

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

O DESENHO GEOMÉTRICO NO 9º  
ANO COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA  
NO ENSINO DA GEOMETRIA

Andréia Rodrigues Alves



Instituto de Matemática

Maceió, Abril de 2017



PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ANDRÉIA RODRIGUES ALVES

O DESENHO GEOMÉTRICO NO 9º ANO COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA NO  
ENSINO DA GEOMETRIA

MACEIÓ-AL

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ANDRÉIA RODRIGUES ALVES

O DESENHO GEOMÉTRICO NO 9º ANO COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA NO  
ENSINO DA GEOMETRIA

Dissertação de Mestrado Profissional, submetida em 20 de abril de 2017 à banca examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Alagoas em associação com a Sociedade Brasileira de Matemática, como parte dos requisitos necessários a obtenção do grau de mestre em Matemática.

Orientador: Vanio Fragoso de Melo.

MACEIÓ-AL

2017

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**

Bibliotecário Responsável: Valter dos Santos Andrade

A474d Alves, Andréia Rodrigues.

O desenho geométrico no 9º ano como estratégia didática no ensino da Geometria / Andréia Rodrigues Alves. – 2017.  
78 f. : il.

Orientador: Vanio Fragoso de Melo.  
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Programa de Pós Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2017.

Bibliografia: f. 70-71.  
Apêndices: f. 73-78.

1. Matemática – Estudo ensino. 2. Desenho geométrico. 3. Teoria de van Hiele.  
4. Construções geométricas. I. Título.

CDU: 372.851.4

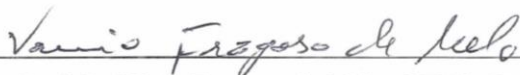
**Folha de Aprovação**

ANDRÉIA RODRIGUES ALVES

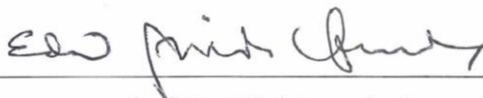
**O DESENHO GEOMÉTRICO NO 9º ANO COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA  
NO ENSINO DA GEOMETRIA**

Dissertação submetida ao corpo docente  
do Programa de Mestrado Profissional  
em Matemática em Rede Nacional  
(PROFMAT) do Instituto de Matemática  
da Universidade Federal de Alagoas e  
aprovada em 20 de abril de 2017.

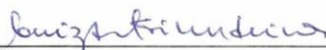
Banca Examinadora:



Prof. Dr Vânio Fragosos de Melo - UFAL (Presidente)



Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra- UFAL



Prof. Dr. Luiz Antônio da Silva Medeiros – UFCG

MACEIÓ - 2017

Dedico esse trabalho à minha mãe e ao meu pai.

## AGRADECIMENTOS

Para elaborar este texto de agradecimentos é necessário fazer uma retrospectiva de todas as pessoas que passaram por minha vida no decorrer desses dois anos de PROFMAT e graças a Deus não foram poucas. Pessoas que muitas vezes me apoiaram quando pensei que iria cair e elas prontas para me ajudar de todas as formas possíveis.

O primeiro agradecimento é a Deus por ter me presenteado com a aprovação no exame de acesso realizado no dia 1 de novembro de 2014, que mesmo diante de tantos colegas competentes, eu consegui passar e iniciar o mestrado.

À minha mãe Augenir e ao meu pai Braz pela força e pela estrutura que foram dadas no decorrer do curso, sempre me incentivando, entendendo todos os meus ‘momentos’, compreendendo que não era fácil conciliar trabalho e mestrado, mas o apoio foi incondicional, principalmente nas viagens de Arapiraca à Maceió.

Ao meu irmão André e ao meu amado sobrinho Victor Gabriel que estiveram ao meu lado em toda essa caminhada nada fácil.

À minha turma, PROFMAT UFAL 2015, que apesar de tudo esteve sempre junta, proporcionando grandes e divertidos momentos que sempre ficarão marcados na memória, em especial aos meus colegas Alex, Josenildo e Erenilda, por estarem sempre dispostos a sanar qualquer dúvida, não importando dia, lugar nem hora.

A todos os professores do PROFMAT que possibilitaram que o sonho de ser mestre se tornasse realidade, contribuindo de modo significativo à expansão do conhecimento adquirido.

Ao professor Vanio por ter aceitado fazer a orientação do trabalho, sempre me ajudando nas inúmeras dúvidas que surgiram ao longo do desenvolvimento da dissertação, compreendendo meus limites e trabalhando para que estes fossem superados.

Aos meus colegas de profissão pelo apoio de sempre, tendo uma compreensão enorme quanto a minha disponibilidade e ajudando no percurso do mestrado.

Aos alunos que participaram tão brilhantemente desta pesquisa, estando de forma efetiva, fazendo tudo com o maior carinho e disponibilidade para aprender.

À escola Estadual Adriano Jorge pela acolhida maravilhosa de sempre, nas pessoas da coordenadora Luciana e diretora Eliete, dando total apoio no prosseguimento desta caminhada.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para que o sonho de concluir um Mestrado virasse uma feliz realidade.



## RESUMO

Apresentamos, neste trabalho, um pouco da história do ensino do Desenho Geométrico no Brasil, que passando por momentos históricos significativos tiveram um papel muito importante no desenvolvimento do que se tem hoje sobre Desenho Geométrico, procurando sua importância, bem como o que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais. Mostramos, também, a Teoria de Van Hiele, passando por seus diferentes níveis e como o professor pode utilizar essa teoria e proporcionar um melhor aproveitamento de aprendizagem na Geometria. Apresentamos uma avaliação prévia e posteriori para diagnosticar o nível de aprendizagem geométrica dos alunos antes e depois da realização das atividades propostas nesta dissertação, tendo como critério de avaliação a Teoria de Van Hiele. Aplicamos algumas atividades em uma escola Estadual de Arapiraca-AL, com uma turma do 9º ano, que envolviam construções geométricas básicas para auxiliar na aprendizagem da Geometria. Finalizamos com as considerações sobre as atividades que foram propostas em sala de aula e como elas puderam auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

**Palavras-chave:** Desenho Geométrico. Teoria de Van Hiele. Geometria. Construções geométricas.

## ABSTRACT

This research aims to present part of the history of the Geometric Design history in Brazil, passing through significant historical moments, that played a very important role in the development of nowadays Geometric Design, searching for its importance, as well as what it's into the National Curricular Parameters (PCNs). The Van Hiele's Theory is presented through its different levels and how the teacher can use this theory and provide a better use of learning in Geometry. The work shows a previous and posteriori evaluation to diagnose the level of geometric learning of the students before and after the activities proposed in this paper, with reference as evaluation criterion the Theory of Van Hiele. Some activities were applied in a state school in Arapiraca-AL, with a 9th grade class, which involved basic geometric constructions to aid in the learning of Geometry. As results some considerations were taken into account about the activities that were proposed in the classroom and how they could help in the process of teaching and learning Geometry.

**Keywords:** Geometric Design. The theory of Van Hiele. Geometry. Geometric constructions.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Desenho geométrico nos livros didáticos.....	20
Figura 2 - Questões com maiores índices de erros.....	35
Figura 3 - Construção da reta paralela – passo 1.....	38
Figura 4 - Construção da reta paralela – passo 2.....	39
Figura 5 - Construção da reta paralela – passo 3.....	39
Figura 6 - Construção da reta paralela – passo 4.....	39
Figura 7 - Justificativa das duas retas serem paralelas.....	40
Figura 8 - Construção de uma reta perpendicular a uma reta dada.....	40
Figura 9 - Justificativa das retas AB e PQ serem perpendiculares.....	41
Figura 10 - Construção de uma reta perpendicular a uma reta dada- passos 1,2 e 3, respectivamente.....	41
Figura 11 - Ângulo $\hat{A}\hat{O}\hat{B}$ .....	42
Figura 12 - Construção da bissetriz do ângulo $\hat{A}\hat{O}\hat{B}$ .....	42
Figura 13 - Divisão de um segmento em cinco partes iguais.....	43
Figura 14 - Lados do triângulo.....	43
Figura 15 - Construção do triângulo- passos 1,2 e 3, respectivamente.....	44
Figura 16 - Construção de triângulo.....	44
Figura 17 - Construção de triângulo.....	45
Figura 18 - Triângulo dado.....	45
Figura 19 - Construção do circuncentro do triângulo.....	46
Figura 20 - Triângulo dado.....	46
Figura 21 - Construção do incentro.....	47
Figura 22 - Triângulo dado.....	47

Figura 23 - Construção do baricentro.....	48
Figura 24 - Construção da mediatriz feita pelo aluno A35.....	50
Figura 25 - Construção da bissetriz feita pelo aluno A9.....	51
Figura 26 - Construção da mediatriz feita pelo aluno A9.....	51
Figura 27 - Construção de triângulo pelo aluno A19.....	52
Figura 28 - Construção de triângulo pela aluna A32.....	52
Figura 29 - Construção do incentro pelo aluno A20.....	53
Figura 30 – Construção de um triângulo congruente a outro pelo caso LLL.....	59
Figura 31 – Construção de um triângulo congruente a um outro pelo caso LAL.....	60
Figura 32 – Construção de um triângulo congruente a um outro pelo caso ALA.....	61
Figura 33 – Construção de triângulos semelhantes.....	62
Figura 34 – Construção de um retângulo.....	64
Figura 35 – Construção de um quadrado.....	65
Figura 36- Construção de um losango.....	66
Figura 37 – Construção de um paralelogramo.....	67
Figura 38 – Construção de um trapézio.....	68

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Distribuição das questões em relação ao nível da Teoria de Van Hiele.....	33
Tabela 2 - Relação entre os níveis da Teoria de Van Hiele e a soma acumulada.....	34
Tabela 3 – Comparativo do nível dos alunos antes e depois das atividades de desenho geométrico.....	56

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Percentual de acertos no teste de sondagem sobre Geometria.....	35
Gráfico 2 - Enquadramento dos alunos segundo a nível de Van Hiele.....	36
Gráfico 3 - Classificação dos alunos segundo o nível de Van Hiele.....	37
Gráfico 4- Percentual de acertos na avaliação sobre Geometria.....	54
Gráfico 5 - Percentual dos alunos após as atividades sobre Desenho Geométrico segundo a Teoria de Van Hiele.....	57

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Tipos de habilidades necessárias para a aprendizagem de geometria.....	30
Quadro 2 - Relação entre habilidades e níveis de Van Hiele.....	31

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>2 O ENSINO DO DESENHO GEOMÉTRICO NO BRASIL.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1 Breve histórico do Desenho Geométrico no Brasil.....</b>	<b>17</b>
<b>2.2 A importância do Desenho Geométrico na aprendizagem matemática.....</b>	<b>20</b>
<b>2.3 Desenho Geométrico e os Parâmetros Curriculares Nacionais.....</b>	<b>22</b>
<b>3 TEORIA DE VAN HIELE.....</b>	<b>24</b>
<b>4 AVALIAÇÃO DO CONHECIMENTO PRÉVIO E DO NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO A TEORIA DE VAN HIELE E AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS EM SALA DE AULA.....</b>	<b>32</b>
<b>4.1 Aplicação da avaliação inicial sobre conhecimento geométrico.....</b>	<b>32</b>
<b>4.2 Critérios de correção segundo a Teoria de Van Hiele.....</b>	<b>33</b>
<b>4.3 Análise dos resultados da avaliação inicial sobre os conhecimentos geométricos.....</b>	<b>34</b>
<b>4.4 Atividades de Desenho Geométrico desenvolvidas em sala de aula.....</b>	<b>37</b>
4.4.1 Atividade 1: Construções geométricas elementares.....	38
4.4.2 Atividade 2: Construção de triângulos com régua, compasso e transferidor.....	43
4.4.3 Atividade 3: Pontos notáveis do triângulo.....	45
<b>5 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ATIVIDADES PROPOSTAS E APLICADAS E O RESULTADO DO PÓS-TESTE.....</b>	<b>48</b>
<b>6 SUGESTÕES DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS.....</b>	<b>58</b>
<b>6.1 Atividade 1: Congruência de triângulos.....</b>	<b>61</b>
<b>6.2 Atividade 2: Triângulo semelhante.....</b>	<b>64</b>
<b>6.3 Atividade 3: Quadriláteros.....</b>	<b>66</b>
<b>7 CONCLUSÃO.....</b>	<b>69</b>



<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>70</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>72</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O Desenho Geométrico é um conjunto de procedimentos para a construção de formas geométricas e também utilizado como recurso metodológico na resolução de problemas usando, dentre outros instrumentos, a régua sem graduação e o compasso. Porém, o que se observa na aula da disciplina de Matemática da educação básica, na área de Geometria, nos dias de hoje é a ausência desta ferramenta, ficando cada vez mais característica sua abordagem apenas em determinados cursos de graduação.

Essa falta do Desenho Geométrico vem descrever de certo modo o ensino da Geometria, pois com o desenho geométrico fica mais fácil ensinar para o aluno a Geometria, visto que muitos conceitos geométricos, até então abstratos para alunos do ensino fundamental e médio, além de colaborar na coordenação motora desenvolvem sua capacidade de se relacionar com outros conteúdos matemáticos.

A geometria é uma fantástica área da Matemática, que vem apresentar o mundo de uma forma diferente, sob outro olhar, um olhar mais detalhista, buscando compreender certas propriedades das formas geométricas que compõem o cotidiano que cerca a todos, em especial, ao aluno. Entretanto, no ensino fundamental a geometria é deixada sempre para o final do ano letivo e muitas vezes não dá tempo para ser trabalhada de maneira eficiente, se detendo apenas a alguns conceitos. Causando, assim, um déficit significativo na aprendizagem da Geometria durante a vida escolar dos alunos e comprometendo toda uma trajetória de conhecimento geométrico, que é trabalhado em todo o ensino fundamental, mas que é no nono ano que o aluno sente realmente essa carência, devido aos conteúdos geométricos ali trabalhados.

Diante desse contexto, busca-se na utilização do Desenho Geométrico uma estratégia de ensino de Matemática que venha de fato a auxiliar no desenvolvimento e na aprendizagem da Geometria de forma diferente da convencional, permitindo que através do desenho o aluno possa construir conceitos, observar propriedades e realmente aprender Geometria.

A metodologia do trabalho consiste em uma sequência didática desenvolvida em um nono ano do ensino fundamental de uma escola da rede estadual da cidade de Arapiraca- AL, tendo o desenho geométrico como estratégia didática fundamental com o objetivo de desenvolver os conteúdos e conceitos da Geometria euclidiana plana.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: no primeiro capítulo temos um pouco da história do Desenho Geométrico no Brasil e sua importância para o ensino, bem como o que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais sobre o assunto; no segundo capítulo apresentamos a Teoria de Van Hiele, que serve como base teórica para a avaliação do conhecimento geométrico dos alunos e também auxilia na elaboração da sequência didática desenvolvida em sala; no terceiro capítulo encontra-se o resultado de uma avaliação prévia dos conhecimentos que os estudantes já portavam, bem como são apresentadas as atividades desenvolvidas; e, finalmente, no quarto capítulo temos uma análise das atividades desenvolvidas e também dos dados obtidos na pesquisa.

## **2 O ENSINO DO DESENHO GEOMÉTRICO NO BRASIL**

### **2.1 Breve histórico de Desenho Geométrico no Brasil**

Para iniciarmos as atividades, em sala de aula, que envolvem Desenho Geométrico e os conceitos da Geometria Euclidiana plana que o acompanham, precisamos compreender como ele se desenvolveu no Brasil ao longo dos tempos e quais consequências isto trouxe para o cenário atual da educação brasileira.

O Desenho Geométrico teve um papel de destaque na história mundial e aqui no Brasil não foi diferente, pois foi protagonista de fatos importantes que marcaram a história do país. Segundo Zuin (2001), em terras brasileiras, o Desenho Geométrico começou a ganhar espaço no fim do século XVII diante do seguinte cenário político: Portugal, que dominava o Brasil até então, tinha interesse de proteger sua colônia de possíveis invasões arquitetadas por países europeus.

Diante disso, formam-se as primeiras turmas de fortificações e o Desenho Geométrico estava presente. O objetivo era ensinar a desenhar projetos que possibilitassem a defesa militar da colônia.

Já no século XVIII, o Desenho Geométrico tornou-se obrigatório para os oficiais militares e com isso as escolas militares passam a formar engenheiros militares, cartógrafos e matemáticos, tendo seu maior enfoque mais uma vez nas aulas de fortificações, ainda com a intenção de permitir uma maior defesa para os interesses do país.

