

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA

PAULO CESAR ZEBEDIFF DE ALMEIDA

**MATEMÁTICA FINANCEIRA APLICADA AO ENSINO
FUNDAMENTAL E MÉDIO: FERRAMENTA ORGANIZACIONAL DO
ORÇAMENTO DOMÉSTICO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CORNÉLIO PROCÓPIO

2017

PAULO CESAR ZEBEDIFF DE ALMEIDA

**MATEMÁTICA FINANCEIRA APLICADA AO ENSINO
FUNDAMENTAL E MÉDIO: FERRAMENTA ORGANIZACIONAL DO
ORÇAMENTO DOMÉSTICO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento Acadêmico de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de “Mestre em Matemática” – Área de Concentração: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

Orientador: Prof. Dr. André Luís Machado Martinez

Co-orientador: Prof. Dr. Roberto Molina de Souza

CORNÉLIO PROCÓPIO

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

- A447 Almeida, Paulo Cesar Zebediff de
Matemática financeira aplicada ao ensino fundamental e médio : ferramenta organizacional do orçamento doméstico / Paulo Cesar Zebediff de Almeida. – 2017.
98 f. : il. color. ; 31 cm
- Orientador: André Luís Machado Martinez.
Coorientador: Roberto Molina de Souza.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Cornélio Procópio, 2017.
Bibliografia: p. 86-88.
1. Matemática financeira. 2. Orçamento familiar. 3. Educação financeira. 4. Mestrado Profissional em Matemática – Dissertações. I. Martinez, André Luís Machado, orient. II. Souza, Roberto Molina de, coorient. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. IV. Título.

CDD (22. ed.) 510

Título da Dissertação Nº. 001

**“Matemática Financeira Aplicada ao Ensino
Fundamental e Médio: Ferramenta Organizacional
do Orçamento Doméstico”**

por

Paulo Cesar Zebediff De Almeida

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, pelo Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Cornélio Procópio, às 18h30min do dia 16 de março de 2017. O trabalho foi _____ pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

Prof. André Luís Machado Martinez, Dr.
(Presidente - UTFPR/CP)

Prof. Emerson Vitor Castelani, Dr.
(UEM/PR)

Prof^a. Elenice Weber Stiegelmeier, Dra.
(UTFPR/CP)

Visto da coordenação:

Prof^a. Michele Cristina Valentino, Dra.
(Coordenadora do PROFMAT-CP)

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR-CP”

AGRADECIMENTOS

Agradeço à CAPES pelo financiamento, ao corpo docente do PROFMAT-UTFPR-CP, por contribuírem fortemente para minha formação e qualificação profissional, aos Professores Doutores André Luís Machado Martinez e Roberto Molina de Souza pelas orientações, aos meus colegas de turma por compartilharem os saberes, aos meus familiares e amigos pelo apoio incondicional, aos meus pais, por tudo que eles representam, à minha filha, por toda energia, alegria e amor e à minha esposa, por tudo que é desnecessário dizer.

RESUMO

ALMEIDA, P. C. Z.. MATEMÁTICA FINANCEIRA APLICADA AO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO: FERRAMENTA ORGANIZACIONAL DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO. 98 f. Dissertação de Mestrado – Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2017.

O presente trabalho visa subsidiar alunos do Ensino Fundamental e Médio com conceitos da Matemática Financeira que levem a um entendimento dos mecanismos envolvidos nas mais variadas transações financeiras e também, contribuir com a formação de professores desses ciclos. No decorrer do texto aprofundou-se os conceitos básicos necessários para a compreensão da Matemática Financeira, como Progressões Aritmética e Geométrica, Juros Simples e Compostos, Operações com taxas de Juros, Séries Uniformes, Sistema de Amortização, além de assuntos referentes a Economia e Economia Doméstica. O presente trabalho apresenta também, uma oficina realizada com alunos do Ensino Fundamental e Médio, no qual foi possível verificar a defasagem dos discentes quanto aos conceitos matemáticos e desconhecimento de certos assuntos da economia doméstica. Entretanto, constatou-se que com o domínio do conteúdo e a devida contextualização por parte do professor, os alunos tiveram uma apropriação efetiva do conteúdo e compreenderam a importância de um bom planejamento das despesas familiares.

Palavras-chave: Matemática Financeira, Orçamento Doméstico, Ensino Médio, Ensino Fundamental, Economia, Educação Financeira.

ABSTRACT

ALMEIDA, P. C. Z.. FINANCIAL MATHEMATICS APPLIED IN HIGH SCHOOL: ORGANIZATIONAL TOOL FROM DOMESTIC BUDGET. 98 f. Dissertação de Mestrado – Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procopio, 2017.

The present work aims to support students of Elementary and Middle School with concepts of Financial Mathematics that lead to an understanding of the mechanisms involved in the most varied financial transactions and also contribute to the training of teachers of these cycles. In the course of the text, the basic concepts necessary for the understanding of Financial Mathematics, such as Arithmetic and Geometric Progressions, Simple and Compound Interest, Operations with Interest Rates, Uniform Series, Amortization System, as well as Economics and Economics Domestic. The present work also presents a workshop carried out with students from Elementary and Middle School, in which it was possible to verify the students' discrepancy regarding mathematical concepts and ignorance of certain subjects of the domestic economy. However, it was verified that with content mastery and due contextualization on the part of the teacher, the students had an effective appropriation of the content and understood the importance of a good planning of the family expenses.

Keywords: Financial Mathematics, Domestic budget, High school, Elementary School, Economy, Financial Education.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
1.1	OBJETIVOS	9
2	INSERÇÃO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO COTIDIANO	10
3	MATEMÁTICA FINANCEIRA	13
3.1	PROGRESSÕES ARITMÉTICAS	13
3.1.1	Soma dos termos de uma PA	14
3.2	PROGRESSÃO GEOMÉTRICA	15
3.2.1	A Soma dos Termos de uma PG	17
3.3	JUROS SIMPLES E COMPOSTOS	18
3.3.1	Juros Simples	18
3.3.1.1	Fórmula de Juros simples	19
3.3.1.2	Cálculo de juros simples na HP 12C	20
3.3.1.3	Calculadora HP 12C: aplicação de juros simples	20
3.3.1.4	Montante	20
3.3.2	Juros Compostos	22
3.3.2.1	Cálculos de juros composto na HP 12C	22
3.4	OPERAÇÕES COM TAXAS DE JUROS	24
3.4.1	A Álgebra das Taxas de Juros	24
3.4.2	Taxas Aparentes ou Unificadas	25
3.4.3	Taxas Nominais	26
3.5	SÉRIES UNIFORMES	27
3.5.1	Cálculos com Séries Uniformes na HP 12C	29
3.6	SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO	30
3.6.1	Sistema de Amortização Constante (SAC)	30
3.6.1.1	Cálculos com o SAC na HP 12C	31
3.6.2	Sistema Francês ou Tabela Price	32
3.6.2.1	Cálculos com o Sistema Francês na HP 12C	33
4	ECONOMIA E ECONOMIA DOMÉSTICA	35
4.1	ECONOMIA BRASILEIRA CONTEMPORÂNEA	35
4.1.1	Pós-Guerra (1945-1955)	36
4.1.2	Dos “Anos Dourados” de JK à Crise não Resolvida (1956 – 1963)	36
4.1.3	Reformas, Endividamento Externo e o “Milagre” Econômico (1964-1973)	37
4.1.4	Auge e Declínio do Modelo de Crescimento com Individoamento: O II Plano Nacional de Desenvolvimento (PND) e a Crise da Dívida Externa (1974-1984)	38
4.1.5	Esperança, Frustração e Aprendizado: A História da Nova República (1985-1989)	38
4.1.6	Privatização, Abertura e Desindexação: A Primeira Metade dos Anos 90 (1990-1994)	39
4.1.7	Estabilização, Reformas e Desequilíbrios Macroeconômicos: Os Anos FHC (1995-2002)	41
4.1.8	Rompendo com a Ruptura: O Governo Lula (2003-2010)	41

4.2 ECONOMIA DOMÉSTICA	42
4.2.1 Orçamento Doméstico	44
4.2.1.1 Autoconhecimento	44
4.2.1.2 Planejar o orçamento doméstico	48
4.2.1.3 Utilizar o orçamento com inteligência	49
4.2.1.4 Declaração de Imposto de Renda	49
4.2.1.5 Compras	50
4.2.1.6 Crédito	51
4.2.1.7 Orientações para o equilíbrio financeiro	53
4.2.1.8 Segurança	55
4.2.2 Mercado e Investimentos Financeiros	56
5 APLICAÇÕES EM SALA DE AULA	60
5.1 1º MOMENTO	61
5.2 2º MOMENTO	77
5.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS	79
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	84
REFERÊNCIAS	86
Anexo A – QUESTÕES COMPLEMENTARES	89
Anexo B – CERTIFICADO DE APLICAÇÃO DO CURSO DE MATEMÁTICA FI- NANCEIRA E ECONOMIA DOMÉSTICA	98

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência viva, tão presente no cotidiano das pessoas, como no desenvolvimento de novos conhecimentos científicos e tecnológicos. Esta ciência permite o desenvolvimento cognitivo do indivíduo, favorecendo a abstração, a concentração, o raciocínio lógico, entre outras habilidades. (BRASIL, 1998).

No entanto, é perceptível nas salas de aula a grande aversão dos alunos a essa disciplina, bem como as dificuldades apresentadas na aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Uma das alternativas apontadas para tornar a aprendizagem de Matemática realmente eficiente é contextualizá-la, aproximá-la da realidade do aluno. Dessa forma, a inclusão da matemática financeira no currículo básico se torna importante, uma vez que seus conceitos sobre a valorização do dinheiro, ao longo do tempo, estão presentes desde muito cedo na vida dos alunos, pois se apresenta em qualquer transação financeira e em outras situações que impactam a vida de todo cidadão, desde um simples desconto em uma compra até um aumento da tarifa de luz.

A Matemática Financeira é uma ferramenta importante para que haja uma *Educação Financeira eficiente*, com consumidores conscientes de suas compras e da vulnerabilidade de seu orçamento. A Educação Financeira deve ser iniciada na escola, durante o Ensino Fundamental, para que hábitos financeiros saudáveis sejam construídos na sociedade. Entretanto, nas escolas, a Matemática Financeira é abordada apenas no Ensino Médio e de forma superficial. É importante ressaltar que nesta etapa os alunos já estão se inserindo no mercado de trabalho, e podem participar ativamente no mercado de consumo.

Atualmente, a facilidade em adquirir um bem de consumo é grande, levando-se em conta as possibilidades de pagamentos parcelados, além do incentivo ao crédito, que muitas vezes leva o consumidor a comprar algo sem a real necessidade e sem avaliar o impacto em seu orçamento doméstico. Esta atitude tem gerado grande inadimplência e levado uma parcela significativa de famílias ao endividamento. Tal situação econômica desfavorável deixa a família sem perspectiva. Desta forma, acredita-se que a Educação Financeira pode ajudar ou até mesmo impedir esses tipos de situações de instabilidade econômica no núcleo familiar.

A Educação Financeira propicia uma nova relação do consumidor com o dinheiro e com as possibilidades de compra, transformando o conhecimento da Matemática Financeira em comportamentos financeiros saudáveis.

O ensino de Matemática Financeira, associado ao uso de planilhas eletrônicas ou até mesmos aplicativos, pode contribuir de forma significativa com o interesse neste aprendizado e auxiliar no orçamento doméstico. Além disso, pode mostrar que a Matemática Financeira é uma ferramenta importante para o conhecimento do processo por trás de uma operação financeira, não se restringindo à memorização de fórmulas e nem na resolução de problemas associados ao cotidiano, que demandam grande esforço por parte do aluno.

As decisões financeiras sem planejamento impactam o indivíduo negativamente, sua família e, também, a sociedade de modo geral. Assim, uma Educação Financeira mais sólida permitir ao cidadão e sua família uma constância econômica, sem oscilações que repercutem em sua vida e na economia do país.

1.1 OBJETIVOS

O presente trabalho visa subsidiar alunos do Ensino Fundamental e Médio com conceitos da Matemática Financeira que levem a um entendimento dos mecanismos envolvidos nas mais variadas transações financeiras e também, contribuir com a formação de professores desses ciclos. O modo como a aplicação desses conhecimentos influencia no orçamento doméstico contribui para uma organização das finanças domésticas, permitindo um quadro de constância financeira, sem grandes oscilações, resultando em um panorama domiciliar financeiro saudável, com a possibilidade de poupança e planejamento de gastos futuros.

Os objetivos específicos são:

- Empregar os conceitos de Matemática Financeira em situações cotidianas;
- Compreender as vantagens e desvantagens das compras à vista e a prazo;
- Desenvolver critérios adequados de escolhas para financiamentos e aplicações;
- Utilizar planilhas eletrônicas para organizar as contas domésticas;
- Criar hábitos economicamente saudáveis refletindo em um bem estar financeiro atual e futuro.

2 INSERÇÃO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO COTIDIANO

A Matemática Financeira está presente no cotidiano da sociedade em geral, tanto na vida pessoal, quanto profissional. Assim, esta deve ser abordada desde o Ensino Fundamental, para que os alunos se tornem cidadãos responsáveis em relação à seus recursos financeiros, como descrito nos PCN:

O Ensino de Matemática deve permitir que o aluno compreenda a realidade em que está inserido, desenvolvendo suas capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, ampliando seus recursos necessários ao exercício da cidadania, ao longo do seu processo de aprendizagem. (BRASIL, 1998, p. 60).

Logo, a Matemática Financeira se destaca da Matemática em geral, por estar relacionada à vida pessoal e à prática cidadã (RIBEIRO; BONA, 2015).

Neste sentido, a Matemática Financeira, é um conjunto de técnicas e formulações extraídas da Matemática que auxilia na resolução de problemas relacionados às finanças de modo geral (BRUNI; FAMÁ, 2005). O uso de suas técnicas são necessárias em operações de financiamento de quaisquer naturezas, como o crédito a pessoas físicas e empresas, financiamentos habitacionais, crédito direto ao consumidor, entre outras situações. Sua aplicação também permite determinar o valor das prestações devidas pelas transações efetuadas em parcelas (PUCINNI, 2016). Assim, tendo um conhecimento mais claro do custo e do retorno dessas operações, o cidadão pode tomar decisões racionais em relação às operações comerciais e decisões coerentes com seu orçamento mensal e/ou anual.

Apesar da importância dos conceitos de Matemática Financeira para uma eficiente Educação Financeira, dados da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF, 2016) mostraram que o nível de educação financeira da população brasileira é baixo, com 36% dos entrevistados apresentando um perfil de “gastador”. Em países desenvolvidos a Educação Financeira ocorre no ambiente familiar sendo complementado na escola. Entretanto no Brasil as famílias não investem nesta educação, sendo ela também tratada superficialmente no Ensino Básico (D’AQUINO, 2016).

Em uma sociedade capitalista, o incentivo ao consumo, muitas vezes, faz com que

o cidadão adquira bens sem a sua real necessidade, resultando em compras por impulso, sem consciência e planejamento de gastos, o que de forma fatídica, leva ao endividamento, se o indivíduo desconhece os meandros por trás dos grandes parcelamentos e créditos oferecidos.

O endividamento coloca em questão o equilíbrio orçamental do indivíduo e/ou de seus agregados familiares, com importantes implicações sociais e psicológicas. Há também forte impacto econômico em termos pessoais e familiares, e dos graves problemas psicológicos e sociais que lhe estão associados, como os efeitos do endividamento sobre todos os setores econômicos. É natural que a proliferação de casos de famílias incapazes de cumprir os seus compromissos financeiros seja acompanhada da contração das despesas de consumo privado, afetando os níveis de confiança necessários ao normal funcionamento do mercado de crédito. É comum que as famílias em risco de endividamento sejam mais sensíveis às expectativas desfavoráveis da evolução futura dos rendimentos, consumindo menos quando confrontadas com situações adversas (PEIC, 2016).

A cautela em comprar, a capacidade de gerir os ganhos e gastos monetários, criando uma estabilidade econômica familiar/individual, pode ser alcançada com um sólido ensino em Educação Financeira, iniciada já no Ensino Fundamental, e indispensável no Ensino Médio. No entanto, de acordo com Azevedo (2016) e Herminio (2008) alguns livros do Ensino Médio recomendados pelo MEC, não conferem uma devida significância aos conteúdos de Matemática Financeira, sendo estes excluídos ou tratados superficialmente, o que não possibilita um suporte satisfatório ao aluno frente às dúvidas mais simples do tema.

Iniciar os conceitos de matemática financeira com alunos do Ensino Médio é fundamental já que as pessoas, especialmente os jovens, não conseguem decidir racionalmente se é mais vantajoso realizar uma compra à vista ou a prazo. Assim, a educação financeira pode contribuir para a formação de cidadãos capazes de exercer sua cidadania, exigir que seu direito como cidadão e consumidor sejam respeitados, não esquecendo seus deveres (SILVA, 2015). Isto torna os cidadãos mais conscientes no consumo, na poupança, no investimento e no planejamento futuro (SOARES, 2013).

A metodologia no ensino da Matemática, segundo Oliveira (2008) e Schneider (2008) a metodologia no ensino da Matemática deve focar em um ensino contextualizado, que confere um significado real à matemática, favorecendo assimilação do conteúdo com o cotidiano. No caso da Matemática Financeira isso é facilitado, pois tal tema está presente na vida de qualquer indivíduo em todas as etapas de sua vida.

Além de um ensino contextualizado, a utilização de tecnologias na abordagem desta matéria pode mobilizar a vontade de aprender dos estudantes, pois estão no cotidiano de qual-

quer pessoa e, portanto, são recursos atrativos a todos, pelo simples fato do acesso diário (BONA, 2013).

Segundo Filho (2008), trabalhar com a Matemática Financeira no Ensino Médio, utilizando a ferramenta computacional, tem se mostrado adequado, uma vez que os alunos apresentam uma evolução cognitiva quanto à apropriação dos conceitos da área, sendo capazes de aplicá-los em situações financeiras cotidianas. Gouveia () e Silva et al. (2014) são autores que colaboram com a ideia de que o computador pode enriquecer o espaço de aprendizagem, uma vez que o aluno interage com outros instrumentos de estudo, tais como: internet, softwares educacionais e planilhas eletrônicas, podendo participar ativamente da construção de seu conhecimento. Para Ribeiro e Bona (2015) as planilhas proporcionam uma reflexão sobre a resolução de problemas e não apenas extensos cálculos que muitas vezes perde o significado quando aplicados, por exemplo, a financiamentos imobiliários por 30 anos.

Portanto, a contextualização do conteúdo, aliada com a tecnologia, torna a sala de aula um ambiente mais favorável à aprendizagem, pois oportuniza ao aluno a construção do próprio conhecimento. A abordagem da Matemática por meio de ferramentas tecnológicas e outros objetos de aprendizagem criam novas alternativas de internalizar a aprendizagem, tornando-as mais significativas (OLIVEIRA et al., 2012).

3 MATEMÁTICA FINANCEIRA

Os principais objetivos da Matemática Financeira são estudar o desenvolvimento do valor do dinheiro no tempo, assim como as maneiras de analisar e comparar alternativas para aplicação e obtenção de recursos financeiros. Sendo assim, este capítulo apresenta uma revisão dos conceitos básicos necessários para compreender a Matemática Financeira, como progressões aritméticas e geométricas, juros simples e compostos, e aborda ainda os seguintes temas: taxas aparentes e nominais, séries uniformes e sistemas de amortização.

3.1 PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

Nesta seção são apresentados os conceitos preliminares de Progressões Aritméticas baseados nas formulações de Dante (2005) e Filho (2016).

Definição 1 *Progressão Aritmética (PA) é toda sequência de números na qual a diferença entre cada termo (a partir do segundo) e o termo anterior é constante. Essa diferença constante é chamada razão da progressão e é representada pela letra r .*

Em toda sequência seus termos são representados por $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ e se esta sequência forma uma PA, obtém-se que qualquer termo da sequência pode ser obtida pela fórmula do termo geral:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r.$$

Uma PA de razão r pode ser escrita da seguinte maneira:

$$PA(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n).$$

Aplicando a Definição 1, é possível escreve-la de outro modo:

$$PA(a_1, a_1 + r, a_1 + 2r, a_1 + 3r, \dots, a_1 + (n-2)r, a_1 + (n-1)r).$$

Portanto, o termo geral será:

$$a_n = a_1 + (n-1)r, \text{ para } n \in \mathbb{N},$$

onde,

a_n representa o termo geral;

a_1 o 1º termo;

n o número de termos (até a_n);

r a razão da PA.

A classificação de uma PA é dada da seguinte maneira:

- Crescente: uma PA é crescente quando cada termo, a partir do segundo, é maior que o antecedente. Para que isso ocorra é necessário e suficiente que ela tenha razão positiva.
- Decrescente: uma PA é decrescente quando cada termo, a partir do segundo, é menor que o antecedente. Para que isso ocorra é necessário e suficiente que ela tenha razão negativa.
- Constante: uma PA é constante quando todos os seus termos são iguais. Para que isso ocorra é necessário e suficiente que ela tenha razão nula.

3.1.1 SOMA DOS TERMOS DE UMA PA

De acordo com a ideia de Karl Friedrich Gauss (1777-1855), usada para calcular a soma $1+2+\dots+100$, pode-se calcular a soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética qualquer.

Teorema 1 *A soma dos n primeiros termos da progressão aritmética (a_1, a_2, a_3, \dots) é dada por:*

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

Prova: Suponha $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$, que escrevendo de trás para frente, obtém-se $S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_2 + a_1$.

Somando estas duas expressões,

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) + \dots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1).$$

Note que, ao passar de um parêntese para o seguinte, a primeira parcela aumenta de r e a segunda parcela diminui de r , o que não altera a soma. Portanto, todos os parênteses são iguais ao primeiro, $(a_1 + a_n)$. Como são n parênteses, segue que:

$$2S_n = (a_1 + a_n)n \implies S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}. \quad (1)$$

□

Observe que a equação (1)) permite calcular a soma de todos os termos de PA, ou a soma de apenas os n primeiros termos da mesma.

3.2 PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

O tema a ser trabalhado nesta Seção é Progressão Geométrica, nas quais as definições e desenvolvimentos são baseados nas formulações de Dante (2005) e Filho (2016).

Definição 2 *Progressão geométrica (PG) é toda sequência de números não-nulos na qual é constante o quociente da divisão de cada termo (a partir do segundo) pelo termo anterior. Esse quociente constante é chamado razão (q) da progressão. Ou seja, uma progressão geométrica é uma sequência na qual a taxa de crescimento relativo de cada termo para o seguinte é a mesma.*

Denomina-se uma PG desta forma pois tomando-se quaisquer três termos consecutivos de uma PG, o termo do meio é igual a média geométrica dos outros dois termos. Observe os exemplos a seguir.

$(3, 9, 27, 81, \dots)$ \longrightarrow é uma PG crescente de razão $q = 3$.

$(90, 30, 10, \dots)$ \longrightarrow é uma PG decrescente de razão $q = \frac{1}{3}$

$(-7, 14, -28, 56, \dots)$ \longrightarrow é uma PG oscilante de razão $q = -2$.

$(3, 3, 3, 3, \dots)$ \longrightarrow é uma PG constante de razão $q = 1$.

Calcula-se a razão de uma PG pela seguinte igualdade:

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}},$$

ou seja,

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_n}{a_{n-1}}.$$

A PG é classificada da seguinte maneira:

- Crescente: uma PG é crescente quando cada termo, a partir do segundo, é maior que o antecedente. Para que isso ocorra é necessário e suficiente que $a_1 > 0$ e $q > 1$ ou $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$.
- Decrescente: uma PG é decrescente quando cada termo, a partir do segundo, é menor que o antecedente. Para que isso ocorra é necessário e suficiente que $a_1 > 0$ e $0 < q < 1$ ou $a_1 < 0$ e $q > 1$.
- Constante: uma PG é uma constante quando todos os seus termos são iguais. Para que isso ocorra é necessário e suficiente que sua razão seja 1 ou que todos os seus termos sejam nulos.
- Oscilante: uma PG é oscilante quando todos os seus termos são diferentes de zero e dois termos consecutivos quaisquer têm sinais opostos. Para que isso ocorra é necessário e suficiente que $a_1 \neq 0$ e $q < 0$.
- Estacionária: é uma PG constante a partir do segundo termo. Isso ocorre quando $a_1 \neq 0$ e $q = 0$.

