# Sugestões de práticas de ensino de geometria utilizando origami modular

***Marília Pelinson Tridapalli***

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: ______________________

**Marília Pelinson Tridapalli**

# Sugestões de práticas de ensino de geometria utilizando origami modular

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Ires Dias

**USP – São Carlos**
**Março de 2017**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

T819s

Tridapalli, Marília Pelinson
Sugestões de práticas de ensino de geometria utilizando origami modular / Marília Pelinson Tridapalli; orientadora Ires Dias. - São Carlos - SP, 2017.
85 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2017.

1. Ensino de geometria. 2. Origami modular. 3. Práticas de ensino. 4. Matemática.. I. Dias, Ires, orient. II. Título.

**Marília Pelinson Tridapalli**

# Suggestions geometry teaching practices using modular origami

Master dissertation submitted to the Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Mathematics Professional Master's Program. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Mathematics

Advisor: Profa. Dra. Ires Dias

**USP – São Carlos**
**March 2017**

*Este trabalho é dedicado à Alaís Pelinson, que é uma mãe excepcional, pois sempre foi mãe e pai, e lutou (e ainda luta) bravamente para que nunca faltasse nada a mim e a minha irmã, além de ser a maior incentivadora dos meus estudos e o amor da minha vida.*

# AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me permitir chegar até aqui e realizar o sonho de ser Mestre.

A meus familiares que nunca deixaram de acreditar em mim e sempre me apoiaram: minha querida mãe Alaís, meus irmãos Gustavo e Luíza, meus avós Antônio e Maria, meus tios Francisco e Alessandra, e minha priminha Gabriela que há quatro anos alegra nossas vidas.

Agradeço à minha professora e orientadora, Ires Dias, que desde a graduação sempre me ajudou e acreditou no meu trabalho, tornando tudo isso possível.

Meu namorado Artur que viveu todas as emoções (boas e ruins) desde o primeiro dia, me encorajando, apoiando e confortando. Assim como a meus sogros e cunhados, que sempre estiveram presentes nos meus fins de semana tornando tudo mais agradável, principalmente à minha cunhada Amanda que, carinhosamente, auxiliou no abstract deste trabalho.

Meus queridos amigos de Ibirá e do mestrado que tornaram tudo mais fácil, proporcionando muitas risadas e brindes a cada vitória.

À Universidade de São Paulo (USP) pela minha formação, desde a graduação, e que sempre será a melhor e mais importante parte da minha vida profissional.

Agradeço à Reinaldo Mizutani que gentilmente fez as fotos utilizadas neste trabalho.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pela concessão da bolsa durante todo o período de realização deste mestrado.

# RESUMO

TRIDAPALLI, M. P. **Sugestões de práticas de ensino de geometria utilizando origami modular**. 2017. 85 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2017.

O presente trabalho contém sugestões de práticas de ensino, utilizando o origami modular, que podem ser aplicadas nas aulas de geometria do Ensino Fundamental. As práticas foram desenvolvidas de maneira que o professor possa enriquecer suas aulas gastando pouco tempo no preparo, e apresentam objetos manipuláveis que tornam o processo de ensino-aprendizagem mais atrativo e significativo. Apresentamos todo o processo de elaboração dos módulos e seus respectivos encaixes para a construção, usando origami modular, dos cinco Poliedros de Platão utilizados nas propostas de práticas de ensino.

**Palavras-chave:** Ensino de geometria, Origami modular, Práticas de ensino, Matemática..

# ABSTRACT

TRIDAPALLI, M. P. **Suggestions geometry teaching practices using modular origami**. 2017. 85 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2017.

This study suggests the "origami modular" as a teaching method to be used in Geometry class of Elementary School. The origami modular technique was developed for educators to advance their teaching approaches with hands-on activities without spending too much time to prepare for class, producing a more interactive and attractive learning-teaching process. In this study, we will describe the entire procedure to create and to build the modules with its corresponding parts using the origami modular originated from the five Platonic solids proposed in teaching methods.

**Keywords:** Geometry teaching, Modular origami, Teaching practices, Math..

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

# LISTA DE TABELAS

# SUMÁRIO

CAPÍTULO

1

# INTRODUÇÃO

Desde que concluí meus estudos na Universidade de São Paulo, em dezembro de 2011, atuo como professora de matemática em escolas públicas e particulares de Educação Básica no interior do Estado de São Paulo. Ao mesmo tempo, ingressei no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) a fim de complementar minha formação e dar continuidade no meu processo de capacitação profissional, para que me torne cada vez melhor naquilo que escolhi fazer: lecionar matemática. Venho conciliando a jornada de trabalho com os estudos, tarefa difícil quando se trata de querer realizar ambas as coisas com dedicação e capricho.

Dentro disso, ao iniciar as pesquisas e reflexões sobre o que seria tratado em minha dissertação do mestrado, decidimos dedicá-la ao ensino de geometria e suas defasagens, percebidas por mim ao longo desses anos de trabalho, e sugerir práticas de ensino que otimizem o tempo de preparo, sejam atrativas e enriqueçam o processo de ensino-aprendizagem tornando-o mais sólido.

Encontramos diversas pesquisas publicadas em torno do ensino de geometria e suas defasagens, o que nos leva a crer que este problema não é característico apenas das escolas em que atuei. Na pesquisa realizada por um grupo de pessoas do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo consta:

> A avaliação educacional da rede estadual de São Paulo em 1998 – Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP, 2000) – revela que muitos tópicos de matemática, pelo fato de não serem planejados ou ensinados pelos professores, não são aprendidos por seus alunos. Um exemplo disso é que, embora os professores indiquem a geometria como item importante, que merece lugar em todos os níveis de ensino, não há concordância quanto à seleção e à organização dos conteúdos a serem ensinados tanto no ensino fundamental como no ensino médio. Desta forma, não podemos esperar que os alunos construam

> uma pluralidade de conceitos geométricos a partir de conhecimentos[1] obtidos por procedimentos experimentais, tal como recomendam os PCN (ALMOULOUD *et al.*, 2004).

Ainda na pesquisa mencionada anteriormente, aparecem alguns motivos para o problema da defasagem no ensino de geometria:

> A análise do sistema educativo, do discurso dos professores e dos jogos que envolvem a própria geometria nos permite identificar certos fatores que podem ser considerados origem de dificuldades que os professores encontram no processo de ensino e de aprendizagem de saberes e de conhecimentos geométricos. Em primeiro lugar, identificamos como fator de dificuldades o nosso sistema educativo, que define a política da educação com recomendações e orientações gerais sobre os métodos, os conteúdos e o saberfazer, deixando para cada escola definir os conteúdos que julga importantes para a formação de seus alunos, o que faz com que a geometria seja freqüentemente esquecida. Podemos apontar, em relação à formação dos professores, que esta é muito precária quando se trata de geometria, pois os cursos de formação inicial não contribuem para que façam uma reflexão mais profunda a respeito do ensino e da aprendizagem dessa área da matemática. Por sua vez, a formação continuada não atende ainda aos objetivos esperados em relação à geometria. Assim, a maioria dos professores do ensino fundamental e do ensino médio não está preparada para trabalhar segundo as recomendações e orientações didáticas e pedagógicas dos PCN. Além disso, alguns livros didáticos também contribuem para a origem de vários problemas, pois as situações de ensino apresentadas naqueles que analisamos e que são propostas para os alunos, de maneira geral, pela maioria dos professores, não enfatizam suficientemente a coordenação de registros de representação semiótica e a importância da figura para a visualização e exploração. Os problemas geométricos propostos por esses livros privilegiam resoluções algébricas, e poucos exigem raciocínio dedutivo ou demonstração. E ainda, quase não existe a passagem da geometria empírica para a geometria dedutiva, além de poucos trabalhos focarem a leitura e a interpretação de textos matemáticos. Essas abordagens criam no aluno concepções inadequadas no que diz respeito ao aprimoramento dos conceitos geométricos (ALMOULOUD *et al.*, 2004).

Na pesquisa feita por Lorenzato (1995) podemos observar os mesmos motivos descritos por Almouloud *et al.* (2004):

> São inúmeras as causas, porém, duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. [...] Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para

[1] Revista Brasileira de Educação

> esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos (LORENZATO, 1995).

Além disso, pela minha prática docente, pude perceber que devido aos baixos salários pagos aos professores da rede estadual, muitos deles (eu, inclusive) dobram ou até triplicam a jornada de trabalho, ocasionando a falta de tempo para nos dedicarmos às atividades pré-aula como, por exemplo, estudar um conteúdo matemático em que temos alguma dificuldade para garantir uma aula de qualidade sobre esse assunto, ou ainda, buscar ajuda da internet para levar novas ideias à sala de aula e diversificar o processo de ensino-aprendizagem para que ele se torne mais atrativo.

A grande questão que envolveu e motivou este trabalho é: Como podemos contribuir com os professores que buscam diversificar suas aulas de geometria e, cada vez mais, melhorar o processo de ensino-aprendizagem? Para começar a respondermos a essa pergunta, fomos estudar os documentos oficiais publicados pelo Ministério da Educação (MEC), principalmente, sobre o ensino de geometria.

Consta no Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), documento publicado pelo Ministério da Educação (MEC) em 1998, caderno de matemática, como um dos objetivos gerais do Ensino Fundamental que os alunos sejam capazes de:

> utilizar as diferentes linguagens — verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas idéias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação (BRASIL, 1998, p. 7)

No capítulo de apresentação do Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) consta que:

> (...) Quanto aos conteúdos, apresentam um aspecto inovador ao explorá-los não apenas na dimensão de conceitos, mas também na dimensão de procedimentos e de atitudes. Em função da demanda social incorporam, já no ensino fundamental, o estudo da probabilidade e da estatística e evidenciam a importância da geometria e das medidas para desenvolver as capacidades cognitivas fundamentais (BRASIL, 1998).

Quando atuei no Ensino Médio[2], encontrei muitos obstáculos para trabalhar os conteúdos pertinentes de geometria devido a defasagem dos alunos com os conceitos básicos envolvidos, que são de responsabilidade do ciclo anterior (Ensino Fundamental). Claro que uma pequena parcela dos alunos não apresentavam essa defasagem, mas a grande maioria sim. Então pude entender

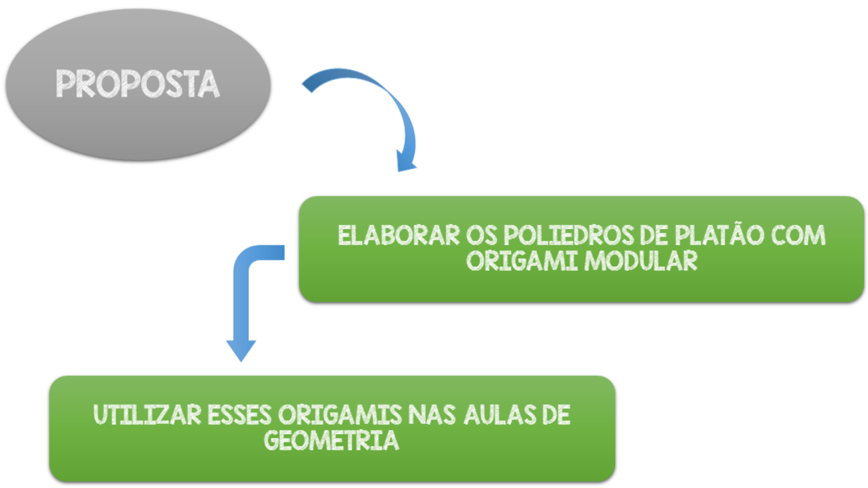
[2] Etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos (BRASIL, 1996)

que quanto melhor a "base"(Ensino Fundamental), melhores serão os frutos que vamos colher nos anos finais da Educação Básica e, assim, conseguiremos cumprir com mais consistência o princípio da educação nacional que consta na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB):

> Art. 2º . A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (BRASIL, 1996).

Pelos motivos citados acima, nossa proposta de trabalho será voltada para o Ensino Fundamental ciclo II, que abrange do 6ºao 9ºanos da Educação Básica, trabalhando com alunos a partir dos 11 anos de idade. Com isso, mais uma pergunta nos ocorreu: É possível elaborar um objeto manipulável que enriqueça e solidifique o ensino de geometria e que possa ser aplicado em diversos momentos do processo de ensino-aprendizagem? A partir disso, elaboramos nossa proposta de trabalho:

Figura 1 – Proposta deste trabalho.




Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesta direção, como objeto de estudo desse trabalho apresentamos a utilização do origami modular como objeto manipulável para o ensino de geometria, com enfoque nos poliedros regulares de Platão, visando trabalhar formas e conceitos da geometria plana e espacial de forma atrativa e interativa. Elaboramos sugestões de atividades que optam por práticas diferenciadas de trabalho em sala de aula, fugindo da aula tradicional, popularmente chamada de “giz e lousa”. Com isso, há uma tentativa de despertar o interesse e a curiosidade dos alunos através de objetos manipuláveis, elaborados por eles mesmos, com o objetivo de torná-los os principais agentes do processo de construção do conhecimento e, o professor atuando apenas como mediador e incentivador no processo de ensino-aprendizagem. Além disso, nossos objetivos específicos são:

Figura 2 – Objetivos deste trabalho.


Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim sendo, apresentamos no capítulo 2 deste trabalho uma breve história do surgimento do origami, bem como sua definição e características, a geometria proposta no currículo do Ensino Fundamental ciclo II do Estado de São Paulo e os benefícios da inserção do origami no ensino de geometria.

No capítulo 3 apresentamos as definições pertinentes sobre poliedros. Também apresentamos a definição da expressão "Poliedros de Platão", ou ainda "Sólidos de Platão", utilizadas constantemente neste trabalho.

Em seguida, no capítulo 4, apresentamos a elaboração de cada Poliedro de Platão com origami modular, iniciando pelo módulo específico de cada poliedro e concluindo com o encaixe desses módulos. Os poliedros montados neste capítulo serão utilizados nas sugestões de práticas de ensino de geometria para aplicação no Ensino Fundamental.

O capítulo 5 é constituído de sugestões práticas de ensino de geometria utilizando os Poliedros de Platão elaborados no capítulo anterior. Tais sugestões podem beneficiar os professores que buscam novas ideias de como implementar suas aulas de matemática para que elas sejam mais interativas, atrativas e diversificadas.

Já no capítulo 6 retomamos as grandes questões que nortearam este trabalho e analisamos se foi possível respondê-las após nossas pesquisas.

CAPÍTULO

2

# FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo apresentamos uma breve história sobre o surgimento do origami, bem como a presença da geometria na Proposta Curricular de matemática do Estado de São Paulo, visando demonstrar que com poucos recursos financeiros e tecnológicos é possível implementar as aulas de geometria e conquistar inúmeros benefícios, que comentaremos posteriormente.

## 2.1 Um pouco sobre o origami

A palavra origami é de origem japonesa, onde "ori" significa dobrar e "kami" papel, porém, sua origem não é bem definida. Há relatos de seu surgimento na China, devido à sua história com o papel, porém, seu desenvolvimento no Japão ocorreu desde o século VIII (SHENG, 2008). Já para Hayasaka e Nishida (Acessado em Fev/2017), a relação da China com o papel era apenas a escrita, descartando a possibilidade do surgimento do origami em tal país. Independente de suas origens, o origami simboliza, há séculos, a arte de fazer dobraduras com uma folha de papel.

Há alguns cuidados a se tomar na confecção do origami:

> Na confecção de um Origami, devemos ter o princípio básico, evitar o uso da cola e da tesoura, dando à dobradura o formato adequado. Não utilizando outro material que não seja o papel, estaremos estimulando a nossa inventividade (SHENG *et al.*, 2005).

O formato inicial da folha de papel mais utilizado é o quadrado, porém, pode-se partir de um retângulo, de um círculo, ou outra forma qualquer. O origami pode ser classificado quanto a sua confecção, em três tipos:

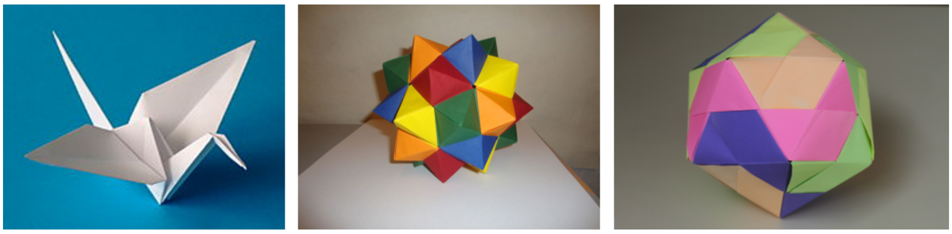
a) **Origami simples:** formado por uma folha de papel com diversas dobraduras.

**b) Origami composto:** formado pelo encaixe de vários origamis simples.

**c) Origami modular:** formado por diversos módulos iguais ou simétricos encaixados.

Ilustrando esses tipos temos:

Figura 3 – Exemplos de cada tipo de origami.



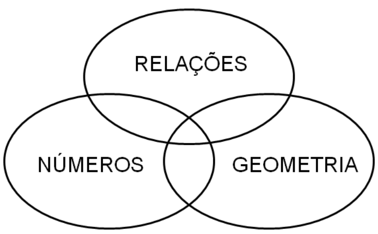
Fonte – (a) https://goo.gl/DvL676; (b) https://goo.gl/XAZXl1; (c) Elaborada pelo autor.

