
Universidade Federal de São Paulo

Instituto de Ciência e Tecnologia



**Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional - PROFMAT**

**Uma Análise Sobre o Estudo de
Amostragem no Ensino Médio**

Rodrigo Antonio Fernandes Pires de Melo

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Juliana Garcia Cespedes

São José dos Campos

Março, 2017



PROFMAT

Título: *Uma Análise Sobre o Estudo de Amostragem no Ensino Médio*
Dissertação apresentada ao Instituto de Ciência e Tecnologia da UNIFESP, campus São José dos Campos/SP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT.

São José dos Campos
Março, 2017

de Melo, Rodrigo Antonio Fernandes Pires

Uma Análise Sobre o Estudo de Amostragem no Ensino Médio, Rodrigo Antonio Fernandes Pires de Melo – São José dos Campos, 2017.

ix, 80f.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Paulo. Instituto de Ciência e Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

An analysis on the study of sampling in high school

1. Estatística. 2. Educação Estatística. 3. Ensino Amostragem. 4. Amostragem. 5. Ensino Médio.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO

INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT

Chefe de departamento:

Prof. Dr. Carlos Marcelo Gurjão de Godoy

Coordenador do Programa de Pós-Graduação:

Prof. Dr. Angelo Calil Bianchi

RODRIGO ANTONIO FERNANDES PIRES DE MELO
UMA ANÁLISE SOBRE O ESTUDO DE AMOSTRAGEM NO
ENSINO MÉDIO

Presidente da banca: Prof^ª. Dr^ª. Juliana Garcia Cespedes

Banca examinadora:

Prof^ª. Dr^ª. Adriana Prest Matedi

Prof^ª. Dr^ª. Carine Savalli Redigolo

Prof^ª. Dr^ª. Grasielle Cristiane Jorge

Data da Defesa: 16 de Março de 2017

*“Sempre passar o que você aprendeu”
(MESTRE YODA)*

AGRADECIMENTOS

A Deus por permitir que eu tivesse essa oportunidade.

À minha esposa e companheira Lais que com seu apoio e amizade me deu força e tranquilidade durante todo o percurso. Muito obrigado por sempre me encorajar a ser melhor.

Aos meus pais por desde cedo me ensinarem a importância do estudo.

À minha professora e orientadora Juliana pela atenção e paciência na elaboração do trabalho, me incentivando e cobrando nos momentos certos.

A todos os professores que com empenho e dedicação nos ensinaram durante todo o curso.

Aos meus colegas de PROFMAT que participaram de toda essa jornada.

A todos os alunos que participaram com empenho neste trabalho.

À UNIFESP pela excelente estrutura.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro através da bolsa de estudos.

RESUMO

O conhecimento da Estatística é de grande importância, pois é uma ferramenta indispensável para qualquer cidadão no sentido de auxiliá-lo a reagir de modo inteligente às diversas informações que lhes são constantemente apresentadas. Compreende-se por estatística técnicas e métodos de pesquisa que envolvem desde o planejamento do experimento, tais como, a definição da população objetivo, a escolha do procedimento amostral, a definição do tamanho da amostra, até a análise e processamento das informações obtidas no experimento. Neste contexto, o processo de amostragem é de suma importância para a obtenção de inferências e elucidações a respeito de uma pesquisa. Desta forma, este trabalho tem por finalidade analisar criticamente o ensino de amostragem oferecido aos estudantes das escolas públicas durante o Ensino Médio e propor uma prática de aula utilizando como base a Situação de Aprendizagem 8 do Caderno do Aluno do 3º ano do Ensino Médio volume 2. O material produzido pela Secretaria Estadual de Educação, juntamente com o Caderno do Professor, orienta o trabalho dos professores por meio de situações de aprendizagem no desenvolvimento dos conteúdos específicos de cada componente curricular. A atividade executada possibilitou que os alunos aprendessem os conceitos de Estatística, com ênfase no conceito de amostragem, de maneira fluída e prática. O trabalho apresentado é de caráter prático cujo produto final é uma proposta para ensinar a amostragem no Ensino Básico.

Palavras-chave: Estatística, Educação Estatística, Ensino Amostragem, Amostragem, Ensino Médio.

ABSTRACT

The statistics have vital importance nowadays, because it is an indispensable tool for any citizen in terms of assist to react intelligently to the various items of information which are constantly presented to them. It is understandable that technical statistics and research methods which involve from the planning of the experiment consequently the definition of the objective population , the sampling procedure the definition of the sampling size to the analysis and the processing of information obtained through the experiment. In this context, the sampling process is significantly important for obtaining inferences and elucidations about a research. Therefore the purpose of this work is to analyse critically the learning of the sampling offered to students of the public schools during High School and propose a class technique using as basis the Situated Learning 8 from the 3^o grade students workbook part 2 of the High School. The material created by State Education Department, with the teachers guide, guides teachers work by learning situations in the specific content development of each curricular component. The activity performed allowed students learned the Statistic concepts, with emphasis on concept of sampling, in fluid and practical way. The work presented is of practical character which final product is a proposal to teach the sampling in the High School.

Keywords: Statistics, Statistics Education, Sampling Education, Sampling, High School.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	3
2	O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO BRASIL	5
2.1	Educação Estatística	5
2.2	Ensino de Amostragem	9
2.2.1	Trabalho 1: Estatística para todos	10
2.2.2	Trabalho 2: A aprendizagem dos conceitos de população, amostra e amostra representativa no 8º ano de escolaridade.	11
2.2.3	Trabalho 3: Compreensão de estudantes do 5º e 9º ano sobre amostragem.	12
2.2.4	Trabalho 4: Investigações estatísticas no Ensino Médio: uma proposta de atividades para o desenvolvimento do letramento estatístico.	13
2.2.5	Trabalho 5: Uma abordagem da distribuição normal através da resolução de uma situação problema com a utilização do <i>software</i> Geogebra.	14
2.2.6	Trabalho 6: Trabalho de projetos na formação estatística do aluno do Ensino Médio.	15
3	ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS	16
3.1	Sujeitos da Pesquisa	16
3.2	Métodos da Pesquisa	16
3.2.1	Amostragem Aleatória Simples	17
3.2.2	Amostragem Estratificada	18
3.2.3	Amostragem Acidental	19
3.2.4	Amostragem Sistemática	19
3.2.5	Amostragem Voluntária	20
3.2.6	Como determinar o tamanho da amostra	20
3.3	Proposta de Atividade	23
3.3.1	Primeira Etapa - Revisão de conceitos estatísticos	26
3.3.2	Segunda Etapa - Preparação Amostragem	27
3.3.3	Terceira etapa - Instrumentos da coleta de dados	28
3.3.4	Quarta etapa - Organização da coleta de dados	29

3.3.5	Cronograma	29
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	31
4.1	Primeira etapa	31
4.2	Segunda etapa	34
4.3	Terceira etapa	39
4.4	Quarta etapa	41
4.5	Análise Crítica da Atividade	47
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	48

INTRODUÇÃO

A Estatística tem papel fundamental na formação do cidadão na sua vida cotidiana. Informações sobre pesquisas eleitorais, previsão do tempo, índices de desemprego e renda, gráficos e tabelas são apresentados à população em jornais, revistas e televisão, e podem facilmente induzi-la a errôneos entendimentos caso esses conceitos não sejam de fácil compreensão.

Além disso, vive-se em uma era em que a informação se torna o maior ativo e reforça o poder de quem a possui, em um momento em que novos cenários são apresentados todos os dias. De acordo com [28], a informação é tudo que visa conhecimento, sendo responsável por reduzir as incertezas e um instrumento de compreensão do mundo e da ação sobre ele. Desta forma, o estudo da Estatística ganha um destaque especial, uma vez que é uma ciência especializada em transformar dados e informações em conhecimento.

Por isso, deve-se enfatizar o ensino de Estatística desde a Educação Básica e consolidar o seu espaço na sociedade com vistas a uma formação escolar que enriqueça a cultura geral dos cidadãos. [10]

Destaca-se em [11] que a estatística desenvolve uma metodologia para a tomada de decisão em um cenário de incerteza. O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) adota como competência a ser desenvolvida a habilidade de **selecionar**, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.

A habilidade em **selecionar** dados, apresentada através do estudo da amostragem, é fundamental para todo o procedimento estatístico. Se a amostragem não for bem realizada, a organização, a interpretação e as conclusões serão viciadas e poderão comprometer o entendimento por parte da população.

Diante da importância do ensino de amostragem, este trabalho tem como objetivo analisar criticamente o ensino de amostragem oferecido aos estudantes das escolas públicas durante o Ensino Médio e propor uma prática de aula utilizando como base a Situação de Aprendizagem 8 do Caderno do Aluno do 3º ano do Ensino Médio volume 2.

Como objetivos específicos destacam-se:

- 1) Compreender como os estudantes do Ensino Médio aprendem amostragem;

- 2) Verificar se a atividade proposta no Caderno do Aluno [25] é eficiente para o entendimento do estudante sobre amostragem;
- 3) Propor uma prática de aula complementar para o Ensino de Amostragem no Ensino Médio.

O Capítulo 1 é destinado a introdução, sendo apresentado o objetivo geral do trabalho juntamente com objetivos específicos a serem atingidos, além de um resumo sobre todo conteúdo a ser estudado durante toda a dissertação.

No Capítulo 2, apresenta-se uma revisão de literatura sobre os temas Educação Estatística e Ensino de Amostragem no Brasil, introduzindo brevemente os principais conceitos de Educação Estatística e uma descrição de trabalhos publicados com o tema ensino de amostragem, além da exploração da atividade proposta no Caderno do Aluno. [25]

Para que haja uma compreensão de todos os conceitos destacados, se faz necessário que alguns conceitos básicos estatísticos estejam bem definidos, enfatizando a definição de população e amostra, além de técnicas de amostragem. Estes temas serão abordados no Capítulo 3. O detalhamento dos participantes da pesquisa juntamente com os procedimentos e instrumentos de coleta de dados também são apresentados. Formalizou-se o conceito de tipos de amostragem, abordando a aleatória simples, a estratificada, a sistemática e a acidental ao mesmo tempo que é abordado o cálculo para a determinação do tamanho de uma amostra. Para finalizar, uma proposta de atividade será apresentada.

No Capítulo 4, são apresentados os resultados e as discussões dos resultados obtidos na execução do projeto divididos em etapas definidas na proposta de atividade. Para completar, uma análise crítica da atividade proposta aos estudantes é mostrada refletindo as dificuldades encontradas e considerando novas possibilidades de aplicação do exercício.

Por fim, as considerações finais são apresentadas no Capítulo 5 abordando alguns resultados encontrados neste estudo e suas contribuições para o ensino de Estatística no Brasil, além de sugestões para futuros trabalhos em sala de aula.

O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO BRASIL

2.1 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

A Estatística tem como principal característica a de oferecer recursos que possibilitem o desenvolvimento de uma postura investigativa, crítica e reflexiva do aluno nesta nova sociedade em que o excesso de informações é uma característica predominante. Além disso, o pensamento estatístico traz uma visão mais ampla do tema proposto, além de incluir um raciocínio lógico e analítico. [8]

Dada a relevância do estudo da Estatística, observa-se uma maior atenção nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) [6], em que destaca-se alguns de seus objetivos para o Ensino Médio:

- i) *“Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;”*
- ii) *“Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade”*
- iii) *“Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo”*

Analisando o Currículo do Estado de São Paulo e sua Matriz de Avaliação Processual, verifica-se que os conteúdos disciplinares de Matemática são divididos em três grandes blocos temáticos: Números, Geometria e Relações. Entretanto, observa-se que o tema tratamento de informação, do qual engloba assuntos como porcentagem, médias, tabelas e gráficos de diferentes tipos é inserido em todos os blocos com um papel fundamental na construção e compreensão do objeto de ensino. Desta maneira, apresenta-se como foco principal do Currículo que orienta as ações educacionais e a transformação de informações em conhecimento, justificando-se que as informações são, hoje, facilmente disponíveis e de ampla circulação, porém de modo desordenado e fragmentado e, assim, tendo a necessidade de serem tratadas de forma adequada. [24, 27]

Os conteúdos relacionados aos temas de tratamento de informação e estatística podem ser encontrados desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio, no 5º, 6º, 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental e no 3º ano do Ensino Médio. Tendo como principais habilidades a serem destacadas:

- i) Resolver situação-problema com dados apresentados por meio de tabelas simples ou tabelas de dupla entrada.
- ii) Ler e interpretar tabelas com dados estatísticos.
- iii) Ler e interpretar gráficos com dados estatísticos.
- iv) Resolver problemas de estatística utilizando as medidas de tendência central (média, mediana e moda).
- v) Selecionar a medida de tendência central (média, moda e mediana) mais adequada para representar determinada situação problema.

A habilidade relacionada a elementos de amostragem é abordada em uma única situação de aprendizagem (situação de aprendizagem 8, do 3º ano Ensino Médio), sendo de sua responsabilidade o desenvolvimento da percepção de selecionar um sistema de amostragem adequado aos objetivos definidos por uma pesquisa estatística. Esta habilidade não é listada no eixo principal do conteúdo bimestral.

Apesar de o conteúdo estatístico se apresentar nos Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental e Médio, os resultados ainda se mostram insatisfatórios, uma vez que os estudantes apresentam dificuldades em estatística nas universidades, conforme indicam [13].

Em [8], os autores ressaltam que as dificuldades em estatística podem ser observadas em qualquer um dos níveis de ensino. As dificuldades com os conceitos de estatística são derivadas da abordagem de professores de estatística, principalmente aqueles de cursos superiores, dando maior ênfase nos aspectos técnicos e operacionais da disciplina. Assim, os problemas abordados não fazem parte do cotidiano do aluno, sendo meras repetições de exercícios e técnicas. Além disso, grande parte dos livros didáticos assumem uma perspectiva de estatística operacional.

É assinalado em [1] que a falta de preparo e a limitada experiência dos professores em estatística faz com que estes se afastem da disciplina e não trabalhem com o conteúdo em aula, além de possuírem poucos recursos que os favoreçam. Assim, é necessário qualificar o professor, pois este, segundo o autor, provavelmente durante sua graduação teve o contato em somente uma ou duas disciplinas com o tema.

Nos resultados de sua pesquisa em estabelecimentos de Ensino Superior do Rio Grande do Sul, tendo o objetivo de conhecer as opiniões dos formandos em Matemática sobre a Estatística, o autor [1] constatou que 96% dos entrevistados acreditam que os conteúdos de estatística são importantes ou muito importantes na formação dos alunos, entretanto apenas 48% dos formandos acreditam que o curso lhes preparou bem para lecionar estatística, apesar de 55% relatarem ter tido um bom desempenho na disciplina. Nas maiores dificuldades previstas ao lecionar estatística, figuram, não estar preparado ou não ter conhecimento suficiente com 46,3% e não possuir material específico com 38,8%.

Acrescenta-se em [20] que se faz necessário ampliar as discussões sobre a disciplina de estatística no curso de licenciatura matemática, tendo em vista preparar melhor o professor às necessidades apresentadas em diversas pesquisas sobre a educação estatística na educação básica.

Os autores de [9] apontam como principais objetivos da Educação Estatística os seguintes pontos:

- i) *Promover o entendimento e o avanço da Educação Estatística e de seus assuntos correlacionados;*
- ii) *Fornecer embasamento teórico às pesquisas em ensino da Estatística;*
- iii) *Melhorar a compreensão das dificuldades dos estudantes;*
- iv) *Estabelecer parâmetros para um ensino mais eficiente nessa disciplina;*
- v) *Auxiliar o trabalho do professor na construção de suas aulas;*
- vi) *Sugerir metodologias de avaliação diferenciadas, centradas em METAS estabelecidas e em COMPETÊNCIAS a serem desenvolvidas;*
- vii) *Valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno, em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza.*

Uma prática importante concebida pela Educação Estatística é a de utilizar a problematização do cotidiano do aluno, criando uma consciência dos aspectos sociais a partir do aprendizado de conceitos estatísticos, é necessário que o aluno se envolva com a comunidade transformando reflexão em ação. Desta forma, o aprendizado se transforma em “aprender fazendo” (*learning by doing*), em que a organização e desenvolvimento curricular são centrados no aluno. Conseqüentemente, os estudantes

desenvolvem a capacidade de levantar problemas de seu interesse, formular questões, propor hipóteses, coletar dados, refletir e analisar criticamente os resultados.

Em paralelo ao desenvolvimento de metas e estratégias, segundo [9], pesquisadores como Rumsey, Garfield, Chance e delMass publicaram estudos do quais defendem que o planejamento da instrução em cursos de Estatística dependem do desenvolvimento de três competências fundamentais no aprendizado de conceitos primordiais: a literacia estatística, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico.

