



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM REDE NACIONAL  
PARCERIA ENTRE A SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL – PROFMAT**

Ivana Paula Lira da Costa

**A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA  
DIDÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: uma  
aplicação para alunos e professores da rede pública de ensino**

SANTARÉM-PA  
2017

Ivana Paula Lira da Costa

**A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA  
DIDÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: uma  
aplicação para alunos e professores da rede pública de ensino**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional - Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Programa de Ciências Exatas, como componente curricular obrigatório para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. D. Sc. José Antônio Oliveira Aquino

SANTARÉM-PA  
2017

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**  
**Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/UFOPA**

---

C837u Costa, Ivana Paula Lira da

A utilização do software GEOGEBRA como ferramenta didática no processo de ensino e aprendizagem: uma aplicação para alunos e professores da rede pública de ensino. / Ivana Paula Lira da Costa. – Santarém, Pa, 2017.

99 fls.: il.

Inclui bibliografias.

Orientador José Antônio Oliveira Aquino

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional, Mestrado Profissional em Matemática em Rede.

1. Ensino de matemática. 2. Metodologias de ensino. 3. Computador. 4. GEOGEBRA. I. Aquino, José Antônio Oliveira, *orient.* II. Título.

CDD: 23 ed. 510.7

---

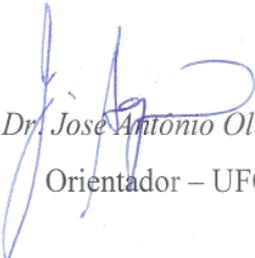
Bibliotecário - Documentalista: Eliete Sousa – CRB/2 1101

Ivana Paula Lira da Costa

**A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DIDÁTICA  
NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: UMA APLICAÇÃO PARA  
ALUNOS E PROFESSORES DA REDE PÚBLICA DE ENSINO.**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação *Matemática em Rede Nacional* – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada por:



*Prof. Dr. José Antônio Oliveira Aquino*  
Orientador – UFOPA



*Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra*  
Examinador Interno - UFOPA



*Prof. Me. Roniel de Lima Brelaz*  
Examinador Externo - SEDUC

Santarém (PA)

2017

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, que me deu forças e nunca me deixou desistir diante das dificuldades encontradas neste curso, em segundo lugar à minha mãe, que durante minhas agoniações estudando ela estava em casa rezando e ao meu amado pai, que em sua simplicidade sempre esteve na torcida por mim, vocês são essenciais em minha vida, os amo muito. Finalmente, dedico ao colega Ardson Ferreira que foi para junto de Deus nos últimos momentos deste curso.

## AGRADECIMENTOS

À Deus, que sempre me colou no colo me confortando quando eu achava não alcançar este sonho. O Teu amor é o que me conduz, Senhor!

Aos meus pais, Paulo Costa e Ierecê Lira, que não tiveram a oportunidade que eu tive nos estudos, mas sempre lutaram por minha felicidade com muito amor e incentivo.

À toda minha família que, mesmo distante, contribuíram dando-me apoio para que eu não desistisse diante das dificuldades.

À Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA) e ao Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional - Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) e à CAPES pelo apoio financeiro recebido.

À Luciney Martins, diretora da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio (EEEFM) Santo Antônio, que confiou na proposta do Projeto e gentilmente cedeu o espaço do laboratório para a aplicação do Projeto.

Às professoras Hilda Terezinha e Simiclei Macambira, que gentilmente cederam seus horários de aula para que eu pudesse apresentar a proposta para os alunos do Ensino Médio e acadêmicos do Plano Nacional de Formação de Professores (PARFOR).

Aos alunos da EEEFM Santo Antônio e aos acadêmicos do curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física do PARFOR/UFOPA, em Alenquer, que se dispuseram a participar do minicurso oferecido e contribuíram com relatos respondendo aos questionários.

À dona Alda e sua família, que me acolhiam em sua casa todos os finais de semana na ocasião de vir a Santarém para as aulas do Mestrado.

À minha prima Andréia Lima e à minha amiga Samara Cardoso que se dispuseram a ler e contribuir com as correções gramaticais necessárias neste trabalho.

Ao professor José Antônio Oliveira Aquino, meu orientador.

Aos meus colegas da turma PROFMAT 2014/UFOPA, por compartilharem comigo os momentos bons e de aflição enfrentados durante o curso, o que seria de mim se as angústias não fossem transformadas em sorrisos por vocês.

Por fim, à todos que contribuíram para mais essa realização em minha vida, muito obrigada!

*“Dele, por Ele e para Ele são todas as coisas.  
A Ele a glória por toda a eternidade! Amém”  
(Bíblia Sagrada, Romanos 11, 36)*

## RESUMO

Considerando as dificuldades apresentadas pelos alunos nas aulas de Matemática, sabe-se que despertar o interesse do alunado pelo estudo deste componente é um desafio e que o modelo de ensino utilizado pelo professor são fatores que influenciam diretamente na educação. Pensando nesta problemática, este trabalho apresenta uma proposta de ensino pautada no uso de tecnologia, na tentativa de produzir dentro das aulas de Matemática um ambiente estimulador de aprendizagem, despertando nos alunos um maior interesse e curiosidade. O objetivo principal desta pesquisa, caracterizada como pesquisa-ação, é apresentar um projeto com aplicação direta em sala de aula com intuito de contribuir com o enriquecimento do ensino, promovendo um aprendizado relevante e diferenciado da Matemática, através da utilização do software GeoGebra. Para conferir se essa utilização traz resultados positivos para o ensino-aprendizagem foi realizado um projeto de intervenção com 25 alunos do 3º. ano do ensino médio da EEEFM Santo Antônio e para complementar a proposta na busca de contribuir ainda mais no processo educacional, foi levado também ao conhecimento de onze docentes, acadêmicos do curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física do PARFOR/UFOPA, em Alenquer-Pará, a possibilidade de fugirem da ministração de aulas somente nos moldes tradicionais utilizando quadro e pincel, oferecendo-lhes um minicurso de como utilizar as novas tecnologias no auxílio do processo de ensino-aprendizagem. Nesta intervenção são utilizados assuntos matemáticos limitados, mas com o esforço e curiosidade pode ser estendido para outros conteúdos. Os resultados obtidos foram satisfatórios e a hipótese de estudo deste trabalho foi comprovada, uma vez que confirmada tanto pelos alunos quanto pelos professores acadêmicos participantes da pesquisa que quando o conteúdo matemático é apresentado de forma dinâmica e manipulado, com o auxílio do computador, a aprendizagem fica facilitada. Para enriquecer a proposta foi desenvolvida uma sequência didática que está sendo deixada como produto educacional em apoio a professores e alunos que queiram sair da forma tradicional de ensinar e aprender Matemática.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Metodologias de Ensino. Computador. GeoGebra.

## ***ABSTRACT***

Considering the difficulties presented by the students in the Mathematics classes, it is known that raising students' interest in the study of this component is a challenge and that the teaching model used by the teacher are factors that directly influence education. Thinking about this problem, this paper presents a teaching proposal guided by the use of technology, in an attempt to produce within the Mathematics class a stimulating environment of learning, arousing in students a greater interest and curiosity. The main objective of this research, characterized as action research, is to present a project with direct application in the classroom with the purpose of contributing to the enrichment of teaching, promoting a relevant and differentiated learning of Mathematics through the use of GeoGebra software. To verify if this use brings positive results for teaching-learning, an intervention project was carried out with 25 students from the 3rd year of high school of the EEEFM Santo Antônio and to complement the proposal in the search to contribute even more in the educational process, was also brought to the knowledge of eleven professors, academics of the Integrated Licentiate course in Mathematics and Physics of PARFOR / UFOPA, in Alenquer- Para, the possibility of escaping from the administration of classes only in the traditional way using a picture and brush, offering them a mini-course on how to use the new technologies to aid the teaching-learning process. In this intervention are used limited mathematical subjects, but with the effort and curiosity can be extended to other contents. The results obtained were satisfactory and the hypothesis of this study was proven, since it was confirmed by both the students and the academic professors participating in the research that when the mathematical content is presented dynamically and manipulated with the help of the computer, the learning is made easier. To enrich the proposal was developed a didactic sequence that is being left as an educational product in support of teachers and students who want to get out of the traditional way of teaching and learning Mathematics.

**Keywords:** Mathematics Teaching. Teaching Methodologies. Computer. GeoGebra.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Alunos da Escola Santo Antônio realizando atividades no GeoGebra.....	36
Figura 2 - Acadêmicos do PARFOR/UFOPA realizando atividades no GeoGebra.....	37
Figura 3 - Construção da atividade 1 no software GeoGebra.....	39
Figura 4 - Construção de um exemplo de função afim decrescente no GeoGebra. ....	40
Figura 5 - Construção da atividade 2 no software GeoGebra.....	42
Figura 6 - Construção da atividade 3 no software GeoGebra.....	43
Figura 7 - Construção da atividade 3 no software GeoGebra: Um contraexemplo.....	44
Figura 8 - Construção da atividade 3 no software GeoGebra: Usando áreas de polígonos regulares.....	45
Figura 9 - Construção da atividade 4 no software GeoGebra.....	46
Figura 10 - Metodologias de ensino mais utilizadas segundo os alunos entrevistados.....	51
Figura 11 - Metodologias de ensino mais utilizados segundo os professores entrevistados. ....	51
Figura 12 - Tela inicial do Geogebra.....	72
Figura 13 - Barra de ferramentas do GeoGebra. ....	73
Figura 14 – Conjunto de ferramentas manipulação.....	73
Figura 15 - Conjunto de ferramentas pontos. ....	74
Figura 16 - Conjunto de ferramentas linhas retas.....	74
Figura 17 - Conjunto de ferramentas posições relativas.....	74
Figura 18 - Conjunto de ferramentas polígonos. ....	75
Figura 19 - Conjunto de ferramentas formas circulares. ....	75
Figura 20 - Conjunto de ferramentas cônicas.....	75
Figura 21 - Conjunto de ferramentas ângulos. ....	76
Figura 22 - Conjunto de ferramentas transformações. ....	76
Figura 23 - Conjunto de ferramentas especiais. ....	76
Figura 24 - Conjunto de ferramentas controles. ....	77
Figura 25 - Conjunto de ferramentas exibição. ....	77
Figura 26 - Outras janelas do GeoGebra. ....	78

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Respostas de alunos ao questionário. ....	53
Tabela 2 - Respostas de professores ao questionário. ....	54
Tabela 3 - Respostas de alunos ao questionário. ....	54
Tabela 4 - Respostas de professores ao questionário. ....	55
Tabela 5 - Respostas de alunos ao questionário. ....	55
Tabela 6 - Nomenclatura utilizada no texto para cada conjunto de ferramentas.....	73

## LISTA DE SIGLAS

EEEFM – Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

PARFOR - Plano Nacional de Formação de Professores

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio

PISA - *Programme for International Student Assessment* - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

PROFMAT – Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional - Mestrado Profissional em Matemática

SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica

UFOPA – Universidade Federal do Oeste do Pará

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>SOFTWARE EDUCACIONAL E A IMPORTÂNCIA DO USO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS A FAVOR DA EDUCAÇÃO.....</b>	<b>18</b>
<b>3</b>	<b>CONHECENDO O GEOGEBRA .....</b>	<b>23</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA DE PESQUISA .....</b>	<b>27</b>
<b>4.1</b>	<b>Motivação da Pesquisa e Relevância do Tema.....</b>	<b>27</b>
<b>4.2</b>	<b>Delineamento da Pesquisa.....</b>	<b>28</b>
<b>4.3</b>	<b>Instrumentos de Coleta de Dados.....</b>	<b>29</b>
<b>5</b>	<b>O PROJETO GEOGEBRA NA ESCOLA .....</b>	<b>30</b>
<b>5.1</b>	<b>Caracterização .....</b>	<b>30</b>
<i>5.1.1</i>	<i>Descrição e Objetivo .....</i>	<i>30</i>
<i>5.1.2</i>	<i>Os Participantes .....</i>	<i>31</i>
<i>5.1.3</i>	<i>O Espaço.....</i>	<i>32</i>
<b>5.2</b>	<b>Metodologia de Aplicação .....</b>	<b>32</b>
<i>5.2.1</i>	<i>Período da Aplicação .....</i>	<i>32</i>
<i>5.2.2</i>	<i>Dificuldades Encontradas na Elaboração e Execução .....</i>	<i>33</i>
<i>5.2.3</i>	<i>Conteúdos Trabalhados.....</i>	<i>34</i>
<b>5.3</b>	<b>Momentos da Aplicação do Projeto .....</b>	<b>35</b>
<i>5.3.1</i>	<i>A Execução .....</i>	<i>35</i>
<i>5.3.2</i>	<i>Descrição das Atividades Realizadas .....</i>	<i>37</i>
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>48</b>
<b>7</b>	<b>PERSPECTIVAS.....</b>	<b>57</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>59</b>
	<b>APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO AOS ALUNOS.....</b>	<b>63</b>
	<b>APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO AOS PROFESSORES.....</b>	<b>65</b>
	<b>APÊNDICE C – PRODUTO FINAL (SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA).....</b>	<b>67</b>

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>70</b>
<b>2</b>	<b>CONHECENDO AS FERRAMENTAS DO GEOGEBRA .....</b>	<b>72</b>
<b>3</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES.....</b>	<b>79</b>
<b>3.1</b>	<b>Atividade 1: Estudo da Função do 1º Grau .....</b>	<b>79</b>
<b>3.2</b>	<b>Atividade 2: Estudo do Gráfico da Função do 2º Grau.....</b>	<b>81</b>
<b>3.3</b>	<b>Atividade 3: Demonstração do Teorema de Pitágoras .....</b>	<b>83</b>
<b>3.4</b>	<b>Atividade 4: Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo .....</b>	<b>85</b>
<b>3.5</b>	<b>Atividade 5: Relações Métricas no Triângulo Retângulo .....</b>	<b>88</b>
<b>3.6</b>	<b>Atividade 6: Construindo o Ciclo Trigonométrico .....</b>	<b>90</b>
<b>3.7</b>	<b>Atividade 7: Construindo as Funções Seno, Cosseno e Tangente. ....</b>	<b>92</b>
	<b>ANEXO A – QUESTÕES DO ENEM .....</b>	<b>94</b>

## 1 INTRODUÇÃO

São notórias as mudanças que o ensino de Matemática tem passado ao longo de sua história no que diz respeito à maneira como se dá o processo de ensino-aprendizagem dos alunos. A Matemática estudada por nossos avós e pais não é tida hoje da mesma forma como naquela época. Há quem diga que algumas mudanças tenham se dado pela necessidade de relacionar o ensino à realidade dos alunos ou então que estas mudanças ocorreram com intuito de despertar o gosto do alunado pela Matemática.

Independente do motivo, certo é que apesar da concepção da Matemática ter supostamente melhorado no que tange ao processo de ensino, é comum deparar-se com alunos que apresentam dificuldades extremas nessa área do conhecimento. Motivados pelo descontentamento, estes educandos acabam desinteressando-se nos estudos, deflorando também o elevado índice de reprovação neste componente curricular.

Os índices apresentados por órgãos responsáveis pela medição da qualidade do ensino, a partir de avaliações da educação, faz tornar evidente esta problemática que vem contribuindo para o panorama de rejeição sofrido pela Matemática ante ao alunado como um todo. O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), por exemplo, de acordo com análises de resultados publicadas em 2016, aponta que a média em proficiência em Matemática, no 3º. ano do Ensino Médio, decaiu de 275 em 2011, para 267 em 2015; o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) deixa evidente em seus resultados que entre as competências dos alunos em Leitura, Matemática e Ciências, a Matemática, em todas as edições da pesquisa, aparece em último lugar e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que apresenta a menor média por escola quando o assunto é Proficiência em Matemática e suas Tecnologias, apesar do pequeno aumento da nota média em 2016.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática: “a insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno” (BRASIL, 1997, p. 15). Acreditando, portanto, que parte da rejeição pode estar atrelada ao modo como a disciplina é ensinada, torna-se essencial que o professor busque alternativas e estratégias de ação que venham implementar aulas interativas e estimulantes, integradas a novos recursos didáticos, no intuito de possibilitar uma aprendizagem mais concreta e significativa.

Frente ao exposto, sabe-se que o uso de computadores no cotidiano social é realidade há algum tempo. Estes estão presentes em muitos dos lugares que frequentamos e tornaram-se necessários para o desenvolvimento de diversas atividades da vida moderna. Dessa forma, não se pode escapar da articulação de tais recursos com o meio educacional, visto que este é uma extensão da sociedade e por isso, sua integração ao processo de ensino é fundamental. Neste sentido, Nascimento (2007, p. 38) afirma: "com a utilização do computador na educação é possível ao professor e à escola dinamizarem o processo de ensino-aprendizagem com aulas mais criativas, mais motivadoras e que despertem, nos alunos, a curiosidade e o desejo de aprender, conhecer e fazer descobertas." Acredita-se, assim, que as escolas deveriam pôr em análise os benefícios que estas mudanças possam vir a trazer para a educação. Para isso, a ação do professor no sentido de integrar essa ferramenta a seu trabalho é primordial.

Mesmo que a presença de computadores na escola venha se tornando frequente, observa-se que seu uso enquanto ferramenta pedagógica está aquém das potencialidades que apresenta e acaba não contribuindo como deveria para o desenvolvimento qualitativo do processo de aprendizagem. Sabe-se que em muitos ambientes escolares o computador serve apenas como um mero digitador de textos, isso quando as escolas se preocupam em manter o laboratório de informática funcionando, o que não acontece nas três escolas de Ensino Médio visitadas no município de Alenquer, no estado do Pará.

Na primeira delas, onde inicialmente, estava programada a aplicação do Projeto de intervenção que faz parte desta dissertação, Projeto este que a partir de agora será chamado de GeoGebra na Escola, a frase dita por um professor quando perguntado sobre quais as condições do laboratório de informática da instituição foi que o laboratório encontra-se desativado e sucateado (informação verbal)<sup>1</sup>, ou seja, a escola dispunha de um laboratório, mas que não era utilizado. A sala estava se desfazendo aos poucos, centrais de ar haviam sido retiradas para outro espaço, os computadores empoeirados e incompletos, enfim, um ambiente que poderia ser utilizado como um diferencial nas aulas não só de Matemática, mas como qualquer outro componente curricular, está ali abandonado. A segunda escola não possuía laboratório de informática, e a última visitada, esta acolhedora do Projeto, conta com um laboratório funcionando parcialmente.

Corroborando com o pensamento de diminuição dos obstáculos no ensino-aprendizagem da Matemática, não se pode pensar em uma educação de qualidade sem o

---

<sup>1</sup> Informação fornecida por um professor da Escola Estadual Amadeu Burlamaqui Simões, em Alenquer, em agosto de 2016.

aperfeiçoamento de técnicas de ensino. Os PCNs de Matemática sustenta a ideia: "há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama" (BRASIL, 1997, p. 15). Frente a isso, presume-se que a aliança entre Matemática e tecnologia computacional oferece ao aluno uma nova forma de aprendizagem e ao professor uma nova metodologia de ensino que é capaz de deixar as aulas mais interativas e atrativas, facilitando a construção do conhecimento pelo próprio aluno, já que, por meio do computador, há a possibilidade de interação, além de despertar a curiosidade e criatividade destes na construção de diversos conceitos matemáticos.

A esse respeito, Baranauskas et al., (1999, p. 49) contribuem:

A tecnologia computacional tem mudado a prática de quase todas as atividades, das científicas às de negócio até às empresariais. E o conteúdo e práticas educacionais também seguem essa tendência. Podemos dizer que a criação de sistemas computacionais com fim educacionais tem acompanhado a própria história e evolução dos computadores.

O Banco Indutor de Trabalho de Conclusão de Curso do PROFMAT propõe ao mestrando o desenvolvimento de proposta inovadora e diferenciada de aulas que aborde temas matemáticos. Dessa forma, o presente trabalho, sendo uma dissertação de mestrado, teve como objetivo geral apresentar um Projeto com aplicação direta em sala de aula, com intuito de contribuir para o enriquecimento do ensino, promovendo um aprendizado diferenciado da Matemática com aulas interativas, através da utilização do computador a partir de um software denominado GeoGebra e, para esta aplicação, montar um material didático de suporte a alunos e professores, apresentando instruções de utilização do software na versão 5.0.269.0-3D, na abordagem de alguns conteúdos matemáticos e que ficará disponível na biblioteca da UFOPA, na Escola onde o Projeto foi aplicado e para download no portal do PROFMAT para que outros professores possam também utilizar com seus alunos.

Os objetivos específicos desta pesquisa são: apresentar aos alunos o software GeoGebra; estimular o uso do programa por professores e verificar a influência que este pode proporcionar ao ser utilizado como recurso didático.

A fim de oferecer ao leitor uma melhor compreensão do desenvolvimento e resultados da pesquisa, este trabalho encontra-se estruturado da seguinte maneira:

Neste capítulo denominado INTRODUÇÃO, está um breve apanhado histórico sobre a rejeição dos alunos para com a Matemática, suas dificuldades de aprendizagem que são manifestadas e comprovadas através das avaliações feitas por órgãos que medem a qualidade de ensino e sobre as metodologias alternativas de ensino pautadas no uso das tecnologias, em específico no uso do computador. O capítulo destaca também os objetivos geral e específicos do trabalho.

O segundo capítulo SOFTWARE EDUCACIONAL E A IMPORTÂNCIA DO USO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS A FAVOR DA EDUCAÇÃO faz uma abordagem teórica acerca do valor das inovações tecnológicas no processo de ensino-aprendizagem, descreve o que são softwares educacionais e mostra a importância dos recursos tecnológicos na escola e sua contribuição como recurso pedagógico para o professor utilizar em suas aulas com o intuito de despertar a vontade do aluno em aprender Matemática, destacando-se a necessidade de uma postura consciente em relação ao uso de tais recursos na educação, além de citar o software GeoGebra como um possível facilitador na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

O terceiro capítulo CONHECENDO O GEOGEBRA faz inicialmente uma apresentação teórica do que é o software, tecendo uma síntese quanto sua criação e desenvolvimento, apresenta ainda sua importância como ferramenta para ensinar e aprender Matemática de forma dinâmica e atrativa, facilitando a construção do conhecimento pelo próprio aluno. Seguindo, há um breve resumo sobre as barreiras e desafios a serem superados nas escolas para a edificação de aulas diferentes dos moldes tradicionais.

O quarto capítulo METODOLOGIA DE PESQUISA está dividido em três seções: a primeira apresenta os motivos pelos quais se resolveu pesquisar a respeito do tema trabalhado, assim como a importância deste para a comunidade escolar e acadêmica; a segunda mostra, por traços gerais, qual foi o tipo de pesquisa utilizada e a apresentação de como a mesma se desenvolveu até a obtenção de seus resultados; e a terceira visa comunicar de forma sucinta os locais onde o Projeto se desenvolveu assim como o público envolvido.

O quinto capítulo APLICAÇÃO DO PROJETO GEOGEBRA NA ESCOLA encontra-se disposto em três seções: a primeira faz uma caracterização geral do Projeto, apresenta a descrição e objetivos do mesmo, o cenário e os participantes; a segunda aponta a metodologia de aplicação, contendo o período em que se deu, os instrumentos utilizados na coleta de dados, relata sobre as dificuldades encontradas na realização e os conteúdos que foram trabalhados; e a terceira narra a respeito dos momentos da aplicação do Projeto, como se deu sua execução e faz a descrição individual das atividades que foram trabalhadas

No sexto capítulo RESULTADOS E DISCUSSÃO encontra-se a análise dos questionários aplicados, fazendo uma avaliação geral a respeito dos efeitos percebidos com realização do minicurso e, quando possível, faz um paralelo entre as repostas do grupo de alunos e do grupo de professores acadêmicos participantes do minicurso.

No sétimo capítulo PERSPECTIVAS retoma-se ligeiramente ao tema da dissertação, pondo em destaque os principais resultados alcançados e impressões que ficaram durante as

aplicações das atividades. Além disso, faz uma conclusão geral do Projeto e deixa sugestões no sentido de que sejam criados projetos de intervenção que ultrapassem os muros da universidade.

O trabalho segue com as REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS que foram utilizadas durante o estudo e, por fim, têm-se ANEXOS e APÊNDICES. Nos apêndices A e B estão, respectivamente, os questionários dirigidos aos alunos e professores acadêmicos. No apêndice C está a apostila com as atividades criadas para serem utilizadas durante os minicursos e que está sendo deixada como produto final desta dissertação. No anexo A está uma seleção de questões de edições do ENEM que foram trabalhadas com os alunos ao final da exposição de cada conteúdo abordado durante o minicurso.

A partir de agora passe-se, portanto, à apresentação dos passos descritos acima.

## **2 SOFTWARE EDUCACIONAL E A IMPORTÂNCIA DO USO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS A FAVOR DA EDUCAÇÃO**

Este trabalho aborda discussões referentes a metodologias de ensino-aprendizagem pautadas no uso de softwares educacionais e recursos computacionais, porém, para apresentá-los como um recurso pedagógico para as aulas de Matemática é necessário avertar um conceito sobre o que vem a ser software educacional, bem como o valor das inovações tecnológicas existentes atualmente a favor da educação e especialmente do componente curricular de Matemática.

Para Ferreira (2001, p. 643) software é "qualquer programa ou conjunto de programas de computador", agora "o que o caracteriza como educacional é a sua inserção em contextos de ensino-aprendizagem" (OLIVEIRA; COSTA e MOREIRA, 2001). Sendo assim, o que o faz como um recurso auxiliador na metodologia de ensino é a utilização que o professor faz para atingir a aprendizagem do aluno.

A princípio, os computadores eram ferramentas utilizadas apenas por pesquisadores e cientistas, entretanto, com a evolução das tecnologias e seu atrelamento a vida social cotidiana, o homem passou a utilizá-lo como um aliado quase inseparável nas diversas esferas (social, profissional, familiar) que compõem sua vida. Neles, o homem encontrou uma forma de evoluir individual e socialmente.