O tipo do papel pode ser escolhido de acordo com o resultado esperado, há opções de papeis com as mais variadas medidas de gramaturas, onde as mais finas não aguentam muitas dobraduras e vincos em uma mesma parte e gramaturas grossas podem quebrar com os vincos. O papel sulfite possui gramatura 75g, considerada uma gramatura média, e também é indicado para origamis. O tipo de papel mais utilizado é o papel espelho, também conhecido como papel dobradura, que contém uma face colorida e a outra face branca, tornando fácil de enxergar os vincos e dobras, mas a escolha do papel dependerá do objetivo do trabalho a ser feito.

## 2.2 A geometria na proposta curricular de matemática do Estado de São Paulo

O grande objetivo da Proposta Curricular é dividir os conteúdos de matemática, tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio, em três grandes blocos temáticos, enfatizando que há uma relação indispensável entre eles. Tais blocos são chamados de **Números, Geometria** e **Relações**. O diagrama a seguir foi retirado da Proposta Curricular de matemática e deixa claro a relação esperada entre os blocos temáticos:

Figura 4 – Diagrama de blocos temáticos.



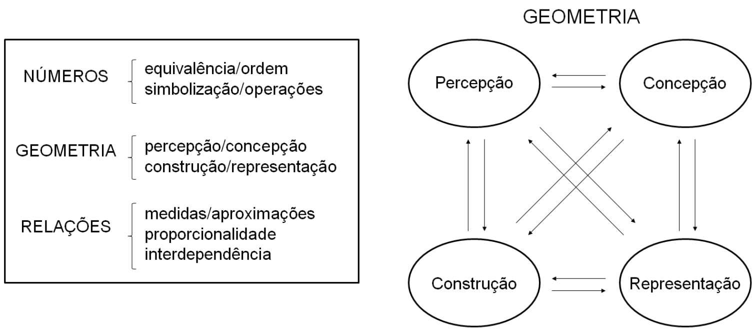

Fonte: (Estado) (2012).

Aprofundando os objetivos traçados para o bloco intitulado como **Geometria** consta na proposta:

> A GEOMETRIA diz respeito diretamente à percepção de formas e de relações entre elementos de figuras planas e espaciais; à construção e à representação de formas geométricas, existentes ou imaginadas, e à elaboração de concepções de espaço que sirvam de suporte para a compreensão do mundo físico que nos cerca ((ESTADO), 2012, p. 39, grifo do autor).

O bloco temático **Geometria** apresenta quatro pilares como objetivo — percepção, concepção, construção e representação —- que dependem uns dos outros no processo de ensino-aprendizagem.

Figura 5 – Quadro dos blocos temáticos e diagrama da com os pilares da geometria.




Fonte: (Estado) (2012).

Analisando essas informações entendemos que o aluno precisa ter o contato com as formas geométricas que constam nos livros didáticos para que que ele concretize aquela ideia que até então era abstrata, pois estava apenas desenhada.

A proposta deixa bem claro seus objetivos quanto aos conteúdos e habilidades esperados para cada ano do Ensino Fundamental, divididos por bimestre. Retiramos da proposta as tabelas com os conteúdos e habilidades de cada ano do Ensino Fundamental ciclo II que tratam geometria:

Figura 6 – Quadro de conteúdos e habilidades de matemática que envolvem geometria.

| 5ª série/6º ano do Ensino Fundamental | | |
|---|---|---|
| | **Conteúdos** | **Habilidades** |
| 3º Bimestre | **Geometria/Relações**<br><br>Formas geométricas<br>• Formas planas<br>• Formas espaciais<br><br>Perímetro e área<br>• Unidades de medida<br>• Perímetro de uma figura plana<br>• Cálculo de área por composição e decomposição<br>• Problemas envolvendo área e perímetro de figuras planas | • Saber identificar e classificar formas planas e espaciais em contextos concretos e por meio de suas representações em desenhos e em malhas.<br><br>• Saber planificar figuras espaciais e identificar figuras espaciais a partir de suas planificações. |

(a) 5ªsérie/6ºano

| 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental | | |
|---|---|---|
| | **Conteúdos** | **Habilidades** |
| 2º Bimestre | **Geometria**<br><br>Geometria<br>• Ângulos<br>• Polígonos<br>• Circunferência<br>• Simetrias<br>• Construções geométricas<br>• Poliedros | • Compreender a ideia de medida de um ângulo (em grau), sabendo operar com medidas de ângulos e usar instrumentos geométricos para construir e medir ângulos.<br>• Compreender e identificar simetria axial e de rotação nas figuras geométricas e nos objetos do dia a dia.<br>• Saber calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo e estender tal cálculo para polígonos de *n* lados.<br>• Saber aplicar os conhecimentos sobre a soma das medidas dos ângulos de um triângulo e de um polígono em situações práticas.<br>• Saber identificar elementos de poliedros e classificar os poliedros segundo diversos pontos de vista.<br>• Saber planificar e representar (em vistas) figuras espaciais. |

(b) 6ªsérie/7ºano

Fonte: (Estado) (2012).

Figura 7 – Quadro de conteúdos e habilidades de matemática que envolvem geometria.

| 7ª série/8º ano do Ensino Fundamental | | |
|---|---|---|
| | **Conteúdos** | **Habilidades** |
| 4º Bimestre | **Geometria**<br><br>Geometria<br>• Teorema de Tales<br>• Teorema de Pitágoras<br>• Área de polígonos<br>• Volume do prisma | • Reconhecer e aplicar o teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, na solução de problemas em diferentes contextos<br><br>• Compreender o significado do teorema de Pitágoras, utilizando-o na solução de problemas em diferentes contextos<br><br>• Calcular áreas de polígonos de diferentes tipos, com destaque para os polígonos regulares<br><br>• Saber identificar prismas em diferentes contextos, bem como saber construí-los e calcular seus volumes |

(a) 7ªsérie/8ºano

| 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental | | |
|---|---|---|
| | **Conteúdos** | **Habilidades** |
| 3º Bimestre | **Geometria/Relações**<br><br>Proporcionalidade na Geometria<br>• O conceito de semelhança<br>• Semelhança de triângulos<br>• Razões trigonométricas | • Saber reconhecer a semelhança entre figuras planas, a partir da igualdade das medidas dos ângulos e da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes<br><br>• Saber identificar triângulos semelhantes e resolver situações-problema envolvendo semelhança de triângulos<br><br>• Compreender e saber aplicar as relações métricas dos triângulos retângulos, particularmente o teorema de Pitágoras, na resolução de problemas em diferentes contextos<br><br>• Compreender o significado das razões trigonométricas fundamentais (seno, cosseno e tangente) e saber utilizá-las para resolver problemas em diferentes contextos |

(b) 8ªsérie/8ºano

Fonte: (Estado) (2012).

Podemos observar que a geometria se concentra no segundo semestre do ano letivo em três dos quatro anos do Ensino Fundamental ciclo II. Pela minha experiência docente, observei que esses dois bimestres finais do ano letivo possuem menos tempo para que possamos trabalhas os conteúdos estabelecidos – devido às festividades de encerramento do ano letivo e outros fatores diversos variantes – o que dificulta um trabalho mais minucioso de determinados conteúdos devido a falta de tempo.

## 2.3 O origami e o ensino de geometria

O origami pode se tornar um eficaz recurso manipulável para promover o processo de ensino-aprendizagem da geometria, pois

> A geometria das dobras no plano e espaço, a paciência, o relaxamento, a memorização, a exatidão e a coordenação motora necessárias, contribuem para a integração de grupos, para criar histórias, poemas, dramatizações, construções coletivas, analisar a qualidade de processos e outros benefícios (ALBUQUERQUE, 2006).

Dentre as habilidades envolvidas na prática do origami podemos citar:

> O origami desenvolve nas crianças habilidades que são muito evidentes, tais como a habilidade manual, o conceito de volume, a coordenação de movimentos e a psicomotricidade fina[1], além de ajudá-las a tomar consciência do uso das mãos. Desenvolve também o espírito criativo, ensina a seguir instruções e estimula o trabalho em grupo (ROBLES, 2010).

Ainda sobre a inclusão do origami no ensino, temos que:

> O Origami pode representar para o processo de ensino/aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que o cercam. Com uma atividade manual que integra, dentre outros campos do conhecimento, Geometria e Arte (RÊGO; RÊGO; JÚNIOR, 2003).

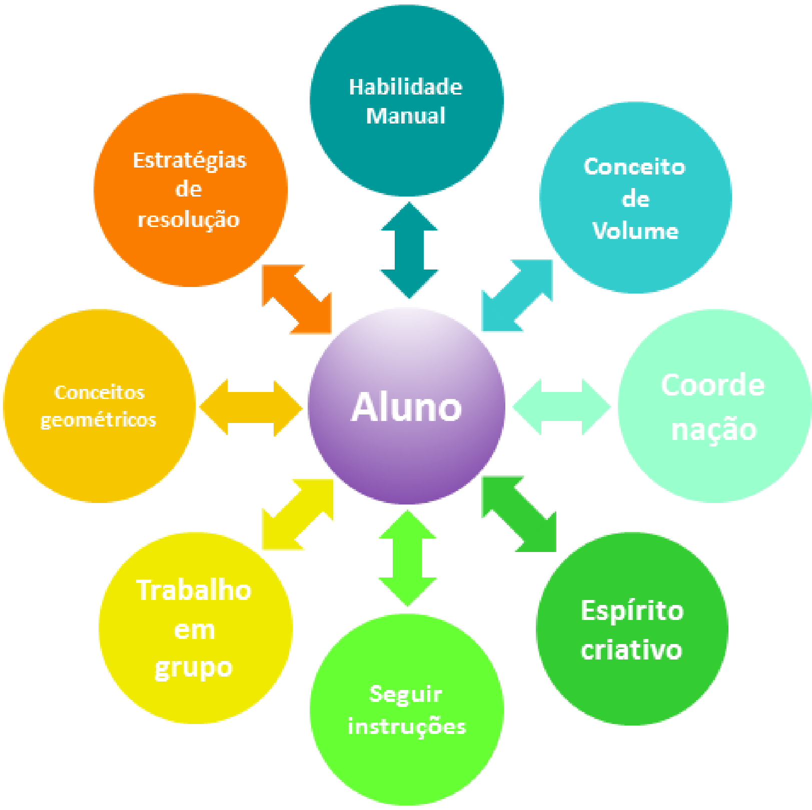
A proposta curricular apresenta competências e habilidades que devem ser esperadas dos alunos após os ciclos escolares e as atividades que envolvem o origami podem contemplar muitas delas, tais como representar, comunicar-se, conviver, instigar, intervir em situações reais, estabelecer conexões e dar contexto. O lúdico[2] envolvido diretamente com as atividades manuais pode facilitar a memorização dos nomes, das características e da visualização dos sólidos geométricos.

Nossa intenção é que aluno possa ser o agente responsável pelas construção de seu conhecimento, adquirindo habilidades pertinentes aos conteúdos de geometria e que enriqueça sua formação profissional e pessoal.

[1] Relaciona-se aos movimentos corporais que exigem maior precisão e delicadeza.

[2] Relativo a jogo ou divertimento, que serve para divertir ou dar prazer. Fonte: <https://dicionariodoaurelio.com/ludico>

Figura 8 – Diagrama de habilidades.




Fonte: Elaborada pelo autor.

CAPÍTULO

3

# POLIEDROS DE PLATÃO

Neste capítulo serão apresentadas algumas definições sobre poliedros, a fim de esclarecer a expressão “Poliedros de Platão” mencionada por diversas vezes neste trabalho. O livro *Os Elementos* de Euclides[1] foi quem deu a maior parte do reforço teórico necessário para as definições e entendimentos para a construção deste capítulo. Também será apresentada uma breve história sobre o filósofo grego Platão e suas principais ideias ligadas aos poliedros e os elementos primordiais empedoclianos[2] de todos os corpos materiais - fogo, ar, água e terra.

## 3.1 Poliedro

A palavra poliedro vem do grego e significa *muitas faces*. O poliedro é a superfície delimitada pela união de quatro ou mais polígonos planos convexos, chamados de faces do poliedro, onde

**a)** a intersecção de dois polígonos quaisquer é ou uma aresta (formando um segmento de reta), ou um vértice (formando um ponto) ou vazia (não possui partes em comum);

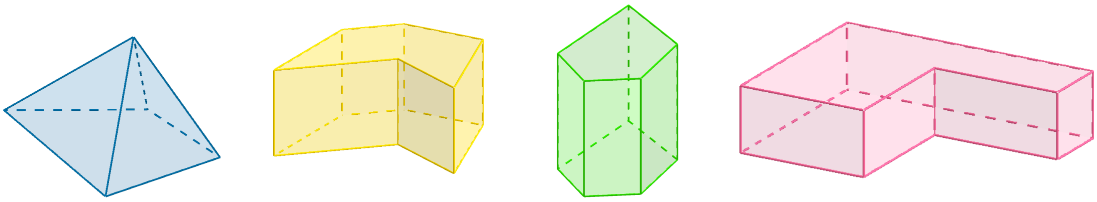
**b)** cada aresta é comum a exatamente dois polígonos, e essa aresta comum é denomina aresta do poliedro.

**c)** a região do espaço delimitada por esses polígonos é denominada interior do poliedro.

Como exemplos de poliedros temos:

[1] Bicudo (2009)
[2] Devido ao filósofo Empédocles que acreditava que todas as coisas existentes eram uma mistura dos quatro elementos: ar, água, fogo e terra (MALAGUTTI, 2004)

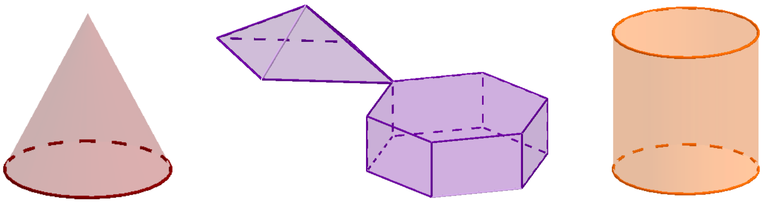
Figura 9 – Exemplos de poliedros.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Alguns exemplos de formas geométricas espaciais que não são poliedros:

Figura 10 – Exemplos de não poliedros.

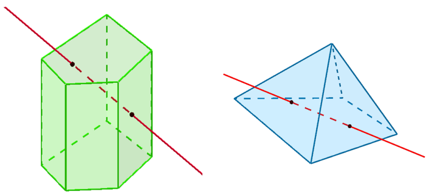


Fonte: Elaborada pelo autor.

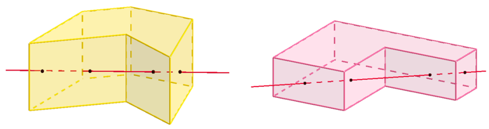
## 3.2 Poliedro Convexo

Um poliedro é dito convexo quando qualquer reta, que não é paralela a nenhuma de suas faces, interceptar o poliedro em no máximo dois pontos.

Figura 11 – Exemplos de poliedros convexos e não convexos.



(a) Convexos



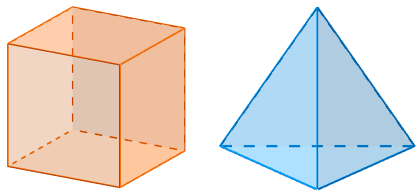
(b) Não convexos

Fonte: Elaborada pelo autor.

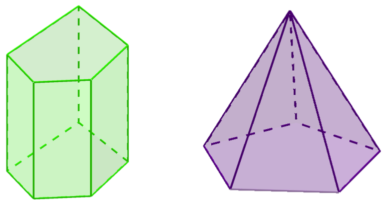
## 3.3 Poliedro Regular

Um poliedro regular é um poliedro convexo cujas faces são polígonos regulares e congruentes entre si, onde em cada vértice concorrem um mesmo número de arestas. A planificação de um vértice de um poliedro convexo regular será denominada ângulo poliédrico.

Figura 12 – Poliedros regulares e não regulares.



(a) Regulares

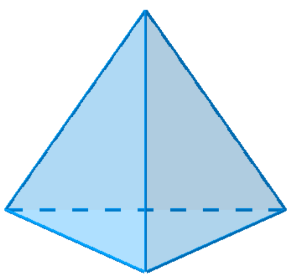


(b) Não regulares

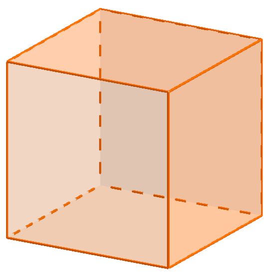
Fonte: Elaborada pelo autor.

Existem apenas cinco poliedros convexos regulares que foram alvo de inúmeras pesquisas e estudos na antiguidade. Eles são designados de acordo com o números de faces que contém, são eles:

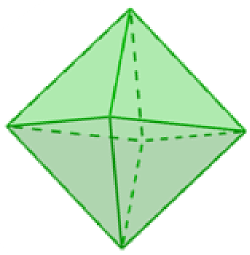
Figura 13 – Poliedros regulares.



