito anos, a efetuação da matrícula será no ensino médio. Para o Ensino de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) descrevem as principais competências e habilidades que o professor de EJA deve ter:

- Identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;
- Conhecer a história de vida dos alunos, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;
- Ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.

Portanto, o professor de matemática é um norteador, aquele capaz de modificar a situação atual do ensino dessa disciplina nessa modalidade, dando maior atenção às singularidades, percebendo suas diferenças, enquanto seres humanos pensantes e adequando os conteúdos às vivências desses alunos.

2. Conceitos Preliminares

Neste capítulo serão expostos os conceitos fundamentais da Probabilidade e Estatística, os exemplos resolvidos e aplicações para a Introdução de Probabilidade e Estatística estabelecida na Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos (EJA).

2.1 Probabilidade

A Probabilidade realiza estudos que envolvem fatos, fenômenos, aspectos relacionados a pessoas, animais ou objetos e que envolvem a incerteza e a certeza. Estes estudos são realizados para que seja possível compreender melhor o mundo, fazer previsões ou planejamentos para o futuro. Após concluir esse estudo, seremos capazes de responder perguntas do tipo "será possível termos certeza de jogar para ganhar em um jogo de azar, na Mega Sena, por exemplo?"

Assim, observe a figura que nomearemos de *Para Pensar*:

Figura 2.1.1 – Garoto das probabilidades, "*www.fotosearch.com.br/fotos-imagens/probabilidade.html*"

A probabilidade é um ramo da matemática que estuda acontecimentos aleatórios há séculos. Vamos entender de forma não aprofundada os principais conceitos probabilísticos. A palavra probabilidade deriva do Latim probare (provar ou testar). Informalmente, provável é uma das muitas palavras utilizadas para eventos incertos ou conhecidos, sendo também substituído por algumas palavras como “sorte”, “risco”, “azar”, “incerteza”, “duvidoso”, dependendo do contexto.

A probabilidade é um número que varia de 0 (zero) a 1 (um) e que mede a chance de ocorrência de um determinado resultado. Quanto mais próxima de zero for a probabilidade, menores são as chances de ocorrer o resultado e quanto mais próxima de um for a probabilidade, maiores são as chances.

As probabilidades podem ser expressas de diversas maneiras, inclusive, decimais, frações e percentagens. Por exemplo, a chance de ocorrência de um determinado evento pode ser expressa como 10%; 5 em 10; 0,20 ou 1/7.

Definição 2.1.1: Experimento Aleatório é qualquer atividade realizada que pode apresentar diferentes resultados. Um experimento é dito aleatório quando não conseguimos afirmar o resultado que será obtido antes de realizar o experimento. Um experimento é dito equiprovável se todos os possíveis resultados possuem a mesma chance de ocorrer.

Definição 2.1.2: Espaço Amostral (E) é o conjunto cujos elementos são todos os possíveis resultados que podem ser obtidos na realização de um experimento.

Definição 2.1.3: Evento (A) é qualquer subconjunto de um espaço amostral.

Logo, definimos um cálculo de probabilidades como o número dado por:

$$\boxed{P(A) = \frac{n(A)}{n(E)}}$$

E lemos: A probabilidade de ocorrer o evento **A** é dado pelo números de elementos de **A,** dividido pelo números de elementos de **E.**

Onde:

- n(A) é o número de elementos do evento A;
- n(E) é o número de elementos do espaço amostral.

Exemplo 2.1.1: Considerando a figura 2.1.1, responda: Qual é a chance de dar cara(K) no lançamento de uma moeda?

Solução

Suponha que a moeda seja não "viciada", ou seja, os resultados de cara(K) e coroa(C) têm as mesmas chances de ocorrer. Como são duas possibilidades (cara ou coroa), a chance de dar cara é de 1 para 2. Isto é o mesmo que dizer que a probabilidade de o resultado ser cara é ½ ou 0,5 ou 50%.

Observação:

Cuidado com a ideia de probabilidade! Quando dizemos que a probabilidade é ½ ou 50% isso não significa que a cada 2 lançamentos um vai ser cara e o outro coroa. Quer dizer apenas que as chances são iguais, tanto para cara quanto para coroa e que, se fizermos muitos lançamentos, é provável que aproximadamente metade deles dê cara como resultado, ou seja, 50%.

Exemplo 2.1.2: O chefe de uma seção com 5 funcionários lhes deu um ingresso da final de um campeonato para que fosse sorteado. Eles escreveram seus nomes em papéis idênticos e colocaram tudo em um saco para fazer o sorteio. Qual a chance que cada um tem de ser sorteado?

Solução

Os 5 funcionários têm a mesma chance de serem sorteados. A chance que cada um deles tem de ser sorteado é de 1 para 5, ou 1/5 ou 0,2 ou 20%.

2.2 Estatística

Abordaremos agora os principais conceitos de Estatística, onde será comum lançarmos mão de alguns termos que são noções fundamentais dentro desse conteúdo, como: população, amostra, medidas de posição, medidas de dispersão, rol, classes, amplitude, frequência absoluta e frequência relativa. Vamos esclarecer algumas noções e definir os demais termos, visando orientar os estudantes diante de questões envolvendo estatística em provas de concursos públicos, exames de seleção a fim de prepará-los para prosseguirem os estudos.

Toda pesquisa estatística precisa atender a um público alvo, pois é com base nesse conjunto de pessoas que os dados são coletados e analisados de acordo com o princípio da pesquisa. Esse público alvo recebe o nome de **População** e constitui um conjunto de pessoas que apresentam características próprias, por exemplo: os usuários de um plano de saúde, os membros de uma equipe de futebol, os funcionários de uma empresa, os eleitores de um município, estado ou país, os alunos de uma escola, os associados de um sindicato, os integrantes de uma casa e várias situações que envolvem um grupo geral de elementos. A população também pode ser relacionada a um conjunto de objetos ou informações. Na estatística, a população é classificada como finita e infinita.

Amostra diz respeito a um subconjunto da população, fração ou uma parte do grupo. Em alguns casos seria impossível entrevistar todos os elementos de uma população, pois levaria muito tempo para concluir o trabalho ou até mesmo seria financeiramente inviável. Dessa forma, o número de entrevistados corresponde a uma quantidade determinada de elementos do conjunto, uma amostra.