Não se pode negar o impacto provocado pela tecnologia de informação e comunicação na configuração da sociedade atual. Por um lado, tem-se a inserção dessa tecnologia no dia-a-dia da sociedade, a exigir indivíduos com capacitação para bem usá-la; por outro lado, tem-se nessa mesma tecnologia um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática (BRASÍLIA, 2006, p. 87).

Percebe-se que, o uso dessa tecnologia se propaga nos meios acadêmicos fornecendo suporte ao processo de ensino-aprendizagem no intuito de fornecer a educadores e educandos, alternativas que contribuam para a construção de um ensino interdisciplinar, significativo e estimulante para ambos.

Nessa ótica, os computadores nas escolas transformam-se em um poderoso recurso de suporte ao ensino-aprendizagem. Sobre isso, Valente (1999, p. 1) afirma que: "o computador pode ser também utilizado para enriquecer ambientes de aprendizagem e auxiliar o aprendiz no processo de construção do seu conhecimento". Se referindo ao uso do computador na educação, Lima et al., (2016, p. 8) descrevem:

O computador potencializa a reflexão, o pensamento e o raciocínio por meio dos recursos que este instrumento possui de simulação, interação e de raciocínio por hipóteses; é uma forma de tornar o aluno sujeito participante de sua própria aprendizagem e, ao mesmo tempo, uma forma plausível de transformar a sala de aula num ambiente mais dinâmico e atrativo, melhorando conseqüentemente, o rendimento escolar.

De fato, considera-se ser necessário a utilização de tais recursos em sala de aula com o propósito de influenciarem no trabalho docente, colaborando na diminuição dos bloqueios que muitos alunos manifestam em relação à Matemática.

Mesmo com tantos benefícios, é importante ressaltar que o uso desta ferramenta na educação não pode se dar aleatoriamente, seu uso só faz sentido se os professores se colocarem como mediadores entre os conteúdos vistos em sala de aula e sua aplicação no software, ou seja, é imprescindível que haja um planejamento prévio pautado em objetivos claros, devendo o professor orientar o aluno no uso de tal ferramenta. É preciso, ainda, ficar atento, pois quando se decide fazer uso das novas tecnologias na escola, é necessário estar preparado e disposto a assumir uma postura diferenciada frente ao processo educacional.

Essa postura refere-se não apenas à forma de planejar, mas à maneira de enxergar o processo educacional como algo interativo e instigante que se pauta na participação ativa de docentes e discentes, distante, portanto, de aulas enfadonhas e abstratas.

Referindo-se ao uso do computador, Valente e Freire (2001, p. 32), afirmam: "[...] não exige muito investimento na formação do professor. Para ser capaz de usar o computador nessa abordagem, basta ser treinado nas técnicas de uso de diferentes softwares educacionais".

Contudo, mesmo diante destas possibilidades, não se pode perder de vista que, apesar da grande utilidade do computador na educação, esta ferramenta em tempo algum substituirá o papel do professor, visto que o processo educativo envolve diversas questões (subjetividade, laços afetivos, mediações, motivações, etc) que jamais poderiam ser realizados por máquinas, uma vez que são inerentes a condição humana. Por outro lado, é inegável que o suporte tecnológico pode contribuir grandemente com o processo educativo desempenhando um papel de destaque junto ao professor na elaboração de sua ação docente, mas deve-se usá-lo com discernimento, a fim de obter diferentes resultados no processo de ensino-aprendizagem.

A potencialidade do computador, através dos softwares como ferramenta educacional, é incontestável, mas devem ser usados com discernimento, sendo necessário que o professor observe a qualidade do material que está se dispondo a utilizar, se este se adequa à faixa etária dos alunos, se favorece a construção do conhecimento e se é de fácil uso. Estes pontos devem ser considerados na hora de apresentar o software às turmas, a fim de obter eficientes resultados no processo de ensino-aprendizagem.

A esse respeito, os PCNs de Matemática nos dizem que:

Quanto aos *softwares* educacionais é fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento (BRASIL, 1997, p. 35).

Com isso, mais uma vez destaca-se o papel fundamental do professor para que a utilização de quaisquer ferramentas pedagógicas dê resultado, visto que a mais avançada das tecnologias não se compara com a dedicação de quem se submete a utilizá-la.

Sobre isso, Kuethe (1977, p. 151) nos diz que:

Não basta o professor desejar que seus alunos aprendam os conceitos fundamentais de Física, Biologia, História, ou qualquer outra disciplina. Ele deve possuir também a capacidade e a aptidão de alcançar essa meta. A mais nobre de todas as metas não produzirá resultados se não houver algum método ou processo que permita aos discentes avançar em direção a ela.

Certos de que a educação tem utilizado ultimamente a expansão e inovação de tecnologias a seu favor, é razoável pensar que, não somente a Matemática, mas todas as disciplinas escolares podem e deveriam inserir a tecnologia como suporte didático para a construção do conhecimento em sala de aula, a fim de fazer das aulas, espaços mais agradáveis, instigantes e dinâmicos. Mas, infelizmente o uso da tecnologia ainda é visto com receio por muitos professores. Para tanto, motivar e instrumentalizar o professor para interagir nesse novo panorama é crucial para o sucesso desta empreitada.

Por outro lado, é sabido que em muitas instituições de ensino, em especial no município de Alenquer, a precariedade estrutural e pedagógica existe, e foi entrave para a concretização deste Projeto ainda audacioso. Prova disso, como dito, é que das três escolas de Ensino Médio visitadas, uma encontrava-se com laboratório sem condições de uso, outra não possuía a estrutura física de laboratório e a terceira possuía laboratório em funcionamento parcial, graças a projetos que a própria direção e professores se empenham em realizar para mantê-lo funcionando. Mesmo assim, conforme os PCNs de Matemática:

[...] embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevendo-se sua utilização em maior escala a curto prazo. Isso traz como necessidade a incorporação de estudos nessa área, tanto na formação inicial como na formação continuada [...] seja para poder usar amplamente suas possibilidades ou para conhecer e analisar softwares educacionais (BRASIL, 1997, p. 35).

Diante disso, não se pode ignorar que hoje se vive em um mundo globalizado e conectado, onde a informática é uma realidade que precisa ser explorada em benefício da educação de qualidade que se almeja. Como mencionado, o computador em si não deve ser tido como a solução para as dificuldades de aprendizagem, mas amparando o educador para

sua utilização enquanto ferramenta auxiliar nesse processo potencializando seus benefícios, como afirmam Gravina e Santarosa (1998, p. 21): "os ambientes informatizados, na forma que se apresentam hoje, por si só, não garantem a construção do conhecimento. Para que haja avanço no conhecimento matemático, é importante que o professor projete as atividades a serem desenvolvidas". Vale ressaltar que o docente não precisa ser nenhum especialista em informática, basta apenas dominar o conteúdo e demonstrar interesse em aprender a utilizar as ferramentas que estão em ponto de colaborar com a educação. Utilizando-a de forma objetivada, essa metodologia apenas tem a acrescentar ao processo educativo. Quanto a isso, Nérice (1992, p. 54) acrescenta:

A metodologia do ensino deve ser encarada como meio e não como um fim, pelo que deve haver por parte do professor, disposição para alterá-la, sempre que sua crítica sobre a mesma o sugerir. Assim, não se deve ficar escravizado à mesma, como se fosse algo sagrado, definitivo, imutável.

Ante a isso, o professor deve estar disposto a planejar a ação para que esta reflita em condição favorável ao desenvolvimento do ensino e à construção do conhecimento.

É fato que o receio do "novo", talvez contribua para que muitos educadores permaneçam escravizados por métodos superados e por vezes ineficientes de ensino, porque o novo os obriga a rever-se. Paralelamente, os alunos recaem em uma formação deficitária e nada condizente com a sociedade informatizada em que vivem atualmente. Nessa visão, é fundamental proporcionar ao professor, subsídios para lidar com esta realidade. Apostar no uso da tecnologia para a superação dessa problemática parece ser razoável para produzir novas alternativas de ensinar e aprender, pois:

O computador é uma ferramenta com um grande potencial, que deve ser profundamente explorado para oferecer o máximo. Assim, certos usos subestimam tal potencial e certas funções poderiam ser executadas com o auxílio de outros materiais ou objetos comuns. Simplesmente substituir o livro, como na abordagem instrucionista, ou ser usado como passatempo é muito pouco para um instrumento que pode enriquecer e revolucionar a vida de um indivíduo que, muitas vezes, observa o mundo passivamente (VALENTE e FREIRE, 2001, p. 39).

Nesta concepção, é essencial que o professor esteja apto a utilizar o computador de forma a promover uma aprendizagem mais significativa, atrativa e prazerosa para seus alunos. O computador no laboratório de informática não pode estar restrito a navegação na internet ou digitação de trabalhos, ele deve ser explorado o máximo possível, dadas as inúmeras possibilidades de recursos que dispõe.

Sobre essa discussão, Nascimento (2007, p. 38) complementa:

As utilidades e os benefícios no desenvolvimento de diversas habilidades fazem do computador, hoje, um importante recurso pedagógico. Não há como a escola atual deixar de reconhecer a influência da informática na sociedade moderna e os reflexos dessa ferramenta na área educacional.

Nessa trilha, faz-se necessário superar pensamentos alimentados por alguns professores e comunidade escolar como um todo. Ideias de que para implantar aulas com utilização de recursos tecnológicos é necessária uma estrutura enorme de recursos, de laboratórios de última geração e que são necessários altíssimos investimentos com cursos para que os professores se adequem ao uso de tais instrumentos.

Outra visão que deve ser deixada de lado é que são necessárias muitas horas de planejamento para cada hora de aula no laboratório de informática, sabendo que planejamento é parte inerente da rotina não apenas de professores, mas de todo ser humano em qualquer aspecto de sua vida. E se, por um lado, inicialmente possa haver certa dificuldade em planejar, ainda assim, trabalhar na produção de uma aula que realmente contribua para o aprendizado do aluno é o suficiente para enfrentar o obstáculo do “novo”, do “diferente”. Nessa visão, Nascimento (2007, p. 44) afirma que:

A informática pode ser um excelente recurso pedagógico a ser explorado por professores e alunos quando utilizada de forma adequada e planejada. Reitera-se, assim, a importância da definição de objetivos e a elaboração do projeto pedagógico da escola, que deve levar em consideração as características, os interesses e as necessidades locais, para que a integração do computador ao processo educacional possa ser efetivada de forma positiva e eficaz.

Assim sendo, o pensamento de integrar a tecnologia ao processo de ensino deve estar intrinsecamente ligado as peculiaridades dos discentes que serão atendidos, considerando a realidade e a necessidade de cada um.

É fato que o surgimento de eficientes programas computacionais no meio educacional trouxe uma expectativa animadora, dada a possibilidade de utilização de uma metodologia diversificada que procura levar mais significados ao ensinar e aprender Matemática que, sendo um dos pilares da educação básica, tornou-se, nas últimas décadas, fonte de preocupação e frustração entre docentes e discentes, devido ao elevado índice de reprovação observado nas escolas e aos baixos índices apresentados pelos órgãos que medem a qualidade do ensino. O cenário atual relacionado ao ensino e aprendizado deste componente, exige alternativas que estimulem o interesse do alunado para o entendimento da mesma.

Cientes da discussão traçada até aqui e considerando o importante papel da escola para a formação do indivíduo, bem como, das contínuas transformações sociais onde os avanços tecnológicos estão presentes, acredita-se que uma das maneiras de o educador servir-se do computador como instrumento educacional é por meio de softwares educativos. Assim, este trabalho vem apresentando uma proposta pautada no uso do recurso tecnológico chamado GeoGebra, software o qual será apresentado no capítulo seguinte.

### 3 CONHECENDO O GEOGEBRA

Desenvolvido em 2001 pelo professor Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburgo, na Áustria, o GeoGebra é um software educacional voltado especificamente para a área da Matemática, podendo ser utilizado no ensino-aprendizagem deste componente para explorar diversos conteúdos da grade curricular como: trigonometria, funções, geometria plana, espacial e analítica, expressões algébricas, matrizes, estatística, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, entre outros.

No início, a maioria dos materiais sobre GeoGebra encontravam-se somente em francês, porém pela grandiosidade do software, colaboradores de outros países viram a necessidade de traduzi-los para outros idiomas, inclusive o português.

É interessante ressaltar que o GeoGebra possui uma interface de fácil comunicação a partir de um menu e uma lista desdobrável de ferramentas que oferecem várias possibilidades de construção. Além disso, é um software de acesso livre, podendo ser encontrado para download, em diversos idiomas para milhões de usuários em torno do mundo, diretamente no site oficial<sup>2</sup>, além da versão online que pode ser encontrada e utilizada sem a necessidade de instalação no computador e ainda conta com a recente versão para android, podendo ser instalado também em smartphones e tablets.

Por possuir uma simples e ampla barra de ferramentas, o GeoGebra pode ser utilizado em quaisquer níveis e modalidades de ensino, desde o ensino básico até o ensino superior. O mesmo pode vir a ser, e já é na maioria dos cursos de graduação, um importante aliado dos professores do ensino básico, como recurso metodológico dinâmico e como uma ferramenta viável para a melhoria de suas aulas.

O desenvolvimento de muitos softwares educativos se dá pensando em recursos que objetivam chamar a atenção do alunado. Entre os grandes benefícios no uso do GeoGebra estão seu apelo visual e seu designer simplificado, onde a possibilidade de movimentos presentes na janela de visualização se contrapõem às características do ensino habitual, no qual as representações matemáticas são vistas de forma estática no quadro ou na folha de um livro. É claro que o quadro branco e o pincel não deixam de ser importantes, sobretudo nas aulas de Matemática, pois o professor os utiliza para interagir com a turma, além de empregá-los na apresentação de soluções para as várias questões trabalhadas ou na demonstração de

---

<sup>2</sup> [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

um teorema, porém, todos haverão de concordar que ambiente típico como este se mostra imensamente limitado na abordagem de alguns conteúdos. Sendo assim, quadro e pincel, livros, apostilas e bateria de exercícios não se equiparam ao dinamismo que contém um software como o GeoGebra.

O site do GeoGebra promove uma série de tutoriais para iniciantes que estão disponíveis em 62 idiomas, além vídeos com instruções de construções de diversos conteúdos matemáticos que podem ser feitos no software, listas de construções e também conta com atividades feitas por professores e alunos do mundo inteiro, bem como fóruns onde os usuários podem tirar suas dúvidas e interagir uns com os outros.

Reunindo Geometria, Álgebra e Cálculo, o software está munido de diferentes janelas: a gráfica, onde são apresentados os desenhos geométricos tanto em duas quanto em três dimensões; a algébrica, que mostra os objetos matemáticos inseridos no campo de entrada ou mesmo na janela das construções, além das janelas de cálculo e de planilhas. Apesar de contar com estas quatro diferentes janelas, todas elas estão interligadas dinamicamente, ou seja, adaptam-se automaticamente às modificações efetuadas em qualquer uma delas, independentemente da forma como esses objetos foram construídos inicialmente. Outras características e indicações destas janelas encontram-se no material específico para a aplicação do Projeto GeoGebra na Escola, que está no apêndice C.

Perante seus aspectos técnicos e visuais, o GeoGebra é dinâmico e apresenta instruções de forma clara, porém, como fora descrito anteriormente, faz-se necessário uma explicação prévia do conteúdo a ser estudado, para então o professor apresentar exemplos e construções explorando a dinamicidade que o programa oferece. Segundo o site do GeoGebra, os estudantes o adoram porque: "ele torna a matemática dinâmica, interativa e divertida. O GeoGebra oferece aos estudantes uma maneira nova e excitante de se aprender Matemática que vai além do quadro e giz"; os professores o adoram porque: "ele dá aos professores liberdade e autonomia para criarem aulas que eles sabem que os alunos acharão interessantes" e as escolas adoram porque: "estudantes que usam o GeoGebra são estudantes mais motivados e que obtêm melhores resultados."

No Brasil esta ferramenta já vem sendo utilizada em diversos estados. Professores de Santa Catarina já receberam homenagens do Projeto Prêmio Educador Nota 10, prêmio este que reconhece o trabalho de professores, mostrando a importância da aprendizagem de crianças e jovens, pela criatividade e inovação dentro da escola, visto que o software oferece grandes contribuições e inovações para os ambientes escolares. Uma das professoras homenageadas descreve:

Descobri o software gratuito Geogebra num artigo publicado por Luís Cláudio Lopes de Araújo na Revista do Professor de Matemática. Resolvi explorá-lo e fiquei encantada com as possibilidades que vislumbrei ao perceber que essa tecnologia associada aos conteúdos que eu desenvolvo com meus alunos abriam novas oportunidades de ensino para a área de matemática (PINTRO, 2013).

Percebe-se que, a aplicação didática deste programa pode trazer importantes contribuições para que as aulas de Matemática tenham um complemento de forma mais “real” do trabalho realizado em sala de aula, pois os alunos não apenas ouvirão as explicações, mas terão oportunidade de conferir por meio de construções dinâmicas que exemplificam o que lhe está sendo explicado, o que faz do programa um excelente laboratório de aprendizagem de diferentes conteúdos matemáticos.

Neste sentido, Hohenwarter (2007, p. 1) afirma:

Por um lado, o GeoGebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas como com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica. Por outro lado, equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente através do GeoGebra. Assim, o software tem a capacidade de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos; permite achar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos. Essas duas visões são características do GeoGebra: uma expressão em álgebra corresponde a um objeto concreto na geometria e vice-versa.

As construções feitas no GeoGebra com o auxílio do campo de entrada de comandos através do teclado e/ou do mouse não permanecem imóveis, elas se mexem sob o comando do usuário, ou seja, os pontos, segmentos, retas, vetores, circunferências criados podem ser movimentados com o mouse sem que as propriedades e relações matemáticas existentes em suas criações sejam desfeitas ou desorganizadas, muitas vezes deixando evidentes os aspectos invariantes (ou variantes) de determinadas construções. Logo, pode-se dizer que o GeoGebra é um conjunto de geometria dinâmica reunida com a computação algébrica.

A informática educativa vê no computador uma ferramenta ou mais um recurso didático a ser utilizado no ambiente escolar pelo professor e pelos alunos. O software em questão, além de estimular o aluno para o estudo da Matemática, facilita o entendimento dos conteúdos, auxiliando-os na construção do conhecimento, ou seja, através do software eles podem construir suas próprias definições baseadas nas construções feitas na tela. “O trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e a aprender junto com seus colegas, trocando suas produções e comparando-as” (BRASIL, 1997, p. 35).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio (PCNEM) deixa evidente:

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento (BRASIL, 2011, p. 41).

É fato que a maioria dos professores não utiliza softwares educacionais por falta de conhecimento da existência dos mesmos ou, sobretudo por não estar habituados a utilizar tecnologias a favor da educação, ocorrência esta que foi verificada desde os estágios da Universidade até hoje em convivência nas escolas e com os colegas professores durante o curso de mestrado. Tendo em vista que são muitas as barreiras encontradas pelos docentes em relação à aprendizagem dos conceitos matemáticos por parte dos alunos, os recursos existentes neste software podem vir como uma ferramenta de grande feito para superar algumas dessas dificuldades.

## 4 METODOLOGIA DE PESQUISA

### 4.1 Motivação da Pesquisa e Relevância do Tema

Desde o período da graduação no curso de Licenciatura Plena em Matemática, participação de projetos de monitoria e dos estágios obrigatórios até o presente momento atuando como professora na rede municipal de ensino tem sido constante a convivência com as problemáticas que envolvem o ensino de Matemática. Tal situação fez surgir o desejo em tratar de um tema tão necessário como o desta pesquisa. Em conciliação com este fato, a opção por este tema também se deve à influência que a tecnologia, em especial o computador, tem tomado em todos os campos, incluindo a área educacional.

A partir de pesquisas realizadas e do conhecimento da realidade no âmbito escolar nos municípios de Santarém, Monte Alegre e Alenquer, leva-se a crer que, o ensino-aprendizagem de Matemática segue o mesmo padrão na maioria dos municípios brasileiros, com raras exceções. Esse pensamento é evidenciado quando se observa o índice de rejeição e reprovação nesta disciplina, assustoso, por sinal. Talvez isso contribua para que o aluno veja a Matemática como a disciplina "monstro".

Sobre isso Tatto e Scapin (2004, p. 58) relatam:

No convívio com os alunos, percebe-se, empiricamente, o fenômeno da rejeição que ocorre quando se deparam com a disciplina de Matemática. Em todos os níveis de ensino, desde o aluno que ingressa nos primeiros anos, até o ensino superior, encontramos esta rejeição na afirmação de que a Matemática é difícil.

Nesse contexto, dois problemas acabam desastrosamente convergindo: a falta de interesse dos alunos em aprender e a falta de uma metodologia adequada para ensinar, metodologia esta que estimule o interesse do aluno para o aprendizado.

Somente conhecendo os problemas e dificuldades que cercam o ensino e a aprendizagem da Matemática é que se pode estudar e propor formas de intervenção que busque alterar positivamente a atuação de professor e aluno em sala de aula. Desta forma, diante da problemática exposta e considerando as diversas finalidades de um trabalho acadêmico, considera-se que este tem grande relevância para a comunidade escolar, pois busca a partir da integração entre tecnologia e ensino, oferecer uma metodologia alternativa que poderá contribuir tanto para o trabalho do professor como para o aprendizado do aluno, pautada em aulas mais instigantes e interativas, buscando atingir e aumentar o interesse do educando por este campo do saber através do uso do GeoGebra.

## 4.2 Delineamento da Pesquisa

A pesquisa aqui desenvolvida trata-se de uma pesquisa educacional com elementos de pesquisa-ação, visto que possui base empírica, ou seja, é baseada na experiência e observação e que foi realizada seguida de uma ação, pois o estudo do tema deu origem a uma intervenção metodológica no intuito de melhorar o panorama observado em relação ao ensino-aprendizagem de Matemática. É por meio da pesquisa-ação que o docente tem oportunidade de refletir de forma crítica sobre suas ações e buscar meios para melhorá-las. Para se chegar ao projeto de intervenção, inicialmente foram utilizadas bibliografias eletrônicas e livros com o propósito de buscar a familiaridade acerca de assuntos referentes às dificuldades dos alunos na assimilação dos conteúdos matemáticos e sobre o processo de ensino-aprendizagem. Em seguida, buscou-se conhecer as metodologias utilizadas para o ensino de Matemática e a importância de o professor introduzir inovações metodológicas em suas aulas, sobretudo pautadas na tecnologia, em específico o uso do software GeoGebra como um aliado neste campo.

O próximo passo foi a verificação, através de conversa com professores de Matemática da escola pesquisada, sobre as metodologias mais utilizadas em suas aulas, para então, finalizar com um Projeto de intervenção, que, levando em consideração a importância de formas atrativas e interativas de aprender e ensinar Matemática, visou levar ao conhecimento tanto de alunos como de professores acadêmicos, o uso do Software GeoGebra nas aulas desse componente curricular, a fim de aumentar a motivação de ambas as partes. Para isso, foram utilizadas aulas em formato de minicurso.

Após a apresentação da proposta à direção, docentes e discentes e a realização das atividades previstas para os encontros com alunos e professores, foi realizada a aplicação de questionários com a intenção de verificar a opinião de ambos sobre o trabalho desenvolvido durante o minicurso. Questionários estes que serviram para observar as transformações nas percepções dos alunos e professores acadêmicos sobre as aulas que veem de costume e as aulas em um laboratório de informática com o auxílio de um software.

Confirmando a evidência sobre o tipo de pesquisa utilizada, Gressler (2004, p. 63) enfatiza:

O principal objetivo da pesquisa-ação é investigar problemas e suas possíveis soluções, visando resolvê-los com direta e imediata aplicação de seus resultados o que caracteriza uma intervenção. Pode ser utilizada para levantar elementos para embasar mudanças e desenvolver eficientemente a prática educativa em sala de aula, por exemplo.

Ainda sobre isso, Gil (2010, p. 42) define pesquisa-ação como:

[...] a pesquisa que não apenas contribui para a produção de livros, mas também conduz à ação social. A pesquisa ação tem características situacionais, já que procura diagnosticar um problema específico numa situação específica, com vistas a alcançar algum resultado prático.

Desta forma, esta pesquisa está apresentando, como produto final, um material de autoajuda que poderá servir como apoio a professores e alunos nas aulas de Matemática. O material (apêndice C) está voltado para assuntos limitados, mas com o esforço e curiosidade destes, pode ser estendido para outros conteúdos.

### **4.3 Instrumentos de Coleta de Dados**

No decorrer da pesquisa, o primeiro instrumento de coleta de dados para a elaboração do Projeto foi a conversa informal com a direção da escola, professora e turma sobre a utilização do laboratório de informática e metodologias utilizadas nas aulas de Matemática, pensando ser conveniente a aplicação de uma intervenção somente em ambiente que ainda não utilizem aulas aos moldes do projeto desenvolvido. Outra forma de coleta de dados deu-se durante a realização do minicurso, tanto para os alunos como para os professores acadêmicos, onde foram feitas observações sobre o comportamento destes diante do método de ensino exposto e, ao final, optou-se por interrogar a opinião dos participantes, através de um questionário feito a cada grupo, visto que esta é uma técnica bastante corrente e relevante para ser empregada quando se trata de problemas como os dessa pesquisa, com questões de cunho empírico, abrangendo posicionamentos, opiniões e percepções dos entrevistados em relação à proposta de ensino apresentada. Os questionários estão nos apêndices A e B, com questões objetivas e subjetivas que serão discutidas posteriormente.