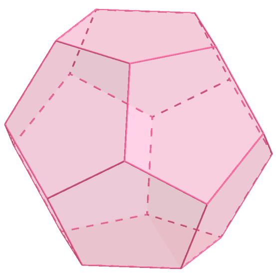
(a) Tetraedro



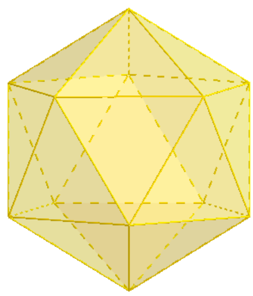
(b) Hexaedro



(c) Octaedro



(d) Dodecaedro



(e) Icosaedro

Fonte: Elaborada pelo autor.

Euclides foi quem fez a prova da existência desses cinco poliedros convexos regulares em seu livro *Os Elementos*, um dos mais influentes livros de matemática até o momento, porém, o tetraedro, o hexaedro e o dodecaedro se devem aos pitagóricos, enquanto o octaedro e o icosaedro a Teeteto (EVES; DOMINGUES, 2004).

H

Tabela 1 – Formação dos ângulos poliédricos.

| **Polígono Regular** | **Ângulo Interno** | **Ângulo Poliédrico** |
|---|---|---|
| Triângulo | 60° | 3x60°=180° |
| | | 4x60°=240° |
| | | 5x60°=300° |
| | | ~~6x60°=360°~~ |
| Quadrado | 90° | 3x90°=270° |
| | | ~~4x90°=360°~~ |
| Pentágono | 108° | 3x108°=324° |
| | | ~~4x108°=432°~~ |
| Hexágono | 120° | ~~3x120°=360°~~ |
| . | . | . |
| . | . | . |
| . | . | . |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Vamos apresentar uma simples verificação da existência de apenas cinco poliedros convexos regulares.

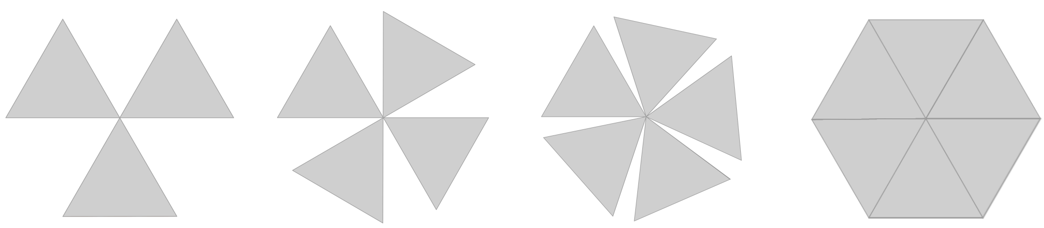
Para isso vamos planificar qualquer vértice de um poliedro convexo regular e verificar se a soma dos ângulos internos dos polígonos que o compõem é inferior a 360°. Portanto, cada ângulo poliédrico que compõe um poliedro deve ser inferior a 360°, pois para medidas de exatamente 360°, teremos uma figura plana, e não um ângulo poliédrico, e para as medidas superiores a 360°, teremos a sobreposição de figuras planas, impossibilitando a formação do ângulo poliédrico.

Observe a tabela e as ilustrações de ângulos poliédricos formados com todos os tipos possíveis de polígonos regulares e congruentes entre si, e cada poliedro a que eles fazem parte:

Observe as ilustrações de cada caso da tabela anterior:

**a)** Triângulos

Figura 14 – Ângulos poliédricos com triângulos equiláteros congruentes.

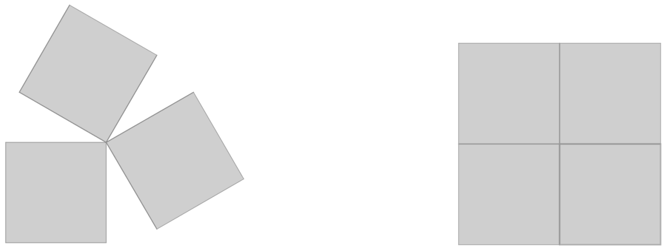


(a) (b) (c) (d)

Fonte: Elaborada pelo autor.

**b)** Quadrados

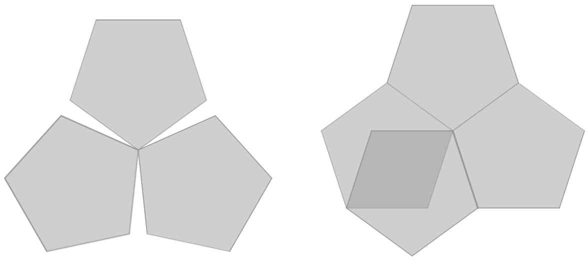
Figura 15 – Ângulos poliédricos com quadrados congruentes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

**c)** Pentágonos

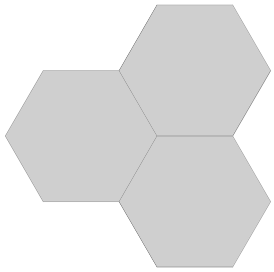
Figura 16 – Ângulos poliédricos com pentágonos regulares congruentes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

**d)** Hexágonos

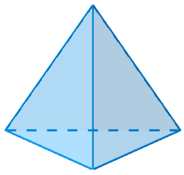
Figura 17 – Ângulo poliédrico com hexágonos regulares congruentes



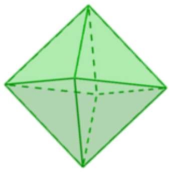
Fonte: Elaborada pelo autor.

Os ângulos poliédricos da figura 14 estão contidos em um:

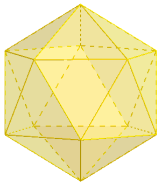
**(a)** Tetraedro regular



**(b)** Octaedro regular



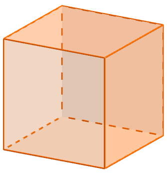
**(c)** Icosaedro regular



**(d)** Não formará um poliedro convexo regular, pois a soma dos ângulos é igual a $360°$.

Os ângulos poliédricos da figura 15 estão contidos em um:

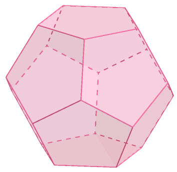
**(a)** Hexaedro regular



**(b)** Não formará um poliedro convexo regular, pois a soma dos ângulos é igual a $360°$.

Os ângulos poliédricos da figura 16 estão contidos em um:

**(a)** Dodecaedro regular



**(b)** Não formará um poliedro convexo regular, pois a soma dos ângulos é igual a 360°.

O ângulo poliédrico da figura 17 não formará um poliedro convexo regular.

## 3.4 Poliedros de Platão

Platão foi um filósofo grego que teve Sócrates[3] como seu mentor e Artistóteles[4] como seu seguidor. A informação sobre o ano de seu nascimento varia de acordo com a bibliografia consultada, ficando entre 429 e 427 a.C. (WILLIAMS, 2000). Apesar de filósofo, Platão teve muito interesse na área das ciências, principalmente pela matemática. É considerado um gênio e seus trabalhos são recheados de ideias sobre os mais variados temas em formato de diálogos, onde podemos citar *A República* e *Timeu*. Platão fundou uma escola de ensino superior em Atenas intitulada *Academia*, na qual havia na faixada uma frase que expressa a ideia "Que nenhum ignorante da matemática entre aqui". A *Academia* sobreviveu oito séculos após a morte de Platão e foi ele seu diretor até sua morte (MAGEE, 1999).

A grande questão é: mas porque o nome de Platão está associado aos cinco poliedros regulares? No livro *Introdução a história da matemática*, de Howard Eves, há um breve esclarecimento:

> De qualquer maneira Platão, em seu *Timeu*[5], apresentou uma descrição dos cinco poliedros regulares e mostrou como construir modelos desses sólidos, juntando triângulos, quadrados e pentágonos para formar suas faces. O *Timeu* de Platão é o pitagórico Timeu de Locri, a quem possivelmente encontrou quando visitou a Itália. No trabalho de Platão, Timeu misticamente associa os quatro sólidos mais fáceis de construir - o tetraedro, o octaedro, o icosaedro e o cubo - com os quatro "elementos" primordiais empedoclianos de todos os corpos materiais - fogo, ar, água e terra. Contornava-se a dificuldade embaraçosa em explicar o quinto

[3] Considerado o primeiro grande filósofo grego (MAGEE, 1999).
[4] Filósofo grego.
[5] Tratado teórico de Platão na forma de um diálogo socrático, escrito cerca 360 a.C.. A obra apresenta especulações sobre a natureza do mundo físico.

> sólido, o dodecaedro, associando-o ao Universo que nos cerca (EVES; DOMINGUES, 2004).

Uma boa ilustração para tal associação feita por Platão entre os elementos primordiais empedoclianos e os poliedros regulares, encontrada em pesquisas feitas na *internet*, pode ser:

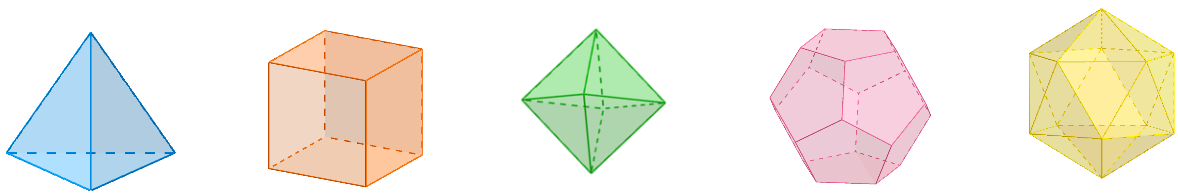
Figura 18 – Poliedros de Platão e os elementos primordiais empedoclianos.

(a) Fogo (b) Terra (c) Ar (d) Universo (e) Água

Fonte – <https://goo.gl/hMjqJb>

Por esse motivo a expressão "Poliedros de Platão" ou "Sólidos de Platão" utilizadas neste trabalho remete aos cinco poliedros regulares:

Figura 19 – Poliedros regulares.



(a) Tetraedro (b) Hexaedro (c) Octaedro (d) Dodecaedro (e) Icosaedro

Fonte: Elaborada pelo autor.

CAPÍTULO

4

# ELABORAÇÃO DO POLIEDROS DE PLATÃO COM ORIGAMI MODULAR

Neste capítulo apresentamos as sequências de dobraduras que culminarão nos módulos necessários para a montagem dos poliedros de Platão, bem como o encaixe desses módulos. Cada poliedro necessita de um tipo diferente de módulo e de uma quantidade específica deles. Salvo o caso do módulo triangular que será utilizado na elaboração do tetraedro, do octaedro e do icosaedro.

## 4.1 Módulos

Os módulos são as unidades que utilizaremos para montar cada Poliedro de Platão. Eles foram retirados e adaptados de trabalhos de Cavacami e Furuya (2008), Sheng (2008) e de vídeos do *Youtube*[1]. Todas as imagens desta seção foram feitas pelo autor, utilizando o *GeoGebra*[2].

Para a elaboração de todos os módulos, utilizamos um papel sulfite A4, retangular, de dimensões 290 mm por 297 mm, bem como a seguinte legenda:

- Os segmentos pontilhados indicarão os vincos a serem feitos no papel.
- As cores em tons claros indicarão a parte frontal do papel.
- As cores em tons escuros indicarão a parte traseira do papel.

[1] Endereço eletrônico: <https://www.youtube.com/?hl=pt&gl=BR>
[2] Software gratuito disponível em <https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR>

### 4.1.1 Módulos Triangulares

Os módulos triangulares são utilizados na construção dos poliedros de Platão com faces triangulares (tetraedro regular, octaedro regular e icosaedro regular).

#### 4.1.1.1 Módulo A

Tome uma folha de papel, como a sugerida, e siga os seguintes passos:

Passo 1. Iniciar com a folha no modo retrato (maior dimensão na horizontal), onde marcamos seus vértices com as letras A, B, C e D.


Figura 20 – Passo 1.

Passo 2. Dobrar o maior lado da folha ao meio e marcar o vinco formando o segmento EF.

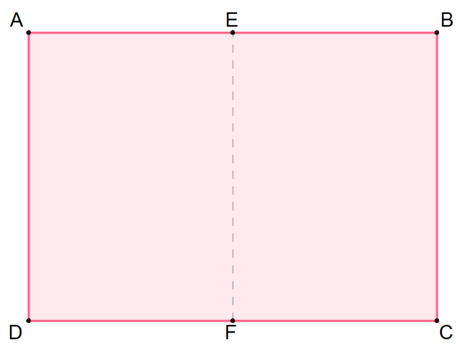



Figura 21 – Passo 2.

Passo 3. Dobrar uma das metades obtidas ao meio novamente, por exemplo, a metade esquerda, obtendo um quarto da folha, e marcar o vinco formando o segmento GH.

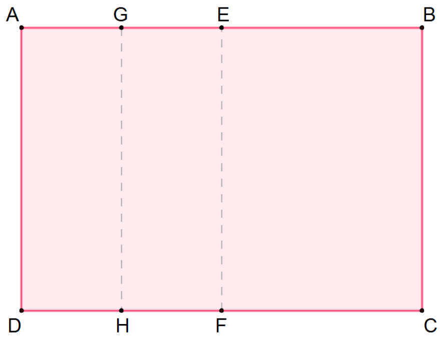



Figura 22 – Passo 3.

Passo 4. Colocar o dedo sobre o ponto F e dobrar o vértice C até encostar no segmento GH, obtendo o segmento FI.

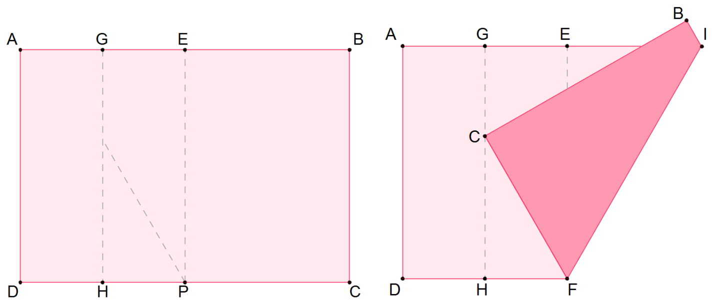



Figura 23 – Passo 4.

Passo 5. Colocar o dedo sobre o ponto F e dobrar o vértice D sobre o segmento FI, obtendo o segmento FJ.

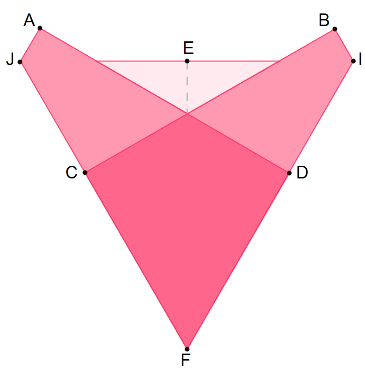



Figura 24 – Passo 5.

Passo 6. Abrir o papel e girá-lo 180º.

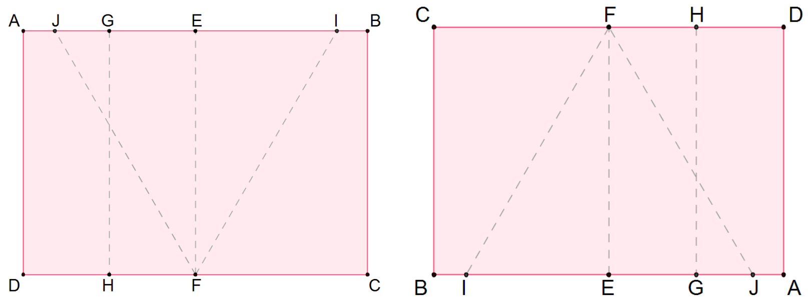



Figura 25 – Passo 6.

Passo 7. Repetir os passos 4 e 5 (colocar o dedo sobre o ponto E e dobrar o vértice B até encostar no segmento GH, obtendo o segmento EL; dobrar o vértice A sobre o segmento BE, obtendo o segmento EK).

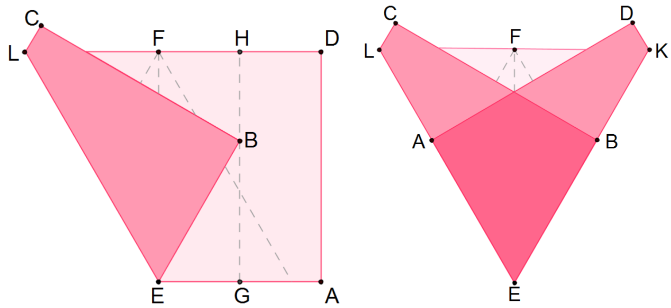



Figura 26 – Passo 7.

Passo 8. Abrir o papel e dobrar o vértice A sobre o segmento FJ, o vértice C sobre o segmento EL, o vértice B sobre o segmento FI e o vértice D sobre o segmento EK, obtendo, respectivamente, os segmentos JM, IO, LN e KP.