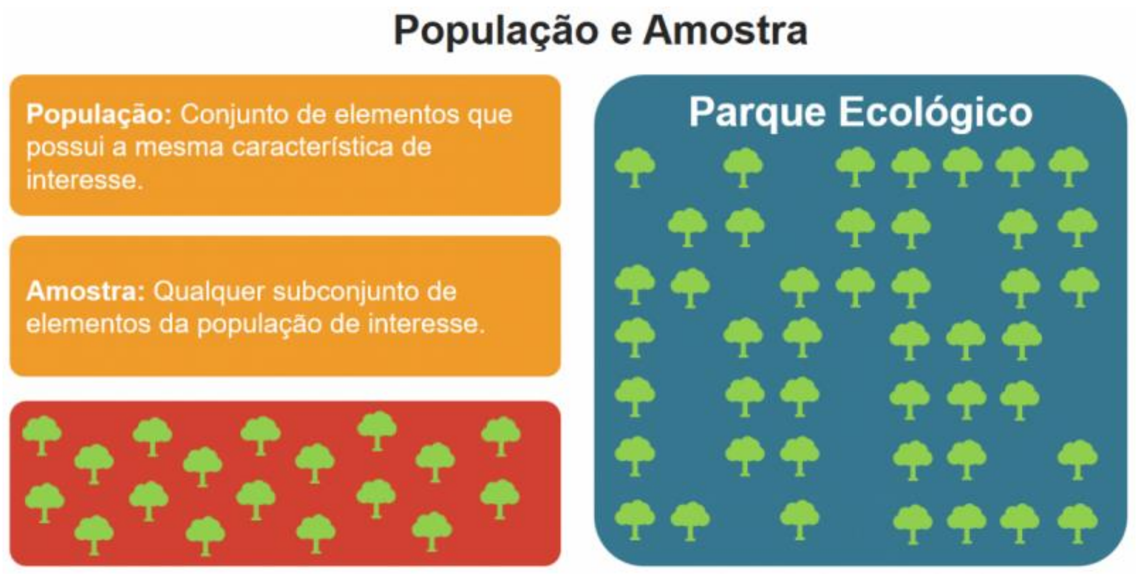

Figura 2.2.1 – População x Amostra, "*www.fotosearch.com.br/fotos-imagens/probabilidade.html*"

Outra definição importante para a escolha da técnica estatística e das interpretações dos resultados é a classificação dos dados ou das variáveis relacionadas ao problema de gestão, conforme a figura 2.2.1. Uma variável é uma característica específica da população, tal como comprimento de uma peça usinada, massa de um comprimido, taxa selic[5], idade, sexo ou preferência partidária.

Definição 2.2.1: Rol é toda sequência de dados numéricos, a saber, X_1, X_2, X_3,..., X_n, onde n é um numero natural que indica a quantidade de termos dessa sequência.

Exemplo 2.2.1: Na distribuição das notas de uma turma obtiveram-se os seguintes valores:

4,0 – 5,0 – 2,5 – 3,0 – 6,0 – 8,0 – 9,0 – 8,0 – 7,5 – 6,0 – 7,5 – 8,5 – 4,0 – 6,5 – 5,0 – 8,0

Rol dos valores em ordem crescente

2,5 – 3,0 – 4,0 – 4,0 – 5,0 – 5,0 – 6,0 – 6,0 – 6,5 – 7,5 – 7,5 – 8,0 – 8,0 – 8,0 – 8,5 – 9,0

Rol dos valores em ordem decrescente

9,0 – 8,5 – 8,0 – 8,0 – 8,0 – 7,5 – 7,5 – 6,5 – 6,0 – 6,0 – 5,0 – 5,0 – 4,0 – 4,0 – 3,0 – 2,5

[5] Taxa média ajustada dos financiamentos diários apurados no Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic) para títulos federais.

2.2.1. Medidas de Posição

As medidas de posições mais importantes **são as medidas de tendência central ou pro médias** (verifica-se uma tendência dos dados observados a se agruparem em torno dos valores centrais). As medidas de tendência central mais utilizadas são: **média aritmética, moda e mediana.** Vejamos cada uma detelhadamente:

Definição 2.2.2: Média Aritmética (Ma) é igual ao quociente entre a soma dos valores do conjunto apresentados em Rol e o número total dos valores.

$$\boxed{M_a = \frac{x_1 + x_2 ... + x_n}{n}}$$

Definição 2.2.3: Média Aritmética Ponderada (Mp) consideremos uma coleção formada por n números, de forma que cada um esteja sujeito a um peso (valor que indica a quantidade de vezes em que cada número se repete).

A média aritmética ponderada desses números é a soma dos produtos de cada um por seu peso, dividida pelos somatórios dos seus pesos, isto é:

$$\boxed{M_p = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n}{p_1 + p_2 + ... + p_n}}$$

Observação:

“Peso” é sinónimo de “ponderação”, ou seja, cada valor tem contribuição diferenciada pelo seu “peso” na média final “ponderada”.

Definição 2.2.4 Moda (Mo) é o valor que ocorre com maior frequência.

Observações:

Quando dois valores ocorrem com a mesma frequência, cada um deles é chamado de uma moda, e o conjunto se diz BIMODAL.

Se mais de dois valores ocorrem com a mesma frequência máxima, cada um deles é uma moda e o conjunto é MULTIMODAL.

Quando nenhum valor é repetido o conjunto não tem moda.

Definição 2.2.5 Mediana (Md) é o valor do meio do conjunto de dados, quando os valores estão dispostos em ordem crescente ou decrescente; a mediana sempre divide um conjunto de dados em duas partes iguais.

Método prático para determinar a mediana:

Disponha os valores em ordem (crescente ou decrescente):

■ Se o número de valores é ímpar, a mediana é o número localizado no meio da lista.

■ Se o número é par, a mediana é a média aritmética dos dois valores do meio.

2.2.6 Medidas de Dispersão

Existem algumas medidas chamadas medidas de dispersão, que procuram mostrar como os elementos do conjunto se comportam em torno da região central, ou seja, medidas que mostram se eles estão mais ou menos dispersos. Por exemplo, num jogo de duplas de tênis, são conhecidas as idades dos jogadores:

Equipe A	Equipe B
O jogador 1 tem 26 anos;	O jogador 1 tem 45 anos;
O jogador 2 tem 24 anos.	O jogador 2 tem 5 anos.