## **5 O PROJETO GEOGEBRA NA ESCOLA**

### **5.1 Caracterização**

#### **5.1.1 Descrição e Objetivo**

O Projeto GeoGebra na Escola foi elaborado com intuito de apresentar através de minicurso, uma proposta alternativa de ensino pautada na junção entre Matemática e tecnologia, a fim de contribuir com o trabalho do professor e com o aprendizado do aluno. A referida proposta visa, portanto, fomentar situações de ensino-aprendizagem diferentes das habituais que são observadas nas salas de aula, tal proposta conta com o auxílio do software educacional matemático denominado GeoGebra. Este software permite a construção e visualização de movimentos interativos que torna possível a aluno e professor fazer e ver coisas que dificilmente seriam feitas e vistas se utilizados somente quadro e pincel, proporcionando ao primeiro a possibilidade de construir seu próprio conhecimento e ao segundo, motivar o aluno à aprendizagem, com a exposição de conteúdos de forma mais dinâmica.

Sabe-se que é grande o número de professores que ainda não está habilitado ao uso de tecnologias no cotidiano, muito menos ao seu uso em sala de aula. Diante disso, visando complementar a proposta deste trabalho a fim de contribuir ainda mais no processo educacional, além de mostrar aos alunos a metodologia alternativa de ensino surgiu também a necessidade da elaboração e realização de um minicurso destinado a professores, possibilitando-lhes obter conhecimento e formas de aplicações de novas tecnologias no auxílio do processo de ensino-aprendizagem, fugindo da ministração somente de aulas nos moldes tradicionais. Isso, pois, considerando ser insuficiente instrumentalizar apenas os alunos a lidarem com o software, se os professores não estiverem nas mesmas condições, isto não estaria contribuindo de forma satisfatória no processo educacional, pois a condução das mudanças necessárias para a continuidade do mesmo depende, em grande parte, do professor.

Partindo deste pensamento, a direção da escola Santo Antônio foi comunicada sobre o interesse em construir um grupo de cada categoria (aluno e professor) para a realização do Projeto no laboratório de informática, na busca de mostrá-los a mesma matemática vista em sala de aula, mas utilizando um recurso diferente do que estão acostumados a ver, valendo-se do GeoGebra.

A diretora daquele educandário se prontificou a articular um momento com os professores de Matemática, visto que eram quatro, e estes trabalhavam em mais de uma escola em dias e horários diferentes. Apesar do interesse e boa vontade da diretora na articulação deste momento, a falta de tempo livre em comum com todos os professores impediu a execução do minicurso com eles. Porém, o professor orientador desta pesquisa cogitou a possibilidade de estender o Projeto aos acadêmicos da turma de Licenciatura Integrada em Matemática e Física do PARFOR/UFOPA, no município de Alenquer. Esta sugestão foi aceita e, desde então, procurou-se promover um momento com esta turma para a exposição do minicurso.

Juntamente com a criação desta proposta de ensino, foi construído um material de apoio (apêndice C), que pudesse contribuir para o estudo de alguns conteúdos matemáticos contando com o auxílio do software GeoGebra.

### 5.1.2 Os Participantes

A apresentação do Projeto deu-se em dois momentos distintos. O primeiro aconteceu com uma turma de 25 alunos com faixa etária entre 16 e 19 anos, do 3º. ano do Ensino Médio da turma M3MR01. O segundo sucedeu-se com um grupo de onze professores da turma concluinte do curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física do PARFOR/UFOPA, Programa este cujo objetivo é fomentar a educação superior para professores em exercício na rede pública de educação básica, em especial àqueles que lecionam em áreas diferentes de sua formação. Vale ressaltar, portanto, que dos onze participantes desta turma, apenas seis são professores que atuam na área de Matemática, o restante em diferentes áreas da educação.

A seleção da turma de alunos deu-se a partir da indicação de uma das professoras de Matemática da Escola Santo Antônio, que, dentre as duas possibilidades pensadas (9º. ano no Ensino Fundamental ou alguma turma de Ensino Médio), a mesma sugeriu que fosse aplicado a uma turma de 3º. ano do Ensino Médio, visto que as turmas de Ensino Fundamental eram superlotadas, não condizendo com o número de computadores em funcionamento na sala de informática.

Quanto à seleção do grupo de professores, a turma escolhida do PARFOR/UFOPA é a única do curso Licenciatura Integrada em Matemática e Física que funciona na cidade.

### **5.1.3 O Espaço**

O minicurso para os alunos aconteceu na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Santo Antônio, situado à Travessa Dez de Outubro no Centro do município de Alenquer, localizado no Oeste do estado do Pará. O espaço da escola a receber o Projeto foi o laboratório de informática, ambiente este com a climatização deficitária e que contava apenas com quatorze computadores em funcionamento, impossibilitando, desta forma, o desejo que cada aluno utilizasse um computador, sendo necessário que estes realizassem as atividades em dupla.

Quanto ao minicurso com os professores acadêmicos do PARFOR/UFOPA, não foi possível ser realizado no mesmo ambiente devido este estar ocupado nas datas disponíveis para os participantes. Sendo assim, as atividades ocorreram no auditório da Escola Municipal de Ensino Infantil e Fundamental Nova Esperança, situada à Travessa Dois de Outubro, no bairro Esperança. Como o laboratório de informática desta estava desabilitado, se fez necessário que cada participante utilizasse seu computador pessoal para a construção das atividades. Os que não possuíam, juntavam-se em dupla para juntos construírem o que lhes era solicitado.

## **5.2 Metodologia de Aplicação**

### **5.2.1 Período da Aplicação**

Após articular com a professora de Matemática da turma os conteúdos que seriam trabalhados e os horários que estariam disponíveis, a classe foi comunicada sobre a realização e objetivos do minicurso, além da data de início das atividades. Percebeu-se por parte dos alunos certo entusiasmo com a proposta, principalmente por ser em ambiente diferenciado da sala de aula.

O minicurso promovido aos alunos foi ministrado nos dias 17, 18, 19 e 24 de outubro de 2016. Foi trabalhado um total de oito aulas, motivo pelo qual não foi possível a conclusão de todas as atividades previstas, devido alguns contratemplos que surgiam neste período, mas considerando o proveito já visto durante os encontros realizados, foi decidido fazer a aplicação dos questionários no dia 24, encerrando assim as atividades com os alunos.

Dentre os sete exercícios programados, foram selecionados quatro que serão aqui apresentados, incluindo o processo de construção, bem como o de análise de cada atividade

feita pelos alunos. Vale ressaltar que, apesar de não serem concluídas todas as construções, foram repassados os arquivos já criados para os computadores, para que fossem analisados e respondidos os questionamentos que estavam programados na apostila, além da resolução de questões do ENEM referentes àquele conteúdo.

O minicurso com os professores acadêmicos do PARFOR/UFOPA deu-se em encontros promovidos nos dias 22 e 23 de novembro de 2016. A turma em sua maioria são professores que moram na zona rural do município de Alenquer e na cidade vizinha de Curuá. Por esse motivo, o número de encontros com este grupo foi reduzido para somente estes dias, pois nesse período todos deveriam estar na cidade para aulas de orientação do estágio supervisionado. Gentilmente a professora responsável pela turma, concedeu esse momento para que fosse apresentado o Projeto a eles.

### **5.2.2 Dificuldades Encontradas na Elaboração e Execução**

Alguns empecilhos surgiram antes e durante a realização do Projeto. De início, este não pôde ser aplicado na escola onde a autora está lotada, visto que o laboratório de informática encontrava-se desativado. Houve, por conseguinte, a necessidade de sair em busca de uma escola com sala de informática em funcionamento. Optou-se em procurar escolas estaduais, considerando que seria mais fácil estas estarem equipadas. Das três escolas inicialmente visitadas, somente uma possui laboratório de informática funcionando parcialmente, nesta, portanto, foi realizado o projeto de intervenção com os alunos.

O fato da escola de aplicação não ser o local de trabalho da autora desta pesquisa dificultou o encontro com os alunos, que dependia do horário de trabalho e dos horários que eram cedidos pelos professores daquela turma, horários esses que nem sempre coincidiam, além do mais, alguns dias, a escola precisaria do laboratório de informática para a realização de um curso de capacitação oferecido aos funcionários, além do período de jogos, feriados e dias facultados impossibilitando os encontros.

Outro obstáculo durante a aplicação do Projeto foi a falta de data show disponível na escola de aplicação, sendo necessário levá-lo do local de trabalho da autora. Ainda assim, alguns inconvenientes aconteceram para que se pudesse utilizá-lo fora daquele ambiente. Em um dos encontros, inclusive, foi necessário fazê-lo sem auxílio de data show, porém somente com a apostila que estava disponível, foi possível a conclusão da atividade prevista. Isto foi um acontecimento bastante interessante, pois os alunos perceberam e comentaram a diferença na exposição do conteúdo naquela aula, pelo fato de nos outros encontros ser mostrado e

explanados os conteúdos com a projeção da tela do GeoGebra no quadro em apoio à explicação do conteúdo que lhes era dado.

Na data marcada para a conclusão do minicurso e aplicação dos questionários, uma chuva torrencial impediu alguns alunos de chegarem até a escola, sendo necessário voltar em outro momento para que os alunos faltosos pudessem dar sua contribuição respondendo ao questionário proposto.

Terminado o processo com os alunos, outras barreiras surgiram para que fosse reunido a turma de professores acadêmicos, pois a presidente desta informou que dificilmente seria possível reunir um número bom de alunos, visto que a maioria reside na zona rural e na cidade de Curuá. Mas em um segundo contato, esta informou que estariam reunidos durante alguns dias para resolverem situações referentes ao estágio supervisionado. Neste ínterim, foi combinado com a turma e a professora de estágio que proporcionasse um momento durante este período para participarem do minicurso.

Mesmo diante das dificuldades citadas, foi gratificante ver o entusiasmo dos participantes durante todo o processo, desde a anúncio, principalmente para os alunos, que seria realizado um Projeto de Matemática na sala de informática, até a realização das atividades. Os resultados propriamente ditos serão mais bem descritos em seção posterior.

### 5.2.3 Conteúdos Trabalhados

Como o minicurso seria uma demonstração da maneira que as aulas de Matemática poderiam ser ministradas com a utilização da ferramenta computacional, foi pensado, inicialmente, em evidenciar somente conteúdos básicos de trigonometria, porém, no decorrer do processo decidiu-se por estendê-lo à abordagem de outros assuntos dentro da Matemática. Esta mudança ocorreu após uma conversa com a professora de Matemática da turma que receberia o Projeto. A mesma sugeriu que outros conteúdos poderiam ser versados visando o ENEM que os alunos seriam submetidos no mês de novembro de 2016.

Desta forma, diante da multiplicidade de conteúdos nos diversos campos dentro da Matemática e que podem ser abordados com auxílio do GeoGebra, foram elaboradas atividades envolvendo novos tópicos para serem exploradas durante o minicurso, baseando-se na Matriz de Referência do ENEM. Optou-se por aqueles que apareciam com mais frequência em questões deste Exame. São eles: funções afim e quadrática, relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo, teorema de Pitágoras, além do ciclo trigonométrico e das funções seno, cosseno e tangente. O Projeto passou a ser visto também como

oportunidade em proporcionar ao aluno, além de experimentar da técnica auxiliar de ensino, utilizar-se disso para estar revisando conteúdos e resolvendo questões de ENEMs anteriores, o que contou ainda mais com o apoio e interesse da direção e alunos.

### **5.3 Momentos da Aplicação do Projeto**

#### **5.3.1 A Execução**

Quanto ao momento com os alunos, depois de acertado com a diretora e a professora de Matemática da turma como se daria a execução do Projeto, foi necessário ir até a escola, para averiguar a situação dos computadores, visto que a professora responsável por aquele espaço estaria ausente por um longo período. Foi imprescindível esta primeira visita para saber ao certo o número de computadores em funcionamento e qual sistema operacional estava sendo executado nos mesmos, para que então fosse levado a versão compatível do GeoGebra para instalação. Observado que todos os computadores em funcionamento rodavam com o Windows, retornou-se à escola para que fosse realizada a instalação do software em todas as máquinas.

No dia e horário marcado para o início das atividades, os alunos foram até a sala de informática, onde novamente discorreu-se sobre os objetivos do minicurso. Em seguida, houve uma aula introdutória no intuito de apresentá-los a interface do programa, sua criação, a utilidade de suas janelas e as funcionalidades de cada item da barra de ferramentas, assim como algumas mudanças mais comuns nas propriedades das construções.

Dando continuidade, foram propostas pequenas construções, como a criação de retas, segmentos, polígonos, marcação de ângulos, como poderiam renomear objetos, modificar suas características tais como cor, espessura, transparência, estilo, como exibir e ocultar objetos da área de trabalho, marcar interseções, entre outras construções. Tudo isto foi apresentado a princípio, com o desejo de que se familiarizassem com o programa e tornar mais proveitosa sua utilização, permitindo que os participantes realizassem posteriormente as atividades sugeridas de maneira mais rápida e eficiente.

*Figura 1- Alunos da Escola Santo Antônio realizando atividades no GeoGebra.*



*Fonte: Ivana Paula Lira da Costa (Alenquer-PA 2016).*

Cada aluno possuía uma apostila impressa (apêndice C) com os procedimentos de construção e questionamentos referentes ao conteúdo trabalhado em cada atividade, para que se fossem analisados os possíveis benefícios da utilização do software na aprendizagem destes e na construção do conhecimento pelo próprio aluno, a partir dos movimentos que poderiam ser visualizados na tela do computador.

Após construções feitas e as observações pedidas na apostila anotadas, acontecia a socialização em grupo com a mediação da professora ministrante, onde eram levantados e debatidos os questionamentos contidos no material impresso. Ao término de cada atividade, de todo o trabalho realizado com o GeoGebra e as devidas explanações dos conteúdos, eram propostas questões do ENEM referentes ao conteúdo visto naquela aula.

Em relação ao minicurso com os acadêmicos de Matemática e Física do PARFOR/UFOPA, o primeiro momento assim como com os alunos, foi destinado à apresentação e objetivos do Projeto, seguido de uma breve introdução do software GeoGebra apresentando suas principais ferramentas bem como a realização em conjunto de algumas construções visando a familiarização dos mesmos com o software para posteriormente conseguissem realizar as atividades propostas de maneira mais rápida.

*Figura 2 - Acadêmicos do PARFOR/UFOPA realizando atividades no GeoGebra.*



*Fonte: Ivana Paula Lira da Costa (Alenquer-PA 2016).*

Após esta aula introdutória, cada participante recebeu a apostila para que trabalhassem no GeoGebra, contendo o roteiro de construções e exercícios propostos sobre as atividades a serem realizadas. Ao final das construções em duplas, as perguntas contidas na apostila eram respondidas em conjunto, a fim de proporcionar aos participantes um modelo de aula que eles poderão realizar com seus alunos futuramente, os participantes ficavam livres para dar suas contribuições à medida que iam surgindo comentários sobre a análise da atividade.

### **5.3.2 Descrição das Atividades Realizadas**

Nesta subseção serão detalhadas as propostas e os resultados das atividades que foram elaboradas para levar ao conhecimento de alunos e professores acadêmicos a grande utilidade que o software GeoGebra pode ter em sala de aula, abrindo um leque de opções de se trabalhar nas aulas de Matemática, sendo possível torná-las mais agradáveis. Ressalta-se que as atividades 1 e 3 também foram trabalhadas com o grupo de acadêmicos do PARFOR/UFOPA, com a finalidade de apresentar a eles um modelo de aula ministrada com o auxílio do GeoGebra, vale ressaltar que, não serão delineados aqui as análises das atividades

com os acadêmicos, visto que isto era feito em conjunto. O que está descrito detalhadamente a seguir, se refere ao trabalho realizado com os alunos do 3º. ano do Ensino Médio.

### **Atividade 1: Estudo da função do 1º grau**

No primeiro encontro, questionou-se a respeito do que lembravam sobre o estudo das funções do 1º grau; alguns não lembravam absolutamente nada, mas um pequeno grupo comentou que recordavam de montar gráficos a partir de uma tabela que era construída manualmente e marcar os pontos encontrados no plano cartesiano, mas não sabiam nem mesmo o significado e/ou utilidade do estudo das funções. Tal fato leva a pensar que, quando esse assunto os foi apresentado, eles estavam preocupados somente com os pequenos cálculos algébricos, com substituição de variáveis e localização de pontos no plano cartesiano, deixando de lado observações de muito mais importância como, por exemplo, o conceito de função do 1º grau, a relação existente entre as variáveis dependentes e independentes, o significado dos coeficientes angular e linear dentro daquela lei de formação e o comportamento dos gráficos para cada valor diferente dos parâmetros  $a$  e  $b$ .

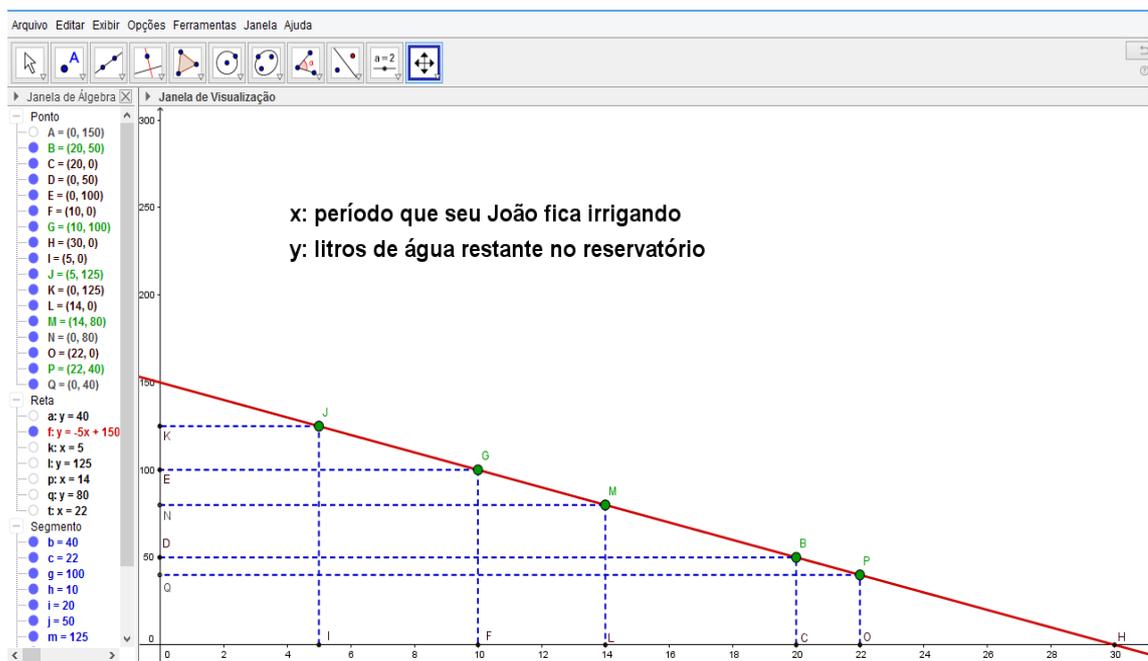
Ainda no primeiro encontro iniciou-se a construção da primeira atividade proposta no material: "Estudo da função do 1º grau". Durante o desenvolvimento desta atividade observou-se dificuldades para alguns alunos em passos da construção somente com a leitura do material, havendo a necessidade de intervenção, já outros surpreendiam com a habilidade em realizar a tarefa; para os menos hábeis, além da ajuda da ministrante, aqueles mais adiantados ajudavam outras duplas que não estavam conseguindo criar conforme pedia o tutorial. Com o término do tempo da aula, foi necessária a interrupção da atividade, finalizando o primeiro encontro.

No dia seguinte, cada dupla retomou do ponto onde haviam parado e rapidamente concluíram a construção. Feito isso, cada aluno deveria responder às perguntas que estavam no final da atividade, questionamentos estes que foram socializados posteriormente entre ministrante e alunos e que os permitia compreender algumas situações referentes ao estudo das funções, como por exemplo: que a principal característica de um gráfico de uma função do 1º grau é o fato de este ser sempre uma reta; que ao se alterar o valor de  $a$  (coeficiente angular) a função torna-se crescente ( $a > 0$ ), constante ( $a = 0$ ) ou decrescente ( $a < 0$ ) e à medida que este valor vai aumentando a reta fica mais inclinada em relação ao eixo  $x$ ; observaram que  $b$  (coeficiente linear) é responsável pela translação do gráfico no plano



Questões deste tipo serviam para que se fosse analisado o verdadeiro significado do conceito de função afim, pois era possível verificar de forma dinâmica, no primeiro exemplo, que à medida que o número de quilômetros rodados aumentava o valor a ser pago pela corrida também aumentava, isto é, uma grandeza estava em função da outra. Então surgiu um questionamento por um aluno: "então, quer dizer que sempre que um valor aumenta o outro também aumentará em uma função?" (informação verbal)<sup>3</sup>. Para responder a esta pergunta foi apresentado um contraexemplo com um problema cotidiano: Seu João está irrigando a sua horta, ele observou que em 20 minutos o volume de água do reservatório decresce de 150 para 50 litros enquanto ele molha a plantação. Quantos litros de água restarão no reservatório após 10 minutos? E após 22 minutos? A construção feita para ilustração deste problema está na Figura 4.

Figura 4 - Construção de um exemplo de função afim decrescente no GeoGebra.



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.

Representação do gráfico de uma Função do 1º. Grau com coeficientes  $a = -5$  e  $b = 150$

Com este exemplo, os alunos puderam verificar que à medida que o tempo aumentava, diminuía o número de litros de água no reservatório, caracterizando um exemplo de função afim decrescente. Com a análise do gráfico foi possível responder os questionamentos do problema. Após 10 minutos, restarão 100 litros e após 22 minutos restarão apenas 40 litros de água no reservatório.

<sup>3</sup> Questionamento feito por um aluno da Escola Santo Antônio, em Alenquer, em outubro de 2016.

Para finalizar a atividade foram apresentadas questões do ENEM (anexo A), que envolviam o conhecimento do conteúdo funções do 1º grau, para que os alunos resolvessem apenas com a observação do que lhes foi apresentado na tela do computador e com a análise das questões propostas e socializadas ao final da atividade.

### **Atividade 2: Estudo do gráfico da função do 2º grau**

No segundo encontro foi iniciada a atividade 2: "Estudo do gráfico da função do 2º grau", onde os alunos, com auxílio do material impresso, construíram o gráfico da função quadrática, mostrado na Figura 5. Nesta atividade, houve menos intervenções durante a criação, o que mostra que os alunos já estavam mais familiarizados com o software.

Conforme experiências vividas, sabe-se que é um desafio, especificamente no ensino da função quadrática, dar sentido à relação entre o gráfico e os coeficientes da função. Em uma aula nos moldes tradicionais, o aluno tem duas opções: acredita em tudo o que o professor explica ou dedica grande parte do seu tempo construindo diversos gráficos de diferentes funções, a fim de compará-los para chegar a possíveis conclusões. Isto demandaria bastante tempo sendo cansativo e pouco atraente para o aluno, e conseqüentemente poderia vir a desestimulá-lo nesta construção do conhecimento. Já com a interatividade do software o aluno pode, rapidamente em uma única construção, examinar diferentes pontos de vista, facilitando a interação e oportunizando-o testar, perceber regularidades e fazer generalizações. Nesse sentido Borba e Penteadó (2007, p. 37) relatam:

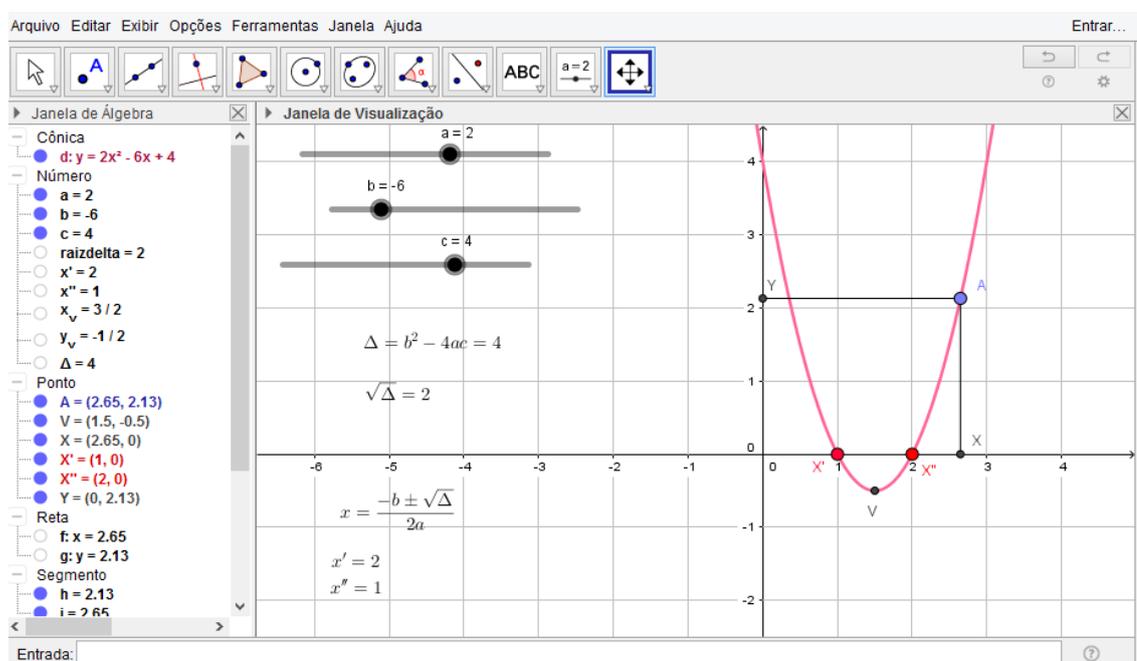
As atividades, além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação. As novas mídias, como os computadores com *softwares* gráficos e as calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante [...]. Podem experimentar com gráficos de funções quadráticas do tipo  $y = ax^2 + bx + c$ , por exemplo, antes de conhecerem uma sistematização de função quadrática.