Ainda no século XVIII, surgem os primeiros sinais da revolução industrial e com isso o ensino das ciências teve uma importância fenomenal, e o desenho geométrico era peça fundamental dentro desse contexto, pois permitia a modernização das máquinas. Segundo Zuin (2001),

A criação de máquinas- a máquina a vapor e o tear mecânico – permite o aumento da produtividade e a racionalização do trabalho. O metal passa a ser largamente utilizado passando a estimular a siderurgia e a criação das indústrias de máquinas pesadas. A invenção da locomotiva e a do navio a vapor vai ser fundamental para o comércio. Dentro de toda essa evolução, as construções geométricas da Geometria euclidiana se constituem em ferramentas importantes para a construção de máquinas, no desenho das novas vias de transporte. O Desenho passa a ser à base de todos os

trabalhos mecânicos e se constitui um saber fundamental para o desenvolvimento da técnica (p. 52).

E assim vemos que devido às mudanças que ocorreram no mundo, o desenvolvimento da indústria impulsiona ainda mais a necessidade do desenho geométrico e sua efetivação para perpetuar a criação de novas máquinas.

No fim do século XVIII, o Brasil buscava por um novo modelo educacional e como na França surgia um modelo de ensino que estava adentrando por outros países da Europa, o Brasil passou a adotar também esse modelo. Porém, dentro desses moldes, o desenho geométrico passou a ter um cunho artístico, ou seja, sua principal característica era voltada para a educação artística.

A partir do século XIX, a revolução industrial se expande mundialmente e aqui, no Brasil, cresce a procura por mão-de-obra qualificada. Com isso houve a necessidade de criar escolas normais e liceus provinciais em 1835 e Colégio Pedro II em 1837, onde os professores eram militares, que eram convocados para ministrar cursos e estes docentes, devido a sua formação militar, tinham um conhecimento muito apurado sobre desenho geométrico e com isso acabaram disseminando para seus alunos toda a teoria e técnica do desenho geométrico.

Segundo Zuin (2001), nas primeiras décadas do século XIX mudanças sociais, políticas e econômicas, alteram o cenário brasileiro. E conseqüentemente houve mudanças no Estatuto das Escolas Militares, criando disciplinas de engenharia civil. Esse é considerado o ponto que separa as escolas de engenharia civil das escolas militares.

Com isso, nos cursos de engenharia civil as construções geométricas passam a ter um papel muito importante e passam a compor a matriz curricular, ganhando um papel de maior destaque, permitindo uma maior valorização do ensino das construções geométricas, estando estritamente ligadas ao progresso.

O Brasil no final do século XIX passa por um processo de modernização e dentro desse contexto eis que surge Rui Barbosa, que considerava o Desenho como a sustentação da industrialização do país. Ele, parlamentar, cria um sistema nacional de educação, baseado mais uma vez em países europeus. Nesse projeto educacional, o desenho geométrico é considerado um saber escolar necessário para o desenvolvimento industrial brasileiro.

Chegando ao século XX, segundo Nascimento (1994),

O Desenho adentrou o século XX bastante influenciado pelo positivismo, girando em torno do geométrico e da cópia de ornatos, atendendo às exigências de uma sociedade que primava pela inteligência do regime a fim de preencher os quadros da política e da administração pública, sem nenhuma preocupação com a formação técnica.

Até os cinquenta primeiros anos do século XX, o desenho geométrico foi um componente curricular importante. Mas ao fim de 1950 e começo da década de 60 inicia-se o Movimento da Matemática Moderna, onde um dos objetivos era promover uma renovação do ensino de Matemática. A intenção era aproximar os conhecimentos que eram desenvolvidos em sala de aula e os conhecimentos dos pesquisadores da área, preparando os alunos para trabalhar constantemente com o auxílio da tecnologia.

Para promover essa renovação, uma das primeiras mudanças foi à exclusão de algumas áreas matemáticas do currículo escolar e, dentre elas estava a retirada da Geometria Euclidiana e isso também atingia o Desenho Geométrico, que tinha seu embasamento teórico nessa grande área do conhecimento. Começava aí o desprestígio do desenho geométrico.

Para consolidar ainda mais o declínio do desenho geométrico, a Lei 4024 de Diretrizes e Bases da Educação Nacional em 1961 determina novos rumos para o desenho geométrico, tornando-o uma disciplina curricular não obrigatória e esse é o ápice da desvalorização do desenho geométrico.

Dez anos depois, em 1971, a Lei 5692 de Diretrizes e Bases da Educação Nacional vem para excluir definitivamente o desenho geométrico do currículo escolar brasileiro. Para se ter uma ideia, as construções geométricas com régua e compasso não seriam mais obrigatórias em vestibulares de arquitetura e engenharia na década de 70. E assim o desenho geométrico perde seu espaço no cenário da educação brasileira.

No final da década de 90, a necessidade de construções geométricas volta à tona no país, surgindo nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, que serão abordados ainda neste capítulo.

Porém, apesar de todas essas mudanças que ocorreram na história do desenho geométrico no Brasil, o Desenho Geométrico é excluído da educação básica e apenas usado no ensino superior como disciplina de alguns cursos de graduação, indo de encontro com o contexto histórico que permeou seu caminho em solo brasileiro.

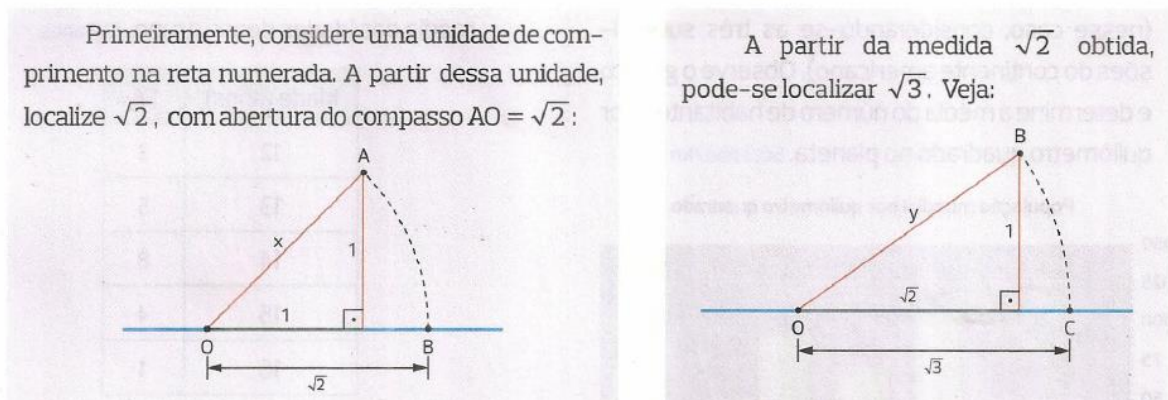
## 2.2 A importância do Desenho Geométrico na aprendizagem Matemática

O Desenho Geométrico auxilia na abordagem de conceitos matemáticos riquíssimos que permitem a apreciação dessa ciência tão importante para o dia-a-dia de todos. É impossível separar a Matemática (Geometria) do Desenho Geométrico, pois para exibir muitos resultados matemáticos fazemos uso de recursos gráficos, que vão auxiliar na compreensão do problema, destacando as propriedades geométricas e conceitos.

Mas muitos alunos e até mesmo professores pensam que o Desenho Geométrico é somente desenhar e acabou. No entanto, ele permite o entendimento de muitos conceitos, sejam eles geométricos ou não, além de ser uma ferramenta útil para auxiliar na demonstração de teoremas. E ainda exerce uma função muito importante na compreensão de outros conteúdos, como por exemplo, na álgebra.

Dante (2013) faz uso do desenho geométrico para apresentar a espiral pitagórica, mostrando que é possível localizar com precisão razoável alguns números irracionais, como por exemplo  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{7}$ , etc., na reta numérica com o auxílio de um compasso.

**Figura 1: Desenho geométrico nos livros didáticos**



Fonte: Dante (2013)

O trabalho com Desenho Geométrico permite ainda interpretar, representar e visualizar de forma gráfica o mundo que nos cerca. Além disso, está presente em diversas áreas profissionais, como é o caso da engenharia, construção, arquitetura e outras.

Assim, segundo Silva(2006),

Além da função de auxiliar na compreensão das matemáticas, principalmente na área de geometria, o Desenho Geométrico é ministrado com o propósito de

desenvolver habilidades motoras manuais nos alunos, pois as construções gráficas são executadas com instrumentos como compasso, régua, transferidor e esquadro, cujo manuseio requer coordenação motora para a obtenção das figuras geométricas pretendidas (p.49).

Neste contexto, compreendemos que o aluno deve ter o contato com esses materiais de desenho o quanto mais cedo possível, para que essa habilidade motora se desenvolva ao longo dos anos escolares e permita o aprimoramento das técnicas e conceitos.

Dentre as muitas utilidades do Desenho Geométrico, destacamos:

- raciocínio lógico, pois a partir da construção geométrica permite a elaboração de estratégias;
- resolução de problemas;
- demonstração de teoremas utilizando ou muitas vezes formulando conceitos matemáticos e geométricos.

Para Zuin (2001), é preciso estreitar ao máximo o vínculo entre o Desenho Geométrico e a Geometria. A autora considera que os problemas do Desenho Geométrico são criativos e que as construções mais simples sejam destinadas aos alunos do ensino fundamental por ainda terem pouca maturidade e ter o conhecimento limitado da geometria plana, e as construções geométricas mais elaboradas para os alunos do ensino médio, pois aí agregaria a geometria plana e a espacial, que é tão trabalhada nessa modalidade de ensino.

As construções geométricas que mais se ensinavam eram: perpendicularidade, paralelismo, divisão de segmentos, ângulos, bissetriz, triângulos, quadriláteros, circunferência, semelhança, homotetia e outros. Mas ao longo da história do Desenho Geométrico, como vimos anteriormente, perde espaço nas escolas, cursos superiores e livros, deixando uma lacuna na educação matemática brasileira que até os dias atuais pode ser vista diante da grandiosa dificuldade que professores e alunos têm com o mesmo.

Isso pode ser resultado do crescente desenvolvimento da tecnologia, que tem chegado aos quatro cantos do mundo, movimentando profundamente na vida das pessoas. Mas, infelizmente a educação não tem acompanhado essa evolução. E isso é decorrente do fato dos professores terem tido uma formação precária nesse sentido, sem o domínio de tal prática pedagógica, pois não possui domínio da parte prática fundamental do Desenho Geométrico para poder depois usar novos recursos para o seu aprimoramento.



Para Lamphier (2004), isso não é só feito do Brasil,

No passado, as construções com régua e compasso faziam parte do currículo. Entretanto, recentemente, as construções desapareceram. Em livros antigos as construções tomavam capítulos inteiros. Nos mais recentes, as construções aparecem no meio dos capítulos e são discutidas brevemente. Ao invés de se concentrarem em papel e lápis, e construções com régua e compasso, os livros atuais tem a enfatizar o uso de softwares de geometria dinâmica ... . Será verdade que as construções euclidianas usando régua e compasso em papel em breve serão coisa do passado? Serão elas outro conceito matemático perdido como encontrar raízes quadradas e logaritmos? Serão elas vistas como um importante link com o passado? Serão reconhecidas como importantes, mas substituídas pelas construções usando tecnologia?

Claro que o objetivo deste trabalho não é questionar o uso de softwares para o ensino de Desenho Geométrico, até porque é uma metodologia super válida. Porém, o que buscamos é trabalhar usando os instrumentos propícios para o Desenho Geométrico como régua e compasso e usá-los com a Geometria.

Para o autor Putnoki (1988) ,

... não há Geometria sem régua e compasso. Quando muito, há apenas meia Geometria, sem os instrumentos euclidianos. A própria designação Desenho Geométrico me parece inadequada..., pois permite uma espécie de “concretização”. Vejo a régua e o compasso como instrumentos que permitem “experimentar”. Isso, por si só, dá uma outra dimensão aos conceitos e propriedades geométricas.

Assim notamos que os instrumentos para o Desenho Geométrico são de fato régua, compasso, transferidor e outros objetos que permitem a concretização de muitas propriedades dos elementos da Geometria.

### **2.3 Desenho Geométrico e os Parâmetros Curriculares Nacionais**

Atualmente no Brasil, o Desenho Geométrico não é componente obrigatório do currículo e isso acaba gerando problemas quando o professor passa a abordar esse tema, pois para os alunos isso é um tema estranho e isso acontece devido ao fato das construções geométricas aparecerem apenas de forma complementar em livros específicos e praticamente não existirem nos livros de Matemática do ensino fundamental.

Entretanto vimos no breve histórico sobre o Desenho Geométrico que foram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que trouxeram-no de volta a prática pedagógica e permitiram que professores pudessem dar um enfoque maior na geometria e conseqüentemente no Desenho Geométrico. Nos PCN é dada uma importância significativa para o Desenho Geométrico nos 4 ciclos do ensino fundamental, destacando que o aluno seja capaz de realizar atividades que priorizem o raciocínio, a resolução de problemas e a construção de conceitos geométricos.

Em relação a Geometria, os PCN sugerem,

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Nestes Parâmetros, este bloco de conteúdos contemplará não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas à posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas. O estudo da geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (BRASIL, 1998, p.51).

Trabalhando com espaço e forma os PCN pressupõem que o professor de Matemática seja capaz de explorar situações que se façam necessário o uso de construções geométricas com régua e compasso, enfatizando a aplicação de propriedades e relações geométricas.

Diferentemente do que todos possam imaginar que o Desenho Geométrico somente esteja relacionado com a Geometria, os PCN focam também o uso do Desenho Geométrico com outras áreas da Matemática, como a álgebra usando-o para:

...conhecer números irracionais obtidos por raízes quadradas e localização de alguns desses números na reta numérica, fazendo uso, inclusive, de construções geométricas com régua e compasso. Esse trabalho inicial com os irracionais tem por finalidade, sobretudo, proporcionar contra-exemplos para ampliar a compreensão dos números. (p.83)

Nos PCN é dado uma grande ênfase entre as Geometria e os instrumentos utilizados no Desenho Geométrico, se preocupando na construção do pensamento geométrico que o aluno possa obter, tendo a figura como uma ferramenta de visualização para auxiliar na obtenção de conceitos. Por exemplo, é bastante instrutivo que o aluno construa uma bissetriz e

conclua o que ela é e o que representa e não receber o conceito pronto e acabado. Essas construções são citadas ao longo dos PCN,

- divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso;
- resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor;
- identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso. (p.89)

Segundo os PCN, o trabalho com as construções geométricas usando régua e compasso se faz necessário para priorizar a compreensão de conceitos, propriedades e demonstrações geométricas, permitindo que o aluno seja o protagonista da construção do conhecimento, permitindo uma aprendizagem com base na exploração, na comprovação de estratégias e com percepção de propriedades geométricas.

Ainda nos PCN encontramos uma metodologia de como o professor deve trabalhar com as transformações geométricas,

Construindo figuras a partir da reflexão, por translação, por rotação de uma outra figura, os alunos vão percebendo que as medidas dos lados e dos ângulos, da figura dada e da figura transformada são as mesmas. As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e podem favorecer a construção da noção de congruência de figuras planas (isometrias). De forma análoga, o trabalho de ampliação e redução de figuras permite a construção da noção de semelhança de figuras planas (homotetias). p.84

### **3 TEORIA DE VAN HIELE**

Antes de iniciarmos as atividades com o Desenho Geométrico, vamos abordar uma teoria de relevante valia para o nosso estudo: Teoria de Van Hiele, que vem para prestar um grande auxílio no desenvolvimento da geometria desde o ensino fundamental, passando pelo ensino médio e chegando ao ensino superior.

A Teoria de Van Hiele é um modelo de aprendizagem que consiste em uma descrição do pensamento geométrico do aluno ao passar de um simples reconhecimento de figuras geométricas até a compreensão de demonstrações de teoremas. Tem seu eixo fundamental em três elos muito importantes: desenvolvimento mental, mudanças cognitivas e experiências vivenciadas.

A Teoria de Van Hiele foi proposta pelo casal Van Hiele: Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, ambos professores de geometria do curso secundário, na Holanda, por volta dos anos 50. Os Van Hiele desenvolveram uma teoria que tinha uma preocupação em fazer uma análise minuciosa dos conhecimentos geométricos. Isso foi fruto da observação de suas próprias práticas docentes. Eles perceberam que seus alunos possuíam grandes dificuldades de aprendizagem. Por mais que eles ensinassem, seus alunos não conseguiam obter sucesso e isso foi causando uma inquietação tamanha e aguçando a sua busca por meios que amenizassem tal cenário.