Os autores de [9] definem:

- i) Literacia estatística é a capacidade de um indivíduo compreender e interpretar uma informação estatística, além de argumentar corretamente utilizando terminologia estatística, compreendendo conceitos, vocabulários e símbolos. Inclui-se também habilidades básicas utilizadas no entendimento de informações estatísticas, como a capacidade de organizar dados, construir e apresentar tabelas e trabalhar com diferentes representações de dados, juntamente com o entendimento de probabilidade como medida de incerteza. Ressalta-se também o conhecimento sobre os dados, sua coleta, interpretação sobre os resultados no contexto do problema e a comunicação para explicar a outra pessoa.
- ii) O raciocínio estatístico é de, acordo com [16]^{citado em}[8], a forma que uma pessoa pensa com ideias estatísticas e lhes dá sentido. Em alguns casos, envolve-se os conceitos de interpretar por completo um problema baseado em dados, realizando a inferência acerca dos resultados, podendo ainda envolver a conexão de uma conceito a outro, combinando ideias.
- iii) Pensamento estatístico defini-se pela capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da incerteza e da variabilidade. É importante que sejam escolhidas adequadamente as ferramentas estatísticas tendo uma visão global do problema, explorando dados além dos indicados. Os modelos matemáticos devem estar associados à natureza contextual do problema, identificando a situação analisada, gerando questões não previstas inicialmente.

Pode-se, pois, afirmar que a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico não podem ser desenvolvidos sobre instruções diretas do educador, mas sendo tratado com um objetivo a ser perseguido a partir da elaboração de estratégias de sala de aula planejadas para esse fim. [9]

2.2 ENSINO DE AMOSTRAGEM

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam o tratamento adequado de informações a partir dos estudos da Matemática, dando ênfase na habilidade de analisar dados, obter informações e, com isso, tomar decisões que exigirão formas de pensar matemático dos quais devem ser desenvolvidos ao longo do Ensino Médio:

As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer previsões com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. [11]

É possível verificar, desde o Ensino Infantil e no Ensino Fundamental, a preocupação com o tratamento das informações sendo abordados os conteúdos em aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais dos quais desenvolvem as habilidades de ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada, construindo representações e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise das informações [4]:

- i) *“Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;”*
- ii) *“Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.”*

O trabalho com estatística possibilita que o estudante desenvolva habilidades de coletar, organizar, interpretar e comparar dados, podendo obter suas próprias conclusões sobre o tema e criar uma atitude científica. Esse desenvolvimento é essencial para sua cidadania, uma vez que estimula sua análise crítica sobre aspectos sociais, científicos e tecnológicos. Entretanto, uma educação estatística crítica requer um respeito aos saberes comuns dos quais os estudantes trazem. O estímulo a discussão de temas que estão em manchetes de jornais e revistas envolvidas em índices, gráficos e tabelas possibilita a formação de um cidadão crítico e reflexivo. [19]

Como revisão de literatura foram encontrados alguns trabalhos que tratam de forma direta (ou indireta) sobre ensino de amostragem. Ressalta-se que o tema não é comum e referências sobre ensino de amostragem na Educação Básica são escassos.

Esses trabalhos serão resumidos nas subseções seguintes e são: uma proposta de oficina de [11], dois estudos realizados no Ensino Fundamental por [22] e [17] e três estudos realizados no Ensino Médio empreendidos por [23], [14] e [2].

2.2.1 Trabalho 1: *Estatística para todos*

Em seu material intitulado “Estatística para Todos”, [11] apresenta uma breve introdução da importância do estudo da Estatística e sugere três atividades para serem realizadas em sala de aula no formato de oficinas. Estas oficinas tem uma abordagem participativa, pró-ativa e colaborativa e são apresentadas a professores do Ensino Fundamental e Médio para que sejam exploradas em aula. Em uma delas, o tema amostragem é tratado de maneira indireta e será descrita a seguir.

A atividade tem como objetivo discutir procedimentos para estimar o tamanho de populações, como a quantidade de peixes de uma lagoa. Inicialmente, uma discussão prévia sobre o tema é realizada e, então, inicia-se a atividade:

- i) Apresentada uma população de “peixes” (cartões, fichas ou bolinhas) dentro de uma caixa ou pacote, que deverá ser estimada. Os alunos devem escrever o valor referente a quantidade de “peixes” que acreditam ter dentro da caixa, através de uma simples observação.
- ii) Entrega-se um elemento (peixe) para cada aluno da classe, que deverá fazer uma marca no elemento. Esta etapa é chamada de captura.
- iii) Todos os elementos serão devolvidos para a caixa e misturados aos demais, e assim novamente o procedimento será realizado, com a distribuição aleatória dos componentes. Esta etapa é chamada de recaptura.
- iv) Registra-se a quantidade de “peixes” marcados recapturados e calcula-se a razão entre o número de marcados e o número de elementos retirados, chamada de frequência relativa amostral.

Uma frequência relativa populacional deverá ser deduzida, encontrando-se o valor de $\frac{n}{N}$ em que n refere-se ao tamanho da amostra selecionada e N ao tamanho da população. Com estas duas frequências, deve-se igualar os quocientes e assim, estimar a população de “peixes” da caixa.

Nas fases de captura e recaptura (itens ii e iii) pode-se trabalhar o tema de amostragem aleatória simples, modificando-se o número de elementos retirados da caixa.

Sugere-se que o procedimento seja repetido outras vezes e com amostras de tamanhos diferentes para analisar a variabilidade das estimativas e, por fim, contar a quantidade exata de elementos contidos na caixa para a comparação e discussão dos resultados.

A conclusão da atividade relatada por [11] é de que a estimação de um parâmetro populacional a partir de uma amostra está sempre sujeita a uma margem de erro, de modo que à medida que aumenta o tamanho da amostra o erro diminui, fazendo com que a estimativa seja melhor.

2.2.2 *Trabalho 2: A aprendizagem dos conceitos de população, amostra e amostra representativa no 8º ano de escolaridade.*

Os autores do texto [22] analisaram a aprendizagem de alunos do 8º ano em uma experiência de ensino baseada na realização de investigações estatísticas e na análise crítica de dados, tendo como objetivo introduzir os conceitos de população, amostra e os aspectos que influenciam a representatividade da amostra escolhida.

Os autores partiram do conhecimento informal e intuitivo dos alunos para ilustrar os conceitos de população e amostra. Em seguida, realizaram uma tarefa dividida em três partes, sendo as duas primeiras projetadas para uma discussão coletiva, abordando a importância da amostra, as razões de sua utilização e a importância da representatividade da amostra; e a terceira tarefa, realizada em pequenos grupos, para discutir o conceito relativo à análise da representatividade de uma amostra:

- i) “Porquê uma amostra?”
- ii) “O que é uma boa amostra?”
- iii) “Escolha de amostras de uma população”

Os alunos se organizaram em grupos e responderam os itens propostos referentes a situações que envolveram escolhas de amostras e, por fim, socializaram suas respostas.

Por fim, os autores [22] concluíram que os alunos conseguiram realizar com sucesso as atividades propostas, compreendendo os motivos que implicam a utilização de amostras em estudos estatísticos, reconhecendo as vantagens em reduzir a quantidade de dados recolhidos. Os autores afirmaram ainda que as situações propostas na tarefa revelaram-se pertinentes e interessantes, permitindo o envolvimento entusiástico dos alunos no trabalho.

2.2.3 Trabalho 3: *Compreensão de estudantes do 5º e 9º ano sobre amostragem.*

No estudo “O todo é a soma das partes, mas uma parte representa o todo? : compreensão de estudantes do 5º e 9º ano sobre amostragem” de [17] buscou-se fazer com que o aluno desenvolvesse procedimentos e estratégias para interpretar as informações de seu cotidiano, dando ênfase na compreensão de conceitos básicos de amostra e população, que segundo a autora, são fundamentais na Estatística.

No texto são abordados os conceitos de Educação Estatística e as definições de amostra e população, abordando os diversos tipos de amostras probabilísticas e não-probabilísticas.

O estudo foi realizado com estudantes do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública da cidade do Recife com o objetivo de identificar o que os estudantes compreendiam sobre amostragem.

Foram elaboradas questões, divididas em blocos:

- i) Bloco 1 - Definição de amostra.
- ii) Bloco 2 - Definição de população.
- iii) Bloco 3 - Seleção da amostra.
- iv) Bloco 4 - Aleatoriedade.
- v) Bloco 5 - Realização de inferências.
- vi) Bloco 6 - Representatividade da amostra.

O conceito de amostragem foi abordado através dos temas: seleção, variabilidade, tamanho e representatividade da amostra, adequando-os a faixa etária dos participantes. Os entrevistados foram questionados oralmente e através de cartões coloridos com questões impressas.

As autoras [18] apresentam que os resultados deste estudo e conhecimento da relevância dos conceitos explorados apontam algumas implicações para o ensino da amostragem, sendo necessário que os mesmos sejam trabalhados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Argumenta-se que alunos do 5º ano de escolaridade já são capazes de compreender os conceitos ligados à amostragem, uma vez que houveram respostas apropriadas entre os participantes da pesquisa.

2.2.4 Trabalho 4: *Investigações estatísticas no Ensino Médio: uma proposta de atividades para o desenvolvimento do letramento estatístico.*

O trabalho intitulado “Investigações estatísticas no Ensino Médio: uma proposta de atividades para o desenvolvimento do letramento estatístico” de [23] teve como objetivo elaborar, testar e avaliar uma proposta didática para o ensino da Estatística.

Foi proposto aos estudantes, de uma turma de 3º ano do Ensino Médio, um exercício dividido em 5 fases, sendo que na segunda, terceira e quinta fases são trabalhados os conceitos de amostragem:

- i) Na primeira fase, destinada a problematização, os alunos se separaram em grupos e escolheram os temas a serem investigados, sendo sugeridos: esporte, internet e consumismo.
- ii) Na segunda fase, voltada ao planejamento da coleta de dados, foram desenvolvidos os conceitos de população alvo (discutindo-se as possíveis vantagens e desvantagens do censo e da amostragem), de variáveis estatísticas (os estudantes elaboraram questões e analisaram em quais variáveis resultariam), e de erros amostrais (foi discutido com os estudantes sobre os tipos de erros não amostrais, por exemplo, questionários mal elaborados ou influência dos entrevistadores).
- iii) Na terceira fase, o foco se deu na coleta de dados, em que os alunos realizaram as entrevistas e no laboratório de informática da escola inseriram todas as respostas dos questionários em uma planilha eletrônica.
- iv) Na quarta fase, dedicada a análise dos dados, foram utilizados os recursos da planilha preenchida pelos alunos para construir tabelas simples e de dupla entrada juntamente com seus respectivos gráficos. Foi solicitado que os alunos calculassem as medidas descritivas, com enfoque principal da média, para as variáveis quantitativas. Por fim, os estudantes interpretaram as representações e medidas por eles elaboradas.
- v) Na quinta e última fase os estudantes, com ajuda dos dados, estimaram o parâmetro populacional de interesse e construíram o intervalo de confiança, calculando o erro amostral. Para finalizar a atividade foi elaborado um relatório considerando a questão investigada, população-alvo, tamanho e seleção da amostra, variáveis e instrumentos de coleta de dados, o questionário utilizado, apresentação e representação dos dados, índices e intervalo de confiança da pesquisa.

O autor [23] recomenda a leitura dos livros referenciados na bibliografia para mais exemplos de atividades estatísticas e de mais considerações acerca da Estatística e seus conceitos. Este ainda espera que com seu trabalho contribua em alguma medida para que a missão de ensinar Matemática na Educação Básica possa motivar um pouco mais os estudantes à aprendizagem.

2.2.5 Trabalho 5: *Uma abordagem da distribuição normal através da resolução de uma situação problema com a utilização do software Geogebra.*

O trabalho de [14] nomeado “Uma abordagem da distribuição normal através da resolução de uma situação problema com a utilização do *software* Geogebra” propõe uma prática envolvendo a distribuição normal, para uma turma de terceiro ano do Ensino Médio.

Foram abordados os conceitos de Distribuição Normal, cálculo de probabilidades, estimadores, teorema do limite central e intervalo de confiança. O tema amostragem foi tratado de maneira indireta.

Na atividade prática desenvolvida, o professor propôs uma situação problema em que um produtor de suco de laranja recebia uma carga com três toneladas da fruta e, sabendo que para cada caixa de um litro de suco são consumidas cinco laranjas, deveria-se estimar a quantidade de caixas de suco que seriam produzidas com as três toneladas de laranja.

Para se obter essa estimativa foram introduzidos os conceitos de amostragem para selecionar quais, e quantas, laranjas representariam a população em estudo.

Foi selecionada uma amostra representativa da população em que todos os elementos da população tinham a mesma chance de fazer parte da amostra, trabalhando-se o tema amostragem aleatória simples.

A compreensão da Distribuição Amostral auxilia que os alunos compreendam a validade da suposição de que os parâmetros populacionais são iguais aos valores amostrais.

O autor [14] ao final espera que o aluno compreenda que a utilidade principal da Distribuição Normal, neste trabalho, é fornecer uma estimativa precisa para a quantidade de laranjas em 40 quilos da fruta, e com auxílio desta estimativa, encontrar a quantidade aproximada de suco que pode ser produzido. Este ainda considera que explorar uma situação problema com dados reais, utilizando as Tecnologias da Informação e Comunicação para o fazer o tratamento dos dados pode constituir uma alternativa eficaz para o ensino aprendizagem de conceitos estatísticos complexos.

2.2.6 *Trabalho 6: Trabalho de projetos na formação estatística do aluno do Ensino Médio.*

No estudo chamado “Trabalho de projetos na formação estatística do aluno do Ensino Médio” de [2], o objetivo principal trata-se de ensinar Estatística a alunos de uma segunda série do Ensino Médio, não só para fomentar o preparo de um cidadão consciente, como também ressignificando positivamente a atitude dos alunos e do professor, com relação à própria Matemática, seu ensino e aprendizagem foram trabalhados.

Um dos projetos denominado “Projeto Estatístico”, teve duração de 2 meses, e nele foi trabalhado conceitos de amostragem de forma direta, discutidos os instrumentos de levantamento de dados, elaboradas as questões de cada enfoque e explorados os conceitos de população, amostra e técnicas de amostragem.

Os alunos se organizaram em grupos de três a quatro componentes cada, no qual deveriam escolher um tema para a pesquisa.

Foi constatado pelo autor [2] que a realização do projeto estatístico ensinou aos alunos do Ensino Médio a compreensão da importância da Estatística no consumo das informações do cotidiano. É ainda destacado pelo escritor que daquele momento em diante a Estatística esta muito além de ser apenas uma porção a mais da Matemática que é abordada nos vestibulares, tornando-se para todos um saber-chave para o conviver em sociedade.

ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 SUJEITOS DA PESQUISA

Os alunos selecionados para realizar a atividade são do Ensino Médio da Escola Estadual Professor Francisco Feliciano Ferreira da Silva, localizada na região central de Jacareí-SP, sendo escolhidas turmas dos períodos da manhã (2^oC), da tarde (1^oC, 2^oD, 3^oC) e noite (3^oF).

3.2 MÉTODOS DA PESQUISA

Toda pesquisa estatística tem como objetivo compreender seu público alvo, explorando uma ou mais características. O conjunto de todos os indivíduos (ou objetos) sob investigação se denomina população ou universo estatístico. [12]

Definição 3.1 *População é qualquer conjunto que contenha elementos com pelo menos uma característica em comum.*

Nem sempre é viável consultar todos os elementos da população. Dessa forma, pode-se restringir a pesquisa a uma parcela dessa população chamada amostra.

Definição 3.2 *Amostra refere-se a qualquer subconjunto da população.*

Segundo [7], o propósito de uma amostra é o de fornecer informações que permitam descrever toda a população a partir de uma generalização de seus resultados, tendo um custo de planejamento e execução reduzidos.

Para que se obtenha uma amostra que represente satisfatoriamente a população deve-se considerar dois pontos importantes: sua representatividade e sua imparcialidade, ou seja, uma amostra deve ser representativa, contendo proporcionalmente o que uma população contém, e todos os elementos da população devem ter igual oportunidade de fazer parte da amostra. [3]

As formas de se obter uma amostra têm um impacto relevante no estudo estatístico e podem ser feitas de diferentes formas. Os procedimentos de seleção de uma amostra podem ser divididos em dois grupos: probabilísticos e não probabilísticos.