Assim, como em uma PA, pode-se achar todos os elementos da PG a partir de qualquer termo e de sua razão, por meio da fórmula do termo geral. Deduzida por:

$$\frac{a_2}{a_1} = q \longrightarrow a_2 = a_1 \cdot q,$$

assim,

$$\frac{a_3}{a_2} = q \longrightarrow a_3 = a_2 \cdot q \longrightarrow a_3 = a_1 \cdot q^2,$$

da mesma maneira,

$$\frac{a_4}{a_3} = q \longrightarrow a_4 = a_3 \cdot q \longrightarrow a_4 = a_1 \cdot q^3,$$

e assim por diante. Sabe-se que uma PG de razão q em função dos seus n termos pode ser escrita por: $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n)$.

Aplicando-se a definição de PG, pode-se escrever esta sequência de seguinte forma:

$$(a_1, a_1 \cdot q, a_1 \cdot q^2, a_1 \cdot q^3, a_1 \cdot q^4, \dots, a_1 \cdot q^{n-2}, a_1 \cdot q^{n-1}).$$

De onde obtém-se a expressão do termo geral:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}, \text{ para } n \in \mathbb{N}^*. \quad (2)$$

Portanto, conclui-se que a equação (2), é a expressão que determina os termos da PG considerando o primeiro termo. Caso não possuir o primeiro termo, e sim outro termo qualquer, pode-se obter qualquer outro termo a partir da seguinte expressão:

$$a_n = a_k \cdot q^{n-k}. \quad (3)$$

onde k é a posição de qualquer outro termo da sequência.

3.2.1 A SOMA DOS TERMOS DE UMA PG

O somatório parcial em uma sequência com todos os termos idênticos é o resultado do produto da quantidade de termos pelo respectivo valor da sequência. Como pode-se observar no lema a seguir.

Lema 1 *A soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica (a_n) de razão $q \neq 1$, é dada por:*

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

Prova: Dada uma PG finita qualquer com n elemento, ou seja, com a quantidade de elementos definida. PG finita $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$. A soma desses elementos será feita da seguinte forma:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n.$$

Sabe-se que $a_2 = a_1 \cdot q$; $a_3 = a_1 \cdot q^2$; $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$. Assim, a soma dessa PG será dada por:

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1}. \quad (4)$$

Multiplicando por q ,

$$q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + a_1 \cdot q^4 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} + a_1 \cdot q^n. \quad (5)$$

Subtraindo (4) de (5), tem-se:

$$S_n - qS_n \implies S_n(1 - q) = a_1 - a_1q^n.$$

Portanto,

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

a soma dos n elementos de uma PG finita é dada por: □

Note que nas progressões geométricas em que $|q| < 1$, a soma dos n primeiros termos tem um limite finito quando $n \rightarrow \infty$. Como nesse caso $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$, note que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = a_1 \frac{1 - 0}{1 - q},$$

isto é,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}.$$

3.3 JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

Esta seção apresenta os principais conceitos associados ao regime de capitalização simples e composta. As operações são apresentadas de maneira algébrica e na calculadora HP 12C, por ser uma ferramenta utilizada por vários profissionais da área da Matemática Financeira. As abordagens aqui descritas são baseadas em Bruni e Famá (2005) e Santos (2011).

3.3.1 JUROS SIMPLES

No regime de capitalização a Juros Simples, a compensação financeira, os juros, são diretamente proporcionais ao valor do capital emprestado (C), dentro de um período unitário de tempo (dia, mês, ano, etc.) e, também, diretamente proporcionais à quantidade de períodos em que o mesmo ficar emprestado.

Para um período unitário, a parcela dos juros (combinada previamente entre as partes), é dada por uma porcentagem do capital inicial, ou seja, um valor r para cada 100 partes desse valor, r é denominada *taxa de juros*.

Por exemplo se $r = 5\%$, pode-se escrever $r = \frac{5}{100}$ ou $r = 0,05$.

Sendo r a taxa de juros, chama-se $\frac{r}{100} = i$ de *taxa unitária*.

Definição 3 Uma taxa de juros é chamada **taxa efetiva**, quando o período a que ela se refere **coincide** com o período de capitalização. Por exemplo: 4% ao semestre capitalizados semestralmente.

Define-se também, a taxa de juros chamada **taxa nominal**, quando o período a que ela se refere **não coincide** com o período de capitalização. Por exemplo: 8% ao ano capitalizados mensalmente.

Esse tipo de taxa não é adequada aos juros simples, pois o período de referência da taxa já determina o período de capitalização. Porém, ela é importante para os juros compostos, originando os conceitos de taxa proporcional e equivalente que serão discutidos na Seção 3.3.2.

Duas taxas de juros são proporcionais quando desenvolvem uma proporção direta com os períodos de capitalização a elas relacionados.

Exemplo 1: A taxa de juros de 2% ao bimestre é proporcional a 6% ao semestre, pois:

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

É uma proporção direta, ou seja, a razão entre as taxas é igual a razão entre os períodos a elas referidos. Na prática, quando a relação entre os períodos é de 1 : n , deve-se multiplicar ou dividir uma taxa de um período por n para obter a taxa proporcional a ela relacionada ao outro período.

Definição 4 Duas taxas são equivalentes quando se referindo a períodos de capitalizações diferentes, produzem os mesmos juros num determinado período, quando aplicadas sobre um mesmo capital.

3.3.1.1 FÓRMULA DE JUROS SIMPLES

Definição 5 Se C é o capital emprestado à taxa r ao mês, durante n meses, o cálculo dos juros produzidos, denotado por j , é dado pela fórmula

$$j = C \cdot \frac{r}{100} \cdot n.$$

Prova: Para calcular os juros em cada período (mês), multiplica-se o valor C pela taxa percentual $i = \frac{r}{100}$ e para obter o total dos juros dos n períodos, multiplica-se por n , ou seja:

$$j = C \cdot \frac{r}{100} \cdot n,$$

o que é equivalente a

$$j = C \cdot i \cdot n. \quad (6)$$

A equação (6) corresponde à expressão usada para calcular juros simples. \square

3.3.1.2 CÁLCULO DE JUROS SIMPLES NA HP 12C

A calculadora HP 12C trabalha, basicamente, no regime de juros composto. Existem, porém, alguns recursos elementares para operação com juros simples. Veja a função apresentada a seguir:

[f][INT]: calcula os juros simples (*interest*) com base na taxa anual e no número de dias fornecidos.

É importante destacar novamente que, em qualquer operação de Matemática Financeira, taxa e prazo devem ter referências na mesma base. Nesse caso, porém, a taxa é **anual** e o prazo é dado em **dias**.

3.3.1.3 CALCULADORA HP 12C: APLICAÇÃO DE JUROS SIMPLES

Situação problema: Um capital de R\$ 120,00 foi aplicado a taxa de 4% ao mês no regime de capitalização simples por sete meses. Qual o valor dos juros capitalizados durante o período de vigência da aplicação?

Solução: Utilizando a expressão $j = C \cdot i \cdot n = 120 \cdot 0,04 \cdot 7 \Rightarrow j = 33,60$. Ou seja, durante o período de vigência da aplicação, os juros capitalizados são no valor de R\$33,60.

Os mesmos cálculos podem ser realizados com o auxílio da calculadora HP 12C a partir dos seguintes comandos:

$$120[ENTER]0,04[ENTER]7[X][X]Visor \implies 33,6000.$$

Destaca-se que a taxa i e o tempo n devem estar sempre na mesma base, refletindo o mesmo período. Por exemplo, se n representa o número de meses, i deve ser expressa na forma unitária ao mês. Deve-se sempre que possível, evitar transformar a taxa i .

3.3.1.4 MONTANTE

Montante (M) é o nome dado à soma do capital c com os juros produzidos em um determinado período j , ou seja:

$$M = C + j. \quad (7)$$

É possível calcular os juros ou o capital que formam um montante, quando se conhece, além do montante, apenas a taxa e o tempo.

Da equação (4), segue que

$$C = \frac{j}{i \cdot n}. \quad (8)$$

Substituindo o resultado da equação (8) na equação (7) segue que

$$C + j = M,$$

é equivalente a

$$\frac{j}{i \cdot n} + \frac{j}{1} = M \implies M = \frac{j + j \cdot i \cdot n}{i \cdot n},$$

de onde conclui-se que

$$M = \frac{j(1 + i \cdot n)}{i \cdot n}.$$

Isolando j , obtém-se

$$j = \frac{M \cdot i \cdot n}{i + i \cdot n}. \quad (9)$$

Para obter o capital, desenvolve-se

$$M = C + j \implies M = C + C \cdot i \cdot n,$$

ou seja,

$$M = C(1 + i \cdot n).$$

Isolando C ,

$$C = \frac{M}{1 + i \cdot n}. \quad (10)$$

Exemplo 2: Uma aplicação feita no regime de juros simples rendeu um montante igual a R\$ 750,00 após cinco meses, a uma taxa de 10% ao mês. Qual o capital inicial da operação?

Solução: Aplica-se a fórmula para o cálculo do capital:

$$C = \frac{M}{1 + i \cdot n} \implies C = \frac{750}{1 + 0,1 \cdot 5} \implies C = R\$500,00.$$

O mesmo resultado pode ser obtido usando os seguintes comandos na HP 12C:

$$12C750[ENTER]0,1[ENTER]5[X]1[X][\div]Visor \implies 500,0000.$$

3.3.2 JUROS COMPOSTOS

No regime de capitalização composta, ou juros compostos, são determinados pelos juros de um certo período somados para o cálculo de novos juros nos próximos períodos.

Teorema 2 *No regime de juros compostos de taxa i , um principal C_0 transforma-se, depois de n períodos de tempo, em um montante $C_n = C_0(1 + i)^n$.*

Prova: Seja C_n o montante ao fim de n períodos de capitalização composta, C_0 o capital no período n_0 em que ocorreu o empréstimo, i a taxa unitária e J_n , os juros no período n .

Para calcular o montante C_1 relativo ao primeiro período, ou seja $C_0 + J_1$, deve-se aplicar a taxa i de juros simples durante 1 período ao capital C_0 , para obter:

$$C_1 = C_0 + C_0 \cdot i = C_0(1 + i) = C_0(1 + i) \quad \implies C_1 = C_0(1 + i)^1.$$

$$C_2 = C_1 + C_1 \cdot i = C_1(1 + i) = C_0(1 + i)(1 + i) \quad \implies C_2 = C_0(1 + i)^2.$$

$$C_3 = C_2 + C_2 \cdot i = C_2(1 + i) = C_0(1 + i)^2(1 + i) \quad \implies C_3 = C_0(1 + i)^3.$$

E assim por diante, formando uma progressão geométrica de razão $1 + i$. Assim, ao fim de n períodos, o montante C_n será dado pela fórmula:

$$C_n = C_0(1 + i)^n.$$

□

Exemplo 3: Qual o montante obtido de uma aplicação de R\$550,00 feita por quatro meses a uma taxa de 20% ao ano?

Solução: Nesse caso, é necessário equiparar taxa e prazo, expressando o prazo em anos: 4 meses é igual a $\frac{4}{12}$ ano. Aplicando-se a fórmula,

$$C_n = C_0(1 + i)^n \implies C_{4/12} = 550(1 + 0,20)^{4/12} = 584,46$$

3.3.2.1 CÁLCULOS DE JUROS COMPOSTO NA HP 12C

A HP 12C possui algumas funções muito úteis em cálculos com juros compostos. É muito utilizada para resolver problemas das áreas de planejamento, empréstimos, determinação de preços, estatística, poupança, análise de investimentos, finança pessoal e outras utilidades.

Para trabalhar com a HP 12C em juros compostos, é necessário verificar a ativação de alguns indicadores de visor (*flags* que destacam a configuração da calculadora). O Tabela 1 apresenta a descrição dos *flags* C e BEGIN.

Tabela 1: Descrição dos *flags*

Flag	Ativa	Desativa	Descrição
C	[STO] [EEX]	[STO][EEX]	Quando ativado, indica a opção de cálculo de juros Compostos nas parcelas fracionárias de períodos não inteiros (vigência da convenção linear). Quando não ativado, indica que nas parcelas fracionárias de períodos não inteiros o cálculo no regime de juros compostos ocorrerá mediante juros simples! Cuidado: nos EUA, que comumente apresentam baixas taxas de juros, os valores são próximos. No Brasil, com taxa de juros mais elevadas, os valores são muito diferentes!
BEGIN	[g][BEG]	[g][END]	Quando ativado, indica que a série calculada é antecipada (primeira prestação paga no ato). Quando desativado, indica cálculos com séries postecipadas, em que pagamento da primeira prestação é diferido.

Fonte: Bruni e Famá (2005)

No Brasil utiliza-se a convenção exponencial, ou seja, os juros são sempre calculados, em sua forma composta de capitalização, mesmo nos períodos fracionários, é necessário averiguar se o indicador C está aceso no visor. Caso não esteja, deve-se ativá-lo por meio das teclas [STO] [EEX].

As principais funções financeiras da HP 12C para operações com juros compostos são:

[n]: número de períodos da série, **aproximado para o inteiro superior**;

[i]: taxa da série (válido para séries uniformes e não uniformes);

[PV]: do inglês *Present Value*, valor presente da série;

[FV]: do inglês *Future Value*, valor futuro da série;

[REG]: limpa os conteúdos das memórias transitórias (X, Y, Z, T), além das memórias

fixas (0 a 9 e .0 a .9) e das memórias financeiras.

Para usá-las, basta abastecer os demais registradores e solicitar o registrador desejado. Para poder empregar os registradores financeiros é sempre conveniente limpar os registradores da HP antes das operações. Para isso, devem ser pressionadas as teclas [f] [REG] antes de quaisquer operações.

É importante destacar a consideração das convenções dos sinais na HP 12C. Desembolsos de caixa devem ser colocados com o sinal negativo e recebidos com o sinal positivo. No caso da convenção dos sinais não ser respeitada e todos os parâmetros serem abastecidos com o mesmo sinal, a HP 12C alerta o usuário com a mensagem:

Erro 5: erro em operações com juros compostos. Provavelmente, algum valor foi colocado com sinal errado (todos os valores têm o mesmo sinal) ou os valores de i , PV e FV são tais que não existe solução para n .

Destaca-se também que a HP 12C sempre aproxima o cálculo do número de períodos n para o próximo inteiro superior. Por exemplo, se o número de períodos exatos encontrados após resolução algébrica ou no Excel for igual a 3,11, a HP aproximará o resultado para o primeiro inteiro superior, fornecendo o resultado 4.

Exemplo 4: Suponha que Paulo aplique R\$ 8.000,00 à taxa de juros compostos de 5% ao mês. Quanto ele terá daqui 14 meses?

Solução na HP 12C:

[f][REG] 14 [n] 5 [i] 8000 [PV] [FV] Visor \implies -15.839,4528.

Portanto, ao final de 14 meses, Paulo terá um montante de R\$15.839,4528.

3.4 OPERAÇÕES COM TAXAS DE JUROS

Esta seção tem por objetivo, tratar da questão de operações matemáticas com taxas de juros, pois na Matemática Financeira, existe a preocupação constante de equiparar-se taxas e prazos, sendo necessárias as conversões de taxas para prazos diferentes.

3.4.1 A ÁLGEBRA DAS TAXAS DE JUROS

Quando duas ou mais taxas incidem sequencialmente sobre um valor ou sobre uma sequência de valores, como no caso da capitalização composta, a taxa resultante não é a soma das taxas individuais mas, sim o multiplicatório de $(1 + \text{taxas})$ subtraído de 1.

Exemplo 5: Um produto custava R\$40,00 e sofre dois aumentos sucessivos de 20% e 30%, respectivamente. Qual o preço final do produto e qual a variação percentual do preço do produto?

Solução: Se o preço inicial é R\$ 40,00, o preço final será $40(1 + 0,20)(1 + 0,30) = R\$62,40$. O multiplicador para a taxa total da operação será igual a $(1 + 0,20)(1 + 0,30) = 1,56$. Logo, a taxa total da operação será igual a 0,56 ou 56%.

Assim, generalizando, em operações com taxas de juros compostos, a taxa resultante é dada por:

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times \dots \times (1 + i_n).$$

E, ainda, representando as sucessivas multiplicações pelo seu produtório, a expressão anterior é representada por:

$$i_{total} = \prod_{k=1}^n (1 + i_k) - 1.$$

3.4.2 TAXAS APARENTES OU UNIFICADAS

Um exemplo que abrange operações de incidência de taxas sucessivas pode ser dado mediante taxas aparentes ou unificadas. As taxas aparentes representam a taxa que incide sobre uma operação financeira, porém em termos nominais (incluindo a variação de preços causada pela inflação).

A taxa aparente ou unificada segue da aplicação sucessiva de uma taxa de juros real e da variação inflacionária. Logo, a taxa aparente de um único período, pode ser apresentada como:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \cdot (1 + i_\theta), \quad (11)$$

onde:

i_a representa taxa aparente (ou unificada) de juros do período;

i_r a taxa real de juros do período;

i_θ a taxa de inflação do período.

Por exemplo, um empréstimo com duração de um mês foi realizado a uma taxa de 3% ao mês mais a correção inflacionária. Se a correção inflacionária no período da operação foi igual a 2% ao mês, a taxa de juros da operação poderia ser obtida mediante a aplicação da

equação (11). Neste caso, tem-se:

$$(1 + i_a) = (1 + 0,03) \cdot (1 + 0,02) \implies i_a = 5,06\% \text{ ao mês.}$$

Note que, sempre que períodos múltiplos forem dados, é necessário considerar o multiplicatório das taxas, que pode ser representado da seguinte forma:

$$\prod_{j=1}^n (1 + i_{aj}) = \prod_{j=1}^n (1 + i_{rj}) \cdot \prod_{j=1}^n (1 + i_{\theta j}), \quad (12)$$

onde:

i_{aj} representa a taxa aparente (ou unificada) de juros do período j ;

i_{rj} a taxa real de juros do período j ;

$i_{\theta j}$ a taxa de inflação do período j .

Por exemplo, uma operação foi realizada por três meses a uma taxa de juros real igual a 2% ao mês, acima da inflação. Se os percentuais de inflação nos meses analisados foram iguais a 1,3 e 5% ao mês, qual foi a taxa aparente mensal que incidiu durante o período da operação?

Utilizando a equação (12), tem-se:

$$(1 + i_a)^3 = (1 + 0,02)^3 \cdot (1 + 0,01) \cdot (1 + 0,03) \cdot (1 + 0,05) \implies i_a = 5,0468\% \text{ ao mês}$$

Assim, a taxa aparente que insidiu durante o período da operação foi de 5,0468% ao mês.

3.4.3 TAXAS NOMINAIS

As taxas Nominiais referem-se a um período diferente do período de capitalização dos juros, ou seja, não correspondem ao ganho ou custo financeiro efetivo da operação. Logo, seu valor em momento algum é aplicado nos cálculos. Para empregar as taxas nominiais nas operações, é preciso fazer a conversão para a unidade a ser trabalhada, encontrando a **taxa efetiva**.

No Brasil, são várias as modalidades de taxas nominiais. Por exemplo:

- taxa over: comumente expressa ao mês, porém capitalizadas ao dia útil;
- taxa instantânea: comumente expressa ao ano, porém capitalizadas ao dia.

Um exemplo de taxa nominal bastante utilizada é a taxa que remunera a caderneta de poupança. Por exemplo: se que a poupança rende 6% ao ano, capitalizada mensalmente. A expressão *capitalizada mensalmente* indica tratar-se de uma taxa nominal. A taxa efetiva corresponderia à taxa mensal ($6/12 = 0,50\%$ ao mês) equivalente ao ano (6,1678% ao ano).

3.5 SÉRIES UNIFORMES

Um conjunto de quantias (chamadas usualmente de pagamentos ou termos), referidas a épocas diversas, é chamada de série. Se esses pagamentos forem iguais e igualmente espaçados no tempo, a série é dita uniforme.

Teorema 3 *O valor de uma série de n pagamentos iguais a P , um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo i a taxa de juros, iguais a:*

$$C_0 = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}.$$

Prova: Seja

$$C_0 = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n},$$

o valor presente, equivalente ao somatório de cada pagamento no início do período. Observe que os termos formados pelas parcelas no início do período equivalem a uma progressão geométrica com razão $\frac{1}{1+i}$. Pela fórmula da progressão geométrica, obtém-se:

$$C_0 = \frac{P}{1+i} \cdot \frac{\left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right)}{\frac{1}{1+i} - 1} = \frac{P}{1+i} \cdot \frac{(1+i)^{-n} - 1}{\frac{-i}{1+i}} = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}.$$

Uma série é antecipada quando o pagamento, recebimento ou depósito é realizado no começo do período, a primeira parcela ocorre na data zero, sendo essa de mesmo valor das demais parcelas. Na série postecipada, o pagamento, recebimento ou depósito é realizado um período depois.

□

Corolário 1 *O valor de uma série uniforme postecipada, no período do último pagamento é*

$$C_n = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

Prova: Pelo Teorema 2, tem-se:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n, \quad (13)$$

e pelo Teorema 3, sabe-se que

$$C_0 = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}. \quad (14)$$

Assim, substituindo (14) em (13) conclui-se que

$$C_n = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

□

Teorema 4 *O valor de uma série de n pagamentos iguais a P , o primeiro sendo efetuado no início do período, sendo i a taxa de juros, é dado por*

$$C_0 = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i).$$

Prova: Sabe-se que o valor presente é igual ao somatório dos pagamentos no início do período, ou seja:

$$C_0 = P + \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P}{(1+i)^{n-1}}.$$

Note que esses termos formam uma progressão geométrica em que $a_1 = P$, $q = \frac{1}{1+i}$ e pela soma dos termos de uma progressão geométrica tem-se:

$$C_0 = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)}.$$

Portanto,

$$C_0 = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i).$$

□

A renda perpétua ou perpetuidade constante possui duração infinita, como por exemplo, o aluguel de um bem, pois quando se aluga algo, troca-se esse bem por um aluguel mensal. Assim, o conjunto dos aluguéis formam uma renda perpétua ou perpetuidade.

Teorema 5 *O valor de uma perpetuidade de termos iguais a P , um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo i a taxa de juros, $C_0 = \frac{P}{i}$.*

Prova: Sabe-se que o valor presente é equivalente ao somatório dos pagamentos no início do período, ou seja:

$$C_0 = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \dots$$

Note que essas parcelas formam uma progressão geométrica infinita em que $a_1 = \frac{P}{1+i}$ e $q = \frac{1}{1+i}$. Assim, pela soma dos termos de uma progressão geométrica infinita, conclui-se que

$$C_0 = \frac{\frac{P}{1+i}}{1 - \frac{1}{1+i}} \implies C_0 = \frac{\frac{P}{1+i}}{\frac{i}{1+i}} \implies C_0 = \frac{P}{i}.$$

□

3.5.1 CÁLCULOS COM SÉRIES UNIFORMES NA HP 12C

As principais aplicações financeiras da HP 12 C para operações com séries uniformes são:

[n]: número de pagamentos, aproximado para o inteiro superior;

[i]: taxa de série (válido para séries uniformes e não uniformes);

[PV]: do inglês *Present Value*, valor presente da série;

[PMT]: do inglês, *Payment*, valor da prestação (ou pagamento) da série;

[FV]: do inglês *Future Value*, valor futuro da série.

Para operar com o registrador PMT da HP 12C, é necessário previamente determinar se a série calculada é postecipada, configurada por meio das teclas [g] [END] ou antecipada, configurada mediante as teclas [g][BEG].

Destaca-se a importância de considerar as convenções de sinais da HP 12C. Desembolsos de caixa devem ser colocados com o sinal negativo e recebimentos com o sinal positivo. Caso a convenção dos sinais não for considerada e todos os parâmetros serem preenchidos com mesmo sinal, a HP 12C alerta com a mensagem:

Error 5: erro em operações com juros compostos. Provavelmente, algum valor foi colocado com sinal errado (todos os valores têm o mesmo sinal) ou os valores de i , PV e FV são tais que não existe solução para n .

Exemplo 5: Um congelador no valor de R\$950,00 à vista é vendido em 12 pagamentos

mensais iguais e sem entrada no valor de R\$100,00 cada. Qual a taxa de juros cobrada pela loja?

Solução na HP 12C:

$[f][REG]12[n]950[PV]100[CHS][PMT][g][END][i]Visor\rightarrow 3,7909$.

Logo, a taxa cobrada é igual a 3,7909% ao mês.