Figura 2.2.3 – Tabela com informações das equipes A e B

Veja que, nos dois casos, a média das idades é a mesma, ou seja, 25 anos. No entanto, as idades da equipe B estão bem mais dispersas em torno da média do que as idades da equipe A. Para compararmos estes tipos de distribuições usaremos duas medidas de dispersão chamadas de **Variância e Desvio-Padrão**.

Definição 2.2.7 Variância (S) é a média aritmética dos quadrados dos ***desvios***, desvios é diferença entre cada valor e a média.

Observação: Um número muito usado para comparar países é a *Renda per capita*[6], que no Brasil em 2016, foi de US$ 15,7 mil, ou seja, aproximadamente 36 mil reais. É fato que um trabalhador assalariado não ganha 1/3 disso, mostrado que existe no Brasil uma variância de renda muito intensa.

Definição 2.2.8 Desvio Padrão (σ) é a raiz quadrada da variância.

Exemplo 2.2.2: Observe o conjunto de dados: 2, 5, 6, 8 e 14. Vamos determinar as medidas de *posição* e as medidas de *dispersão.*

Solução:

Sabemos que as medidas de *posição* são:

$$M_a = \bar{x} = \frac{2+5+6+8+14}{5} = 7$$

$$M_d = 6 \; e \; M_o \; não \; tem, pois \; nenhum \; valor \; é \; repetido \; neste \; conjunto \; de \; dados.$$

Já as medidas de *dispersão* são vejamos:

A diferença entre cada valor é a média é chamada desvio. Assim, os ***desvios para o nosso conjunto de dados serão:***

$x_i - \bar{x}$
2 - 7 = -5
5 – 7 = -2
6 - 7 = -1
8 – 7 = 1
14 – 7 = 7
Soma = 0

Figura 2.2.4 – Tabela de desvios

Observação: a soma dos desvios é sempre nula.

[6] é obtida mediante a divisão da **Renda** Nacional (isto é, Produto Nacional Bruto menos os gastos de depreciação do capital e os impostos diretos) pelo número de habitantes do país.

No nosso exemplo, temos ainda completando as colunas da tabela com os quadrados dos desvios.

Valores	Média	Desvio	Quadrados dos Desvios
2	7	-5	25
5	7	-2	4
6	7	-1	1
8	7	1	1
14	7	7	49
SOMA			**80**

Figura 2.2.5 – Tabela dos quadrados dos desvios

A **variância** é:

$$S = \frac{25 + 4 + 1 + 1 + 49}{5} = \frac{80}{5} = 16$$

O **Desvio Padrão** será:

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{S} = \sqrt{16} = 4$$

Definição 2.2.9 Classes é qualquer intervalo real que contenha um rol da amostra.

Observação1: Chamaremos de amplitude(h) de uma classe ao comprimento/tamanho desta classe, assim retomando ao exemplo 2.2.1 podemos pensar em dividir o rol das notas em 5 classes de igual tamanho o qual chamaremos de amplitude. Logo temos que h = 1,5 e daí:

Classes

1ª [2,5 – 4,0[

2ª [4,0 – 5,5[

3ª [5,5 – 7,0[

4ª [7,0 – 8,5[

5ª [8,5 – 10,0[

Observação2: O símbolo [anterior ao valor da nota significa fechado (o valor consta no intervalo) e caso [ocorra após o número dizemos aberto (o valor não consta no intervalo). Em uma distribuição com intervalos temos que a amplitude é igual em todas as classes. Ao subtrair o elemento de maior valor do elemento de menor valor teremos a amplitude da classe. No caso da tabela das notas temos que a amplitude entre os valores da 1ª classe é correspondente a diferença de 4,0 por 2,5 que é igual a 1,5. Os intervalos das classes 2, 3, 4 e 5 possuem o mesmo valor.

Definição 2.2.10: Frequência absoluta é a quantidade de vezes que um valor aparece no intervalo de uma classe.

Aplicando no exemplo 2.2.1 temos:

	Classes	Frequência absoluta
1ª	[2,5 – 4,0[	2
2ª	[4,0 – 5,5[	4
3ª	[5,5 – 7,0[	3
4ª	[7,0 – 8,5[	5
5ª	[8,5 – 10,0[	2
Total		16

Definição 2.2.11: Frequência relativa é o quociente entre as frequências absolutas de cada classe e a frequência total da distribuição. Esta frequência é dada em porcentagem.

No exemplo 2.2.1 sai que:

	Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
1ª	[2,5 – 4,0[	2	2/16 = 0,125 = 12,5%
2ª	[4,0 – 5,5[	4	4/16 = 0,25 = 25%
3ª	[5,5 – 7,0[	3	3/16 = 0,1875 = 18,75%
4ª	[7,0 – 8,5[	5	5/16 = 0,3125 = 31,25%
5ª	[8,5 – 10,0[	2	2/16 = 0,125 = 12,5%
Total		16	100%

Ora tomando todas estas informações e organizando em uma tabela temos:

Nª	Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
1ª	[2,5 – 4,0[	2	12,5%
2ª	[4,0 – 5,5[	4	25%
3ª	[5,5 – 7,0[	3	18,75%
4ª	[7,0 – 8,5[	5	31,25%
5%	[8,5 – 10,0[	2	12,5%
Total	5	16	100%

Figura 2.2.5 – Tabela de dados organizados por classes

Tendo construído assim uma distribuição de frequências podemos definir como o agrupamento de dados em classes, de tal forma que contabilizamos o número de ocorrências em cada classe. O número de ocorrências de uma determinada classe recebe o nome de frequência absoluta. O objetivo é apresentar os dados de uma maneira mais concisa e que nos permita extrair informação sobre seu comportamento. A seguir, apresentamos as definições matemática de tabela e gráficos, fazendo também a construção destes objetos a partir dados estatísticos encontrados no cotidiano dos alunos do EJA.

2.3 Dados, Tabelas e Gráficos

Imagine o que na sala dos professores de uma escola X, há um cartaz com a frase "Em 2012, eram 734 estudantes matriculados na EJA, segundo ciclo. Em 2013, 753. Em 2014, 777. Em 2015, 794 e em 2016, 819".