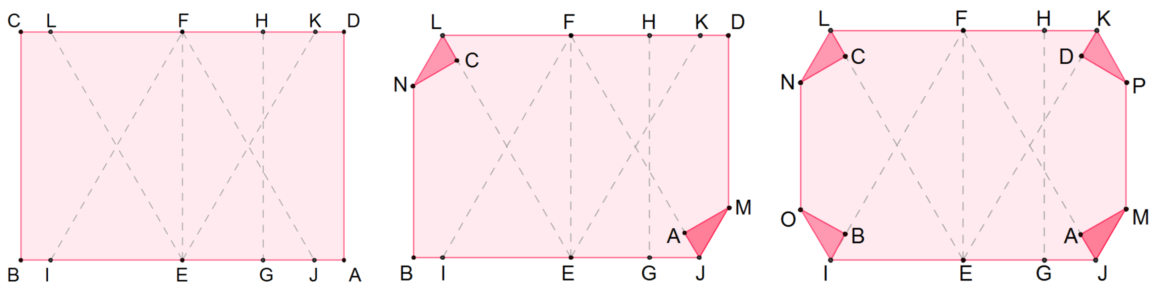



Figura 27 – Passo 8.

Passo 9. Dobrar o segmento LN sobre o segmento FI, obtendo o segmento ST, e sobrar o segmento JM sobre o segmento EK, obtendo o segmento QR.

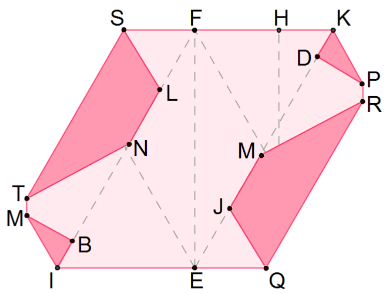



Figura 28 – Passo 9.

Passo 10. Dobrar o segmento ST em torno do segmento LN e dobrar o segmento QR em torno do segmento JM.

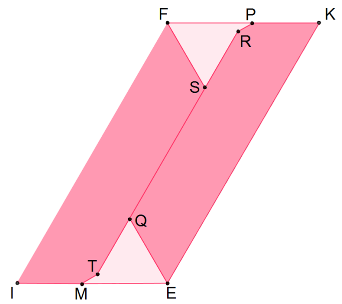



Figura 29 – Passo 10.

Passo 11. Dobrar o vértice K sobre o segmento FI e o vértice I sobre o segmento EK, formando quatro triângulos equiláteros (KFV, FVU, VUE e UEI) apenas para vincar.

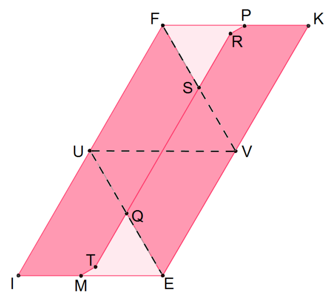



Figura 30 – Passo 11.

#### 4.1.1.2 Módulo B

O módulo B é simétrico ao módulo A e sua construção só difere a partir do passo 9.

Tome uma folha de papel como a recomendada e siga os passos de 1 a 8 do Módulo A (4.1.1.1) até obter um papel com os vincos e dobraduras como este:

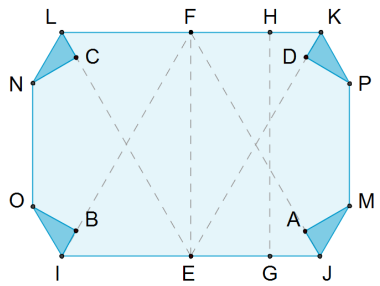



Figura 31 – Passo 8.

Considerando os oito primeiros passos contidos nas instruções do módulo A, para dar continuidade e obter o módulo B, a partir do passo 9, siga as seguintes instruções:

Passo 9. Dobrar o segmento KP sobre o segmento FJ e dobrar o segmento IO sobre o segmento EL, obtendo, respectivamente, os segmentos HR e ST.

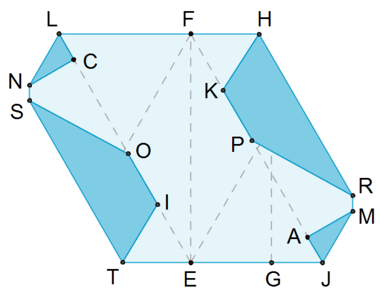



Figura 32 – Passo 9.

Passo 10. Dobrar o segmento HR em torno do segmento KP e dobrar o segmento ST em torno do segmento IO.

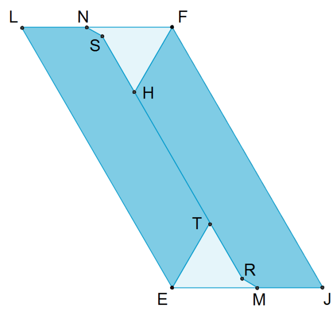



Figura 33 – Passo 10.

Passo 11. Dobrar o vértice L sobre o segmento FJ e o vértice E sobre o segmento FJ, formando quatro triângulos equiláteros (LFU, FUV, UVE e VEJ) apenas para vincar.

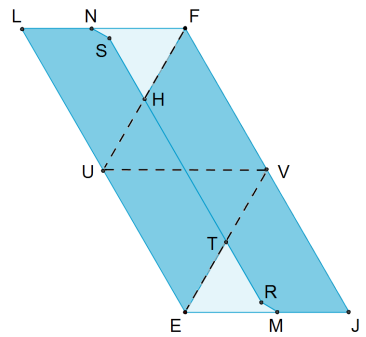



Figura 34 – Passo 11.

Comparando o módulo A e o módulo B teremos:

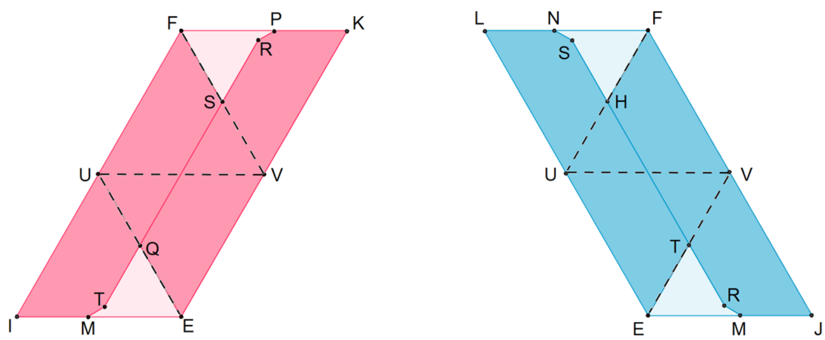



Figura 35 – Módulo A e Módulo B.

### 4.1.2 Módulo de Sonobe

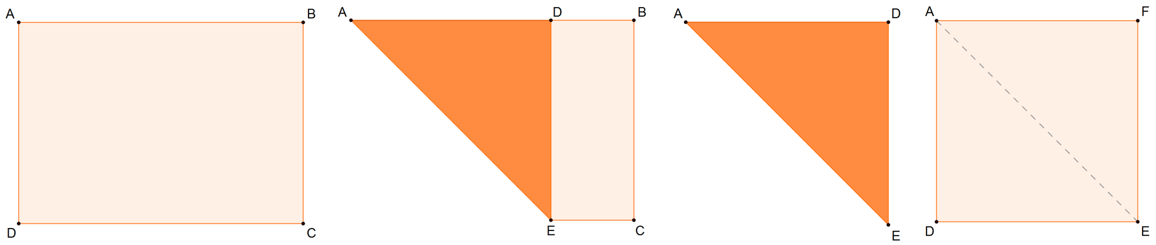
Para este módulo, vamos utilizar uma folha em formato quadrado que obtivemos redimensionando manualmente um papel sulfite A4 da seguinte maneira:

**a)** Iniciar com uma folha retangular e marcar os vértices A, B, C e D.

**b)** Dobrar o vértice D sobre o segmento AB e marcar o vinco, obtendo o ponto F (coincidente com D) e o ponto E.

**c)** Recortar e descartar o quadrilátero DBCE.

**d)** Abrir o triângulo ADE que restou para obter o quadrado AFED.




(a) (b) (c) (d)

Figura 36 – Processo de obtenção do quadrado.

#### 4.1.2.1 Módulo C

Passo 1. Iniciar com a folha no formato quadrado e marcar os vértices com as letras A, B, C e D.

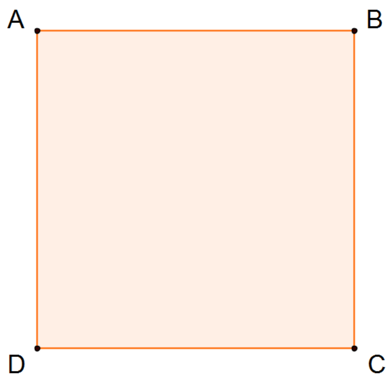



Figura 37 – Passo 1.

Passo 2. Dobrar a folha ao meio e marcar o vinco, obtendo o segmento EF.

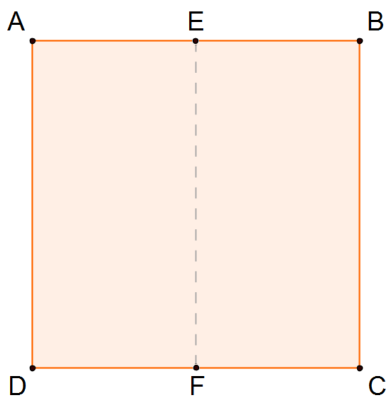



Figura 38 – Passo 2.

Passo 3. Dobrar cada metade obtida ao meio novamente, obtendo um quarto da folha, ou seja, o retângulo GIJH.

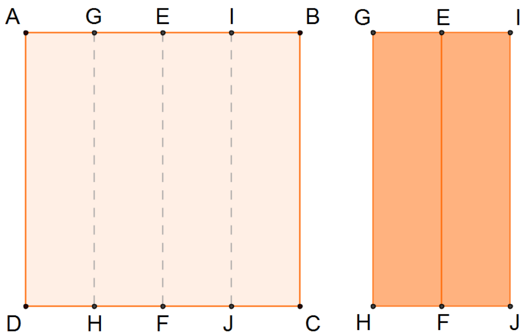



Figura 39 – Passo 3.

Passo 4. Colocar o dedo sobre o ponto I e dobrar o vértice G sobre o segmento IJ e marcar o vinco, obtendo o segmento KI e o ponto L.

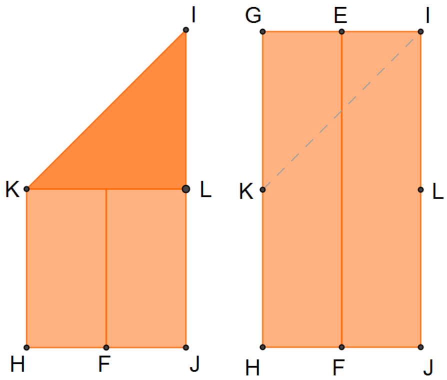



Figura 40 – Passo 4.

Passo 5. Abrir o lado direito, ou seja, passar o lado BC sobre IJ. Marcar o ponto M sobre o vinco que estará marcado, formando o segmento IM.

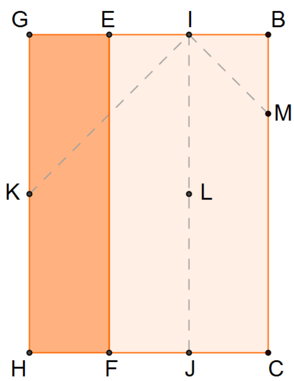



Figura 41 – Passo 5.

Passo 6. Dobrar o triângulo IBM sobre o segmento IJ.

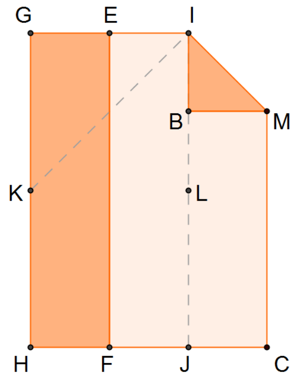



Figura 42 – Passo 6.

Passo 7. Dobrar o triângulo KGI sobre o segmento IJ, ou sobre o triângulo KLI.

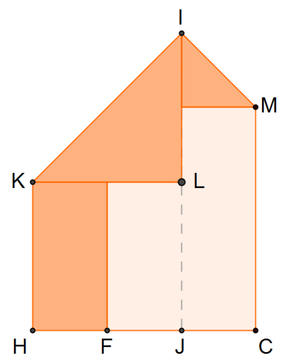



Figura 43 – Passo 7.

Passo 8. Dobrar o trapézio IJCM em torno do segmento IJ, e marcar o ponto O no segmento KI.

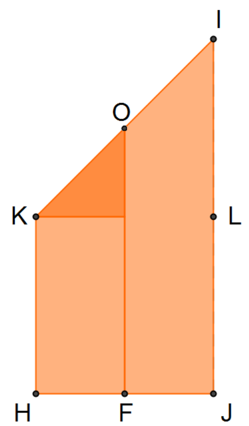



Figura 44 – Passo 8.

Passo 9. Dobrar o vértice J até o ponto K e marcar o vinco HL e, marcar o ponto N sobre o segmento EF.

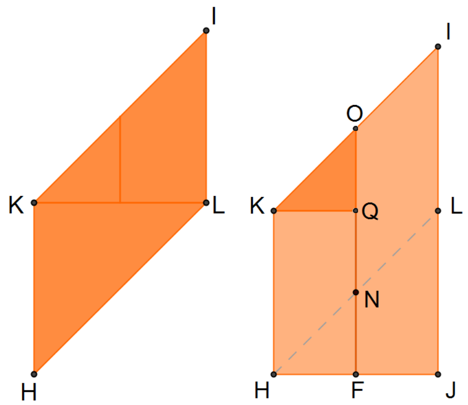



Figura 45 – Passo 9.

Passo 10. Dobrar o triângulo HFN para dentro e em torno do segmento HL.

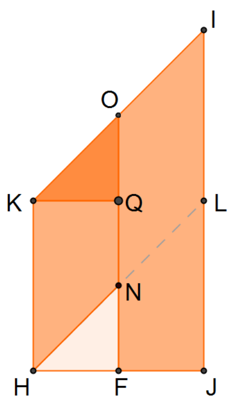



Figura 46 – Passo 10.

Passo 11. Dobrar o triângulo LJH em torno do segmento HL e por dentro do trapézio NHKQ.

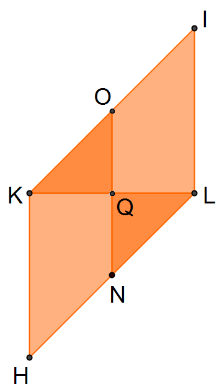



Figura 47 – Passo 11.

Passo 12. Dobrar o ponto I sobre o ponto L e o ponto H sobre o ponto K para marcar os vincos OL e KN.

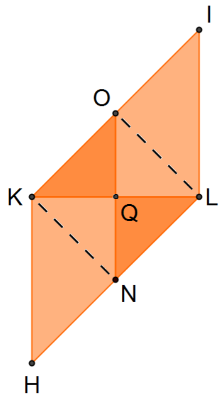



Figura 48 – Passo 12.

### 4.1.3 Módulo Pentagonal

Como na seção 4.1.2, este módulo será feito com um quadrado de 210 mm de lado e será utilizado para montar o dodecaedro regular.

#### 4.1.3.1 Módulo D

Passo 1. Iniciar com a folha no formato quadrado e marcar os vértices A, B, C e D.

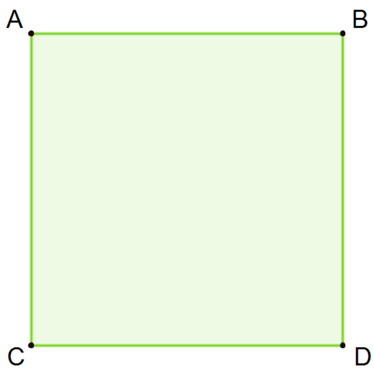



Figura 49 – Passo 1.

Passo 2. Dobrar a folha ao meio e marcar o vinco, obtendo o segmento EF.

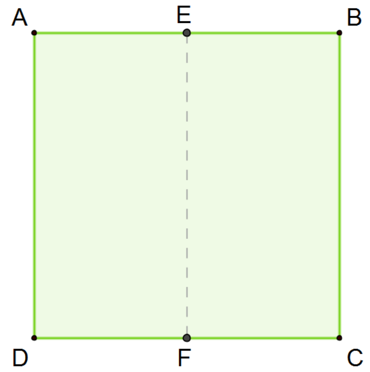



Figura 50 – Passo 2.

Passo 3. Dobrar cada metade ao meio novamente, ou seja, o segmento AD sobre o segmento EF e o segmento BC sobre o segmento EF. Marcar os vincos, obtendo os segmentos GH e IJ.

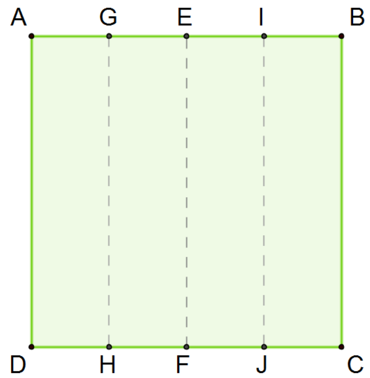



Figura 51 – Passo 3.

Passo 4. Dobrar o segmento AD sobre o segmento GH e o segmento BC sobre o segmento IJ. Marcar os vincos, obtendo os segmentos KL e MN.