No primeiro, todo elemento da população tem probabilidade conhecida de ser incluído na amostra garantindo sua representatividade, enquanto que, no segundo, a escolha é feita por conveniência, considerando características do grupo de estudo. [7]

Cinco etapas são importantes para que a amostra seja escolhida de forma a representar a população de interesse, compondo critérios para classificar amostras probabilísticas:

- i) Probabilidade de seleção da Unidade Amostral: pode ser igual, ou seja, todo elemento tem a mesma probabilidade de ser coletado, ou distinta, apresentando um percentual de diferença;
- ii) Unidade amostral: pode ser uma unidade elementar, coletando-se um único elemento, ou unidade conglomerada, sendo coletado um grupo de elementos;
- iii) Divisão em estratos: a amostra pode ser não estratificada ou ser estratificada, a escolha é definida à partir da interpretação das diferenças significativas que existem entre subgrupos de uma população, ou seja, quando a variância dos estratos é menor que a variância do total de dados é vantajoso utilizar a amostragem estratificada. Do contrário a amostragem aleatória pode ser empregada;
- iv) Número de estágios: pode ser único, podendo retirar uma amostra de uma população grande, ou mais de um, consistindo na divisão da população em estratos e a amostra é retirada a partir desses estratos;
- v) Seleção das unidades amostrais: pode ser aleatória, escolhendo os elementos aleatoriamente de uma população ou sistemática, em que retira-se elementos em intervalos regulares até compor o total da amostra.

O procedimento em que a probabilidade de seleção amostral é igual, a unidade amostral é única, não estratificada com um único estágio e aleatória é chamado de Procedimento de Amostragem Aleatória Simples. [3]

3.2.1 Amostragem Aleatória Simples

A amostragem aleatória simples (AAS) é o método mais simples para selecionar uma amostra probabilística, sendo base para o entendimento e desenvolvimento de outros procedimentos amostrais. [3]

Definição 3.3 *Pode-se caracterizar a AAS pela sua definição operacional: “de uma lista com N unidades, sorteiam-se com igual probabilidade n unidades”, em que N*

representa a quantidade de elementos na população objetivo e n a quantidade de elementos na amostra a ser estudada.

Assim, em um procedimento aleatório, são sorteados todos os elementos de uma população, de modo que, todos os elementos tenham a mesma probabilidade de serem escolhidos e é repetido o procedimento até que todas as n unidades da amostra sejam sorteadas. [3]

Pode-se ter uma AAS com reposição (AASc) se for permitido que uma unidade possa ser sorteada mais de uma vez, e sem reposição (AASs) se a unidade sorteada for removida da população. No aspecto da praticidade, a amostra sem reposição é mais adequada e vai de encontro ao princípio intuitivo de que “não se acrescenta nova informação com uma unidade que aparece mais de uma vez na amostra”. Entretanto, a amostragem com reposição conduz a um tratamento teórico mais simples introduzindo vantagens matemáticas e estatísticas, implicando na independência entre as unidades selecionadas, que facilita no desenvolvimento das propriedades dos estimadores a serem considerados. Portanto, o plano amostral utilizado na proposta de atividade apresentada na dissertação será o de amostragem aleatória simples com reposição, que será denotado simplesmente por AAS. [7]

O procedimento de Amostragem Aleatória Simples é dado por:

1. Enumera-se a população de acordo com o sistema de referenciais à ser escolhido. Assim $U = 1, 2, 3, \dots, N$.
2. Sorteia-se uma das unidades, através de um sistema de computador ou de uma tabela de números aleatórios.
3. Repõe o elemento e um novo elemento é sorteado.
4. Repete-se o procedimento até que os n elementos sejam sorteados.

3.2.2 Amostragem Estratificada

Em populações muito heterogêneas e de tamanho limitados, torna-se impossível definir uma amostragem aleatória simples da população toda com uma precisão razoável. Uma solução para este problema é dividir a população em subpopulações internamente mais homogêneas, ou seja, grupos com variâncias pequenas que diminuam o erro da amostra global. [3]

Este procedimento chama-se a amostragem estratificada e consiste na divisão de uma população em grupos de acordo com uma ou mais características conhecidas da

população sob estudo, sendo selecionadas amostras desses estratos em proporções convenientes. A estratificação é utilizada com o objetivo de resolver alguns problemas, tais como, a melhoria da precisão das estimativas, produzir estimativas para a população toda e subpopulações e também por questões administrativas. [3]

Em [26] é ressaltado que uma amostra estratificada permite que, em cada estrato, os elementos pesquisados possam ser escolhidos aleatoriamente, sistematicamente ou com base em algum critério preestabelecido.

3.2.3 *Amostragem Acidental*

De acordo com [26], a amostra acidental é o tipo de amostragem em que o pesquisador seleciona diretamente o tipo de elemento que possui as características determinadas pelo objeto de pesquisa. Por exemplo, quem já comprou um carro 0 Km sabe que algum tempo depois receberá em sua casa um formulário com algumas questões para responder sobre sua satisfação com o veículo comprado. Desta forma, o lógico é que consumidores do veículo do modelo A respondam ao questionário referente a este mesmo modelo e não a um que se refira ao modelo B.

Assim como na amostragem estratificada, uma amostra acidental não elimina a possibilidade de outros tipos de amostragem. O grupo selecionado como objeto de pesquisa pode ser escolhido, por exemplo, com base em uma amostragem aleatória simples, ou, mesmo com base em uma amostragem sistemática. Os objetivos da pesquisa definem as características da amostragem a ser realizada. [26]

Este tipo de amostragem é tratada por [26] como amostragem acidental. Entretanto, outros autores associam a definição apresentada como amostragem intencional. Para que não haja confusão com o material utilizado para análise, será considerada a nomenclatura amostragem acidental.

3.2.4 *Amostragem Sistemática*

Se a variável a ser pesquisada sequencia a população de alguma forma, então segundo [26] uma amostra sistemática é a melhor escolha possível. Os elementos que constituem a amostra são escolhidos segundo um fator de repetição, assim sua aplicação requer que a população esteja ordenada de acordo com algum critério possibilitando que cada elemento seja identificado por sua posição.

Pode-se exemplificar esta amostragem, conforme mostrado por [26], na pesquisa do índice de satisfação dos moradores de uma rua com o serviço de remoção de lixo,

podendo o pesquisador percorrer uma rua e, a cada cinco casas, por exemplo, tocar a campainha e questionar o morador sobre a variável, objeto de sua pesquisa.

A amostragem sistemática é uma escolha comum quando a pesquisa é realizada com base em catálogos telefônicos ou sobre cadastros de consumidores. [26]

3.2.5 *Amostragem Voluntária*

Ocorre quando o pesquisado se oferece voluntariamente para participar da pesquisa, sem que haja um julgamento prévio do pesquisador. Este tipo de amostragem não permite o controle da variabilidade amostral, não sendo possível o controle da qualidade na estimação da amostra.

O presente trabalho aborda alguns tipos de planejamentos amostrais, mas dará ênfase no procedimento de amostragem simples, pois este será utilizado na proposta de atividade apresentada posteriormente. A determinação do tamanho da amostra será descrita apenas para esse tipo de amostragem.

3.2.6 *Como determinar o tamanho da amostra*

O uso de um levantamento amostral pode gerar algum tipo de erro calculado pela diferença entre o valor apresentado na amostra e o parâmetro de interesse da população, sendo que essa diferença pode ser apresentada devido a qualquer fator externo ou a uma escolha amostral. Neste caso, ele é definido como erro amostral, podendo também ser identificado pela diferença máxima entre a média amostral e a média populacional. O erro decresce à medida que se aumenta o tamanho da amostra entretanto, uma amostra muito grande implica em custos desnecessários, enquanto que uma amostra pequena pode tornar a pesquisa inconclusiva. [7]

A relação inversa entre tamanho da amostra e erro amostral está associada a determinado nível de confiança, ou seja, um intervalo estimado onde a média da estatística de uma amostra tem a probabilidade de ocorrer. Quando se é estabelecida uma margem de erro amostral, estima-se que o parâmetro populacional esteja dentro da variabilidade dessa margem. Desta forma, define-se o intervalo de confiança que é utilizado para indicar a confiabilidade de uma estimativa. [3]

Desse modo, para escolher o tamanho da amostra (n) a ser retirada de uma população, é necessário que se determine um erro amostral máximo de estimação (ϵ), com determinado grau de confiança (z_γ), valor obtido através da observação da tabela da normal de acordo com o intervalo de confiança escolhido, e possuir algum conhecimento sobre a variabilidade da população, definido como desvio padrão (σ).

Os dois primeiros são fixados conforme necessidade da pesquisa e o terceiro deve ser conhecido.

Para encontrar o desvio padrão de uma determinada população, pode-se observar estudos anteriores, realizar um estudo piloto e obter um estimador razoável para o desvio padrão ou considerar o desvio padrão como aproximadamente a amplitude da variável estudada dividida por 4. Desta forma, n é determinado como:

$$n = \left(\frac{z_\gamma \sigma}{\epsilon} \right)^2 \quad (1)$$

Em que:

- σ é o desvio padrão
- z_γ é o grau de confiança
- ϵ é o erro amostral.

Uma situação particular ocorre quando o interesse de pesquisa refere-se a uma porcentagem. A porcentagem é definida como o número de elementos que possuem uma determinada característica sobre o total então, pode-se definir cada elemento como sendo uma variável aleatória com distribuição de Bernoulli:

Definição 3.4 *Uma variável aleatória X tem distribuição de Bernoulli se assumir os valores 0 ou 1 com probabilidades:*

$$\begin{aligned} P(X = 0) &= 1 - p \\ P(X = 1) &= p \end{aligned}$$

em que p representa a probabilidade de sucesso assumindo os valores $0 < p < 1$.

Considerando eventos que apresentam ou não determinada característica, conhecendo também a probabilidade de ocorrência de sucesso ou fracasso, pode-se representar o fenômeno pela variável aleatória X que assume apenas os valores 0 e 1, associando 1 se o indivíduo possuir determinada característica e 0 se não a possuir.

É possível mostrar que Esperança da variável aleatória que possui distribuição de Bernoulli é dada por:

$$E(X) = \sum_{i=0}^n x_i P(X = x_i) = 0(1 - p) + p = p$$

E a variância, obtida pela diferença entre o segundo momento e o quadrado do primeiro momento populacionais, dada por:

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \sum_{i=0}^n x_i^2 P(X = x_i) = 0^2(1-p) + 1^2p = p \\ Var(X) &= E(X^2) - (E(X))^2 = p - p^2 = p(1-p) \end{aligned}$$

Como consequência, no caso de proporções, usando a equação (1) tem-se:

$$n = \frac{z_\gamma^2 p(1-p)}{\epsilon^2},$$

sendo desconhecido o valor de p , determinado pela verdadeira proporção populacional, utiliza-se o fato de que $p(1-p) \leq \frac{1}{4}$, para qualquer p e teremos que:

$$n = \frac{z_\gamma^2}{4\epsilon^2}.$$

No caso de populações finitas, a fórmula apresentada inicialmente não se aplica, sendo necessário que o erro amostral (ϵ) seja multiplicado por um fator de correção para populações finitas, denominado coeficiente de população finita:

$$\sqrt{\frac{(N-n)}{(N-1)}}.$$

Dessa forma, temos.

$$\epsilon = \frac{z_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{(N-n)}{(N-1)}}$$

Resultando, assim.

$$n = \frac{N z_\gamma^2 \sigma^2}{(N-1)\epsilon^2 + z_\gamma^2 \sigma^2} \quad (2)$$

em que:

- N é o tamanho da população,
- σ é o desvio padrão,
- z_γ é o grau de confiança,
- ϵ é o erro amostral.

Se o desvio padrão populacional (σ) for desconhecido, utiliza-se o mesmo procedimento adotado para população infinita, podendo considerar estudos anteriores,

realizar um estudo piloto ou considerar como a amplitude da variável estudada dividida por 4.

Considerando a situação particular em que o interesse da pesquisa refere-se a uma porcentagem, tem-se conforme demonstrado anteriormente a Variância igual a $p(1 - p)$.

Como consequência, no caso de proporções, usando a equação (2) tem-se:

$$n = \frac{Nz\gamma^2 p(1 - p)}{(N - 1)\epsilon^2 + z\gamma^2 p(1 - p)},$$

sendo desconhecido o valor de p , determinado pela verdadeira proporção populacional, utiliza-se o fato de que $p(1 - p) \leq \frac{1}{4}$, para qualquer p e teremos que:

$$n = \frac{Nz\gamma^2}{4(N - 1)\epsilon^2 + z\gamma^2}.$$

3.3 PROPOSTA DE ATIVIDADE

Sabe-se que o ensino da Matemática é de fundamental importância na construção de cidadania e que de acordo com [5] contribui no desenvolvimento crítico dos estudantes para que assim compreendam a realidade social. Desta forma, ensinar uma matemática expressiva e voltada para interesses sociais é uma maneira eficaz de aproximar a sociedade desses temas. Pode-se observar claramente esses aspectos em:

A compreensão dos fenômenos que ocorrem no ambiente - poluição, desmatamento, limites para uso dos recursos naturais, desperdício - terá ferramentas essenciais em conceitos (médias, áreas, volumes, proporcionalidade, etc.) e procedimentos matemáticos (formulação de hipóteses, realização de cálculos, coleta, organização e interpretação de dados estatísticos, prática da argumentação, etc.). [5]

Para [21] a estatística baseada em fundamentos, métodos e conceitos abstratos causa uma maior dificuldade de aprendizado ao aluno, sendo superados somente quando o professor alia teoria e prática com as experiências e necessidades educativas dos alunos. Seguindo este conceito, a proposta de atividade visa criar um ambiente em que o ensino de estatística aconteça de maneira natural e construtiva.

Baseado nos argumentos apresentados, este trabalho tem o objetivo de relembrar conceitos estatísticos e introduzir o conceito de amostragem à partir de uma proposta participativa, contendo elementos do cotidiano dos alunos. Para auxiliar na execução da atividade, foram utilizados os materiais de apoio ao professor, oferecidos pela

Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, tais como, os segundos volumes do Caderno do Professor [26] e do Caderno do Aluno [25] do 3º ano do Ensino Médio. Esses materiais estão disponíveis na intranet no Espaço do Servidor e são utilizados para auxiliar os docentes no preparo das aulas e direcioná-los quanto ao desenvolvimento de atividades com os estudantes na disciplina de Matemática.

O Caderno do Aluno [25] de Matemática (Volume 2 do 3º ano do Ensino Médio) apresenta os conteúdos previstos no Currículo do Estado de São Paulo de Matemática e suas tecnologias em oito Situações de Aprendizagem que ilustram a abordagem sugerida, buscando instrumentalizar o professor para a ação em sala de aula. Para orientar o professor, é disponibilizado o Caderno do Professor [26] que contém todas as atividades juntamente com orientações para aplicação e conceitos teóricos necessários para sua resolução.

O material estimula que o estudante participe ativamente do processo de construção do conhecimento com questionamentos ao longo das atividades. Entretanto, a participação do professor é fundamental para que haja completo entendimento das atividades e evitar interpretações erradas. O Caderno do Aluno [25] não apresenta os conceitos formalizados com explicações e exemplificações, deixando que o aluno, com apoio do professor, crie sua própria interpretação do conteúdo.

Foi escolhido para análise, a situação de aprendizado número 8, do Caderno do Aluno, que trata do tema “Amostras Estatísticas: Tipos, confiabilidade e margem de segurança dos resultados”. Segundo o Caderno do Professor [26], essa atividade tem como objetivo apresentar os conteúdos e temas: sistema de amostra, probabilidades associadas a faixas da distribuição normal e intervalo de confiança. Esses conteúdos trabalham as competências e habilidades de selecionar sistema de amostragem adequado aos objetivos definidos de uma pesquisa estatística, avaliar a validade de resultados estatísticos confrontando-os com valores-padrão relacionados à curva normal, e compreender alguns critérios adotados para a execução de pesquisas eleitorais. A sugestão de estratégia dada pelo Caderno do Professor [26] é a de analisar os textos e as situações-problema exemplares.

A primeira atividade proposta pelo Caderno do Aluno [25] envolve a leitura e análise do texto “Tipos de Amostras” (Anexo B) que aborda, principalmente, a importância de se escolher uma amostra representativa da população para que seja possível, à partir dela, especular sobre as características de toda a população utilizando como exemplo as eleições americanas de 1948, disputadas entre o republicano Dewey e o democrata Truman.

Na ocasião, foi realizada uma pesquisa eleitoral para identificar o possível vencedor porém, por uma falha na escolha da amostragem foi apresentado um resultado

equivocado. O processo adotado selecionava aleatoriamente um número de telefone da lista contudo, nesta época, poucas pessoas possuíam telefone em sua residência. Este erro acarretou uma divulgação errada por parte de um jornal que anunciava a manchete “Dewey derrota Truman”.

Por último, o texto cita os principais processos de amostragem destacando a amostragem aleatória simples, amostragem sistemática, amostragem acidental e amostragem estratificada. Em seguida, o Caderno do Aluno [25] propõe seis atividades, referentes ao texto, em que os alunos devem analisar os tipos de amostragem escolhidas em uma determinada situação-problema, descrever a forma que em cada situação se desenvolve um processo de amostragem e calcular com base nos dados do enunciado a quantidade de alunos em uma amostra estratificada ou aleatória simples. Contudo, somente no material destinado ao professor se encontram as definições dos processos de amostragem, sendo de sua responsabilidade transmitir aos alunos da maneira que julgar adequada.