3.6 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO

Nesta seção, será abordado os sistemas de amortização mais utilizados no Brasil, o Sistema de Amortização Constante (SAC) e o Sistema Francês de Amortização (Tabela Price). O Sistema Francês é caracterizado por prestações constantes e utilizado em todos os setores financeiros e de capitais. O SAC é mais aplicado pelo sistema financeiro de habitação, especialmente nas operações de financiamento para casa própria.

3.6.1 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC)

O SAC é um plano de amortização de um débito em prestações constantes, consecutivas e decrescentes, em progressão aritmética. A parcela de amortização é obtida dividindo-se o valor do empréstimo pelo número de prestações, enquanto o valor da parcela de juros é definido pela multiplicação de saldo devedor imediatamente anterior pela taxa de juros.

Seja A_k para representação da amortização e D_k para a representação da dívida, segue o Teorema 6.

Teorema 6 No SAC, sendo n o número de pagamentos e i a taxa de juros,

$$i) A_k = \frac{D_0}{n} \quad ii) D_k = \frac{n-k}{n} D_0 \quad iii) j_k = i \cdot D_{k-1} \quad iv) P_k = A_k + j_k$$

Prova: i) Se a dívida D_0 é amortizada em n parcelas idênticas, cada parcela equivale a

$$A_k = \frac{D_0}{n}.$$

ii) A situação da dívida após k amortizações é

$$D_k = D_0 - k \cdot \frac{D_0}{n} \implies D_k = \frac{n-k}{n} D_0.$$

iii) e iv) resultam da própria definição. □

Exemplo 6: Uma dívida de R\$100,00 é paga em 5 prestações mensais com uma taxa de juros de 15%, encontre: a parcela de amortização, a parcela de juros, a prestação e o estado da dívida na época K.

Solução:

Como as amortizações são iguais, cada amortização será $\frac{1}{5}$ da dívida. Assim, $A_k = \frac{100}{5} = 20$.

$$D_1 = 100 - 20 = 80 \quad j_1 = 0,15 \cdot 100 = 15$$

$$D_2 = 80 - 20 = 60 \quad j_2 = 0,15 \cdot 80 = 12$$

$$D_3 = 60 - 20 = 40 \quad j_3 = 0,15 \cdot 60 = 9$$

$$D_4 = 40 - 20 = 20 \quad j_4 = 0,15 \cdot 40 = 6$$

$$D_5 = 20 - 20 = 0 \quad j_5 = 0,15 \cdot 20 = 3$$

$$P_k = A_k + j_k$$

A Tabela 2 resume a amortização do Exemplo 6.

Tabela 2: Planilha de amortização (SAC)

N	P_k	A_k	j_k	D_k
0				100
1	35	20	15	80
2	32	20	12	60
3	29	20	9	40
4	26	20	6	20
5	23	20	3	0

Fonte: Lima (1998)

3.6.1.1 CÁLCULOS COM O SAC NA HP 12C

A calculadora HP 12C possibilita que operações com o SAC sejam realizadas de forma bastante simples, por meio da aplicação dos registradores para séries uniformes.

Por exemplo, para achar qual valor líquido recebido por uma debênture com valor nominal igual a R\$ 80.000,00, pagamento semestral periódico de juros no valor de R\$ 2.000,00, vencimento em três anos, sendo 3% ao semestre a taxa de juros apropriada a operação, basta executar os seguintes passos na HP 12C:

[f] [REG] 6 [n] 3 [i] 2000 [PMT] 80000 [FV] [g] [END] [PV] Visor \implies -77833,1234.

O valor presente da debênture será igual a R\$ 77.833,12. Lembrando que, em três anos existem seis semestres, logo o número de períodos abastecidos deve ser igual a seis. O valor nominal ou valor futuro deve ser abastecido, sendo igual a R\$80.000,00.

3.6.2 SISTEMA FRANCÊS OU TABELA PRICE

O sistema francês de amortização, também conhecido como Sistema da Tabela Price ou Tabela Price, está relacionado às amortizações de empréstimos/financiamentos e consiste em um sistema de devolução do principal mais os juros em prestações de valor igual de mesmo intervalo entre parcelas.

Teorema 7 *No sistema francês de amortização, sendo i a taxa de juros e n o número de pagamentos, tem-se:*

$$\begin{aligned} \text{i) } P_k &= D_0 \cdot \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}; \\ \text{ii) } D_k &= D_0 \cdot \frac{1 - (1+i)^{-(n-k)}}{1 - (1+k)^{-n}}; \\ \text{iii) } j_k &= iD_{k-1}; \\ \text{iv) } A_k &= P_k - J_k. \end{aligned}$$

Prova: Nota-se que i) é decorrente do Teorema 3 e iii) e iv) decorrem da própria definição.

ii) Observe que D_k é a dívida que será liquidada, postecipadamente, por $n - k$ pagamentos sucessivos iguais a P_k . Portanto, pelo Teorema 3, obtém-se:

$$D_k = P_k \cdot \frac{1 - (1+i)^{-(n-k)}}{i}. \quad (15)$$

Assim, substituindo i) na equação (15), que é o valor de P_k , conclui-se que:

$$D_k = D_0 \cdot \frac{1 - (1+i)^{-(n-k)}}{1 - (1+k)^{-n}}.$$

□

Exemplo: Uma dívida de R\$150,00 é paga pelo sistema francês, em 4 meses, com juros de 8% ao mês. Faça a planilha de amortização.

Solução: Por definição, as prestações possuem o mesmo valor, logo, pelo Teorema 7, cada prestação será dada por:

$$P = \frac{C_0 \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \implies P = \frac{150 \times 0,08}{1 - 1,08^{-4}} \cong 45,29.$$

Tabela 3: Planilha de amortização (Price)

N	P_k	A_k	J_k	D_k
0				150,00
1	45,29	33,29	12,00	116,71
2	45,29	35,95	9,34	80,76
3	45,29	38,83	6,46	41,93
4	45,29	41,93	3,36	

Fonte: Lima (1998)

Na Tabela 3 são apresentados os resultados obtidos para a planilha de amortização.

3.6.2.1 CÁLCULOS COM O SISTEMA FRANCÊS NA HP 12C

A determinação dos juros ou amortização pagas em cada prestação, são facilitados pela função [f] [AMORT] na HP 12C.

Exemplo: Um empréstimo no valor de R\$400,00 deve ser pago em três parcelas mensais iguais, com a primeira vencendo 30 dias após a liberação do principal. A taxa acordada para a operação foi igual a 20% ao mês. Qual o valor dos juros e da amortização quitada em cada parcela?

Solução: Pode-se aplicar os passos na calculadora HP 12C, descritos na Tabela 4.

Tabela 4: Cálculos com o sistema francês na HP 12C

Passo	Tecla	Função
01	f Reg	Limpa a memória da calculadora
02	400,00 [PV]	Abastece o valor liberado do empréstimo
03	20 [i]	Abastece a taxa
04	3 [n]	Abastece o número de pagamentos iguais
05	[g] [END]	Configura a máquina para operar no modo pós-fixado
06	[PMT]	Solicita o valor do pagamento periódico
Visor	-189,89	Valor calculado para o PMT
07	1 [f] [AMORT]	Solicita o valor dos juros quitados no próximo período
Visor	-80,00	Valor dos juros do período 1
08	[x \longleftrightarrow y]	Solicita o valor da amortização
Visor	-109,89	Valor da amortização do período 1
09	[RCL] [PV]	Solicita o valor do saldo devedor após a amortização
Visor	209,11	Saldo devedor final do período 1
10	1 [f] [AMORT]	Solicita o valor dos juros quitados no próximo período
Visor	-58,02	Valor dos juros do período 2
11	[x \longleftrightarrow y]	Solicita o valor da amortização
Visor	-131,87	Valor da amortização do período 2
12	[RCL] [PV]	Solicita o valor do saldo devedor após a amortização
Visor	158,24	Saldo devedor final do período 2
13	1 [f] [AMORT]	Solicita o valor dos juros quitados no próximo período
Visor	-31,65	Valor dos juros do período 3
14	[x \longleftrightarrow y]	Solicita o valor da amortização
Visor	-158,24	Valor da amortização do período 3
15	[RCL] [PV]	Solicita o valor do saldo devedor após a amortização
Visor	0,00	Saldo devedor final do período 3

Fonte: Lima (1998)

Assim, a calculadora HP 12C possibilita executar os cálculos com o sistema francês da mesma maneira que as operações com séries uniformes.

4 ECONOMIA E ECONOMIA DOMÉSTICA

Economia é a ciência social que estuda a produção, a distribuição, e o consumo de bens e serviços. Ela estuda as formas de comportamento humano resultantes da relação entre as necessidades dos homens e os recursos disponíveis para satisfazê-las. Desse modo, a economia está intimamente ligada à política das nações e à vida das pessoas, sendo que uma das suas principais funções é explicar como funcionam os sistemas econômicos e as relações dos agentes econômicos, propondo soluções para os problemas existentes (ECONOMISTA, 2009).

Sendo assim, o presente capítulo fará um breve panorama histórico da Economia Brasileira Contemporânea, a fim de contextualizar acerca das mudanças econômicas e políticas nacionais, influenciadas também, pelo cenário econômico e político internacional nos diferentes períodos. Com isso, busca-se proporcionar um entendimento da situação econômica brasileira atual e seu impacto na sociedade. Além disso, será abordada a organização do orçamento doméstico como importante ferramenta para uma satisfatória gestão da economia familiar, o que vem ao encontro do conceito grego do termo economia - *oikos* (casa) e *nomos* (costume ou lei), daí “regras da casa (lar)”.

4.1 ECONOMIA BRASILEIRA CONTEMPORÂNEA

Os elementos que fundamentaram a formação do Brasil contemporâneo, e consequentemente de sua economia, surgiram a partir de 1945. Contextos histórico, político, de política econômica nacional e internacional moldaram historicamente o que hoje constituem a economia e a sociedade brasileiras.

Nesta seção será abordada as principais contribuições de períodos marcantes da história do Brasil que influenciaram diretamente no panorama econômico atual, de acordo com Giambiagi et al. (2011).

4.1.1 PÓS-GUERRA (1945-1955)

Ao fim da Segunda Guerra Mundial (1945), a economia mundial caminha lentamente na direção dos princípios liberais acordados em Bretton Woods (1944). O Brasil tenta seguir esta tendência mundial, entretanto, no início do Governo Dutra substitui tal modelo pelo modelo do desenvolvimento industrial, com crescente participação do Estado. Essa mudança ocorreu devido às sucessivas crises de balanço de pagamentos passado pelo Brasil no período econômico conhecido como “escassez de dólares”, em decorrência da Guerra Fria.

Nesse período, se anunciam padrões que irão recorrer nas décadas seguintes, a exemplo de crises do balanço de pagamentos (tanto no governo Dutra como Vargas) e tentativas frustradas de estabilização (com Vargas e Café Filho). Assiste-se, ainda, entre 1945-1955, à tomada de consciência por parte do governo das possibilidades abertas, pela restrição externa, para o direcionamento seletivo das importações, com efeitos decisivos para o avanço do processo de industrialização.

O apoio governamental à mudança estrutural da economia brasileira, fundamentalmente, da agricultura exportadora em direção à indústria, encontrou no Programa de Metas de Juscelino Kubitschek (JK) sua expressão mais acabada.

Nesse período de dez anos após a Segunda Guerra Mundial, houve uma grande expansão do Produto Interno Bruto (PIB), das pressões inflacionárias e da taxa de investimento média da economia, o que refletiu na evolução da industrialização e dos investimentos públicos no campo de infraestrutura.

4.1.2 DOS “ANOS DOURADOS” DE JK À CRISE NÃO RESOLVIDA (1956 – 1963)

Este período abrange a continuação do pós-Segunda Guerra Mundial, que inclui os governos Dutra, Vargas e Café Filho, mas foi marcado por grandes mudanças, dando seguimento a um ciclo de expansão, iniciando da recuperação precoce da economia brasileira dos efeitos da Grande Depressão dos anos 30. Dois subperíodos são demarcados nesta época, os anos de JK (1956 a 1960) e os conturbados governos de Jânio Quadros e João Goulart (janeiro de 1961 a março de 1964).

Nos anos de JK, deve-se ressaltar a combinação de crescimento econômico acelerado, as mudanças da organização da economia brasileira e satisfação das liberdades democráticas do país. Assim, a política de desenvolvimento econômico de JK foi titulada de sucesso, não ocultando o fato de que o Plano de Metas agravou a concentração regional da produção, além de ter sido ausente em relação à agricultura e à educação básica, com reflexos perversos até hoje

para a distribuição de renda no país.

Em relação as gestões econômicas de Quadros e Goulart, houve dificuldades de formar acordos anti-inflacionários. Além disso, houve a necessidade de enfrentar uma transição macroeconômica muito pior do que JK encontrou ao tornar-se presidente, assumindo uma economia pior e complexa. Houve desequilíbrios decorrentes de processos *take off*¹ econômicos acelerados, que Jânio e Goulart não tiveram condições de solucionar. A danificação do quadro macroeconômico se intensificou com a renúncia de Quadros, que passou inalterado ao Plano Trienal. Sua persistência ajudaria a abalar um quadro político já instável, que terminaria com o golpe civil-militar de 1964.

4.1.3 REFORMAS, ENDIVIDAMENTO EXTERNO E O “MILAGRE” ECONÔMICO (1964-1973)

Humberto Castello Branco (1964-1966), Arthur da Costa e Silva (1967-1969) e Emílio Garrastazu Médici (1969-1973) foram os presidentes militares no período de 1964-1973.

O período de 1964-1967 foi conhecido pela elaboração do Plano de Ação Econômico do Governo (Paeg), que é um plano de equilíbrio de preços de orientação ortodoxa, e de importantes reformas estruturais do sistema financeiro, da estrutura tributária e do mercado de trabalho. Nesses anos, a economia brasileira se portava como *stop and go*, um termo utilizado para caracterizar um crescimento pouco sustentável da economia que rapidamente desacelera, apesar de que o crescimento médio do PIB tenha sido moderado (4,2% ao ano).

De 1968 a 1973, destaca-se uma política monetária expansiva e por um grande crescimento da atividade econômica (média anual de 11,1%), redução da inflação e do desequilíbrio externo, condições que explicam o chamado “milagre brasileiro” deste período, que foi caracterizado pela combinação dessas condições.

O governo do período de 1964-1973, transmitiu ao governo de Geisel (1974-1979) aspectos positivos e alguns problemas. Os aspectos positivos foram a inflação reduzida, por volta de 15% em 1973, no qual era de 80% em 1963; a reelaboração da estrutura fiscal e financeira e a recuperação do saldo do balanço de pagamentos (BP). Os problemas foram a correção monetária e o aumento da dependência externa do país em dois campos, o industrial e o financeiro.

¹O arranco (*take off*), representa o intervalo em que as obstruções e resistências ao desenvolvimento são superadas. Incrementa-se a industrialização, ocorrendo a migração de trabalhadores do setor agrícola para o setor industrial, com o crescimento concentrando-se em um número reduzido de regiões do país e em poucas indústrias. As transformações da economia são acompanhadas pela evolução de novas instituições políticas e sociais que dão suporte ao processo de industrialização. (SILVA, 2004).

4.1.4 AUGE E DECLÍNIO DO MODELO DE CRESCIMENTO COM INDIVIDAMENTO: O II PLANO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO (PND) E A CRISE DA DÍVIDA EXTERNA (1974-1984)

Esse período vivenciou dois mandatos de presidentes, Ernesto Geisel (1974-1978) e João Figueiredo (1979-1984).

O período de 1974-1984 aponta o esgotamento do modelo de crescimento válido no país desde os anos de 1950, ou seja, do modelo de industrialização por substituição de importações (ISI), comandada pelo Estado e fortemente apoiada no endividamento externo.

Durante esse período, pode-se identificar diversas fases no comportamento da economia brasileira. No governo Geisel, a elaboração do II Plano Nacional de Desenvolvimento (II PND) completou o processo de industrialização por substituição de importações (ISI) no Brasil. A característica que diferencia da economia brasileira nessa era, assim como aconteceu na época de JK, foi o forte crescimento econômico (6,7% ao ano), unido à grandes transformações na estrutura produtiva do país.

Os obstáculos encontrados na economia brasileira ao longo desse período ocorreram devido a diversos conflitos, entre eles, dois fortes aumentos do preço do petróleo no mercado internacional (em 1973 e 1979) e o aumento dos juros norte-americanos entre 1979-1982. Perante a dependência do Brasil à importação de petróleo e bens de capital e do considerável endividamento externo do país à época, esses conflitos adaptaram-se a política econômica brasileira no período de 1974-1984, exigindo políticas de ajuste externo. Os diferentes modelos de adaptação externa adotados nos governos Geisel e Figueiredo explicam grande parte das diferenças de desempenho da economia ao longo dessa época.

Dessa maneira, uma solução para o problema externo e para o crescimento estagnado da dívida pública, apenas foi alcançada quando uma renegociação da dívida externa foi obtida em 1994, permitindo a estabilização do câmbio e dos preços no Brasil.

4.1.5 ESPERANÇA, FRUSTRAÇÃO E APRENDIZADO: A HISTÓRIA DA NOVA REPÚBLICA (1985-1989)

Na história econômica do Brasil, o período denominado “Nova República” (1985-1989) é lembrado como uma união de experiências sem sucesso, para estabilização da inflação. Durante os cinco anos do governo do presidente José Sarney foram implementados três planos de estabilização: Plano Cruzado, em 1986; Plano Bresser, em 1987; e Plano Verão, em 1989. Apesar de mal sucedidos do ponto de vista do combate à inflação, esses planos auxiliaram para

que se verificassem momentos de rápido crescimento. Com efeito, a expansão acumulada do PIB no período de 1985-1989 foi de 24%, concentrados nos dois primeiros anos. As contas fiscais e externas, porém, se arruinaram ao longo do período.

Durante o final do período existia um acordo entre os economistas de que a indexação no Brasil consistia, sim, num problema a ser solucionado, mas que o congelamento definitivamente não era uma estratégia eficaz e que a explosão inicial da demanda, depois do lançamento de um novo Plano, teria de ser fortemente contestado. O Plano Real, beneficiou-se do aprendizado resultante dos sucessivos fracassos do combate à inflação no período de 1985-1989. Portanto, a Nova República é um período marcado pela esperança, pela frustração e pelo aprendizado.

4.1.6 PRIVATIZAÇÃO, ABERTURA E DESINDEXAÇÃO: A PRIMEIRA METADE DOS ANOS 90 (1990-1994)

A primeira metade dos anos 90 marca o primeiro presidente eleito, Fernando Collor de Mello, pelo voto direto, fato que não ocorria no país desde 1961. Período de grandes mudanças na economia e sociedade brasileiras. Em meio à transição para a democracia, o país sofria, simultaneamente, os efeitos de sucessivos e mal sucedidos esforços de estabilização da inflação, a deterioração da situação fiscal do Estado e a crise da dívida externa. Do ponto de vista estrutural, foi, também, nessa década que se deu o colapso do modelo de crescimento, seguido há cerca de meio século e fundamentado na introversão econômica, e o início da inserção externa da economia brasileira em um mundo crescentemente globalizado.

O governo, apoiado pelo contexto internacional pró-reformas, pela insatisfação do público perante a deterioração dos serviços prestados por algumas estatais e pela própria crise do Estado, enfatizaria, no âmbito interno, uma estratégia maior de privatização (sob a crença de que haveria aumento da competição e, assim, aumento da eficiência) e, no âmbito externo, a reforma tarifária e de comércio exterior. A privatização do período, entretanto, provou ter metas muito mais otimistas em termos de receita e cronograma, do que se verificou na prática. Nos governos Fernando Collor e Itamar Franco (1990-1994) foram privatizadas 33 empresas federais.

A natureza relativamente modesta das privatizações em relação aos prognósticos iniciais desse governo possui várias explicações, como por exemplo: muitas empresas públicas estavam em má situação financeira e precisavam ser saneadas para que existisse interesse na sua aquisição, existia grande dificuldade em avaliar os ativos de diversas estatais, após anos de alta inflação e várias mudanças de moeda, havia resistência do público e um governo que perdia

credibilidade, e alguns setores, tais como o de jazidas minerais e setor elétrico, não podiam, pela Constituição de 1988, ser vendidos para estrangeiros. Além de todos esses fatores, a dificuldade em vencer a inflação acabou por ocupar o maior espaço dentre os esforços do governo, deixando as privatizações em segundo plano.

Foi na área financeira que se deu a maior mudança: o sequestro de liquidez. Todas as aplicações financeiras que ultrapassassem o limite de NCr\$50.000 foram bloqueadas por um prazo de 18 meses, o limite era tão baixo, que prejudicava até pequenos poupadores. O governo se comprometia a devolver os cruzados novos bloqueados, transformados em cruzeiros, em 12 prestações iguais e sucessivas a partir de setembro de 1991, porém com remuneração inferior ao rendimento de diversas aplicações. Os recursos bloqueados receberiam correção monetária mais juros de 6% ao ano. Pretendia-se que os recursos fossem utilizados em privatizações, o que se verificou apenas parcialmente. O bloqueio dos recursos foi considerado uma inadmissível intervenção estatal, que tirava a confiança dos poupadores no sistema financeiro nacional, com graves consequências para o país.

Em relação à política, a época foi confusa, resultando com a renúncia do presidente eleito Fernando Collor, após 30 anos sem votações diretas. A democracia exibiu relativa maturidade ao firmar a queda do presidente, sem pausa nos padrões de democracia, com a posse do vice-presidente da República.

Dois planos foram elaborados no governo Collor, o Plano Collor I, onde cruzeiro foi reintroduzido como padrão monetário e foi promovido um novo congelamento de preços de bens e serviços, possuía um grave erro de concepção, enquanto o Collor II, que possuía o objetivo de conter as taxas de inflação, foi pouco representativo, tendo sido atropelado pelos próprios acontecimentos políticos. Obteve-se a estabilização apenas por meio do Plano Real, uma estratégia de estabilização dividida em três fases: ajuste fiscal, desindexação e âncora nominal.

O Plano Real encontra-se na história como uma estratégia complexa e eficaz de um desmonte em um sofisticado sistema de indexação, elaborado ao longo de 30 anos, desde 1964. Este Plano foi criado durante a gestão de Itamar Franco, que tinha como ministro da fazenda Fernando Henrique Cardoso e foi organizado e dirigido exclusivamente pelos economistas do PSDB.

4.1.7 ESTABILIZAÇÃO, REFORMAS E DESEQUILÍBRIOS MACROECONÔMICOS: OS ANOS FHC (1995-2002)

Este período foi marcado por dois governos de Fernando Henrique Cardoso (1995-1998 e 1999-2002). O primeiro governo marcado pela estabilização, caracterizado por uma política cambial rígida dependente do financiamento externo e um desequilíbrio fiscal; e o segundo, definido pelo câmbio flutuante, redução do déficit em conta-corrente e forte ajuste fiscal. Ambos os governos visavam o combate à inflação.

A partir de 1999, o país começou um processo de recuperação do crescimento que só viria a ser abortado pela combinação de crises de 2001. Em 2000, já sem esse efeito estatístico, a economia cresceu mais de 4%.

Em 2001 a economia foi prejudicada por diversos acontecidos, incluindo a crise de energia, o “contágio” argentino e os atentados terroristas de 11 de setembro, que afetaram vigorosamente os mercados mundiais. Assim, o país voltou a ficar em risco, retratando disponibilidade de capitais menor para o país e afetando os juros domésticos, porém, o país possuía elementos para atacar os principais desequilíbrios macroeconômicos de forma integrada.

Resultante dessas várias mudanças, o país ficou com uma economia muito mais moderna e competitiva do que em 1990, com estabilidade e uma união de políticas macroeconômicas adequadas.

4.1.8 ROMPENDO COM A RUPTURA: O GOVERNO LULA (2003-2010)

Na mudança entre os governos Fernando Henrique (1995-2002) e Lula (2003-2006 e 2007-2010) transparecem mais elementos de continuidade do que de ruptura. A defesa da estabilidade de preços e a manutenção dos traços gerais da abertura econômica externa e interna (com privatizações e a atuação das agências reguladoras) iriam caracterizar ambos os períodos governamentais.

Os dois mandatos de Lula, e não apenas os seus anos iniciais, percebe-se, do ponto de vista da condução da política econômica, três fases distintas. Na primeira, marcada pela atuação de Antônio Palocci à frente do Ministério da Fazenda, vê-se enorme continuidade com relação às linhas mestras da política econômica inaugurada na passagem do primeiro para o segundo governo de Fernando Henrique. A essa fase seguiu-se um período de transição, em que a prioridade ao combate à inflação e, portanto, a adesão irrestrita à ortodoxia fiscal, foi lenta e progressivamente relaxada.