Acreditavam que isso era resultado de uma geometria que era voltado para técnicas mais elaboradas, como axiomas e demonstração de teoremas, restando ao alunado simplesmente a tarefa de decorar tudo aquilo que era passado, mas significado e coerência para tudo que era ensinado não tinha. E isso causava inquietação para o casal.

Segundo Nasser, começou-se, então, uma busca intensa para compreender o que acontecia. Em 1951, professor da escola Montessori, Van Hiele inconformado com a situação que vivia em sua prática pedagógica, passa a ter um maior convívio com as crianças, deixando-as falar livremente sobre seus anseios e pensamentos diversos para poder identificar como se construía as diferentes formas de pensar e agir delas. Isso resulta mais tarde em um esquema de compreensão do discente através de níveis de raciocínio hierárquicos e sequenciais, o que futuramente vem para auxiliar de forma significativa sua teoria.

Dando continuidade aos estudos, o casal finaliza seu doutorado na Universidade de Utrech em 1957 usando essas pesquisas nas teses. Devido a morte precoce de sua esposa, Pierre Marie Van Hiele leva adiante a chamada Teoria do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele. Segundo Nasser (2004),

... esses trabalhos demoraram a ganhar atenção internacional, só foi na década de 70 que o modelo começou a ser visto e usado por muitos professores e pesquisadores. A teoria de Van Hiele tem sido a base de diversos projetos de pesquisas, teses de mestrado e doutorado e artigos apresentados em congressos ou publicados em periódicos de Educação Matemática em todo mundo.

Para Lujan (1997), a teoria de Van Hiele é fundamentada na psicologia de Gestalt ( essa psicologia estabelece uma relação entre forma e percepção, o que é percebido pelo indivíduo e como é percebido são importantes elementos para que se possa compreender o comportamento humano), e em uma base estruturalista ( estruturas relacionadas com a visão de mundo de organização), considerando no seu desenvolvimento aspectos da didática matemática.

Esse pensamento ia de encontro à teoria de Piaget, que considerava as faixas de idades responsáveis pelos níveis de desenvolvimento cognitivo, pois os níveis de Van Hiele do pensamento do desenvolvimento geométrico não levavam em conta a questão da idade e sim a instrução ou o estímulo que é recebido pelo professor.

Para Nasser, a aprendizagem de conceitos geométricos ocorre por níveis de compreensão. Os alunos atribuem significado a um conceito básico de forma gradual, observando regularidades e produzindo generalizações. Sendo assim, chegamos a um ponto muito importante no desenvolvimento da teoria: a elaboração de conceitos geométricos por parte dos alunos.

Gradualmente o aluno passaria de um nível para outro, seguindo uma sequência lógica, onde o aluno só passaria para o nível seguinte quando ele tivesse apropriado de todo o conhecimento necessário para o nível em que ele estava. Inicia-se no nível 1 até o nível 5. Segundo Nasser, esses níveis são classificados em:

- Nível 1 – Visualização ou Reconhecimento – Nesse nível o aluno visualiza os objetos que estão a sua volta, introduzindo assim noções de conceitos geométricos. Através desta visualização o aluno nota as formas geométricas como um todo, ou seja, aparência física, mas não pelas suas propriedades ou partes. Nesse nível o aluno ainda não é capaz de tamanha percepção, pois seu vocabulário geométrico está pouco desenvolvido, isso quer dizer que eles seriam incapazes de perceber nas figuras geométricas características como ângulos ou dizer que os lados opostos são paralelos. Os alunos nessa fase somente pelo aspecto visual classificam os quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
- Nível 2 – Análise – Os alunos nesse nível ainda não são capazes de distinguir relações entre as figuras e nem de definir conceitos. Mas este nível é marcado pelo início de uma análise de conceitos e características das figuras geométricas. A partir disso, o aluno reconhece que as figuras são divididas em partes. Podemos citar que nessa fase

os alunos dão descrição de um quadrado através de suas propriedades, por exemplo, que um quadrado tem quatro lados e eles são iguais, que tem quatro ângulos retos e que os lados opostos são paralelos.

- Nível 3 – Ordenação ou Dedução Informal – Alunos deste nível conseguem produzir relações entre as propriedades das figuras, surgindo assim deduções simples. Há a capacitação de decisões das propriedades das figuras e conhecimento das classes das figuras. Nesse nível, porém, os significados das deduções não são compreendidos como um todo. São capacitados para acompanhar as demonstrações formais, mas não conseguem alterar a ordem lógica e nem provas das deduções com novas formas. O aluno nesse nível é capaz de dizer que o retângulo é um paralelogramo, pois também possui os lados opostos paralelos.
- Nível 4 – Dedução Formal – Nesse nível o aluno entende o significado da dedução das teorias geométricas de uma forma mais complexa. É a partir deste nível que é empregado o sistema axiomático, e o aluno é capaz em construir demonstrações e novas formas de desenvolver suas deduções, ele não utiliza muito o rigor matemático em suas derivações. Nesse nível o estudante pode fazer demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
- Nível 5 – Rigor – O aluno dentro deste nível é capacitado a construir noções de várias questões dentro do sistema axiomático, isto é, há possibilidade de estudarem as geometrias não-euclidianas. Neste nível a geometria é vista em um plano abstrato, ou seja, o aluno estabelece e faz demonstrações de teoremas em uma geometria finita.

Assim, dentre esses níveis o professor tem um papel muito importante, pois ele será o responsável em escolher ou montar as atividades para serem desenvolvidas, privilegiando cada nível estudado, para que ao fim das atividades ele possa avaliar o nível do aluno e verificar se é possível passar para o nível seguinte.

A Teoria de Van Hiele também procurava entender como o professor poderia trabalhar para facilitar o raciocínio geométrico dos alunos de um nível para o outro e isso foi intitulado por eles como Fases de Aprendizagem. Para que o aluno possa passar de um nível para outro, ele é submetido a cinco fases de aprendizagem: informação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração.

Segundo Nasser, a fase de informação é sobre os objetivos de estudos. A fase de orientação dirigida é a fase que os estudantes exploram o tópico de estudo através de

atividades que o professor selecionou e ordenou com muito cuidado. Na fase de explicação, os alunos expressam e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas que foram observadas. Na fase de orientação livre, são procuradas soluções próprias para as atividades mais complexas. E por último temos a fase de integração, nessa fase o aluno revê e resume o que aprendeu, formando uma visão geral do sistema de objetos e relações do nível atingido.

Após passar por todas estas fases, o professor vai avaliar se o aluno conseguiu atingir êxito em todas e assim possibilitar a passagem para o próximo passo.

Conforme Pazos e Werlang ,

Nas fases de aprendizagem o objetivo é favorecer o deslocamento do aluno para um nível imediatamente superior ao que ele se encontra, tendo as seguintes etapas: informação: o aluno explora, discute com os colegas e o professor seleciona o material a ser estudado; Orientação Dirigida: o professor fornece o material sobre o objetivo de estudo em função do nível de raciocínio do aluno; Explicação: o professor conduz, orienta as discussões da turma, para que os alunos se apropriem da linguagem pertinente; Orientação Livre: o professor fornece ao aluno material com várias possibilidades de uso e dá instruções que permitam diversas formas de atuação do aluno sobre o objetivo de estudo; Integração: reflexão dos alunos sobre as suas próprias ações nas etapas anteriores. (p. 3-4)

O modelo de Van Hiele possui as seguintes propriedades para auxiliar o professor no desenvolvimento do raciocínio geométrico:

- Sequencial- é uma fase sucessiva que cada aluno deve passar para se sair bem nos respectivos níveis passando pelas estratégias dos níveis anteriores.
- Avanço- Van Hiele salientou que é possível ensinar a um aluno de talento e habilidades que estejam acima de seu nível.
- Intrínseco e Extrínseco – os objetivos implícitos num nível tornam-se explícitos no nível seguinte.
- Linguística – algumas noções do conhecimento não é a linguagem do aluno devido ele ainda não ter chegado a certo nível.
- Combinação inadequada- se o nível do professor estiver mais alto do que o do aluno este não será capaz de acompanhar os raciocínios que estarão sendo empregados.

Vale ressaltar que o desenvolvimento do aluno nos níveis que compreendem a teoria de Van Hiele não acontece de forma rápida. São necessários meses ou até mesmo anos, considerando o ensino fundamental de 6º ao 9º, onde o professor pode iniciar esse trabalho e

prosseguir até o último ano do ensino fundamental, pois vai permitir a escolha de métodos e estratégias para cada nível.

Para as dificuldades que os alunos vão apresentar nas aulas de geometria, a teoria Van Hiele fornece uma explicação: o aluno não tem como acompanhar um determinado nível da teoria se este não tiver um pleno domínio do nível anterior. Isto quer dizer que não adianta um aluno chegar ao 9º ano do ensino fundamental e não ter conhecimentos prévios dos conteúdos geométricos vistos nos anos anteriores, pois vai exigir um conhecimento prévio que eles não possuem, dificultando ainda mais a execução de atividades.

Nesta teoria o professor tem uma papel de fundamental importância para ajudar na transição de um nível para o outro, pois ele é quem vai escolher e colocar em prática os procedimentos adequados para que o aluno atinja o nível desejado.

É de suma importância que o professor possibilite meios para que o aluno passe a fazer parte significativa da aprendizagem e isso é possível desde que ele use uma linguagem acessível a todos os discentes, trabalhando com termos técnicos e ao mesmo tempo trazendo o mais próximo para a vivência do aluno.

Segundo Vieira (2010),

Não basta que o professor explique as atividades para o aluno. O aluno tem que ser submetido ao desafio de resolver as questões do seu jeito. Às vezes, há uma tentativa de informar os alunos do contexto por explicação, mas isso é inútil: os alunos deveriam aprender fazendo, não sendo informados por explicação.

Para estudar e compreender a geometria, os alunos precisam dominar certas habilidades e estas foram identificadas por Hoffer como visual, verbal, gráfica, lógica e aplicação apresentadas no quadro 1.



**Quadro 1 –Tipos de habilidades necessárias para a aprendizagem de geometria**

Tipos de habilidades	Comentários
Habilidades visuais	A geometria é claramente uma matéria visual, mas com demasiada frequência seus aspectos visuais têm servido primariamente como uma ferramenta para provas e pode ser que os alunos precisem explorar mais figuras e esquemas manipuláveis.
Habilidades verbais	Um curso de geometria provavelmente salienta o uso de linguagem mais do que qualquer outro curso matemático. Há abundância de vocabulário para os alunos aprenderem. Há definições precisas. Há postulados e proposições que descrevem propriedades de figuras e relações entre figuras. Pede-se que os alunos leiam muitos materiais e que escrevam suas próprias demonstrações.
Habilidades de desenho	Os cursos de geometria fornecem oportunidades para os alunos expressarem suas ideias em desenhos e diagramas. Na vida do posterior, alguns alunos podem ter mais necessidade de fazer um desenho de uma situação geométrica do que provar teorema. As habilidades de desenhar podem, e provavelmente, devem ser desenvolvidas em cursos de geometria, e as atividades ajudam com frequência a preparar alunos para aprender, mais tarde, relações geométricas.
Habilidades lógicas	A geometria é uma das matérias do currículo que mais ajudam os alunos a analisar a forma de um argumento e a reconhecerem a forma de argumentos válidos e não válidos no contexto de figuras geométricas e, posteriormente, em problemas da vida diária. (...) Para os alunos desenvolverem habilidades lógicas, muitos necessitam trabalhar informalmente com ideias ilustrativas e verbais antes de serem introduzidas às regras da lógica.
Habilidades aplicadas	Dedicando mais tempo ao desenvolvimento de habilidades, nós seremos capazes de prover os alunos com mais aplicações práticas de geometria que ocorrem, por exemplo, em arquitetura, astronomia e engenharia, bem como aplicações do raciocínio que são usadas por advogados, pessoas de negócios e consumidores.

**Fonte: Hoffer (1981), apud Vieira, 2010, p.29.**

Hoffer (1981), ainda construiu uma relevante relação entre as habilidades necessárias para a aprendizagem de geometria e os níveis de Van Hiele, enumerando o que o aluno deve possuir dentro de cada nível. Essa relação ajuda ao professor a classificar o nível em que o aluno está.

**Quadro 2 – Relação entre habilidades e níveis de Van Hiele.**

Nível Habilidade	Visualização e reconhecimento	Análise	Ordenação ou dedução informal	Dedução formal	Rigor
Visual	Reconhece figuras diferentes de um desenho. Reconhece informações rotuladas numa figura.	Percebe as propriedades de uma figura como parte integrante de uma figura maior.	Reconhece inter-relações em diferentes tipos de figuras. Reconhece propriedades comuns de diferentes tipos de figuras.	Usa informação sobre uma figura para deduzir outras informações.	Reconhece suposições injustificadas feitas através do uso de figuras. Concebe figuras relacionadas em vários sistemas dedutivos.
Verbal	Associa o nome correto com uma figura dada. Interpreta sentenças que descrevem figuras.	Descreve acuradamente várias propriedades de uma figura.	Define palavras precisa e concisamente. Formula sentenças mostrando inter-relações entre figuras.	Entende a distinção entre definições, postulados e teoremas. Reconhece o que é dado num problema e o que se pede para achar ou fazer.	Formula extensões de resultados conhecidos. Descreve vários sistemas dedutivos.
Desenho	Faz esquemas de figuras identificando acuradamente as partes dadas.	Traduz numa figura a informação verbal dada. Usa as propriedades de figuras para desenhar ou construir as figuras.	Dadas certas figuras, é capaz de construir outras figuras relacionadas às figuras dadas.	Reconhece quão e como usar elementos auxiliares numa figura. Deduz a partir de informação dada como desenhar ou construir uma figura específica.	Entende as limitações e capacidades de vários instrumentos de desenho. Representa pictoriamente em vários sistemas dedutivos.
Lógica	Percebe que há diferenças e semelhanças entre figuras. Entende a conservação da forma de figuras em posições diferentes.	Entende que figuras podem ser classificadas em tipos diferentes. Percebe que as propriedades podem ser usadas para distinguir as figuras.	Entende qualidades de uma boa definição. Usa propriedades de figuras para determinar se uma classe de figuras está contida numa outra classe.	Usa regras de lógica para desenvolver provas. É capaz de deduzir conseqüências a partir de informação dada.	Entende as limitações e capacidades de hipóteses e postulados. Sabe quando um sistema de postulados é independente, consistente e categórico.
Aplicações	Identifica formas geométricas em objetos físicos.	Reconhece propriedades geométricas de objetos físicos. Representa fenômenos físicos em papel ou num modelo.	Entende o conceito de um modelo matemático que representa relações entre objetos.	É capaz de deduzir propriedades de objetos a partir de informações dadas ou obtidas. É capaz de resolver problemas que relacionam objetos.	Usa modelos matemáticos para representar sistemas abstratos. Desenvolve modelos matemáticos para descrever fenômenos físicos, sociais e da natureza.

Fonte : Hoffer 1981, apudVieira2010,p.30.

## **4 AVALIAÇÃO DO CONHECIMENTO PRÉVIO E DO NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO A TEORIA DE VAN HIELE E AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS EM SALA DE AULA**

### **4.1 Aplicação da avaliação inicial sobre conhecimentos geométricos**

O desenvolvimento das atividades que compõem esta pesquisa tem como cenário uma escola pertencente à rede estadual de Alagoas, localizada na cidade de Arapiraca. A instituição possui três turmas de nono ano no turno matutino e dentre elas foi escolhida aleatoriamente uma delas para ser realizada a avaliação de conhecimento prévio bem como as atividades de Desenho Geométrico, tendo como professora regente a responsável por esta pesquisa.

A turma escolhida é formada por 39 alunos, sendo 17 meninas e 22 meninos, com faixa etária entre 13 e 14 anos e com 4 aulas de matemática semanais. Os alunos foram informados da pesquisa que seria desenvolvida com eles e que fariam um teste de sondagem adaptado de Oliveira (2012) para avaliar em qual nível geométrico cada um deles se encontravam para posteriormente trabalhar com as atividades de Desenho Geométrico. Eles serão mencionados no texto seguindo a denominação A1, A2, A3, ..., A36 para preservar sua identidade.