Posteriormente, é proposta a leitura e análise do texto “Intervalos de confiança” que desenvolve os conceitos de margem de erro e intervalo de confiança associando-os a interpretação da curva normal. No texto, é abordada a simetria da curva normal em torno da média, utilizando também o desvio padrão como referência, além da representação proporcional da população situada em faixa selecionada. É utilizada a tabela representada na página 81 do Caderno do Aluno [25] como referência, exemplificando, o cálculo à partir do desvio ou fator da probabilidade de certeza de se sortear um elemento. Na sequência, o Caderno do Aluno [25] apresenta cinco exercícios, relacionados ao texto anterior, que desenvolvem a leitura correta da tabela e os cálculos dos intervalo de confiança e desvio médio da população.

Por fim, é sugerida a leitura e análise do texto “Pesquisa eleitoral: o tamanho da amostra” (Anexo C) que discute a relação da margem de erro e intervalo de confiança com o tamanho da amostra. É apresentando um exemplo prático deste cálculo e a formulação de uma relação para que o aluno tenha as ferramentas suficientes para calcular novas amostras à partir de outras situações que sejam apresentadas. No último parágrafo, do texto é discutida a necessidade da pesquisa ter uma amostra bem selecionada, pois mesmo com que o intervalo de confiança e margem de erro estejam bem ajustados, estes podem ser comprometidos com uma escolha amostral inadequada.

Para finalizar a atividade e a situação de aprendizagem, são apresentados pelo Caderno do Aluno [25] três exercícios, referentes ao texto anterior, para fixar o cálculo da amostra com base nas informações dadas e na abordagem completa de

uma situação problema envolvendo planejamento da pesquisa, tipo de amostragem e organização de dados.

A aplicação desta atividade se justifica na relevância da estatística nos dias atuais, sendo uma ferramenta indispensável para qualquer profissional na tomada de decisões cotidianas de seu trabalho ou na vida pessoal. O uso correto da estatística auxilia a reagir de modo inteligente às diversas informações às quais são constantemente apresentadas.

Com base na situação de aprendizagem do Caderno do Aluno [25], é proposta uma atividade da qual aborde os conceitos básicos estatísticos, explorando os conceitos de amostragem de maneira teórica e prática. Para melhor organização, separou-se a atividade em quatro etapas.

A primeira etapa destina-se a recapitulação de conceitos estatísticos básicos, buscando nivelar a turma quanto aos saberes. Na segunda etapa, aborda-se os conceitos de amostragem com base nas atividades propostas pelo Caderno do Aluno [25]. Na terceira etapa, elabora-se uma pesquisa baseada em um tema proposto pelos estudantes. Na última etapa, prepara-se relatório final da atividade com base em experimentações com o tamanho da amostra.

3.3.1 *Primeira Etapa - Revisão de conceitos estatísticos*

Inicialmente, uma exposição sobre estatística foi feita com as turmas, com o intuito de aprofundar em sua importância atual e sua aplicação cotidiana. Foi proposto, então, que os alunos façam uma pesquisa sobre tópicos gerais da estatística, buscando prepará-los e nivelá-los quanto aos seus conhecimentos prévios. Para avaliar esta etapa, os alunos foram separados em grupos e cada grupo apresentará, para toda sala, suas conclusões sobre um determinado tema, sendo que os temas serão escolhidos para os grupos em forma de sorteio. Os temas abordados foram tópicos gerais da estatística, tais como: população, amostra, tipos de variáveis, frequências, medidas de tendência central, medidas de dispersão e utilização de gráficos. Para finalizar esta etapa introdutória os alunos realizaram alguns exercícios retirados do livro “Matemática: contexto & aplicações” do autor Luiz Roberto Dante para fixação (Anexo A). Foram utilizadas duas aulas para execução da atividade.

Aula 1: Pesquisa dos principais conceitos estatísticos como população, amostra, tipos de variáveis, frequências, medidas de tendência central, medidas de dispersão e utilização de gráficos.

Aula 2: Apresentação dos seminários em grupos sobre os temas, sendo sorteado cada tema por grupo e realização de exercício para fixação. (Anexo A)

3.3.2 Segunda Etapa - Preparação Amostragem

Para iniciar os estudos de amostragem foi realizada uma reflexão sobre a necessidade da utilização da amostra em uma pesquisa estatística, onde discutiu-se as dificuldades em realizar uma pesquisa quando seu público alvo ganha proporções maiores, como por exemplo, uma pesquisa que envolva os cidadãos de toda uma cidade ou de todo um país. Em seguida, foi realizada a leitura do texto “Tipos de amostras” (Anexo B) do Caderno do Aluno [25], apresentando aos alunos uma narrativa sobre a disputa presidencial de 1948 envolvendo os candidatos Dewey e Truman. Ao final da leitura foi feita uma discussão sobre o texto.

Foram abordado os tipos de amostragem mais comuns, tais como: amostra aleatória simples, amostra sistemática, amostra acidental e amostra estratificada, conforme proposto pela atividade do Caderno do Aluno. Em seguida, realizou-se leitura do texto e “Pesquisa eleitoral: o tamanho da amostra” do Caderno do Aluno [25] (Anexo C) e foi proposta uma discussão sobre como calcular o tamanho da amostra, na qual os conceitos de nível de confiança e erro amostral são introduzidos juntamente com sua influência no tamanho da amostra. Em seguida, foi realizada a Lista 2 com exercícios escolhidos do Caderno do Aluno [25] (Anexo D).

Para finalizar a segunda etapa de preparação, os alunos realizaram uma avaliação (Apêndice A) dissertativa sobre o tema, de forma que todos possam expressar, abertamente, sua compreensão sobre os conceitos estatísticos que lhes foram apresentados. Esta avaliação serviu como um diagnóstico para verificar o entendimento da turma. Após a entrega dos resultados das provas, foi promovida uma discussão, afim de corrigir falhas conceituais e expor as respostas corretas colocadas por eles, além da realização da recuperação. O tempo para execução desta etapa é de 5 aulas.

Aula 3: Leitura do texto “Tipos de Amostras” (Anexo B) da página 83 do segundo volume do Caderno do Aluno [25] do 3º ano do Ensino Médio no qual apresenta um caso real sobre um erro no método da amostragem ocorrido na eleição americana de 1948 entre Dewey e Truman. Concluída a leitura, discute-se o impacto que uma má escolha da amostra pode causar em uma pesquisa estatística. Por fim, apresentam-se alguns tipos de amostragem, a amostra aleatória simples e a amostra sistemática.

Aula 4: Dando continuidade à Aula 3, desenvolve-se os conceitos de amostra acidental e amostra estratificada. Para finalizar, propõe-se a leitura do texto “Pesquisa eleitoral: o tamanho da amostra” (Anexo C) do segundo volume do Caderno do Aluno do 3º ano do Ensino Médio.

Aula 5: Realização de exercício do Caderno do Aluno visando reforçar os conceitos apresentados (Anexo D).

Aula 6: Avaliação dissertativa sobre os tipos de amostragem para identificar o nível de aprendizado e possibilitar a exposição de ideias próprias (Apêndice A).

Aula 7: Discussão sobre as compreensões do conteúdo proposto, possível reparação de falhas de aprendizado, reforço dos conceitos apresentados e recuperação.

3.3.3 Terceira etapa - Instrumentos da coleta de dados

Após a etapa de preparação, a terceira etapa do trabalho iniciou-se com um levantamento, em todas as turmas, sobre possíveis temas para a execução de duas pesquisas, nas quais suas informações foram utilizadas em trabalhos posteriores. Foram escolhidos dois temas bem distintos, sendo um deles mais controverso e outro neutro, com o intuito de observar as diferenças apresentadas nas respostas.

Definido os assuntos abordados, foram realizados dois debates iniciais sobre os temas propostos nas pesquisas com o intuito de instigá-los, levantando opiniões iniciais e buscando encontrar os principais tópicos relativos ao tema.

De posse das informações colhidas por eles, uma discussão sobre os temas foi gerada, explorando pontos relevantes. Por fim, os pontos importantes necessários para a execução da pesquisa foram propostos.

A partir de todas as discussões e questões levantadas pelos alunos foram elaboradas duas pesquisas relacionadas os temas estudados com suas principais variáveis associadas. Por fim, as pesquisas foram entregues aos alunos e as orientações de prazo e número de entrevistas a serem realizadas. Os estudantes foram também aconselhados a não interferirem na resposta do entrevistado, deixando assim de lado sua opinião pessoal. Para a elaboração das pesquisas utilizou-se a plataforma online do Google ¹. A captação de dados foi feita através da divulgação dos alunos em redes sociais e pela divulgação da rede social da escola. As pesquisas estão disponíveis nos Apêndices B e C. Foram utilizadas 4 aulas nessa etapa.

Aula 8: Levantamento de possíveis temas a serem trabalhados.

¹ (www.google.com/forms)

Aula 9: Debate inicial sobre o tema escolhido, nesta etapa os alunos devem expor suas opiniões sobre o tema baseados em seu próprio conhecimento ou experiências. Por fim, propõe-se ao aluno que faça um levantamento de informações sobre o tema para a elaboração de uma pesquisa.

Aula 10: Exposição das informações colhidas pelos alunos e definição das questões do questionário.

Aula 11: Entrega, aos alunos, da pesquisa (Apêndices B e C) elaborada pelo professor com base nas informações colhidas nas aulas anteriores e orientação quanto aos cuidados na execução da pesquisa, sendo aconselhados a não interferirem com suas opiniões pessoais nas respostas dos entrevistados e a exigência de prazos de entrega da pesquisa. Ressalta-se, também, a importância das informações verídicas, uma vez que, os resultados serão utilizados em uma etapa posterior.

3.3.4 *Quarta etapa - Organização da coleta de dados*

Após o recebimento das pesquisas e a tabulação automática dos dados feita pela plataforma, foi executada uma atividade para comparação da influência da amostra na pesquisa estatística alterando as dimensões das amostras e por consequência, alterando o nível de confiança e o erro amostral. Foram utilizadas para comparação a amostra original, uma amostra 50% reduzida e amostras de tamanho 100, 50 e 10. O tempo para realização desta etapa será de apenas 1 aula.

Aula 12: Execução do relatório final contendo as análises estatísticas. Nesta etapa discute-se a influência da escolha amostral no estudo estatístico através da comparação de gráficos.

3.3.5 *Cronograma*

Tabela 1: Resumo do Cronograma

Primeira Etapa	Aula 1	Introdução aos conceitos estatísticos
	Aula 2	Apresentação dos Seminários e Realização dos Exercícios
Segunda Etapa	Aula 3	Tipos de Amostras
	Aula 4	Tamanho da Amostra
	Aula 5	Exercícios de Fixação
	Aula 6	Avaliação
	Aula 7	Discussão dos resultados da avaliação
Terceira Etapa	Aula 8	Levantamento sobre os possíveis temas para pesquisa
	Aula 9	Discussão inicial sobre o tema
	Aula 10	Exposição sobre o tema e elaboração inicial da pesquisa
	Aula 11	Entrega da pesquisa aos alunos e orientação da execução
Quarta Etapa	Aula 12	Apresentação dos resultados

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A discussão dos resultados é apresentada aqui por etapas, conforme descrito no cronograma da atividade proposta no Capítulo 3, e em seguida realiza-se um análise crítica da atividade.

4.1 PRIMEIRA ETAPA

Na primeira etapa, foi solicitado que os alunos fizessem uma pesquisa sobre conceitos estatísticos básicos, além da apresentação de seminários e realização de exercícios retirados do livro “Matemática: contexto & aplicações” do autor Luiz Roberto Dante (Anexo A). Foi estimulado que utilizassem livros didáticos e também conteúdos da internet para compôr o trabalho, tomando o cuidado para que compreendessem os conceitos e não simplesmente reproduzissem. O objetivo esperado foi alcançado, ainda que a maior parte dos grupos tenha explorado uma abordagem dos conceitos muito similar, utilizando uma linguagem técnica, típica de livros didáticos, e não suas próprias conclusões.

Os conceitos de população e amostra foram corretamente entendidos por todas as turmas da maneira que são apresentados em livros didáticos. Contudo, somente as turmas do 3°C e do 2°D souberam explorar a importância do uso de uma amostra, conceito que comumente não aparece nos textos didáticos, alcançando um dos objetivos dessa prática. Isso é mostrado em reflexões dos estudantes:

- i) “Em uma população muito grande fica impossível falar com todas as pessoas, por isso é necessário utilizar amostra”, e
- ii) “A amostra é uma parte da população: um exemplo é nossa sala, que é uma parte da população da escola”.

Alguns grupos não responderam ou responderam incorretamente sobre a relação entre população e amostra: “população e amostra servem para tipos de pesquisas diferentes”.

As falas dos grupos foram registradas para que servissem de base para o estudo da segunda etapa.

Os temas: tipos de variáveis, frequências e medidas de tendência central foram apresentados corretamente por todos os grupos conforme estabelecido pelos autores de [12] e [7]. Os grupos utilizaram exemplos para facilitar a apresentação dos conceitos de variáveis quantitativas e qualitativas. Apenas os grupos do 3°C e 1°C abordaram as subdivisões das variáveis quantitativas e qualitativas, nas outras turmas foi necessário que o professor fizesse a intervenção, explicando para as turmas o conceito. As definições sobre os tipos de frequências (absoluta, relativa e percentual) foram bem colocadas por todos os grupos, no entanto as turmas do 3°F e 2°C tiveram dificuldades em representar as tabelas na lousa a partir de dados retirados do livro. Na apresentação das medidas de tendência central, nenhum grupo encontrou problemas, com base nos exemplos práticos exploraram os conceitos de média, moda e mediana.

Os exercícios de fixação (Anexo A), foram extraídos do livro “Matemática: contexto & aplicações” [12] e aplicados em todas as turmas, sendo corrigidos posteriormente pelo professor. A similaridade com os exemplos apresentados no livro contribuiu para que os resultados fossem melhores, possibilitando que os alunos reproduzissem as técnicas explicadas anteriormente. A maior parte dos erros apresentados se concentrou em erros de cálculo ou de interpretação do problema e foram abordados pelo professor em uma correção no quadro. Alguns exemplos de respostas obtidas podem ser vistos nas Figuras 1, 2, 3 e 4.

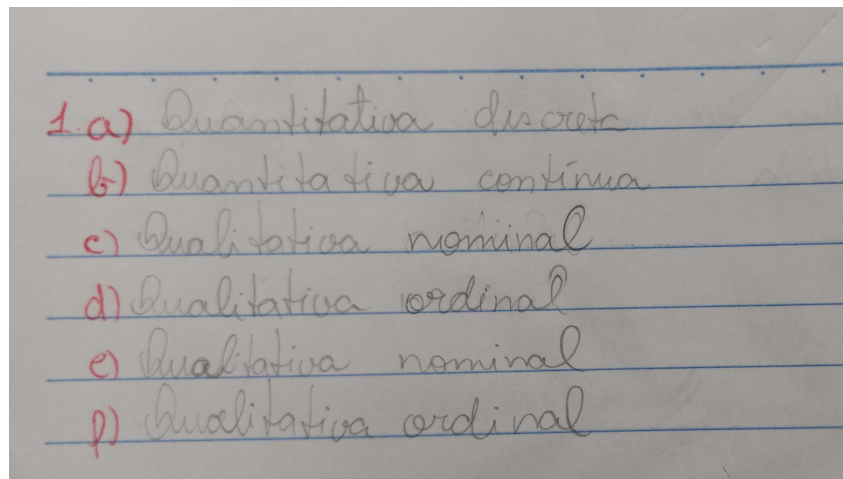


Figura 1: Exercício 1 da Lista 1 entregue pelo estudante do 3°C

2

time	votos	F. R
Corinthians	9	$9/25 = 0,36$
São Paulo	5	$5/25 = 0,2$
Santos	4	$4/25 = 0,16$
Palmeiras	7	$7/25 = 0,28$
total	25	1

Figura 2: Exercício 2 da Lista 1 entregue pelo estudante do 2ºD

4) GP = 14
GC = 7

$$\frac{3+4+1+3+2+1}{6} = \frac{14}{6} = 2,3$$

$$\frac{1+2+1+2+1}{5} = \frac{7}{5} = 1,4$$

Média Aritmética

GP = 2,3
GC = 1,4

Figura 3: Exercício 4 da Lista 1 entregue pelo estudante do 2ºC

6) $6 \cdot 14 = 84$ $6+9+5 = 20 \rightsquigarrow 10^{\circ} - 11^{\circ}$
 $19 \cdot 20 = 380$ $\downarrow \quad \downarrow$
 $5 \cdot 16 = 80$ $16 + 16$
 $\frac{344}{20} = 17,2$ $32 \div 2$
 Média → Mediana → 16

→ moda do grupo é de 20 anos

Figura 4: Exercício 6 da Lista 1 entregue pelo estudante do 3ºC

Alguns exercícios que exigiam um processo contrário, por exemplo, a partir da média e da quantidade de elementos descobrir o valor de um elemento específico, se

mostraram mais difíceis e tiveram poucos resultados positivos em todas as turmas. No momento da correção foram explorados esses exercícios, enfatizando a necessidade de se refletir sobre o conceito explorado do problema, para que posteriormente busque um processo para solução. Os alunos que não resolveram algum exercício específico foram instruídos a descrever as dificuldades encontradas entretanto, a maioria somente declarou “não entendi o exercício”. Podem ser vistos alguns exemplos de erros encontrados nas Figuras 5 e 6.

$$\begin{array}{r}
 5- \quad 8,5 \\
 + 5,0 \\
 \hline
 33,5 \quad \overline{)3} \\
 \quad 4,5 \\
 \quad \underline{2,5} \\
 \quad \quad 1,0
 \end{array}$$

A NOTA DO TERCEIRO TRABALHO DEVE SER 2,5 PARA A MEDIDA DE 7,0

Figura 5: Exercício 5 da Lista 1 entregue pelo estudante do 3ºF

$$\begin{array}{r}
 \overset{2}{1}4 \quad \quad 20 \quad \quad \overset{3}{1}6 \\
 \times 6 \quad \quad \times 9 \quad \quad \times 5 \\
 \hline
 84 \quad \quad 180 \quad \quad 80 \\
 + \\
 \hline
 344 \div 20 = 17,2 \text{ Mediana.}
 \end{array}$$

Minha dificuldade é de calcular a mediana.