Com esta criação e com as análises individual e socializada dos questionamentos contidos no material, eles puderam identificar e compreender que a principal característica do gráfico de função quadrática é o fato de os pontos na forma  $(x, y)$  formarem sempre uma curva chamada parábola, independente dos valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , lógico que com a condição, bem observada por alguns, de  $a$  ser diferente de zero; observaram também que a concavidade estará voltada para cima ( $a > 0$ ) ou para baixo ( $a < 0$ ). Para isso, foi solicitado que os alunos ativassem a ferramenta mover no GeoGebra, a fim de modificarem os valores dos parâmetros, observarem e anotarem o que ocorria com o gráfico a medida que estes

valores percorriam os números negativos e positivos. Levando-os a observar, ainda, que o parâmetro  $a$  também é responsável pelo "grau de abertura" da parábola, pela posição de seu vértice e pontos de máximo e mínimo; verificaram que o valor do coeficiente  $b$  é responsável pelo deslocamento horizontal no plano cartesiano e que o valor do coeficiente  $c$  é o ponto em que a parábola intercepta o eixo  $y$  e é responsável também pelo deslocamento vertical.

Esta atividade permitiu também que realizassem o estudo dos pontos que são raízes da função, observando que estes se encontram onde a parábola intercepta o eixo  $x$  e são os valores de  $x$  para os quais  $y = 0$ . Com os movimentos dinâmicos que o software disponibiliza, os alunos analisaram também a relação do valor do delta com a existência ou não de raízes reais.

Figura 5 - Construção da atividade 2 no software GeoGebra.



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.

Representação do gráfico de uma Função do 2º. Grau com coeficientes  $a = 2$ ,  $b = -6$  e  $c = 4$ .

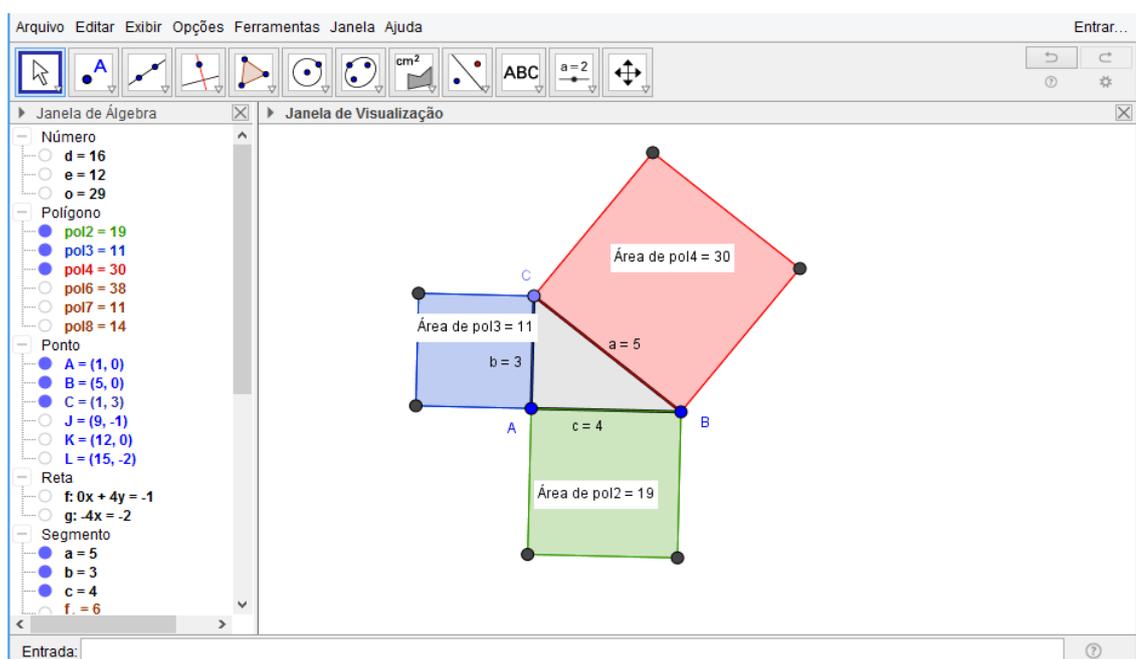
Após as devidas anotações, foi promovido um momento de socialização onde os alunos falavam o que haviam observado no comportamento da função e então eram debatidas estas observações e, por fim, apresentadas questões do ENEM (anexo A) envolvendo conhecimento de interpretação de gráficos e conhecimentos gerais sobre lei de formação de função quadrática.

### Atividade 3: Demonstração do Teorema de Pitágoras

A atividade realizada no terceiro encontro foi a criação no GeoGebra que permitiu a observação de resultados referentes ao Teorema de Pitágoras. Quanto à afinidade da turma com o conteúdo, o nome do teorema foi lembrado por grande parte, alguns arriscavam até em falar a fórmula que estava parcialmente decorada, mas a minoria lembrava do que se tratava o teorema, levando-se a conclusão de que, ao estudarem este conteúdo, não haviam assimilado o conceito propriamente dito, talvez atentavam-se unicamente para o cálculo algébrico deixando de lado sua interpretação geométrica.

Sendo assim, esta atividade teve como objetivo, além de trazer à lembrança do que é o teorema, apresentar uma construção geométrica dinâmica que os ajudasse a compreender este resultado, sem sua demonstração formal. Foi possível fazê-los visualizar sua veracidade, com o auxílio do cálculo das áreas de quadrados que foram construídos sobre cada cateto e hipotenusa, conforme mostra a Figura 6.

Figura 6 - Construção da atividade 3 no software GeoGebra.



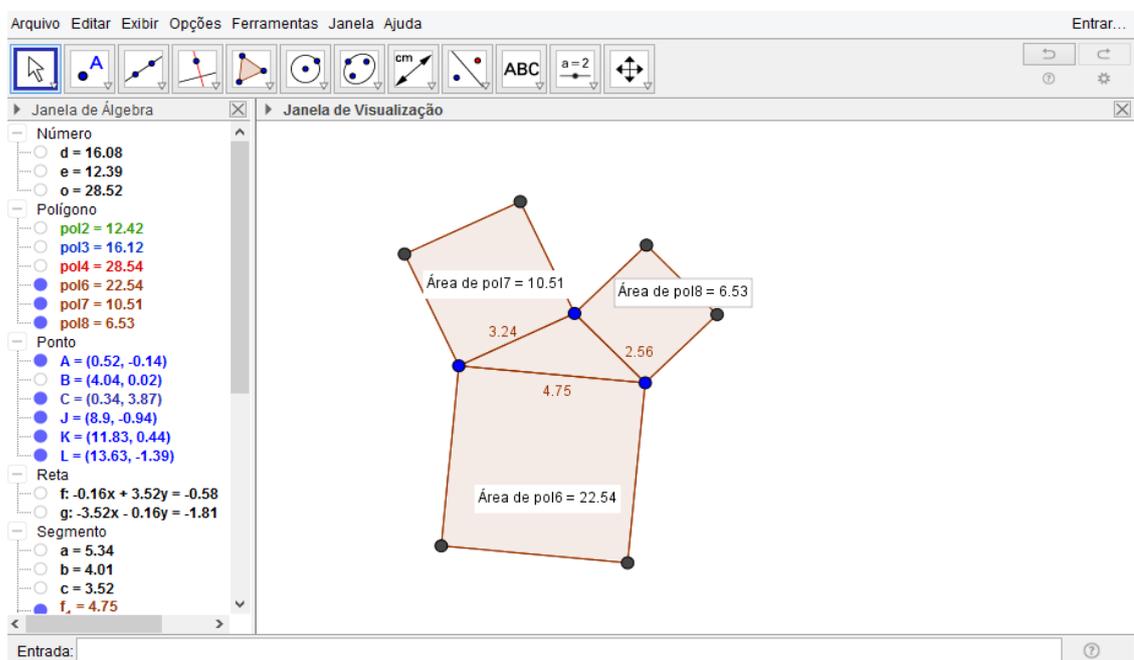
Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.  
Uma representação gráfica do Teorema de Pitágoras.

Os alunos observaram que ao movimentarem os catetos do triângulo retângulo formado na tela, o valor da área do quadrado formado sobre a hipotenusa era sempre igual à soma dos valores das áreas dos quadrados formados sobre os catetos, justificando a conhecida fórmula  $a^2 = b^2 + c^2$ , isto é, observaram que a relação entre essas áreas independe do tamanho dos lados e da posição do triângulo retângulo.

Após a conclusão da construção e anotadas as questões perguntadas no material, realizou-se a socialização conjunta, onde foi observado que grande parte dos alunos conseguiu assimilar o que era pretendido.

Durante esta atividade, outra construção proposta no material foi de um triângulo qualquer, também com quadrados construídos sobre seus lados e a marcação de suas respectivas áreas (Figura 7), para que ao modificarem o comprimento dos lados do triângulo observassem se continuaria valendo a mesma hipótese verificada anteriormente. Com os movimentos dos vértices do triângulo, imediatamente perceberam que a hipótese não é verificada para qualquer tipo de triângulo e sim para triângulos retângulos.

*Figura 7 - Construção da atividade 3 no software GeoGebra: Um contraexemplo.*

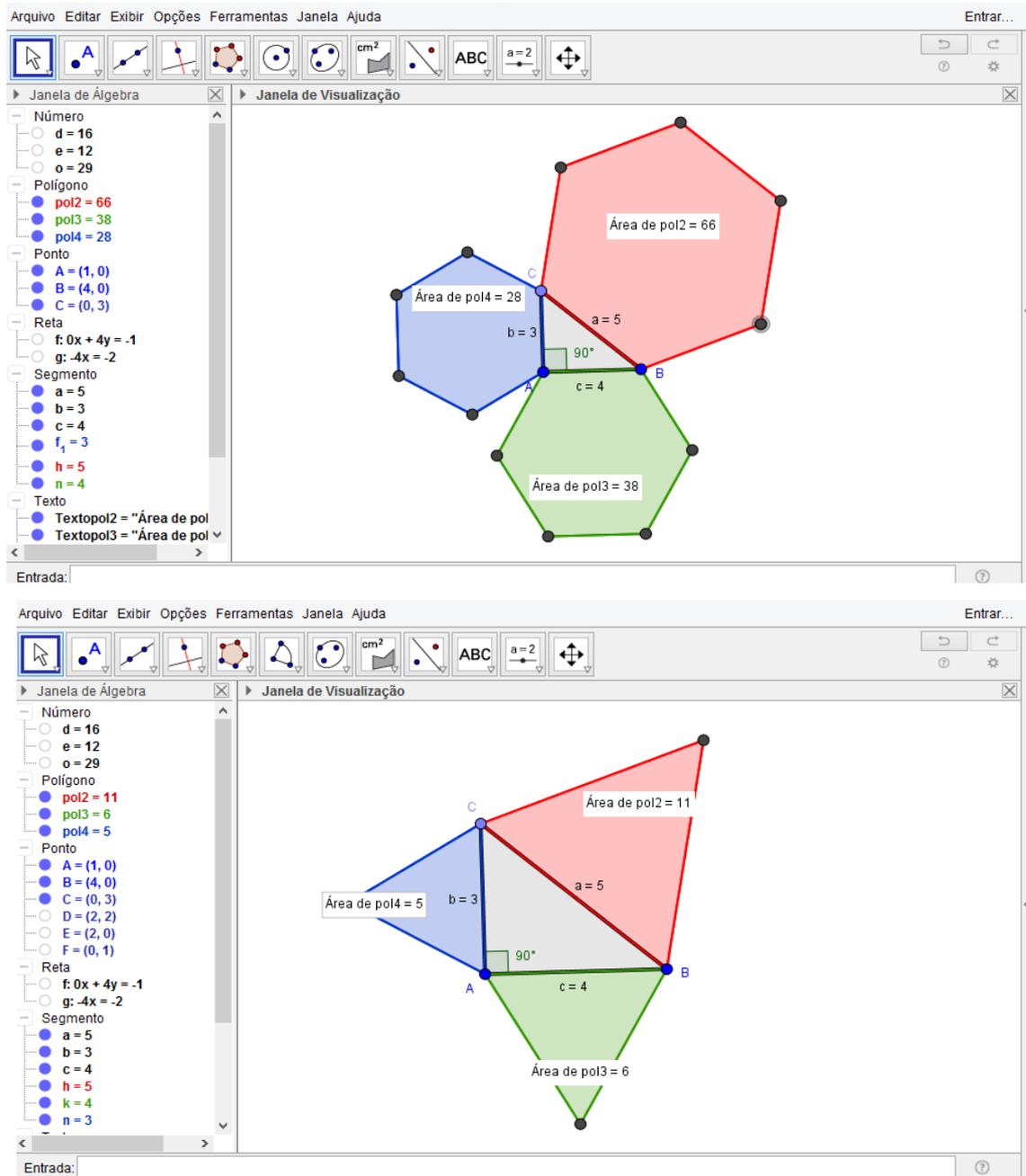


Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.

Uma representação gráfica mostrando a não validade do Teorema de Pitágoras para um triângulo não retângulo.

Para finalizar a atividade, foi lançado um desafio que deveriam realizar naquele momento. Foi solicitado que cada aluno, ao invés de construir quadrados sobre os lados do triângulo retângulo inicialmente feito, construíssem e verificassem as áreas de outros polígonos regulares sobre os catetos e hipotenusa do triângulo (Figura 8). Portanto, cada aluno optou por criar uma dessas figuras e sistematizou-se que o mesmo resultado poderia ser verificado na relação entre as áreas de polígonos regulares ou figuras que respeitem a proporcionalidade.

Figura 8 - Construção da atividade 3 no software GeoGebra: Usando áreas de polígonos regulares.



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.

Uma representação gráfica mostrando a validade do Teorema de Pitágoras para áreas de diferentes polígonos regulares:

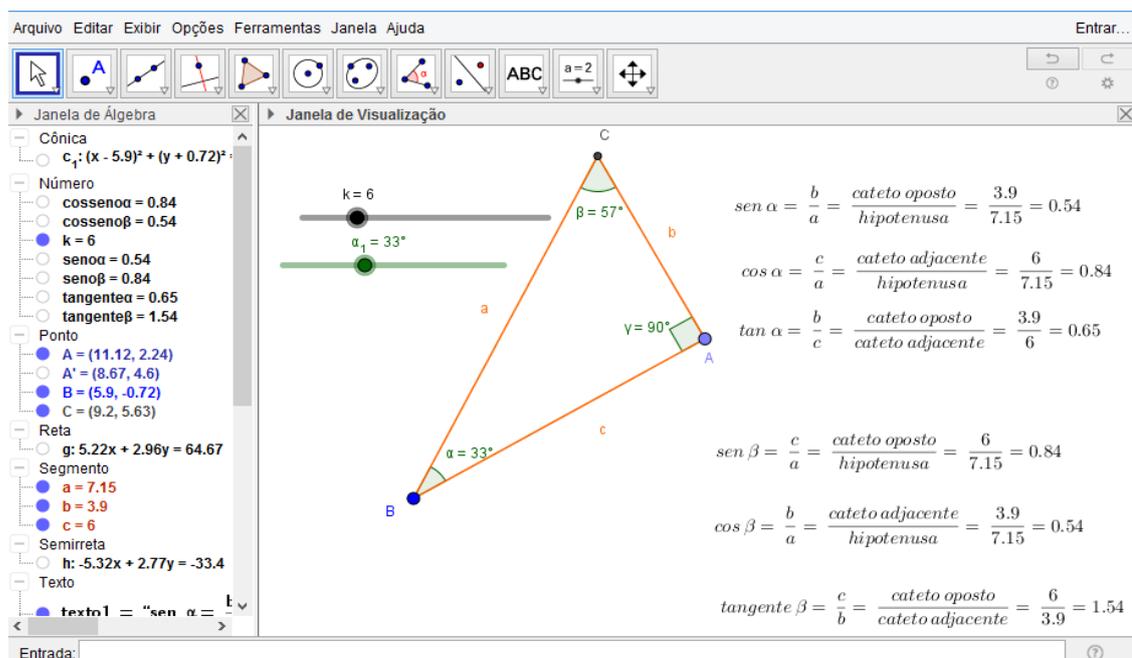
Figura superior – áreas de hexágonos; Figura inferior – áreas de triângulos equiláteros.

Em uma única figura os alunos podiam analisar diversas situações, o que ficaria dificultado se vista somente no papel ou no quadro, sendo necessárias diversas construções diferentes para que o aluno pudesse observar que a validade do teorema independe do tamanho do triângulo, por exemplo. Considera-se, portanto, que o GeoGebra contribuiu como facilitador da compreensão e visualização da veracidade do resultado do Teorema de Pitágoras.

#### Atividade 4: Relações trigonométricas no triângulo retângulo

A quarta atividade foi construída como uma proposta para o ensino do alicerce da trigonometria, que são as relações trigonométricas no triângulo retângulo (Figura 9).

Figura 9 - Construção da atividade 4 no software GeoGebra.



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.  
As relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Após relembrar os elementos do triângulo retângulo, foram feitas as razões trigonométricas conhecidas e a criação na tela do GeoGebra permitiu aos alunos a observância do significado de seno, cosseno e tangente. Notaram que o seno de um ângulo agudo é sempre a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa; que o cosseno de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa e que a tangente é a razão entre a medida do cateto oposto e a medida do cateto adjacente.

A partir da possibilidade de serem modificados os tamanhos dos lados do triângulo mantendo fixos seus ângulos, os alunos observaram que os valores dessas razões dependem apenas do ângulo e não do comprimento dos lados do triângulo retângulo do qual o referido ângulo é um de seus ângulos agudos. Através da visualização dos movimentos na tela, eles também fizeram a verificação de que o seno de um ângulo é igual ao cosseno de seu complementar e vice-versa.

Sobre as vantagens da visualização, Fischbein (1987, p. 104 apud MELO e LEIVAS, 2014, p. 2) comenta:

Representações visuais não somente auxiliam na organização da informação em representações como constituem um importante fator de globalização [...] Uma imagem visual não somente organiza os dados em estruturas significativas, mas é também um fato importante para orientar o desenvolvimento de uma solução analítica; representações visuais são essenciais dispositivos antecipatórios.

Nesse sentido, o GeoGebra pode ser considerado um importante motivador, despertando o interesse no estudo de Matemática e em especial de trigonometria, pois possibilita explorar as visualizações de modo dinâmico e os movimentos contribuem para a compreensão do aluno, dando mais propósito ao que está sendo estudado.

Quanto ao desempenho dos alunos, pode-se afirmar que as atividades contribuíram para o desenvolvimento de suas habilidades matemáticas, uma vez que as anotações solicitadas e feitas na apostila eram socializadas, fazendo-os refletir coletivamente sobre as propriedades matemáticas específicas em cada atividade e, quando as anotações individuais não estavam corretas ou não coincidiam com as dos colegas, eles conseguiam confirmar o anotado ou corrigi-las a partir de uma observação mais profunda das construções realizadas no computador, sobretudo com suporte na visualização dos movimentos na tela.

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após o encerramento do Projeto foram aplicados questionários para ambos os grupos participantes, os quais os resultados serão expostos a seguir.

O questionário respondido por vinte alunos aponta que 65% possuem computador em casa, sendo que a maioria os utiliza raramente para fazer alguma atividade escolar e, nesse âmbito, a utilização se dá mais para pesquisas e digitação de trabalhos, não sendo observada nenhuma alusão em relação ao uso do computador para o acesso a programas educativos. Nota-se, portanto que o alunado não está utilizando o computador enquanto ferramenta pedagógica que o auxilie na construção do conhecimento, favorecendo uma educação mais dinâmica deixando desta forma, de contribuir como deveria no desenvolvimento das técnicas de ensino.

Colaborando com os estudos, Rocha (2008, p. 1) enfatiza:

O mesmo só será uma excelente ferramenta, se houver a consciência de que possibilitará mais rapidamente o acesso ao conhecimento e não, somente, utilizado como uma máquina de escrever, de entretenimento, de armazenagem de dados. Urge usá-lo como tecnologia a favor de uma educação mais dinâmica, como auxiliadora de professores e alunos, para uma aprendizagem mais consistente, não perdendo de vista que o computador deve ter um uso adequado e significativo, pois Informática Educativa nada tem a ver com aulas de computação.

Quando questionados se têm dificuldades em aprender os conteúdos de Matemática, uma parcela significativa dos alunos (80%) alega que possuem sim, mas em relação à resposta sobre o que acreditavam ser o principal fator gerador disso, observou-se que estes não tinham um motivo claro que justificasse suas dificuldades. A maioria afirmou simplesmente que tem dificuldade com a matéria, mas houve quem dissesse que não gosta desta, que a aula é chata, que esquecem as regras e fórmulas ensinadas pelo professor. Dentre as respostas analisadas, houve duas bastante preocupantes: "entro em desespero só em olhar um problema matemático no quadro" e "talvez por nunca ter entendido nada, não me esforço mais em aprender, não me sinto motivado". Isso tudo faz pensar que as dificuldades apresentadas pelos alunos podem residir no fato de estes não se sentirem motivados em aprender, pois à medida que lhes falta o interesse pelo o que é ensinado, dificilmente conseguirão assimilar algo.

Sobre as causas das dificuldades de aprendizagem, Sacramento (2008) relata que uma delas pode estar atrelada à "ansiedade e medo de fracassar dos estudantes em consequência das atitudes transmitidas por pais e professores, da metodologia e dos conteúdos muitas vezes inadequados". Ainda nesse sentido, o autor alerta que é preciso conferir se o

problema não está na metodologia utilizada pelo professor antes de se falar em dificuldades de aprendizagem, visto que cabe aos docentes e à escola como um todo desenvolver estratégias pedagógicas que venham a incentivar o aluno ao estudo e conseqüentemente facilitar o processo de aprendizagem.

Foi perguntado então ao grupo de professores acadêmicos do PARFOR/UFOPA, o que eles acreditam ser os principais fatores causadores de tantas dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao componente curricular de Matemática. As respostas variavam em torno de que a falta de interesse do próprio aluno durante as aulas é um fator responsável por essas dificuldades e outro fator mais destacado foi a falta de estímulo e problemas familiares. Sobre a primeira não há dúvidas de que um aluno desinteressado em aprender terá dificuldade em qualquer que seja a disciplina, já sobre o segundo fator, Leal (2014) traz importante contribuição:

[...] as crianças que a família incentivam a estudar e recebem acompanhamento dos pais ou responsáveis na vida escolar, são mais positivas, tanto na capacidade em aprender, quanto no relacionamento com os demais colegas. Enquanto que as crianças que não são estimuladas pelas suas famílias a estudarem, já de início começam a enfrentarem obstáculos, mesmo não tendo deficiências cognitivas ou físicas, elas tendem a desenvolver as habilidades básicas de forma mais lenta.

Nesse seguimento, Braumann (2001, p. 25 apud BESSA, 2008, p. 4), acrescenta que: "as crianças são desde cedo condicionadas a não gostar de Matemática, até porque têm inúmeros exemplos de pessoas que estimam e que também não gostam e disso se vangloriam". Assim, nota-se a importância do papel da família na diminuição das dificuldades apresentadas pelos alunos, os pais, além de acompanhar seus filhos, devem incentivá-los e não desmotivá-los ao concordar que a disciplina é difícil, que poucos conseguem compreendê-la e que é a matéria que mais reprova.

Entre os acadêmicos entrevistados, houve também quem dissesse que esta dificuldade está vinculada à falta de pré-requisitos durante as aulas, teve ainda quem comentasse que professores desqualificados e a falta de planejamento estão intimamente ligados ao aumento das dificuldades encontradas pelos alunos nas aulas de Matemática.

Não se constatou nos questionários aplicado aos alunos qualquer referência sobre o conhecimento e utilização do GeoGebra ou qualquer outro software educativo em sala de aula pelo professor de Matemática. Em comparação com o questionário aplicado aos professores acadêmicos sobre a utilização de algum software educacional como ferramenta auxiliar de ensino, com exceção de dois deles que deixaram de responder a esta pergunta, o restante afirmou que nunca utiliza recursos desta natureza em suas aulas e os motivos apontados nos

questionários foram: a falta de estrutura física e pedagógica das escolas e a quantidade de conteúdos que precisam cumprir em cada série.

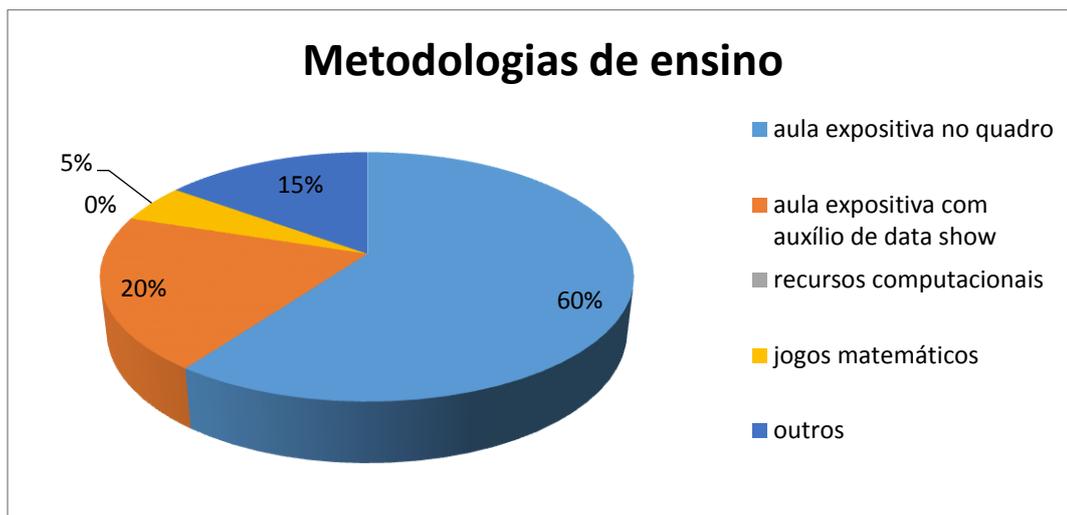
No entanto, em relação ao primeiro motivo sabe-se das precariedades das escolas públicas, porém acredita-se que a impossibilidade da utilização do laboratório de informática não inviabiliza totalmente tal inovação nas aulas, pois no momento da realização do minicurso com os acadêmicos, foi verificado que mesmo sem a estrutura do laboratório de informática, o professor tem a possibilidade de apresentar conteúdos com o auxílio do software GeoGebra, ainda que não seja manipulado pelos alunos, mas dando-lhes a oportunidade de verificar situações que são impossíveis ou têm visualização limitadas, se mostradas somente de forma estática no quadro branco. E isto já seria um diferencial no sentido de chamar a atenção dos discentes para as aulas.