A aplicação do teste foi feita no dia 12 de setembro de 2016 no horário normal da aula de matemática com duração de 45 minutos para respondê-lo. Nesse dia, faltaram três alunos e os demais fizeram tranquilamente o teste, que foi impresso e distribuído a cada um deles.

O teste criado por Oliveira (2012) é composto por 25 questões, em que as questões estão dispostas segundo os níveis da teoria de Van Hiele, ou seja, nível 1 ( questões de 1 a 5), nível 2 ( questões de 6 a 10), nível 3 ( questões de 11 a 15), nível 4 ( questões de 16 a 20) e nível 5 ( questões de 21 a 25).

Dentre as questões disponibilizadas pela autora foi feita uma adaptação para que pudesse ser aplicado em sala de aula, pois segundo as características descritas dos níveis da teoria de Van Hiele espera-se que o aluno ao chegar ao nono ano seja classificado no nível 3 (ordenação ou dedução informal). Sendo assim, o teste utilizado para a avaliação prévia totalizou 20 questões, onde 14 delas correspondiam aos níveis 1,2 e 3, onde as questões dos níveis 1 e 3 foram mantidas integralmente, e somente uma questão do nível 2 foi retirada, pois possuía um grau de dificuldade maior, além de uma linguagem mais complexa.

Já aos níveis 4 e 5 foram disponibilizadas apenas 3 questões para cada nível, sendo questões mais simples, pois esses níveis envolvem conceitos e propriedades não tão específicas para o ensino fundamental, mas ainda assim algumas questões que tratam dos níveis 4 e 5 foram mantidas para que garantisse a abordagem de todos os níveis da teoria.

O teste adaptado, que se encontra nos anexos, é formado por 20 questões sobre geometria que abordam conteúdos variados sobre a geometria, com o objetivo de determinar em qual dos níveis da Teoria de Van Hiele os alunos se encontravam para posterior abordagem pedagógica. Na tabela 1 temos a distribuição das questões bem como qual nível ela está inserida.

**Tabela 1 – Distribuição das questões em relação ao nível da Teoria de Van Hiele**

Nível	Questões
1	1, 2, 3, 4 e 5
2	6, 7, 8 e 9
3	10, 11, 12, 13 e 14
4	15, 16 e 17
5	18, 19 e 20

Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

#### **4.2 Critérios de correção segundo a Teoria de Van Hiele**

Segundo Oliveira (2012), o critério adotado para se estabelecer que um sujeito raciocina segundo um determinado nível de Van Hiele é necessário que o aluno acerte pelo menos três questões dentre as propostas em cada nível.

Seguindo o mesmo raciocínio e critério de pontuação da autora citada acima, a cada aluno atribuiu-se uma nota que corresponde a uma soma acumulada obtida da seguinte maneira:

- a) 1 ponto por cumprir o critério estabelecido para as questões de 1 a 5 (nível 1);
- b) 2 pontos por cumprir o critério estabelecido para as questões de 6 a 9 (nível 2);
- c) 4 pontos por cumprir o critério estabelecido para as questões de 10 a 14 (nível 3);
- d) 8 pontos por cumprir o critério estabelecido para as questões de 15 a 17 (nível 4);
- e) 16 pontos por cumprir o critério estabelecido para as questões de 18 a 20 (nível 5).

Se, por exemplo, o aluno tirar nota 7, será enquadrado no nível 3, pois segue a pontuação descrita em cada nível anterior até chegar ao nível 3. Já se obtiver nota 11, com a seguinte distribuição de 1 ( nível 1) + 2 (nível 2) + 8 ( nível 4), ele não será enquadrado no nível 4, pois como a teoria de Van Hiele é sequencial, e o discente não pontuou no nível 3 ele não será enquadrado em nenhum dos níveis estudados, ficando assim classificado com nível indefinido.

Outra situação que de acordo com Oliveira (2012) pode ocorrer, é que o aluno não satisfaça nenhum dos níveis estudados, nem mesmo o nível 1 e é dado a denominação da categoria “<1”(inferior ao nível 1) ou nível 0.

Na tabela abaixo temos uma relação entre os níveis de Van Hiele e a pontuação acumulada, ou seja, as somas que poderemos fazer uma classificação adequada do nível do aluno estudado, de acordo com Oliveira (2012).

**Tabela 2 – Relação entre os níveis da Teoria de Van Hiele e a soma acumulada**

Nível	Pontos	Pontuação acumulada
<1	0	0
1	1	1
2	2	3
3	4	7
4	8	15
5	16	31

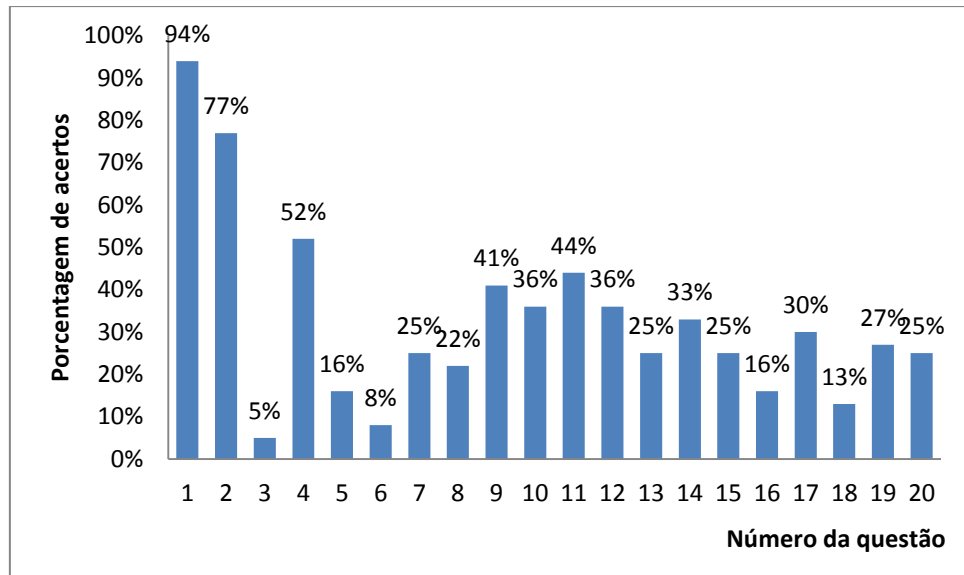
Fonte: Oliveira, 2012.

### **4.3 Análise dos resultados da avaliação inicial sobre os conhecimentos geométricos**

Realizada a aplicação do teste, passamos para a análise dos resultados desta primeira etapa, que teve um papel fundamental no prosseguimento da pesquisa, pois mostrou um resultado nem um pouco satisfatório em se tratando de alunos do 9º ano, mudando bruscamente os rumos iniciais da pesquisa bem como das atividades. Isso se deve ao enquadramento obtido pelo alunos seguindo a Teoria de Van Hiele.

Mas, antes de abordarmos esse enquadramento, vamos analisar o desempenho da turma no teste por questão. No gráfico 1, podemos observar melhor o percentual de acertos que cada aluno obteve no teste, e observar ainda que conforme as questões passavam de um nível para outro a quantidade de acertos decresce.

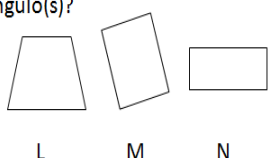
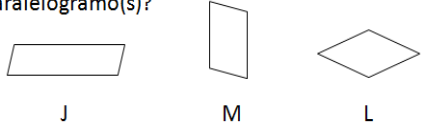
**Gráfico 1 – Percentual de acertos no teste de sondagem sobre Geometria**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016

Pelo Gráfico 1 observamos que em relação as questões 1 e 2 sobre os triângulos os alunos tiveram um bom desempenho, mostrando que a maioria reconhece os diferentes tipos de triângulos (tendo em vista que 6% não acertaram a questão 1) alcançando um percentual muito satisfatório. Em contrapartida, chama a atenção as questões 3 e 5, que são sobre quadrados e paralelogramos e estão dispostas na Figura 1, devido ao baixo percentual de acertos.

**Figura 2- Questões com maiores índices de erros**

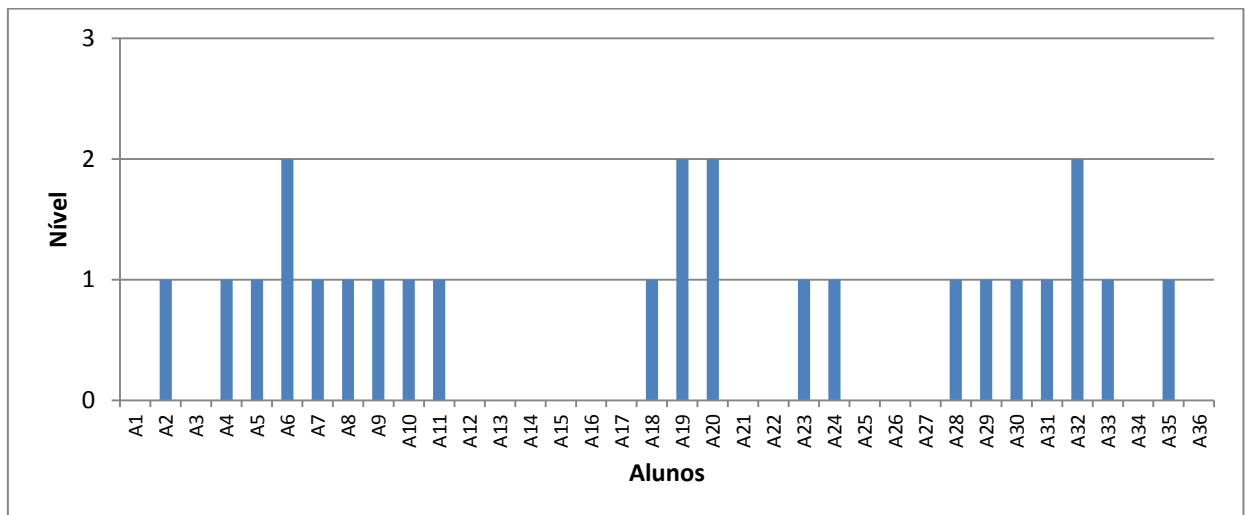
<p>3ª Qual (ou quais) das figuras abaixo é (são) retângulo(s)?</p>  <p>L      M      N</p> <p>a) Somente L. b) Somente M. c) Somente N. d) Somente M e N. e) Todas são retângulos.</p>	<p>5ª Qual (ou quais) dessas figuras é (são) paralelogramo(s)?</p>  <p>J      M      L</p> <p>a) Somente J. b) Somente L. c) Somente J e M. d) Nenhuma delas é um paralelogramo. e) Todos são paralelogramos.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Oliveira, 2012

Na terceira questão, nota-se que os alunos simplesmente ignoraram o fato da figura M ser um retângulo devido ao fato dele ter sido colocado em uma posição diferente da convencional e isso contribuiu para que 34 alunos assinalassem a alternativa c, considerando apenas a figura N. A quinta questão também trabalhou com a mesma ideia da terceira questão, usando paralelogramos em diferentes posições e permitindo assim que somente 6 alunos percebam que todas as figuras representam paralelogramos e marcando a alternativa e.

No Gráfico 2 temos o enquadramento de cada um dos alunos segundo a Teoria de Van Hiele após a aplicação e a correção. Vale salientar que nenhum dos alunos avaliados foram classificados como nível indefinido.

**Gráfico 2 – Enquadramento dos alunos segundo o nível de Van Hiele**

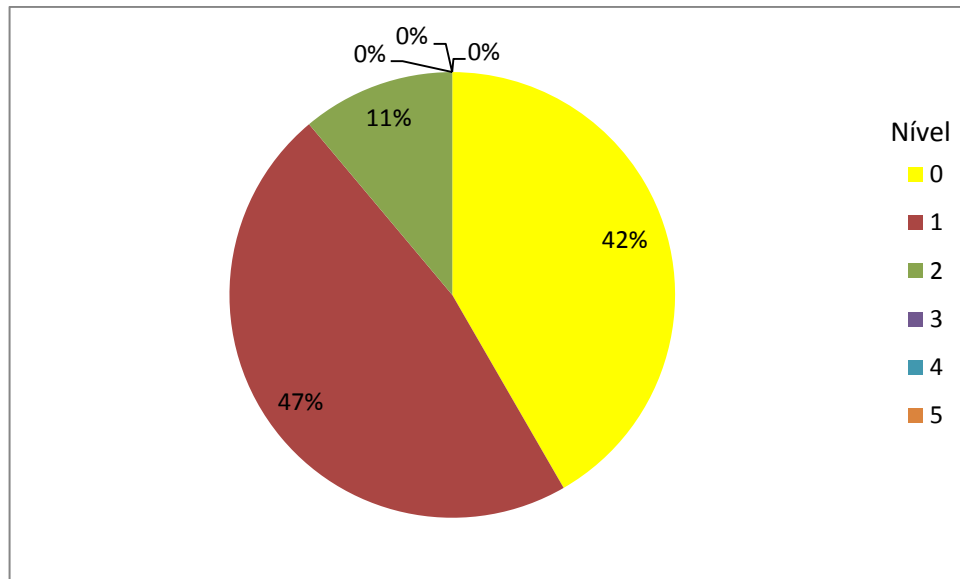


Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

Devemos observar atentamente essas informações, pois 15 alunos obtiveram nível  $<1$ , também chamado de nível 0, e isso é alarmante considerando os sujeitos que participaram da pesquisa, pois como vimos no capítulo anterior, o nível 1 abrange questões simples, como por exemplo, reconhecimento de figuras planas e pelos dados obtidos na pesquisa nem isso eles alcançaram. Neste sentido, Nasser (2004, p. 78) diz que, “as pesquisas mostram que a maioria dos alunos chega ao 4º ciclo do ensino fundamental raciocinando no nível de conhecimento (nível 1), ou abaixo dele”.

Assim, observamos o panorama descrito na Gráfico 3, classificando os alunos envolvidos na pesquisa segundo o nível da Teoria de Van Hiele.

Gráfico 3- Classificação dos alunos segundo o nível de Van Hiele



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

Com base nos dados até aqui apresentados, passamos para a elaboração e execução das atividades de Desenho Geométrico com o objetivo de resolver os problemas expostos no teste de sondagem.

#### 4.4 Atividades de Desenho Geométrico desenvolvidas em sala de aula

Com base nos resultados obtidos na avaliação inicial descrita na seção anterior, sobre os conhecimentos geométricos, foi elaborada e executada três sequências didáticas com objetivo de promover a construção do saber geométrico, usando o Desenho Geométrico como instrumento facilitador para desenvolver os conceitos e propriedades da Geometria.

A proposta desta sequência envolve construções elementares, triângulos e pontos notáveis nos triângulos. A escolha dessa sequência foi baseada no fato de 42% dos alunos avaliados estarem classificados no nível <1 da Teoria de Van Hiele, com isso como precisamos trabalhar a base geométrica deles, acreditamos que com estas três sequências entendidas por eles, o que vem depois ficará mais fácil de compreender.

Antes do início da execução das atividades, foram utilizadas duas aulas para fazer uma revisão geral dos principais conteúdos geométricos que são ensinados do 6º até o 8º ano para dá um melhor embasamento do que viria pela frente.



#### 4.4.1 Atividade 1: Construções elementares

Objetivos:

- Traçar uma reta paralela a uma reta dada;
- Traçar uma reta perpendicular;
- Conceituar uma reta perpendicular por meio da construção geométrica;
- Traçar a mediatriz de um segmento, bem como investigar suas propriedades através da construção geométrica;
- Traçar a bissetriz de um ângulo;
- Dividir um segmento em partes iguais sem usar régua graduada.

Duração da atividade: duas aulas (120 minutos).

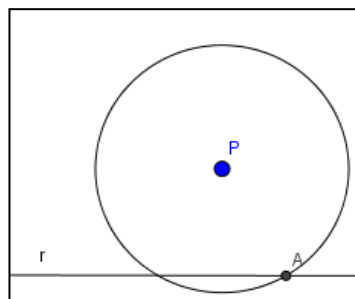
*1º Trace por um ponto dado uma reta paralela a uma reta dada.*

Considere um ponto P e uma reta r com P não pertencente a r.

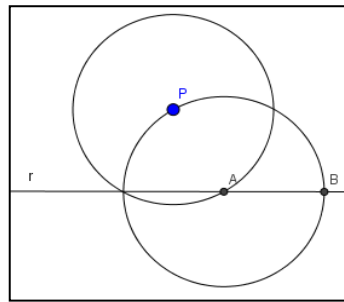
Passos para a construção:

- 1- Trace uma circunferência com centro P e que corte a reta r no ponto A.
- 2- Com a mesma abertura e centro em A, trace uma circunferência que corte a reta r no ponto B.
- 3- Com a mesma abertura e centro em B, trace uma circunferência que corte a primeira circunferência no ponto Q.
- 4- Una os pontos P e Q. A reta PQ é paralela a reta r.