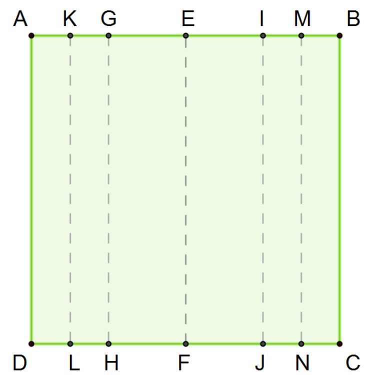



Figura 52 – Passo 4.

Passo 5. Dobrar o segmento AB sobre o segmento DC. Marcar o vinco e os pontos O, P, Q e R.

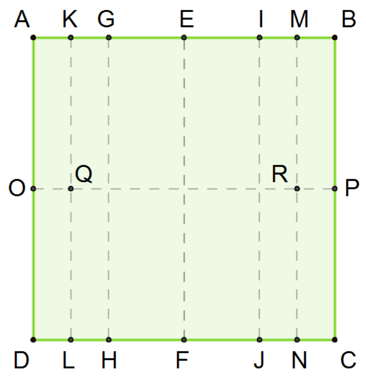



Figura 53 – Passo 5.

Passo 6. Dobrar o retângulo AKLD sobre o retângulo KGHL e o retângulo BMNC sobre o retângulo MIJN.

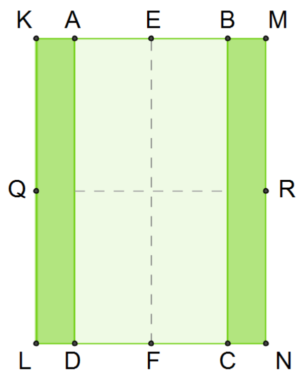



Figura 54 – Passo 6.

Passo 7. Dobrar o retângulo MEFN sobre o retângulo KEFL.

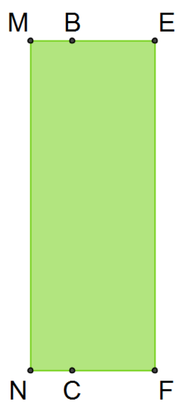



Figura 55 – Passo 7.

Passo 8. Dobrar o vértice M para o lado direito, em torno do segmento ER.

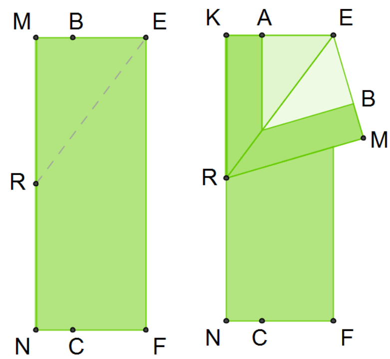



Figura 56 – Passo 8.

Passo 9. Dobrar o vértice N para a direita, em torno do segmento FR.

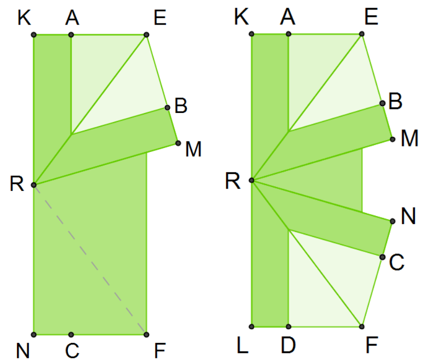



Figura 57 – Passo 9.

10. Virar a folha e repetir os passos 8 e 9. Dobrar o vértice K em torno do segmento ER e o vértice L em torno do segmento FR.

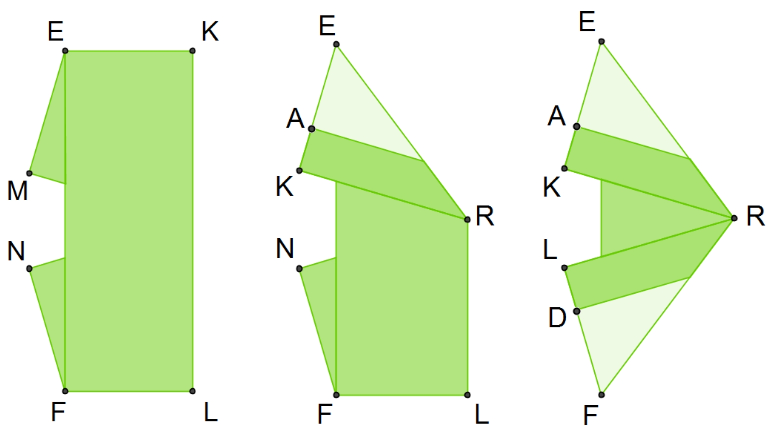



Figura 58 – Passo 10.

Passo 11. Abra a folha em torno do segmento EF, colocando os vértices K e L por cima dos vértices M e N.

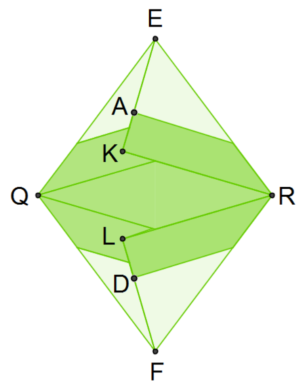



Figura 59 – Passo 11.

Passo 12. Vire a folha. Dobrar os vértices Q e R sobre o segmento EF.

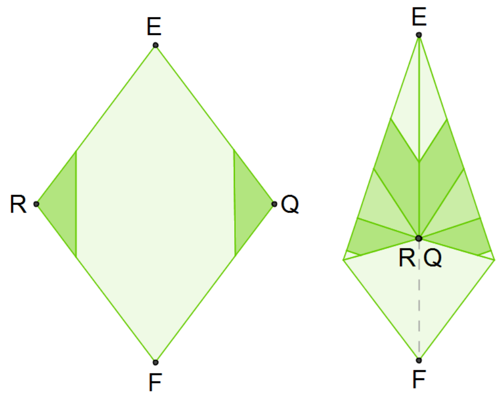



Figura 60 – Passo 12.

Passo 13. Abrir totalmente a folha e observar os vincos formados.

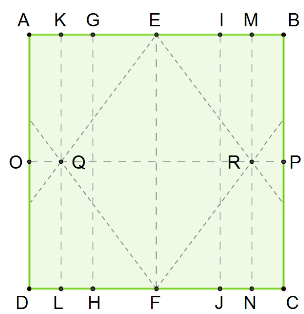



Figura 61 – Passo 13.

Passo 14. Dobrar o vértice A sobre o segmento EQ, o vértice B sobre o segmento ER, o vértice C sobre o segmento FR e o vértice D sobre o segmento FQ, obtendo os novos pontos S, T, U e V.

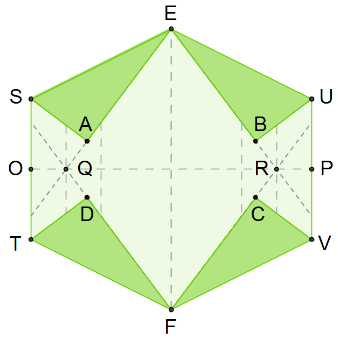


Figura 62 – Passo 14.

Passo 15. Dobrar o vértice S em torno do segmento EQ e o vértice V em torno do segmento FR. Marcar os pontos X e W.

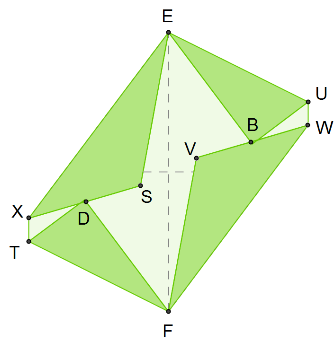


Figura 63 – Passo 15.

Passo 16. Dobrar o vértice U em torno do segmento EB e o vértice T em torno do segmento FD.

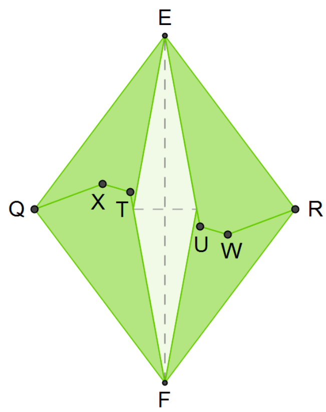


Figura 64 – Passo 16.

Passo 17. Dobrar o vértice R sobre o vértice Q. Observar um segmento com início no vértice E e marcar o ponto Y no final do segmento.

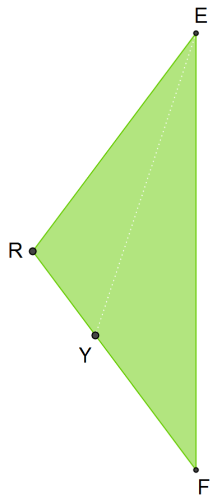



Figura 65 – Passo 17.

Passo 18. Dobrar o vértice E sobre o ponto Y e o marcar os pontos Z e $A_1$. Em seguida dobrar o vértice F sobre o ponto Z e marcar o ponto $B_1$. Marcar os vincos. O pentágono ZRY$B_1A_1$ servirá como as faces do dodecaedro regular e os triângulos EZ$A_1$ e FY$B_1$ serão as abas para encaixe.

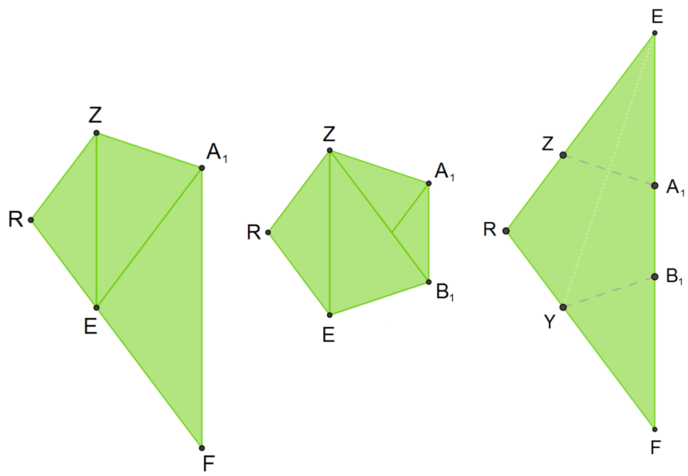



Figura 66 – Passo 18.

Todos os módulos elaborados nesta seção:

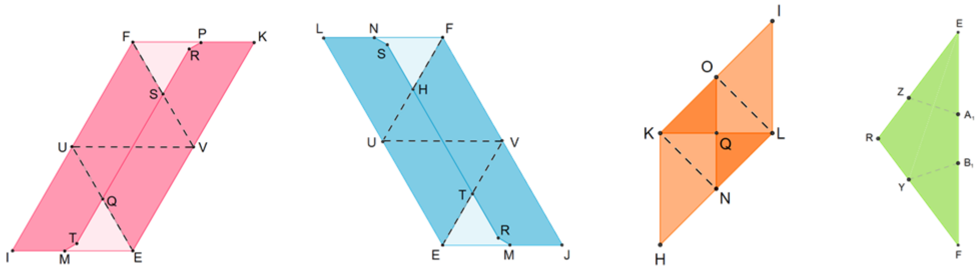



Figura 67 – Módulos A, B, C e D.

## 4.2 Montagem dos Poliedros de Platão

Nesta seção explicaremos como fazer os encaixes dos módulos elaborados na seção 4.1, para a montagem dos Poliedros de Platão através do origami modular. Quanto mais cores forem utilizadas nos módulos, mais bonito e atrativo será o resultado final. Todas as fotos desta seção, de módulos e poliedros elaborados pelo autor, foram tiradas por Reinaldo Mizutani[3], com a orientação do autor.

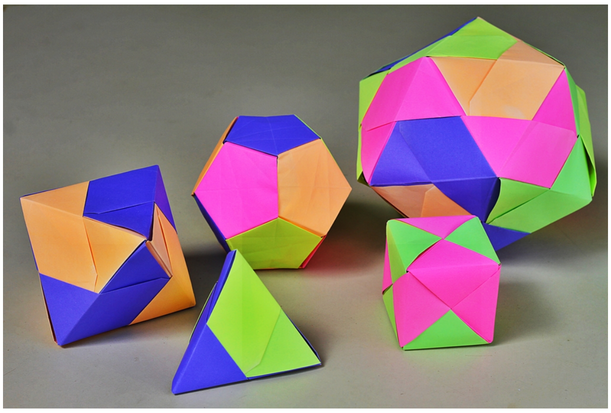


Figura 68 – Poliedros de Platão com origami modular.

### 4.2.1 *Tetraedro Regular*

Para a montagem do tetraedro serão necessários um módulo A (seção 4.1.1.1) e um módulo B (seção 4.1.1.2). Em cada módulo, os dois triângulos equiláteros centrais darão origem a duas faces do tetraedro e os dois triângulos equiláteros das extremidades serão as abas que se encaixarão em outros módulos.

[3] Técnico para assuntos Administrativos do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – <reinaldo@icmc.usp.br>

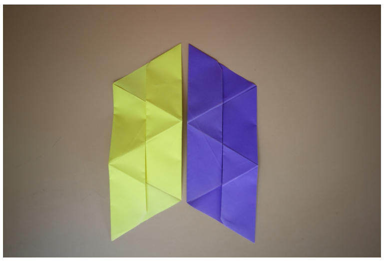


Figura 69 – Módulos para a montagem do tetraedro.

Passo 1. Inicie encaixando a extremidade de um módulo por dentro do segundo triângulo do outro módulo, conforme mostra a figura abaixo:

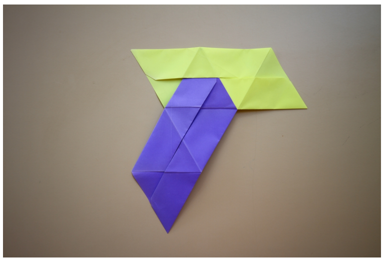


Figura 70 – Passo 1.

Passo 2. Vire os módulos encaixados:

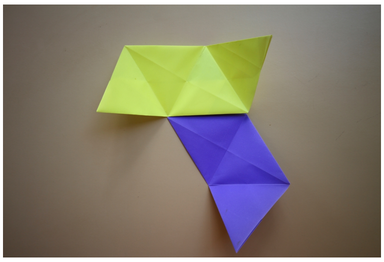


Figura 71 – Passo 2.

Passo 3. Vire a extremidade de um dos módulos por cima do outro e encaixe a aba mais próxima nele. Repita esse processo mais um vez e o tetraedro estará formado. As abas sempre serão encaixadas passando por cima de um outro módulo.

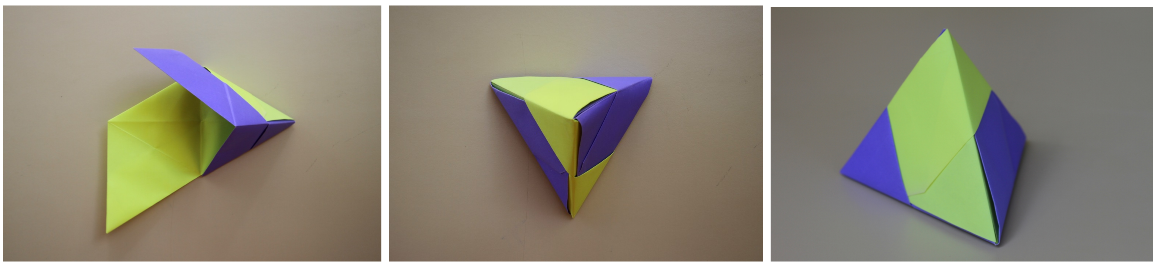


Figura 72 – Passo 3.

### 4.2.2 Hexaedro Regular

Para a montagem do hexaedro serão necessários seis módulos C (4.1.2.1). Em cada módulo, o quadrado central dará origem a uma face do hexaedro e os dois triângulos retângulos das extremidades serão as abas que se encaixarão em outros módulos.

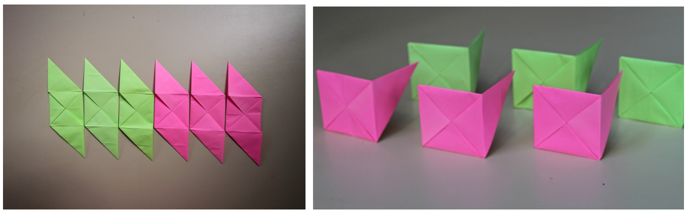


Figura 73 – Módulos para a montagem do hexaedro.

Passo 1. Inicie encaixando dois módulos em um terceiro, nas extremidades do quadrado central que não contém abas triangulares.

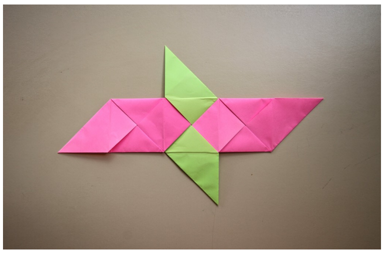


Figura 74 – Passo 1.

Passo 2. Encaixe um quarto módulo entre duas abas próximas.

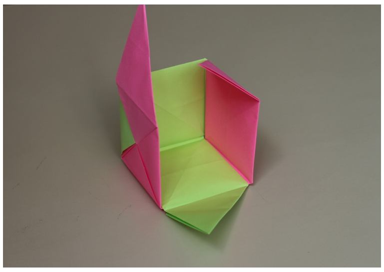


Figura 75 – Passo 2.