No caso do segundo motivo, o que deixa a entender é que o curto tempo para a ministração de todos os conteúdos que fazem parte do plano de curso, os impede de planejar uma aula diferente utilizando recursos computacionais, porém a partir da experiência tida com o Projeto, acredita-se que um esforço por parte do corpo docente seria de grande valia para conquistar a satisfação dos alunos, que poderiam passar a ver a Matemática de uma forma menos temerosa, mais prazerosa e interessante, e isto seria o primeiro passo na tentativa de mudança na panorâmica que a Matemática é vista hoje. Do contrário, sabe-se que a partir do momento que o aluno não sente encanto em conhecer, provavelmente não irá compreender e conseqüentemente não terá prazer em prestar atenção nas próximas explicações.

Durante o minicurso com os professores acadêmicos, surgiram ainda comentários a respeito da falta de tempo para planejar aulas diversificadas, visto que para o professor ser mais bem remunerado, faz-se necessário o aumento de sua carga horária o que limita ainda mais seu tempo para planejamento. No entanto, não há como fugir disso, pois sabe-se que o planejamento, é parte inerente da rotina de todo professor. Vale ressaltar que, assim como ocorre na aula expositiva, não é necessário que o professor invista inúmeras horas de planejamento para cada hora de aula no laboratório de informática, por exemplo.

Analisando os questionários aplicados aos alunos, as respostas quanto à indagação sobre que metodologias de ensino estes mais viram durante toda trajetória escolar, estão dispostas no gráfico da Figura 10.

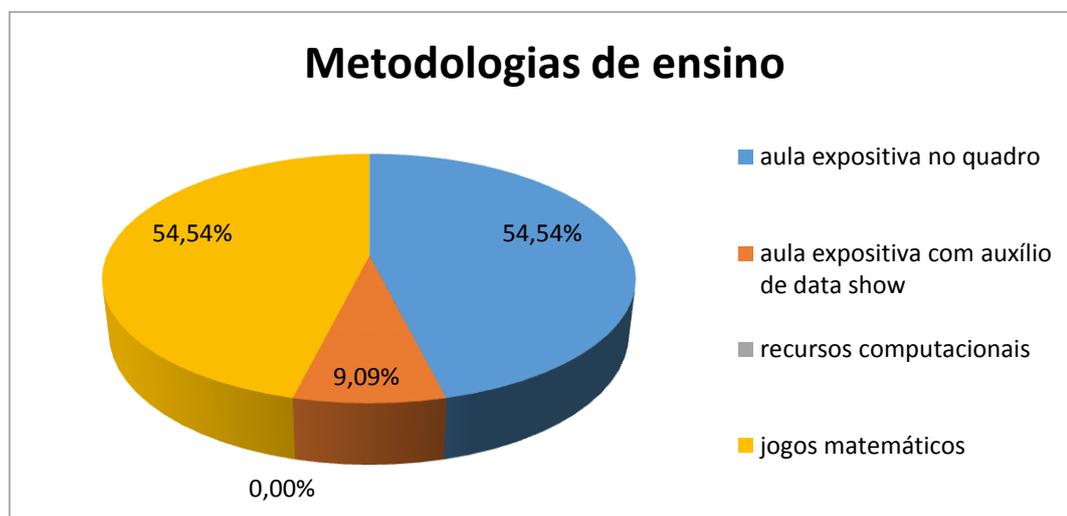
*Figura 10 - Metodologias de ensino mais utilizadas segundo os alunos entrevistados.*



*Fonte: Ivana Paula Lira da Costa.*

Foi perguntado também aos professores acadêmicos que metodologias eles mais utilizam para ensinar Matemática. Vale ressaltar, que nesta pergunta os professores poderiam responder a mais de uma alternativa. As respostas estão no gráfico da Figura 11.

*Figura 11 - Metodologias de ensino mais utilizados segundo os professores entrevistados.*



*Fonte: Ivana Paula Lira da Costa.*

Apesar de o resultado apontar que alguns professores utilizam jogos matemáticos em suas aulas, não se pode comentar a respeito, pois os mesmos não utilizaram o espaço destinado a comentários para falar sobre quais jogos utilizam e de que forma os empregam em suas aulas.

Comparando o gráfico da Figura 10 que mostra as metodologias que os alunos mais viram e veem, com o gráfico da Figura 11, que mostra as metodologias que os professores

mais utilizam, fica evidente que o método de ensino ainda mais empregado é a aula expositiva com auxílio de quadro e pincel, sem qualquer inovação que busque motivar o aluno à aprendizagem.

Com base em pesquisas realizadas e em experiências na docência, nota-se que as aulas nos moldes tradicionais são extremamente necessárias, mas quase não surtem efeito quanto ao estímulo do aluno ao aprendizado. A respeito do comportamento dos professores diante desta situação, Borba e Penteado (2007, p. 56) afirmam que:

Mesmo insatisfeitos, e em geral os professores se sentem assim, eles não se movimentam em direção a um território desconhecido. Muitos reconhecem que a forma como estão atuando não favorece a aprendizagem dos alunos e possuem um discurso que indica que gostariam que fosse diferente. Porém, no nível de sua prática, não conseguem se movimentar para mudar aquilo que não os agrada.

Em relação à fala dos autores, acredita-se que o primeiro passo para a mudança na atuação do professor já é dado, além deste concordar que as aulas da forma que apresentam não têm favorecido a aprendizagem, é preciso que se avance para o segundo passo que é, reconhecendo o problema, procurar melhorias em sua atuação como docente. Faz-se necessário, que o corpo docente repense suas metodologias no sentido de buscar alternativas de ensino que os deixe confortáveis em suas aulas, conhecer maneiras mais eficazes de manter a atenção dos estudantes, pautada, sobretudo, no uso de tecnologias que é uma realidade próxima destes, pois foi verificado com esta pesquisa que desta forma os resultados tendem a ser positivos e que é possível aliar qualidade de ensino às tecnologias.

Indagou-se também aos alunos sobre o que mudariam nas aulas de Matemática. Duas foram os tipos de respostas mais persistentes: que o comportamento da turma durante as aulas tem atrapalhado o processo de ensino-aprendizagem; e que mudariam o método de ensino visto, comentando que além da aula expositiva, o professor deveria valer-se de outros materiais como jogos matemáticos, data show e recursos computacionais.

Para Lorenzato (2008, p. 1):

O sucesso ou o fracasso dos alunos diante da matemática depende de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a matemática e os alunos. Por isso, o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia de ensino por ele empregada é determinante para o comportamento dos alunos.

Diante disso, pode ser que um fato esteja ligado a outro, os alunos não vendo uma metodologia que lhes prenda a atenção na aula, acabam se distraindo e conversando uns com os outros. Vale ressaltar que houve também alunos que afirmaram gostar da metodologia atualmente utilizada, comentando que a aula expositiva não é tão ruim.

Foi solicitado nos questionários aos professores acadêmicos, que dessem sua opinião sobre o que dificulta a implantação de aulas nos moldes do Projeto apresentado a eles. Todas

as respostas convergiam a um mesmo ponto: a falta de recursos tecnológicos nas escolas por vezes provenientes da falta de competência da administração dessas, além da falta de motivação, interesse e conhecimento por parte de muitos professores.

Outra indagação feita no questionário aos alunos estava diretamente ligada à utilização do GeoGebra, se isto teria deixado as aulas mais interessantes e compreensíveis. Com exceção de um deles que deixou de responder a esta pergunta, os outros afirmaram que o uso do GeoGebra deixou as aulas de Matemática bem mais atraentes e compreensíveis. Algumas opiniões dadas por eles estão na Tabela 1.

*Tabela 1 - Respostas de alunos ao questionário.*

Aluno 1	Sim, devido ao fato de unir tecnologia e Matemática nos faz gostar de matemática por gostar de tecnologia.
Aluno 2	Sim, pois a forma de trabalho com a ajuda do computador se torna mais fácil.
Aluno 3	Sim, porque o método é muito mais eficiente e eficaz, por isso nós aprendemos com uma facilidade impressionante.

*Fonte: Questionário aplicado aos alunos do 3º. ano do Ensino Médio da Escola Santo Antônio (Alenquer-PA 2016).*

Era possível notar o interesse dos alunos ao observar que poderiam aprender Matemática de maneira divertida, sem a apresentação de fórmulas prontas. Para eles, o professor costuma ensinar a decorar fórmulas, entretanto, acredita-se que tornar as aulas mais dinâmica e divertida proporciona um aprendizado mais concreto e significativo.

Ainda sobre esta mesma indagação, um aluno relatou: "nossos professores só querem que nós decoremos fórmulas e no computador nós mesmo criamos as definições através do que vemos na tela no geogebra". Isso tudo faz pensar que a disciplina na visão dos entrevistados está resumida a um emaranhado de fórmulas e regras difíceis de decorar, contribuindo para o entendimento errôneo da Matemática como algo desligado do cotidiano do homem.

Neste mesmo sentido uma pergunta foi direcionada aos professores acadêmicos para comentarem se a utilização do GeoGebra favorece e estimula a aprendizagem. Algumas repostas dadas por eles estão na Tabela 2.

*Tabela 2 - Respostas de professores ao questionário.*

Professor 1	Sim, pois a utilização de recursos tecnológicos inovadores em sala de aula proporciona aulas dinamizadas e contribui de maneira significativa para um melhor ensino-aprendizagem dos educandos.
Professor 2	Sim. Acredita-se que os alunos visualizando coisas concretas busca-se mais interesse em aprender matemática, pois o grande problema nas aulas de matemática é que o professor não busca recursos para suas aulas serem prazerosas.

Fonte: Questionário aplicado aos alunos do PARFOR/UFOPA (Alenquer-PA 2016).

Um dos entrevistados deu uma resposta que leva a uma boa reflexão: "Com certeza, mas para utilizá-lo é necessário que se tenha domínio da tecnologia para uma boa aprendizagem". Em relação a esta resposta, não há dúvidas que para o uso de tecnologias no ensino-aprendizagem faz-se necessário o domínio desses programas, uma vez que a interação entre aluno e professor torna-se fundamental para uma melhor compreensão destes. É fundamental ter consciência que quando professores, em qualquer disciplina, se dispõem a trabalhar com uma tecnologia deve ter a clareza de que somente o fato de usá-la não é suficiente para garantir bom êxito no ensino-aprendizagem, mas o certo é que esses recursos, utilizados de forma consciente dos objetivos desejados, possibilitam avanços significativos no decorrer desse processo.

Fundamentado na vivência desses encontros e na análise dos questionários, evidenciou-se também que os alunos consideram que, o fato de terem a oportunidade de visualizar na tela do computador as construções de forma interativa facilita a fixação do conteúdo estudado, conforme se pode analisar na fala de alguns alunos na Tabela 3.

*Tabela 3 - Respostas de alunos ao questionário.*

Aluno 1	Sim. Porque aquilo que não conseguimos aprender no quadro, nós aprendemos no computador de uma forma mais fácil e isso vai ser muito essencial para todos nós.
Aluno 2	Sim, por fato da visualização se torna mais fácil de ser lembrado.

Fonte: Questionário aplicado aos alunos do 3º. ano do Ensino Médio da Escola Santo Antônio (Alenquer-PA 2016).

De fato, sabe-se que o computador é um instrumento que tem a visualização como algo bastante privilegiado, onde o usuário é capaz de ver situações que seriam limitadas se vista no quadro, e ainda, como o computador é algo que interessa bastante às crianças,

adolescentes e jovens, acredita-se que com o estímulo na utilização do que lhes interessa, a memorização dos conteúdos é facilitada, pois a visualização, em todas as atividades na vida do homem, é uma aliada à memória.

Por fim, foi solicitado tanto aos alunos quanto aos professores acadêmicos que fizessem uma análise da aplicação do Projeto GeoGebra na Escola para o aprendizado de Matemática, destacando os pontos positivos e negativos durante a execução do mesmo. Na Tabela 4, estão algumas respostas dadas pelos professores acadêmicos que mais chamou atenção:

*Tabela 4 - Respostas de professores ao questionário.*

Professor 1	O projeto GeoGebra é muito bom, inovador, um novo modelo para ensinar. Ponto negativo: falta uma formação para os professores para aprender a usar a tecnologia.
Professor 2	Pode-se ressaltar que o projeto visa contribuir de forma positiva, pelo fato de proporcionar ao educando visualizar alguns exemplos matemáticos através deste software. Além disso, proporciona ao professor de matemática utilizar metodologias diferenciadas nas aulas dessa disciplina.
Professor 3	Bastante importante para o meu conhecimento, pois tenho 6 meses que trabalho com matemática e este projeto me fez estimular ainda mais.
Professor 4	O projeto GeoGebra na Escola vejo apenas pontos positivos como por exemplo o professor ganharia mais tempo para trabalhar o aluno.

Fonte: Questionário aplicado aos alunos do PARFOR/UFOPA (Alenquer-PA 2016).

Na Tabela 5, estão também algumas respostas dadas pelos alunos a esta mesma pergunta:

*Tabela 5 - Respostas de alunos ao questionário.*

Aluno 1	Pontos positivos: facilita todo o aprendizado, principalmente para quem tem dificuldade de entender a matéria. Pontos negativos: muitos alunos ainda tem dificuldade com a informática e as vezes complica mais.
Aluno 2	Positivos: melhora muito o desenvolvimento do nosso raciocínio. Negativos: não tem.
Aluno 3	Pontos positivos: dá pra ver os movimentos que o professor tenta nos fazer imaginar.

Fonte: Questionário aplicado aos alunos do 3º. ano do Ensino Médio da Escola Santo Antônio (Alenquer-PA 2016).

Quanto ao momento com os acadêmicos do PARFOR/UFOPA, estes já haviam ouvido falar recentemente sobre o GeoGebra, na ocasião de um componente curricular do curso, porém ainda não haviam manipulado o software e tido a oportunidade de conhecer uma maneira de ministrar uma aula com o auxílio do programa. No que concerne ao uso do computador, foi verificado que alguns ainda têm dificuldades no manuseio da máquina, todavia com auxílio dos colegas e da ministrante foi possível a realização das atividades programadas. O fato de a maioria raramente utilizar o computador no dia a dia, pode ser motivo das dificuldades relatadas, mas vale destacar que apesar da dificuldade, eles demonstravam interesse e entusiasmo ao conseguir concluir a atividade. Acredita-se que devido a estas e outras limitações e insegurança é que os professores ainda resistem ao uso das tecnologias como instrumento de auxílio no processo de ensino-aprendizagem.

Com relação ao minicurso com os alunos, entende-se que os objetivos propostos na elaboração desta dissertação foram alcançados, visto que tornou possível estimular neles, ainda que no curto espaço de tempo, um maior interesse pelas aulas de Matemática no ambiente informatizado e conseqüentemente pelo aprendizado, onde o mundo das imagens e visualizações emergem como uma nova concepção no processo de aprendizagem. Percebeu-se que o software GeoGebra os proporciona um olhar diferenciado para as aulas de Matemática. As questões propostas ao final de cada atividade os permitiam buscar a construção do próprio conhecimento, já que o conteúdo não era simplesmente repassado pela ministrante, era oportunizado a eles criar conceitos e definições a partir do que estava sendo construído na tela do computador, deixando-os livre para movimentar as construções e analisar várias possibilidades de observação em cada atividade.

Quanto ao minicurso com os professores acadêmicos, também pode-se dizer que os objetivos foram conquistados, uma vez apresentada a proposta pautada no uso do GeoGebra, para que eles pudessem adequar e empregar em sala de aula com seus alunos, notou-se o estímulo e interesse em conhecer mais sobre o programa e se mostraram interessados em, futuramente, contar com o auxílio de aulas diferenciadas como nos moldes do minicurso, a fim de despertar o gosto do alunado para a aprendizagem da Matemática.

## 7 PERSPECTIVAS

Diante do cenário atual da educação, sobretudo no ensino-aprendizagem de Matemática, se torna indispensável a busca de alternativas que propiciem aos estudantes o estímulo necessário a um aprendizado não apenas significativo, mas também prazeroso. O baixo rendimento e a insatisfação notórios e crescentes com este componente curricular, mostra que existem muitos problemas a serem enfrentados, porém alguns caminhos, dentre eles a utilização da informática como ferramenta auxiliar no processo de ensino aprendizagem parece ser um bom começo para este enfrentamento, a fim de deixar o ensino mais atraente e que venha a provocar o interesse do aluno nas aulas de Matemática e conseqüentemente melhorar o aprendizado na mesma.

Pensando nisso, o desenvolvimento deste trabalho buscou apresentar uma proposta de ensino-aprendizagem de conteúdos na tentativa de produzir dentro das aulas de Matemática um ambiente estimulador de aprendizagem, mostrando um modelo de aula a partir da utilização do software GeoGebra.

Nessa ótica, a hipótese de estudo de que quando o conteúdo é apresentado de forma dinâmica e manipulado, com o auxílio do computador, a aprendizagem fica facilitada, foi comprovada, uma vez confirmada tanto pelos alunos quanto pelos professores acadêmicos participantes da pesquisa. A utilização de uma metodologia que permita a participação efetiva dos alunos na construção do conceito matemático deixa-os mais entusiasmados ao passo que o aprendizado se torna mais concreto.

Sabe-se, no entanto, que nem sempre é fácil a decisão do professor em ensinar Matemática de uma forma que saia dos moldes tradicionais vistos atualmente, dado que se notou que a complexidade se dá desde a falta de conhecimento por parte dos professores e dificuldade na manipulação de recursos tecnológicos, passando pela falta de tempo para o planejamento de aulas diferenciadas até a precariedade das estruturas físicas das escolas, sobretudo do laboratório de informática. Porém ficou comprovado que o resultado de sua aplicação é, sem dúvidas, propiciador ao aprendizado e, portanto, se faz necessário inserir essa ferramenta como uma nova potencialidade no auxílio do ensino-aprendizagem.

Diante disso, percebe-se a importância do professor desenvolver competência no domínio das novas tecnologias, pois como observado durante realização do minicurso, o uso das tecnologias digitais no ambiente escolar é uma linha de trabalho muito válida e que

precisa se fortalecer para que se criem novos ambientes computacionais de aprendizagem com base na exploração das imensas potencialidades das ferramentas informáticas.

Na busca da diminuição das dificuldades encontradas pelos professores da educação básica da região Oeste do Pará, em manusear ferramentas tecnológicas e adaptá-las em suas aulas de Matemática, importante seria buscar uma integração entre os alunos do PROFMAT/UFOPA e os acadêmicos do PARFOR/UFOPA, bem como com professores da rede pública e particular de ensino, uma vez que o Programa de Mestrado, em funcionamento em Santarém, atende alunos de várias cidades desta região.

Dessa forma, seria de grande valia se estes mesmos, que estão buscando aprimoramento no curso de mestrado, ultrapassassem suas salas de aula e até mesmo os muros da Universidade por meio de projetos de intervenção que contribuam para a aquisição de conhecimentos, com os profissionais da área na tentativa de capacitá-los para a inserção dos importantes recursos em sala de aula, oferecendo-lhes a possibilidade de novos métodos de ensino-aprendizagem, visto que é objetivo do PROFMAT aprimorar a formação profissional dos professores e da Universidade produzir ensino, pesquisa e extensão. Tal realização se torna possível, visto que dentro da grade curricular do curso de mestrado, há disciplinas eletivas de Recursos Computacionais no Ensino de Matemática, onde os mestrandos são capacitados para a utilização destes recursos em sala de aula. Assim, não seria necessário apenas esperar investimento do poder público em cursos de capacitação aos professores da educação básica. Afinal, a educação só adquire caráter a que se destina quando contribui efetivamente para o melhoramento não apenas do ensino em si, mas da vida das pessoas.

Portanto, confia-se que este trabalho auxiliará no sentido de fazer com que os professores reflitam e mudem a direção de sua prática docente acompanhando os avanços tecnológicos, que os veja e utilize como uma metodologia para melhorar a qualidade de ensino, a fim de tornar suas aulas mais estimulantes para os alunos, além de favorecer o crescimento do pensamento dos mesmos e de seu aprimoramento como profissional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARANAUSKAS, M. C. C. et al. Uma taxonomia para ambientes de aprendizado baseados no computador. In: VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999. Cap. 3.

BESSA, K. P. **Dificuldades de aprendizagem em Matemática na percepção de professores e alunos do ensino fundamental**. Universidade Católica de Brasília. Brasília, 2008. Disponível em: <<https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/KarinaPetriBessa.pdf>>. Acesso em: 19 setembro 2016.

BITENCOURT, L. P.; BATISTA, M. D. L. S. **A educação Matemática e o "desinteresse" do aluno: causa ou consequência?** UNEMAT. [S.l.]. 2011.

BORBA, M. D. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BRASIL, S. D. E. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. **Ministério da Educação**, Brasília, 2011. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 27 agosto 2016.

BRASIL, S. D. E. F. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASÍLIA, M. D. E. **Orientações curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Secretaria de Educação Básica, v. 2, 2006.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; DA SILVA, R. **Metodologia Científica**. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

DANTE, L. R. **Matemática**, volume único. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.

FERREIRA, A. B. D. H. **Mini Aurélio século XXI: o minidicionário da língua portuguesa**. 5. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

GIL, A. C. Como Classificar as Pesquisa? In: GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Ed. Atlas S.A., 2010.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: IV CONGRESSO RIBIE. Brasília, 1998. Disponível em: <[http://www.academia.edu/8369213/A\\_APRENDIZAGEM\\_DA\\_MATEM%C3%81TICA\\_EM\\_AMBIENTES\\_INFORMATIZADOS](http://www.academia.edu/8369213/A_APRENDIZAGEM_DA_MATEM%C3%81TICA_EM_AMBIENTES_INFORMATIZADOS)>. Acesso em: 16 agosto 2016.

GRESSLER, L. A. **Introdução à pesquisa:** projetos e relatórios. 2. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2004.

HOHENWARTER, M. GeoGebra. [www.geogebra.org.br](http://www.geogebra.org.br), 2007. Acesso em: 26 agosto 2016.

HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER, J. GeoGebra. [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org), 24 mar. 2009. ISSN Ajuda GeoGebra Manual Oficial da Versão 3.2. Disponível em: <[https://www.geogebra.org/help/docupt\\_PT.pdf](https://www.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf)>. Acesso em: 26 agosto 2016.

KUETHE, J. **O processo ensino-aprendizagem.** Tradução de Leonel Vallandro. 2ª. ed. Porto Alegre: Globo, 1977.

LEAL, F. Brasil Escola. **Monografias Brasil Escola.** Disponível em: <<http://monografias.brasilecola.uol.com.br/pedagogia/as-dificuldades-ensino-aprendizagem-no-ensino-fundamental-i.htm>>. Acesso em: 26 novembro 2016.

LIMA, M. R. D. et al. O impacto do uso das tecnologias no aprendizado dos alunos do ensino fundamental I. Disponível em: <[https://www.ufpe.br/ce/images/Graduacao\\_pedagogia/pdf/2007.2/o%20impacto%20do%20uso%20das%20tecnologias%20no%20aprendizado%20dos%20alunos%20do%20ensino%20fundamental%20i.pdf](https://www.ufpe.br/ce/images/Graduacao_pedagogia/pdf/2007.2/o%20impacto%20do%20uso%20das%20tecnologias%20no%20aprendizado%20dos%20alunos%20do%20ensino%20fundamental%20i.pdf)>. Acesso em: 26 agosto 2016.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática.** 2ª. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

MELO, C. B. D. S.; LEIVAS, J. C. P. **O software geogebra e a construção do ciclo trigonométrico: uma contribuição para o ensino de trigonometria.** Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria. 2014.

NASCIMENTO, J. K. F. D. **Informática aplicada à educação.** 2. ed. Brasília: Universidade de Brasília, 2007.

NÉRICE, I. G. **Metodologia do ensino:** uma introdução. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1992.

OLIVEIRA, C. C. D.; COSTA, J. W. D.; MOREIRA, M. **Ambientes informatizados de aprendizagem**: produção e avaliação de software educativo. São Paulo: Papirus, 2001.

PINTRO, A. L. Blog: Os alunos que exploravam, 2013. Disponível em: <<http://osalunosqueexploravam.blogspot.com.br/2013/09/relato-premio-rbs-de-educacao.html>>. Acesso em: 20 agosto 2016.

ROCHA, S. S. D. O uso do Computador na Educação: a Informática Educativa. **Revista Espaço Acadêmico**, n. 85, junho 2008. Disponível em: <<https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-BR&q=O+uso+do+Computador+na+Educa%C3%A7%C3%A3o%3A+a+Inform%C3%A1tica+Educativa.+Revista+Espa%C3%A7o+Acad%C3%AAmico&btnG=&lr=>>>. Acesso em: 12 setembro 2016.

SACRAMENTO, I. Dificuldades de aprendizagem em Matemática - Discalculia. In: I SIMPÓSIO INTERNACIONAL DO ENSINO DA MATEMÁTICA. Salvador, 19 setembro 2008. Disponível em: <<http://www.webartigos.com/artigos/dificuldades-de-aprendizagem-em-matematica/16574/>>. Acesso em: 13 setembro 2016.

TATTO, F.; SCAPIN, I. J. Matemática: Por que o nível elevado de rejeição? **Revista de Ciências Humanas-Educação**, n. 5, p. 57-70, 2004.

VALENTE, J. A. Informática na educação no Brasil: análise e contextualização histórica. In: VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999. Cap. 1.

VALENTE, J. A.; FREIRE, F. M. P. **Aprendendo para a vida**: os computadores na sala de aula. São Paulo: Cortez, 2001.