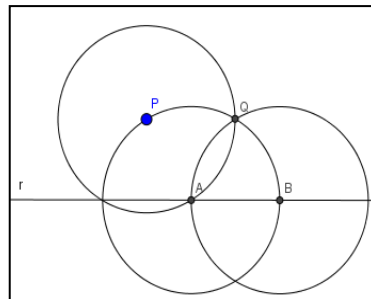
**Figura 3 - Construção da reta paralela passo 1**



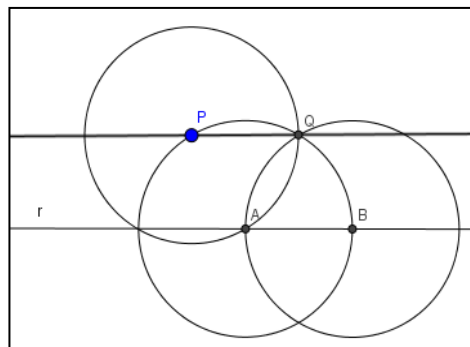
Fonte: Andréia R. Alves, 2016

**Figura 4- Construção da reta paralela- passo 2**

Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

**Figura 5- Construção da reta paralela - passo 3**

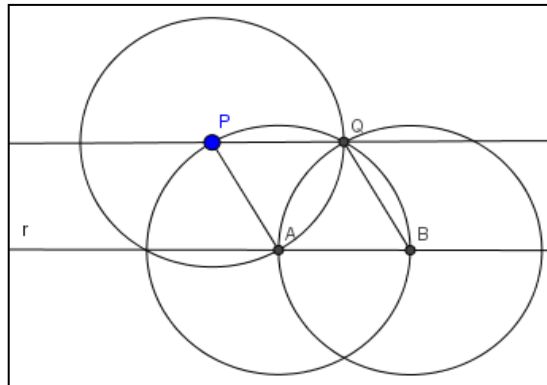
Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

**Figura 6 – Construção da reta paralela passo 4**

Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

Precisamos justificar que essas duas retas são de fato paralelas e isso é possível devido ao fato de que PABQ é um losango e, portanto seus lados opostos paralelos.

**Figura 7 - Justificativa das duas retas serem paralelas**



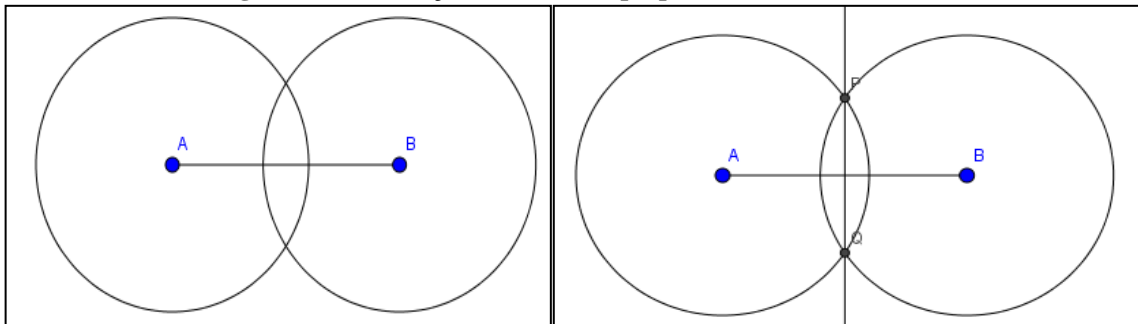
Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

*2º Trace a mediatriz de um segmento AB.*

Passos para a construção:

- 1- Com centro em A e abertura maior que a metade do segmento AB, trace uma circunferência.
- 2- Com a mesma abertura e com centro em B, trace uma circunferência.
- 3- Chame as interseções das duas circunferências e P e Q e as una. A reta PQ é a mediatriz do segmento AB.

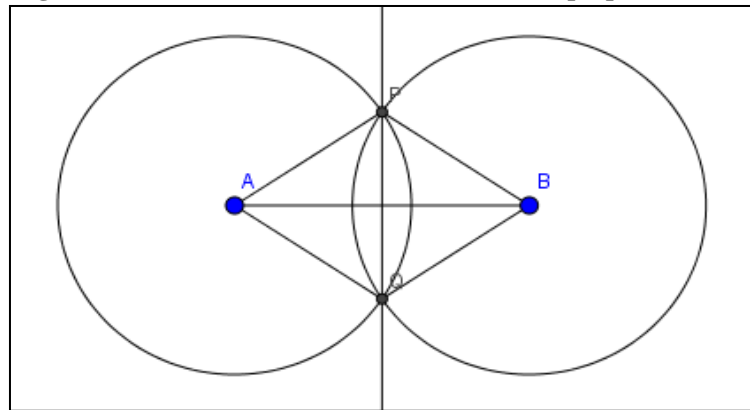
**Figura 8 – Construção de uma reta perpendicular a uma reta dada**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

A justificativa para que esta construção esteja correta deve-se ao fato de que PAQB é um losango e como o losango possui diagonais perpendiculares, temos que PQ é perpendicular a AB.

**Figura 9 - Justificativa das retas AB e PQ serem perpendiculares**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

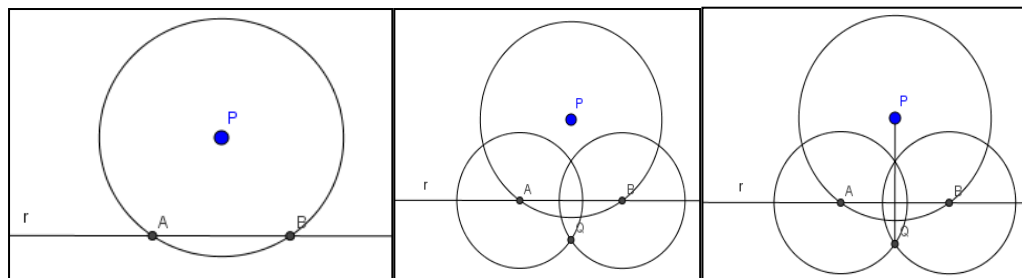
3º Trace por um ponto dado uma reta perpendicular a uma reta dada.

Considere um ponto P fora de uma reta r.

Passos para a construção:

- 1- Com centro em P trace uma circunferência qualquer cortando a reta r nos pontos A e B.
- 2- Em seguida, desenhamos dois arcos de circunferência de mesmo raio, com centros nos pontos A e B, determinando na interseção das duas circunferências o ponto Q.
- 3- Una o ponto P ao Q. A reta PQ é perpendicular à reta r.

**Figura 10- Construção de uma reta perpendicular a uma reta dada - passos 1, 2 e 3 respectivamente.**

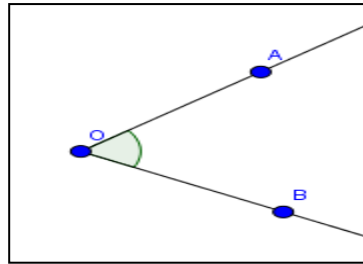


Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

É preciso justificar que essa construção esteja correta. A primeira circunferência desenhada garante que  $\overline{PA} = \overline{PB}$  e as duas seguintes, garantem que  $\overline{QA} = \overline{QB}$ . Assim, os pontos P e Q equidistam de A e B. Portanto, eles pertencem à mediatriz do segmento AB que é a reta perpendicular a AB passando pelo seu ponto médio.

4º Trace a bissetriz do ângulo  $A\hat{O}B$ .

Figura 11 – Ângulo  $A\hat{O}B$

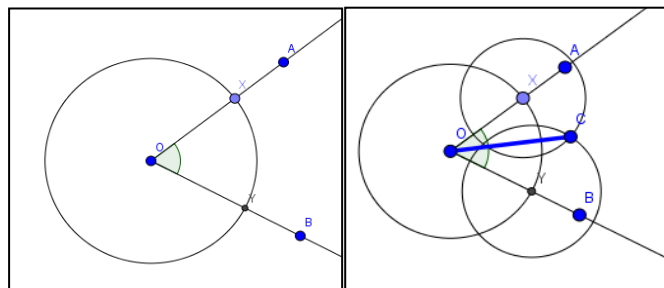


Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

Passos para construção:

- 1- Com centro em O, traçar um arco de circunferência cortando os lados do ângulo em X e Y.
- 2- Em seguida, traçamos dois arcos de mesmo raio com centros em X e Y que se cortam em C. A semirreta OC é bissetriz do ângulo  $A\hat{O}B$ .

Figura 12- Construção da bissetriz do ângulo  $A\hat{O}B$



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

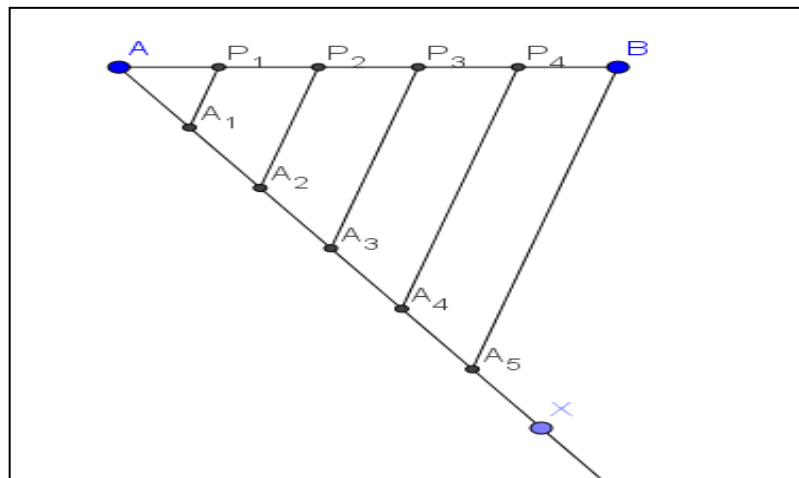
Essa construção está correta pois os triângulos OXC e OYC são congruentes pelo caso LLL e, portanto,  $A\hat{O}C = C\hat{O}B$ .

5º Divida o segmento AB em cinco partes iguais.

Passos para a construção:

- 1- Dado o segmento AB, para dividi-lo em 5 partes iguais, traçamos uma semirreta qualquer AX e sobre ela, com o compasso, determinamos 5 segmentos iguais:  $AA_1$ ,  $A_1A_2$ ,  $A_2A_3$ ,  $A_3A_4$ ,  $A_4A_5$ .
- 2- Trace agora a reta  $A_5B$ . As paralelas a esta reta traçadas pelos pontos  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$  determinam sobre AB os pontos  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$  que o dividirão em 5 partes iguais.

**Figura 13- Divisão de um segmento em cinco partes iguais**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

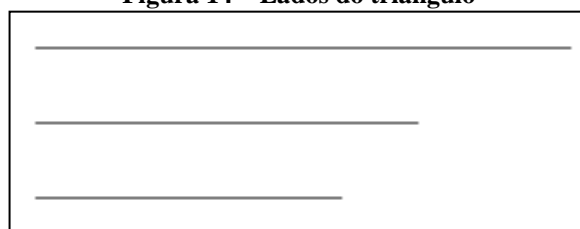
#### 4.4.2 Atividade 2 – Construção de triângulos com régua e compasso.

Objetivo: Traçar triângulos e com isso saber classificá-los quanto a medida de seus lados e a medida de seus ângulos.

Duração das atividades: duas aulas (120 minutos)

*1º Construa um triângulo com as medidas de seus lados iguais aos segmentos da figura 13.*

**Figura 14 – Lados do triângulo**

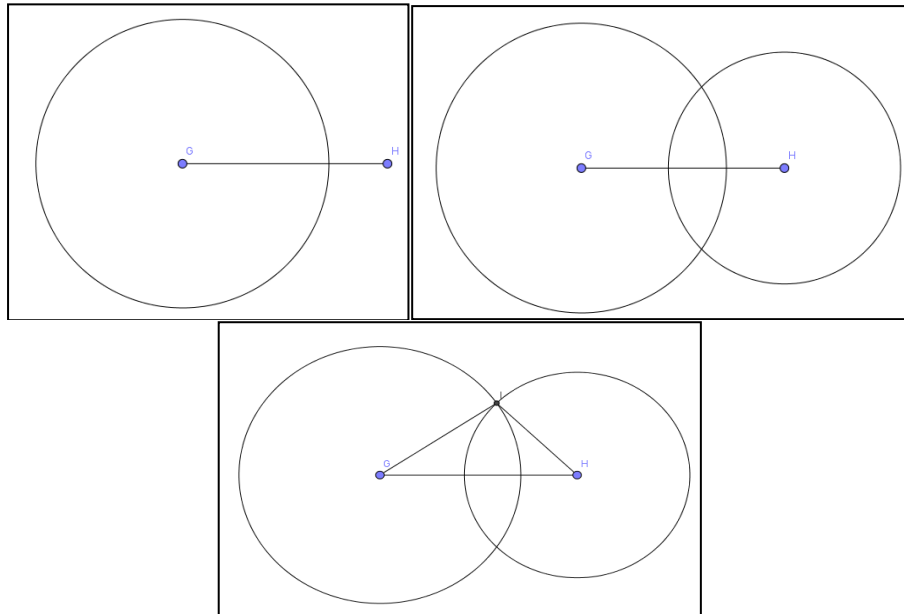


Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

Passos para a construção:

- 1- Traça-se um dos lados.
- 2- Com centro do compasso em cada extremidade, com aberturas respectivamente iguais aos outros lados, faz-se o cruzamento dos arcos, determinando o terceiro vértice.

**Figura 15 – Construção do triângulo – passos 1, 2 e 3, respectivamente.**



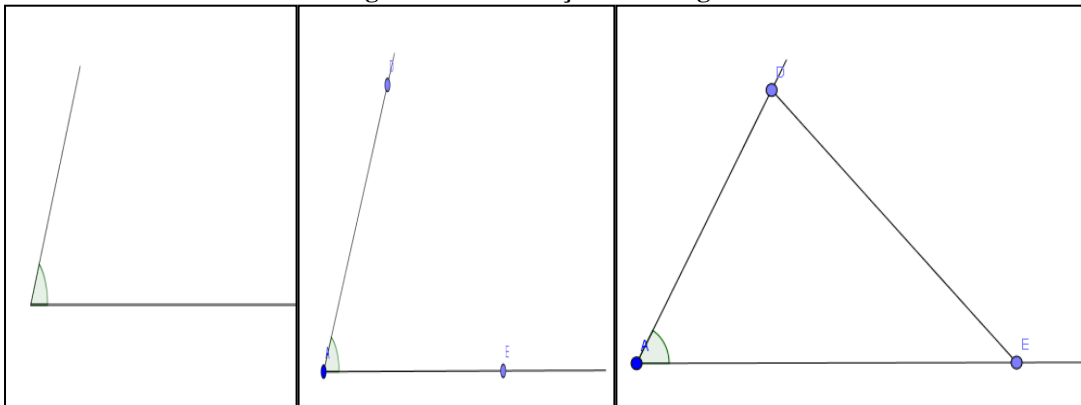
Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

*2º Construa um triângulo, conhecendo-se dois lados (7 e 5 cm) e o ângulo que formam entre si de  $60^\circ$ .*

Passos para construção:

- 1- Constrói-se um ângulo de  $60^\circ$  usando o transferidor.
- 2- Sobre cada lado, marcam-se as medidas dos lados conhecidos do triângulo. Unem-se as extremidades, fechando a figura.