Se você acha que esses números não contribuem para mostrar com clareza o histórico da instituição, nem para destacar o percurso crescente de matrículas, tem toda razão. Há uma maneira mais clara e eficiente de apresentar esses dados: um gráfico ou mesmo uma tabela.

Essa situação revela, claramente, que para passar cada informação que se quer comunicar, há uma linguagem mais adequada, a qual inclui textos, gráficos e tabelas. Logo no início da EJA segundo ciclo, os alunos precisam aprender a ler e interpretar esses tipos de recurso com o qual eles se deparam no dia a dia e que por falta de conhecimento prático passam despercebidos. Além disso, esse é um conteúdo importante da Matemática que vai acompanhá-los durante toda vida acadêmica no estudo de diversas disciplinas.

Um gráfico mais adequado para cada tipo de informação:

Definição 2.3.1: Gráfico de Barras é usadas para comparar dados quantitativos e formado por barras de mesma largura e comprimento variável, pois dependem do montante que representam. A barra mais longa indica a maior quantidade e, com base nela, é possível analisar como certo dado está em relação aos demais.

Exemplo 2.3.1: Os prédios mais altos do mundo

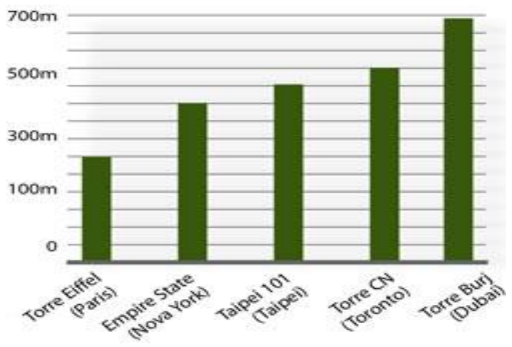

Figura 2.2.6 – Exemplo de gráfico de barras

Definição 2.3.2: Gráfico de Setores útil para agrupar ou organizar, quantitativamente, dados considerando um total. A circunferência representa o todo e é dividida de acordo os números relacionados ao tema abordado.

Exemplo 2.3.2: As espécies animais ameaçadas de extinção na Mata Atlântica

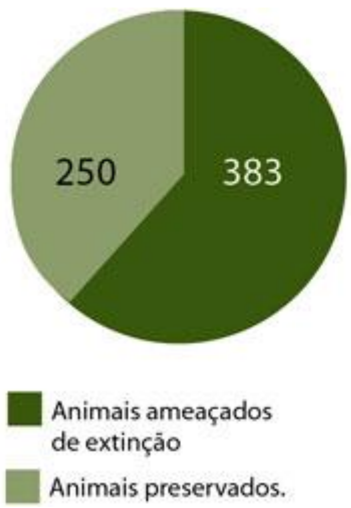

Figura 2.2.7 – Exemplo de gráfico de setores

Definição 2.3.3: Gráfico de Linhas apresenta a evolução de um dado. Eixos na vertical e na horizontal indicam as informações a que se refere e a linha traçada entre eles, ascendente, descendente constante ou com vários altos e baixos mostra o percurso de um fenômeno específico.

Exemplo 2.3.3: Evolução do desmatamento na região da Amazônia.

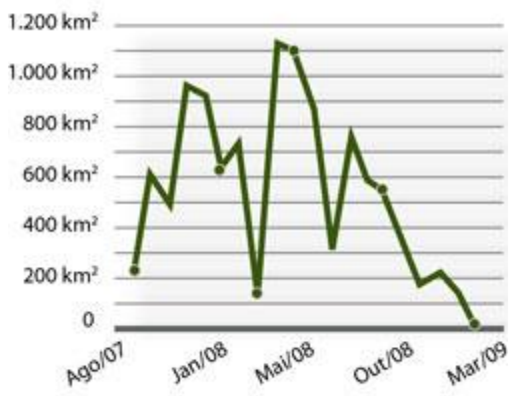

Figura 2.2.8 – Exemplo de gráfico de linhas

Como acabamos de ver existem vários tipos de gráficos (como os de barras, de setor e de linha) o uso de cada um deles depende da natureza das informações.

Quanto às tabelas, há diversas formas de usá-las para organizar as informações. Elas podem aparecer em ordem crescente ou decrescente, no caso de números, ou em ordem alfabética, quando são compostas de nomes, por exemplo. Vamos destacar aqui dois tipos específicos que são as mais usadas.

Exemplo 2.3.4: Tabela Simples e usada para apresentar a relação entre uma informação e outra (como produto e preço). É formada por duas colunas e deve ser lida, horizontalmente.

Produto	**Preço(Reais)**
Maçã	1,00
Banana	0,70
Biscoito	3,00
Pão de queijo	1,50
Pão com geleia	1,20
Granola	2,50
Suco de laranja	3,75

Figura 2.2.9 - Tabela simples

Exemplo 2.3.5: Tabela de dupla entrada é útil para mostrar dois ou mais tipos de dado (como altura e peso) sobre um item (nome). Deve ser lida na vertical e na horizontal, simultaneamente, para que as linhas e as colunas sejam relacionadas.

Nome	**Altura(em metros)**	**Peso(em quilos)**
André	1,10	35
João	1,70	82,5
Marcos	1,10	34,5
Paula	1,50	52
Raquel	1,20	40
Renan	1,30	31
Sandro	1,75	91,7

Figura 2.2.10 - Tabela de dupla entrada

Exemplo 2.3.6(exercício resolvido): Vamos representar os dados da escola citada na introdução de "Dados Tabelas e Gráficos" desta subseção, ou seja:

a) Uma tabela de entrada simples;
b) Um gráfico de colunas;
c) Um gráfico de setores;
d) Um gráfico de linhas.