## SITES CONSULTADOS

**Acesso em: 20 de agosto de 2016**

<http://www.geogebra.org>

**Acesso em: 12 de setembro de 2016**

<http://www.profmtat->

[sbm.org.br/files/Arquivos%20do%20Site/Relatorio/Funcionamento/TCC\\_introducao\\_v1.pdf](http://sbm.org.br/files/Arquivos%20do%20Site/Relatorio/Funcionamento/TCC_introducao_v1.pdf)

<http://guiadoestudante.abril.com.br/vestibular-enem/conteudo-programatico-enem-prova-matematica-suas-tecnologias-704463.shtml>

**Acesso em: 15 de setembro de 2016**

<http://www.fvc.org.br/educadornota10/sobre-o-premio/maior-premio-educacao.shtml>

<http://portal.inep.gov.br/web/enem/conteudo-das-provas>

<http://portal.inep.gov.br/web/enem/enem-por-escola>

<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/resultados-2015>

<http://portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-alunos>

**Acesso em: 08 de novembro de 2016**

<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/parfor>

## APÊNDICE A – Questionário aos alunos

### QUESTIONÁRIO

Este questionário é parte integrante de um Projeto de Pesquisa para uma Dissertação de Mestrado e tem o objetivo de verificar junto aos alunos a utilização e aceitação de um software educacional denominado GeoGebra para o ensino de conteúdos matemáticos.

Nome: \_\_\_\_\_

Idade: \_\_\_\_\_

1. Você possui computador em casa?

sim                                       não

2. Com que frequência você utiliza o computador (em casa ou na escola) para fazer alguma atividade escolar? Que tipo de atividade escolar você realiza ou já realizou com o auxílio do computador?

sempre                                       raramente                                       nunca

Utilizo/utilizei para:

digitação de trabalhos               programas educativos               pesquisas

outros - citar: \_\_\_\_\_.

3. Você tem dificuldade em aprender os conteúdos de Matemática? Em caso positivo, o que você acredita serem os principais fatores causadores de suas dificuldades?

sim     não

Fatores:

falta de pré-requisitos, por isso não me interessei mais em aprender.

falta de estímulo da minha família;

não vejo algo interessante nas aulas de Matemática que me faça querer aprender;

outros – citar: \_\_\_\_\_.

4. Você já conhecia o software GeoGebra?

sim     não

5. Levando em consideração os anos escolares, que metodologia (as) os professores utilizaram para ensinar Matemática para vocês?

- ( ) aula expositiva no quadro;
- ( ) aula expositiva com auxílio de data show;
- ( ) recursos computacionais;
- ( ) jogos matemáticos;
- ( ) outros - citar: \_\_\_\_\_.

6. Se você pudesse mudar algo nas aulas de Matemática, o que mudaria?

---

---

---

7. A utilização do software GeoGebra deixou as aulas de Matemática mais interessantes e compreensíveis? Por quê?

---

---

---

8. Você acha que o fato de visualizar as construções na tela facilita a fixação do conteúdo estudado? Por quê?

---

---

---

9. Faça uma análise da aplicação do **Projeto GeoGebra na Escola** para sua formação na disciplina de Matemática, falando sobre o uso do GeoGebra como ferramenta de ensino e destacando os pontos positivos e negativos durante a execução do mesmo.

---

---

---

## APÊNDICE B – Questionário aos professores

### QUESTIONÁRIO

Caro professor/acadêmico, este instrumento é parte integrante de um Projeto de Pesquisa para uma Dissertação de Mestrado e tem como objetivo conhecer as práticas de ensino utilizadas nas aulas de Matemática e verificar a utilização e aceitação de um software educacional denominado GeoGebra para o ensino de conteúdos matemáticos. Desde já agradeço a sua colaboração.

1. O que você acredita serem os principais fatores causadores das dificuldades encontradas pelos alunos para aprender Matemática?

( ) falta de interesse do próprio aluno;

( ) falta de estímulo e problemas na família;

( ) falta de pré-requisitos;

( ) outros – citar: \_\_\_\_\_.

Comentários: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Que método(s) você utiliza para ensinar Matemática? Por quê?

( ) aula expositiva no quadro;

( ) aula expositiva com auxílio de data show;

( ) recursos computacionais;

( ) jogos matemáticos;

( ) outros - citar: \_\_\_\_\_.

Comentários: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. Você utiliza ou já utilizou algum software educacional como ferramenta de ensino nas aulas de Matemática?

- ( ) sempre utilizo  
 ( ) às vezes utilizo  
 ( ) nunca utilizo

Em caso afirmativo, qual foi o software e que resultados foram alcançados:

---



---

Em caso negativo, explicitar as causas que inviabilizaram a inovação?

- ( ) falta de tempo para a elaboração das atividades;  
 ( ) não fui preparado para isso;  
 ( ) falta de estrutura física e pedagógica das escolas;  
 ( ) quantidade de conteúdos que precisamos cumprir;  
 ( ) outros - citar: \_\_\_\_\_.

Comentários: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_.

4. Você considera que a utilização do software GeoGebra como recursos didático favorece/estimula a aprendizagem?

---



---



---

5. Em sua opinião, o que dificulta a implantação de aulas aos moldes deste Projeto?

---



---



---

6. Faça uma análise do **Projeto GeoGebra na Escola** para sua formação e exercício de sua profissão, na disciplina de Matemática, destacando os pontos positivos e negativos.

---



---



---

**APÊNDICE C – Produto final (Sequência didática para o ensino de conteúdos matemáticos com o auxílio do GeoGebra)**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ - UFOPA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM REDE NACIONAL  
PARCERIA ENTRE A SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL – PROFMAT**

Ivana Paula Lira da Costa

**MINICURSO - INTRODUÇÃO AO GEOGEBRA E PROPOSTAS DE  
ATIVIDADES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONTEÚDOS  
MATEMÁTICOS**

ALENQUER-PA  
2016

Ivana Paula Lira da Costa

**MINICURSO - INTRODUÇÃO AO GEOGEBRA E PROPOSTAS DE  
ATIVIDADES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONTEÚDOS  
MATEMÁTICOS**

Sequência didática para o ensino de conteúdos matemáticos com o auxílio do software GeoGebra apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional - Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Programa de Ciências Exatas, como produto educacional da Dissertação de Mestrado.

Orientador: Prof. D. Sc. José Antônio Oliveira Aquino

ALENQUER-PA  
2016

## 1 INTRODUÇÃO

O Banco Indutor de Trabalho de Conclusão de Curso do mestrado PROFMAT propõe ao mestrando o desenvolvimento de proposta inovadora e diferenciada de aulas que aborde temas matemáticos e que tenha aplicação direta em sala de aula. Dessa forma, o presente trabalho, fazendo parte de uma dissertação de mestrado, tem como objetivo apresentar um proposta auxiliar de ensino através da utilização do computador por meio da ferramenta GeoGebra.

Considerando que a dinamicidade apresentada no GeoGebra desperta o interesse, facilita a compreensão dos conteúdos e o aprofundamento dos conceitos por parte dos alunos, foi organizada esta sequência didática com intuito de oferecer a professores do Ensino Básico, que tenham interesse em sair da forma tradicional de ministrar aula e implementar novas ferramentas de ensino em suas aulas de Matemática, instruções de utilização do software na versão 5.0.269.0, na abordagem de conteúdos matemáticos nas diferentes séries do ensino básico. O material está voltado para assuntos limitados, mas com o esforço e curiosidade tanto de professores como de alunos, pode ser estendido para outros conteúdos, sem muita dificuldade.

Esta proposta se dará através de minicurso que objetiva apresentar o software, bem como suas ferramentas básicas e o passo a passo de construções que serão feitas a partir deste software, como forma de oferecer aos participantes, possibilidades de introduzir nas aulas de Matemática um recurso auxiliador na compreensão de alguns conteúdos de forma digital e tecnológica, com intuito de que as aulas saiam dos moldes tradicionais de ensino e desperte no alunado o gosto em estudar Matemática.

O desenvolvimento da sequência se dará, a princípio, com uma introdução onde serão apresentadas a interface do GeoGebra, suas principais ferramentas, além da exploração de alguns de seus recursos, através de pequenas construções que permitirão maior familiaridade do participante com o software. Diante da diversidade de conteúdos Matemáticos que podem ser abordados com auxílio deste programa, este trabalho, baseando-se na Matriz de Referência do ENEM, buscou focar alguns conteúdos cobrados nesta prova, permitindo ao aluno, além de experimentar da metodologia proposta, revisar conteúdos que aparecem com frequência no referido Exame. Posteriormente, serão oferecidos roteiros de algumas atividades de construção para que os próprios participantes realizem, a fim de firmar

a utilização das ferramentas do software, atividades estas que permitirão ao participante perceber aspectos importantes das construções através da dinamicidade que o GeoGebra oferece e ao final de cada atividade realizada são propostas questões a serem respondidas a partir da análise feita na construção da atividade.

O minicurso deve ser ministrado no laboratório de informática da Escola Santo Antônio no Município de Alenquer-Pará. O público alvo será uma turma do 3º. ano do Ensino Médio e professores formandos do Curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física do PARFOR/UFOPA, no município de Alenquer.

## 2 CONHECENDO AS FERRAMENTAS DO GEOGEBRA

Ao acessar o programa GeoGebra, abre-se uma janela como a seguinte:

Figura 12 - Tela inicial do Geogebra.



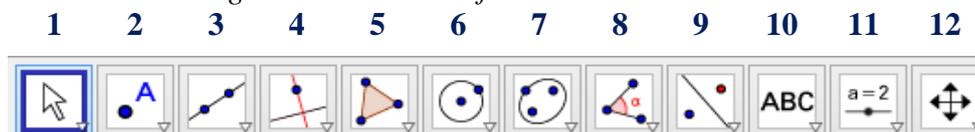
Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.  
Representação das janelas do GeoGebra

A interface do GeoGebra é composta de uma janela gráfica inicial (Figura 12), que se divide em: **campo de entrada**, onde são inseridos as coordenadas de pontos a serem assinalados no plano cartesiano, as equações, comandos e lei de formação de funções que serão mostrados na área de trabalho quando a tecla enter é acionada; **janela de álgebra**, onde são mostrados e armazenados todos os objetos construídos e suas equações ou coordenadas; **janela de visualização**, também chamada de área de trabalho, onde o usuário se utiliza do mouse para fazer as construções geométricas diretamente ou pela entrada de comandos, além da **barra de menu** e de **ferramentas** que se desdobra em diversos ícones com as ferramentas necessárias para o usuário construir, movimentar, obter medidas e que possuem descrições sobre seu uso quando o cursor do mouse for arrastado sobre elas, facilitando assim seu uso e contribuindo na fixação de propriedades matemáticas.

A Figura 13 mostra a primeira configuração visual da **barra de ferramentas**. Para cada conjunto de ícones apenas um está visível, mas é possível acessar os itens ocultos

clicando sobre o pequeno triângulo que fica no canto inferior direito de cada opção de ferramenta.

*Figura 13 - Barra de ferramentas do GeoGebra.*



*Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.  
Representação barra de ferramentas do GeoGebra.*

A numeração apresentada na Tabela 6 faz referência com a numeração indicada na Figura 13 e está indicando como é nomeado nesse texto cada conjunto de ferramentas, isto para simplificar as indicações no roteiro das atividades.

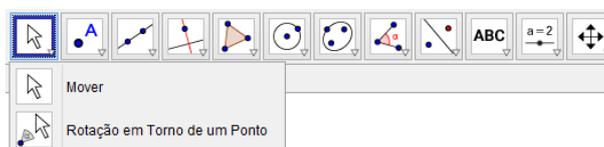
*Tabela 6 - Nomenclatura utilizada no texto para cada conjunto de ferramentas.*

Nº	Nome do Conjunto de Ferramentas	Nº	Nome do Conjunto de Ferramentas
1	Manipulação	7	Cônicas
2	Pontos	8	Ângulos e medidas
3	Linhas retas	9	Transformações
4	Posições relativas	10	Especiais
5	Polígonos	11	Controles
6	Formas circulares	12	Exibição

*Fonte: Ivana Paula Lira da Costa.*

Cada ícone do conjunto de ferramentas possui outras ferramentas, a saber:

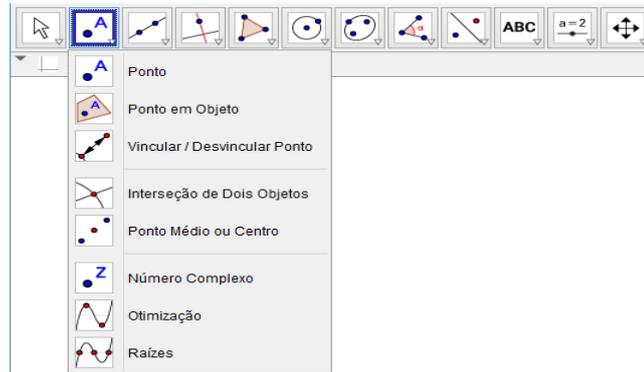
*Figura 14 – Conjunto de ferramentas manipulação.*



*Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.*

Este conjunto de ícones nomeado como **manipulação** reúne as ferramentas que permitem mover objetos criados e girá-los em torno de um ponto qualquer.

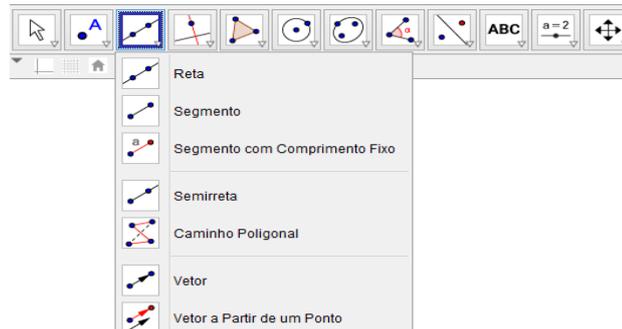
Figura 15 - Conjunto de ferramentas pontos.



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.

Este conjunto de ícones nomeado como **pontos** reúne as ferramentas que permitem a criação de pontos, vincular ou desvincular um ponto de um objeto criado, encontrar a interseção entre dois objetos, encontrar o ponto médio de um segmento ou entre dois pontos e marca s pontos que são raízes de uma função.

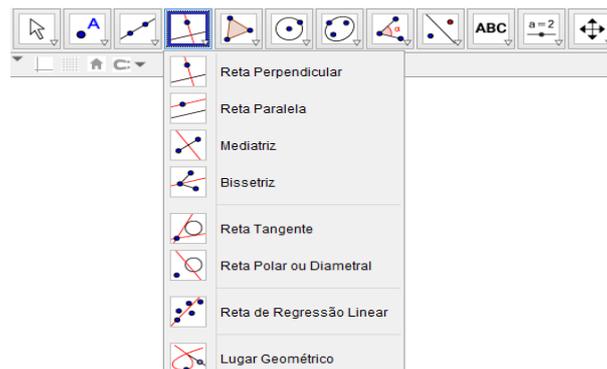
Figura 16 - Conjunto de ferramentas linhas retas.



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.

Este conjunto de ícones nomeados como **linhas retas** reúne as ferramentas que permitem a construção de retas, semirretas, segmentos de reta, vetores definido por dois pontos, vetores a partir de um ponto definido e caminhos poligonais, ou seja, de um conjunto de segmentos consecutivos.

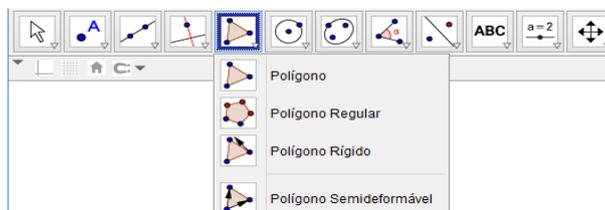
Figura 17 - Conjunto de ferramentas posições relativas.



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.

Este conjunto de ícones nomeado como **posições relativas** reúne as ferramentas que permitem a criação de retas perpendiculares ou paralelas a uma reta dada, reta mediatriz a um segmento, bissetriz de um ângulo, tangentes a um círculo, de regressão linear e permite encontrar lugares geométricos.

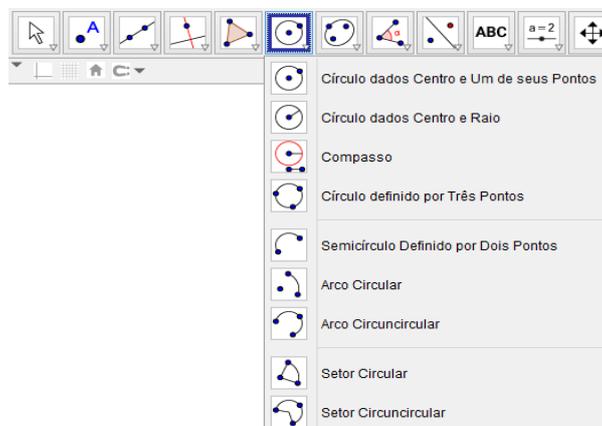
*Figura 18 - Conjunto de ferramentas polígonos.*



*Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.*

Este conjunto de ícones nomeado como **polígonos** reúne as ferramentas que permitem a criação de polígonos regulares e irregulares, a partir de pontos já construídos ou mesmo a partir de novos pontos criados, permite ainda a criação de polígonos rígidos, ou seja, de polígonos que não têm a forma afetada quando se movimenta um vértice ou lado e de polígonos semideformáveis.

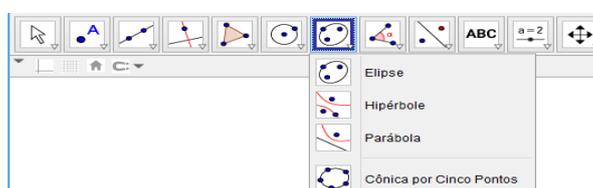
*Figura 19 - Conjunto de ferramentas formas circulares.*



*Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.*

Este conjunto de ícones nomeado como **formas circulares** reúne as ferramentas que permitem a criação de círculos dados centro e um de seus pontos, de círculos dados centro e raio, de círculos definidos por três pontos, de semicírculos definidos por dois pontos, de arco circular, arco circuncircular, setor circular e setor circuncircular.

*Figura 20 - Conjunto de ferramentas cônicas.*



*Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.*

Este conjunto de ícones nomeado como **cônicas** reúne as ferramentas que permitem a criação de elipses, hipérbolas, parábolas e cônicas passando por cinco pontos.

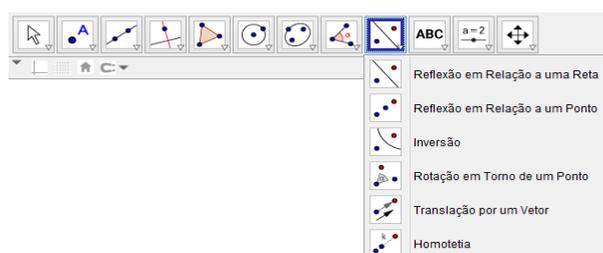
*Figura 21 - Conjunto de ferramentas ângulos.*



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.

Este conjunto de ícones nomeado como **ângulos** reúne as ferramentas que permitem a criação de ângulos quaisquer, ângulos com amplitude fixa, encontrar o comprimento de segmentos, a área de figuras e encontrar a inclinação de uma reta.

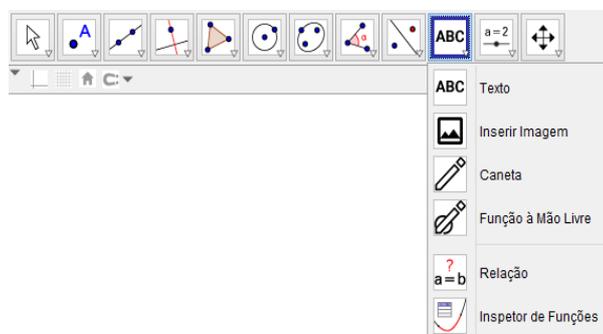
*Figura 22 - Conjunto de ferramentas transformações.*



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.

Este conjunto de ícones nomeado como **transformações** reúne as ferramentas capazes de propiciar conceitos de congruência e semelhanças, que permitem fazer a reflexão de um ponto em relação a uma reta ou a um ponto, rotacionar um objeto por meio de um giro em torno de um ponto fixo e permitem ainda transladar vetores.

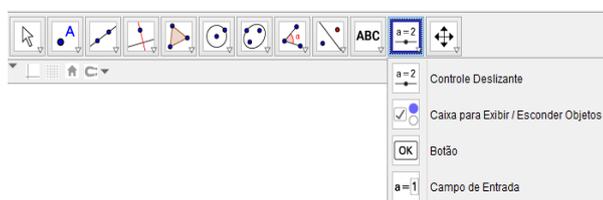
*Figura 23 - Conjunto de ferramentas especiais.*



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.

Este conjunto de ícones nomeado como **especiais** reúne as ferramentas que permitem a criação de textos dinâmicos, inserir imagens à área de trabalho, fazer desenhos à mão livre e fazer a relação matemática entre dois objetos.

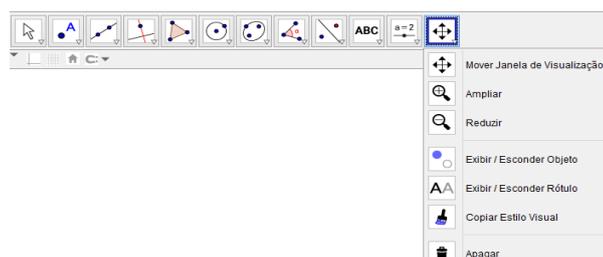
*Figura 24 - Conjunto de ferramentas controles.*



*Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.*

Este conjunto de ícones nomeado como **controles** reúne as ferramentas que permitem a criação de controles deslizantes que permitem fazer movimentar objetos na tela a partir da variação de números ou ângulos, permite criar caixa exibir e esconder objetos criados.

*Figura 25 - Conjunto de ferramentas exibição.*

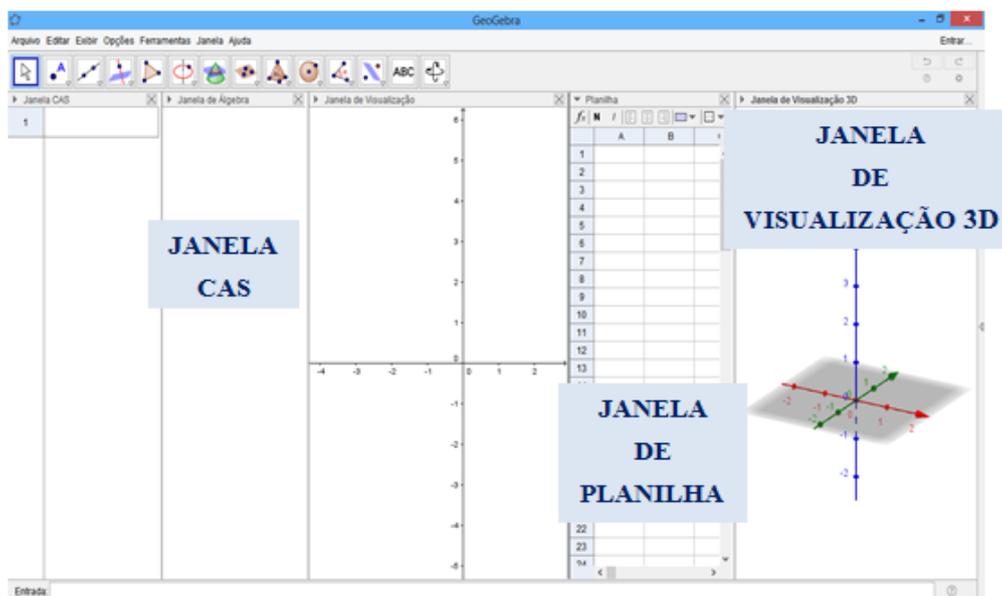


*Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.*

Este conjunto de ícones nomeado como **exibição** reúne as ferramentas que permitem mover a janela de visualização, ampliar ou reduzir as construções feitas, exibir ou esconder os objetos e seus rótulos, permite fazer cópia de estilo de determinadas construções e apagar construções selecionadas.

Além das janelas apresentadas na tela inicial, o menu exibir na **barra de menu** disponibiliza a possibilidade da utilização de outras janelas (Figura 26) como a **janela CAS**, que permite que o usuário faça cálculos simbólicos como resolver equações ou sistema de equações numericamente, decompor números em fatores primos, calcular aproximações decimais, encontrar derivadas e integrais, além do apoio de uma calculadora de probabilidades; a **janela de planilha**, utilizada como planilha de cálculo semelhante com o Excel; e a **janela de visualização 3D**, onde os objetos podem ser construídos e vistos em três dimensões.

Figura 26 - Outras janelas do GeoGebra.



Fonte: Captura de tela do aplicativo GeoGebra da versão 5.0.269.0.  
 Representação das diferentes janelas disponíveis no GeoGebra.

Antes de ser detalhado o roteiro de cada atividade, cabem aqui algumas observações sobre o uso do GeoGebra que facilitará o andamento das construções.

Os objetos construídos na janela de visualização podem ter seus atributos como cor, transparência, espessura, estilo da linha e preenchimento modificados acessando a janela de propriedades. Para isso basta o usuário clicar com o botão direito do mouse sobre o objeto que deseja modificar ou sobre seu nome na janela de álgebra e selecionar a opção **propriedades** na janela que se abrirá e, nesta janela, escolher a guia de seu interesse. Para mostrar/ocultar um objeto, basta clicar com o botão direito do mouse sobre este e marcar/desmarcar a opção **exibir objeto** ou diretamente na janela de álgebra bastando marcar/desmarcar o item que se quer ocultar ou mostrar. Para renomear um objeto basta clicar com o botão direito do mouse sobre ele e escolher a opção **renomear**. O GeoGebra ainda permite que o usuário oculte ou exiba os eixos e malhas, bastando clicar com o botão direito do mouse sobre a área de trabalho e marcar ou desmarcar estas opções.