**Figura 16- Construção do triângulo**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

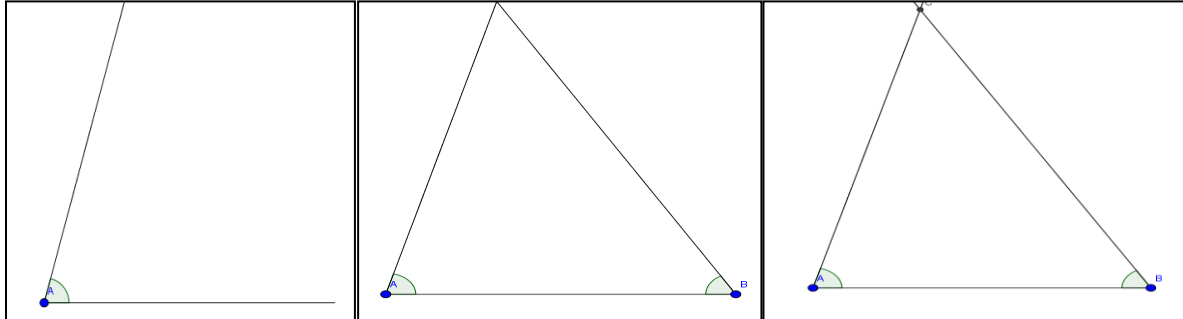
*3º Construa um triângulo, dados: o lado  $AB=7$  cm e os ângulos:  $\hat{A}=75^\circ$  e  $B=60^\circ$ .*

Passos para a construção:

- 1- Traça-se o lado  $AB$  e, pelas respectivas extremidades, constroem-se os ângulos de  $75^\circ$  e  $60^\circ$ .

2- O encontro dos lados desses ângulos definirá o vértice que fecha a figura.

**Figura 17 – Construção de triângulos**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

#### 4.4.3 Atividade 3 – Pontos notáveis do triângulo

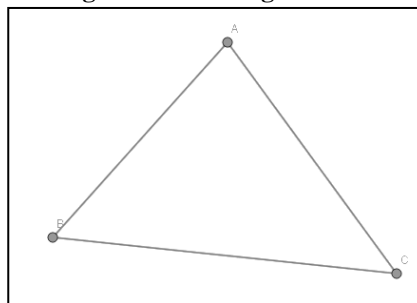
Objetivos:

- Conceituar e determinar o baricentro através do Desenho Geométrico;
- Conceituar e determinar o incentro através do Desenho Geométrico;
- Conceituar e determinar o circuncentro através do Desenho Geométrico.

Duração da atividade: duas aulas (120 minutos).

*1º No triângulo abaixo encontre o circuncentro.*

**Figura 18 – Triângulo dado**

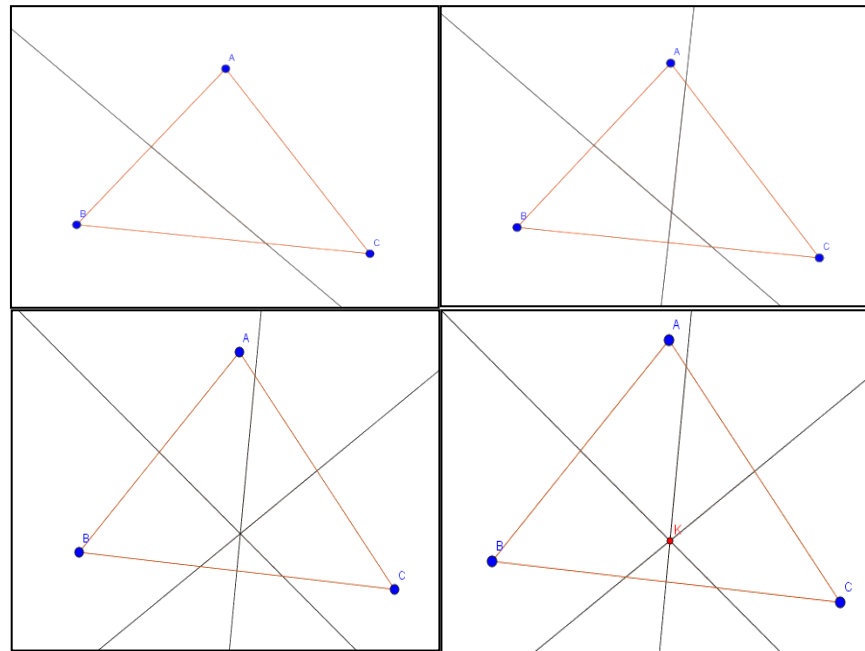


Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

Passos para a construção:

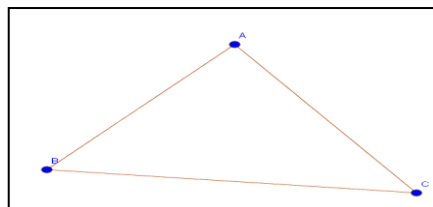
- 1- Usando a atividade 3, traçamos a mediatriz de cada um dos lados do triângulo dado.
- 2- Marcamos o ponto K como o ponto de encontro das três mediatrizes. O ponto K é chamado de circuncentro.



**Figura 19- Construção do circuncentro do triângulo**

Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

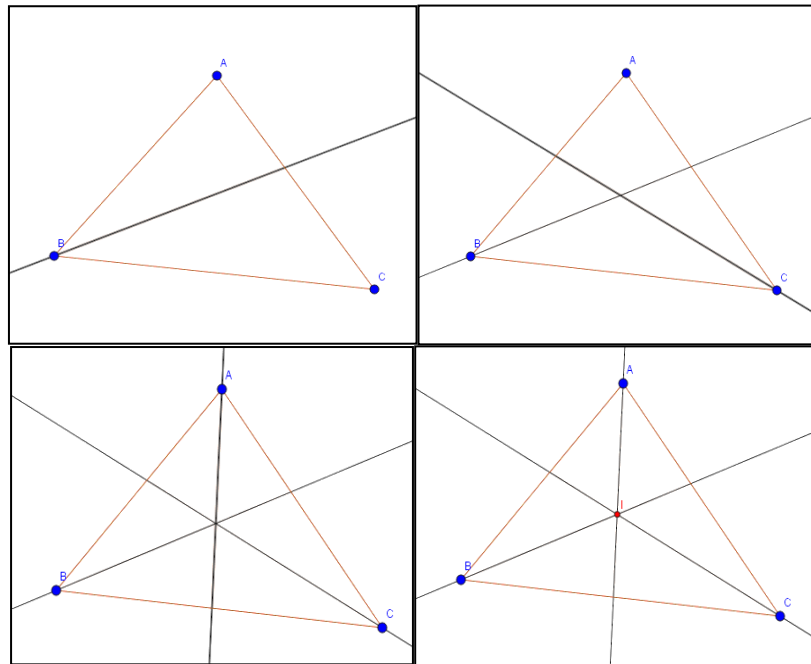
2º No triângulo abaixo encontre o incentro.

**Figura 20 – Triângulo dado**

Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

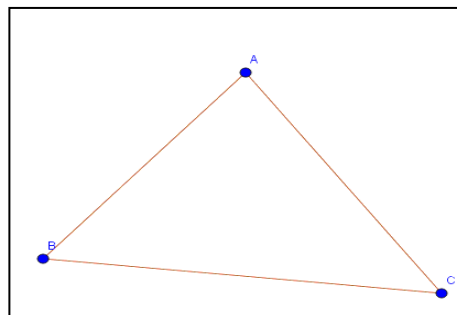
Passos para construção:

- 1- Usando a atividade 4, traçamos a bissetriz de cada um dos ângulos do triângulo.
- 2- Marcamos o ponto I como o ponto de encontro das três bissetrizes. O ponto I é chamado de incentro.

**Figura 21 – Construção do incentro**

Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

3º No triângulo abaixo encontre o baricentro.

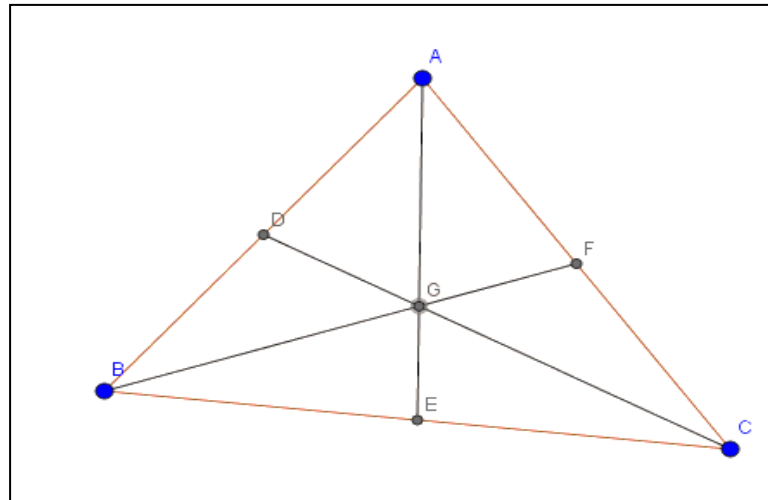
**Figura 22 – Triângulo dado**

Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

Passos para a construção:

- 1- Marcamos o ponto médio de cada um dos lados do triângulo (atividade3) e ligamos cada ponto médio com o vértice oposto ao lado respectivamente.
- 2- Marcamos o ponto G como o ponto de encontro das medianas. O ponto G é chamado baricentro.

**Figura 23 – Construção do baricentro**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

## **5 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ATIVIDADES APLICADAS E RESULTADO DA AVALIAÇÃO SOBRE GEOMETRIA APÓS AS ATIVIDADES**

Este capítulo destina a apresentar como ocorreram as atividades durante as aulas de matemática na turma escolhida para o desenvolvimento das mesmas. A turma em que as atividades foram desenvolvidas tem duas aulas seguidas de matemática na segunda-feira e duas aulas seguidas na quarta-feira e foi acordado entre os alunos e a professora (pesquisadora) que as aulas da segunda-feira seriam dedicadas ao Desenho Geométrico e as outras para o prosseguimento do conteúdo. Essa logística ajudou muito no desenrolar das atividades e das circunstâncias que surgiram ao longo das aulas.

Pelo fato dos alunos terem sido avisados com antecedência que seriam desenvolvidas algumas atividades na aula de matemática, a ansiedade deles aumentava a cada dia, sempre perguntando quando ia ser e como seria. Isso marcou inicialmente muito a pesquisa, pois vem retratar que o aluno tem um anseio muito grande por coisas novas na escola. Sabe-se de todos os problemas que a educação brasileira passa, mas o fato citado anteriormente mostra que ainda é possível tentar reverter este cenário.

Antes de falar sobre as atividades, foi conversado sobre os instrumentos que eles precisariam ter em mãos para o desenvolvimento das mesmas: régua, compasso e transferidor. Eis o primeiro obstáculo: a maioria só conhecia destes instrumentos a régua, desconhecendo os outros dois e principalmente desconhecendo sua utilidade. Então para os poucos que

relataram conhecê-los foi feito o questionamento sobre o que eram e para que serviam. Neste sentido, a fala do aluno A31 resumiu bem a ideia que possuíam:

*A31: Professora, compasso eu não sei não, mas transferidor não é aquele que parece uma meia lua?*

Essa frase foi tocante diante das propostas didáticas que tinham para serem desenvolvidas, pois eles precisariam usar instrumentos que muitos não conheciam ou que conheciam apenas por nomes, mas que nunca utilizaram em sala de aula nem fora dela. Diante da situação, foi solicitado que trouxessem os instrumentos para que pudessem ter uma aula de manuseio, para que eles tivessem melhor desenvoltura principalmente com compasso e transferidor.

Muitos discentes relataram que tinham ganhado em 2014 um kit escolar que tinha umas “coisas” que pareciam com os instrumentos citados em sala de aula e assim foi solicitado que trouxessem esse material para que a docente pudesse analisar se realmente se tratava dos instrumentos em questão. Eles assim o fizeram e realmente foi constatado que se tratava do compasso e do transferidor.

Então, a sala foi dividida em duplas com a intenção dos colegas se ajudarem, além de compartilhar com quem ainda não tinha o material solicitado. Mais um obstáculo pela frente: na escola tinha somente uma régua de madeira com o tamanho de 1 metro e um transferidor também de madeira, em bom estado, mas o compasso estava com problemas na ponta para fixá-lo no quadro. No lugar da ponta tinha papel enrolado para permitir seu apoio no quadro, porém deu para manuseá-lo sem maiores dificuldades.

Inicialmente, tinha-se planejado para essa aula de apresentação dos instrumentos 60 minutos, porém não foi suficiente pelo fato dos alunos não terem nenhuma familiaridade em usá-los e isso acabou gerando uma atenção individualizada para cada aluno. Eles tinham dificuldade com o compasso, não conseguiam fazer seu manuseio no caderno. Diante do impasse, o aluno A11 estava conseguindo fazer as circunferências sem maiores problemas e foi até o centro da sala e ensinou aos colegas como ele estava fazendo.

*A11: Povo faça assim: segure firme o compasso na abertura que você quer e depois é só girar a folha e está feito.*

“Resolvido” o problema com o compasso, passamos ao uso do transferidor. Foram feitos alguns ângulos no quadro com o transferidor e pedido que eles fizessem também na

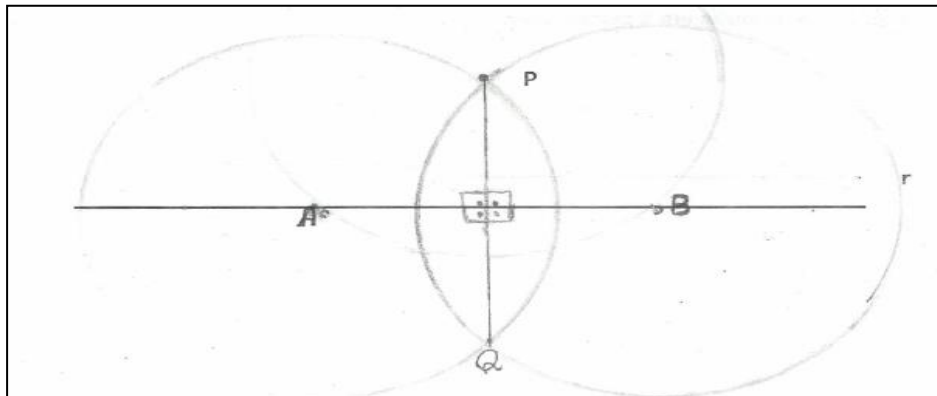
folha, mas eles tiveram dificuldades tanto na medição como na construção dos ângulos, pois o manuseio com o transferidor também foi difícil, pediram muita ajuda da docente para conferir se realmente estava com a medida certa. Terminadas as duas aulas, os alunos foram aconselhados que continuassem essa atividade de manuseio em casa para irem pegando mais prática com os instrumentos.

A primeira atividade, construções geométricas elementares, foi a mais difícil de ser realizada, talvez pelo fato de ser a primeira e encontrar a pouca habilidade de manuseio com os instrumentos. A primeira questão demorou muito porque a abertura do compasso mudava a cada circunferência desenhada e as retas resultantes não eram paralelas e como a docente já tinha feito uma revisão antes do desenvolvimento das atividades eles sabiam o motivo e refaziam todos os passos.

As outras questões foram desenvolvidas de maneira mais calma e os alunos começaram a entender melhor o funcionamento do Desenho Geométrico, porém o tempo estimado para sua realização não foi suficiente, ficando para finalizar na próxima aula.

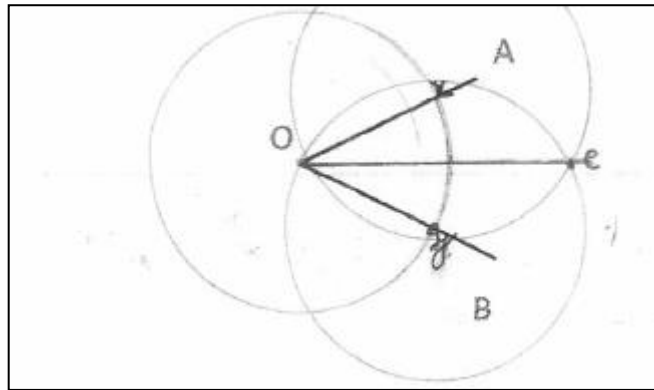
Nas Figuras 33-35, abaixo, temos alguns desenhos feitos pelos alunos em sala de aula durante a primeira atividade.