Solução:

a) Para termos uma tabela de entrada simples, basta dispormos os anos em uma coluna e as matrículas na outra. Assim temos:

Ano	Matriculas do EJA
2012	734
2013	753
2014	777
2015	794
2016	819

Figura 2.2.11 - Tabela simples de ano x matrícula

b) Para construir um gráfico de colunas, definimos como eixo horizontal os anos e para eixo vertical, a quantidade de matrículas. Assim teremos:

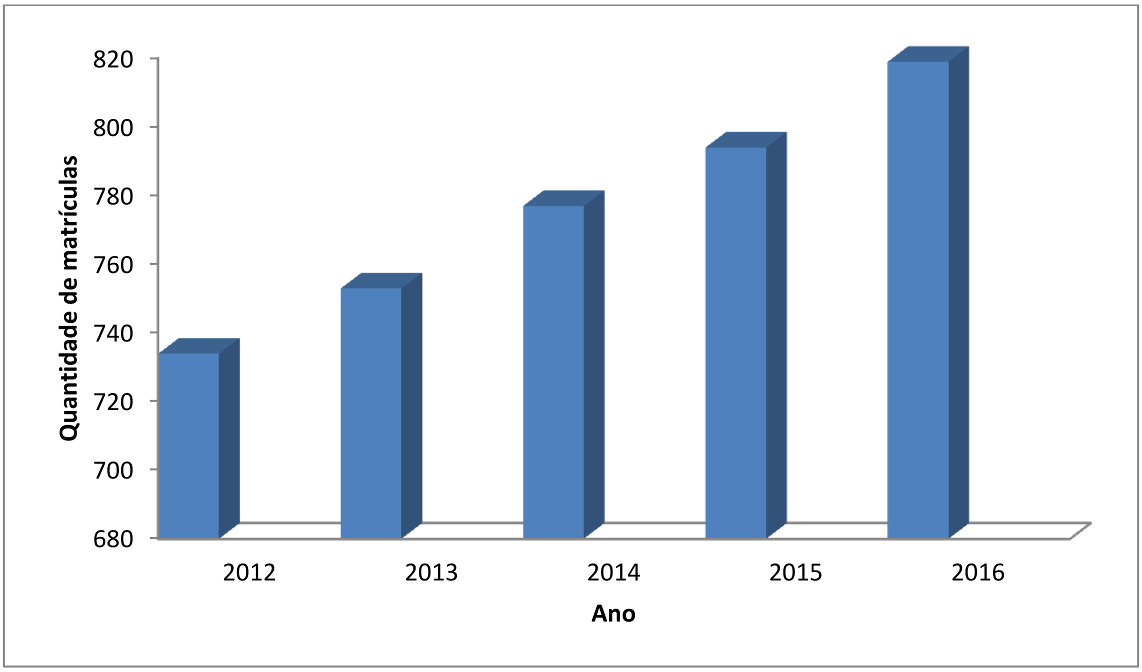

Figura 2.2.12 - Gráfica de barras da evolução das matriculados no EJA da escola X

c) Para o gráfico de setores, consideremos 100% o total de matrículas na EJA, assim fazemos a proporcionalidade de cada ano com 360º, temos:

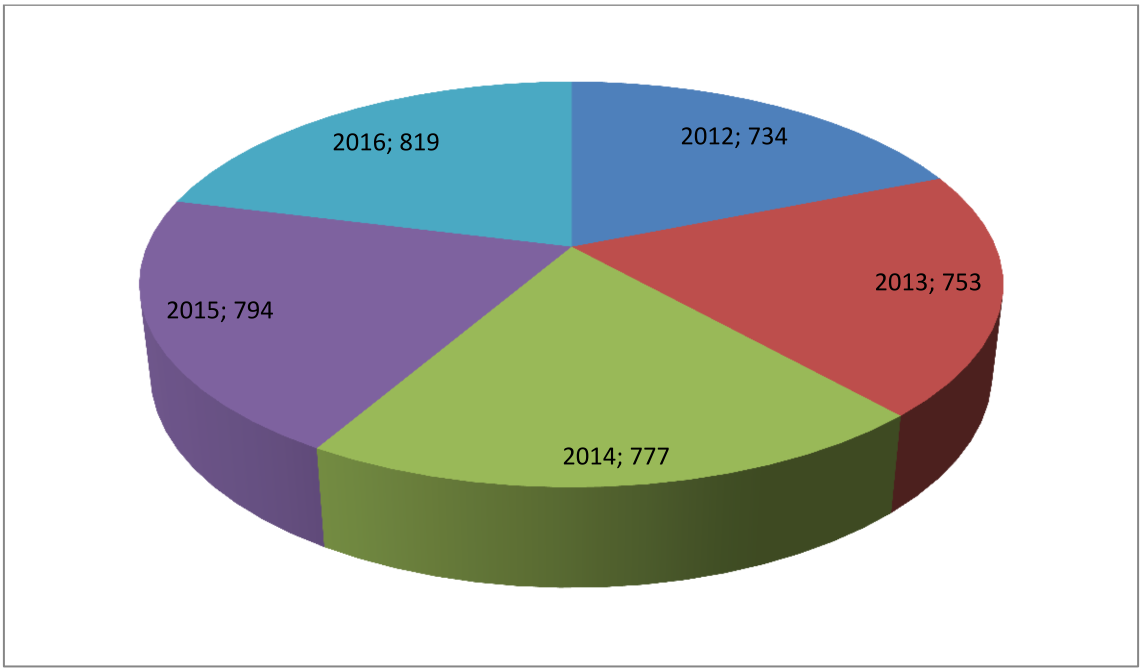

Figura 2.2.13 - Gráfico de setores da evolução das matriculados no EJA da escola X

d) Para o gráfico de linhas, basta ligar os meios das barras subsequentes com retas, daí apagamos as barras:

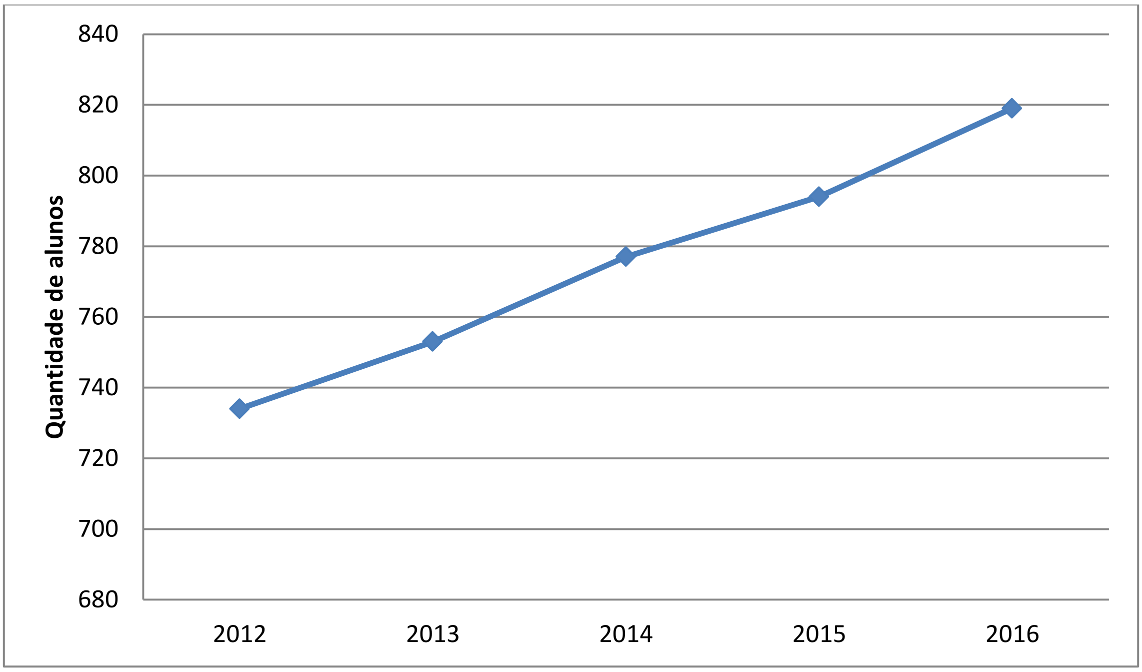

Figura 2.2.14 - Gráfico de linhas da evolução das matriculados no EJA da escola X

3. Proposta de uma Sequência Didática

Passamos, neste capítulo, a propor uma sequência didática para ensinar qual a probabilidade de um evento ocorrer e a organização de dados em tabelas e gráficos. O foco principal desta sequência é mostrar em duas atividades, como um conhecimento matemático pode contribuir para entendermos o funcionamento do mundo.

Buscamos, ainda, mostrar que o conhecimento matemático é quase sempre vinculado com a prática diária, ou seja, as fórmulas e expressões têm aplicações muitas vezes simples.

Dividimos esta sequência em duas etapas: a 1 composta pela atividade 1, que será dividida em duas aulas, onde se abordará a probabilidade e a etapa 2, em três aulas, onde se abordará coleta e organização de dados em tabelas e gráficos.

Planejamento da Sequência de aulas
ÁREA: Matemática e suas aplicações
DISCIPLINA: Matemática
SÉRIE: 1ª Ciclo da EJA do Ensino Médio
CONTEÚDOS: Probabilidade de um evento e organizando dados estatísticos em uma tabela e gráficos
OBJETIVOS

Geral:

■ Calcular a probabilidade de acertar os seis números da Mega Sena;

■ Calcular as medidas de tendência e montar os gráficos a partir dos dados coletados na sala de aula.

Específicos:

■ Compreender o mecanismo matemático de funcionamento de "jogos de azar" como a Mega Sena e outros;

■ Dominar a montagem de tabelas e gráficos estatísticos a partir da coleta de dados;

■ Interpretar, de forma crítica, o resultado de uma pesquisa Estatística;

■ Desenvolver o raciocínio lógico dedutivo e a abstração independente de fórmulas e equações;

■ Compreender que a matemática está em toda parte, basta procurar da forma correta;

■ Promover a união e interação dos alunos, através de ações coletivas.

TEMPO ESTIMADO: 5 aulas de 55 minutos cada.

MATERIAL NESCESSÁRIO:

■ Cartões da Mega Sena não preenchidos (quantidade suficiente para entregar dois para cada aluno);

■ Uma balança com capacidade de pesar no mínimo até 150 quilos;

■ Uma régua capaz de medir no mínimo até 2 metros.

DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DE AULAS

1ª Etapa: 2 aulas

Esta primeira etapa será realizada em duas aulas, onde na primeira abordaremos uma atividade/dinâmica para aguçar a curiosidade dos alunos sobre o mecanismo de funcionamento dos "jogos de azar", e faremos uso dos cartões da Mega Sena, na segunda aula para darmos a solução matemática da pergunta feita na primeira aula.

Aula 1 - Atividade 1.

Consiste em fazer para a turma a pergunta "É possível termos a certeza de que ganharemos na Mega Sena?". Depois de instaurada a discussão, distribuímos os cartões para cada aluno preencher dois jogos de seis números cada. Durante o processo de preenchimentos dos cartões, o professor deve frisar que o estudo realizado, durante as aulas, se aplica a todos os jogos de azar, incluindo loto, bingo, rifa e outros. Revisar os conceitos preliminares de Probabilidade.

Aula 2 - Atividade 1 (Continuação).

Revisamos de forma rápida sobre como determinar a probabilidade de certo evento ocorrer. Feito isso, começamos respondendo a pergunta feita na primeira aula e dizemos que a matemática garante que SIM, ou seja, é possível termos certeza de jogarmos para ganhar na Mega Sena. Porém é inviável. Vejamos como ficam os cálculos ao responder a pergunta abaixo:

“Qual a probabilidade de uma pessoa ganhar na “Mega Sena”, preenchendo um cartão com seis números?”

Solução:

Vejamos o *primeiro* número preenchido, em que a possibilidade de estar correto é de

$$P(primeiro) = \frac{1}{60}$$

Ora o *segundo* número preenchido, teremos que o espaço amostral diminui uma unidade (o primeiro número não está no globo), daí

$$P(segundo) = \frac{1}{59}$$

Seguindo o raciocínio para *terceiro, quarto, quinto* e *sexto* números preenchidos, temos

$$P(terceiro) = \frac{1}{58}, \quad P(quarto) = \frac{1}{57}, \quad P(quinto) = \frac{1}{56}\ e\ P(sexto) = \frac{1}{55}$$

Lembrete:

Mostrar para os alunos a diferença fundamental que existe entre os símbolos *ou* (união/soma) e o *e* (intersecção/multiplicação). Neste momento, comparamos a diferença entre jogos como uma rifa e a loto, por exemplo.

Pegamos o cartão de um aluno, como exemplo, e através da sequência de seis números marcados por ele, explicamos que, como a posição em que um número é sorteado não importa, esta mesma sequência de seis números pode aparecer de:

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$$

Ou seja, o mesmo jogo de seis números pode ser preenchido de 720 formas diferentes, pois neste caso a ordem de preenchimento do cartão não importa.