Para que as construções feitas não se percam, sugere-se que o arquivo seja salvo no início de cada atividade. Para isso, o usuário deve ir até o menu **arquivo**, na barra de menu, e selecione a opção **gravar como**, digitar um nome para a atividade, escolher o local de gravação no computador e clicar em **gravar**.

A realização de uma multiplicação é feita com a utilização do asterisco (\*) e uma divisão com uma barra (/), as de adição e subtração são realizadas através de seus próprios operadores (+) e (-), respectivamente.

### 3 DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES

A seguir, serão descritos passo a passo as atividades que serão desenvolvidas durante o minicurso, bem como a indicação dos conceitos matemáticos trabalhados e o objetivo proposto em cada atividade, evidenciando que aspectos almejam-se enriquecer com a proposta, ou seja, o que torna diferente o aprendizado dos conteúdos vistos no GeoGebra em oposição as aulas ministradas nos moldes habituais.

#### 3.1 Atividade 1: Estudo da Função do 1º Grau

A fim de desenvolver as competências da área 5 da Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias do ENEM, que é interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas, as atividades 1 e 2 têm objetivo de permitir ao aluno revisar o conteúdo de funções do 1º e 2º graus, respectivamente, de forma que ele compreenda algebricamente e geometricamente as características das representações gráficas destas funções. O GeoGebra permite a criação do gráfico cartesiano de funções com parâmetros modificáveis, ou seja, em uma única construção o aluno poderá modificar os parâmetros da função e verificar as mudanças em suas características.

No caso da função do 1º grau é possível explorar, por exemplo, a representação gráfica do conceito de função, os casos particulares de função afim, função crescente e decrescente, coeficiente angular e linear e zero da função, além de mostrar a relação existente entre as tabelas que, normalmente, são montadas nas aulas e a dinamicidade do gráfico na tela do computador, visto que a construção de um gráfico somente pela transcrição de dados feitos na tabela numérica nem sempre torna possível a compreensão geral do comportamento de funções. O GeoGebra permite tudo isso, dando ênfase às representações visuais e algébricas.

Procedimentos:

1. Abra o GeoGebra.
2. Salve o arquivo com o nome "função do 1º grau".
3. Deixe visíveis os eixos e a malha.
4. Selecione o ícone **controle** (item 11) e escolha a ferramenta **controle deslizante**, clique em um local da área de trabalho onde queira que o controle apareça e na janela que se abrirá

escolha o intervalo de mínimo  $-15$  e máximo  $15$  e incremento igual a  $0.5$ , dê OK e o controle  $a$  será criado. Repita este processo para criar o controle  $b$ .

5. Com a origem dos eixos na posição central, vá até o **campo de entrada**, digite  $y = a * x + b$  e pressione enter para construir um gráfico genérico de uma função do 1º grau. Você pode modificar as propriedades deste gráfico como cor e estilo da linha.
6. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **ponto** e marque um ponto sobre a linha do gráfico.
7. Selecione o ícone **posições relativas** (item 4), selecione a ferramenta **reta perpendicular** e clique sobre o ponto  $A$  criado e sobre o eixo  $x$ . Depois clique novamente em  $A$  e sobre o eixo  $y$ .
8. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **interseção de dois objetos** e clique sobre a reta vertical e sobre o eixo  $x$ , depois sobre a reta horizontal e sobre o eixo  $y$ . Observe que foram construídos os pontos  $B$  e  $C$ , respectivamente. Finalmente clique sobre o gráfico da função e sobre o eixo  $x$  e novamente sobre o gráfico e o eixo  $y$ , criando assim os pontos  $D$  e  $E$ . Modifique as propriedades destes pontos deixando-os com tamanho 5. Deixe em oculto as duas retas perpendiculares criadas.

Modifique o nome do ponto  $B$  para  $X$ . Faça o mesmo para o ponto  $C$  e chame-o de  $Y$ .

9. Selecione o ícone **linhas retas** (item 3), escolha a ferramenta **segmento** e crie os segmentos  $\overline{AX}$  e  $\overline{AY}$  clicando em cada um dos pontos dois a dois. Modifique as propriedades desses segmentos deixando-os no estilo tracejado e espessura igual a 7.
10. Deixe os controles deslizante em  $a = 10$  e  $b = 5$ , selecione no ícone **pontos** (item 2), a ferramenta **ponto** e crie o ponto  $B = (15,0)$ . Selecione o ícone **ângulos** (item 8), escolha a ferramenta **ângulo** e clique sobre os ponto  $B$ ,  $D$  e  $E$ , nesta ordem.

Para melhor desenvolvimento dos conceitos de função do 1º grau, movimente os pontos nos controles deslizantes criados e observe o comportamento do gráfico à medida que os valores de  $a$  e  $b$  vão variando em números positivos e negativos e, em seguida, discuta com seus colegas e anote as conclusões para as seguintes questões:

- a. Modifique o valor dos parâmetros  $a$  e  $b$  e observe o gráfico criado. Qual a característica de um gráfico de função do 1º grau?
- b. O que acontece com o gráfico quando o parâmetro  $a$  varia nos números positivos e negativos? Em que caso a reta é crescente? E decrescente?

- c. Movimente o ponto  $A$  sobre o gráfico da função e, baseando-se nos valores de  $x$  e seu correspondente em  $y$ , explique o que significa função ser crescente e decrescente. Faça isso com o valor de  $a$  positivo e depois com o valor de  $a$  negativo.
- d. O que acontece com o gráfico quando  $a = 0$ ?
- e. O que o coeficiente  $a$  determina? E o coeficiente  $b$ ?
- f. Posicione o ponto  $A$  na interseção do gráfico com o eixo  $x$  e observe o que acontece com seu correspondente em  $y$ . O que você pode afirmar sobre esta interseção? Dica: Faça a observação para alguns valores diferentes de  $a$  e  $b$ .

### 3.2 Atividade 2: Estudo do Gráfico da Função do 2º Grau

No caso da função do 2º grau, o GeoGebra permite a visualização dinâmica das características fundamentais deste tipo de função, de acordo com a variação dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , como, por exemplo, a posição da concavidade da parábola, intervalos de crescimento e decrescimento, os pontos que indicam as raízes da função, o estudo da "abertura" da parábola, a determinação do vértice permitindo a visualização dos valores de máximo e de mínimo.

Procedimentos:

1. Abra o GeoGebra.
2. Salve o arquivo com o nome "função do 2º grau".
3. Deixe visíveis os eixos e a malha.
4. Selecione o ícone **controles** (item 11), escolha a ferramenta **controle deslizante** e clique em um local da área de trabalho onde queira que o controle apareça e na janela que se abrirá escolha o intervalo de mínimo  $-15$  e máximo  $15$  e incremento igual a  $0.5$ , dê OK e o controle  $a$  será criado. Repita este processo para criar os controles  $b$  e  $c$ .
5. Com a origem dos eixos na posição central, vá até o **campo de entrada**, digite  $y = a * x^2 + b * x + c$  e pressione enter para construir um gráfico genérico de uma função do 2º grau. Você pode modificar as propriedades deste gráfico como cor e estilo da linha.
6. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **ponto** e marque o ponto  $A$  sobre a parábola criada.
7. Selecione o ícone **posições relativas** (item 4), escolha a ferramenta **reta perpendicular** e clique sobre o ponto  $A$  e sobre o eixo  $x$ . Depois clique novamente em  $A$  e sobre o eixo  $y$ .
8. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **interseção de dois objetos** e clique sobre a reta criada na vertical e sobre o eixo  $x$  e depois sobre a reta criada na

horizontal e sobre o eixo  $y$ . Observe que foram construídos os pontos  $B$  e  $C$ , respectivamente. Deixe em oculto as duas retas que aparecem na tela.

9. Modifique o nome do ponto  $B$  para  $X$ . Faça o mesmo para o ponto  $C$  e chame-o de  $Y$ .
10. Selecione o ícone **linhas retas** (item 3), escolha a ferramenta **segmento** crie os segmentos  $\overline{AX}$  e  $\overline{AY}$  clicando nos pontos dois a dois e modifique as propriedades destes segmentos deixando-os no estilo tracejado e espessura 7.
11. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **interseção de dois objetos** e clique sobre a parábola e sobre o eixo  $x$  e serão criados os pontos  $B$  e  $C$ . Modifique seus nomes para  $X'$  e  $X''$ . Se os pontos não aparecerem, modifique o valor de  $c$  no controle deslizante até que estes apareçam. Modifique as propriedades destes pontos deixando-os com tamanho 5. Ainda com a ferramenta **interseção de dois** objetos selecionada, clique também sobre a parábola e sobre o eixo  $y$ .
12. No **campo de entrada** digite uma de cada vez e pressionando enter ao final de cada comando, as seguintes relações referentes à função do segundo grau:

$$\Delta = b^2 - 4 * a * c, \quad raizdelta = sqrt(\Delta), \quad x' = (-b + sqrt(\Delta))/(2 * a),$$

$$x'' = (-b - sqrt(\Delta))/(2 * a), \quad x_v = (-b)/(2 * a), \quad y_v = (-\Delta)/(4 * a), \quad V = (x_v, y_v).$$

13. Selecione o ícone **especiais** (item 10), escolha a ferramenta **texto** clique no local onde deve ficar o texto na área de trabalho, na janela que se abrirá marque a opção Fórmula LaTeX e digite (sem usar aspas): " $\Delta=b^2-4ac$ =" (posicione o cursor após a igualdade e clique no valor de  $\Delta$  que aparece na janela de álgebra) e dê OK. Repita este procedimento para criar os textos: " $\sqrt{\Delta}$ =" ; " $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ "; " $x'$ =" ; " $x''$ =" e "coordenada\ do \: vértice=", e após cada igualdade clique no valor referente ao texto digitado, que se encontra na janela de álgebra.

Para melhor desenvolvimento dos conceitos de função do 2º grau, movimente os pontos nos controles deslizantes criados e observe o comportamento do gráfico à medida que os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  vão variando em números positivos e negativos e, em seguida, discuta com seus colegas e anote as conclusões para as seguintes questões:

- a. Modifique o valor dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  e observe o gráfico. Qual a característica de um gráfico de função do 2º grau?
- b. O que acontece com o gráfico quando  $a > 0$ ,  $a < 0$  e  $a = 0$ ? Qual a influência do coeficiente  $a$  no gráfico da função do 2º grau?
- c. Qual a influência do coeficiente  $c$  no gráfico da função de 2º grau?

- d. O que significa os pontos  $x'$  e  $x''$ ? Dica: posicione o ponto  $A$  sobre cada um deles e observe o que acontece com o ponto  $Y$ .
- e. Em que caso a função quadrática possui duas raízes reais distintas?
- f. Em que caso a função quadrática possui somente uma raiz real?
- g. Em que caso a função quadrática não possui raiz real?

### 3.3 Atividade 3: Demonstração do Teorema de Pitágoras

A fim de desenvolver tópicos de competência da área 2 da Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias do ENEM que é utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela e identificar características das figuras planas, é que está sendo proposta esta atividade sobre o Teorema de Pitágoras, visto que este conceito é necessário para a resolução de várias questões do ENEM.

Teorema: "Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos".

O teorema acima afirma que, dado um triângulo retângulo  $ABC$ , com hipotenusa  $a$  e catetos  $b$  e  $c$ , temos a seguinte relação  $a^2 = b^2 + c^2$ , conhecida como Teorema de Pitágoras.

Esta atividade tem o propósito de realizar uma construção dinâmica que ajude o aluno a compreender o teorema, sem sua demonstração propriamente dita, mas com o objetivo de visualizar sua veracidade e que o mesmo independe dos valores dos lados do triângulo retângulo. O GeoGebra contribui como facilitador da compreensão e visualização de tal resultado.

Procedimentos:

1. Abra o GeoGebra.
2. Salve o arquivo com o nome "Teorema de Pitágoras".
3. Deixe em oculto os eixos e a malha.
4. Selecione o ícone **linhas retas** (item 3), escolha a ferramenta **reta** e crie uma no sentido horizontal.
5. Selecione o ícone **posições relativas** (item 4), escolha a ferramenta **reta perpendicular** e clique sobre a reta criada e sobre o ponto  $A$ .
6. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **ponto** e crie o ponto  $C$  sobre a última reta criada. Esconda as duas retas.
7. Selecione o ícone **polígonos** (item 5), escolha a ferramenta **polígono** e clique sobre os pontos  $A, B, C$  e novamente em  $A$ .

8. Modifique as propriedades deste triângulo criado. Coloque-o na cor preta, transparência 25 e a espessura da linha para 5.
9. Selecione o ícone **ângulos** (item 8), escolha a ferramenta **distância, comprimento ou perímetro** e clique sobre cada um dos segmentos que formam o lado do triângulo.
10. Na barra de menu, selecione a sequencia de itens: **opções - rotular - menos para os objetos novos**.
11. Selecione o ícone **polígonos** (item 5), escolha a ferramenta **polígono regular** e clique sobre os pontos  $B$  e  $A$ , nesta ordem. Na caixa que abrirá certifique-se que está preenchida com o número 4 e clique em OK. Surgirá um quadrado cujo lado tem a mesma medida que o cateto  $c$ .
12. Repita o passo anterior para os pontos  $A$  e  $C$  e  $C$  e  $B$ , nesta ordem. Surgirão quadrados cujos lados têm mesma medida que os catetos  $b$  e  $a$ , respectivamente.
13. Selecione o ícone **ângulos** (item 8), escolha a ferramenta **ângulo** e exiba o ângulo reto do triângulo, clicando sobre os pontos  $B$ ,  $A$  e  $C$ , nesta ordem.
14. Selecione o ícone **ângulos** (item 8), escolha a ferramenta **área** e clique no interior de cada um dos quadrados construídos para encontrar o valor de suas respectivas áreas.
15. Modifique propriedades dos quadrados. Deixe-os nas cores vermelho, verde e azul (observando a ordem do maior para o menor) e transparência em 100.

Para melhor desenvolvimento do aprendizado do Teorema de Pitágoras, discuta com seus colegas e anote as conclusões para as seguintes questões:

- a. O que você observa em relação às áreas dos quadrados, com a movimentação dos pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ ?
- b. Movimente os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , e a cada mudança na medida dos lados do triângulo, preencha a tabela abaixo. De posse dos valores anotados diga o que você observa em relação à área do quadrado maior?

Segmentos			Áreas (cm <sup>2</sup> )			
Hipotenusa $a$	Cateto $b$	Cateto $c$	Quadrado de lado $a$	Quadrado de lado $b$	Quadrado de lado $c$	Soma das áreas dos quadrados de lado $b$ e $c$

- c. Com bases nas observações e nas respostas dadas às perguntas acima, é possível afirmar que "a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos"?
- d. Com o auxílio da ferramenta **polígono**, localizada no ícone **polígonos** (item 5), construa um triângulo qualquer na mesma janela de visualização que está a construção anterior e sobre seus lados construa quadrados com lados de mesmo comprimento de cada lado do triângulo construído e encontre as áreas destes quadrados assim como feito para o triângulo retângulo. Agora faça o mesmo movimento com os pontos que são vértices do triângulo e confira se é possível supor a mesma hipótese verificada anteriormente.
- e. O Teorema de Pitágoras é verificado em qualquer tipo de triângulo?

**Curiosidade:**

Repita o processo da construção de um triângulo retângulo e, em cada um de seus lados, construa um hexágono, um triângulo equilátero e um semicírculo e calcule todas estas áreas e verifique se ocorre o mesmo observado com o quadrado.

### 3.4 Atividade 4: Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

A fim de desenvolver objetos de conhecimento associados às Matrizes de Referência de Matemática e suas Tecnologias do ENEM, esta atividade objetiva mostrar aos alunos as razões trigonométricas no triângulo retângulo, que são as relações entre os catetos e hipotenusa e têm a propriedade de determinar a medida dos ângulos do triângulo, uma vez conhecidos os seus lados ou determinar o comprimento dos catetos, conhecendo o comprimento da hipotenusa e a medida de um de seus ângulos agudos.

Com o dinamismo que o GeoGebra proporciona, esta atividade permitirá a averiguação na prática das razões trigonométricas, isto é, o aluno poderá observar a partir da manipulação dinâmica do software o que é seno, cosseno e tangente de um ângulo, do que esses valores dependem, as relações entre seno de um ângulo e cosseno de seu complementar, entre quais valores variam o seno e cosseno de um ângulo, entre outras importantes observações.

**Procedimentos:**

1. Abra o GeoGebra.
2. Salve o arquivo com o nome "relações trigonométricas no triângulo retângulo".
3. Oculte os eixos e a malha.

4. Selecione o ícone **controles** (item 11), escolha a ferramenta **controle deslizante** e clique em qualquer lugar da área de trabalho do GeoGebra, na janela que se abrirá mantenha a opção número marcada e chame o controle de  $k$ , modifique o intervalo para mínimo de 2 e máximo de 20 e no espaço incremento digite 1 e, então, selecione OK. Repita o processo para criar o controle deslizante ângulo  $\alpha$ , com o mínimo  $0^\circ$  e máximo  $89^\circ$ , com incremento de  $1^\circ$ .
5. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **ponto** e crie o ponto  $A$  em qualquer lugar da área de trabalho, em seguida, renomeie este ponto para  $B$ .
6. Selecione o ícone **formas circulares** (item 6), escolha a ferramenta **círculo dados centro e raio** e clique no ponto  $B$  e na janela que se abrirá digite  $k$  no campo raio e dê OK.
7. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **ponto** e crie o ponto  $A$  sobre o círculo criado.
8. Selecione o ícone **linhas retas** (item 3), escolha a ferramenta **segmento** e crie o segmento  $\overline{AB}$ .
9. Selecione o ícone **posições relativas** (item 4), escolha a ferramenta **reta perpendicular** e clique sobre o segmento  $\overline{AB}$  e sobre o ponto  $A$ .
10. Selecione o ícone **transformações** (item 9), escolha a ferramenta **rotação em torno de um ponto**, clique sobre o ponto  $A$  e depois  $B$  e na janela que se abrirá digite  $\alpha$  no campo ângulo (certifique-se que a opção sentido anti-horário esteja selecionada) e dê OK.
11. Selecione o ícone **linhas retas** (item 3), escolha a ferramenta **semirreta** e clique no ponto  $B$  e no ponto  $A'$ , em seguida, marque a interseção desta semirreta com a primeira reta criada usando a ferramenta **interseção de dois objetos**, localizada no ícone **pontos** (item 2). Será criado o ponto  $C$ .
12. Selecione o ícone **linhas retas** (item 3), escolha a ferramenta **segmento** e crie os segmentos  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$ .
13. Selecione o ícone **ângulos** (item 8), escolha a ferramenta **ângulo** e clique nos pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  (nesta ordem) e depois em  $B$ ,  $C$  e  $A$  (nesta ordem) e por fim em  $C$ ,  $A$  e  $B$  (nesta ordem). E renomeie estes ângulos para  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , respectivamente.
14. Deixe em oculto a reta, a semirreta, o círculo e o ponto  $A'$  que aparecem na tela.
15. Renomeie os lados do triângulo chamando a hipotenusa de  $a$  e os dois catetos  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  para de  $c$  e  $b$ , respectivamente.

16. No **campo de entrada** digite as razões trigonométricas para o ângulo  $\alpha$ :  $\text{seno}\alpha = b/a$ ,  $\text{cosseno}\alpha = c/a$  e  $\text{tangente}\alpha = b/c$  e as razões referentes ao ângulo  $\beta$ :  $\text{seno}\beta = c/a$ ,  $\text{cosseno}\beta = b/a$  e  $\text{tangente}\beta = c/b$ .
17. Selecione o ícone **especiais** (item 10), escolha a ferramenta **texto** clique no local onde deve ficar o texto na área de trabalho e na janela que se abrirá marque a opção **Fórmula LaTeX** e digite as razões do seno, cosseno e tangente. Proceda da seguinte maneira para a razão seno, digite:
- sen**  $\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$  =
- frac** { } { } = , no interior das chaves em branco você deve posicionar o cursor dentro da primeira chave e clicar no segmento referente ao cateto oposto a  $\alpha$  e, em seguida, com o cursor no interior da segunda chave clique sobre o segmento referente a hipotenusa. Após a última igualdade digitada, vá até a janela de álgebra e clique sobre o valor do cálculo feito anteriormente de  $\text{seno}\alpha$  e dê OK. Repita o mesmo procedimento para criar o texto dinâmico da razão do cosseno e da tangente de  $\alpha$ . Observação: o comando  $\frac{ }{ }$  não precisa ser memorizado, visto que ele se encontra na guia **Fórmula LaTeX**.
18. Repita o passo anterior para criar os textos das razões de seno, cosseno e tangente, mas agora referentes ao ângulo  $\beta$ .
19. Utilize os controles deslizantes para visualizar, de forma dinâmica, o que acontece com as razões caso seja modificados os lados e os ângulos do triângulo retângulo.

Para melhor desenvolvimento do aprendizado das relações trigonométricas no triângulo retângulo, discuta com seus colegas e anote as conclusões para as seguintes questões:

- A partir da construção feita, crie uma definição para seno, cosseno e tangente.
- Movimente o ponto  $k$  e o ponto  $\alpha$  no controle deslizante, observe e anote o que acontece com o triângulo, com seus ângulos e com as razões trigonométricas.
- É possível observar que os valores do seno, cosseno e tangente dependem de quê?
- Movimentando os pontos  $k$  e  $\alpha$  dos controles deslizantes o que você pode afirmar em relação ao seno de  $\alpha$  e cosseno de  $\beta$ ; cosseno de  $\alpha$  e seno de  $\beta$  e tangente de  $\alpha$  e tangente de  $\beta$ ?
- O que você observa em relação aos valores de seno e cosseno de um ângulo? Eles variam de quanto a quanto? Por que isto acontece?

### 3.5 Atividade 5: Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Com o propósito de desenvolver objetos de conhecimento associados às Matrizes de Referência de Matemática e suas Tecnologias do ENEM, esta atividade tem a finalidade de mostrar uma importante aplicação da semelhança de triângulos, chegando à construção das relações métricas no triângulo retângulo a partir das observações destas semelhanças.

Sua construção no GeoGebra permite a visualização da semelhança entre os pares de triângulos, da proporcionalidade entre os lados dos triângulos retângulos permitindo ao aluno, através da visualização dinâmica de um ponto que percorrerá os lados dos triângulos, perceber os elementos correspondentes entre eles e, então, montar as proporções existentes chegando assim às relações métricas.

Procedimentos:

1. Abra o GeoGebra.
2. Salve o arquivo com o nome "relações métricas no triângulo retângulo".
3. Posicione a origem dos eixos no canto inferior esquerdo da área de trabalho.
4. Selecione o ícone **polígonos** (item 5), escolha a ferramenta **polígono** e clique nos pontos  $A(0,0)$ ,  $B(0,8)$  e  $C(19,0)$  e novamente em  $A$  para concluir o triângulo.
5. Selecione o ícone **posições relativas** (item 4), escolha a ferramenta **reta perpendicular** clicando em seguida no segmento  $a$  e no ponto  $A$ .
6. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **interseção de dois objetos** e clique sobre a reta criada e em seguida no segmento  $a$ , criando o ponto  $D$  que é a interseção da reta com o segmento  $\overline{BC}$ . Deixe em oculto a reta criada.
7. Selecione o ícone **polígonos** (item 5), escolha a ferramenta **polígono** e crie dois novos triângulos retângulos, clicando sobre os pontos  $A$ ,  $B$ ,  $D$  e novamente em  $A$ , e em seguida em  $A$ ,  $D$ ,  $C$  e novamente em  $A$ . Deixe em oculto o triângulo maior  $ABC$ .
8. Modifique os nomes dos seguintes seguimentos:  $\overline{BD}$  de  $n$ ,  $\overline{DC}$  de  $m$  e  $\overline{AD}$  de  $h$ ,  $\overline{AC}$  de  $b$  e  $\overline{AB}$  de  $c$ .
9. Selecione o ícone **ângulos** (item 8), escolha a ferramenta **ângulo** e clique sobre três pontos consecutivos (no sentido horário) de cada um dos triângulos criados até que sejam exibidas as medidas de todos os ângulos.
10. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **ponto em objeto** e clique sobre os segmentos  $c$  e  $b$ , criando os pontos  $E$  e  $F$  respectivamente.

11. Clique com o botão direito do mouse sobre os novos pontos criados e selecione a opção **animar** na janela que se abrirá.
12. Selecione a opção **pause** que está no canto inferior esquerdo da área de trabalho do GeoGebra e com a ferramenta **mover**, localizada no ícone **manipulação** (item 1), arraste os pontos  $E$  e  $F$  até o ponto  $D$  e clique na opção **reproduzir** (canto inferior esquerdo da área de trabalho). Você irá constatar a proporcionalidade entre os segmentos dos triângulos.
13. Modifique as propriedades dos objetos para que fiquem da seguinte maneira:  $\triangle ABD$  e ponto  $E$  na cor rosa,  $\triangle ACD$  e ponto  $F$  na cor verde, ambos os triângulos com transparência 50.
14. Na mesma janela de visualização, construa outro triângulo retângulo congruente ao triângulo maior  $ABC$ . Para isso digite no **campo de entrada** os seguintes pontos  $A_1 = (20,0)$ ,  $B_1 = (20,8)$  e  $C_1 = (39,0)$ , caso estes pontos não estejam aparecendo na tela, diminua o zoom para que isso seja possível.
15. Selecione o ícone **polígonos** (item 5), escolha a ferramenta **polígono** e clique sobre os três pontos criados, na ordem de criação. Deixe este triângulo na cor azul e transparência 50.
16. Utilize a ferramenta **ângulo** localizada no ícone **ângulos** (item 8) para que sejam exibidas as medidas dos ângulos deste novo triângulo, conforme feito nos dois triângulos menores.
17. Considere os lados do triângulo  $A_1B_1C_1$ , clique com o botão esquerdo do mouse sobre cada um dos lados, escolha a opção **propriedades** e na guia **básico** e crie uma legenda para eles da seguinte maneira:  $\overline{B_1C_1} = a$ ,  $\overline{A_1C_1} = b$  e  $\overline{A_1B_1} = c$ .
18. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **ponto em objeto** e clique sobre um dos lados deste novo triângulo e renomeie este ponto chamando-o de  $D_1$  e com um clique com o botão direito do mouse sobre esse ponto, selecione a opção **animar** (caso o ponto  $D_1$  esteja se movimentando no sentido horário, clique com o botão direito do mouse sobre ele, selecione **propriedades** e na guia **álgebra** da janela que se abrirá escolha a opção **repetir-decrescente**).
19. Selecione o ícone **pause** e com a ferramenta **mover** localizada no ícone **manipulação** (item 1), posicione os pontos  $E$  e  $F$  sobre  $D$  (primeira construção) e o ponto  $D_1$  sobre o vértice  $A_1$  (segunda construção).