Figura 6: Exercício 6 da Lista 1 entregue pelo estudante do 2ºD

4.2 SEGUNDA ETAPA

A segunda etapa iniciou-se com uma discussão sobre a utilização da amostra com base nas falas expostas anteriormente pelos grupos representantes do 3ºC e 2ºD, em que “em uma população muito grande fica impossível falar com todas as pessoas, por isso é necessário utilizar amostras” e “a amostra é uma parte da população. Um exemplo é nossa sala, que é uma parte da população da escola” e, na definição apresentada por [7], na qual “amostra é qualquer subconjunto da população”. Assim,

foi discutida a importância da utilização da amostra, possibilitando a execução da pesquisa e sua viabilização financeira.

Compreendido o conceito de amostra, os estudantes foram questionados sobre a representatividade de uma amostra utilizando como exemplo a escolha de uma sala para representar toda uma escola, os alunos deveriam refletir se esta amostra exprime as opiniões de toda a escola. Alguns alunos expressaram que “a diferença dos horários pode mudar a opinião sobre algumas coisas, por exemplo, a comida servida pela cantina ou os eventos que a escola faz”, outros destacaram que “as turmas do Ensino Fundamental com certeza tem opiniões diferentes por serem crianças” por fim, foram feitas conclusões por toda a turma sobre a escolha da amostra.

Para consolidar os conceitos de amostra e introduzir os tipos de amostragem foi feita a leitura do texto “Tipos de amostras” do Caderno do Aluno (Anexo B) e em seguida apresentado alguns tipos de amostragem e suas exemplificações, tais como, a amostra aleatória simples, amostra sistemática, amostra acidental e amostra estratificada. Alguns alunos questionaram se haviam outros tipos de amostragem e foram abordados outros métodos de amostragem, como amostragem por conglomerado e amostragem por julgamento, e também sobre a divisão de amostragem probabilística e não-probabilística.

Posteriormente, foi feita a leitura do texto “Pesquisa eleitoral: o tamanho da amostra” do Caderno do Aluno (Anexo C) que aborda o cálculo do tamanho da amostra com base no intervalo de confiança e uma margem de erro fixada. No texto é apresentada uma fórmula com uma explicação simples sobre sua formação, o que facilitou a compreensão dos alunos:

$$x = \left(\frac{1,96}{2\sqrt{n}} \right)$$

em que:

- x é a margem de erro,
- n é o tamanho da amostra.

Houveram alguns questionamentos sobre o processo necessário para a alteração do intervalo de confiança, que neste caso está estipulado em 95%, sendo perguntado “como que é feito para alterar esse valor e de onde surgiu o 1,96?”. Este questionamento foi resolvido pelo professor com a apresentação da tabela da distribuição normal padrão, que estava na página 96 do Caderno do Aluno [25], com a explicação do processo para a determinação do fator 1,96. Tendo os alunos compreendido estes conceitos, foram feitas manipulações da fórmula em que se modificava intervalo

de confiança e margem de erro para que os alunos verificassem o impacto destas alterações no tamanho da amostra.

Por fim, o texto apresentava uma reflexão superficial que estimulava o aluno a refletir sobre a precisão da pesquisa não estar condicionada unicamente a um número de pessoas entrevistadas, mas também, ao tipo de amostra selecionada. Com base no que foi discutido anteriormente sobre importância da amostra, os alunos refletiram sobre a necessidade de se determinar uma amostra corretamente, destacando que “é importante pensar em como será feita a pesquisa. Isso é tão importante quanto determinar quantas pessoas serão entrevistadas”.

Logo depois foi realizada uma segunda lista (Anexo D), contendo cinco exercícios retirados do Caderno do Aluno [25] que exploravam situações problema em que deveriam ser analisadas ou aplicadas o tipo de amostragem selecionada. Analisando as atividades, percebe-se que estas requisitavam do aluno uma grande capacidade de interpretação, abstração e criação, podendo assim ser consideradas avançadas para grande parte da turma.

Os exercícios foram executados adequadamente, tendo apresentando poucos erros, que foram explorados no momento da correção feita pelo professor. Foi feita uma releitura do exercício com uma adaptação na linguagem, facilitando a compreensão e, com isso, os alunos conseguiram responder as questões oralmente baseando-se nos conceitos, exemplos apresentados anteriormente e nas respostas apresentadas por estes. Alguns exemplos de respostas obtidas na segunda atividade podem ser vistas nas Figuras 7, 8, 9, 10 e 11.

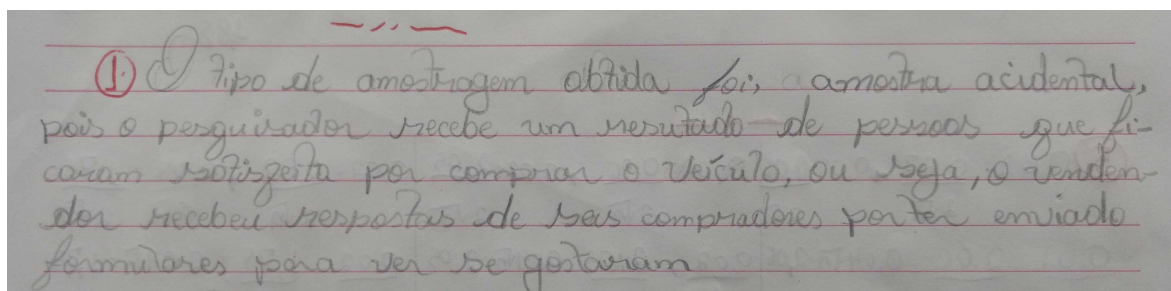


Figura 7: Exercício 1 da Lista 2 entregue pelo estudante do 1ºC

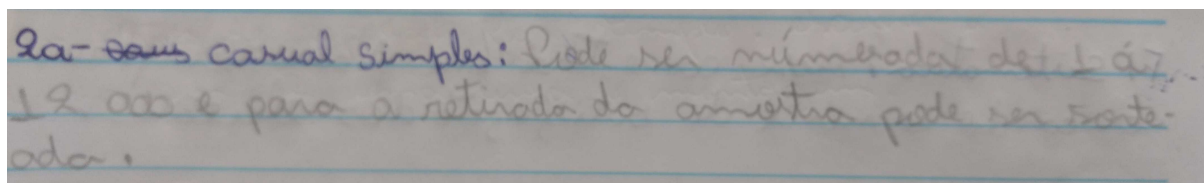


Figura 8: Exercício 2 da Lista 2 entregue pelo estudante do 2ºD

① Estratificada = Poderiam dividir a população entre classes baixas e médias.

Figura 9: Exercício 3 da Lista 2 entregue pelo estudante do 3ºF

d.) estratificada: irei fazer grupos por idade o primeiro grupo seria de 18 até 39 anos o segundo de 39 até 60 anos.

Figura 10: Exercício 3 da Lista 2 entregue pelo estudante do 3ºC

$$5. 97\% \Rightarrow 2943 \text{ entrevistados}$$

$$\sqrt{n} = \frac{2,17}{0,04}$$

$$\sqrt{n}^2 = 54,25^2$$

$$\underline{\underline{n = 2943}}$$

Figura 11: Exercício 5 da Lista 2 entregue pelo estudante do 3ºC

Para finalizar a etapa foi realizada uma avaliação dissertativa (Apêndice A) com os conteúdos da primeira e segunda etapa o objetivo era avaliar a compreensão dos conceitos e corrigir possíveis falhas de aprendizado. Os resultados foram novamente adequados, apresentando somente poucos valores muito negativos devido a pouca ou nenhuma participação nas atividades. Os resultados podem ser vistos na Figura 12.

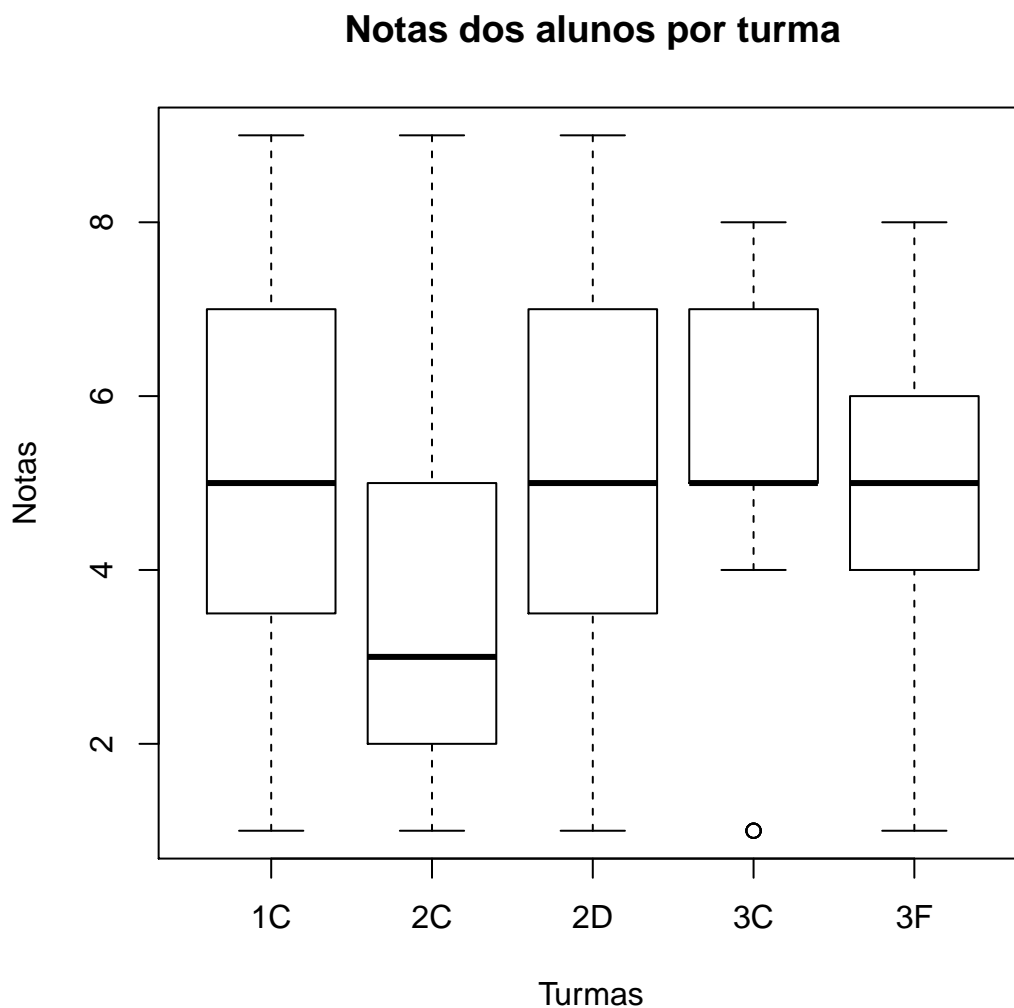


Figura 12: Resultados da Avaliações dos Alunos

O gráfico da Figura 12 apresenta as notas finais dos estudantes. Observa-se que em quase todas as turmas a mediana é a mesma, com exceção da turma 2°C, o que mostra que o aprendizado foi equivalente. O resultado abaixo do esperado pela turma do 2°C se justifica pois, a sala foi formada, em sua maioria, por alunos que haviam sido retidos no ano anterior e, assim, já haviam apresentado desempenho insatisfatório anteriormente. Desta forma, muitos alunos não participaram das atividades por questões de ausência ou de falta de interesse.

Os alunos que não atingiram o conceito satisfatório, inferior a cinco, realizaram uma atividade visando a reparação das falhas de aprendizado e reforço dos conceitos apresentados. Estes retomaram as definições básicas estatísticas, elaborando um resumo sobre todos os pontos apresentados nos seminários. Por fim, tiveram a oportunidade de refazer as avaliações em duplas, pois entendeu-se que desta forma os

alunos teriam mais facilidade de se expressarem através da escrita. Alguns exemplos de resumos elaborados pelos estudantes podem ser observados nas Figuras 13 e 14.

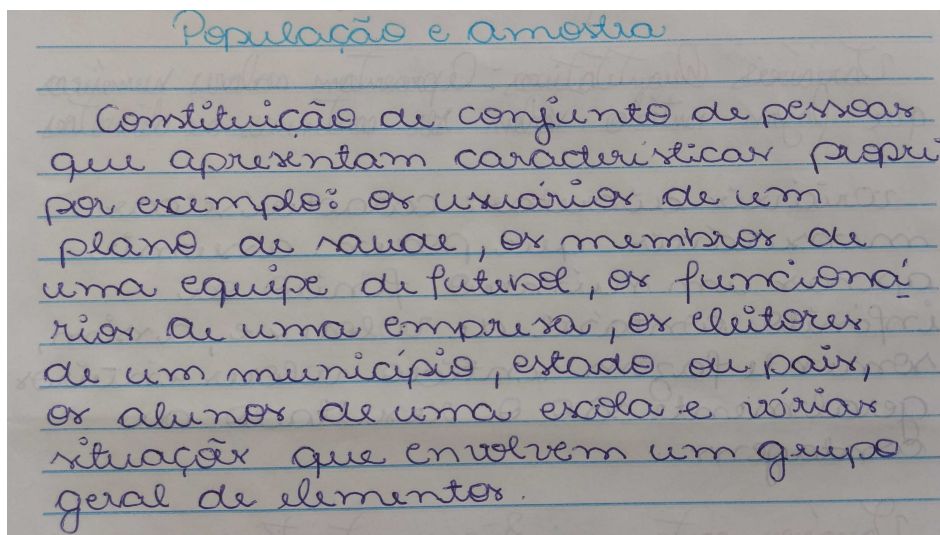


Figura 13: Resumo de conceitos básicos entregue pelo estudante do 1º C

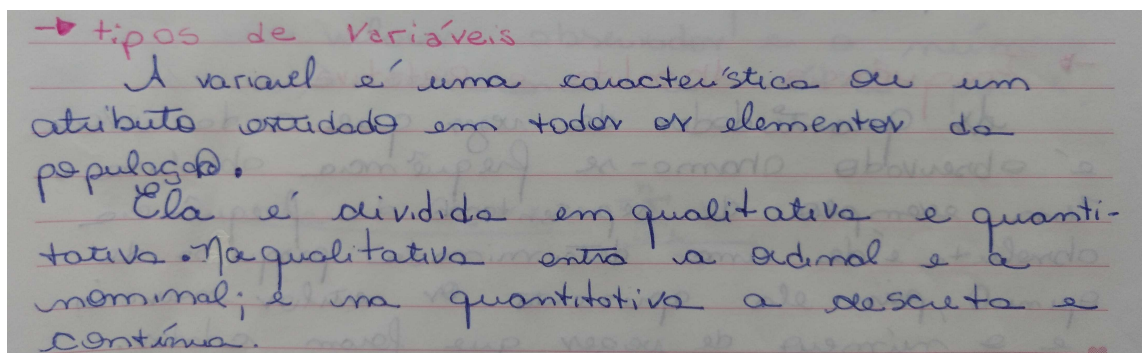


Figura 14: Resumo de conceitos básicos entregue pelo estudante do 2º C

4.3 TERCEIRA ETAPA

A terceira etapa do trabalho refere-se a realização da pesquisa e sua análise. A princípio, foi discutido, com todas as turmas, dois possíveis temas entre: a legalização da maconha, aborto, casamento homoafetivo, cotas, escolha profissional, olimpíadas, reforma da educação e alimentação. Após uma conversa com as cinco turmas, foram conflitados os interesses gerais e chegou-se aos temas da união homoafetiva e alimentação saudável para a realização de duas pesquisas. Os temas foram escolhidos por tratarem-se de um neutro e outro controverso.