Logo,

$$P(ganhar) = \frac{1}{60} \times \frac{1}{59} \times \frac{1}{58} \times \frac{1}{57} \times \frac{1}{56} \times \frac{1}{55} \times 720 = \frac{1}{50.063.860}$$

Portanto, para ter certeza de que vai ganhar na “Mega Sena”, um apostador deve preencher, **corretamente,** exatos 50 milhões, 63 mil e 860 cartões. Mostrar para os alunos que o maior prémio da Mega Sena pago até hoje, não cobriria o valor da aposta que garante ganhar, além do mais, corre-se o risco de ganhar junto com outros apostadores, assim o valor do prémio será dividido.

Sugestão final:

Convidamos a turma (alunos que querem) para fazer um bolão com as apostas preenchidas por eles e registrar, mostrar para os alunos que em bolões sua probabilidade fica multiplicada pelo total de cartões apostados.

2ª Etapa: 3 aulas

Na segunda etapa, realizamos uma atividade em três aulas, onde abordamos a coleta de dados e organização dos mesmos em tabelas e gráficos.

Aula 1- Atividade 2.

Com auxílio da fita métrica e da balança, pesamos e medimos cada aluno(a), onde cada um anota suas medidas. Concluído, explicamos que houve aqui um processo de coleta de dados, onde a população são os alunos da escola e a amostra são os alunos da turma da EJA em questão. Para o próximo passo, eles devem construir uma tabela, e daí, preenchemos as colunas de altura e peso com os dados coletados como segue por exemplo.

Começamos, construindo no quadro, uma tabela para os alunos. Veja:

Tabela de Entrada 1(exemplo com dados fictícios)

NOME	ALTURA (metros)	PESO (kg)	IMC (kg/m^2)
Aluna 1	1,55	64	
Aluna 2	1,68	55,6	
Aluna 3	1,63	72,5	
Aluna 4	1,74	80,2	
Aluna 5	1,68	66,4	
Aluna 6	1,59	55,8	
Aluno 7	1,68	86,5	
Aluno 8	1,75	96,3	
Aluno 9	1,82	102,8	
Aluno 10	1,71	98,6	
Aluno 11	1,82	98,9	
Aluno 12	1,68	87,3	
Aluno 13	1,64	94,2	
Professor	1,81	87,7	

Figura 3.1 – Tabela de frequência de altura e peso dos alunos da EJA

Aula 2 - Atividade 2 (continuação).

Retomamos de onde paramos na primeira aula, ou seja, na tabela de dados. Apresentamos aos alunos informações sobre o IMC (Índice de Massa Corporal), apresentamos a fórmula do cálculo do IMC e cada aluno (a) calcula o seu IMC, depois inserimos os dados na tabela. Para tanto, usamos que:

$$IMC = \frac{Peso}{Altura^2}$$

Tabela de entrada 2

NOME	ALTURA (metros)	PESO (kg)	IMC (kg/m^2)
Aluna 1	1,55	64	26,6
Aluna 2	1,68	55,6	19,6
Aluna 3	1,63	72,5	27,3
Aluna 4	1,74	80,2	26,5
Aluna 5	1,68	66,4	23,5
Aluna 6	1,59	55,8	22
Aluno 7	1,68	86,5	30,6
Aluno 8	1,75	96,3	31,4
Aluno 9	1,82	102,8	31
Aluno 10	1,71	98,6	33,7
Aluno 11	1,82	98,9	29,6
Aluno 12	1,68	87,3	30,9
Aluno 13	1,64	94,2	35
Professor	2	130	32,5

Figura 3.2 – Tabela de frequência dos IMCs dos alunos da EJA

A seguir, apresentamos uma tabela (com um exemplo já calculado, usamos os dados do Professor com as classes e significados de todos os IMCs. Assim, cada aluno (a) pode ver em que grupo se enquadra. Podendo ainda socializar, com os demais colegas, montar um debate sobre saúde e assim, o professor fará menção à matemática e sua contribuição à prevenção de doenças.

	A	B	C	D	E	F
1	Peso (kg)	130,00		IMC		**Classificação**
2	Altura (mt)	2,00		0	18,5	Abaixo do Peso
3	IMC	32,50		18,6	24,9	Saudável
4				25	29,9	Peso em excesso
5			==>	30	34,9	Obesidade Grau I
6				35	39,9	Obesidade Grau II (severa)
7				40	9999	Obesidade Grau III (mórbida)
8						
9					Classificação:	**Obesidade Grau I**

Figura 3.3 – Tabela de Excel das classes do IMC do Aluno 14

Aula 3 - Atividade 2 (Continuação).

Nesta ultima aula, concluímos a atividade com base na tabela de dados coletados, calculamos as medidas de tendência, média, mediana, moda e desvio padrão. E ainda, construímos um gráfico de barras para apresentar o IMC da turma. Vejamos como fica na tabela organizada em rol:

NOME	IMC (kg/m^2)
Aluna 2	19,6
Aluna 6	22
Aluna 5	23,5
Aluna 4	26,5
Aluna 1	26,6
Aluna 3	27,3
Aluno 11	29,6
Aluno 7	30,6
Aluno 12	30,9
Aluno 9	31
Aluno 8	31,4
Professor	32,5
Aluno 10	33,7
Aluno 13	35

Figura 3.4 – Tabela de ROL crescente dos IMCs

Efetuando os cálculos junto com os alunos, temos:

$$M_a = 26{,}3, \qquad M_d = 28{,}45 \; e \; M_o \text{ é } qualquer\ dos\ valores\ são\ moda$$

Organizamos uma tabela de frequência com as classes. Segue:

Classes	Frequência	F_a (%)
0→18,5	0	0
18,5→25	3	21,5
25→30	5	35,7
30→35	5	35,7
35→40	1	0,1

Figura 3.5 – Tabela de frequência absoluta do IMCs dos alunos da EJA

Agora podemos concluir montando um gráfico a escolha (faremos o gráfico de barra), afirmamos assim a conclusão final do conteúdo. É importante lembrar para a turma que o gráfico é a apresentação final de uma pesquisa, ou seja, quase sempre, vemos resultado de uma pesquisa em forma de gráfico.