Para melhor desenvolvimento do aprendizado das relações métricas no triângulo retângulo, discuta com seus colegas e anote as conclusões para as seguintes questões:

- a. Após medir todos os ângulos, qual a relação entre os três triângulos retângulos?
- b. Com a opção **animar** ativada, o que você observa no percurso dos pontos sobre os lados dos triângulos?
- c. Da observação dos movimentos dos pontos sobre os lados dos triângulos, que relações de semelhanças de triângulos podem ser observadas?
- d. A partir da semelhança dos triângulos dois a dois e da observação do movimento dos pontos sobre os lados destes triângulos, escreva a proporção entre os lados homólogos (correspondentes) e por fim, conclua as relações métricas.

### 3.6 Atividade 6: Construindo o Ciclo Trigonométrico

Focado no tópico conhecimentos algébricos, mais especificamente às relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas, estabelecidos pelas Matrizes de Referência de Matemática e suas Tecnologias do ENEM, esta atividade e a seguinte, têm o propósito de apresentar, respectivamente, o ambiente do ciclo trigonométrico unitário e as construções gráficas das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente.

O dinamismo oferecido pelo GeoGebra permitirá ao aluno verificar a variação dos valores de seno, cosseno e tangente de cada ângulo e as trajetórias dos gráficos das referidas funções, contribuindo na compreensão dos períodos e certificação dos domínios e imagens destas funções, torna possível ainda, a verificação do sinal, em cada quadrante, das funções trigonométricas.

Procedimentos:

1. Abra o GeoGebra.
2. Salve o arquivo com o nome "ciclo trigonométrico".
3. Clique com o botão direito do mouse sobre a área de trabalho e escolha a opção **janela de visualização**, vá até as abas **eixo x** e **eixo y** e modifique a distância para 1.
4. Selecione o ícone **exibição** (item 12), escolha a ferramenta **mover janela de visualização** e posicione a origem dos eixos no centro da área de trabalho.
5. Selecione o ícone **formas circulares** (item 6), escolha a ferramenta **círculo dados centro e raio** e clique sobre a origem dos eixos coordenados, formando o ponto  $A(0,0)$  e digite 1 no campo que pedirá o raio e dê OK.

6. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **ponto** e dê um clique sobre a borda do círculo (sobre o primeiro quadrante), formando o ponto  $B$ .
7. Selecione o ícone **linhas retas** (item 3), escolha a ferramenta **reta** e crie a reta  $\overrightarrow{AB}$  clicando sobre os pontos  $A$  e  $B$  na tela.
8. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **interseção de dois objetos** e marque a interseção dos eixos com a circunferência, clicando sobre o eixo  $x$  e a circunferência e sobre o eixo  $y$  e a circunferência. Você deve visualizar os pontos  $C$  e  $D$  no eixo  $x$  e os pontos  $E$  e  $F$  no eixo  $y$ .
9. Selecione o ícone **posições relativas** (item 4), escolha a ferramenta **reta perpendicular** e selecione o ponto  $B$  e o eixo  $x$  e depois o  $B$  e o eixo  $y$  e finalmente sobre o eixo  $x$  e o ponto  $D$  que está na interseção do eixo  $x$  com a circunferência.
10. Selecione o ícone **pontos** (item 2), escolha a ferramenta **interseção de dois objetos** e selecione o eixo  $x$  e a primeira reta vertical criada, faça o mesmo para o eixo  $y$ , clicando neste eixo e na reta criada na horizontal e, finalmente, clique sobre a segunda reta vertical criada e sobre a reta  $\overrightarrow{AB}$ . Agora deixe em oculto todas as retas criadas.
11. Selecione o ícone **linhas retas** (item 3), escolha a ferramenta **segmento** e crie os segmentos  $\overline{BG}$ ,  $\overline{BH}$ ,  $\overline{AG}$ ,  $\overline{AH}$ ,  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BI}$  e  $\overline{DI}$
12. Modifique a cor e o estilo dos segmentos recém-criados, deixando-os da seguinte maneira:  $\overline{AG}$  de vermelho,  $\overline{AH}$  de azul,  $\overline{DI}$  de verde e,  $\overline{BG}$  e  $\overline{BH}$  com estilo tracejado, todos estes segmentos devem ficar com espessura 4. Chame os segmentos  $\overline{AG}$ ,  $\overline{AH}$  e  $\overline{DI}$  de *coseno*, *seno* e *tangente*, respectivamente.
13. Selecione o ícone **ângulos** (item 8), escolha a ferramenta **ângulo** e clique sobre o eixo  $x$  e sobre o segmento  $\overline{AB}$  (nesta ordem).
14. No **campo de entrada** digite os seguintes comandos, pressionando enter ao final de cada um: " $sen(\alpha) =$ " +  $(y(B))$ ), " $cos(\alpha) =$ " +  $(x(B))$ ) e " $tan(\alpha) =$ " +  $(y(I))$ ).
15. Selecione o ícone **ângulos** (item 8), escolha a ferramenta **ângulo com amplitude fixa** clique sobre o ponto  $D$  e  $A$  e digite  $30^\circ$  na janela que se abrirá (certifique-se de que a opção sentido anti-horário está marcada).
16. Repita o procedimento de clicar nos pontos  $D$  e  $A$ , digitando,  $45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 225^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 315^\circ, 330^\circ, 360^\circ$ , a cada vez que a janela se abrir. Deixe em oculto todos os ângulos criados, exceto  $\alpha$ .
17. Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto  $D'$ , selecione a opção **propriedades** e na aba básico digite  $30^\circ$  no campo legenda (no item exibir rótulo, marque a opção

legenda). Repita o procedimento para os demais pontos a partir de  $D'_1$  e preenchendo o campo legenda com os ângulos anteriormente criados.

18. Esconda os rótulos de todos os novos pontos criados, isto é, do ponto  $D'$  até o ponto  $D'_{15}$ .

Para melhor análise do conhecimento da circunferência trigonométrica unitária, discuta com seus colegas e anote as conclusões para as seguintes questões:

- A partir do movimento do ponto  $B$  sobre o ciclo trigonométrico, indique o sinal das funções seno, cosseno e tangente em cada quadrante do ciclo trigonométrico.
- Utilize o ciclo trigonométrico para localizar os arcos e anotar os valores do seno, cosseno e tangente de cada ângulo pedido na tabela a seguir:

Ângulos	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$210^\circ$	$225^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$315^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
Sen																	
Cos																	
Tan																	

Com base na tabela preenchida, você observa alguma relação entre os valores obtidos para seno, cosseno e tangente dos ângulos? Que relações? Por que você acha que isso acontece?

### 3.7 Atividade 7: Construindo as Funções Seno, Cosseno e Tangente.

Procedimentos:

- Abra o arquivo "ciclo trigonométrico" criado na atividade 6 e salve-o novamente com o nome "funções trigonométricas".
- Selecione o ícone **formas circulares** (item 6), selecione a ferramenta **arco circular** e selecione os pontos  $A$ ,  $D$  e  $B$  no ciclo, nesta ordem e será criado o arco  $d$ . Modifique a cor do arco criado para amarelo e transparência 75.
- Para melhor visualizar o comportamento dos gráficos das funções seno, cosseno e tangente, clique na aba **exibir** na **barra de menu** e selecione **janela de visualização 2**. Abrirá uma nova janela.

4. Clique com o botão direito do mouse na área de trabalho, selecione a opção **propriedades**, na janela que se abrirá selecione **preferências - janela de visualização 2**, escolha a aba **eixo x** e use a distância  $\pi/2$  e na aba **eixo y** use a distância 1.
5. Com a janela de visualização 2 selecionada, utilize o **campo de entrada** para criar os pontos  $J$ ,  $K$  e  $L$ , digitando  $(d, x(B))$ ,  $(d, y(B))$  e  $(d, y(I))$  e pressionando enter ao final de cada comando digitado.
6. Selecione o ícone **exibição** (item 12), escolha a ferramenta **copiar estilo visual** e clique sobre o segmento cosseno e sobre o ponto  $J$  para que o ponto  $J$  fique com as mesmas propriedades que o segmento denominado cosseno. Repita este procedimento para o segmento do seno e o ponto  $K$  e para o segmento tangente, e o ponto  $L$ .
7. Selecione a opção **habilitar rastro** clicando com o botão direito do mouse sobre cada um dos três pontos  $J$ ,  $K$  e  $L$ .
8. Selecione o ícone **manipulação** (item 1), escolha a ferramenta **mover** e na **janela de visualização 1** movimente o ponto  $B$  sobre a circunferência e você observará na **janela 2** que os pontos  $J$ ,  $K$  e  $L$  realizam uma trajetória, demonstrando como ficam os gráficos das funções cosseno, seno e tangente, respectivamente.
9. Com a **janela de visualização 2** selecionada, digite as seguintes funções no campo de entrada e aperte enter ao final de cada uma:  $f_1(x) = \text{sen}(x)$ ,  $f_2(x) = \text{cos}(x)$  e  $f_3(x) = \text{tan}(x)$ . Copie o estilo visual dos segmentos seno, cosseno e tangente para os gráficos das funções  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  e  $f_3(x)$ , respectivamente. Os gráficos das funções seno, cosseno e tangente serão criados.

A partir da observação dos gráficos das funções seno, cosseno e tangente e da movimentação do ponto  $B$  sobre a circunferência, responda às seguintes indagações:

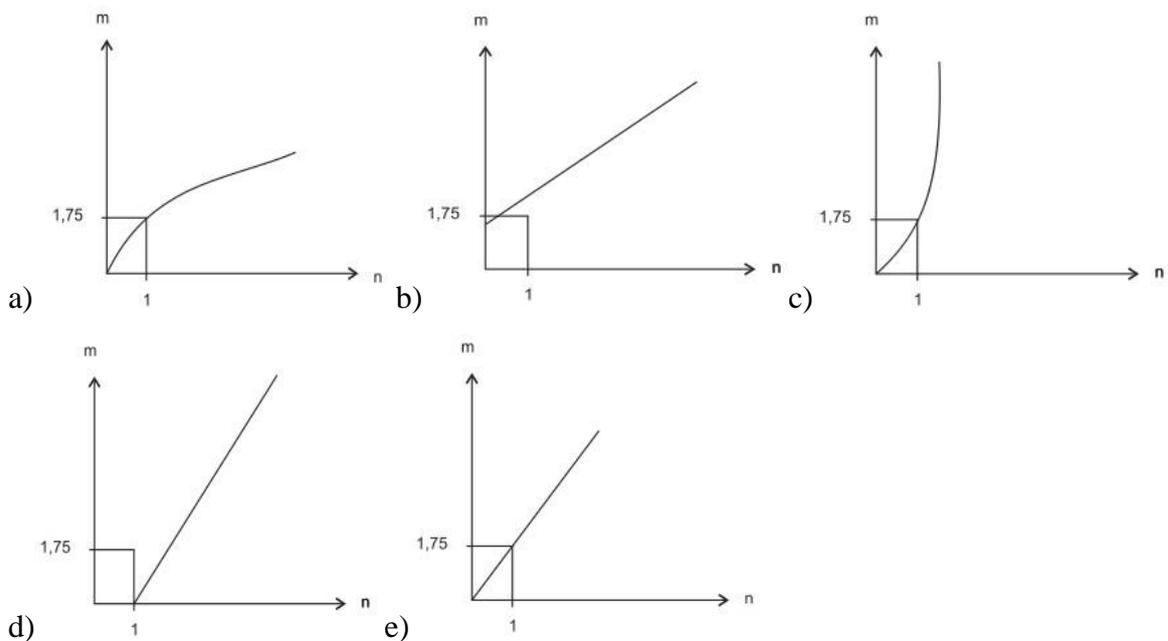
- a. Qual o domínio e imagem de cada uma das funções?
- b. Quais são os períodos das funções seno, cosseno e tangente?
- c. Em que quadrantes a função seno é crescente? E decrescente?
- d. Em que quadrantes a função cosseno é crescente? E decrescente?
- e. Em que quadrantes a função tangente é crescente? E decrescente?

## ANEXO A – Questões do ENEM

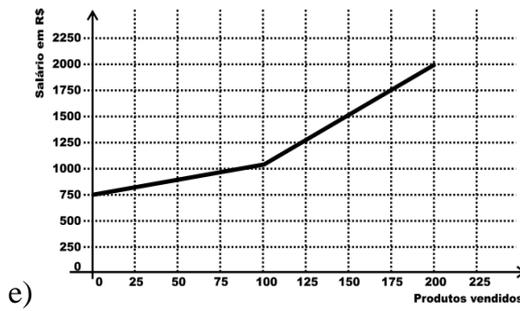
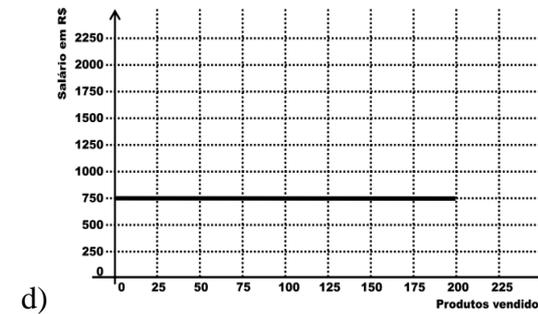
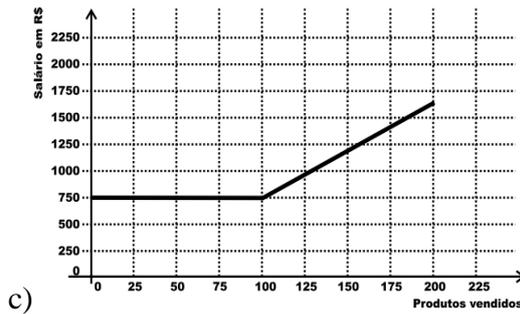
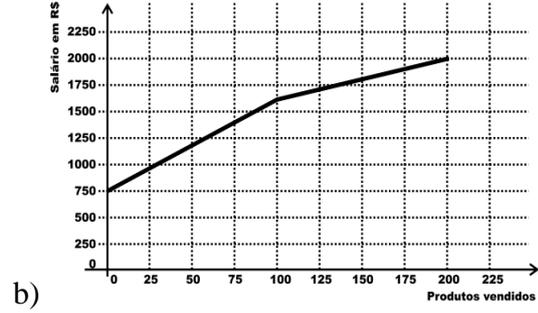
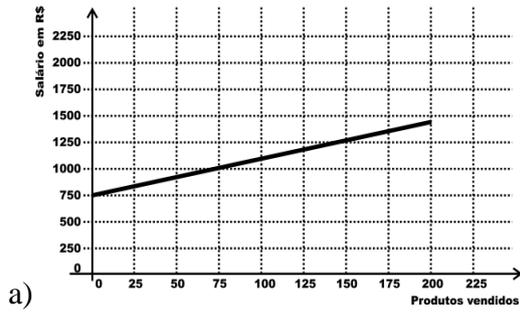
Abaixo estão algumas questões retiradas de diferentes edições do ENEM, questões estas selecionadas de acordo com o conteúdo trabalhado em cada atividade realizada durante o minicurso.

### QUESTÕES

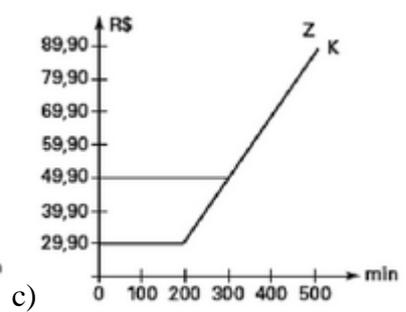
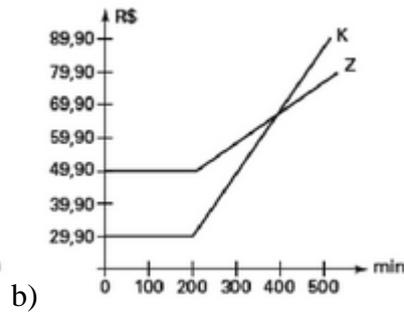
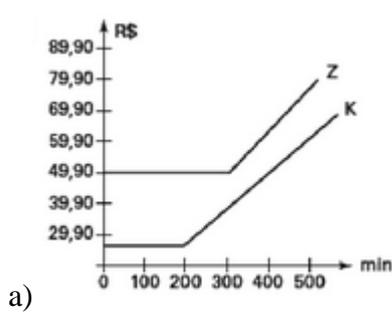
1. (ENEM 2011) As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R\$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço  $m$  pago em reais pela compra de  $n$  quilogramas desse produto é:

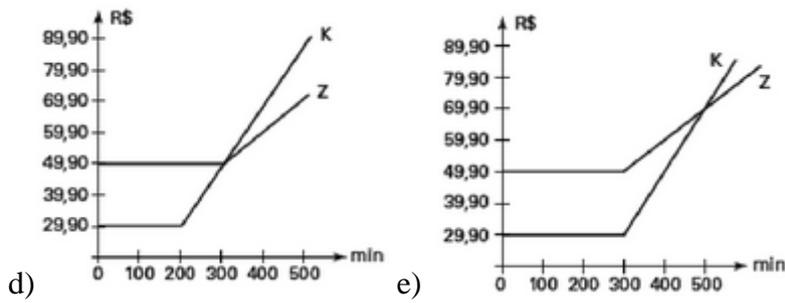


2. (ENEM 2012) Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R\$ 750,00, mais uma comissão de R\$ 3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R\$ 9,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido. Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é:

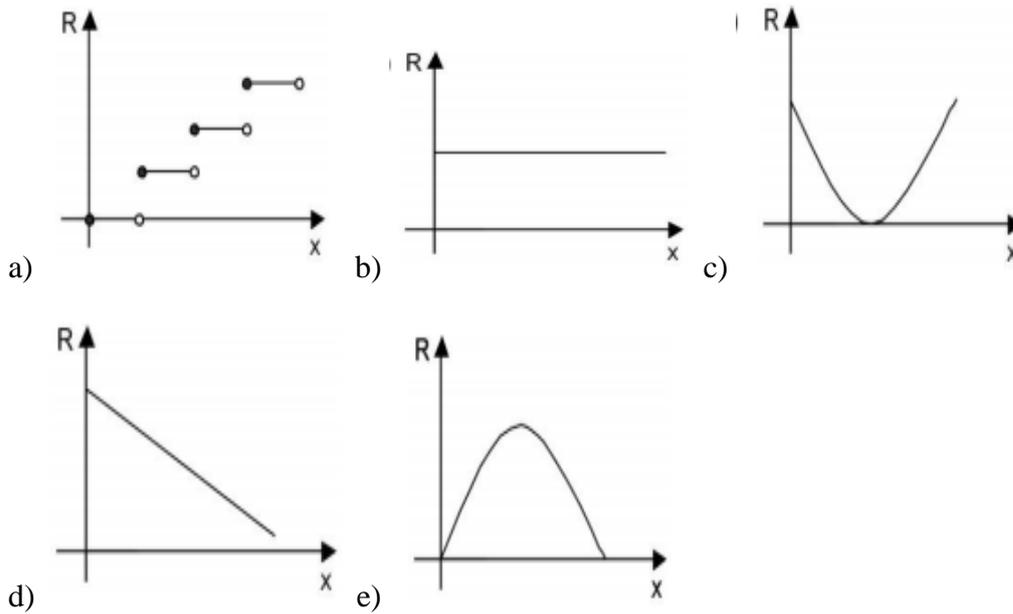


3. (ENEM 2011) Uma empresa de telefonia fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano K, o cliente paga R\$ 29,90 por 200 minutos mensais e R\$ 0,20 por cada minuto excedente; no plano Z, paga R\$ 49,90 por 300 minutos mensais e R\$ 0,10 por cada minuto excedente. O gráfico que representa o valor pago, em reais, nos dois planos em função dos minutos utilizados é:





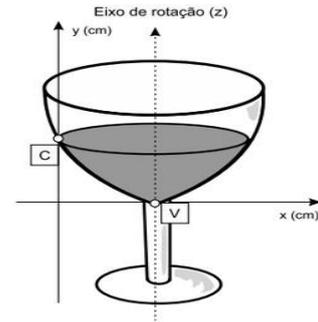
4. (ENEM 2000) Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo  $R$  a rapidez de propagação,  $P$  o público-alvo e  $x$  o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se:  $R(x) = kx \cdot (P - x)$ , onde  $k$  é uma constante positiva característica do boato. O gráfico cartesiano que melhor representa a função  $R(x)$ , para  $x$  real, é:



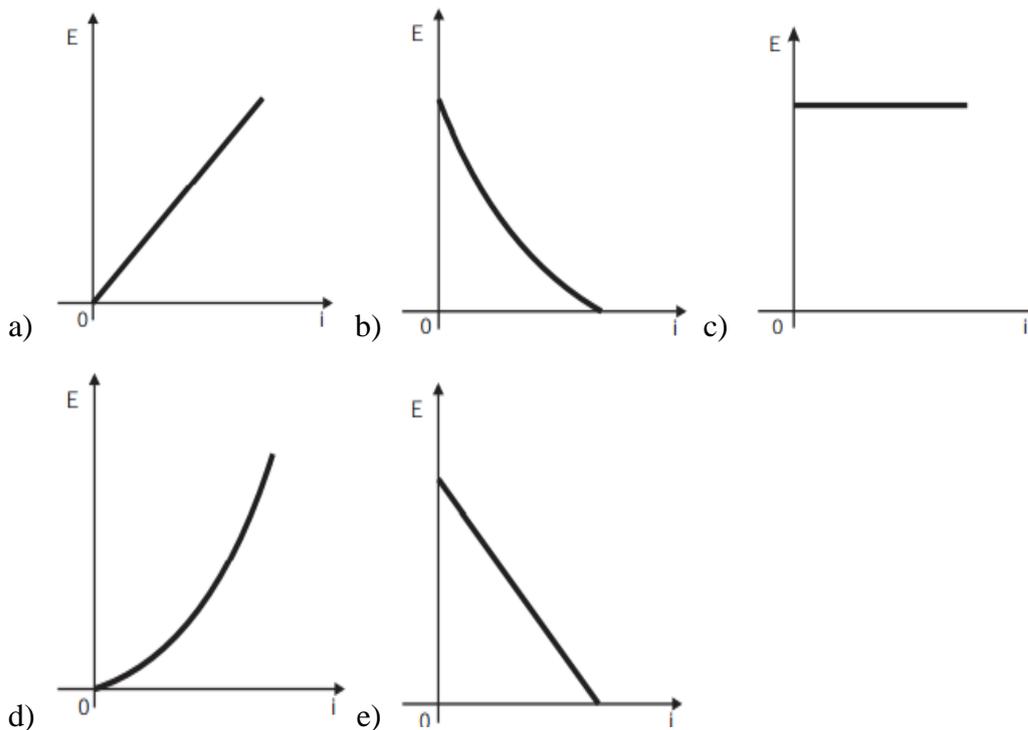
5. (ENEM 2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo  $z$ , conforme mostra a figura. A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei  $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$ , onde  $C$  é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto  $V$ , na figura,

representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo  $x$ . Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é:

- a) 1.
- b) 2.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 6.

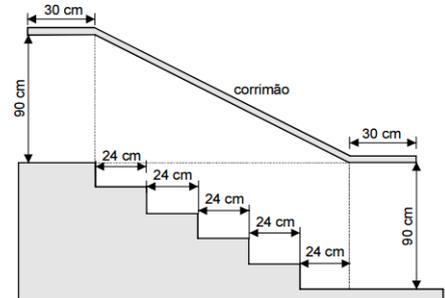


6. (ENEM 2012) Existem no mercado chuveiros elétricos de diferentes potências, que representam consumos e custos diversos. A potência ( $P$ ) de um chuveiro elétrico é dada pelo produto entre sua resistência elétrica ( $R$ ) e o quadrado da corrente elétrica ( $i$ ) que por ele circula. O consumo de energia elétrica ( $E$ ), por sua vez, é diretamente proporcional à potência do aparelho. Considerando as características apresentadas, qual dos gráficos a seguir representa a relação entre a energia consumida ( $E$ ) por um chuveiro elétrico e a corrente elétrica ( $i$ ) que circula por ele?

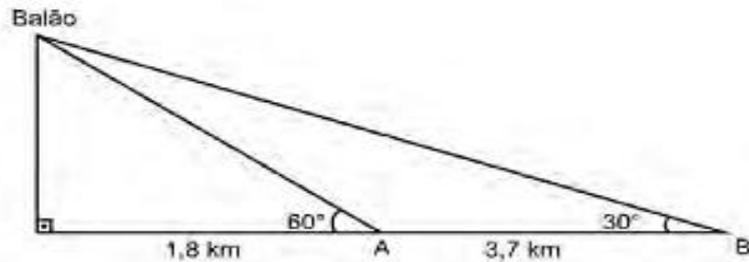


7. (ENEM 2006) Na figura que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

- a) 1,8
- b) 1,9
- c) 2,0
- d) 2,1
- e) 2,2



8. (ENEM 2010) Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.



Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de  $60^\circ$ ; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de  $30^\circ$ . Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão? Use:  $\sqrt{3} = 1,732$ .

- a) 1,8 km
- b) 1,9 km
- c) 3,1 km
- d) 3,7 km
- e) 5,5 km