Passo 3. Prossiga encaixando os dois módulos que sobraram para formar o hexaedro.

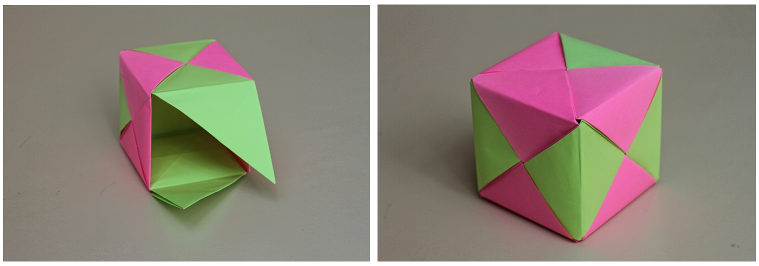


Figura 76 – Passo 3.

### 4.2.3 Octaedro Regular

Para a montagem do octaedro serão necessários quatro módulos A (seção 4.1.1.1). Em cada módulo, os dois triângulos equiláteros centrais darão origem a duas faces do octaedro e os dois triângulos equiláteros das extremidades serão as abas que se encaixarão em outros módulos.

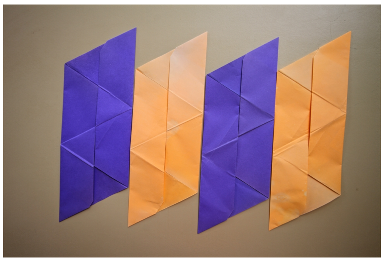


Figura 77 – Módulos para a montagem do octaedro.

Para formar o octaedro serão feitas duas pirâmides de base quadrada e, em seguida, elas serão encaixadas.

Passo 1. Inicie encaixando um módulo no segundo triângulo equilátero de outro módulo. Repita esse procedimento com dois outros módulos para elaborar as duas pirâmides simultaneamente.

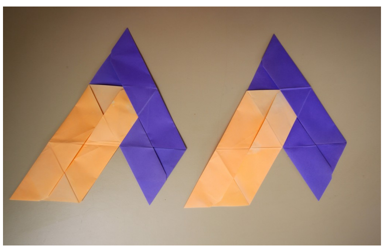


Figura 78 – Passo 1.

Passo 2. Passe a extremidade de um módulo por cima do outro e encaixe a aba mais próxima nele, formando quatro faces triangulares com duas abas sem encaixe (pirâmides quadrangulares).

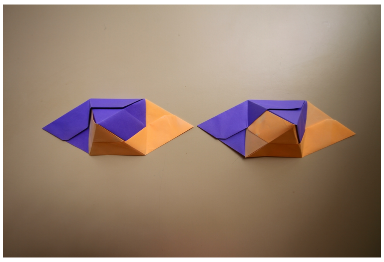


Figura 79 – Passo 2.

Passo 3. Encaixe as duas pirâmides alternando as abas e o octaedro estará formado.

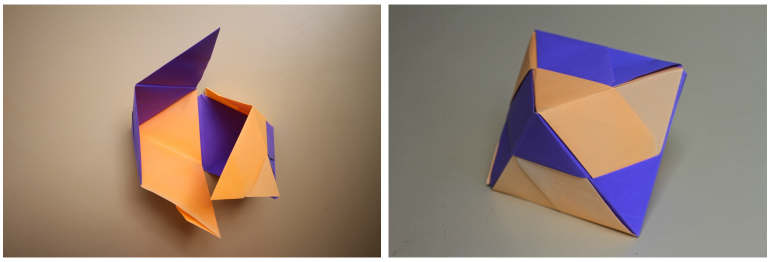


Figura 80 – Passo 3.

### 4.2.4 Dodecaedro Regular

Para a montagem do dodecaedro serão necessários doze módulos D (4.1.3.1). Em cada módulo, o pentágono central dará origem a uma face do dodecaedro e os dois triângulos das extremidades serão as abas que se encaixarão em outros módulos.

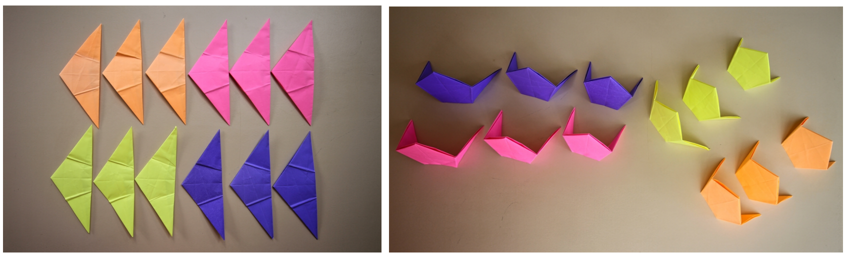


Figura 81 – Módulos para a montagem do dodecaedro.

Passo 1. Posicione quatro módulos como na imagem e, em seguida, encaixe os dois horizontais nos dois verticais:

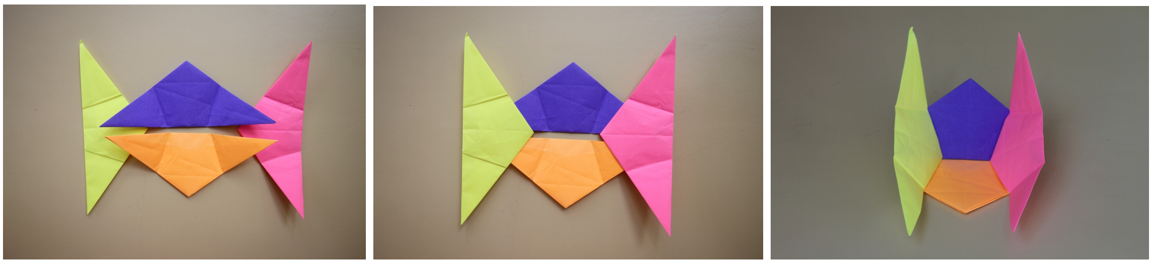


Figura 82 – Passo 1.

Passo 2. Encaixe mais dois módulos nas aberturas dos módulos horizontais:

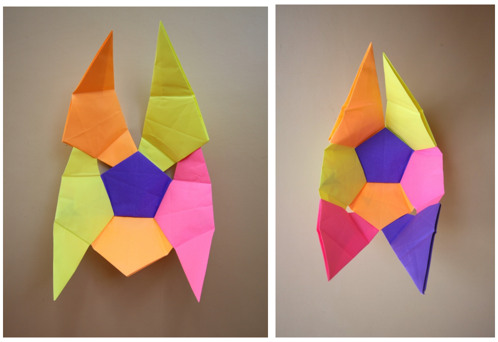


Figura 83 – Passo 2.

Passo 3. Selecione mais um módulo e encaixe, ao mesmo tempo, em duas abas de dois módulos vizinhos. Repita esse procedimento com todos os módulos restantes para obter o dodecaedro.

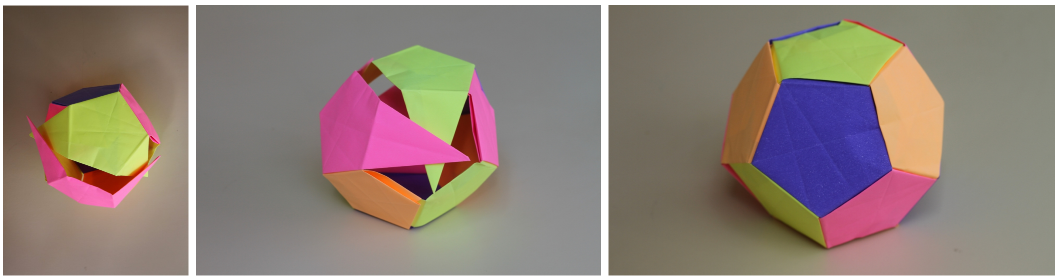


Figura 84 – Passo 3.

### 4.2.5 Icosaedro Regular

Para a montagem do icosaedro serão necessários cinco módulos A (4.1.1.1) e cinco módulos B (4.1.1.2). Em cada módulo, os dois triângulos equiláteros centrais darão origem a duas faces do icosaedro e os dois triângulos equiláteros das extremidades serão as abas que se encaixarão em outros módulos.

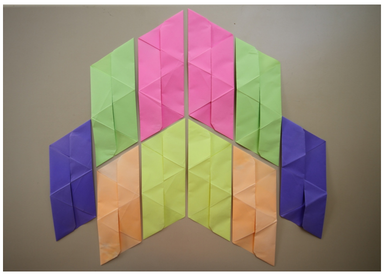


Figura 85 – Módulos para a montagem do icosaedro.

Passo 1. Inicie encaixando a extremidade de um módulo B por dentro do segundo triângulo de um módulo A, desta forma:

Figura 86 – Passo 1.

Passo 2. Repita esse passo até acabarem todos os módulos. Será formada uma figura que remete a uma espinha de peixe:

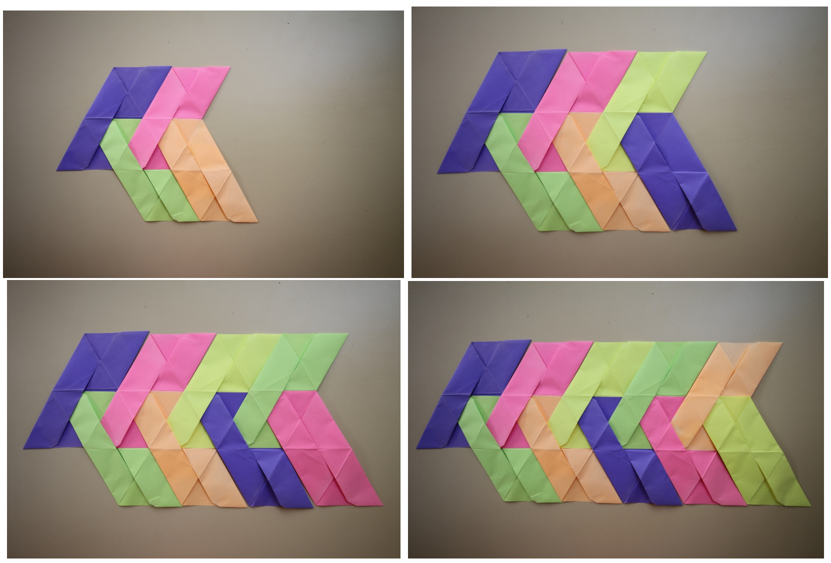


Figura 87 – Passo 2.

Passo 3. Vire a figura formada em 180 (se necessário, utilize clips para manter cada módulo em seu devido lugar):

Figura 88 – Passo 3.

Passo 4. Encaixe os módulos que se encontram em extremidades opostas:

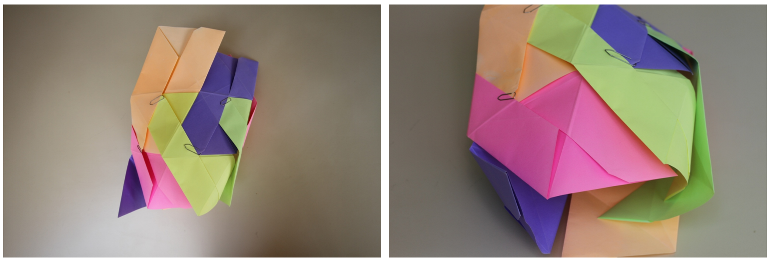


Figura 89 – Passo 4.

Passo 5. Em seguida, encaixe as pontas dos módulos das laterais que ficaram abertas, sempre no módulo da frente e por cima deste, formando um único vértice:

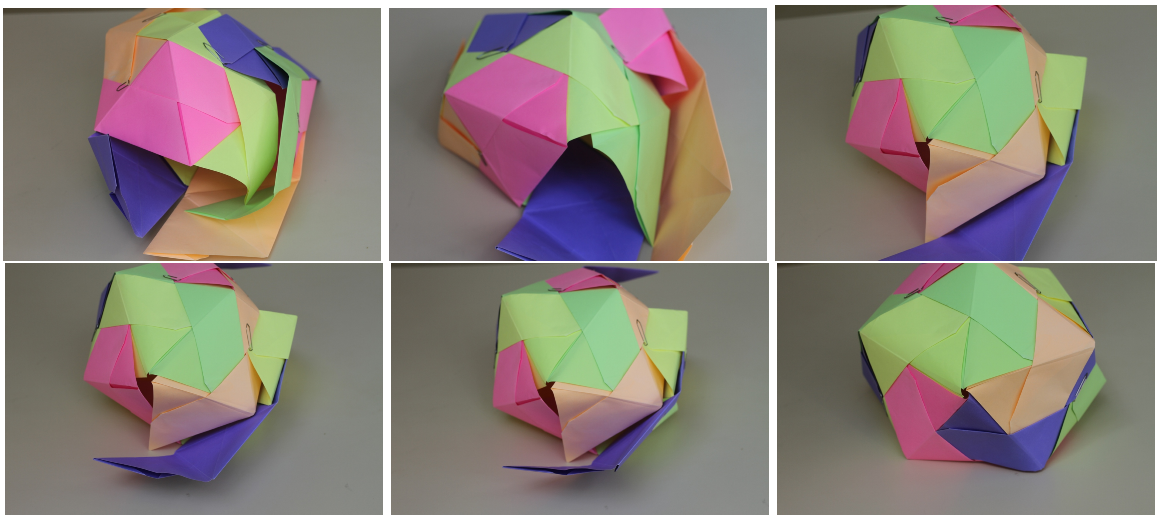


Figura 90 – Passo 5.

Passo 6. Após fechar as duas laterais, o icosaedro estará montado:

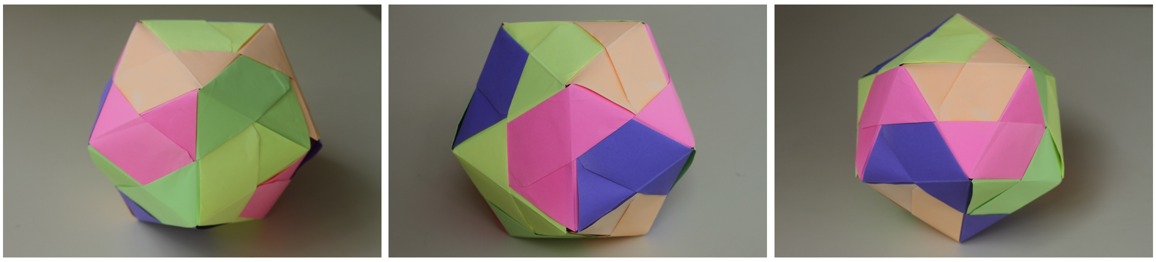


Figura 91 – Passo 6.

Por fim, temos os Poliedros de Platão elaborados com o origami modular que estarão nas sugestões de práticas de ensino do próximo capítulo.

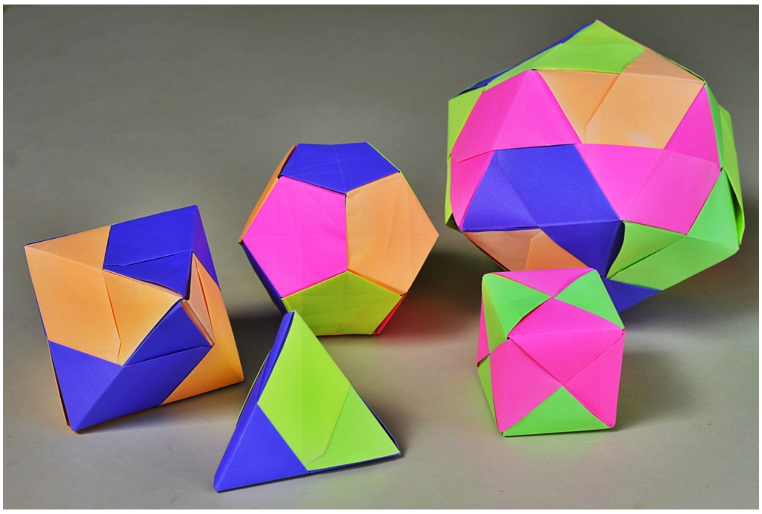


Figura 92 – Poliedros de Platão com origami modular.

CAPÍTULO 5

# SUGESTÕES DE PRÁTICAS DE ENSINO UTILIZANDO OS POLIEDROS DE PLATÃO

Apresentamos neste capítulo sugestões de práticas de ensino, para as aulas de geometria do Ensino Fundamental, que utilizam os Poliedros de Platão elaborados com origami modular. As práticas podem ser ajustadas e adaptadas de acordo com a série que serão aplicadas.

Para todas as práticas que elaboramos é necessário os Poliedros de Platão feitos com origami modular. O Professor pode aplicar o projeto de elaboração dos poliedros com origami modular no início do ano e, se possível, guardá-los em algum armário da escola para que tenha sempre à mão quando um conteúdo de geometria for trabalhado nas aulas de matemática.

Recomendamos que cada aluno tenha o seu "diário de bordo", que pode ser um caderninho pequeno ou uma parte do caderno de matemática, onde ele irá registrar todos os procedimentos das aulas para consultar sempre que sentir necessidade. A nossa ideia é que no final do ano ele tenha elaborado seu próprio material de estudo de geometria com esse diário de bordo.