Finalmente, a crise econômica global iniciada em 2008 marca nova inflexão na condução da política econômica, que caracterizou os anos finais do governo de Lula. A necessária atuação contra cíclica do Tesouro e empresas estatais no momento da crise se perenizou no tempo, inaugurando um neodesenvolvimentismo que parecia trazer dúvidas em relação aos benefícios, para o país, das políticas liberalizantes seguidas nas últimas duas décadas. Os efeitos de longo prazo dessa nova postura do governo sobre o binômio inflação-crescimento se farão sentir no governo de Dilma Rousseff.

4.2 ECONOMIA DOMÉSTICA

O Banco Central do Brasil (BACEN) é o órgão regulador e supervisor do Sistema Financeiro Nacional (SFN). O BACEN,

[...]é o principal executor das orientações do Conselho Monetário Nacional e responsável por garantir o poder de compra da moeda nacional, possuindo como objetivo: zelar pela adequada liquidez da economia, manter as reservas internacionais em nível adequado; estimular a formação de poupança; zelar pela estabilidade e promover o permanente aperfeiçoamento do sistema financeiro (BACEN, 2016).

Proporcionando assim, uma estabilidade no poder de compra da moeda, um sistema financeiro sólido e eficiente, sendo essencial para o desenvolvimento econômico. Nos últimos anos, devido às políticas empregadas e às ações do BACEN, o Brasil reduziu a inflação e alcançou maior estabilidade econômica. (BACEN, 2016).

Essa esfera de economia estável facilitou o aumento de serviços financeiros e a oferta de produtos, como por exemplo, o crédito, no qual grande parte da população utiliza para expandir o consumo. Porém, para utilizar as vantagens econômicas que podem ser possibilitados por esses produtos e serviços, é relevante que os clientes e usuários do sistema financeiro estejam preparados para utilizá-los corretamente.

Sendo assim, é importante que a população entenda o desempenho do mercado, o cálculo de juros e como esses juros influenciam no cotidiano e no consumo de forma consciente. E, ainda, saibam utilizar o crédito com sabedoria, evitando o endividamento e aprendam a elaborar o orçamento pessoal e familiar de forma eficiente. Logo, um meio para promover o conhecimento nestes aspectos é a Educação Financeira, a qual proporciona o aprendizado básico para que a comunidade esteja preparada para o mercado financeiro, consequentemente evitando o alto nível de endividamento.

Segundo D'Aquino (2008), as dívidas e o descontrole financeiro podem ser evitados

com a educação financeira nas escolas em conjunto com as famílias. A criança ou adolescente irá aprender a como ganhar dinheiro, como gastar e como esse dinheiro. Aplicando esses conhecimentos no cotidiano, esses alunos seriam cidadãos responsáveis e conscientes para administrar melhor o que ganham e o que gastam, melhorando desse modo, sua vida financeira e a economia de todo o País.

Educar não é tarefa fácil. Sobretudo quando se trata de educar num cenário em que a ética do consumo, as rápidas transformações dos vínculos familiares e a novidade de viver num ambiente de economia estável se juntam para nos confundir. Todavia, mesmo difícil, cansativa e tantas vezes desnorteadora, a aventura de proteger, formar e emancipar alguém a quem se quer tão bem não tem paralelo em prazer e amor. Ensinar os filhos a lidar com o dinheiro é parte fundamental nesse processo. (D'AQUINO, 2008, p. 10).

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB)(BRASIL, 9.394/1996) e o Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)(BRASIL, 1998), "deve-se formar cidadãos capazes ao exercício da cidadania e do trabalho e saber utilizar as diferentes formas de informações e tecnologias".

Os PCNs enfatiza que os alunos precisam aprender a trabalhar com o sistema monetário, serem capazes de negociar e buscar seus direitos. No terceiro e quarto ciclos, pode-se encontrar essa abordagem.

[...] É fundamental que nossos alunos aprendam a se posicionar criticamente diante dessas questões e compreendam que grande parte do que se consome é produto do trabalho, embora nem sempre se pense nessa relação no momento em que se adquire uma mercadoria. É preciso mostrar que o objeto de consumo, [...], é fruto de um tempo de trabalho, realizado em determinadas condições. [...] Habituar-se a analisar essas situações é fundamental para que os alunos possam reconhecer e criar formas de proteção contra a propaganda enganosa e contra os estratagemas de marketing que são submetidas os potenciais consumidores. (BRASIL, 1998, p. 35).

Assim, os PCNs abordam a importância de se trabalhar com os alunos a Matemática Financeira e mostrar suas aplicações na realidade dos mesmos. Dessa forma,

Para compreender, avaliar e decidir sobre algumas situações da vida cotidiana, como qual a melhor forma de pagar uma compra, de escolher um financiamento etc. É necessária trabalhar situações-problema sobre a Matemática Comercial e Financeira, como calcular juros simples e compostos e dividir em partes proporcionais, pois os conteúdos necessários para resolver essas situações já estão incorporados nos blocos. (BRASIL, 1998, p. 84).

Compreender e praticar a Educação Financeira é o caminho para uma vida saudável e bem sucedida, é preciso aprender a melhor forma de se usar o dinheiro, manter as dívidas sobre controle e investir para o futuro.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM),

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. (BRASIL, 1999, p. 251).

Assim, a Matemática Financeira faz uma relação do conteúdo com os problemas do dia a dia, conforme recomendação de Brasil (1999).

Desta maneira, a abordagem da matemática financeira no Ensino Fundamental e Médio é fundamental, e colocar o ensino de Educação Financeira em prática desde a infância faz com que se tenha jovens conscientes das finanças pessoais e até mesmo empresariais.

4.2.1 ORÇAMENTO DOMÉSTICO

Há uma necessidade de organizar as finanças para obter maior controle sobre o dinheiro, decidir com maior eficiência determinadas escolhas e o uso da renda familiar. Sendo assim, com o intuito de instruir em como organizar a vida financeira, os dados desta Seção foram obtidos por meio das ideias de Cerbasi (2009).

4.2.1.1 AUTOCONHECIMENTO

A primeira etapa do trabalho de orientação financeira de uma família é o diagnóstico da sua situação econômica, ou seja, é necessário conhecer sua rotina, as finanças pessoal/familiar, os planos para o futuro e refletir sobre sua vida econômica. Assim, para elaborar o próprio planejamento, é necessário levar em consideração não apenas se o dinheiro é suficiente para quitar as dívidas, pois não pretende-se trabalhar até o final da vida, sendo necessário visar um equilíbrio financeiro duradouro.

Uma situação de equilíbrio financeiro almejada para determinado padrão de consumo e idade, precisa-se da rentabilidade líquida anual obtida por investimentos conservadores (investimentos de seus recursos poupados para o longo prazo, pensando em segurança e certeza de ganhos). Assim, é relevante promover a relação da situação patrimonial.

Patrimônio Mínimo de Sobrevivência (PMS)

O equilíbrio financeiro, ao contrário do senso comum, não é exatamente em ter as dívidas quitadas, sem contas atrasadas e sem investimentos. Este equilíbrio é instável, pois diante de qualquer imprevisto pode ser desestruturado.

O Patrimônio Mínimo de Sobrevivência é aquele que, em caso de algum imprevisto, como doença, desemprego, planos frustrados de negócios, etc, poderá ser utilizado até que as coisas se normalizem. Esta reserva deve ser constituída por investimentos de liquidez, um patrimônio que não esteja sendo desfrutado pela família.

Uma sugestão, é que o PMS deveria constituir em uma reserva financeira igual a seis vezes do consumo mensal, da seguinte maneira:

$$PMS = 6 \times [\text{Gasto Médio Mensal da Família (D)}]$$

A quem não possuir uma reserva financeira equivalente ao PMS, deve-se priorizar a criação dessa reserva acima das demais escolhas. Vale trocar o automóvel por um mais barato, vender bens que utiliza pouco ou até mesmo vender a casa para comprar uma mais barata.

Patrimônio Mínimo Recomendado para Sua Segurança (PMR)

Para manter-se economicamente seguro, é necessário ter planejado reservas financeiras que permitam escolhas profissionais e pessoais, sem ter a visão de que o dinheiro é mais importante do que os valores pessoais.

Há casos de pessoas que evitam mudar de carreira por medo de não conseguir sustentar o padrão da família em caso de erro nas escolhas profissionais, ou casos de que não conseguem colocar seus sonhos pessoais em prática. Assim, o ideal é ter lastro para manter sua vida por vários meses.

Chamado de Patrimônio Mínimo Recomendado para sua segurança, e com o mesmo raciocínio adotado para o PMS, esse lastro deve ser constituído por investimentos de liquidez, e não por itens de consumo da família. O PMR deve constituir em uma reserva financeira igual a 12 vezes o consumo mensal de sua família, caso você esteja em uma situação de emprego estável (assalariado, com boa formação em sua área e boas condições de recolocação em caso de desemprego). Autônomos, assalariados sem vínculo empregatício (que trabalham como pessoa jurídica) e profissionais com reduzida empregabilidade deveriam ter um PMR equivalente a 20 vezes seu consumo familiar. Utilizando suas informações pessoais, o cálculo do PMR é realizado da seguinte maneira:

$$PMR = 12 \times [\text{Gasto Médio Mensal da Família (D)}], \text{ para boa empregabilidade}$$

$$PMR = 20 \times [\text{Gasto Médio Mensal da Família (D)}], \text{ para baixa empregabilidade}$$

Caso possuir reservas PMS, não é necessário priorizar a constituição do PMR antes

das demais escolhas. Porém, sua construção deve estar entre seus objetivos de médio prazo, vindo antes de férias, troca de casa ou carro e, principalmente, antes de iniciativas de montar um negócio próprio. Aliás, os recursos dessa reserva até podem ser considerados fundos para o capital de giro de um negócio próprio, porém somente acima do limite do PMS. Jamais esgote suas reservas de sobrevivência para trocar por um investimento de risco, como um negócio próprio.

Patrimônio ideal para sua idade e situação de consumo

Há diversas teorias para estimar o Patrimônio Ideal (PI) para cada fase da vida. Uma das teorias mais simples e utilizadas entre consultores financeiros é a que sugere que, para ir em direção ao certo de formação patrimonial, deve-se ter acumulados 10% do gasto familiar anual para cada ano de vida.

$$PI = 10\% \times [\text{Gasto Médio Anual da Família}] \times \text{Idade}$$

$$PI = 10\% \times [12 \times \text{Gasto Médio Mensal da Família (D)}] \times \text{Idade}$$

Se o patrimônio for inferior ao PI, deve-se reduzir os objetivos de consumo e acelerar os objetivos de poupança, a fim de diminuir gradativamente o atraso.

Patrimônio Necessário para a Independência Financeira

Planejar-se para viver apenas dos rendimentos líquidos do patrimônio ou dos rendimentos mais um pequeno consumo de algumas reservas, é uma boa alternativa, calculando esse consumo para uma expectativa de vida de 120 anos. Essa escolha é também mais trabalhosa, pois, para dar certo, é necessário possuir um patrimônio bem maior do que o que seria necessário para acabar em alguns anos. Pois, o objetivo deve ser manter um padrão de consumo durante a vida.

Desta forma, o indicador da situação patrimonial ideal para não ser necessário trabalhar mais na vida, é o Patrimônio Necessário para a Independência Financeira (PNIF), que supõe que os gastos anuais familiares devem ser totalmente cobertos pelos rendimentos líquidos de investimentos conservadores, ou seja, o rendimento dos investimentos após o desconto dos impostos e inflação. O PNIF é calculado da seguinte maneira:

$$PNIF = [\text{Gasto Médio Anual da Família}] / \text{Rentabilidade Líquida Anual de Investimentos}$$

O PMS, PMR, PI e PNIF não são indicadores excludentes, não sendo necessária a soma dos quatro indicadores para estar com a situação patrimonial equilibrada. Os indicado-

res sugerem necessidades diferentes, e sobrepõem-se de modo que o Patrimônio Mínimo para Sobrevivência fazer parte do Patrimônio Mínimo Recomendado, que, por sua vez, faz parte do Patrimônio Ideal, que, é uma fração do Patrimônio Necessário para a Independência Financeira.

Quando o Equilíbrio Está Longe do Ideal

Ao invés de ter reservas financeiras, as pessoas possuem uma situação financeira não estável, possuindo algumas dívidas das quais não consegue se livrar ou raramente consegue alguma sobra de recursos ao final do mês. Ou, então, o salário praticamente empata com seus compromissos ou, com o pouco que sobra, o cidadão eventualmente troca de carro ou poupa sem maiores objetivos. Se essas situações ocorrem e todas as sugestões sobre níveis de patrimônio recomendados são abstratas ou inalcançáveis, então existe uma necessidade de refletir longamente sobre suas escolhas. As Seções seguintes ajudarão nessa reflexão, mas é importante entender que:

1) Se um indivíduo possuir dívidas graves ou não tem condições de manter sua família por alguns meses em caso de desemprego, é sinal de que escolhas ruins no passado fizeram com que seu padrão de vida passasse a depender de dívidas. Ter dívidas não planejadas significa que a pessoa gasta mais do que ganha, e também que está dando um passo atrás na construção de sua riqueza, gastando sua renda com juros, e não com consumo ou investimentos.

2) Financiamentos e dívidas ajudam a antecipar sonhos, mas não se pode desprezar o fato de que, ao optar por realizar todos os sonhos por meio de financiamentos, pagará muito mais por eles. Uma vida financeira repleta de dívidas faz qualquer cidadão conquiste muito menos sonhos do que conquistaria com planejamento e disciplina.

3) Ao consumir toda a renda que um trabalhador ganha para manter seu padrão de consumo, acredita-se que trabalhará até o último segundo de vida para manter os gastos no futuro. É importante perceber que os ganhos que possuir hoje devem ser suficientes para mantê-lo tanto durante o mês atual quanto durante sua vida após a aposentadoria. Por isso, é essencial, para sua sobrevivência, que ao menos uma pequena parte dos ganhos mensais seja poupada para o futuro.

4) Aqueles que conseguem fazer poupança para objetivos de consumo de curto e médio prazos, porém não conseguem viabilizar reservas financeiras específicas para a segurança, ignoram que consumir toda a reserva financeira em pagamentos iniciais (chamados de entradas), que originam novas dívidas, é uma maneira de reduzir gastos com juros, mas que cria uma sensação de eterna insegurança. O ideal é manter sempre uma reserva para mantê-lo durante alguns meses em caso de imprevistos.

4.2.1.2 PLANEJAR O ORÇAMENTO DOMÉSTICO

A partir do planejamento do orçamento doméstico é possível analisar detalhadamente os gastos mensais, aderindo iniciativas para realizar uma poupança regular, para dar mais qualidade ao consumo e para viabilizar também pequenos lazeres. A forma mais simples de conseguir isso é lançar os gastos em uma planilha de Orçamento Doméstico, comparar esses gastos com os de meses anteriores e refletir sobre as prioridades de consumo, gastos menos prioritários devem ser trabalhados para serem reduzidos.

A planilha poderá ser elaborada em uma folha de papel ou em um programa de planilha eletrônica, como o Excel. Existe diversos modelos de planilhas eletrônicas disponíveis para download gratuito na internet.

O site “<http://www.idec.org.br/>” em que auxilia na construção dessa planilha. A Figura 1

Exemplo de gastos mensais					
Mês 1		Mês 2		Mês 3	
Renda Familiar	1700	Renda Familiar	1700	Renda Familiar	1700
Salário	1500	Salário	1500	Salário	1500
Renda Extra	200	Renda Extra	200	Renda Extra	200
Saldo no Banco mês passado	-500	Saldo no Banco mês passado	-992	Saldo no Banco mês passado	0
Empréstimo	0	Empréstimo	1484	Empréstimo	0
Habitação	1040	Habitação	1040	Habitação	1040
Aluguel	450	Aluguel	450	Aluguel	450
Água	20	Água	20	Água	20
Energia	50	Energia	50	Energia	50
Supermercado	400	Supermercado	400	Supermercado	400
Sacolão	60	Sacolão	60	Sacolão	60
Açougue	60	Açougue	60	Açougue	60
Financiamento	700	Financiamento	700	Financiamento	848,4
Cartão de crédito 1	300	Cartão de crédito 1	300	Cartão de crédito 1	300
Cartão de crédito 2	400	Cartão de crédito 2	400	Cartão de crédito 2	400
Empréstimo	0	Empréstimo	0	Empréstimo	148,4
Banco	32	Banco	32	Banco	32
Juros cheque especial	10	Juros cheque especial	10	Juros cheque especial	10
Taxas	20	Taxas	20	Taxas	20
IOF	2	IOF	2	IOF	2
Despesas pessoais	270	Despesas pessoais	270	Despesas pessoais	270
Maquiagem	10	Maquiagem	10	Maquiagem	10
Cosméticos	20	Cosméticos	20	Cosméticos	20
Cabeleireiro	70	Cabeleireiro	70	Cabeleireiro	70
Manicure	20	Manicure	20	Manicure	20
Vestuário	50	Vestuário	50	Vestuário	50
Calçados	100	Calçados	100	Calçados	100
Saúde	150	Saúde	150	Saúde	150
Medicamentos	50	Medicamentos	50	Medicamentos	50
Dentista	100	Dentista	100	Dentista	100
Rendimentos	1700	Rendimentos	1700	Rendimentos	1700
Gastos	2192	Gastos	2192	Gastos	2340,4
Saldo no Banco	-992	Saldo no Banco	0	Saldo no Banco	-640,4
Saldo negativo no Banco		Empréstimo de: 1484 em 10x 10 x 148,40		Emprestando o valor exato e não reduzindo gastos a conta volta a ficar negativa	

Figura 1: Planilha - Exemplo de Orçamento Doméstico

Fonte: Roberto (2015)

A Figura 1 é um exemplo de uma planilha para auxiliar no orçamento doméstico. É importante que nesta planilha seja relacionada despesas fixas, como habitação, saúde, educação,

alimentação, transporte, impostos e outras despesas pessoais. A sobra de caixa, o saldo disponível no banco, é o grande medidor do sucesso do orçamento no mês. Se as escolhas de consumo e de poupança estão todas lançadas no orçamento e o campo Saldo no Banco não entrou no negativo, ou seja, não se transformou em Falta de Caixa, é sinal de grande sucesso. Mais um mês de vitória financeira.

4.2.1.3 UTILIZAR O ORÇAMENTO COM INTELIGÊNCIA

Apenas listar os gastos, muitas vezes pode não ser suficiente, mas, seguir uma prática de atividades pode ser um dos caminhos para o sucesso. Cerbasi (2009) elabora uma listagem dessas atividades, a fim de se obter sucesso financeiro.

1. Ter disciplina para anotar ou guardar comprovantes de gastos.
2. Organizar os gastos para ter uma clara noção de seu padrão de consumo.
3. Comparar a evolução do padrão de consumo ao longo do tempo.
4. Refletir sobre a qualidade de suas escolhas.
5. Estipular alterações no padrão de consumo, visando obter mais qualidade.
6. Policiar suas novas escolhas para garantir que sejam praticadas.
7. Estimar as consequências de suas escolhas, como o patrimônio ou a poupança formada ao final do ano.
8. Usar o orçamento atual como base para simular situações extremas, como perda da renda ou recebimento de um grande valor em dinheiro. (CERBASI, 2009, p. 34).

Dedicar um tempo à construção da planilha, procurar ordenar os gastos dentro de cada grupo a que pertencem (alimentação, transporte, habitação etc.), na ordem cronológica em que as contas são pagas no mês; revisar periodicamente a planilha, para que o aprendizado cotidiano seja agregado a seu modelo de controle; se atentar ao uso dos cartões de crédito e ao assumir pagamentos pré-datados ou parcelados; automatizar o hábito de poupar, por meio de débito automático em conta ou de aplicações pré-agendadas; são algumas outras dicas para que o orçamento seja realmente eficaz e traga os resultados esperados.

O recomendado é visar objetivos de consumo de médio e longo prazos, criar uma reserva de emergências, preparando-se assim, para certos imprevistos. Outra recomendação é adotar uma pasta, caixa de sapatos ou gaveta para arquivar, de maneira provisória, comprovantes de gastos e criar um mapa com as datas de vencimento das contas. O ideal é estabelecer a meta de poupar, no mínimo, 10% da renda familiar, caminhando assim, para uma vida econômica estável.

4.2.1.4 DECLARAÇÃO DE IMPOSTO DE RENDA

No Brasil é necessária a prestação de contas, referentes a todos os bens e gastos anuais, ao governo. Esta prestação de contas é elaborada por meio da Declaração de Imposto de Renda.

A prestação de contas torna-se um complexo desafio em razão das incontáveis exigências legais e de um número grande de detalhes e senões das regras impostas. A quantidade de exigências intimida e induz a maioria das pessoas a contar com um contador ou terceiros para efetuarem suas declarações.

Segundo Cerbasi (2009), essa é uma má escolha, pois quando esta declaração é elaborada por terceiros, não há preocupação em entender a lógica, e perde-se a oportunidade de refletir sobre a evolução anual e adotar medidas para aperfeiçoá-la ao longo dos anos. Mesmo quando não há subsídio para elaborar essa declaração oficial na Receita Federal, o ideal é iniciar criando uma não oficial, mesmo que seja apenas para próprio controle, após, ir buscando conhecimento para realizar sua respectiva declaração de imposto de renda, até alcançar o total domínio.

Ao dominar a elaboração da Declaração de Ajuste Anual de Imposto de Renda, encontrará oportunidades de reduzir o imposto a pagar ou de aumentar a restituição de imposto no ano seguinte. Pagar menos imposto, desde que seja dentro das regras da declaração, não é nenhum crime, devendo lutar por maneiras de restituir a maior parte que puder dos impostos que paga.

Mesmo quem não é obrigado a preencher a declaração de imposto de renda pode apresentá-la, se desejar. A vantagem desta ação está na preparação para o ano em que o preenchimento passar a ser obrigatório, além da oportunidade de obter a restituição de eventuais retenções de imposto na fonte que tenham ocorrido durante o período apurado.

4.2.1.5 COMPRAS

O ato comprar é decorrente do desejo de consumo. Ter um lugar para morar é necessário, porém escolher o bairro, moradia própria, uma casa com o número de dormitórios que mantenha a família confortável é uma escolha. Em uma mesma cidade, há casais que moram em apartamentos de quatro dormitórios e há famílias, de dez membros morando em um barraco de um cômodo. Analisando estas situações, nota-se que querer não é o mesmo que poder.

Planejar, envolve desejar algo, estudar os caminhos para realizar tal desejo, escolher o melhor caminho e agir, percorrendo assim, um caminho parecido com o que foi planejado. Apenas ter vontade, não influenciará em nada. O planejamento não é garantia de alcançar o sucesso. A ação sem planejamento pode levar a percorrer um caminho mais longo para alcançar o que se deseja. No entanto, a união de desejo, planejamento e ação é o caminho que, inevitavelmente alcançará o sucesso. Querer, portanto, é o primeiro passo para poder.

Quando deseja-se comprar algo, o ideal é realizar uma pesquisa de mercado antes da compra e avaliar a real necessidade de adquirir esse bem. É importante verificar as taxas de juros, em caso de financiamento, fazer o máximo para dar uma entrada de 50% do valor do que se deseja comprar e parcelar o mínimo de vezes possível.

Definir objetivos de consumo em curto, médio e longo prazos é fundamental, assim como estimar o custo de cada objetivo, definir o prazo em que deverá ser alcançado e estabelecer uma prioridade. Para isso, pode ser elaborado um plano, juntamente com a família, levantando qual o melhor investimento para cada objetivo, fazer o cálculo de quanto será necessário investir por mês e somar estes investimentos. Realizada a definição e o planejamento dos objetivos, é essencial manter o foco. Revisar o planejamento periodicamente, porém sem se preocupar em manter-se preso à regras, apenas tomando cuidado para não agir por qualquer impulso de consumo, que irá comprometer os objetivos realmente importantes.

Assim, planejar uma estratégia pessoal de negociação e habituar-se a fazer cálculos de Matemática Financeira no dia a dia, as compras serão mais produtivas e o dinheiro terá um maior rendimento

4.2.1.6 CRÉDITO

O crédito é uma opção para conquistar bens mesmo não tendo o dinheiro suficiente. Um alerta importante é que nada é mais importante na vida financeira do que o crédito. Mas, como é limitada a Educação Financeira atualmente no Brasil, faz-se do crédito um conceito vago e abstrato para a maioria das pessoas, é em torno do mau uso deste que as instituições financeiras elaboram estratégias e realizam seus lucros.