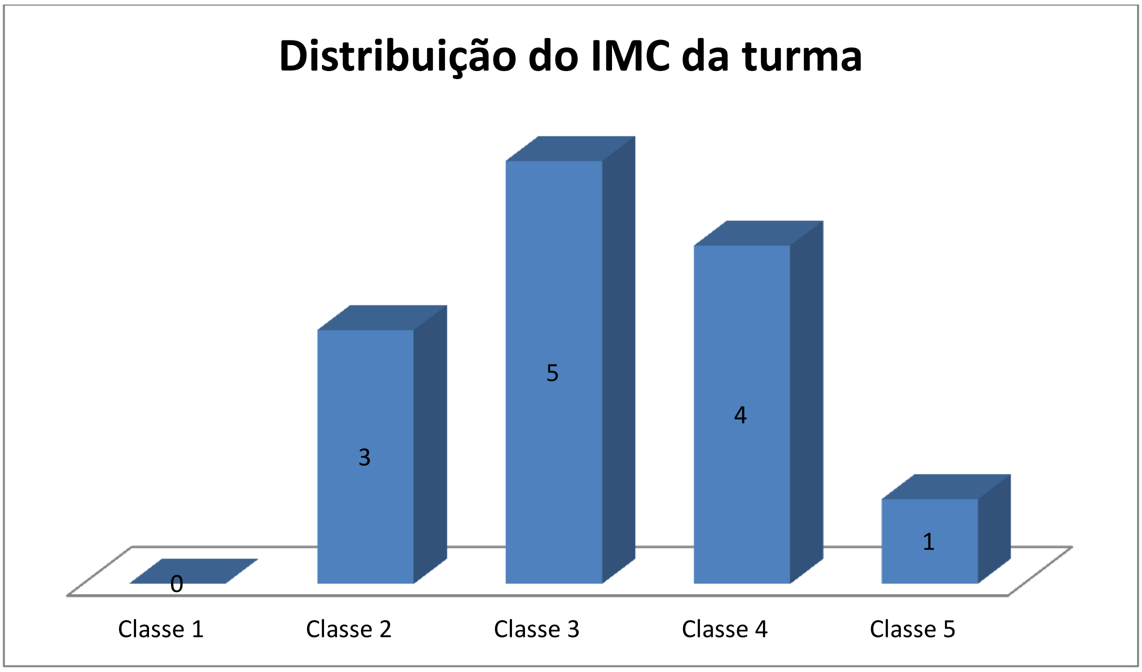

Figura 3.6 – Gráfico de Colunas dos IMCs dos alunos da EJA

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante minha vida acadêmica, estudei uma matemática bastante conceitual e teórica. Porém, quando fui ministrar aulas na escola pública, enfrentei meu primeiro choque de realidade ao contemplar a enorme distância existente entre a formação do professor de matemática e o conteúdo ministrado nas salas dessas escolas.

Isso ficou ainda mais evidente, quando passei a lecionar nas turmas de EJA Segundo Ciclo (foco desse trabalho), onde verifiquei a completa falta de material didático com linguagem adequada para esse público. Com o passar do tempo, ao procurar uma certa melhora e adequação de minha prática à realidade dos educandos, fui buscando meios de aproximar ao máximo a minha formação acadêmica à prática e organizando material didático que eu encontrasse e julgasse conveniente à necessidade das turmas.

Esse trabalho busca mostrar que é possível lecionar na EJA o conteúdo de Probabilidade e Estatística, valorizando o conhecimento do educando, permitindo uma interdisciplinaridade com diversas matérias, como geografia, história, biologia. Basta substituir as informações dos exemplos de forma a comtemplar a disciplina desejada, ou seja, depende apenas da criatividade do professor. E também, "os conteúdos de matemática, na maioria das vezes, podem e devem ser contextualizados. Portando, os professores devem buscar e trazer, para a sala de aula, atividades que envolvam elementos familiares aos educandos" (Elon, 2012).

Enfim, esse material didático traz uma sequência de aulas já ministradas em minhas turmas da EJA, porém, somente com a utilização desse por outros professores e colegas em suas aulas, que poderemos ver a real utilidade prática do Material Didático, citado e por mim sugerido. Entretanto, no mínimo já é uma fonte de pesquisa e apoio metodológico para os professores e colegas matemáticos que também atuam nessa modalidade de ensino.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ACTION, Portal: Matemática do cotidiano, Estatística e Probabilidade uma visão prática <http://www.portalaction.com.br/estatistica-basica/12-coleta-de-dados> Acesso em 21 de novembro 2016.

[2] BRASIL, Escola: Matemática para a vida, Política e a Estatística <http://brasilescola.uol.com.br/matematica/populacao-amostras.htm> Acesso em 23 de novembro 2016.

[3] BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, Parâmetros Curriculares Nacionais: Brasília MEC/SEF, 1998.

[4] DANTE, Luiz Roberto. *Didática da Resolução de Problemas,* 1ª. Edição. São Paulo ática, 1989.

[6] DUARTE, Newton. *O ensino de matemática na educação de adultos* / Newton Duarte. – 11. Ed. – São Paulo: Cortez, 2009.

[7] FREIRE, Paulo*, Pedagogia da Autonomia, Saberes necessários a prática educativa.* São PAULO, Paz e Terra, Paz e Terra, 1996.

[8] GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto: *A conquista da matemática*, 6ª, 7ª, 8ª e 9ª, São Paulo: FTD, 2015.

[5] DANTE, Luiz Roberto. *Projeto Teláres* [Obra em 4 v. para alunos do 6º ao 9º ano]: Luiz Roberto Dante. – 1. Ed. – São Paulo: Ática, 2012.

[9] LIMA, Elon Lages. *Temas e Problemas Elementares*/Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

[10] MULTICURSO, Ensino Médio: Matemática, Segunda Série: [Coordenação João Bosco Pitombeira]: Ana Lúcia Bordeaux, Carla Antunes, Cléa Rubinstein, Eduardo Wagner ... et al. – 3. Ed. – Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2008.

[11] SIMÃO, Antonio Oliveira: *A fixação da aprendizagem dos números inteiros e suas operações na educação básica*/Antonio Oliveira Simão. – Ilheus, BA: UESC, PROFMAT, 2016.

[12] SOUZA, Célio Oliveira Souza: *Sequências de aula sobre regiões poligonais e regiões circulares* / Célio Oliveira Souza. – Ilheus, BA: UESC, PROFMAT, 2016.