## 5.1 Roteiro das aulas para confecção dos Poliedros de Platão com origami modular

Começaremos abordando o tema poliedros com os alunos, ouvindo o que eles têm a falar sobre o tema e escrevendo na lousa as principais ideias que surgirão. Já podemos explorar os prefixos utilizados na nomenclatura dos poliedros, como por exemplo, o que significa *tetra* ou *penta*, que na minha prática docente percebi que os alunos conhecem e sabem o que significam esses prefixos devido aos títulos de futebol das equipes nacionais. Acreditamos que a discussão professor-aluno sobre conhecimentos prévios é de fundamental importância para saber de qual ponto iniciar um assunto e quais possíveis conceitos precisarão ser retomados. Em minhas aulas, sempre procurei utilizar definições informais, com as palavras sugeridas pelos alunos, para auxiliar na fixação e no entendimento dos conceitos, e obtive bons resultados.

Falaremos agora sobre Platão aos alunos, sobre quem ele foi, sobre a sua trajetória, suas descobertas, seus livros, e sua relação com os cinco poliedros regulares, bem como o porquê deles serem conhecidos como Poliedros de Platão. Atualmente com a tecnologia avançando e se tornando cada vez mais acessível a escola se tornou pouco interessante aos alunos e para aproximarmos a tecnologia com a escola sugerimos incluir uma televisão com notebook conectado, ou um projetor multimídia ou, ainda, um *tablet* na sala de aula para mostrar vídeos sobre Platão. Pesquisando na *internet* encontramos dois vídeos de curta duração para deixar como sugestão que estão no Anexo A e na seção 3.4 há um resumo que pode auxiliar.

A nossa conversa agora será sobre origami. Acreditamos, por observações em salas de aula, que alguns alunos podem já conhecer essa palavra ou ter visto/elaborado um origami simples, mas não haverá problemas se eles não conhecerem. Uma nova conversa para esclarecimento será iniciada, inclusive explorando os tipos menos comuns de origami – o composto e o modular. Como apoio, sugerimos a seção 2.1 que abrange o assunto. Essa etapa de discussões e descobertas sobre os poliedros, Platão e origami, poderá ser a inauguração do diário de bordo dos alunos.

Para a elaboração dos Poliedros de Platão sugerimos dividir os alunos em grupos e que cada aluno desses grupos elabore pelo menos um módulo. Como são cinco poliedros, a princípio, pensamos em dividir os alunos em cinco grupos, onde cada grupo montaria um poliedro de Platão, mas, levando em conta que o dodecaedro e o icosaedro precisam de doze e dez alunos, respectivamente, e o fato da experiência docente alertar que grupos com muitos integrantes acabam dispersando, gerando muita conversa e até mesmo indisciplina, vamos sugerir que dois grupos de seis alunos cada fiquem responsáveis pelos módulos do dodecaedro e dois grupos de cinco alunos cada fiquem com os módulos do icosaedro.

Tabela 2 – Grupos para elaboração do poliedros.

| Poliedro | Grupo | Quantidade de integrantes | Módulo |
|---|---|---|---|
| Tetraedro | Grupo A | 2 alunos | 1 módulo A e 1 módulo B |
| Hexaedro | Grupo B | 6 alunos | 6 módulos C |
| Octaedro | Grupo C | 4 alunos | 4 módulos A |
| Dodecaedro | Grupo D | 6 alunos | 12 módulos D |
| | Grupo E | 6 alunos | |
| Icosaedro | Grupo F | 5 alunos | 5 módulos A e cinco módulo B |
| | Grupo G | 5 alunos | |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Após a divisão dos grupos, entregaremos uma folha com as instruções das dobraduras de cada módulo e como deve ser feito o encaixe desses módulos para formar o poliedro em questão.

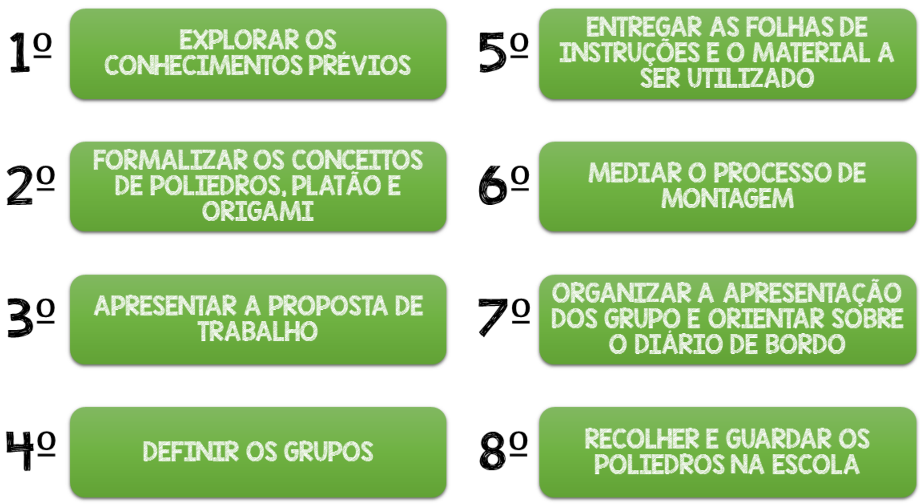
Seria interessante entregar uma folha por aluno para que cada um interprete-a. Entregaremos, agora, as folhas que serão transformadas em módulos que podem ser sulfite A4, cartolina ou papel (papel dobradura). Essas folhas podem ser coloridas para obtermos um trabalho esteticamente mais atrativo e o tamanho que se espera dos poliedros prontos que dirá o tamanho do papel a ser utilizado, aconselhamos o popular e fácil de encontrar papel sulfite A4. Uma sugestão para tornar o projeto multidisciplinar é utilizar o papel reciclado confeccionado pelos alunos e, depois dos poliedros prontos, eles decorem com tinta guache, purpurina, canetinhas ou lápis de cor.

Enquanto os grupos iniciam a dobradura dos módulos, o professor poderá andar pela sala de aula orientando e tirando dúvidas que surgirão. Uma alternativa é o professor dar o passo a passo para a dobradura dos módulos a frente da sala e os alunos irem seguindo os passos, porém, quando o professor faz com que os alunos interpretem sozinhos as instruções de montagens, está desenvolvendo outras habilidades como investigação, senso crítico, interpretação de diferentes linguagens.

Após todos os grupos terem feito seus módulos, é chegado o momento do encaixe. Cada grupo pode tentar encaixá-los para formar o poliedro e caso eles demonstrem dificuldades o professor poderá intervir.

Quando todos os poliedros estiverem prontos, cada grupo apresentará o seu para os demais colegas para que anotem no diário de bordo. Pediremos também que eles tentem fazer um desenho de cada poliedro ao lado do nome e das caraterísticas que o professor achar pertinente anotar, a quantidade de faces, vértices e arestas, por exemplo. Após a apresentação de todos os poliedros nossa sugestão é que o professor guarde-os em algum armário disponível na escola para que os tenha sempre à mão.

Figura 93 – Resumo para o professor.




Fonte: Elaborada pelo autor.

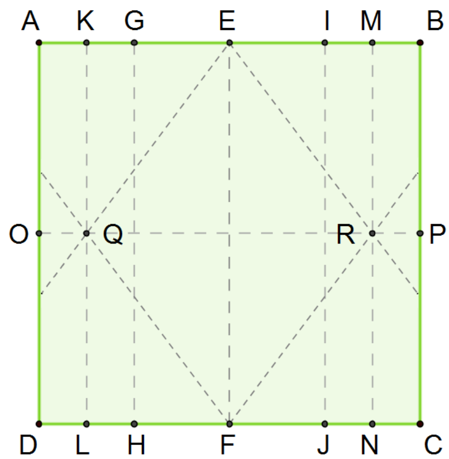
## 5.2 Relacionando conceitos geométricos com o origami modular

### 5.2.1 Trabalhando com as retas: paralelas, concorrentes e coincidentes

Para trabalhar a classificação de retas com os alunos, não será necessário que os poliedros estejam montados. Apenas com a abertura de um dos módulos apresentados no capítulo 4 será suficiente, mas em seguida seria interessante também identificar as retas nos poliedros já montados.

Escolhemos o módulo pentagonal para dar a sugestão de como complementar as aulas de classificação de retas. No Passo 13 (61) da elaboração do módulo pentagonal é possível trabalhar os tipos de retas que constam nos livros didáticos do Ensino Fundamental: as retas paralelas, as retas concorrentes e as retas coincidentes. Dentro do estudo das retas concorrentes é muito importante ressaltar as retas perpendiculares.

Figura 94 – Passo 13 do módulo pentagonal.



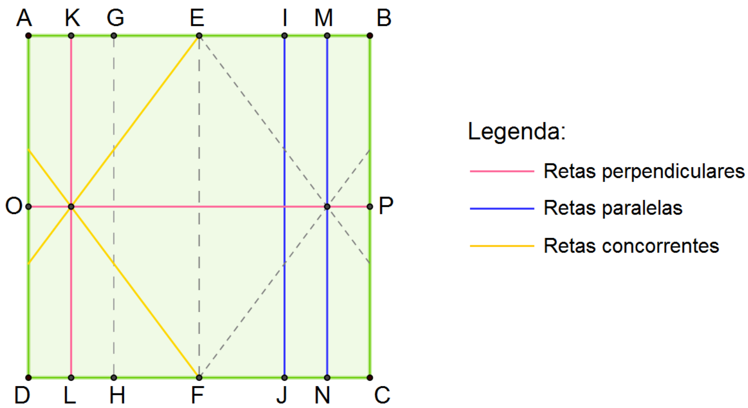

Fonte: Elaborada pelo autor.

O trabalho pode ser de investigação, quando pedimos que os alunos destaquem o que eles consideram ser uma par de retas paralelas, um par de retas concorrentes e um par de retas concorrentes que sejam perpendiculares, estipulando uma cor para cada par. Por exemplo: destacar com lápis de cor azul um par de retas paralelas, com a cor amarela um par de retas concorrente e com a cor rosa um par de retas perpendiculares. Em seguida podemos pedir que alguns alunos mostrem como fizeram a atividade para iniciar a formalização dos conceitos.

A atividade também pode ser aplicada como verificação de aprendizagem, feita posteriormente ao estudo das retas no livro didático, agindo do mesmo modo que o processo de investigação citado no parágrafo anterior.

Após os alunos identificarem todos os pares de retas pedidos, eles poderão apresentar suas respostas e colarem o módulo com as retas destacadas em seu diário de bordo fazendo uma legenda para com as cores utilizadas em cada par de retas.

Figura 95 – Passo 13 do módulo pentagonal com as retas destacadas e a respectiva legenda.




Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.2.2 Ângulos

Utilizando o mesmo módulo e o mesmo procedimento da secção anterior (5.2.1), podemos trabalhar a classificação de ângulos. Os alunos identificarão ângulos com medidas inferiores a 90°, iguais a 90° e superiores a 90°, passando por todos os ângulos notáveis. Novamente uma escala de cores é interessante para padronizar os resultados e facilitar a correção.

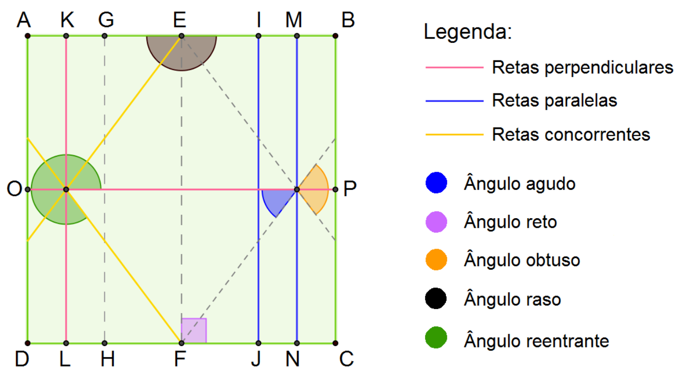
Tabela 3 – Classificação de ângulos.

| **Classificação dos ângulos** | **Medidas** |
|---|---|
| Nulo | 0° |
| Agudo | Entre 0° e 90° |
| Reto | 90° |
| Obtuso | Entre 90° e 180° |
| Raso | 180° |
| Reentrante | Entre 180° e 360° |
| Um volta | 360° |

Fonte: Brancalhão *et al.* (2016).

Após a identificação, os alunos deverão criar uma nova legenda para os diferentes ângulos encontrados. Neste caso utilizamos o azul para ângulo obtuso, o roxo para ângulo reto, o amarelo para ângulo obtuso, o preto para ângulo raso e o verde para ângulo reentrante.

Figura 96 – Passo 13 do Módulo Pentagonal com as retas e os ângulos destacados.




Fonte: Elaborada pelo autor.

Outra sugestão é trabalhar com o transferidor. Os alunos poderão medir os ângulos internos das faces dos poliedros elaborados no capítulo 4 para constatarem se os polígonos das faces são regulares. A partir desse ponto, também podemos falar sobre soma dos ângulos internos dos polígonos.

O módulo com a identificação das retas e dos ângulos poderão ser colados no diário de bordo ao final da atividade e os alunos poderão construir uma tabela com as medidas dos ângulos internos das daces dos poliedros medidas com o transferidor.

Tabela 4 – Tabela de ângulos internos.

| **Poliedro** | **Polígono da face** | **Medida do ângulo interno** | **Soma dos ângulos internos** |
|---|---|---|---|
| Tetraedro<br>Octaedro<br>Icosaedro | Triângulo | $60^\circ$ | $180^\circ$ |
| Hexaedro | Quadrado | $90^\circ$ | $360^\circ$ |
| Dodecaedro | Pentágono | $108^\circ$ | $540^\circ$ |

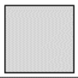
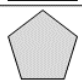
Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.2.3 Trabalhando figuras geométricas planas: polígonos

A partir dos poliedros elaborados, poderemos explorar os polígonos das faces desses poliedros e já aproveitar para trabalhar nomenclatura dos polígonos, quantidade de lados, quantidade de diagonais, cálculo do perímetro e da área de cada um.

Com os poliedros em mãos, os alunos organizarão todas as informações da face do poliedro que pertence ao seu respectivo grupo e anotar no diário de bordo. Em seguida, reuniremos as informações de todos os grupos em uma tabela na lousa para que os alunos possam anotar as informações obtidas por outros grupos. Um exemplo de como pode ser essa tabela é:

Figura 97 – Características dos polígonos.

| POLÍGONO | NOME | QUANTIDADE DE LADOS | QUANTIDADE DE DIAGONAIS | PERÍMETRO | ÁREA |
|---|---|---|---|---|---|
|  | TRIÂNGULO | 3 | 0 | SOMA DAS MEDIDAS DOS LADOS | $\frac{BASE\ X\ ALTURA}{2}$ |
|  | QUADRADO | 4 | 2 | SOMA DAS MEDIDAS DOS LADOS | $LADO\ X\ LADO$ OU $(LADO)^2$ |
|  | PENTÁGONO | 5 | 5 | SOMA DAS MEDIDAS DOS LADOS | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Todas as informações que não constarem na tabela, os demais colegas de classe poderão dar sugestões, gerando uma discussão sobre o tema.

A partir dos três polígonos presentes nos Poliedros de Platão, poderemos complementar o estudo e trabalhar os polígonos mais corriqueiros como hexágono, heptágono, até o icoságono. Para auxiliar, pesquisamos os nomes de todos os polígonos de três a vinte lados:

Tabela 5 – Nomenclatura dos polígonos até vinte lados.

| **Número de lados** | **Nome do polígono** |
|---|---|
| 3 | Triângulo |
| 4 | Quadrilátero |
| 5 | Pentágono |
| 6 | Hexágono |
| 7 | Heptágono |
| 8 | Octógono |
| 9 | Eneágono |
| 10 | Decágono |
| 11 | Undecágono |
| 12 | Dodecágono |
| 13 | Tridecágono |
| 14 | Tetradecágono |
| 15 | Pentadecágono |
| 16 | Hexadecágono |
| 17 | Heptadecágono |
| 18 | Octadecágono |
| 19 | Eneadecágono |
| 20 | Icoságono |

Fonte: Brancalhão *et al.* (2016).

Pode-se falar, também, sobre polígono convexo e não convexo, e trabalhar o efeito da palavra *regular* na sequência do nome de um polígono. Ficará sempre a critério do professor o quanto ele pode aprofundar o assunto.

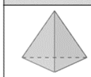
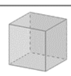
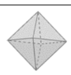
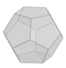
Todos o processo poderá ser registrado no diário de bordo para que, algumas aulas depois, os alunos tenham todo o conteúdo de polígonos do Ensino Fundamental anotado em seus diários de bordo para consultarem sempre que acharem necessário. Esse processo poderá agregar dinâmica, trabalho em equipe e qualidade às aulas de geometria.

### 5.2.4 Trabalhando figuras geométricas espaciais: poliedros

A partir dos Poliedros de Platão elaborados com o origami modular, o professor pode explorar todas as características que os envolvem, como a nomenclatura, quantidade de arestas, vértices e faces, a *Relação de Euler*[1], conceito de ser ou não convexo, o polígono da face de cada poliedro, regularidade, o cálculo de áreas superficiais e de volumes, e a classificação segundo diversos pontos de vista. O aprofundamento em qualquer um desses assuntos dependerá da série aplicada.