As Instituições financeiras, os bancos, lucram a partir das dificuldades dos clientes, mas clientes com problemas lhes gastam recursos e geram dificuldades para serem administrados. Os melhores clientes dessas instituições são os que menos precisam de seus serviços, por serem clientes com comportamento mais esperado. Investem regularmente, só assumem financiamentos que conseguem pagar, não usam o limite do cheque especial e gastam todos os meses no cartão de crédito valores elevados e que oscilam pouco.

O uso do crédito não é um mal caminho, usar empréstimos e financiamentos as vezes traz a oportunidade de conhecer esse serviço financeiro como também cria um histórico interessante para futuras negociações com o gerente do banco ou analista de crédito. Para provar que o cliente será bom usuário de crédito, é melhor mostrar um histórico bem-sucedido de uso, do que não ter o que mostrar. Porém, não se deve cometer o erro de assumir uma dívida deste

tipo, sem ler o contrato e tirar totalmente as dúvidas.

Desfrutar do cheque especial e do crédito rotativo do cartão de crédito é um grande alerta, pois é uma das alternativas mais caras do mercado. Quando não for possível de quitar o valor total da fatura do cartão, ou precisar do cheque especial, a melhor opção é realizar um empréstimo no valor necessário, assim, proporcionará aumento do limite e redução da taxa de juros, tornando mais barato seu uso quando houver real emergência ou imprevisto. O uso do cartão de crédito é uma excelente opção de compra, porém deve-se lembrar de pagar a fatura total em dia e jamais utilizar o crédito rotativo.

Abaixo, um diagrama sobre a relação entre o custo e a complexidade de contratação das várias formas de crédito.

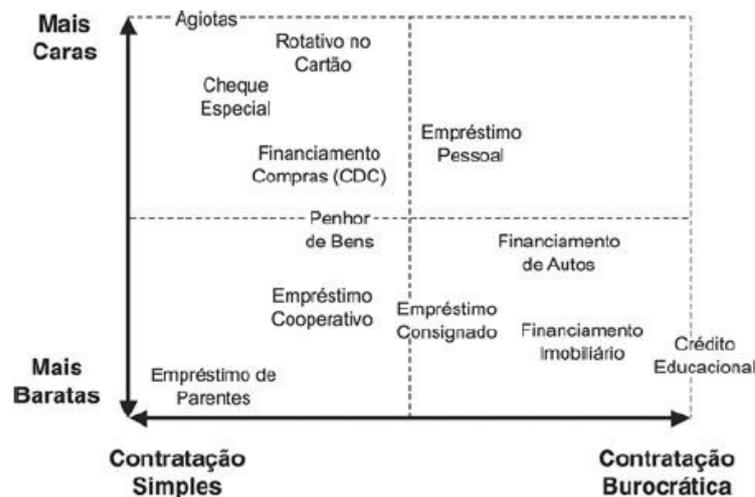


Figura 2: Relação entre o custo e a complexidade de contratação dos tipos de créditos

Fonte: Cerbasi (2009)

Os produtos tipicamente financeiros seguem uma diagonal lógica, do canto inferior direito do gráfico para o canto superior esquerdo. Segundo essa diagonal, produtos com contratação mais burocrática possuem custo menor.

No gráfico, a opção de crédito que está fora da regra da diagonal lógica é o empréstimo realizado com parentes ou amigos. Sem muita burocracia, umas das alternativa de crédito mais em conta do mercado. Esse tipo de empréstimo ou não embute juros ou os juros são equivalentes ao rendimento da poupança. O problema maior é a possibilidade de destruir um relacionamento, pois solicitar um empréstimo a uma pessoa próxima é uma situação constrangedora para quem pede e para quem recebe o pedido. Porém, caso for muito necessário, propor pagar juros e providenciar uma nota promissória irá manter a confiança de ambos e o relacionamento.

Utilizar o crédito de forma equilibrada, fugir dos juros e custos dos financiamentos, com o decorrer do tempo, contribuem para que o conforto e o equilíbrio financeiro façam parte do cotidiano das pessoas. Porém, em situações eventuais, vale a pena considerar a possibilidade de fazer dívidas conscientes que possam trazer grande aumento em qualidade de vida, sem danificar a segurança e sem impacto significativo no bolso.

4.2.1.7 ORIENTAÇÕES PARA O EQUILÍBRIO FINANCEIRO

Conviver com poucas dívidas, pode ser considerado normal, desde que seja realizado um planejamento para quitá-las, sem ser prejudicado. Porém, quando essas dívidas são feitas sem planejamento e começam a gerar outras dívidas, se não controlada a tempo, com certeza resultará em sofrimento, tanto na convivência com ela quanto na tentativa de eliminá-la. O desafio está em corrigir o problema, em quitar essas dívidas.

O financiamento começa a pesar nas despesas quando vão surgindo imprevistos, por isso a necessidade de ler os contratos antes de assinar e analisá-lo com cuidado. Para entender o valor real do crédito, solicitar uma simulação dos pagamentos, somar o total das parcelas e compará-las com o preço à vista do item financiado é necessário para chegar a uma conclusão. O melhor, seria entender a lógica matemática dos financiamentos, estudando o avanço de uma dívida durante o prazo do contrato.

Geralmente, os financiamentos seguem a lógica da Tabela Price, que é uma técnica que concentra os pagamentos de juros no começo de um plano de financiamento, deixando para as últimas parcelas a maior parte do real pagamento da dívida, como foi abordada na seção 3.6.2.

Verificando a lógica da Tabela Price, nota-se que nem tudo o que se paga em um financiamento é quitação de dívida. A maior parte dos pagamentos abrange o custo da dívida, que se origina da taxa de juros cobrada. Quanto maior for o período de um financiamento, menor será a amortização inicial e maior será a concentração de juros no começo e amortizações no final do fluxo de pagamentos.

Como Tabela Price sobrecarrega muito o devedor em contratos com elevados juros ou com longos prazos, algumas financeiras fornecem aos clientes a escolha de financiar a compra de imóveis pelo Sistema de Amortização Constante, conhecido como Sistema SAC, tema abordado na seção 3.6.1.

Como visto, a diferença entre esse sistema e a Tabela Price está na forma de amortizar a dívida ao longo do período. Enquanto na Tabela Price a amortização é crescente, na Tabela SAC a amortização é sempre igual. A Tabela SAC inicia o plano com valores das prestações maiores

do que na Tabela Price, mas isso pode ser visto como vantagem, por ser relacionado com a lógica que diz que, ao contratar financiamentos, subestima-se as dificuldades de orçamentos futuros. Por esses motivos, o Sistema SAC é mais vantajoso, na visão do devedor, do que o Sistema Price. Em longos períodos e com juros maiores, essas vantagens se destacam ainda mais.

Existe também o Sistema SACRE (Sistema de Amortização Crescente), uma variação do Sistema SAC, utilizada nos financiamentos da Caixa Econômica Federal. Esse sistema diferencia dos sistemas ditos anteriormente na adoção de uma parcela inicial de amortização superior, o que resulta em redução mais rápida do saldo devedor.

A amortização inicial é calculada como uma fração do saldo devedor, proporcional ao prazo a decorrer no contrato, como no Sistema SAC. A cada mês, o saldo devedor do financiamento é corrigido pela Taxa Referencial (TR) e, depois da correção, é elaborada a amortização da dívida. O que resulta em um sistema misto entre o Sistema Price e o SAC, em que as prestações aumentam de valor durante uma fase inicial do contrato até chegar a um momento a partir do qual passam a diminuir.

O Sistema SACRE possui uma prestação inicial mais alta. No decorrer dos períodos, esse valor vai diminuindo. As amortizações aumentam, ao passo que os juros diminuem com o decorrer do tempo, como decorrência da diminuição do saldo devedor a cada prestação quitada.

Uma situação comum entre as pessoas que fazem financiamento é a oportunidade de antecipar o pagamento das parcelas. Para esta ação, deve-se verificar as cláusulas contratuais do financiamento para ver se compensa.

A primeira questão a analisar é se o contrato estabelece algum tipo de multa ou penalização sobre as antecipações de pagamento. Uma penalização comum é a exigência de que apenas uma fração dos juros devidos seja descontada da parcela a ser antecipada. Essa penalização geralmente aparece no contrato da seguinte maneira:

“ Em caso de antecipação nos pagamentos, serão deduzidos 60% dos juros devidos na prestação paga em data anterior a seu vencimento.”

Outra penalização, mais comum e mais desvantajosa para o devedor, é a imposição contratual de que o adiantamento de pagamentos considere como antecipadas sempre as últimas parcelas a vencer. Se observar o ritmo de amortizações e pagamentos de juros em financiamentos longos, perceberá que, nas últimas prestações, o valor dos juros é mínimo, muitas vezes caindo na casa dos centavos. Nesse caso, a antecipação de pagamentos é um péssimo negócio, pois não terá direito a praticamente nenhum desconto. Portanto, tendo o dinheiro acessível, é

melhor aplicá-lo e esperar para quitar a parcela em seu devido vencimento.

Quando a situação econômica está fora do controle, há muitas dívidas, deve-se cortar radicalmente os gastos, como eliminar as compras parceladas, reduzir consumo de energia, eliminar o ar condicionado, o microondas, alimentos semiprontos, pois fazer as próprias receitas custa menos, comprar apenas em caso de extrema necessidade, deixar o carro na garagem e andar mais a pé, de bicicleta ou ônibus, cortar lazeres caros e gastar menos com alimentos.

Outra dica é elaborar uma planilha e organizar as dívidas, identificando o tipo da dívida, para quem se deve, a taxa de juros, o total de prestações e quantas ainda faltam a serem quitadas, o valor dessas prestações, o valor em atraso e o total que ainda resta a pagar.

Organizada a dívida, o próximo passo é contatar os credores o quanto antes e fazer um acordo, parcelando o valor em atraso ou, se for possível realizar um empréstimo que seja suficiente para cobrir toda a dívida. E construir um fluxo de eliminação de dívidas, calculando quando elas começam a diminuir e em quanto tempo estarão quitadas.

Basicamente, esse é o plano para se manter em equilíbrio. Nota-se que ele se baseia em três estratégias, o sacrifício intenso por determinado tempo, substituição de dívidas e disciplina.

4.2.1.8 SEGURANÇA

O planejamento de um futuro seguro, próspero, depende das sobras do orçamento. As sobras no orçamento dependem do condicionamento no uso da renda. A renda, porém, depende do equilíbrio em vários aspectos: o emprego, a saúde, a condição emocional, o patrimônio, dentre outros. Ao contrário do condicionamento necessário para a garantia de sobras no orçamento, nem todos os aspectos citados podem ter a estabilidade garantida por própria vontade.

São necessários outros meios de garantir a estabilidade e manter uma vida segura. Buscar estabilidade profissional é uma grande iniciativa, assim como diversificar a carreira, buscar múltiplas fontes de renda, para assegurar de que caso não seja bem sucedido em uma, possuir outras opções. Outros meios para essa garantia desejada é a contratação de seguros e zelar pela saúde, que é o instrumento de trabalho de qualquer pessoa, seja ele mãos, voz, costas ou pernas, para não se tornar, na visão do corretor de seguros, parte do chamado grupo de risco.

Quanto a contratação de seguro, é importante que o interessado não tenha dúvidas quanto a sua real necessidade e tenha clareza que o seguro é diferente de um investimento. A ideia de poupar o valor gasto com a contratação de um seguro é temerária, uma vez que o dano pode acontecer antes do acúmulo do valor do bem a ser ressarcido. O mesmo raciocínio vale para a contratação de um plano de saúde.

Cabe comentar também sobre a qualidade daquilo que escolhemos como nossa proteção. Muitas vezes quem contrata um seguro de automóvel, por exemplo, não está realmente interessado na proteção. A maioria das pessoas procura o menor valor a pagar para garantir o recebimento do valor do carro, em caso de roubo. No entanto o risco de conduzir um carro não está apenas no roubo, sendo dessa forma, ignorada a possibilidade de um acidente envolvendo terceiros, que devem ter seu prejuízo ressarcido também. Assim, a contratação de um seguro com cobertura de danos a terceiros é uma opção a ser considerada.

Com o seguro de vida não é diferente. A maioria das contratações é feita para nos livrarmos da insistência do gerente, que não cansa de nos oferecer o produto em nome da corretora do banco. Nesse caso, o ideal seria consultar um corretor de seguros isento e explorar ao máximo esse profissional, que detém profundo conhecimento sobre o assunto.

A decisão de assegurar-se deveria surgir antes da hipótese de investir. Ao fazer as contas, veremos que assegurar-se de verdade não é barato, mas é uma iniciativa que deve encontrar espaço no orçamento, mesmo que o sentimento seja de não estar aproveitando esse gasto. Já que seguro bom é aquele que se contrata mas não se utiliza. Enfim, o preço pago por ele é o valor de sua segurança e tranquilidade.

4.2.2 MERCADO E INVESTIMENTOS FINANCEIROS

Para descrever as definições e as ideias desta seção, foram consultados materiais nos portais (<http://mercadoreal.net/>) e (<http://www.bmfbovespa.com.br/>).

Possuir um objetivo é o primeiro passo para um bom investimento. Analisar a situação financeira é primordial para começar a planejar um investimento. Registrar os bens que possui, como carro ou casa, quanto tem de capital ou quanto tem no banco e quais são as despesas e dívidas, como prestações, cartões de crédito, despesas mensais, ou qualquer outro pagamento.

Os bens e capitais que possui é chamado, no mercado financeiro, de ativo e o que deve, de passivo. Portanto, se depois de listar tudo, subtrair os ativos dos passivos e o resultado for positivo, então resultou em um patrimônio líquido positivo, se for o contrário, o patrimônio líquido está negativo.

Ao fazer uma relação de todos os bens e direitos (ativo), assim como os compromissos financeiros (passivo), surgirá a real situação patrimonial, podendo assim, traçar, de maneira realista, um objetivo para o patrimônio líquido, que deverá orientar dedicações com a poupança e investimento.

No Brasil, existe o Sistema Financeiro Nacional que é composto por um conjunto de

instituições responsáveis pela captação de recursos financeiros, pela distribuição e circulação de valores e pela regulação desse processo.

Esse sistema financeiro pode ser dividido em dois subsistemas, o normativo, que é o fiscalizador e regulamentador, e o de intermediação financeira. O subsistema normativo é o conjunto dos seguintes órgãos: Conselho Monetário Nacional (CMN), Banco Central do Brasil (BACEN) e Comissão de Valores Mobiliários (CVM), e como o de intermediação financeira temos por exemplo, Banco do Brasil (BB), Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES) e Caixa Econômica Federal (CEF), órgãos com grande influência sobre os investimentos financeiros.

O Fundo Garantidor de Créditos (FGC) é uma entidade privada, sem fins lucrativos, que ministra um mecanismo de proteção aos correntistas, poupadores e investidores, que permite recuperar os depósitos ou créditos mantidos em instituição financeira, até determinado valor, em caso de intervenção, de liquidação ou de falência. (BACEN, 2016)

Uma das formas de se investir no mercado financeiro é o CDB (Certificados de Depósito bancário), um mecanismo de captação dos bancos. São títulos nominativos emitidos pelos bancos e vendidos ao público como forma de captação de recursos, ou seja, possui a meta de financiar as atividades dos clientes. A rentabilidade dos CDBs é expressa em forma de um percentual da taxa de juros de mercado, o CDI (Certificado de Depósito Interbancário).

Os títulos públicos simbolizam uma das possibilidades de investimentos no país. A **LCA** (Letra de Crédito Agrícola), é um exemplo, caracterizadas por serem títulos de renda fixa embasadas em empréstimos adquiridos por instituições financeiras com o propósito de captar recursos para financiar o agronegócio. E a **LCI** (Letra de Crédito Imobiliário), que são títulos de renda fixa baseados em empréstimos imobiliários.

LCI's e LCA's atuam como um CDB e podem ter sua rentabilidade prefixada ou indexada ao CDI com liquidez diária. Dessa forma, as LCIs são ativos de renda fixa, bem diferentes dos fundos de investimento imobiliário, os quais são ativos de renda variável. O diferencial dessa categoria de investimento é a isenção do Imposto de Renda e do IOF (Imposto sobre Operações Financeiras) para pessoas físicas.

Os investimentos financeiros podem ser subdivididos em investimentos no mercado de renda fixa e os realizados no mercado de renda variável. O mercado de renda fixa é definido pelo fluxo de renda em períodos definidos, com a existência de possibilidade do investidor saber o quanto de recursos financeiros que será gerado pela aplicação. No mercado de renda variável, não possui segurança do rendimento futuro dos investimentos realizados. São mercados defi-

nidos por um grande nível de risco e na possibilidade de ganhos maiores, comparados aos da renda fixa ou até mesmo perdas totais dos recursos financeiros aplicados (BODIE et al., 2000).

A caderneta de poupança, mais conhecida como poupança, é um investimento que não possui imposto de renda e taxas de administração, que são mais comuns em outros tipos de operações; permitindo ainda, a aplicação de quantidades pequenas de recursos financeiros. É considerada investimento conservador, devido ao seu baixo risco e, também, menor retorno. Este tipo de investimento é utilizado, geralmente, por investidores de menor renda, e os valores depositados podem ser retirados a qualquer momento.

Um dos investimentos mais conhecidos no mercado de renda variável é a Bolsa de Valores. O principal órgão deste mercado no Brasil é a BMF&Bovespa, com sede no Estado de São Paulo. A meta principal da Bolsa de Valores é de sediar um local com condições para a realização de operações de compra e venda de títulos e ações. Uma ação é a menor parte do capital de uma empresa, é um pequeno pedaço dela. Uma pessoa que compra uma ação passa a ser uma pequena sócia da empresa. A compra e venda de determinados títulos e ações que ocorrem na bolsa são denominados de pregões, e as únicas entidades que tem acesso direto aos pregões são as corretoras financeiras, denominadas de operadores de Bolsa (ASSAF, 2012).

A **debênture** é um crédito mobiliário emitido por sociedades por ações, representativo de dívida, que assegura a seus detentores o direito de crédito contra a companhia emissora. Consiste em um instrumento de captação de recursos no mercado de capitais, que as empresas utilizam para financiar seus projetos. É uma forma também de melhor gerenciar suas dívidas. As debêntures podem ser admitidas à negociação no mercado de bolsa e de balcão organizado, e negociadas no mercado secundário através da plataforma da BM&FBOVESPA.

A recompensa do investimento em ações ocorre por meio dos dividendos, que equivalem ao lucro obtido pela empresa, distribuindo aos investidores de acordo com a porcentagem da ação de cada um. Os dividendos são distribuídos após os descontos de imposto de renda e contribuições sociais.

Outro programa de venda de crédito que pode ser citado é o **Tesouro Direto**, possui como objetivo a venda de títulos públicos a pessoas físicas desenvolvido pelo Tesouro Nacional, em união com a Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia (CBLIC). Os títulos públicos são ativos de renda fixa que se constituem em boa opção de investimento para a sociedade.

Outra opção de investimento do mercado variável são os fundos de investimento, compostos por uma união de títulos, geralmente ações, constituídos por instituições financeiras, com o objetivo de realizar investimentos utilizando o dinheiro de acionistas interessados no fundo.

Existe também, a possibilidade de investir em um patrimônio, em bens imóveis, como num terreno, apartamento ou casa.

Portanto, é possível realizar múltiplos investimentos em um mesmo período. Por exemplo, um investidor pode comprar ações ao mesmo tempo em que deposita dinheiro em fundos de investimentos ou compra um título de renda fixa. O conjunto de investimentos realizados por um indivíduo é conhecido como carteira de investimentos. Uma carteira de investimentos possui como característica a diversificação das aplicações, podendo minimizar os riscos envolvidos (LUQUET, 2000).

5 APLICAÇÕES EM SALA DE AULA

A partir do contato com os alunos em sala de aula e durante dez encontros de duração de duas aulas (100 minutos) cada encontro foi aplicada atividades referentes a Matemática Financeira. No primeiro encontro, os alunos deveriam responder um questionário sobre o comportamento financeiro do aluno e sua de família, em relação aos gastos domésticos mensais; suas decisões financeiras em relação a situações cotidianas de compra e planejamento futuro; e um questionário diagnóstico dos conhecimentos prévios dos alunos. Ainda nesta aula deveria ser feita uma explanação sobre a importância da Matemática Financeira, nas mais variadas operações comerciais, e como ela pode auxiliar na organização do orçamento doméstico, para uma vida economicamente estável. Nos demais encontros foram trabalhados os seguintes conteúdos da Matemática Financeira: Porcentagem; Juros Simples, Juros Compostos e Sistemas de Amortização.

Na sequência, foram apresentadas as situações financeiras observadas em anúncios de vendas, de créditos, entre outras que demandará, por parte do aluno, a aplicação correta dos conceitos adquiridos nestes encontros.

Os conteúdos foram trabalhados com ferramentas que auxiliam na organização dos dados (ganhos e gastos), bem como na resolução dos cálculos, como o Excel e a calculadora científica.

Após cinco meses, foi estudada Séries Uniformes, Sistemas de Amortização, e investimentos, aplicado um questionário semelhante a do primeiro encontro, sobre decisões financeiras e costumes financeiros, e uma entrevista, com cada aluno, a fim de verificar o impacto dessa oficina em seu comportamento financeiro.

Assim, foi realizada uma descrição dos resultados, verificando a mudança de comportamento dos alunos em relação às escolhas anteriores, e qualitativa, determinada pela dinâmica observada nos encontros e pela entrevista final.

A descrição dessas atividades foi dividida em dois momentos. O primeiro relata o contato inicial com os alunos, o diagnóstico sobre o conhecimento prévio dos estudantes em

relação aos temas da Matemática Financeira e como foi a introdução dessa matéria, avaliando o processo dos discentes por meio de atividades e pela qualidade de sua participação. Já o segundo momento foi utilizado para comparar a evolução dos alunos após a aplicação do curso.

5.1 1º MOMENTO

A primeira etapa da oficina foi desenvolvida do dia 11/07/2016 à 15/07/2016, das 13h às 15h na escola E.E. José Augusto Ribeiro, na cidade de Assis-SP e contou com a participação de 11 alunos, na faixa etária de 13 à 16 anos.

Inicialmente foi explicado o objetivo da oficina, os conteúdos a serem trabalhados, bem como o desenvolvimento das atividades ao longo do curso.

A priori foi aplicado o Questionário Inicial e um questionário diagnóstico, cujo objetivo era fazer um levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos sobre alguns temas da Matemática Financeira e do Orçamento Doméstico.

Questionário Inicial:

1. João recebe um salário líquido de R\$ 40.000,00 por ano. Sabendo que ele poupa 15% desse Montante. Qual é o valor, em reais, que João poupa anualmente?
2. Ana aplicou R\$ 1.000,00 em um investimento que rende 2% ao mês. Após dois meses, quantos reais ela terá nesse investimento?
3. O valor do IPTU (Imposto Predial e Territorial Urbano) da casa de Maria é de R\$ 420,00. Maria dispõe desse valor em uma aplicação que tem rendimento líquido de 0,7% ao mês. Nesse caso, qual é a melhor opção para Maria:
 - I - Pagar à vista, com um desconto de 15%, ou seja, pagar à vista R\$ 357,00. Ou,
 - II - Pagar em 10 prestações de R\$ 42,00.
 Justifique sua resposta.
4. Ao realizarmos um empréstimo, devemos nos atentar aos juros que serão cobrados. Qual das opções abaixo costuma possuir os juros mais elevados?
 - a) Antecipação do 13º salário.
 - b) Crédito Consignado.
 - c) Cheque Especial.

- d) Antecipação da Restituição do Imposto de Renda.
- e) Cartão de Crédito.
5. Ao aplicarmos nosso dinheiro, devemos nos atentar aos rendimentos e a segurança dos investimentos. Qual das opções de investimento abaixo costuma ter o menor rendimento?
- a) CDB (Certificado de Depósito Bancário).
- b) Poupança.
- c) CDI (Certificado de Depósito Interbancário).
- d) Tesouro Direto.
- e) LCI (Letra de Crédito Imobiliário).
6. Ao analisar a evolução, mês a mês, do total de gastos fixos de sua família, você está medindo:
- a) A evolução do PIB familiar.
- b) A evolução da renda per capita da família.
- c) A inflação que atinge o orçamento familiar.
- d) A inflação que atinge o País.
- e) Os juros que você está pagando em suas mensalidades.