Foi desenvolvido com os alunos uma discussão sobre os temas, em que estes apresentaram opiniões pessoais, muitas vezes superficiais sobre o assunto, e fatos de suas vidas cotidianas, como por exemplo, seu próprio relato ou de algum familiar. Já neste primeiro momento, os alunos se mostraram muito entusiasmados com a proposta, uma vez que são temas atuais e controversos, resultando na participação ativa nos debates e promovendo-se uma discussão entre todos.

Dentro do tema da união homoafetiva, alguns estudantes relataram que “já tive problemas com minha família por ter falado que sou homossexual, alguns familiares não falam comigo”, outros disseram que “meu irmão é homossexual e não mora mais em casa por causa disso”. Ao abordar a união de casais do mesmo sexo, muitos estudantes concordaram que “as pessoas devem ter direito a ficar com quem quiserem”, entretanto alguns ainda destacaram que “a igreja não deve aceitar o casamento de gays”. Com relação ao tema da adoção, alguns alunos destacaram que “um casal homossexual vai ensinar seu filho a ser homossexual”, enquanto outros defendiam que “é melhor que possam ter carinho e cuidado de um casal de homens do que viverem nas ruas”.

O tema alimentação saudável gerou menos debate entre os alunos, a maioria declarou que “não tenho uma alimentação saudável, porque como muito na rua” enquanto que outros disseram que “em casa eu sempre comi lanche, não tem muita salada e outras coisas. Como apenas alface e tomate no almoço”.

Sobre a motivação para se alimentar de forma saudável alguns alunos mencionaram que “como menos besteira para poder emagrecer, mas acho um lanche bem mais gostoso”.

Para finalizar a conversa, os estudantes foram estimulados a pesquisar sobre os temas, afim de se aprofundarem, possibilitando o levantamento de pontos críticos a serem explorados na pesquisa.

Tendo já pesquisado e refletido sobre os pontos colocados na aula anterior sobre os temas, foi então promovida uma nova discussão com todas as turmas sobre quais pontos seria importantes e deveriam ser explorados nas pesquisas.

No tema relação homoafetiva, concluiu-se que as informações sobre a idade, orientação sexual e religião dos entrevistados deveriam ser perguntadas, além de suas posições sobre aceitação de um familiar homossexual, preconceito da sociedade em geral com os homossexuais e igualdade de direitos.

O tema da educação alimentar teve como pontos críticos a idade e a escolaridade dos entrevistados, juntamente com suas opiniões sobre a importância de se manter uma alimentação saudável. Os hábitos alimentares familiares, a prática de ativida-

des físicas e as dificuldades ou motivações na busca de uma alimentação saudável também foram destacados.

Baseado nos levantamentos dos alunos foram elaboradas as pesquisas (Apêndices B e C), utilizando a plataforma online do Google ¹. A captação de dados foi feita através da divulgação dos alunos em redes sociais e na da rede social da escola, sendo que a pesquisa era pública e as respostas eram colhidas de forma anônima. Foram recebidas 1.474 entrevistas de pessoas com idades variadas de 15 a 72 anos na pesquisa relacionada a união homoafetiva. O tema alimentação saudável teve uma quantidade de respostas inferior a primeira sendo recebidas 444 respostas, com idades variadas de 15 a 73 anos. Acredita-se que a quantidade inferior de respostas se deve ao fato do assunto ser menos polêmico.

4.4 QUARTA ETAPA

Para a realização da última etapa, primeiramente, os estudantes analisaram os resultados obtidos nas pesquisas e puderam expor suas opiniões, comparando-os com o posicionamento da turma sobre os temas abordados. Entre os comentários dos estudantes, pode-se destacar duas observações:

"As pesquisas realizadas foram de suma importância para compreender o que a sociedade pensa sobre um assunto polemico como o casamento entre homossexuais e se eles devem deter os mesmos direitos de um casal heterossexual e um assunto como a alimentação saudável. Pelos gráficos era nítido a forma como a idade, o nível de escolaridade e a religião influenciava na resposta da pesquisa, mostrando que na maioria das vezes os jovens mostravam-se mais liberais enquanto que os mais velhos mais conservadores. Os debates foram importantes para que se alguém tivesse alguma dúvida escolhesse os argumentos que mais lhe pareciam razoáveis e tomasse uma decisão"

(Aluna do 3°C)

"O primeiro tema, que foi sobre a "União Homoafetiva", foi extremamente delicado devido ao debate que temos sobre ele diariamente na nossa sociedade. Entretanto, um ótimo tema para se dissertar e achar soluções. Trata-se de um tema cuja as respostas e opiniões são mais singulares, ou seja, uma grande parte da população tem a mesma opinião. O segundo tema foi sobre a "Alimentação Saudável", um assunto muito mais simples e com opiniões muito mais variadas. A escolha entre

¹ (www.google.com/forms)

alimentos é algo extremamente abrangente, sendo assim, mais difícil de encontrar o que a população prefere. A amostragem é importante para minimizar o "trabalho" com os números, escolhendo uma quantidade de pessoas na população para encontrar os valores, as médias, moda, etc."

(Aluno do 2ºD)

Para finalizar a atividade proposta foram utilizadas amostras de tamanhos 10, 50, 100 e 50% da amostra original para que os alunos verificassem a influência que o tamanho da amostra faz ao resultado final. Estas novas amostras foram sorteadas de acordo com a amostragem aleatória simples utilizando o *software* Microsoft Excel 2016.

Para fazer a escolha desta amostras, inicialmente numera-se toda a amostra original, que será considerada para na atividade como uma população. Em seguida, utilizando a função =ALEATORIOENTRE(*limite inferior; limite superior*) são sorteados números aleatórios que serão utilizados para selecionar a amostra de acordo com numeração inicial. Cada número sorteado é associado ao número apresentado na listagem. Desta forma, pode-se formar as amostras aleatórias com reposição de tamanhos 10, 50, 100 e 50% da amostra original.

Nesta atividade, os alunos revisitaram o conceito de amostragem aleatória simples e puderam constatar as alterações por meio de gráficos de setores e gráficos de barras. Alguns exemplos podem ser destacados nas Figuras 15, 16 e 17.

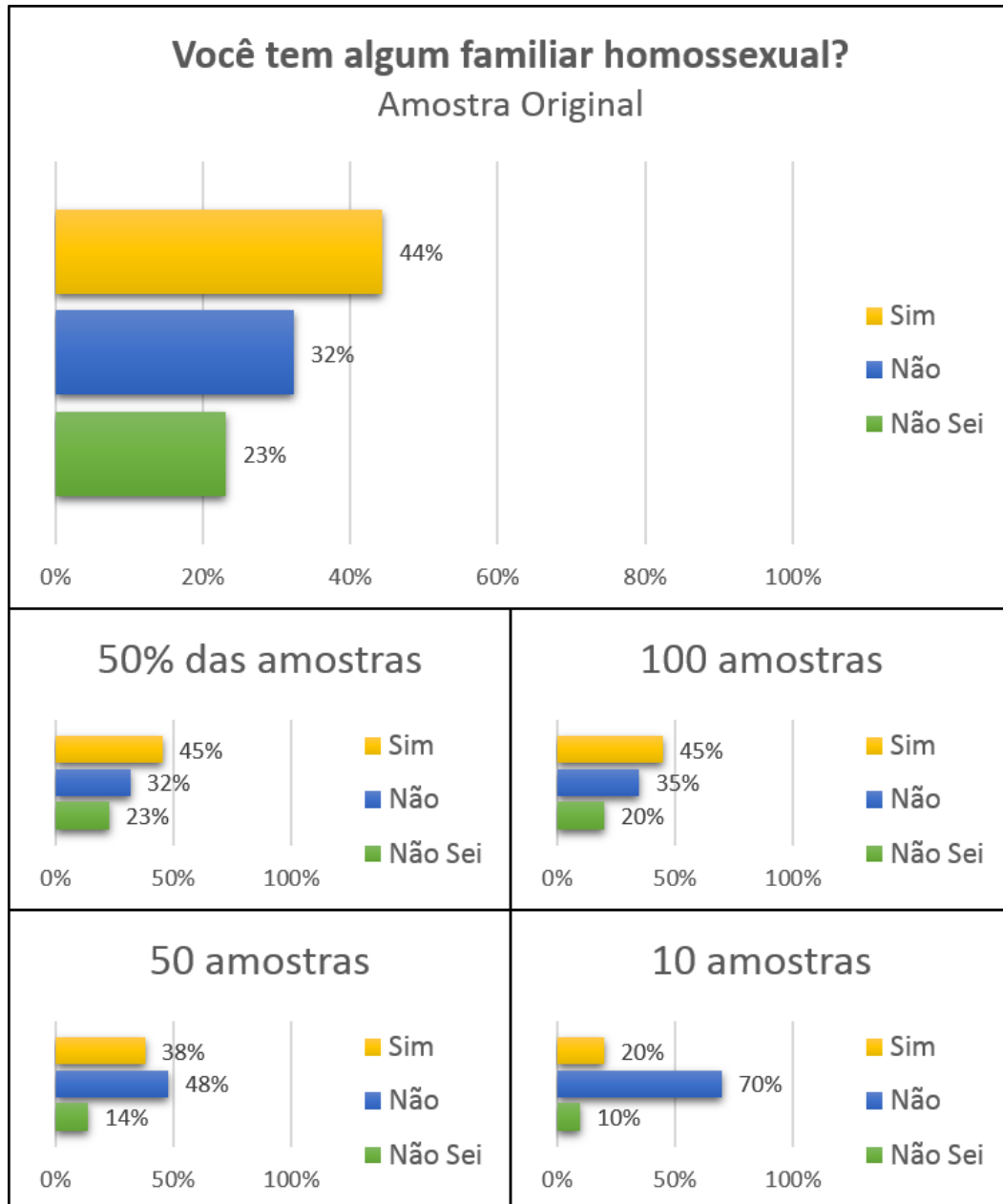


Figura 15: Você tem algum familiar homossexual?

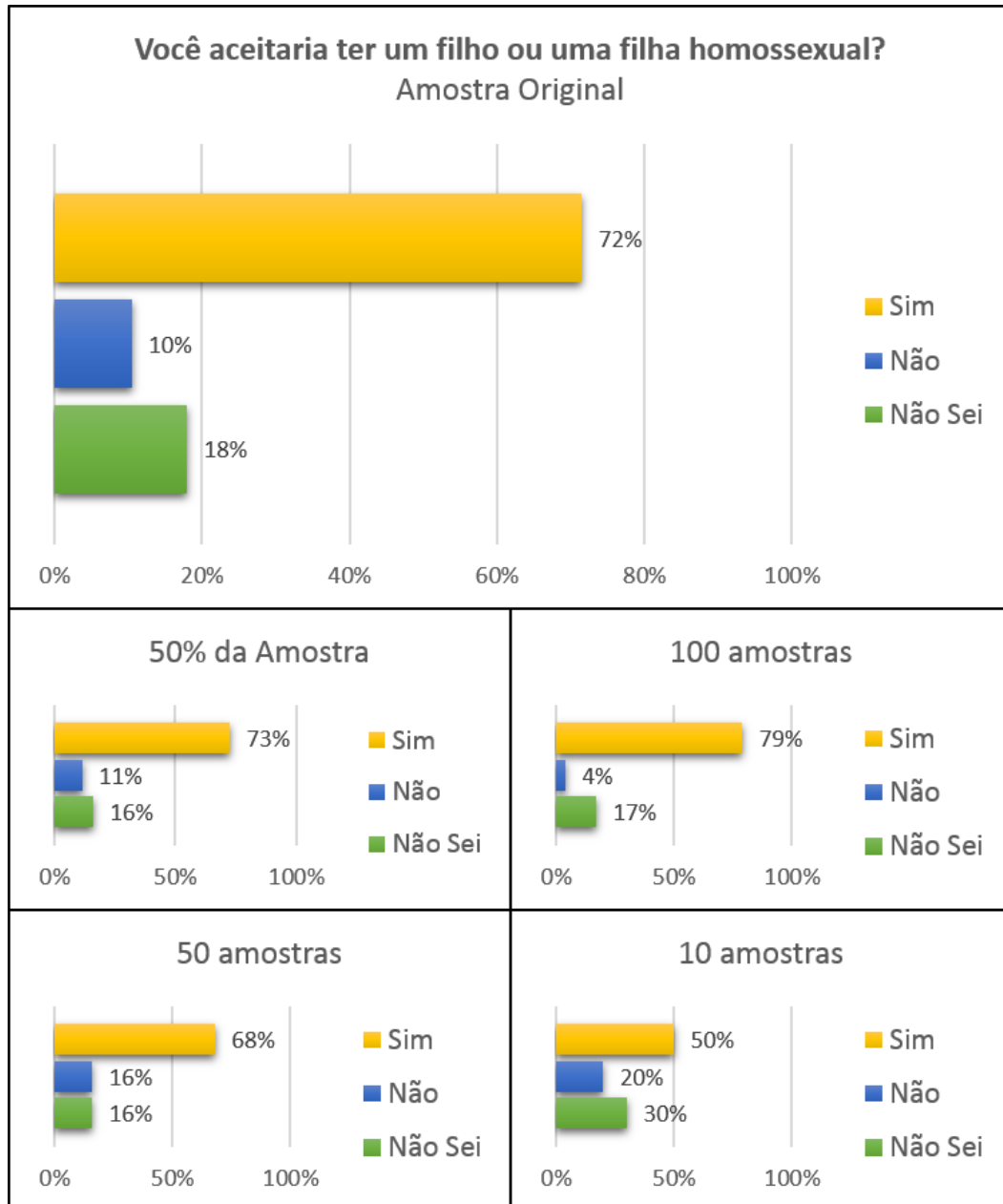


Figura 16: Você aceitaria ter um filho ou uma filha homossexual?

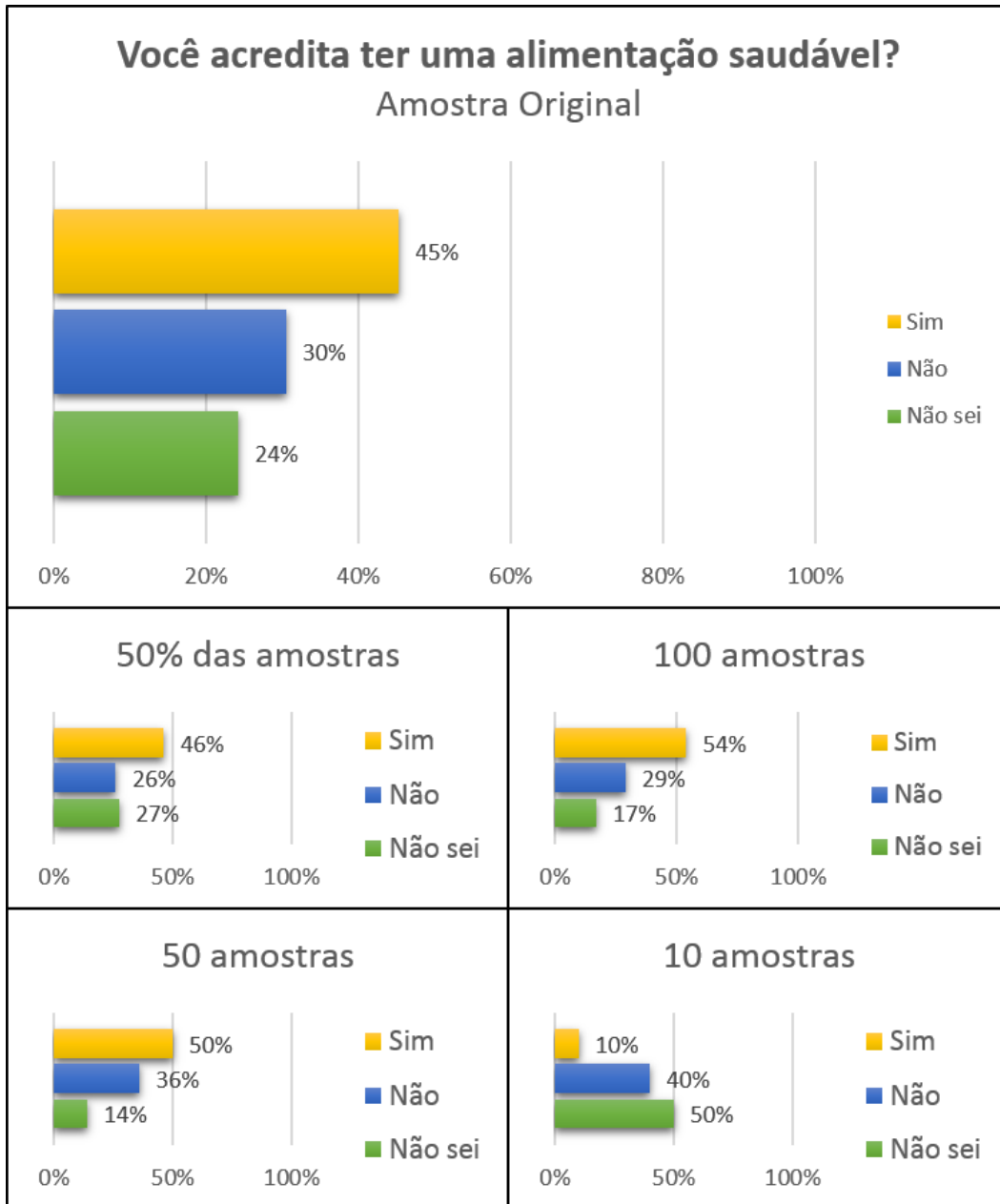


Figura 17: Você acredita ter uma alimentação saudável?