**Figura 24 – Construção da mediatriz feita pelo aluno A35**



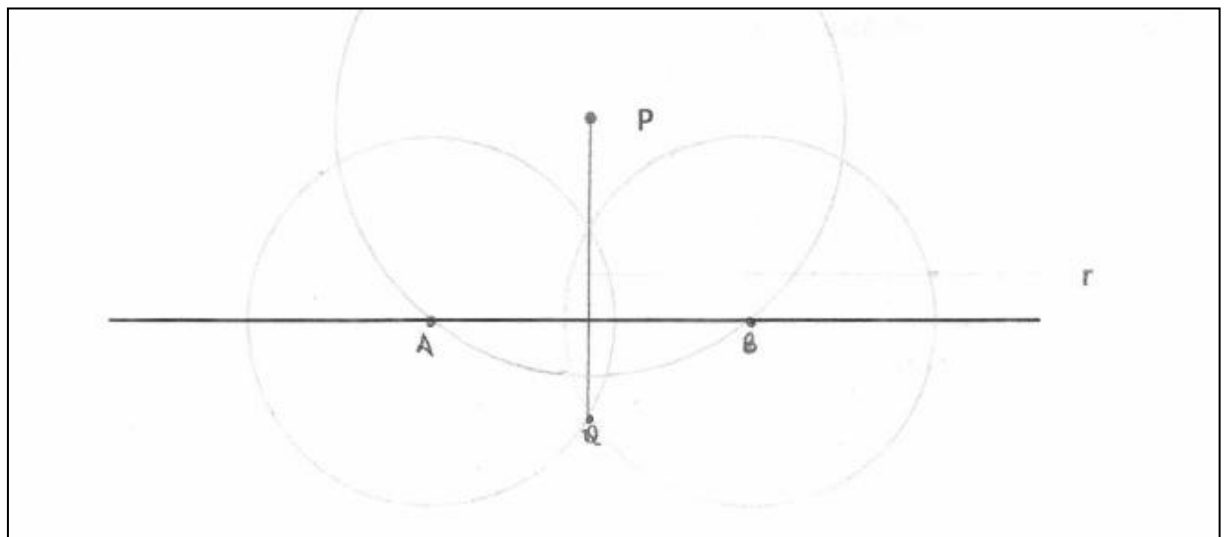
Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

**Figura 25- Construção da bissetriz feita pelo aluno A9**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

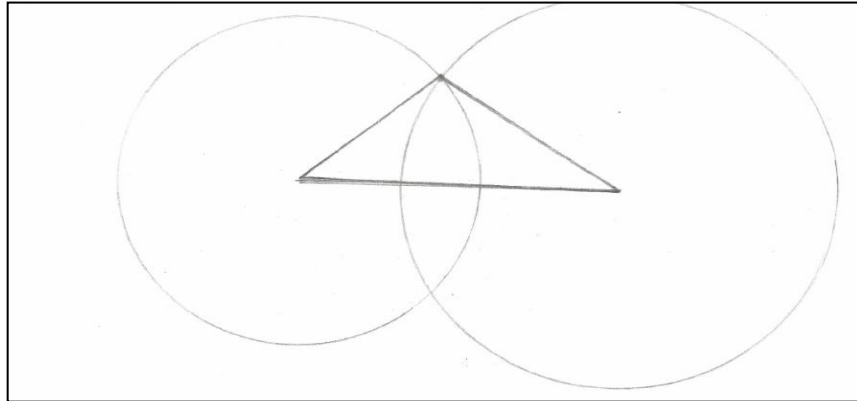
**Figura 26- Construção da mediatriz feita pelo aluno A9**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

Na segunda atividade, os alunos já estavam mais a vontade e desenvolveram a primeira questão de modo rápido, sem maiores problemas e relacionando com os casos de congruência de triângulos. Na Figura a seguir vemos isso tranquilamente pela desenvoltura do desenho.

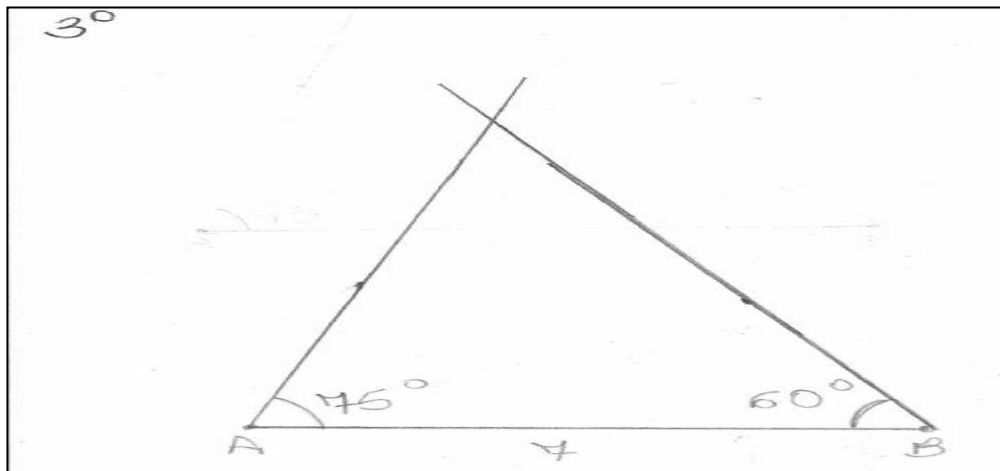
**Figura 27 – Construção de triângulo pelo aluno A19**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

Agora, da segunda questão em diante apareceram problemas, pois entrava em cena o transferidor e eles realmente tiveram dificuldades enormes, desenhando ângulos maiores ou menores do que os solicitados. Na Figura 26 temos um caso de uma aluna que fez o triângulo solicitado de modo correto.

**Figura 28 - Construção de triângulo pela aluna A32**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

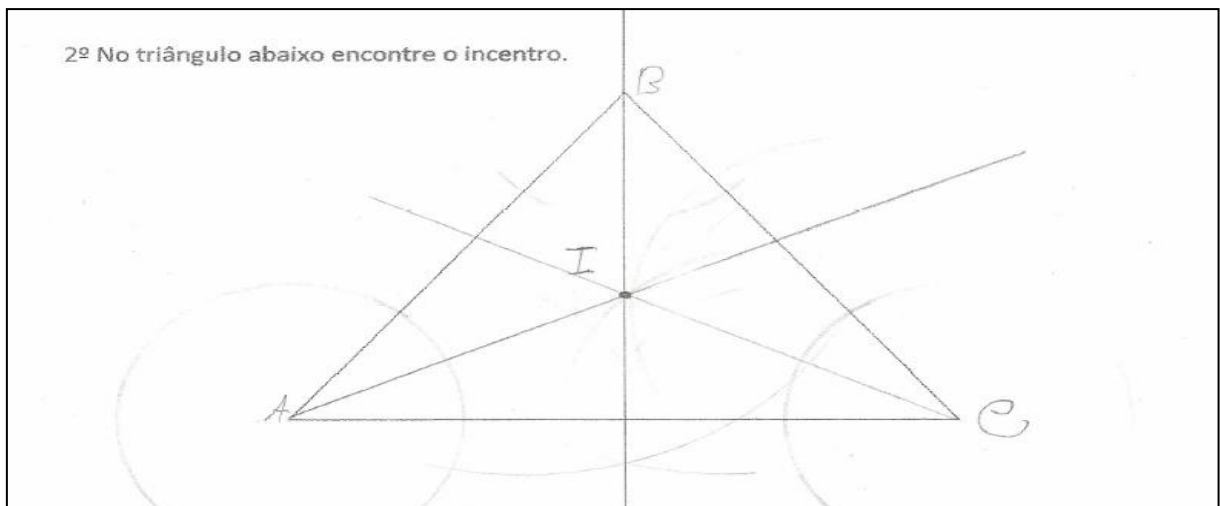
Após a segunda atividade foi dada uma pausa na parte do Desenho Geométrico e foi discutido com os alunos o que eles tinham feito, o que tinha ficado de conhecimento e esse foi, sem dúvida, um momento enriquecedor, pois se pôde ver que realmente eles estavam sabendo o que estavam fazendo, usando conceitos simples que até então não sabiam. Mas,

também, eram conhecedores dos problemas que estavam enfrentando e essa maturidade por parte de alunos do 9º ano foi sensacional.

A terceira atividade levou mais tempo, também, do que o estimado, pois reunia uma mistura das atividades anteriores, atividades essas que eles estavam com elas em mãos para irem pesquisando quando necessário, porém fizeram sem maiores problemas. Claro que a busca pela docente para esclarecer algum ponto existiu, mas de modo mais calma e eficiente.

Na Figura 27 temos uma das questões da terceira atividade realizada por um aluno. A escolha desse aluno foi devido ao fato de que ele usou apenas pequenos arcos e suas intercessões, diferentemente dos outros alunos que desenharam muitas circunferências no interior e exterior do triângulo.

**Figura 29 – Construção do incentro pelo aluno A20**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

A facilidade que surgiu na última atividade é esclarecida por Wagner,

Não se deve esquecer que não há método fácil para se aprender Matemática (ou qualquer outra coisa). A segurança que se pode adquirir em um assunto tem uma só origem: a prática, a experiência muitas vezes repetida onde os insucessos têm tanto valor quanto os sucessos. (p.5, 1993).

A fala do autor explica bem o porquê da última atividade ter sido mais tranquila do que a primeira, pelo fato dos alunos terem mais experiência com os instrumentos e com as atividades.

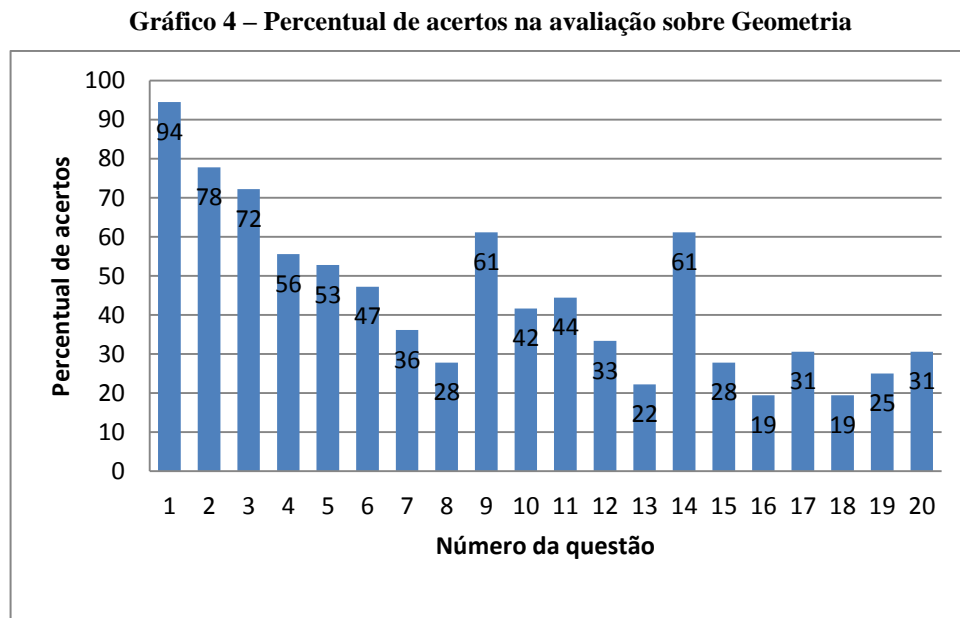


Na aula seguinte, após o término da última atividade, foi feita uma roda de conversa para que os alunos falassem suas impressões sobre as 10 aulas utilizadas para trabalhar geometria através do Desenho Geométrico, e essa roda foi muito proveitosa, porque eles falaram abertamente das dificuldades enfrentadas e do que aprenderam. Essa aprendizagem foi percebida no desenrolar do conteúdo paralelo às aulas com Desenho Geométrico.

O próximo passo foi avaliar de que maneira o Desenho Geométrico auxiliou na aprendizagem dos alunos. Para isto, foi utilizado o mesmo teste usado na avaliação prévia utilizando como pano de fundo a Teoria de Van Hiele para fazer a análise dos resultados obtidos. Os critérios de correção foram os mesmos citados no capítulo 3.

Na avaliação prévia as questões 3 e 5, que compõem o nível 1 da teoria, tiveram uma grande quantidade de erros e isso na pós-avaliação foi revertido devido ao fato de que durante as atividades os conceitos da geometria euclidiana plana foram se desenvolvendo a cada construção, conceitos estes muitas vezes de maneira informal, porém concebidos pelos alunos.

No Gráfico 4, podemos observar que as questões citadas anteriormente tiveram um alto índice de acertos após as atividades, pois envolvem os conceitos básicos de geometria que foram trabalhados nas atividades.



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

O aumento do percentual de acertos das questões iniciais ajudou, e muito, para que alguns alunos que foram classificados no capítulo anterior como nível 0 ou nível <1 mudassem de nível e também no nível 2 e um aluno ter conseguido o nível 3. No gráfico 5 podemos vê como se configurou essa mudança.

A seguir, apresentamos uma tabela comparativa sobre o nível de aprendizagem dos alunos, segundo a teoria de Van Hiele, antes e depois da realização das atividades sobre Desenho Geométrico que foram desenvolvidas em sala e, assim termos uma noção mais precisa do impacto das sequências didáticas para a aprendizagem geométrica e dos avanços em cada nível.

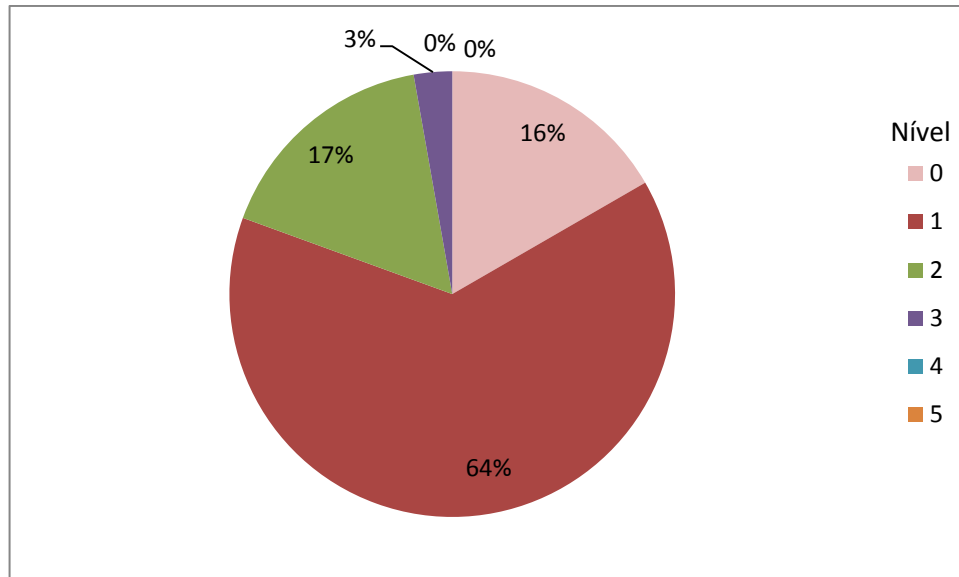
**Tabela 3: Comparativo do nível dos alunos antes e depois das atividades de Desenho Geométrico.**

Alunos	Nível antes das atividades	Nível depois das atividades
A1	0	0
A2	1	2
A3	0	1
A4	1	1
A5	1	1
A6	2	3
A7	1	1
A8	1	2
A9	1	1
A10	1	2
A11	1	1
A12	0	0
A13	0	0
A14	0	1
A15	0	1
A16	0	0
A17	0	1
A18	1	1
A19	2	2
A20	2	2
A21	0	1
A22	0	0
A23	1	1
A24	1	1
A25	0	0
A26	0	1
A27	0	1
A28	1	1
A29	1	1
A30	1	1
A31	1	1
A32	2	2
A33	1	1
A34	0	1
A35	1	1
A36	0	1

Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

No Gráfico 5 temos o percentual dos alunos de acordo com o nível de Van Hiele depois das atividades de Desenho Geométrico desenvolvidas em sala.

**Gráfico 5 – Percentual dos alunos após as atividades sobre Desenho Geométrico segundo a Teoria de Van Hiele**



Fonte: Andréia R. Alves, 2016.

Tomando o Gráfico 3 como referência e fazendo uma comparação com o gráfico 5 temos que, após as atividades de Desenho Geométrico, o nível 0 passou de 42% para 16%, ou seja, antes tínhamos 15 alunos que se encontravam no nível zero e isso caiu para apenas 6, tínhamos 47% (17 alunos) dos alunos enquadrados no nível 1 e isso cresceu para 64% (23 alunos), tínhamos 11% no nível 2 que passou a ter 17% e ainda, antes não tínhamos nenhum aluno enquadrado no nível 3, e após as atividades chegamos ao percentual de 3% no nível 3, conseguido pelo aluno A6, que antes pertencia ao nível 2.

Assim, diante do que foi proposto, as atividades de Desenho Geométrico auxiliaram de maneira positiva no desenvolvimento e na aprendizagem da geometria, haja vista a diminuição do número de alunos classificados no nível zero e o aumento no nível 1, conhecimento abordado nas atividades, sendo uma ferramenta de grande ajuda nesta tarefa de ensinar Geometria, que muitas vezes, é inédita para alunos do 9º ano do ensino fundamental, cabendo ao professor buscar esta e outras que venham de fato fazer a diferença no ensino-aprendizagem da Matemática.