Na questão 1, do Questionário Inicial, 69% dos alunos responderam R\$6000, 8% chegaram à R\$85,00, 8% responderam R\$214,010 e 15% deixaram em branco. Na segunda questão, 46% encontraram como solução R\$ 1040,40, 15% dos alunos responderam R\$ 1040,00, outros 15% responderam R\$ 1.400,00, 8% chegaram à R\$2,00 e 8% deixaram em branco esta questão. Na Tabela 5, estão descritas as porcentagens das respostas para as demais questões do Questionário Inicial.

Tabela 5: Respostas Questionário Inicial

Questão	Item I	Item II	a)	b)	c)	d)	e)	Em branco
3	62%	0	-	-	-	-	-	38%
4	-	-	8%	8%	38%	8%	38%	0
5	-	-	15%	54%	23%	8%	0%	0
6	-	-	31%	15%	23%	0	31%	0

Fonte: Próprio Autor

A Figura 3 ilustra as respostas do aluno A.

QUESTIONÁRIO INICIAL

1) João recebe um salário líquido de R\$ 40.000,00 por ano. Sabendo que ele poupa 15% desse Montante. Qual é o valor, em reais, que João poupa anualmente?

*100% → 40.000 5% → 2.000 10% → 4.000
 50% → 20.000 + 5% → 2.000
 25% → 10.000 15% → 6.000
 10% → 4.000*

2) Ana aplicou R\$ 1.000,00 em um investimento que rende 2% ao mês. Após dois meses, quantos reais ela terá nesse investimento? *Ela terá R\$ 1.040,40 após 2 mês.*

3) O valor do IPTU (Imposto Predial e Territorial Urbano) da casa de Maria é de R\$ 420,00. Maria dispõe desse valor em uma aplicação que tem rendimento líquido de 0,7% ao mês. Nesse caso, qual é a melhor opção para Maria:

I – Pagar à vista, com um desconto de 15%, ou seja, pagar à vista R\$ 357,00. Ou

II – Pagar em 10 prestações de R\$ 42,00.

Justifique sua resposta.
Eu escolho que pagar à vista, pois ela economizaria R\$ 63,00 reais.

4) Ao realizarmos um empréstimo, devemos nos atentar aos juros que serão cobrados. Qual das opções abaixo costuma possuir os juros mais elevados?

a) Antecipação do 13º salário.
 b) Crédito Consignado.
 c) Cheque Especial.
 d) Antecipação da Restituição do Imposto de Renda.
 e) Cartão de Crédito.

5) Ao aplicarmos nosso dinheiro, devemos nos atentar aos rendimentos e a segurança dos investimentos. Qual das opções de investimento abaixo costuma ter o menor rendimento?

a) CDB (Certificado de Depósito Bancário).
 b) Poupança.
 c) CDI (Certificado de Depósito Interbancário).
 d) Tesouro Direto.
 e) LCI (Letra de Crédito Imobiliário).

6) Ao analisar a evolução, mês a mês, do total de gastos fixos de sua família, você está medindo:

a) A evolução do PIB familiar.
 b) A evolução da renda per capita da família.
 c) A inflação que atinge o orçamento familiar.
 d) A inflação que atinge o País.
 e) Os juros que você está pagando em suas mensalidades.

Figura 3: Resolução do aluno A

O questionário inicial foi aplicado antes das aulas explicativas, e objetivava realizar uma sondagem do que os alunos conheciam sobre alguns temas abordados no curso. O aluno A que respondeu o questionário acima mostrou um bom conhecimento sobre tais temas. Chama a atenção a maneira como resolveu as questões envolvendo porcentagem, apesar de não ser a técnica mais rápida de se resolver o problema, tal método foi bem aceito pelos demais alunos, resultando em um entendimento melhor sobre o assunto, do que outros métodos mecânicos, como a regra de três, por exemplo. Isso evidencia a importância de se entender um conteúdo, ou seja, de se apropriar efetivamente dos saberes, antes de decorar fórmulas prontas.

Por meio da aplicação do questionário inicial, foi possível verificar que os alunos conheciam os cálculos de porcentagem, porém de alguns não apresentaram as respostas corretas e outros demonstraram dificuldades em resolver problemas envolvendo juros compostos, e conhecimentos mínimos em relação à formas de empréstimos e financiamentos.

Além do questionário inicial, outros dois questionários foram aplicados no decorrer da oficina, um deles avaliava os hábitos de consumo e matemática financeira.

Questionário Perfil de Consumo:

1. Supondo que você receba uma mesada de R\$100,00 mensais. Assinale e preencha as opções que mais se aproxima do que você faria com o dinheiro:
 - () Colocar crédito no celular. R\$
 - () Gastar na cantina da escola. R\$
 - () Comprar algum objeto de interesse (brincos, jogos, roupas, entre outros). R\$
 - () Poupar. R\$
 - () Passeio (cinema, barzinho, lanchonete, entre outros). R\$
2. Você recebeu seu primeiro salário que foi de R\$ 880,00. Desse valor, você pouparia quantos reais?
 - a) De 0 até 50.
 - b) De 50 até 150.
 - c) De 150 até 300.
 - d) De 300 até 450.
 - e) De 450 até 750.
3. O parcelamento pode ser uma boa escolha para:
 - a) Pagar o supermercado parcelado em 10X sem juros.
 - b) Gasolina com 90 dias para pagar.
 - c) Comprar uma geladeira de R\$1000,00 à vista, por 10 vezes de R\$ 120,00.
4. Você tem R\$ 500,00 e consegue economizar R\$200,00 por mês. Qual escolha faria?
 - a) Esperaria mais 3 meses e compraria a televisão à vista por R\$ 1000,00.
 - b) Compraria hoje a televisão em 12 vezes de R\$ 110,00.
5. Você tem R\$ 10.000,00 e a intenção de adquirir um carro que custa R\$ 15.000, 00. Sabendo que, depois de ter pago todas suas contas mensais, te sobram R\$ 500,00, qual escolha você faria?
 - a) Esperaria 10 meses sem o carro e o compraria à vista.

- b) Esperaria 4 meses, daria R\$ 12.000, 00 de entrada + 7 vezes de 500,00.
- c) Daria R\$ 10.000 de entrada + 13 vezes de R\$ 500,00.
6. Qual forma de pagamento você considera a melhor?
- a) Pagamento à vista com desconto.
- b) Em 3X sem Juros. Afinal, como não tem juros a compra parcelada é vantajosa.
- c) No Cartão de Crédito, em uma parcela para 30 dias, sem desconto.

Na Tabela 6, estão descritas as porcentagens das respostas para as questões do Questionário Perfil de Consumo.

Na primeira questão do Questionário Perfil de Consumo, as respostas em relação aos que poupam em R\$ são: de 0 a 9 - 9%; 10 a 19 - 18%; 20 a 39 - 18%; 40 a 60 - 46% e acima de 60 - 9%.

Tabela 6: Respostas Questionário Perfil de Consumo

Questão	a)	b)	c)	d)	e)	Em branco
2	0	0	36%	46%	18%	0
3	36%	9%	55%	-	-	0
4	64%	36%	-	-	-	0
5	45%	55%	0	-	-	0
6	82%	18%	0	-	-	0

Fonte: Próprio Autor

A Figura 4 ilustra as respostas do aluno B.

O Questionário Perfil de Consumo teve o objetivo de verificar o perfil de consumo em situações do dia a dia. Observe que o aluno B que preencheu o questionário possuía um comportamento equilibrado em relação as suas finanças, uma vez que o estudante reserva um percentual para a poupança sem abrir mão do lazer, e realiza ótimas opções quando se trata de compras à prazo. Ter um equilíbrio no orçamento doméstico, como o demonstrado pelo aluno, é fundamental para um bem-estar financeiro e, conseqüentemente, emocional.

Com este questionário, foi possível verificar que os alunos compreendiam a importância de guardar um pouco de renda mensal a fim de construir uma poupança, detinham o conhecimento de que a compra à vista é a opção de compra mais vantajosa, entretanto desconheciam às técnicas de mercado para embutir juros em compras parceladas.

QUESTIONÁRIO – PERFIL DE CONSUMO (MATEMÁTICA FINANCEIRA)

1) Supondo que você receba uma mesada de R\$100,00 mensais. Assinale e preencha as opções que mais se aproxima do que você faria com o dinheiro:

Colocar crédito no celular R\$ 30,00.

Gastar na cantina da escola R\$ 5,00.

Comprar algum objeto de interesse (brincos, jogos, roupas, entre outros) R\$ 40,00.

Poupar R\$ 10,00.

Passeio (cinema, barzinho, lanchonete, entre outros) R\$ 25,00.

2) Você recebeu seu primeiro salário que foi de R\$ 880,00. Desse valor, você pouparia quantos reais?

a) De 0 até 50.
b) De 50 até 150.
 De 150 até 300.
d) De 300 até 450.
e) De 450 até 750.

3) O parcelamento pode ser uma boa escolha para:

a) Pagar o supermercado parcelado em 10X sem juros.
b) Gasolina com 90 dias para pagar.
 Comprar uma geladeira de R\$1000,00 à vista, por 10 vezes de R\$ 120,00.

4) Você tem R\$ 500,00 e consegue economizar R\$200,00 por mês. Qual escolha faria?

Esperaria mais 3 meses e compraria a televisão à vista por R\$ 1000,00.
b) Compraria hoje a televisão em 12 vezes de R\$ 110,00.

5) Você tem R\$ 10.000,00 e a intenção de adquirir um carro que custa R\$ 15.000, 00. Sabendo que, depois de ter pago todas suas contas mensais, te sobram R\$ 500,00, qual escolha você faria?

Esperaria 10 meses sem o carro e o compraria à vista.
b) Esperaria 4 meses, daria R\$ 12.000, 00 de entrada + 7 vezes de 500,00.
c) Daria R\$ 10.000 de entrada + 13 vezes de R\$ 500,00.

6) Qual forma de pagamento você considera a melhor?

Pagamento à vista com desconto.
b) Em 3X sem Juros. Afinal, como não tem juros a compra parcelada é vantajosa.
c) No Cartão de Crédito, em uma parcela para 30 dias, sem desconto.

Figura 4: Resolução do aluno B

O outro questionário aplicado, foi o questionário Perfil do Consumidor disponibilizado pelo Grupo de Estudos e Trabalho em Psicologia Econômica (Get-Pe)¹, cujo objetivo foi analisar o perfil de consumidor dos alunos.

Questionário Perfil do Consumidor:

1. Quando você tem um compromisso, como você se planeja para chegar a tempo?

- a) Anoto na agenda do celular com alarme para me lembrar com um dia de antecedência e também algumas horas antes.
- b) Quase sempre esqueço de anotar e acabo me atrapalhando, chego atrasado ou não vou.
- c) Anoto em algum papel que sempre acaba sumindo, me atraso ou até esqueço de ir.
- d) Anoto na minha agenda (física ou virtual), me programo para sair com antecedência e geralmente chego até um pouquinho antes.
- e) Me programo com antecedência mas nem sempre funciona.

2. Quando você começa a assistir uma série de TV nova, você:

¹O teste pode ser consultado em <<http://oglobo.globo.com/>>

- a) Dá um jeito de obter todos os episódios e não consegue sair da frente da TV enquanto não acabar.
 - b) Começa a assistir um episódio atrás do outro, mas com muito esforço consegue desligar a TV e encarar a vida real.
 - c) Evita a qualquer custo, pois sabe que vai acabar se viciando e não fazendo outra coisa. Geralmente falha e, no fim, fica assistindo.
 - d) Prefere assistir um episódio por semana e prolongar o suspense.
 - e) Não liga para séries ou qualquer programa de televisão que o faça se sentir dependente.
3. É sexta feira, você se pesou e percebeu que está 2 quilos acima do peso, você:
- a) Faz um esforço e tenta encaixar no dia um tempinho para ir à academia e logo recuperar a forma, afinal fazer regime está fora de questão.
 - b) Aproveita o final de semana para enfiar o pé na jaca e marca para começar o regime na segunda, o que geralmente não acontece.
 - c) Tenta manear até segunda para começar uma leve dieta. Em poucos dias imagina que já deverá estar no peso ideal.
 - d) Se conforma e fica até contente que não foram 5 Kg, afinal com o que você tem comido!
 - e) Logo percebe que a balança está errada, afinal você tem mantido o mesmo peso há vários anos.
4. Sua família planejou usar o décimo terceiro para pagar dívidas e acertar despesas extras de começo de ano, estamos em janeiro e eles:
- a) Cumpriram a meta. Parabéns.
 - b) Acabaram poupando, ou capricharam nas férias, pois suas finanças e contas já estavam em ordem.
 - c) Acabaram se enrolando com os presentes e estão com uma dívida um pouco maior.
 - d) Como já sabiam que teriam problema para cumprir a meta, acabaram desistindo dela e vão pensar nisso no carnaval. Janeiro é época de relaxar.
 - e) Pela primeira vez conseguiram adiantar boa parte das despesas.
5. Você tem 1.000 reais para comprar um item X, e quando chega à loja descobre que ele está custando 1.200 reais. Então, você:
- a) Volta pra casa e começa a procurar na internet para ver se encontra mais barato.

- b) Parcela em 3 vezes, pois acredita que está realmente precisando do produto.
 - c) Parcela em 10 x de 120 reais e com os 880 reais que sobraram compram outra coisa.
 - d) Tira 200 reais do fundo de emergência, afinal é para isso que ele serve.
 - e) Coloca no cartão de crédito, quando a fatura chegar você pensa nisso.
6. Como sua família reage quando recebe a fatura do cartão de crédito?
- a) Com naturalidade, pois eles já sabem o valor.
 - b) Procuram nem olhar porque sabem que ali vai ser encrenca. c) Conferem só para ver se não tem algum engano.
 - d) Depois de se endividarem muito, cancelaram todos os cartões.
 - e) Adiam olhar o máximo possível, pois vem sempre mais alta do que pensaram.
7. Como sua família consegue chegar com o seu salário/rendimento até o final do mês?
- a) Normalmente gasta mais do que recebe e acaba entrando no cheque especial ou parcelando o cartão de crédito.
 - b) Zerada, o que ganhou, gastou.
 - c) Tenta fazer o máximo esforço para sobrar e poder guardar.
 - d) Se por acaso sobra algum dinheiro, aproveita para comprar algo que esteja querendo muito ou, eventualmente, guarda este valor.
 - e) Sempre começa o mês guardando um valor predefinido e com o restante paga as despesas rotineiras.
8. Como você age quando vai às “compras” e pode parcelar?
- a) Normalmente compra parcelado, mesmo que tenha juros. Você se preocupa mesmo é com o valor das parcelas e se elas cabem no seu bolso.
 - b) Só compra se tiver dinheiro para compra à vista. Parcelado, só se não tiver juros e na compra à vista não tiver desconto.
 - c) Mesmo que não tenha dinheiro para pagar à vista, só compra parcelado se não tiver juros. Se for para pagar juros adia a compra.
 - d) Se não tiver juros e as parcelas couberem no seu bolso parcela, assim pode comprar mais.
 - e) Normalmente compra parcelado, mas se tiver juros, compra no menor prazo possível o que for de maior necessidade.

9. Em que situação sua família usa o cheque especial?
- a) Nunca entra no seu limite de cheque especial.
 - b) Muito eventualmente, em caso de emergência.
 - c) Sempre que precisa fazer alguma compra que esteja num preço muito especial e já não tenha dinheiro na conta.
 - d) O cheque especial já faz parte da sua vida, não consegue terminar o mês sem ele.
 - e) Com alguma frequência, quando precisa muito comprar alguma coisa, mas tenta se controlar por causa dos juros.
10. Comprar pela internet é fácil e rápido, logo, em sua casa:
- a) Não resistem às novidades e compram muito, já nem tem lugar para tanta coisa, mas qualquer dia desses, vão abrir espaços fazendo doação.
 - b) Se assustam com as 8 caixas da doação - eram coisas novas! - começam achar que ficam muito tempo na internet, mas ... ficam tão felizes quando chega um novo pacote, que é difícil resistir!
 - c) Percebem que uma semana depois nem lembram mais do que tinha no pacote, só comem comida delivery e perdem cinco ingressos para shows, por conta da falta de organização.
 - d) Passam a se limitar a duas compras por semana e pedirem menos comida delivery.
 - e) Acham que comprar pela internet é mesmo uma conveniência. Dá para analisar, comparar preços, aguardar promoção, mas nada que tome o tempo das outras coisas boas da vida.

A partir da análise dos resultados, chegou-se aos seguintes tipos de consumidores:

Consumidor malabarista: O tipo mais comum de consumidor, sabe que não dá para ter tudo o que quer, mas ainda se rende à tentação e depois se arrepende. Como malabarista, tenta equilibrar suas emoções, procura dar preferência a pagar à vista e usar a renda como fator de decisão de compra, mas ainda é suscetível a parcelamentos e linhas de crédito.

Consumidor pé no freio: Tenta ponderar e refletir, mas quando se vê diante de uma promoção “imperdível” acaba se rendendo à tentação. Provavelmente, ainda realiza muitas compras parceladas e usa linhas de crédito com frequência. Luta para se transformar numa pessoa mais racional.

Consumidor consciente: É o mais raro. Não sucumbe diante de promoções ou fica refém do seu estado de espírito. Adiar compra é algo natural e, por não ser escravo do mercado, consegue ponderar e refletir sobre outras características dos produtos que vão além do preço, como procedência, durabilidade e eficiência.

Consumidor (quase)consciente: Consegue lidar com a espera e o adiamento de compras em prol de uma vida financeira mais tranquila, na maioria das vezes. É mais cauteloso com promoções, parcelamentos, financiamento e linhas de crédito. Provavelmente a compra à vista é sua alternativa preferida e já distingue com mais clareza necessidade de desejo.

Após a aplicação dos questionários e dos testes, os conteúdos de Matemática Financeira, dentre eles, porcentagem, juros simples, juros compostos, conteúdos relacionados à economia doméstica, opções de créditos e investimentos.

Os temas apresentados foram exemplificados com situações contextualizadas, demonstrando seu emprego no cotidiano, nas mais variadas relações financeiras, de compra, poupança, financiamentos e investimentos. Ao final destes tópicos, os alunos resolveram algumas atividades para avaliar o conhecimento obtido durante a oficina. Assim, durante a oficina, os alunos se viam diante de situações que exigiam o emprego dos novos saberes, como exercícios e dinâmicas, no formato de *Quiz*, sobre o tema estudado.

E ainda, foi realizado um *Quiz* para fazer esse levantamento da aprendizagem dos alunos. Note que ao final das alternativas tem-se o percentual das respostas dos alunos.

1. Quando temos várias dívidas, qual devemos eliminar primeiro?
 - a) A de prestação mensal mais alta. 10%
 - b) As de maiores taxas de juros. 70%
 - c) As de difícil negociação. 20%

2. Qual dessas alternativas deve ser a primeira a ser levada em conta para levantar uma grana?
 - a) Fazer um empréstimo Pessoal.
 - b) Vender um carro e comprar outro financiado.
 - c) Renegociar dívidas. 100%

3. Qual é a alternativa mais demorada para levantar um dinheiro extra?
 - a) Vender ou leiloar alguns bens pela internet. 10%

AULA 1

EXEMPLO 1) João recebe um salário líquido de R\$ 40.000,00 por ano. Sabendo que ele poupa 15% desse Montante. Qual é o valor, em reais, que João poupa anualmente?

$15\% = \frac{15}{100} = 0,15$; $40.000 \times 0,15 = R\$6.000,00$
 João poupa R\$6.000,00 por ano.

PROBLEMA 1) Nayara possui um carro no valor de R\$ 50.000,00. Sabendo que o valor do Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores (IPVA) no Estado de São Paulo é de 4% do valor do carro. Quantos reais Nayara pagou de IPVA neste ano?

4% de 50.000 $\frac{4}{100} \times 50.000 = R\$2.000,00$
 Nayara pagou de IPVA R\$2.000,00 neste ano.

EXEMPLO 2) Ruan aplicou R\$ 5.000,00 em um fundo de Renda Fixa, à taxa de 2% ao mês. Se todo mês Ruan retirar o Juro produzido, deixando aplicado somente o capital inicial, quanto terá retirado em três meses?

$C = 5.000,00$
 $i = 2\% = 0,02$
 $t = 3$ meses
 $J = 100$ reais
 $5.000 \times 0,02 \times 3 = R\$300,00$
 Em três meses ele terá retirado R\$300,00.

EXEMPLO 3) Fernando emprestou R\$ 200,00 a Davi por cinco meses. Como eles eram amigos, Fernando decidiu cobrar um juro simples de 3% ao mês. Qual foi o juro simples produzido nesse período? Qual foi o montante que Davi pagou a Fernando?

$C = 200$
 $i = 3\% = 0,03$
 $t = 5$ meses
 $J = 30$ reais
 $200 \times 0,03 \times 5 = R\$30,00$
 O juro simples produzido é R\$30,00. O montante que Davi pagou é R\$230,00.

PROBLEMA 2) Um capital de R\$ 340,00 foi aplicado a juro simples, à taxa de 3% ao mês, por um período de 20 meses.

a) Qual foi o juro simples produzido nesse período?
 $C = 340,00$
 $i = 3\% = 0,03$
 $t = 20$ meses
 $J = 204,00$
 $340 \times 0,03 \times 20 = R\$204,00$

b) Qual foi o montante acumulado nesse período?
 $R\$340 + R\$204 = R\$544,00$

PROBLEMA 3) Qual é o juro simples produzido por um capital de R\$ 1.200,00 aplicado durante um ano e meio à taxa de 4% ao mês?

$C = 1.200,00$
 $i = 4\% = 0,04$
 $t = 18$ meses
 $J = R\$864,00$
 $1.200 \times 0,04 \times 18 = R\$864,00$

Figura 5: Resolução do aluno C

- b) Organizar um Brechó. 60%
- c) Procurar um trabalho extra. 30%
4. O primeiro mau hábito que precisa ser interrompido é:
- a) Parcelar fatura do Cartão de Crédito. 90%
- b) Tirar o nome do SPC e SERASA.
- c) O uso do automóvel. 10%
5. O que é ter as "finanças em equilíbrio"?
- a) Ter um salário compatível com suas dívidas. 10%
- b) Pagar as contas e ter uma grana para se divertir. 10%
- c) Ter as contas em dia e guardar um pouco todo o mês. 80%
6. Em qual das seguintes compras o parcelamento pode ser uma boa escolha?
- a) Supermercado parcelado em 10X sem juros. 50%
- b) Gasolina com 90 dias para pagar. 10%
- c) Geladeira de R\$1000,00 à vista por 10 vezes de R\$ 120,00. 40%

7. Qual é a melhor forma de pagamento?
 - a) Pagamento à vista com desconto. *80%*
 - b) Em 3X sem Juros. *20%*
 - c) No Cartão de Crédito em uma parcela sem desconto.

8. Qual seria a melhor opção em um pagamento em 3X?
 - a) 03 Cheques pré-datados.
 - b) 03 vezes no Cartão de Crédito sem Juros. *100%*
 - c) Fazer um crediário na loja.

9. Ao fazer compras você deve?
 - a) Comprar só o que estiver barato.
 - b) Procurar comprar o essencial. *40%*
 - c) Se presentear dentro do orçamento. *60%*

10. O ideal do equilíbrio financeiro é
 - a) Gastar com diversão e bem estar e conseguir guardar uma parte. *70%*
 - b) Evitar os luxos e guardar mais dinheiro. *30%*
 - c) Não ter nenhum luxo e guardar tudo o que puder.