Observa-se nas Figura 15, 16 e 17 que os resultados para as amostra do tamanho 10 e 50 são bastante diferentes da amostra com 1.474 valores. Com essas informações foi possível mostrar aos estudantes que, quanto maior o tamanho da amostra, mais as estimativas se aproximam dos valores populacionais.

Com base nestas informações e na análise de todos os trabalhos, os alunos elaboraram um relatório final, em grupos, no qual deveriam expor suas opiniões acerca dos temas debatidos, explorando a relevância da estatística, da pesquisa estatística e a importância da escolha amostral correta, além da influência do tamanho da amostra nos resultados apresentados. Os estudantes foram orientados a relatar também sobre sua compreensão dos conceitos apresentados e seu aprendizado com as atividades.

Foi relatado por um dos grupos que “no estudo de amostras fomos apresentados a essa ferramenta importante no meio das pesquisas” e que “uma pesquisa feita com um grande grupo pode ser dividida em amostras, para facilitar nos cálculos. Porém, se alterarmos o número de amostras, os resultados podem variar significativamente”. Utilizando os gráficos como suporte de argumentação, estes mesmos alunos perceberam que “ao reduzirmos o número de amostras para 10, podemos observar que os resultados mudam drasticamente”.

Outra equipe fez uma comparação criativa sobre a diferença dos resultados com a alteração do tamanho das amostras, usando como base a dimensão de uma cidade, de um bairro e de uma rua, argumentando que “fazer só da cidade, fazer só de um bairro ou de uma rua a resposta dessa pesquisa ficaria bem diferente”. Foi abordado que em uma cidade (amostra original), 45, 5% das pessoas afirmam ter uma alimentação saudável, enquanto que se fosse escolhido um bairro (100 amostras), o valor seria alterado para 54% e em uma rua (10 amostras) este valor seria alterado para 10%. Por fim, foi concluído que “sua pesquisa varia muito dependendo da amostra que usar”.

Foi abordado por outro grupo que “a amostra é comum na estatística, já que significa a quantia a ser estudada, que em alguns casos, pode não representar um grupo todo”. A conclusão sobre a importância da amostra nesse grupo foi que “cada amostra tem um cálculo específico para ser resolvido, e aprendemos que dependendo da margem de erro e o intervalo de confiança a amostra pode ser pequena ou grande”.

Por fim, com relação à prática, alguns grupos relataram a importância do trabalho em grupo. Pode-se destacar algumas falas, como por exemplo, “o fato do trabalho ser em grupo ajudou muito, então percebemos que onde um tinha dúvida o outro ajudava” e também “tive dificuldades para entender a solução dos exercícios, mas como sorte tive uma ajuda do pessoal do meu grupo”.

4.5 ANÁLISE CRÍTICA DA ATIVIDADE

A atividade proposta teve um resultado geral satisfatório, atingindo seu objetivo geral de ensinar estatística de forma prática e seus objetivos específicos de retomar os conceitos básicos de estatística e explorar os conceitos de sistema de amostragem, erro amostral, intervalo de confiança e tamanho de uma amostra.

Destacam-se como aspectos positivos a participação dos alunos nas discussões em aula e também na realização das atividades propostas, além da compreensão dos temas de amostragem de forma ampla e o interesse despertado pelo estudo na estatística.

Entretanto, alguns pontos devem ser melhorados visando um resultado ainda melhor, como por exemplo, a dificuldade na elaboração de respostas pessoais que foram apresentadas na avaliação e no relatório final, o desenvolvimento de cálculos simples e a utilização correta de instrumentos tecnológicos como calculadoras e computadores para auxiliar na resolução e interpretação dos problemas. Para desenvolver a habilidade de elaboração textual, por exemplo, é possível atuar juntamente com a disciplina de Português, promovendo uma atividade interdisciplinar e, assim, envolvendo outros conhecimentos dentro da prática proposta.

Desta forma, para aprimorar a atividade seria necessário um maior número de aulas dedicando-se a suprir as dificuldades apresentadas nos cálculos matemáticos e a disponibilidade de recursos como computadores para que todos pudessem realizar as atividades individualmente, haja vista que hoje a escola conta apenas com oito computadores em funcionamento. O apoio de outras disciplinas como Língua Portuguesa auxiliaria na formalização de relatórios, possibilitando que os alunos adquirissem maior experiência para expressar suas ideias.

Fica evidente a necessidade de se trabalhar com atividades práticas e mais próximas do cotidiano do aluno para que desperte o interesse do mesmo nos diversos objetos de estudos da Matemática. É possível perceber um desempenho e uma compreensão da turmas melhor na atividade proposta aplicada ao comparar com a abordagem convencional utilizada em turmas de anos anteriores. A prática permitiu que o aluno se envolvesse e atingisse os resultados de maneira mais simples e eficiente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final deste estudo, nota-se a relevância da Estatística como ciência responsável por compreender o estado ou situação de uma determinada população, e assim, tendo diversas aplicações em nosso cotidiano. Neste aspecto, dá-se ênfase no conceito de amostragem, pois em alguns casos é impraticável realizar um estudo com toda uma população, tornando a escolha amostral uma ferramenta indispensável para o estudo Estatístico.

Os objetivos propostos neste trabalho foram suficientemente atingidos, pode-se observar e refletir a forma da qual são transmitidos os conceitos Estatísticos, sobretudo o de Amostragem, utilizando como objeto de análise o material disponível pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Utilizando o Caderno do Aluno [25] como base para o estudo, compreendeu-se que este é um material adequado desde que o professor faça as intervenções necessárias, buscando complementá-lo, dialogando sempre com os estudantes e analisando as características de sua escola e de suas turmas para que seja possível escolher a escala apropriada para o desenvolvimento de cada situação de aprendizagem apresentada.

Conforme exposto, o Caderno do Aluno [25] é bem fracionado e articulado abordando temas que se completam em suas situações de aprendizagem com textos atraentes e exemplificações práticas ao aluno. Sua característica predominante é de encorajar o aluno a refletir sobre o conceito aprendido e instigar que este busque novas informações, fato que se mostra um desafio frente a algumas turmas que se acostumaram a receber grande parte das informações já organizadas pelo professor, não desenvolvendo o perfil questionador e o papel ativo na aprendizagem de Matemática.

O Caderno do Professor [26] complementa as informações necessárias para o desenvolvimento das atividades do material do aluno com os conceitos básicos trabalhados e as orientações para o procedimento das atividades. Neste aspecto, a proposta é bem flexível, pois permite ao professor decidir trabalhar de outra maneira e, inclusive, desenvolver quais situações de aprendizagem ou propostas de atividades a trabalhar com a sala, de acordo com seu próprio planejamento pedagógico. Esta proposta é, portanto, uma alternativa ao modelo tradicional em que o aluno recebe o conhecimento do professor de maneira passiva, reduzindo o aluno a mero depositário de ensinamentos.

Através da compreensão da maneira que os alunos aprendem amostragem foi possível elaborar uma proposta de atividade que permitisse explorar os conhecimentos estatísticos básicos, utilizando de uma prática pedagógica para estimular e facilitar na compreensão dos estudantes. A prática executada foi bem sucedida, conforme apontado no capítulo anterior, sendo um estímulo para o ensino dos diversos conteúdos da Matemática. Entretanto, a atividade realizada enfatizou alguns dos problemas do Ensino Básico, como a interpretação e resolução de problemas, que pode ser também visto especificamente no estudo de Estatística no qual o aluno apenas repete o exercício mecanicamente conforme executado pelo professor, enfatizando somente os aspectos técnicos e operacionais da disciplina.

Entende-se que a escolha adequada da amostra em conjunto com o estudo sobre o tipos de amostragem é essencial para a compreensão plena das informações estatísticas. Sabe-se que uma vez escolhida uma amostra incorreta esta pode acarretar na distorção dos dados apresentados, comprometendo assim suas conclusões. Este conhecimento apresentado ajuda ao aluno a entender quais outras informações estão envolvidas em um estudo estatístico do qual ele se relaciona em seu cotidiano.

A concretização desta análise evidencia a importância de um ensino da Estatística de maneira eficaz, propondo que sua prática enriquece o aprendizado do aluno, tornando-a uma ferramenta para a interação com seu cotidiano. É de suma importância que não só o Ensino da Estatística, mas de toda a Matemática seja refletido buscando estimular a participação dos alunos e desenvolver as competências e habilidades necessárias. Sugere-se, finalmente, que novos estudos sejam realizados sobre como os conceitos estatísticos, em especial o de amostragem, podem ser compreendidos de forma mais apropriada aos alunos de Ensino Médio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Bayer A.; Rocha J; Echeveste S, *Formandos em Matemática x Estatística na escola: estamos preparados?*, Simpósio Sul-Brasileiro de Ensino de Ciências, (2004), p 1-12.
- [2] Biajone J., *Trabalho de Projetos na Formação Estatística do Ensino Médio II SIPEMAT – II Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Recife, PE, (2008).
- [3] Bolfarine H.; Bussab, WO, *Elementos de Amostragem*, Editora: Edgard Blucher, (2005), 281 p.
- [4] Brasil, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática* (Secretaria de Educação Fundamental) – Brasília:MEC/SEF, (1997).
- [5] Brasil, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Temas transversais*. Brasília: MEC/SEF, (1998).
- [6] Brasil, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio): Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias* (Secretaria de Educação Fundamenta) – Brasília:MEC/SEF, (2000).
- [7] Bussab WO, Morettin PA, *Estatística Básica*, 6a Edição, Editora Saraiva, (2010), 540 p.
- [8] Campos CR, Jacobini OR, Wodewotzki ML, Ferreira, DHL, *Educação Estatística no contexto da Educação Crítica*, Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP-Rio Claro), (2011a).
- [9] Campos CR, Jacobini OR, Wodewotzki ML, *Educação Estatística – teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*, Belo Horizonte: Autêntica, (2011b).
- [10] Carvalho A, A importância do ensino de Estatística na formação inicial do professor de Matemática. *XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*, Anais Seção D10, Juiz de Fora - Minas

- Gerais, disponível em: <http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/Artigo-EBRAPEM-Revisado.pdf>, (2015)
- [11] Cordani LK, *ESTATÍSTICA PARA TODOS - Atividades para sala de aula*. São Paulo: CAEM IME USP, (2012).
- [12] Dante LR, *Matemática: contexto & aplicações*, Luiz Roberto Dante. 2 ed. São Paulo: Ática, (2013).
- [13] Ferreira DHL, Campos CR, Wodewotzki ML, Jacobini OR. *Reflexões sobre os erros em estatística: um estudo de caso em um curso de administração*. REnCiMa, (2016), p 13-24.
- [14] Gonçalves, PHR, *Uma abordagem da distribuição normal através da resolução de uma situação problema com a utilização do software geogebra* Universidade Federal de Goiás, Jataí, GO (2014), 102p.
- [15] Gal I, *Adult's Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities*. International Statistical Review, v. 70, n. 1, (2002), p. 1-25, citado em (citado em GOMES)
- [16] Garfield J, *The challenge of developing statistical reasoning*. Journal of Statistics Education, Alexandria, VA, v. 10, n. 3, (2002).citado em (citado em Campos et al)
- [17] Gomes, T da S, *O todo é a soma das partes, mas uma parte representa o todo? : compreensão de estudantes do 5º e 9º ano sobre amostragem* Recife, (2013).
- [18] Gomes, T da S; Guimarães, GL, *Compreensão de estudantes do 5º e 9º ano sobre amostragem* Recife, (2013).
- [19] Lopes, CE, *O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores*, Cad. Cedes, Campinas. (2008), p 57-73.
- [20] Lopes CE, *Educação estatística no curso de licenciatura em matemática*. Bo-
lema, Rio Claro, (2013). p 901-915.
- [21] Piroca C, Griebeler LC, Welter MP. *A Importância do Ensino da Estatística na formação de uma cidadão crítico e responsável*. Revista Saberes e Sabores Educacionais, (2015).
- [22] Roque C, Ponte JP, *A aprendizagem dos conceitos de população, amostra e amostra representativa no 8.º ano de escolaridade* Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, Lisboa (2013).

- [23] Santana, M de S, *Investigações estatísticas no ensino médio: uma proposta de atividades para o desenvolvimento do letramento estatístico* Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG (2011).
- [24] São Paulo (Estado) Secretaria da Educação, *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias*, Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. 1. ed. atual. São Paulo : SE, (2011).
- [25] São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo: *Caderno do Aluno: matemática, ensino médio, 3ª série*, Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Campos Granja, José Luis Pastore Mello, Nilson José Machado, Roberto Perides Moisés, Walter Spinelli. São Paulo : SE, (2014).
- [26] São Paulo (Estado) Secretaria da Educação, Material de apoio ao currículo do Estado de São Paulo: *Caderno do Professor: matemática, ensino médio, 3ª série*, Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Campos Granja, José Luis Pastore Mello, Nilson José Machado, Roberto Perides Moisés, Walter Spinelli. São Paulo : SE, (2014).
- [27] São Paulo (Estado) Secretaria da Educação, *Matriz de avaliação processual: matemática; encarte do professor*, Secretaria da Educação; coordenação, Ghisleine Trigo Silveira, Regina Aparecida Resek Santiago; elaboração, equipe curricular de Matemática. São Paulo : SE, (2016).
- [28] Zorrinho C, *Gestão da Informação. Condição para Vencer*. Iapmei, (1995).

ANEXO A

Os exercícios listados abaixo foram retirados do livro “Matemática: contexto & aplicações” do autor Luiz Roberto Dante.

Lista 1

1 - Classifique as variáveis em qualitativas nominais, qualitativas ordinais, quantitativas discretas ou quantitativas contínuas:

- a) número de alunos da sua sala
- b) altura dos professores
- c) cor do cabelo de um colega
- d) número de defeitos observados em um equipamento eletrônico
- e) tipos de defeitos observados em cada unidade de um determinado produto
- f) série que um aluno estuda

2 - Um grupo de alunos foi consultado sobre o time de sua preferência, e os votos foram registrados assim: Corinthians 9; São Paulo 5; Santos; 4 e Palmeiras 7. Construa uma tabela com as frequências absolutas e relativas a essa pesquisa.

3 - Um dado foi lançado 15 vezes, tendo-se obtido os seguintes pontos: 2, 5, 6, 6, 1, 4, 2, 6, 5, 1, 3, 3, 2, 4, 6. Construa uma tabela com as frequências absolutas e relativas a esses resultados.

4 - Um time de futebol realizou algumas partidas e os resultados foram 3 a 1, 4 a 2, 1 a 1, 0 a 0, 3 a 2, 2 a 1 e 1 a 0. Sabendo que o time não perdeu nenhuma partida, calcule a média aritmética dos gols marcados e sofridos.

5 - Se um aluno já fez dois trabalhos e obteve notas 8,5 e 5,0, qual deve ser a nota do terceiro trabalho para que a média aritmética dos três seja 7,0?

6 - Em um grupo há 6 pessoas de 14 anos, 9 de 20 anos e 5 de 16 anos. Calcule a média, moda e mediana das idades desse grupo.

ANEXO B

O texto abaixo foi retirado do Caderno do Aluno, material disponibilizado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

Tipos de amostra

Para se obter um bom retrato das características de uma população, não precisamos estudar cada um de seus elementos. Selecionando uma amostra representativa da população, os resultados obtidos pela análise dos poucos elementos que compõem a amostra nos permitem especular, com boa margem de segurança, sobre as características de toda a população.

Há mais de um tipo de método de amostragem, e a escolha por um ou outro é determinada pelo tipo e pela qualidade da variável que se pretende analisar.