Assim como foi trabalhado com os polígonos (seção 5.2.3), os alunos começarão anotando os dados que conhecem sobre os poliedros em seus diários de bordo e, em seguida, o poderemos reunir os dados dos alunos em uma tabela na lousa e complementá-la, caso necessário:

Figura 98 – Características dos poliedros.

| POLIEDRO | NOME | QUANTIDADE DE FACES | QUANTIDADE DE ARESTAS | QUANTIDADE DE VÉRTICES | POLÍGONO DA FACE |
|---|---|---|---|---|---|
|  | TETRAEDRO | 4 | 6 | 4 | TRIÂNGULO |
|  | HEXAEDRO (CUBO) | 6 | 12 | 8 | QUADRADO |
|  | OCTAEDRO | 8 | 12 | 6 | TRIÂNGULO |
|  | DODECAEDRO | 12 | 30 | 20 | PENTÁGONO |
|  | ICOSAEDRO | 20 | 30 | 12 | TRIÂNGULO |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Este pode ser o momento de trabalhar a Relação de Euler para poliedros convexos com os alunos que, resumindo, afirma que subtraindo a quantidade de arestas (A) da soma da quantidade de vértices (V) com a quantidade de faces (F), o resultado sempre será 2. Esquematizando

[1] Importante relação entre o número de vértices, o número de arestas e o número de faces de um poliedro convexo (DANTE, 2009)

teremos:

$$A + F - A = 2 \tag{5.1}$$

Assegurando que os alunos já conhecem as áreas dos polígonos contidos nas faces dos poliedros - triângulo, retângulo e pentágono - poderemos desafiar os grupos a deduzirem uma fórmula para o cálculo da área total da superfície de cada poliedro e, em seguida, medirem as arestas dos seus poliedros para aplicar nessa fórmula e calcular sua área total. Novamente consideramos importante que cada grupo anote em seu diário de bordo e apresente para os demais colegas de classe sua estratégia, fórmula e cálculos, para que os demais grupos possam fazer os devidos registros.

Esse mesmo método pode ser repetido com o cálculo do volume dos poliedros, onde acreditamos que será necessária a mediação do professor, principalmente com os grupos que ficaram com o dodecaedro e o icosaedro regular, que são os mais complexos. Se necessário, poderemos restringir o cálculo do volume ao tetraedro, hexaedro e octaedro.

A partir dos estudos dos Poliedros de Platão, poderemos trabalhar com pirâmides e prismas, generalizando fórmulas e conceitos.

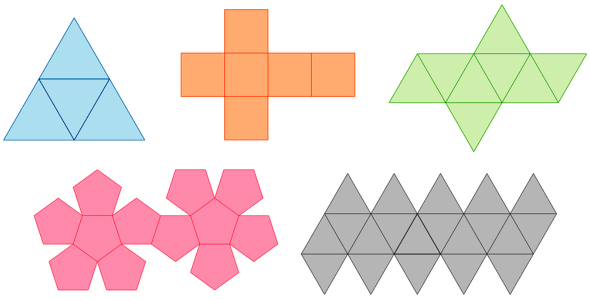
### 5.2.5 Planificação dos Poliedros de Platão

Aproveitando os poliedros montados, segundo o roteiro da seção 5.2.4, podemos explorar a planificação de cada um deles com os alunos.

Pediremos para que cada grupo elabore uma possível planificação do poliedro que montou e, em seguida, recorte e teste essa planificação para verificar se ela realmente culminará no poliedro do grupo. Quando todos os grupos conseguirem chegar a uma planificação que forme seu poliedro, eles apresentarão aos demais colegas para que todos possam registrar em seus diários de bordo.

No caso de algum grupo não conseguir elaborar uma planificação de seu poliedro, o professor poderá mediar a situação dando algumas dicas para que eles consigam terminar a atividade com sucesso. Acreditamos que o dodecaedro e o icosaedro sejam os mais complexos. Outra opção é pedir sugestões a todos os alunos da sala para que cheguem, juntos, a uma planificação daquele poliedro.

Figura 99 – Uma possível planificação para cada Poliedro de Platão.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.2.6 Feira de Ciências

Muitas escolas realizam anualmente a chamada Feira de Ciências, onde os alunos apresentam projetos com fundamentação científica e convidam seus familiares e amigos a visitarem a escola. Por experiência própria, raramente os alunos apresentam projetos matemáticos e quando converso com eles para entender os motivos, eles alegam não considerarem a matemática como uma ciência. Por esse motivo, pensamos em utilizar os Poliedros de Platão elaborados no capítulo 4 como projeto matemático na Feira de Ciências.

A nossa proposta é que os alunos façam dois *kits* para cada poliedro e deixem que os visitantes tentem formar o poliedro a partir dos módulos. Cada *kit* pode ser composto por um poliedro pronto e módulos suficientes para a montagem de mais dois. Os alunos podem deixam os módulos sobre a mesa com uma placa, feita de papel cartão ou cartolina, escrito o nome do poliedro que será possível montar com aqueles módulos, e o poliedro pronto pode ficar ao lado para que o visitante veja o resultado final. Também seria interessante que o grupo de alunos elaborasse alguns cartazes com as características dos Poliedros de Platão, bem como a associação do Platão com esses cinco poliedros (seção 3.4). Acreditamos que os poliedros causarão bastante curiosidade e isso atrairá os visitantes à banca de matemática.

Figura 100 – Exemplo de *kit* de tetraedro regular.


Fonte: Elaborada pelo autor.

A Feira de Ciências vai atuar como um resumo de tudo que foi estudado sobre figuras geométricas naquele ano e o diário de bordo será uma ferramenta indispensável na elaboração dos cartazes. Nas vésperas da Feira de Ciências, os alunos estarão revendo todos os conteúdos presentes no diário de bordo para a elaboração dos cartazes o que faz com que a Feira de Ciências atue como uma grande revisão do que foi estudado. O interessante é pedir que um aluno que confeccionou um cartaz sobre o tetraedro regular, por exemplo, fale sobre o hexaedro regular aos visitantes, assim eles visitarão todos os poliedros regulares em seus estudos.

Esse projeto pode ser aplicado a partir do 6º ano do Ensino Fundamental e o professor poderá adaptá-lo de acordo com o ano aplicado.

Outra sugestão é oferecer oficinas de elaboração dos Poliedros de Platão com origami modular. Os alunos elegem um poliedro para cada oficina oferecida e agendam um horário por período da Feira, como por exemplo às 10 horas, às 15 horas e às 20 horas, durante todos os dias da Feira. Eles poderão distribuir folhas recicladas aos participantes das oficinas e em seguida vão ensinando o passo a passo da elaboração dos módulos para que, no final, os participantes juntem seus módulos para formarem o poliedro em questão. No início de cada oficina os alunos podem falar brevemente sobre Platão e os poliedros regulares como introdução.

Como as Feiras de Ciências costumam dar brindes aos visitantes, pode ser uma boa ideia incorporar a matemática a esse brinde. A nossa sugestão é o Calendário 3D, que trata da planificação de um dodecaedro regular com o calendário do ano seguinte (ou atual) do acontecimento da Feira de Ciências nas faces, juntamente com as instruções de montagem e as informações sobre os Poliedros de Platão. Encontramos essa ideia em <https://goo.gl/2bzkBv> e elaboramos nossa própria folha de sugestão para disponibilizar como brinde do ano de 2.016:

Legenda:

Cortar

Dobrar

# Calendário 3D

Você está levando para casa o DODECAEDRO REGULAR, um poliedro considerado um dos cinco Poliedros de Platão:

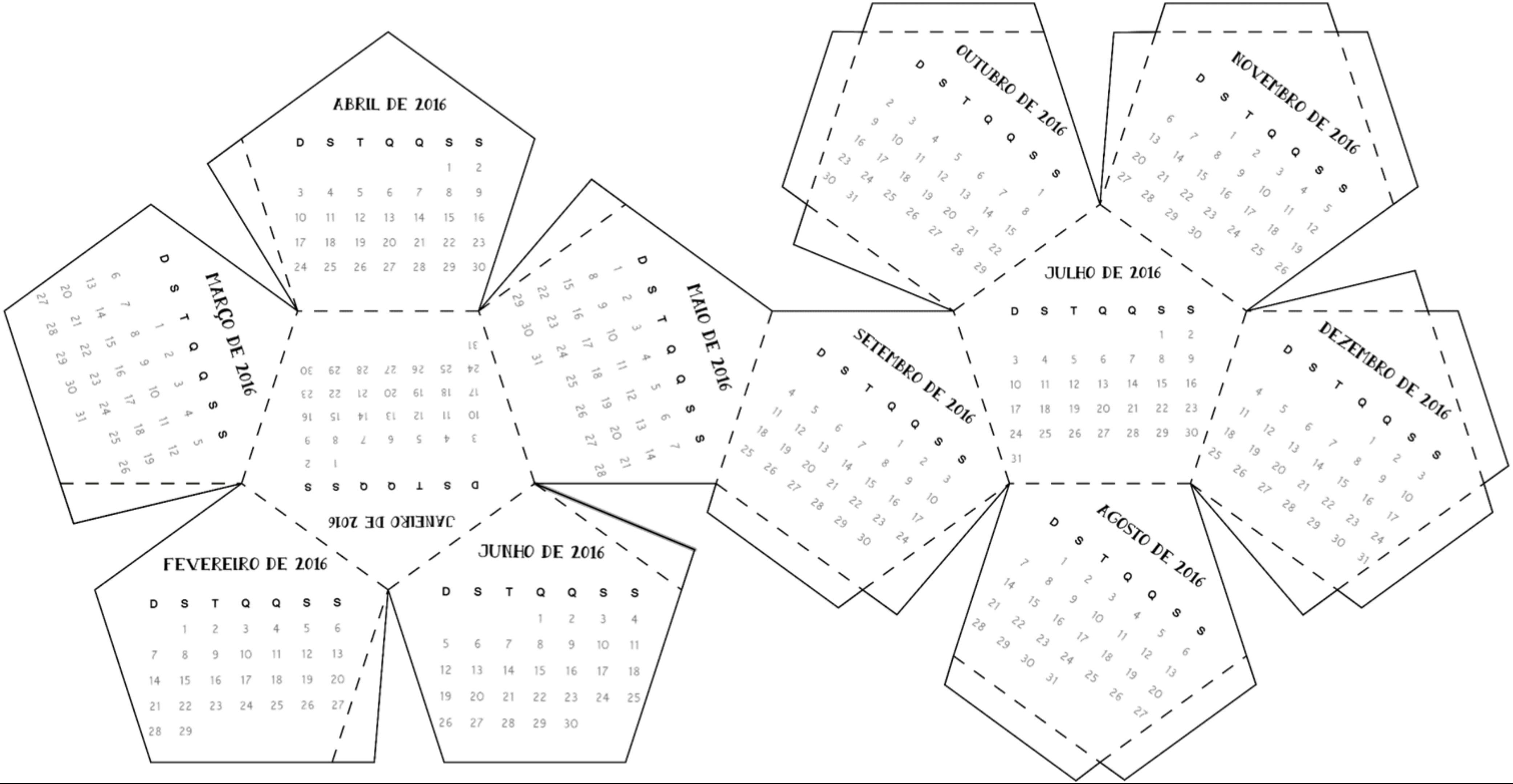

TETRAEDRO


HEXAEDRO (CUBO)


OCTAEDRO


DODECAEDRO


ICOSAEDRO



CAPÍTULO

6

# CONCLUSÃO

Quando iniciamos os estudos para este trabalho, nos deparamos com duas questões que nortearam nossas pesquisas. A primeira delas foi: *Como podemos contribuir com os professores que buscam diversificar suas aulas de geometria e, cada vez mais, melhorar o processo de ensino-aprendizagem?*.

Para responder a essa questão, procuramos elaborar um material que consideramos atrativo, como o origami, para fugir da aula tradicional, popularmente chamada de *giz e lousa*. Inserimos cor, visão 3D, habilidade manual, trabalho em equipe e criatividade às aulas de geometria e acreditamos que os alunos passarão a ter mais interesse e dedicação.

A segunda questão foi: *É possível elaborar um objeto manipulável que enriqueça e solidifique o ensino de geometria e que possa ser aplicado em diversos momentos do processo de ensino-aprendizagem?*.

Acreditamos que os poliedros construídos com o origami modular responderam à questão, pois conseguimos sugerir práticas se ensino que abrangem muitos assuntos de geometria do Ensino Fundamental a partir de um objeto manipulável e que podem despertar a criatividade do professor para que ele crie suas próprias práticas e diversifique suas aulas. Nossas sugestões são uma pequena parte do grande leque de possibilidades de aplicação desse objeto.

Deixamos em aberto a plicação dos Poliedros de Platão elaborados com origami modular nas aulas de geometria do Ensino Médio, para que também possam contribuir no processo de ensino-aprendizagem dos anos finais da educação básica.

# REFERÊNCIAS


ALBUQUERQUE, R. R. A arte do origami: dobrando e desdobrando talentos. In: **IV Semana da Matemática - UNIFEMM**. [S.l.: s.n.], 2006. Citado na página 31.

ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F. da; CAMPOS, T. M. M. **A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo prprofessor e alunos.** Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2004. Citado na página 22.

BICUDO, I. **Os elementos**. [S.l.]: UNESP, 2009. ISBN 9788571399358. Citado na página 33.

BRANCALHÃO, A.; BERTOLINI, M. T. C.; GEROTE, M. I. A.; BOVINO, S. R. K. **Matemática**. Colégio objetivo - 6º ano do ensino fundamental. [S.l.], 2016. Disponível em: <http://www.objetivo.br/default.asp>. Citado nas páginas 73 e 75.

BRASIL. **LEI Nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996**. [S.l.], 1996. Citado nas páginas 23 e 24.

____. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. [S.l.], 1998. Citado na página 23.

CAVACAMI, E.; FURUYA, Y. K. S. Explorando geometria com origami. In: **IV Bienal da SBM**. [S.l.: s.n.], 2008. Citado na página 41.

DANTE, L. R. **Matemática**. [S.l.]: Editora Ática, 2009. Volume Único. Citado na página 76.

(ESTADO), S. P. **Currículo do Estado de São Paulo: matemática e suas tecnologias**. [S.l.], 2012. Citado nas páginas 28, 29 e 30.

EVES, H. W.; DOMINGUES, H. H. **Introdução à história da matemática**. [S.l.]: Editora da Unicamp, 2004. Citado nas páginas 35 e 40.

HAYASAKA, E. Y.; NISHIDA, S. M. Pequena história sobre origami. In: . UNESP, Acessado em Fev/2017. Disponível em: <http://www2.ibb.unesp.br/Museu_Escola/Ensino_Fundamental/Origami/Documentos/indice_origami.htm>. Citado na página 27.

LORENZATO, S. Por que ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**, n. 4, p. 11, 1/Semestre 1995. Citado nas páginas 22 e 23.

MAGEE, B. **História da filosofia**. [S.l.]: Edições Loyola, 1999. Citado na página 39.

MALAGUTTI, P. L. Os quatro elementos da natureza e a matemática. In: **II Bienal da SBM - Universidade Federal da Bahia**. [S.l.: s.n.], 2004. Citado na página 33.

RÊGO, R. G. do; RÊGO, R. M. do; JÚNIOR, S. G. **A geometria do origami: atividades de ensino através de dobraduras**. Universitária UFPB, 2003. ISBN 9788523703837. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=Ipl5AAAACAAJ>. Citado na página 31.

ROBLES, M. **Origami - a divertida arte das dobraduras de papel**. [S.l.]: Marco Zero Editora, 2010. Citado na página 31.

SHENG, L. Y. Origami e geometria. In: **XI Simpósio de matemática para graduação do ICMC-USP**. [S.l.: s.n.], 2008. Citado nas páginas 27 e 41.

SHENG, L. Y.; PONCE, V. C.; FENG, L. Y.; PIGIANI, A. L. Utilização da arte do origami no ensino de geometria. In: . Unicamp, 2005. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/c3.pdf>. Citado na página 27.

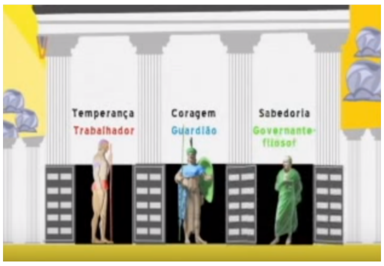
WILLIAMS, B. A. O. **Coleção grandes filósofos: Platão**. [S.l.]: UNESP, 2000. Citado na página 39.

ANEXO A

# SUGESTÕES DE VÍDEOS SOBRE PLATÃO E OS POLIEDROS.

1. D-07 - Platão
   Duração: 8min49seg
   Endereço: https://www.youtube.com/watch?v=bK09eEvzpCY

Figura 101 – Capa do vídeo.




2. Os sólidos de Platão. (Mão na forma)
   Duração: 9min54seg
   Endereço: https://www.youtube.com/watch?v=oSEwrglbqnI

Figura 102 – Capa do vídeo.