11. Gastos eventuais nas folgas orçamentárias:
 - a) Devem ser sempre evitados para manter o controle orçamentário.
 - b) Só use em casos extremos. *20%*
 - c) São um tipo de celebração e devem ser praticados. *80%*

12. Quando parcelamos o pagamento de um carro zero, qual é o prazo máximo aconselhável.
 - a) 1 ano *10%*
 - b) 3 anos *30%*
 - c) 5 anos *60%*
 - d) 7 anos

13. Qual das seguintes estratégias é mais eficaz para atingir seus objetivos de consumo?
 - a) Acompanhar as contas a cada dia para ter a certeza de gastar o que planejou. *10%*

- b) Poupar sempre uma parte de seu salário. *60%*
 - c) Assumir uma compra parcelada que caiba no seu orçamento. *30%*
14. Quando é o melhor momento para controlar o seu dinheiro?
- a) Quando ele já está investido.
 - b) Quando ele chega à sua mão no início do mês. *40%*
 - c) Quando você sabe o que sobrou no final do mês. *60%*
15. O Orçamento Familiar deve ser:
- a) De responsabilidade dos Pais. *10%*
 - b) Deve ser uma sugestão de consumo, mas não pode ser inflexivo. *40%*
 - c) Deve ser seguido à risca sempre. Só assim conseguiremos economizar. *50%*
16. Em um pensamento simplificado, um financiamento é:
- a) Aluguel de um bem que só será seu depois de pagar todas as parcelas. *100%*
 - b) Um ótimo investimento se o bem se valorizar.
 - c) Maneira segura e rápida de ter um bem de valor alto em curto prazo.
17. Você precisa assumir um financiamento de longo prazo, mas tem dúvidas sobre o futuro do seu emprego. Qual dessas modalidades é melhor?
- a) Financiamento na Tabela Price de prestações constantes.
 - b) Financiamento na tabela SAC de amortizações constantes. *90%*
 - c) Tanto faz Price ou SAC pois o valor total a pagar é praticamente o mesmo. *10%*
18. Quando o consorciado é contemplado, ele ganha:
- a) Um cheque administrativo. *10%*
 - b) Uma carta de crédito. *90%*
 - c) O valor do bem em dinheiro.
19. Se você está pensando em adquirir um Consórcio, planeje-se para:
- a) Se manter sem o bem que pretende adquirir. *30%*
 - b) Logo ter o bem tão sonhado. *20%*
 - c) Ter um dinheiro para um lance e pegar logo a Carta de Crédito. *50%*

20. Ao diversificar seus investimentos, você espera:
- a) Proteger-se contra perdas excessivas. *20%*
 - b) Lucrar mais do que faria com poucos papéis. *40%*
 - c) Não estar fora de um Ativo quando este se valorizar. *40%*
21. A Caderneta de Poupança é o único produto de investimento:
- a) Isentos de Impostos. *10%*
 - b) Sem risco de perda. *60%*
 - c) Isentos de custos e tarifas. *30%*

A atividade descrita na Figura 5 foi aplicada após os conteúdos: Porcentagem e Juros Simples. Os exemplos foram resolvidos com o auxílio do professor, e os problemas resolvidos apenas pelos alunos. A devolutiva dos mesmos ocorreu após o término da atividade, no quadro negro, com a colaboração dos alunos, momento em que os discentes aproveitaram para esclarecer as dúvidas. O trabalho digitalizado mostra como o aluno se apropriou dos temas propostos.

A Figura 5 ilustra a resolução onde o aluno compreendeu os conceitos e anotou o objetivo das questões, registrando as informações relevantes dos mesmos. Uma vez diagnosticado o objetivo da questão, o discente realizou os cálculos corretamente e finalmente deu sua resposta, acertando os resultados dos exercícios. Nota-se que o estudante não registrou todas as passagens necessárias à resolução dos problemas, entretanto o objetivo da lista de exercícios era solucionar situações do nosso cotidiano, independente da maneira em que fosse registrada a resolução. Como o aluno chegou aos resultados esperados, verifica-se a aquisição das habilidades trabalhadas, mostrando a capacidade do aluno em aplicar esses conhecimentos em variados contextos.

Os exercícios da Aula 2 foram aplicados após as explicações de Juro Composto. Os exercícios eram compostos por situações-problema do cotidiano e pela reaplicação de dois problemas abordados no questionário inicial. Os exemplos foram resolvidos com o auxílio do professor, e os demais problemas foram resolvidos pelos alunos. A devolutiva dos mesmos ocorreu após o término da atividade, no quadro negro, com a colaboração dos alunos, momento em que os discentes aproveitaram para esclarecer as dúvidas. A Figura 6 ilustra como o aluno se apropriou dos temas propostos. Note que a resolução do problema 3 do questionário inicial, apesar de ter escolhido a melhor opção de pagamento, o aluno não realizou os cálculos necessários para a resolução correta do exercício.

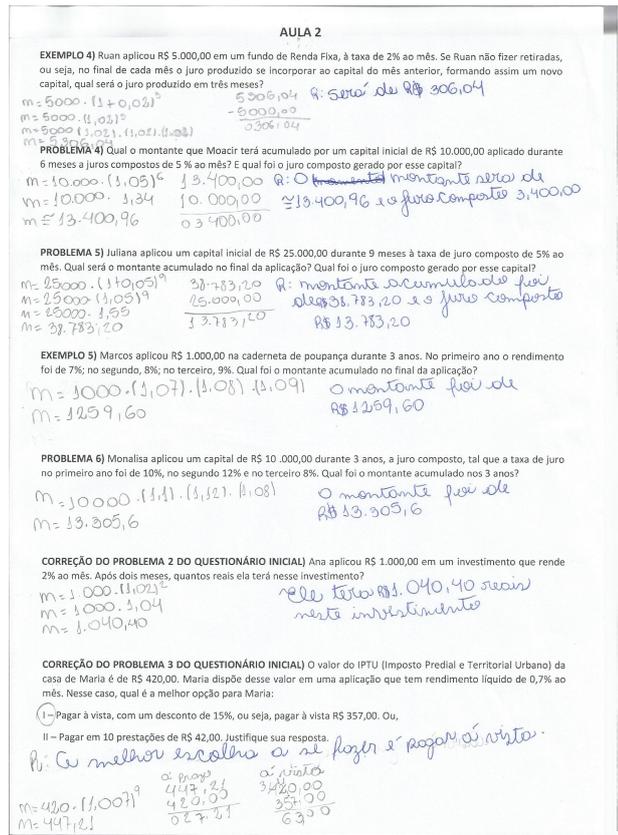


Figura 6: Resolução de aluno

Pelos conteúdos trabalhados até o momento, uma solução esperada era pensar, como o valor à vista é de R\$357,00, na sua capitalização por 9 meses (descontando o tempo da primeira parcela de entrada) a um juro de 0,7% ao mês, que daria o seguinte valor

$$M = C \cdot (1 + i)^n \implies M = 357 \cdot (1 + 0,007)^9 \implies M = R\$380,13.$$

Assim, como pode-se assumir o valor integral de 357 reais no decorrer dos meses, é fácil perceber que o valor será abaixo dos 420 reais pagos no final da décima parcela. Portanto, concluímos que o pagamento à vista é a melhor opção para Maria.

Uma solução alternativa seria a construção de uma tabela mostrando o comportamento mês a mês da dívida. Veja a Tabela 7.

Vale ressaltar que nenhum aluno da oficina conseguiu justificar, por meio de argumentos corretos, essa questão, apesar de optarem pela resposta correta. Pode-se creditar tal fato ao maior grau de complexidade apresentada pelo problema e a dificuldade dos alunos em interpretar e relacionar o enunciado com o conteúdo estudado.

Na resolução dos demais problemas o aluno entendeu as comandas, registrando as informações relevantes dos mesmos. Uma vez diagnosticado o objetivo da questão, o discente

Tabela 7: Dívida

Parcelas	Valor no início do mês	Valor da parcela	Valor após o pagamento da parcela
1	357,00	42,00	$357,00 - 42,00 = 315,00$
2	$315,00 \times 1,007 = 317,20$	42,00	$317,20 - 42,00 = 275,20$
3	$275,20 \times 1,007 = 277,13$	42,00	$277,13 - 42,00 = 235,13$
4	$235,13 \times 1,007 = 236,78$	42,00	$236,78 - 42,00 = 194,78$
5	$194,78 \times 1,007 = 196,14$	42,00	$196,14 - 42,00 = 154,14$
6	$154,14 \times 1,007 = 155,22$	42,00	$155,22 - 42,00 = 113,22$
7	$113,22 \times 1,007 = 114,01$	42,00	$114,01 - 42,00 = 72,01$
8	$72,01 \times 1,007 = 72,51$	42,00	$72,51 - 42,00 = 30,51$
9	$30,51 \times 1,007 = 30,72$	42,00	$30,72 - 42,00 = -11,28$
10	-11,28	42,00	$-11,28 - 42,00 = -53,28$

Fonte: Próprio Autor

realizou os cálculos corretamente e finalmente deu sua resposta, acertando os resultados dos exercícios. Nota-se que o estudante não dissertou de forma minuciosa todos os passos necessários à resolução dos problemas, entretanto o objetivo da lista de exercícios era solucionar situações do nosso cotidiano, independente da maneira em que fosse registrada a resolução. Como o aluno chegou aos resultados esperados, verifica-se a aquisição das habilidades trabalhadas, mostrando a capacidade do aluno em aplicar esses conhecimentos em variados contextos, apesar de não ter conseguido concluir o problema 3 do questionário inicial.

Durante todo o curso os alunos se mostraram interessados, participativos, reflexivos e relacionando os novos conhecimentos com as situações que favorecem o endividamento relatando histórias de parentes próximos com problemas financeiros.

Os participantes também se mostraram surpresos com muitas informações que desconheciam, como por exemplo, o quanto é caro para manter um automóvel, o valor que se paga a mais por um bem comprado em várias prestações, na variedade de tipos de empréstimos e de investimentos além da poupança.

Na atividade desenvolvida sobre o tema Orçamento Doméstico, os alunos preencheram uma planilha das receitas e gastos familiares, e com o uso de planilhas eletrônicas puderam analisar o orçamento doméstico verificando os itens que mais demandam despesas pela família, se há excesso de supérfluos e desperdício, e ainda a possibilidade de poupar, ou de se organizar a fim de deixar em dia as despesas. Aqueles que não trouxeram a planilha do orçamento familiar, trabalharam com dados fictícios e puderam perceber a dificuldade de gerir uma receita limitada, entre R\$3.000,00 a R\$4000,00, tendo que pagar todas as despesas e ainda poupar no mínimo 10% da receita.

A utilização de diferentes mídias se mostrou bastante relevante para a aprendizagem dos alunos, no que tange o interesse, o foco e a motivação em realizar as atividades propostas. As planilhas servem como uma importante ferramenta educacional para o ensino da Matemática Financeira na sala de aula. Entretanto, a sua utilização no dia a dia não se mostrou muito prática, devido à correria cotidiana que dificulta a anotação dos gastos e a guardar os recibos.

Foi perceptível algumas lacunas no conhecimento que os alunos apresentaram em relação à Educação Financeira, perpassando além do desconhecimento do uso de fórmulas matemáticas, como porcentagem, juros simples e compostos, no seu emprego em transações comerciais como a diferença entre a compra à vista e a prazo, mas também de hábitos financeiros saudáveis.

No último encontro foi possível fazer uma retomada dos principais pontos estudados e elucidação de novas dúvidas.

5.2 2º MOMENTO

Esta etapa do curso foi desenvolvida nos dias 01, 02, 03, 05 e 06 de dezembro de 2016, das 13h às 15h, no mesmo local e contou com a presença dos 11 alunos que concluíram a primeira etapa da oficina.

Inicialmente, foram retomados alguns assuntos da parte 1 da oficina (porcentagem, dívidas, compras à vista e a prazo e planilhas de orçamento doméstico) com o objetivo de diagnosticar os conhecimentos consolidados pelos alunos. Depois realizou-se uma roda de conversa a fim de verificar como os conhecimentos adquiridos influenciaram no cotidiano familiar. Em seguida, foi explicado o objetivo da parte 2 do Curso, dentre eles, aprofundar os estudos da Matemática Financeira e verificar a evolução dos alunos desde o início do curso.

Os Sistemas de Amortização SAC e PRICE foram explicados e exemplificados com situações contextualizadas, demonstrando seu emprego nas operações de financiamentos e investimentos. Após as explicações os alunos resolviam situações problemas envolvendo os Sistemas de Amortização, que exigiam a aplicação desses novos conhecimentos.

Foi perceptível algumas dificuldades no manuseio da calculadora científica, por parte dos alunos, no momento de resolver as atividades. Porém, ficou evidente que com a apropriação desses conhecimentos, conseguirão calcular e analisar o impacto de futuros empréstimos em sua vida.

Novamente, os alunos se mostraram interessados, participativos, reflexivos e relacio-

naram os novos conhecimentos com as situações do dia a dia de seus familiares. Os discentes gostaram, em especial, da tabela que exemplificava a compra de uma casa financiada em 35 anos cujo valor total do empréstimo (Valor venal da casa + despesas Acessórias) era de R\$ 103.500,00 (ver tabela abaixo). Ficaram surpresos com os valores e o tempo para quitar o financiamento da mesma.

Nº	Data de vencimento	Prestação	Seguro/FGHAB	Tarifas	Encargo	Amortização	Saldo devedor
1	25/12/2015	R\$ 1.063,85	R\$ 45,06	R\$ 25,00	R\$ 1.133,91	R\$ 246,43	R\$ 103.253,57
2	25/01/2016	R\$ 1.061,90	R\$ 45,01	R\$ 25,00	R\$ 1.131,91	R\$ 246,43	R\$ 103.007,14
3	25/02/2016	R\$ 1.059,95	R\$ 44,95	R\$ 25,00	R\$ 1.129,90	R\$ 246,43	R\$ 102.760,71
4	25/03/2016	R\$ 1.058,01	R\$ 44,90	R\$ 25,00	R\$ 1.127,91	R\$ 246,43	R\$ 102.514,28
•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•
418	25/09/2050	R\$ 252,26	R\$ 23,21	R\$ 25,00	R\$ 300,47	R\$ 246,43	R\$ 492,26
419	25/10/2050	R\$ 250,32	R\$ 22,48	R\$ 25,00	R\$ 297,80	R\$ 246,43	R\$ 245,83
420	25/11/2050	R\$ 247,77	R\$ 0,00	R\$ 25,00	R\$ 272,77	R\$ 246,43	R\$ 0,00
TOTAL	*****	R\$ 275.566,24	*****	R\$ 10.500,00	*****	R\$ 103.500,00	*****

Figura 7: Empréstimo Pessoal de Financiamento de Imóvel

Fonte: Caixa Econômica Federal

Ressalta-se que o somatório das prestações e das tarifas na Figura 7 foram meramente ilustrativas, tendo em vista que não se deve somar valores em períodos distintos.

Concluindo esse tema, foram apresentadas as principais cláusulas do contrato de financiamento de uma casa adquirida, através de um empréstimo, pelo banco Caixa Econômica Federal.

Uma vez que foi verificado, por meio das atividades aplicadas no 1º momento da oficina, que os alunos conheciam apenas a Caderneta de Poupança como forma de poupar ou investir seu dinheiro, a retomada desse assunto se fez necessária novamente no 2º momento. Foram definidos e caracterizados os seguintes investimentos: Certificados de Depósitos Bancários (CDB), Letra de Crédito Imobiliário (LCI), Letra de Crédito do Agronegócio (LCA), Tesouro Direto e Bolsa de Valores.

Neste momento, foi reaplicado o questionário Perfil do Consumidor. As Tabelas 8 e 9 são referentes às porcentagens dos resultados dos alunos antes e depois do curso.

Tabela 8: Respostas Perfil do Consumidor - Antes do Curso

Tipos de Consumidor	Porcentagem de Alunos
Consumidor pé no freio	0%
Consumidor malabarista	0%
Consumidor (quase) consciente	80%
Consumidor Consciente	20%

Fonte: Próprio Autor

Tabela 9: Respostas Perfil do Consumidor - Após aplicação do curso

Tipos de Consumidor	Porcentagem de Alunos
Consumidor pé no freio	0%
Consumidor malabarista	0%
Consumidor (quase) consciente	0%
Consumidor Consciente	100%

Fonte: Próprio Autor

Analisando as Tabelas 8 e 9, nota-se que após o curso os alunos optaram por escolhas mais conscientes e o resultado foi positivo.

Na Figura 8 apresenta um gráfico para comparação dos resultados obtidos antes e após a aplicação do curso.

O segundo questionário aplicado, a Avaliação Final do Curso, os alunos puderam atribuir sua opinião em uma escala Likert que variava entre “Discordo Totalmente”, “Discordo”, “Concordo” e “Concordo Totalmente”. A avaliação teve como proposta medir o impacto do curso no planejamento do orçamento doméstico dos alunos e familiares, e verificar como os discentes acreditam que usarão as informações que obtiveram nesse projeto em seu futuro.

Na Tabela 10, estão as questões utilizadas no questionário e a porcentagem das respostas dos alunos.

Observando os resultados das respostas dos estudantes na Tabela 10, percebe-se que a oficina atingiu seu objetivo de conscientização em relação ao orçamento doméstico e os alunos entenderam perfeitamente a importância de um bom planejamento das despesas familiares.

5.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Analisando a oficina que foi ministrado com os alunos, nos dois momentos, percebe-se um déficit em relação à Educação Financeira. Cerca de 45,5% dos alunos concordaram que o curso abordou assuntos que desconheciam e 54,5% concordaram plenamente, significando

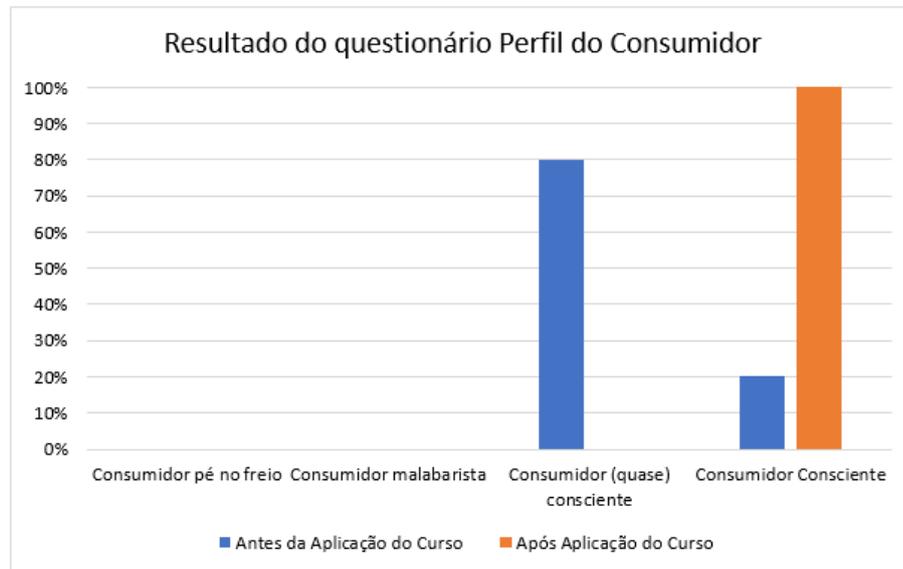


Figura 8: Gráfico de resultados

Fonte: Próprio Autor

que os conteúdos abordados raramente fazem parte do cotidiano desses alunos. A discussão Matemática Financeira na educação básica se faz necessário para que estes alunos se tornem adultos com boa conduta econômica.

A oficina esclareceu dúvidas que os estudantes possuíam em relação ao tema e os fez pensar sobre o comportamento enquanto compradores, poupadores e um incentivo para auxiliarem na elaboração do orçamento doméstico de suas famílias. Observou-se pelos comentários de grande parte dos alunos, que os mesmos sentiram-se motivados com a aplicação da Matemática Financeira em seu cotidiano.

A análise dos gastos domésticos foi um tema significativo para investigar os conteúdos de Matemática Básica e Matemática Financeira, proporcionando uma reflexão e conscientização por parte dos estudantes, envolvendo toda a família. Ficou claro que o conhecimento matemático não pode ser entendido apenas como fórmulas e ideias que não relacionam o cotidiano dos estudantes. Dessa maneira, os discentes puderam unir o conteúdo estudado com a reeducação financeira, e entenderam como opera o sistema financeiro em um país consumista e capitalista como o Brasil.

Após a oficina, foi realizada uma análise em relação ao rendimento dos alunos, por meio das atividades e observação dos mesmos.

A Tabela 11 descreve como o nível de proficiência foi subdividido. Sendo assim, o conhecimento dos alunos foi classificado como abaixo do básico, básico, adequado e avançado.

Tabela 10: Avaliação Final

	Discordo Totalmente	Discordo	Concordo	Concordo Totalmente
O curso abordou assuntos que você desconhecia.			45%	54,5%
O curso esclareceu dúvidas que você tinha sobre Educação Financeira.			36,4%	63,6%
O curso mostrou a importância da Matemática Financeira no seu cotidiano.				100%
As atividades realizadas no curso aumentaram o seu conhecimento matemático.			27,3%	72,7%
O curso mudou seu modo de pensar sobre economia doméstica.			27,3%	72,7%
O curso mudou o seu comportamento enquanto comprador.			63,3%	36,4%
O curso mudou o seu comportamento enquanto poupador.			45,5%	54,5%
O curso fez com que você auxiliasse mais em casa na questão financeira, se não contribuindo com dinheiro, mas sendo mais econômico.			72,7%	27,3%
Com o curso, passou a se interessar mais por assuntos financeiros.		18,1%	45,5%	36,4%
Conseguiu influenciar sua família em controlar melhor o orçamento doméstico, por meio de planilhas, extratos bancários, recibos ou aplicativos.		27,3%	63,6%	9,1%
Com o curso você se sente mais seguro em fazer transações financeiras (compras, empréstimos, financiamentos e investimentos).			63,6%	36,4%
Os ensinamentos do curso só servirão quando se tornar independente.	63,6%	27,3%	9,1%	
Você recomendaria esse curso para seus amigos e familiares.			9,1%	90,9%

Fonte: Próprio Autor

A Figura 9 refere-se à análise em relação ao conhecimento dos alunos em Economia Doméstica após o curso.

Tabela 11: Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência

Classificação	Níveis de Proficiência	Descrição
Insuficiente	Abaxo do Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
Suficiente	Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular no ano/série subsequente.
Suficiente	Adequado	Os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
Avançado	Avançado	Os alunos, neste nível, demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido no ano/série escolar em que se encontram.

Fonte: Próprio Autor

Como pode-se notar, nenhum aluno foi classificado com o nível abaixo do básico, cerca de 9% classificou-se como básico, 55% como adequado e 36% possuía um conhecimento avançado em relação ao domínio dos conteúdos.

Já a Figura 10 é referente à análise do conhecimento dos alunos em relação à Matemática Financeira após o curso. Nota-se que 64% dos alunos foram classificados por possuírem conhecimento de nível básico e 36% como nível avançado.

Sendo assim, em geral os alunos se mostraram satisfeitos e foi perceptível que o curso enriqueceu o conhecimento em relação à Matemática Financeira.