Se o desejado for, por exemplo, avaliar a aceitação do novo perfume de um tipo de desodorante, será importante perguntar sobre isso para quem já sentiu esse odor, isto é, perguntar a quem já usou o desodorante em questão; quem não o usou, evidentemente, não poderá opinar sobre isso. Por outro lado, em outro exemplo, a obtenção de dados socioeconômicos, como renda familiar, capacidade de consumo ou preferências partidárias, é realizada sobre amostras nas quais todos os cidadãos têm a mesma chance de participar.

Há uma história bastante conhecida sobre um grave erro de escolha de amostragem de pesquisa, ocorrido na eleição americana de 1948. A eleição daquele ano foi disputada por dois candidatos: um deles republicano, Dewey, e o outro, democrata, Truman. A pesquisa de intenção de voto apontava vitória de Dewey sobre Truman por boa margem de votos, mas o que ocorreu foi exatamente o contrário: Truman venceu com considerável vantagem de votos. Qual foi o erro da amostragem?

O erro grosseiro cometido pelo instituto de pesquisa na eleição americana de 1948 foi ter escolhido a amostra com base no catálogo de telefones da época. De acordo com o processo adotado, um número de telefone de uma residência era sorteado da lista, alguém ligava para a residência e perguntava: “em quem o(a) sr.(a) vai votar: Truman ou Dewey?”. As respostas obtidas e classificadas indicaram a vitória de Dewey, que, sem dúvida, seria o presidente americano caso comparecessem às urnas apenas as pessoas que tinham telefone em sua casa, em 1948. E quem não tinha

telefone, que naquela época era privilégio de poucos? Esses preferiram Truman, que ganhou as eleições e governou os Estados Unidos por dois mandatos.

Ao receber a notícia de sua vitória, Truman tomou em suas mãos o jornal preparado antecipadamente para ir às ruas no final da eleição e, sorrindo ironicamente, se deixou fotografar por toda a imprensa. Nesse jornal, era possível ler a manchete: “Dewey derrota Truman”.

Entre os principais processos de amostragem, destacam-se: amostragem casual simples, amostragem sistemática, amostragem acidental e amostragem estratificada. Nas atividades a seguir, você terá a oportunidade de refletir sobre cada uma delas.

ANEXO C

O texto abaixo foi retirado do Caderno do Aluno, material disponibilizado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

Pesquisa eleitoral: o tamanho da amostra

Um fato que costuma intrigar alunos e professores diz respeito à quantidade de pessoas entrevistadas pelos institutos para a realização de uma pesquisa de intenção de voto. É comum ouvirmos, por exemplo, que determinado instituto entrevistou duas mil e poucas pessoas em todo o Brasil durante determinado período de tempo e, com base nas respostas obtidas, vem a público divulgar que o candidato X terá tantos por cento dos votos, com uma margem de segurança de 2% para mais ou para menos. Como é que duas mil e poucas pessoas podem representar toda a população de eleitores do país? Como se definem esses 2% de margem de erro?

Simplificadamente, podemos responder a essas dúvidas com base nos seguintes aspectos:

- as pesquisas trabalham, normalmente, com margem de erro de 2%, em um intervalo de confiança de 95%;
- um intervalo de confiança de 95% é determinado pelo fator 1,96;
- o cálculo da quantidade de elementos de uma amostra de pesquisa com margem de erro fixada em $x\%$ pode ser feito pela equação: $x = \left(\frac{1,96}{2\sqrt{n}} \right)$ para uma margem de segurança de 2% (ou seja, $x = 0,02$).

Resolvendo essa equação para $x = 2$, obtemos para n o valor 2401, que corresponde, portanto, ao número de pessoas que o instituto deve entrevistar para ter, em um intervalo de confiança de 95%, 98% de certeza de que as previsões se confirmarão.

Caso o intervalo de confiança da previsão seja alterado para, por exemplo, 90%, o valor de n para os mesmos 2% também se alterará, tornando-se 1681. Dessa maneira, mantendo-se constante a margem de erro de 2%, a confiança na resposta determinará o número de elementos amostrados: quanto maior a confiança, maior também o número de elementos que deverão compor a amostra de pesquisa.

Vale salientar, no entanto, que a precisão da pesquisa não está condicionada unicamente ao número de pessoas entrevistadas, mas, também, ao tipo de amostra

selecionada. Se as 2401 entrevistas, ou outro número plausível, forem realizadas, por exemplo, na porta de saída do teatro em que se realizou a convenção do partido A, dificilmente os resultados apontarão vitória do candidato do partido B. Para que as pesquisas eleitorais possam, de fato, divulgar suas previsões dentro de uma margem de erro de 2%, os institutos consideram a composição da amostra de pesquisa com a maior variedade possível de indicadores, desde o Estado de origem dos pesquisados, passando pelo gênero, pela idade e, principalmente, pelas condições socioeconômicas dos pesquisados.

ANEXO D

Os exercícios abaixo foram retirados do Caderno do Aluno, material disponibilizado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

Lista 2

1 - A propaganda de uma marca de veículos anunciou que 90% dos compradores de tal modelo estava plenamente satisfeito com a compra. Qual é o tipo de amostragem que, provavelmente, foi realizado pela indústria fabricante do veículo para que fosse obtido o índice de satisfação que ela divulga?

2 - Uma indústria de café solúvel realiza um processo estatístico para o controle de qualidade da produção diária de latas. Se são produzidas 12 000 latas por hora, descreva como poderia ser realizada, para esse controle, uma amostragem do tipo:

- a) casual simples
- b) sistemática

3 - Uma pesquisa será realizada com moradores de um bairro da zona sul da cidade de São Paulo para verificar a intenção de voto na próxima eleição para a prefeitura. Descreva, justificando, como poderá ser realizada essa pesquisa no caso de o método de amostragem adotado ser:

- a) casual simples
- b) acidental
- c) acidental e casual simples
- d) estratificado
- e) acidental e estratificado
- f) sistemático

4 - Para uma pesquisa em que se pretende uma margem de erro de 2% e intervalo de confiança de 94%, qual é o número aproximado de elementos pesquisados?

5 - Complete a tabela com a quantidade aproximada de pessoas a ser entrevistadas em uma pesquisa eleitoral que pretende uma margem de erro de 2%, de acordo, com o intervalo de confiança fixado.

Intervalo de confiança	97%	96%	92%
Número de Entrevistados			

APÊNDICE A

EE. Prof. Francisco Feliciano Ferreira da Silva
Avaliação de Matemática – Prof^o Rodrigo Melo

Nome:

Data:

Resolução Obrigatória

1 - Classifique as variáveis em qualitativas nominais, qualitativas ordinais, quantitativas discretas ou quantitativas contínuas:

- a) Número de alunos da sua sala
- b) Nota na disciplina de Matemática
- c) Número de alunos de uma escola
- d) Comprimento de um segmento de reta
- e) Religião

2 - Os dados abaixo referem-se ao número de pessoas que residem em uma amostra de 35 domicílios do bairro Esperança.

2; 3; 4; 4; 5; 3; 4; 5; 6; 5; 3; 1; 5; 5; 1; 3; 4; 5; 5; 5; 3; 2; 2; 5; 4; 4; 2; 3; 5; 4; 5; 4; 2; 4; 9

Com estes dados, construa uma tabela distribuição de frequência com as frequências absoluta e relativa.

3 - Um concurso avaliou n candidatos atribuindo-lhes notas de 0 a 100 pontos. Sabe-se que exatamente 20 deles obtiveram nota máxima e, nesse caso, a média aritmética foi de 80 pontos. Agora, se consideradas apenas as notas inferiores a 100 pontos, a média passa a ser de 70 pontos. Nessas condições, qual é o valor de n ?

4 - A média aritmética das notas dos alunos de uma turma formada por 25 meninas e 5 meninos é igual a 7. Se a média aritmética das notas dos meninos é igual

a 6, a média aritmética das notas das meninas é igual quanto?

5 - Para votar, cinco eleitores demoraram, respectivamente, 3min 38s, 3min 18s, 2min 46s, 2min 57s e 3min 26s. Qual foi a média do tempo de votação (em minutos e segundos) desses eleitores?

6 - Avalie, para os casos a seguir, qual é a população e, nesta população, qual a amostra selecionada:

- a) Para avaliar a eficácia de uma campanha de vacinação em crianças com idade entre 1 e 2 anos, 192 mães com filhos nesta idade foram pesquisadas sobre a última vez que vacinaram seus filhos.
- b) Para verificar a audiência de um programa do canal 32, alguns telespectadores foram entrevistados com relação ao canal em que estavam sintonizados no horário do programa.
- c) A fim de avaliar a intenção de voto para a eleição presidencial de 2010 no Brasil, 4.205 eleitores foram entrevistados em todas as unidades da federação.

7 - Identifique o tipo de amostragem utilizado em cada caso.

- a) Ao escalar uma comissão para atuar em determinado projeto, uma empresa decidiu selecionar aleatoriamente 4 pessoas brancas, 3 pardas e 4 negras.
- b) Uma professora escreve o nome de todos os seus alunos em pedaços de papel e coloca em uma caixa. Depois de misturá-los, sorteia 10 nomes.
- c) Um administrador de uma sala de cinema faz uma pesquisa com as pessoas que estão na fila de espera para comprar ingresso, entrevistando uma pessoa a cada 10 presentes na fila.

8 - Para uma pesquisa em que se pretende uma margem de erro de 4% e intervalo de confiança de 92%, qual é o número aproximado de elementos pesquisados?

APÊNDICE B

Pesquisa sobre União Homoafetiva

Essa pesquisa tem por objetivo questionar a visão atual sobre a união de casais do mesmo sexo.

1 - Qual é a sua idade?

2 - Sexo

a) Masculino

b) Feminino

3- Orientação Sexual

a) Heterossexual

b) Homossexual

c) Bissexual

d) Transexual

e) Outro:

4 - Qual sua religião?

a) Católica

b) Evangélica

c) Espírita

d) Budista

e) Umbandista

f) Não tem religião

g) Outro:

5 - Você tem algum familiar homossexual?

- a) Sim
- b) Não
- c) Não Sei

6 - Você aceitaria ter um filho ou uma filha homossexual?

- a) Sim
- b) Não
- c) Não Sei

7 - Você acha que os homossexuais são discriminados pela sociedade?

- a) Sim
- b) Não
- c) Não quero responder

8 - Você se sente incomodado com demonstrações de afeto público entre casais homossexuais?

- a) Sim
- b) Não
- c) Indiferente

9 - Você concorda que casais homossexuais tenham os mesmos direitos dos casais heterossexuais?

- a) Sim
- b) Não
- c) Talvez

10 - Dentro os direitos concedidos a casais heterossexuais, quais você concorda que sejam concedidos a casais homossexuais?

- a) União Civil
- b) Adoção

- c) Direitos Trabalhistas
- d) Direitos Previdenciários
- e) Todos
- f) Nenhum
- g) Outro:

APÊNDICE C

Pesquisa sobre Alimentação Saudável

Essa pesquisa tem por objetivo investigar os hábitos alimentares atuais.

1 - Sexo

a) Masculino

b) Feminino

2 - Qual sua idade?

3 - Qual seu grau de escolaridade?

a) Fundamental

b) Ensino Médio

c) Ensino Superior

d) Pós-graduação

e) Sem Instrução

4 - Em sua opinião qual é a importância de ter uma alimentação saudável? *

Nenhuma Importância

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

f) 6

g) 7

- h) 8
- i) 9
- j) 10
- k) Extremamente Importante

5 - Quantos dias da semana você costuma se alimentar junto com sua família, em qualquer uma das refeições?

- a) Todos os dias.
- b) 6
- c) 5
- d) 4
- e) 3
- f) 2
- g) 1
- h) Nunca

6 - Quais refeições você costuma compartilhar com sua família?

- a) Café da Manhã
- b) Almoço
- c) Jantar
- d) Outro:

7 - Com que frequência você se alimenta em lanchonetes ou em fast-food?

- a) Diariamente
- b) Semanalmente
- c) Mensalmente
- d) Raramente
- e) Nunca

8 - Com qual regularidade você pratica atividades físicas?

- a) Diariamente
- b) Semanalmente
- c) Mensalmente
- d) Raramente
- e) Nunca

9 - Quais suas principais motivações para uma alimentação saudável?

- a) Saúde
- b) Doença
- c) Disposição
- d) Peso
- e) Aparência
- f) Influência de mídia (Televisão, Revistas, Facebook)
- g) Outro:

10 - Para você, qual é a maior dificuldade em manter uma alimentação saudável?

- a) Não gosto
- b) Falta de tempo
- c) Preço elevado
- d) Falta de opções
- e) Não tenho dificuldades de manter uma alimentação saudável
- f) Outro:

11 - Normalmente a cor predominante do seu prato é:

- a) Variada (Colorido)
- b) Verde
- c) Amarelo

d) Marrom

e) Branco

f) Vermelho

g) Outro:

12 - Você acredita ter uma alimentação saudável?

a) Sim

b) Não

c) Não sei

GLOSSÁRIO

Amostra: Subconjunto de uma população por meio do qual se estabelecem ou estimam as propriedades e características dessa população.

Amostra não-probabilística: A escolha é feita por conveniência, considerando características do grupo de estudo.

Amostra probabilística: Todo elemento da população tem probabilidade conhecida de ser incluído na amostra garantindo sua representatividade.

Amostragem: Processo ou ato de construir (selecionar) uma amostra.

Currículo do Estado de São Paulo: Orientação básica para o trabalho do professor em sala de aula.

Desvio padrão: Medida de dispersão e sua função é a de mostrar como ocorre a dispersão dos elementos da população ou da amostra com relação à média dessa mesmas populações e amostras.

Distribuição amostral: Distribuição de probabilidade de uma estatística induzida pelo plano amostral.

Distribuição de Bernoulli: Experimentos que apresentam ou não uma determinada característica. Situações que podem ser representadas por respostas do tipo sucesso-fracasso.

Distribuição normal: Em probabilidade e estatística, a distribuição normal é uma das distribuições de probabilidade mais utilizada para modelar fenômenos naturais. Em termos mais formais, a distribuição normal é uma distribuição de probabilidade absolutamente contínua parametrizada pela sua esperança e desvio padrão.

Erro amostral: O erro amostral é a diferença entre a estimativa da amostra e o parâmetro da população, isto é, a diferença entre o resultado amostral e o verdadeiro valor populacional.

Esperança: Valor médio de uma variável aleatória.

Estimação: Ato ou efeito de estimar.

Estimador: Toda função de elementos de amostra oriunda dessa população que mantém para com o parâmetro uma certa relação.

Estimativa: Valor que o estimador assume para dada amostra.

Frequência Absoluta: Para a estatística, a frequência absoluta é o número de vezes em que uma determinada variável assume um valor.

Frequência Relativa: A frequência relativa é definida como a razão entre a frequência absoluta e o número total de observações.

Grau de confiança: Define-se o grau de confiança através da observação da tabela da normal de acordo com o intervalo de confiança escolhido.

Inferência estatística: Estudo de técnicas que possibilitam extrapolar informações e conclusões obtidas a partir de subconjuntos de valores (amostra) para a população inteira.

Intervalo de confiança: Intervalo aleatório que contém a quantidade de interesse com probabilidade fixada.

Matriz de Avaliação Processual: As Matrizes de Avaliação Processual são materiais que possuem conteúdos, competências e habilidades propostas no Currículo do Estado de São Paulo, destacando as habilidades para a realização da Avaliação de Aprendizagem em Processo.

Medida de tendência central: Em estatística, uma tendência central (ou, normalmente, uma medida de tendência central) é um valor central ou valor típico para uma distribuição de probabilidade. É chamada ocasionalmente como média ou apenas centro da distribuição. As medidas de tendência central mais comuns são a média aritmética, a mediana e moda.

Momento estatístico: Em Estatística, a expressão genérica de esperança, o n -ésimo momento ou momento de ordem n de uma variável aleatória X é dado por $E(x^n)$.

Parâmetro populacional: Função do conjunto de valores dessa população, uma característica dessa população.

Parâmetros Curriculares Nacionais: Parâmetros Curriculares Nacionais são diretrizes elaboradas para orientar os educadores por meio da normatização de alguns aspectos fundamentais concernentes a cada disciplina.

População: É qualquer conjunto que contenha elementos com pelo menos uma característica em comum.

Tabela normal: Como a distribuição Normal é simétrica, apresenta-se na tabela apenas os valores de $P(0 \leq Z \leq z)$. A probabilidade de estar acima (ou abaixo de zero) é 0,5.

Variância: Medida de dispersão que indica a regularidade de um conjunto de dados em função da média aritmética. Sendo o seu valor o quadrado do Desvio Padrão.

Variáveis: Cada informação em estudo chama-se Variável.

Variáveis qualitativas: Apresentam como possíveis realizações uma qualidade (ou atributo) do indivíduo pesquisado, por exemplo, sexo, educação, estado civil, etc.

Variáveis quantitativas: Apresentam como possíveis realizações números resultantes de uma contagem ou mensuração, exemplo, número de filhos, tempo de internação, idade, etc.