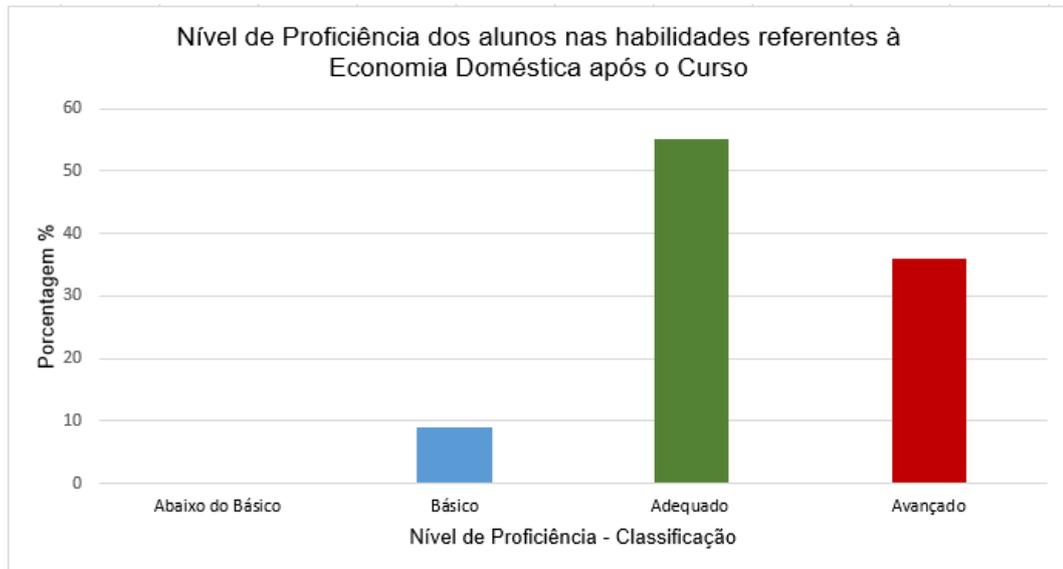


Figura 9: Gráfico do nível de proficiência dos alunos - Economia Doméstica

Fonte: Próprio Autor

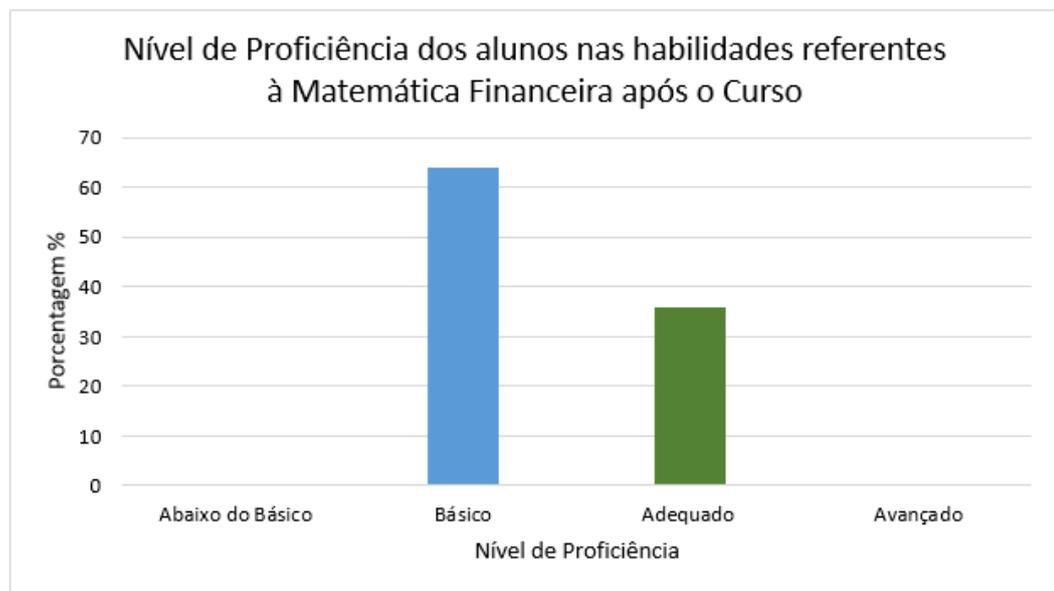


Figura 10: Gráfico do nível de proficiência dos alunos - Matemática Financeira

Fonte: Próprio Autor

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um país que apresenta uma consistente consciência em Educação Financeira tende a ter uma menor vulnerabilidade e menos sofrimento diante das oscilações econômicas as quais os países estão sujeitos. De modo geral, no Brasil, é dada pouca importância ao desenvolvimento da habilidade de uma boa administração da renda e de conhecimento dos mais variados fatores associados as relações de compra, venda, lucro, poupança entre outras dinâmicas comerciais que fazem parte do cotidiano de todo cidadão.

A educação financeira deveria ser ensinada e incentivada no âmbito familiar, assim como no escolar, mas no entanto isso não acontece. Como já citado, os Currículos de Matemática Financeira são bastantes superficiais, fragmentados e descontextualizados, sem uma continuidade, não garantem ao aluno, ao final de sua escolaridade básica, o domínio das habilidades necessárias para saber aplicar e compreender os conceitos da Matemática Financeira, em situações cotidianas que tanto o cerca.

Com o desenvolvimento deste trabalho e da oficina aplicada aos estudantes, foi possível perceber a importância de proporcionar aos alunos uma base mais sólida dos saberes de Matemática Financeira, contextualizados com as mais variadas transações comerciais, desde as mais comuns, como compras à vista ou a prazo, até os diferentes modos de financiamentos, investimentos e poupança. Como o conteúdo da oficina foi trabalhado no mesmo ano, aplicado pelo mesmo professor aos mesmos alunos, as informações não ficaram fragmentadas, de modo que os discentes puderam ter uma assimilação maior, podendo relacionar/aplicar melhor o que foi aprendido em sua rotina diária.

Sendo assim, como perspectivas futuras para este trabalho, deseja-se adequar a oficina para ser aplicado em uma única etapa, podendo ser usado por professores da Educação Básica como recurso pedagógico, que poderá agregar melhorias no ensino da Matemática Financeira. E com isso, que os alunos possam utilizar os exemplos e as aplicações abordadas durante a oficina em suas operações financeiras, tornando-os capazes de interpretar, analisar, simular e tirar conclusões nas diversas situações comerciais, verificando a sua viabilidade a fim de evitar

tomadas de decisões precipitadas. Portanto, espera-se que a oficina permita aos alunos o desenvolvimento de uma postura mais autônoma e consciente de suas escolhas, sem se deixarem levar pelo consumismo e vislumbres que podem culminar em um caos financeiro, o que inevitavelmente afeta toda a economia do país.

REFERÊNCIAS

- ASSAF, A. N. **Mercado Financeiro**. São Paulo: Atlas, 2012.
- AZEVEDO, R. K. **A relevância da matemática financeira no ensino médio**. 2016. Disponível em: <<http://www.ucb.br/>>. Acesso em: 20 de Abril de 2016.
- BACEN. **BANCO CENTRAL DO BRASIL**. 2016. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/pre/composicao/bacen.asp>>. Acesso em: 8 de novembro de 2016.
- BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. J. **Fundamentos de Investimentos**. Porto Alegre: Bookman, 2000.
- BONA, A. S. D. **Ações de Investigação na aula de Matemática**. 2. ed. Curitiba, p. 1-15: Anais do XV Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. MEC/SEMTEC, 1999.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: Ministério da Educação. Lei, 9.394/1996.
- BRUNI, A. L.; FAMÁ, R. **Matemática Financeira**. São Paulo: Atlas, 2005.
- CERBASI, G. **Como Organizar Sua Vida Financeira: Inteligência financeira pessoal na prática**. 2. ed. São Paulo: ELSEVIER, 2009.
- DANTE, L. R. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2005.
- D'AQUINO, C. **Educação Financeira: como educar seu filho**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.
- D'AQUINO, C. **E o que é Educação Financeira**. 2016. Disponível em: <<http://www.educacaofinanceira.com.br/>>. Acesso em: 02 de Abril de 2016.
- ECONOMISTA, O. **Conceito de Economia**. 2009. Disponível em: <<http://www.oeconomista.com.br/>>. Acesso em: 27 de fevereiro de 2017.
- ENEF. **Estratégia Nacional De Educação Financeira**. 2016. Disponível em: <<http://www.bcb.gov/>>. Acesso em: 20 de Abril de 2016.
- FILHO, M. S. C. **Aprendizagem de Matemática Financeira no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

FILHO, O. B. C. **Matemática Financeira no Cotidiano: Um Estudo de Caso**. Dissertação (Mestrado Profissional - PROFMAT) — Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2016.

GIAMBIAGI, F. et al. **Economia Brasileira Contemporânea**. Rio de Janeiro: ELSEVIER, 2011.

GOUVEIA, S. A. S. **Novos caminhos para o ensino e aprendizagem de Matemática Financeira: construção e aplicação de webquest**. Dissertação (Mestrado).

HERMINIO, P. H. **Matemática financeira: um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Universidade Estadual Paulista de Rio Claro, 2008.

LIMA, E. L. **A Matemática do Ensino Médio**: (vol. 1 e 2). Porto Alegre - RS: SBM, 1998.

LUQUET, M. **Guia Valor Econômico de finanças pessoais**. São Paulo: Globo, 2000.

OLIVEIRA, I. L. L.; AES, S. U. G.; ANDRADE, J. A. A. **As potencialidades do GeoGebra em processos de investigação matemática: uma análise do desenvolvimento de objetos de aprendizagem da EaD no ensino presencial**. 2012. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/>>. Acesso em: 28 de Abril de 2016.

OLIVEIRA, K. P. S. **Metodologias e Aplicações da Matemática Financeira na Segunda Série do Ensino Médio**. 2. ed. Jussara: Monografia Universidade Estadual de Goiás, 2008.

PEIC. **Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor**. 2016. Disponível em: <<http://www.fecomerciopr.com.br/>>. Acesso em: 19 de Maio de 2016.

PUCINNI, E. C. **Matemática Financeira**. 2016. Disponível em: <<http://www.proativams.com.br/>>. Acesso em: 18 de Abril de 2016.

RIBEIRO, D.; BONA, A. S. D. **Um recurso para aprender Matemática Financeira**. Caxias do Sul: **Revista Eletrônica de Matemática**, 2015.

ROBERTO, L. **Planilha Financeira em excel que funciona**. 2015. Disponível em: <<http://debemcomascontas.blogspot.com.br/>>. Acesso em: 8 de dezembro de 2016.

SANTOS, E. A. **Matemática Financeira: Uma abordagem contextual**. 2011. Disponível em: <<http://www.uel.br/projetos>>. Acesso em: 20 de agosto de 2016.

SCHNEIDER, I. J. **Matemática financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas**. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade de Passo Fundo, 2008.

SILVA, A.; LAMBERTY, R. D.; ODY, M. **Matemática Financeira no Ensino Médio com a Utilização das TIC**. 2014. Disponível em: <eventos.unipampa.edu.br/>. Acesso em: 20 de Abril de 2016.

SILVA, A. F. M. **A Importância da Matemática Financeira no Ensino Básico**. Dissertação (Mestrado Profissional) — PROFMAT, Rio de Janeiro, 2015.

SILVA, J. A. S. **Turismo, Crescimento e Desenvolvimento: uma análise urbano-regional baseada em cluster**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, curso de Doutorado em Ciências da Computação, São Paulo, 2004.

SOARES, S. S. **A Importância da Matemática Financeira no Ensino Básico**. 2. ed. Ilheus: Anais Eletrônicos da I Jornada Baiana de Pedagogia: Saberes e práticas docentes, 2013.

ANEXO A – QUESTÕES COMPLEMENTARES

1. Tendo o preço de R\$ 9,00 do quilo do tomate como referência, é válido afirmar que o seu valor, antes de sofrer o aumento de 80% era de:

Preço do tomate sobe 80%; produto vira iguaria rara e meme

09/04/2013

A alta no preço do tomate – ingrediente presente na cesta básica do brasileiro – virou meme (conceito que se espalha rapidamente pela internet) nas redes sociais e fez com que restaurantes tradicionais chegassem a “banir” o produto provisoriamente das cozinhas.

Na internet, o tomate é comparado a um diamante e aparece como item de “churrasco de rico”, com sugestão de preço de R\$ 9,00 o quilo.

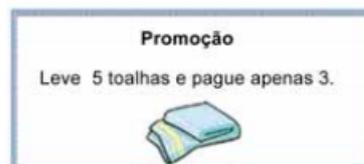
(<http://economia.terra.com.br/preco-do-tomate-sobe-80-produto-vira-iguaria-rara-e-meme,724821c209890410VgnCLD200000bbcceb0aRCRD.html>
Acesso em 05.07.2014 Adaptado.)

- a) R\$ 1,80
- b) R\$ 4,00
- c) R\$ 5,00
- d) R\$ 6,00
- e) R\$ 7,20

2. Na loja Andressa Modas, uma peça de roupa sofreu um reajuste de 12%, aumentando seu preço para R\$ 120,96. Tendo essas informações como referência, assinale a alternativa que contém o preço do produto, antes de sofrer tal aumento.

- a) R\$ 118,00.
- b) R\$ 108,00.

- c) R\$ 106,44.
d) R\$ 64,34.
e) R\$ 12,96.
3. Uma máquina fotográfica custava R\$ 500,00. No dia dos pais, numa proporção, foi vendida com um desconto de 10% e, logo depois, em cima o novo preço sofreu um aumento de 10%. O seu preço atual, em reais, é
- a) 450,00
b) 475,00
c) 495,00
d) 515,00
4. Eduardo comprou uma máquina fotográfica; já pagou 50% do valor total e ainda deve R\$ 140,00. Qual o preço total da máquina de Eduardo?
- a) R\$ 140,00
b) R\$ 50,00
c) R\$ 280,00
d) R\$ 100,00
5. Com o uso do carro novo que comprou, João reduziu de 25 para 20 litros a quantidade de combustível que gastava para visitar sua avó. Percentualmente, o consumo do João foi reduzido de:
- a) 10%
b) 20%
c) 30%
d) 40%
6. Observe a promoção indicada no quadro abaixo.



Considerando o valor unitário do produto, o desconto na compra de 5 toalhas na promoção será de:

- a) 20%
- b) 40%
- c) 60%
- d) 80%

7. Uma máquina fotográfica custava R\$ 400,00. No Dia dos Pais foi vendida com um desconto de 5% e, logo depois, em cima do novo preço sofreu um aumento de 10%. O seu preço atual, em reais, é:

- a) 405,00
- b) 412,00
- c) 418,00
- d) 420,00

8. A tabela abaixo apresenta a participação de diferentes itens no orçamento de uma família média de certa cidade brasileira.

Itens	Participação no orçamento
Alimentação	38%
Habitação	18%
Despesas Pessoais	20%
Vestuário	8%
Transportes	10%
Saúde	3%
Educação	3%

A família Souza tem uma renda mensal de R\$ 1.500,00. Baseado na tabela, o gasto desta família em transporte e despesas pessoais é de, aproximadamente:

- a) R\$ 750,00
- b) R\$ 600,00
- c) R\$ 450,00
- d) R\$ 300,00
- e) R\$ 250,00

9. Sandra aplicou R\$ 2000,00 durante três anos a uma taxa de 30% ao ano. Calcule o juro simples que ela recebeu ao final desse tempo.

10. Renato aplicou um certo capital, durante 2 anos, a uma taxa de juro simples de 25% ao ano e recebeu R\$ 300 de juro simples. Calcule o capital que foi aplicado por Renato.

11. Eduardo comprou uma televisão que custava R\$ 600, financiada em dois anos. O juro simples cobrado pela financeira foi de R\$ 450,00. Calcule a taxa de juro simples anual que foi fixada pela financeira.
12. Para que um capital de R\$ 18000,00 renda R\$ 16200,00 de juro simples, a uma taxa de juro de 45% ao ano é necessário aplica-lo durante quanto tempo?
13. João aplicou um capital de R\$300,00 e depois de 3 meses retirou o montante de R\$ 345,00. Qual foi a taxa de juros simples mensal paga para João?
14. Carolina comprou um toca-CDs financiado em 8 meses e pagou juros simples de R\$ 90,00, a uma taxa de juro de 45% ao ano. Calcule o preço que ela pagaria pelo toca-CDs se tivesse comprado à vista.
15. Quanto rende de juro um capital de R\$ 21.000,00 empregado a taxa de 15% ao ano durante 3 anos?
16. Qual é o juro produzido pelo capital de R\$ 7.200,00 quando é empregado à taxa de 6% ao ano, durante 9 meses?
17. Qual é o juro produzido pelo capital de R\$ 3.960,00 aplicado durante 300 dias à taxa de 15% ao ano?
18. Um capital de R\$ 1.000.000, 00 é aplicado a juro composto de 10% ao mês. Qual é o Montante após dois meses? Qual é o total de juros?
19. Qual é o capital que investido a juro composto de 5% ao mês gera um montante de R\$ 5.533 000,00, transcorridos dois meses de aplicação?
20. Um capital de R\$ 50.000, 00 é aplicado a juro composto de 7% ao mês. Qual é o Montante após três meses? Qual é o total de juros?
21. Qual é o capital que investido a juro composto de 10% ao mês gera um montante de R\$ 6.820.509,85, transcorridos sete meses de aplicação?
22. A que taxa mensal de juro composto foi aplicado um capital de R\$ 1.000.000,00 se o montante obtido, após quatro meses de aplicação, foi de R\$ 1.215.506,25?
23. Mateus investiu R\$40 000,00 a juro composto de 20% ao mês. Por quanto tempo esse capital ficou investido se o montante gerado foi de R\$ 57.600,00? (Use: $\log 1,44 = 0,15836$ e $\log 1,2 = 0,07918$).

24. Investindo R\$ 450,00 você retira, após 3 meses, R\$ 600,00. A que taxa mensal de juros rendeu seu investimento?
25. Determine as taxas mensais equivalentes a 100% ao ano e a 39% ao trimestre.
26. Determine as taxas anuais equivalentes a 6% ao mês e a 12% ao trimestre.
27. Determine as taxas efetivas anuais equivalentes a:
- 30% ao ano, com capitalização mensal.
 - 30% ao ano, com capitalização trimestral.
 - i ao ano, capitalizados k vezes ao ano.
28. A Mesbla, em vários natais, ofereceu a seus clientes duas alternativas de pagamento:
- pagamento de uma só vez, um mês após a compra.
 - pagamento em três prestações mensais iguais, vencendo a primeira no ato da compra.
- Se você fosse cliente da Mesbla, qual seria sua opção?
29. O Foto Studio Sonora convidou, em dezembro de 1992, os seus clientes a liquidarem suas prestações mensais vincendas, oferecendo-lhes em troca um desconto. O desconto seria dado aos que pagassem, de uma só vez, todas as prestações a vencer em mais de trinta dias, e seria de 30%, 40% ou 50%, conforme fossem pagas uma, duas ou três prestações. Supondo que o dinheiro valia 27% ao mês, a oferta era vantajosa?
30. Lúcia comprou um exaustor, pagando R\$180,00, um mês após a compra e R\$200,00, dois meses após a compra. Se os juros são de 25% sobre o saldo devedor, qual é o preço à vista?
31. Uma geladeira custa R\$ 1000,00 à vista e pode ser paga em três prestações mensais iguais. Se são cobrados juros de 6% ao mês sobre o saldo devedor, determine o valor da prestação, supondo que a primeira prestação é paga:
- no ato da compra;
 - um mês após a compra;
 - dois meses após a compra.
32. Ângela tomou um empréstimo de R\$ 400,00, por dez meses. Os juros foram de 3% ao mês durante os quatro primeiros meses, de 5% ao mês durante os cinco meses seguintes e de 9% ao mês no último mês. Calcule:

- a) a taxa média de juros.
- b) o montante pago.

33. Leigh investiu 30% do seu capital a juros de 10% ao mês e os 70% restantes a 18% ao mês. Qual é a taxa média de juros obtida?

34. Laura quer comprar um violão em uma loja que oferece um desconto de 30% nas compras à vista ou pagamento em três prestações mensais, sem juros e sem desconto. Determine a taxa mensal de juros embutida nas vendas a prazo, supondo o primeiro pagamento:

- a) no ato da compra;
- b) um mês após a compra;
- c) dois meses após a compra.

35. Regina tem duas opções de pagamento:

- a) à vista, com $x\%$ de desconto.
- b) em duas prestações mensais iguais, sem juros, vencendo a primeira um mês após a compra.

Se o dinheiro vale 5% ao mês, para que valores de x ela preferirá a segunda alternativa?

36. Um banco efetua descontos à taxa de 6% ao mês. Qual a taxa mensal de juros cobrada pelo banco nas operações:

- a) de um mês?
- b) de dois meses?
- c) de três meses?

37. No cálculo de juros, considera-se sempre o ano comercial de 360 dias, ou seja, com 12 meses de 30 dias. Essa é chamada "regra dos banqueiros". Os juros assim calculados são chamados de ordinários, ao passo que os juros calculados com o ano de 365 (ou 366) dias são chamados de exatos e não são usados em lugar nenhum.

- a) Mostre que, dados o principal e a taxa anual, os juros ordinários produzidos em t dias são maiores que os exatos.
- b) Para um principal de R\$ 1000,00 e juros de 12% ao ano, determine os juros simples, ordinários e exatos, produzidos em 16 dias.
- c) Refaça o item b) para juros compostos.

38. Uma conta de R\$ 700,00 vence no dia 25 de outubro de 2016 e foi paga em 5 de novembro de 2016. Quais os juros pagos, se os juros de mora são de 12% ao mês?
39. Determine a melhor e a pior alternativa para tomar um empréstimo por três meses:
- a) juros simples de 16% ao mês.
 - b) juros compostos de 15% ao mês.
 - c) desconto bancário com taxa de desconto de 12% ao mês.
40. Henrique vai emprestar dinheiro a Mário, por quatro meses e pretende receber juros compostos de 12% ao mês. Como Mário só pretende pagar juros simples, qual a taxa mensal de juros simples que Henrique deve cobrar?
41. Quando uma operação é pactuada por um número inteiro de períodos de tempo, há três modos de calcular os juros relativos a frações de períodos:
- a) Só são pagos juros nos períodos inteiros de tempo.
 - b) São pagos juros compostos durante todo o período. Essa é a chamada convenção exponencial.
 - c) São pagos juros compostos nos períodos inteiros e juros simples nas frações de período de tempo. Essa é a chamada convenção linear.
- Evidentemente o processo a) de aplica quando os bancos pagam e, o processo c), quando recebem. Em 5 de janeiro de 1996 foi feito um investimento de 300 reais, a juros de 15% ao mês. Determine, pelos três processos, o montante em 12 de abril de 1996.
42. Um televisor, cujo preço à vista é R\$ 400,00, é vendido em dez prestações mensais iguais. Se são pagos juros de 6% ao mês sobre o saldo devedor, determine o valor das prestações, supondo a primeira prestação paga:
- a) no ato da compra.
 - b) um mês após a compra.
 - c) dois meses após a compra.
43. Se a taxa corrente de juros é de 0,6% ao mês, por quanto se aluga um imóvel cujo preço à vista é R\$ 50 000,00, supondo:
- a) o aluguel pago vencido?
 - b) o aluguel mensal pago adiantadamente?

44. Supondo juros de 0,5% ao mês, quanto você deve investir mensalmente, durante 30 anos, para obter ao fim desse prazo, por 30 anos, uma renda mensal de R\$100,00?
45. Supondo juros de 0,5% ao mês, quanto você deve investir mensalmente, durante 35 anos, para obter, ao fim desse prazo, uma renda perpétua de R\$100,00?
46. Faça as planilhas de amortização de uma dívida de R\$ 3000,00, em 8 pagamentos mensais, com juros de 10% ao mês:
- pela tabela Price.
 - pelo SAC.
47. Considere a amortização de uma dívida de R\$ 35000,00, em 180 meses, com juros de 1% ao mês, pelo sistema francês. Determine:
- o valor da centésima prestação.
 - o estado da dívida nessa época.
48. Refaça o problema anterior pelo SAC.
49. Considere a amortização de uma dívida em 150 meses, com juros de 1% ao mês, pelo sistema francês.
- De quanto se reduzirá a prestação, dobrando-se o prazo?
 - Que fração da dívida já terá sido amortizada na época do 75º pagamento?
50. Considere a amortização de uma dívida em 150 meses, com juros de 1% ao mês, pelo SAC.
- De quanto se reduzirá a prestação, dobrando-se o prazo?
 - Que fração da dívida já terá sido amortizada na época do 75º pagamento?
51. Uma lanterna de Gol, original custa R\$ 280,00 e tem vida útil de 5 anos. Uma lanterna alternativa custa R\$70,00 e tem vida útil de 1 ano. Gilmar precisa trocar a lanterna de seu Gol. Considerando que o dinheiro vale 12% ao ano, que lanterna ele deve preferir?
52. Um equipamento pode ser alugado por R\$ 75,00 mensais ou comprado por R\$2000,00. A vida útil do equipamento é de 30 meses e o valor residual ao fim desse período é de R\$300,00. Se o equipamento for comprado, há um custo mensal de R\$ 5,00 de manutenção. Considerando o valor do dinheiro de 1% ao mês, qual deve ser a decisão: comprar ou alugar?

53. As cadernetas de poupança renderam 8,5% em um ano cuja inflação foi de 6,7%. Qual é a rentabilidade real?

**ANEXO B – CERTIFICADO DE APLICAÇÃO DO CURSO DE MATEMÁTICA
FINANCEIRA E ECONOMIA DOMÉSTICA**



SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
SUBSECRETARIA DE ARTICULAÇÃO REGIONAL
ESCOLA ESTADUAL "JOSÉ AUGUSTO RIBEIRO"

Rua: Nivaldo Neres Gusmão – 700 – Vila Nova Florinea – Tel. (18) 322-4634
CEP.: 19 803 160 - ASSIS S.P. - escolajoseaugustoribeiro@gmail.com

CERTIFICADO

Certifico para os devidos fins, que Paulo Cesar Zebediff de Almeida, RG: 43 099997-5, Professor de Matemática da Educação Básica II, titular de cargo efetivo nesta Unidade Escolar, ministrou um curso de Matemática Financeira e Economia Doméstica no total de 10 encontros de 100 minutos, nos meses de julho e dezembro.

Atenciosamente.

Deise Malaguti

Assinatura manuscrita em azul da Diretora de Escola, Deise Malaguti, sobre uma linha horizontal.

Diretora de Escola

Assis, 13 de março de 2017.