## 6 SUGESTÕES DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

A seguir apresentamos algumas propostas didáticas para serem aplicadas em sala de aula, com o objetivo de auxiliar no desenvolvimento dos níveis 1, 2 e 3 (reconhecimento, análise e dedução informal) da teoria de Van Hiele, usando o Desenho Geométrico como estratégia de ensino.

### 4.5.1 Atividade 1 – Congruência de triângulos

#### OBJETIVOS:

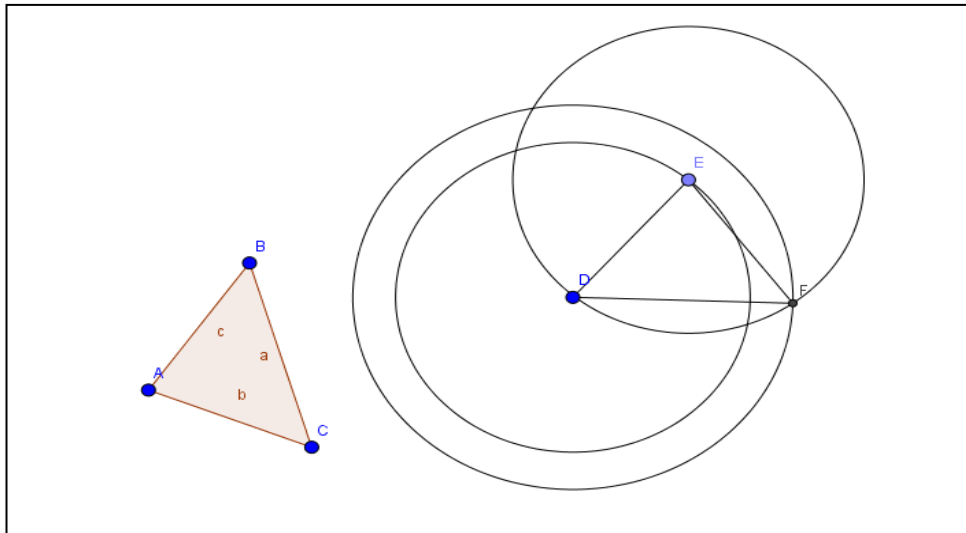
- Comparar triângulos através da observação de figuras geométricas;
- Estabelecer relações entre triângulos observando seus lados e ângulos;
- Indicar a congruência entre lados e entre ângulos de dois triângulos congruentes;
- Reconhecer os casos de congruência de triângulos.

*1º Construção de um triângulo congruente a outro triângulo utilizando o caso Lado, Lado, Lado (LLL).*

#### Procedimentos:

- 1- Construa o triângulo ABC, tendo  $\text{med}(AB) = c$ ,  $\text{med}(AC) = b$  e  $\text{med}(BC) = a$ .
- 2- Faça um ponto D externo ao triângulo.
- 3- Construa agora, uma circunferência com centro em D e raio de medida  $c$ , medida do segmento AB.
- 4- Marque um ponto E nesta circunferência.
- 5- Construa outra circunferência com centro no ponto E, e raio de medida  $b$ , medida do segmento AC.
- 6- Agora, construa uma circunferência com centro em D e raio de medida  $a$ , medida do segmento BC.
- 7- Marque o ponto F, que é uma das intersecções entre a segunda e a terceira circunferência.
- 8- Construa o triângulo DEF.

**Figura 30- Construção de um triângulo congruente a outro pelo caso LLL**



Fonte: Andréia R. Alves, 2017.

De acordo com a construção geométrica anterior, responda:

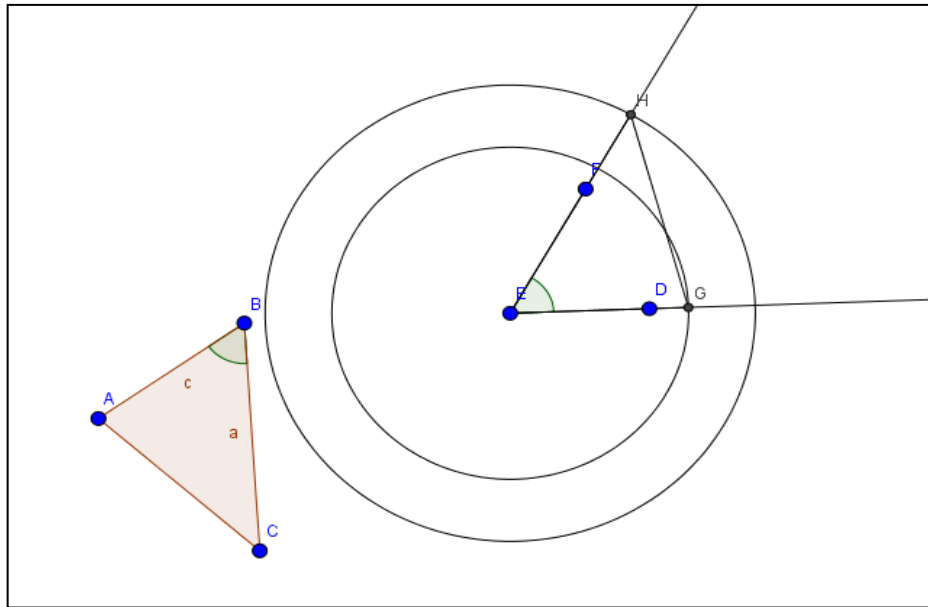
- Use o transferidor e calcule a medida dos ângulos A, B, C, D, E e F.
- Existe alguma relação entre esses ângulos?

*2ª Construção de um triângulo congruente a outro triângulo utilizando o caso Lado, Ângulo, Lado (LAL).*

Procedimentos:

- Construa o triângulo ABC, tendo  $\text{med}(AB) = c$  e  $\text{med}(BC) = a$ .
- Identifique a medida do ângulo B.
- Construa um ângulo DÊF com a mesma medida do ângulo B.
- Construa uma circunferência com centro em E, e raio de medida  $c$ , medida do segmento AB.
- Construa outra circunferência com centro em E, e raio de medida  $a$ , medida do segmento BC.
- Marque o ponto G, a intersecção entre a semirreta ED e a circunferência de raio  $c$ . De modo análogo, marque o ponto H, intersecção entre a semirreta EF e a circunferência de raio  $a$ .
- Construa o triângulo EGH.

Figura 31- Construção de um triângulo congruente a um triângulo dado pelo caso LAL



Fonte: Andréia R. Alves, 2017.

Responda:

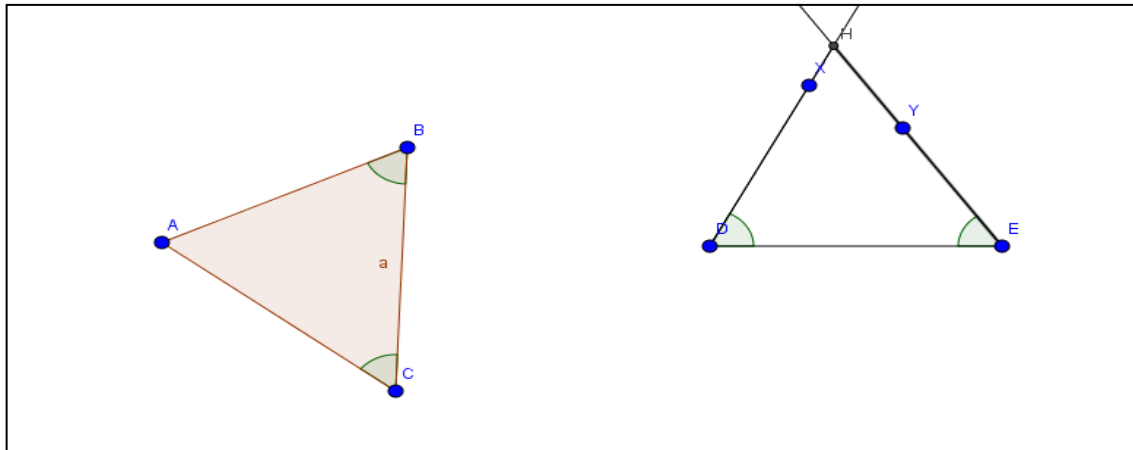
- Determine a medida dos lados AC e HG. Existe alguma relação entre essas medidas?
- Use o transferidor e determine a medida dos ângulos A, C, H e G. Existe alguma relação entre essas medidas?

3º Construção de um triângulo congruente a outro triângulo utilizando o caso Ângulo, Lado, Ângulo (ALA).

Procedimentos:

- Construa o triângulo ABC, tendo  $med.(BC) = a$ , ângulos B e C.
- Construa o segmento DE de modo que a  $med(DE) = med(BC) = a$ .
- Construa um ângulo XDE com a mesma medida do ângulo B.
- Construa um ângulo YED com a mesma medida do ângulo C.
- Trace as semirretas DX e EY e marque o ponto H como a intercessão entre as duas semirretas.
- Construa o triângulo HDE.

Figura 32- Construção de um triângulo congruente a um triângulo dado pelo caso ALA



Fonte: Andréia R. Alves, 2017.

Responda:

- Usando a régua, qual é a medida dos lados AB, AC, DH e HE. Qual é a relação entre essas medidas?
- Qual é a medida dos ângulos  $\hat{A}$  e  $\hat{H}$ ?

#### 4.5.2 Atividade 2 – Triângulos semelhantes

OBJETIVOS:

- Reconhecer as características de um triângulo quanto às medidas dos lados e dos ângulos;
- Compreender a ideia de medida de ângulos;
- Compreender as propriedades relacionadas aos ângulos opostos pelo vértice, ângulos alternos internos e externos e correspondentes;
- Saber identificar triângulos semelhantes e resolver situações-problema envolvendo semelhança de triângulos.

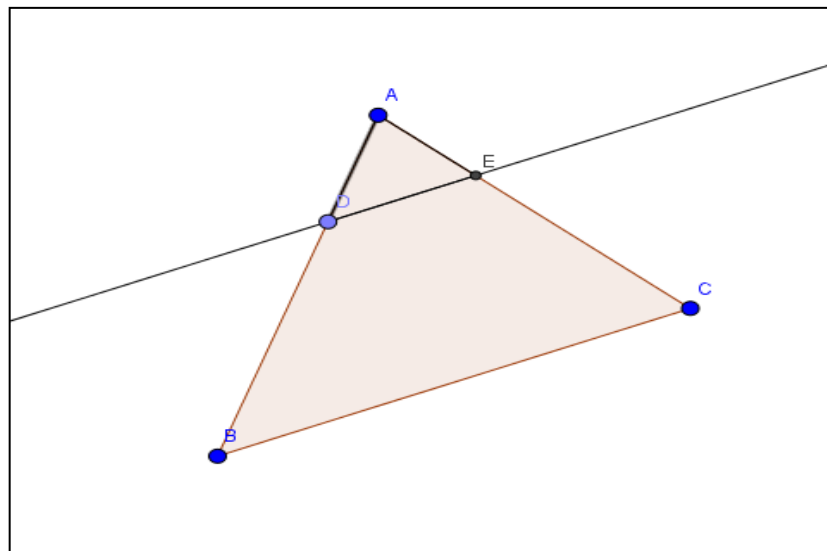


*1º Construção de triângulos semelhantes.*

Procedimentos:

- 1- Construa um triângulo ABC.
- 2- Marque o ponto D no lado AB do triângulo.
- 3- Trace uma reta que passe por D e seja paralela ao lado BC.
- 4- Marque o ponto E como a intercessão entre a reta traçada e o lado AC.
- 5- Construa o triângulo ADE.

**Figura 33- Construção de triângulos semelhantes**



Fonte: Andréia R. Alves, 2017.

Responda:

- a) O que você observa em relação à medida dos lados correspondentes dos dois triângulos? Existe uma relação entre essas medidas?
- b) O que se pode afirmar em relação à medida dos ângulos correspondentes dos dois triângulos? Existe uma relação entre essas medidas?
- c) Defina triângulos semelhantes.

### 5.2.1 Atividade 3 - Quadriláteros

#### OBJETIVOS:

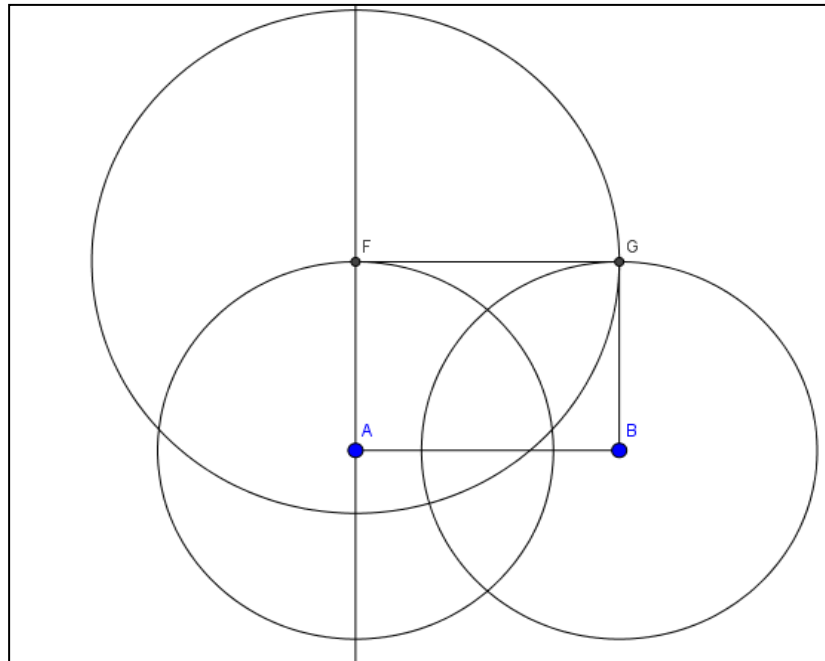
- Relacionar polígonos com os quadriláteros;
- Reconhecer quadriláteros no cotidiano dos alunos;
- Definir quadriláteros;
- Listar as propriedades comuns dos quadriláteros e suas diferentes formas;
- Classificar os quadriláteros com base nas propriedades apresentadas.

*1º Construa um retângulo de lados 8cm e 6cm.*

#### Procedimentos:

- 1- Traçamos o segmento AB igual a 8cm.
- 2- Traçamos a reta **f** perpendicular a AB passando por A.
- 3- Centro do compasso em A, traçamos um arco de abertura 6 cm sobre **f** determinando-se o ponto F.
- 4- Centro do compasso em B, traçamos um arco de abertura 6 cm.
- 5- Com centro do compasso em F traçamos um arco de abertura 8 cm que interceptou o arco anteriormente determinando-se o ponto G.
- 6- Ligamos o ponto F ao ponto G e esse último ao ponto B construindo assim o retângulo solicitado.

**Figura 34- Construção de um retângulo**



Fonte: Andréia R. Alves, 2017.

Responda:

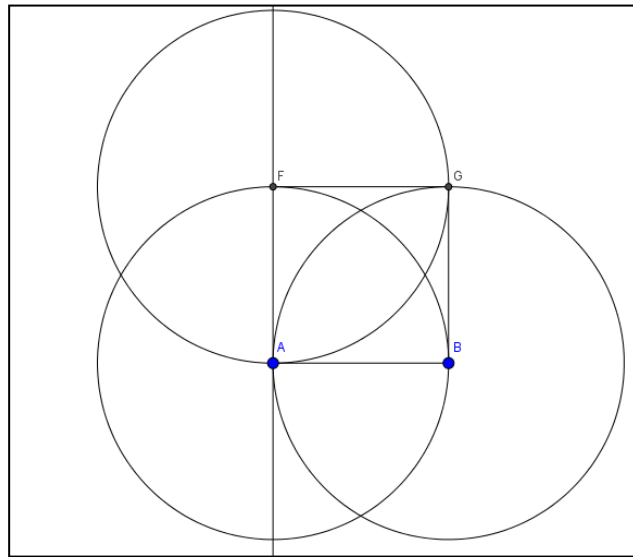
- a) As diagonais do retângulo são congruentes?
- b) Por que o retângulo é classificado também como paralelogramo?

*2º Construa um quadrado de lado 8 cm.*

Procedimentos:

- 1- Marcamos o segmento  $AB = 8$  cm.
- 2- Em A, traçamos a reta **b** perpendicular a AB.
- 3- Centro do compasso em A com abertura igual à AB traçamos o arco que intersectou **b** no ponto F.
- 4- Centro do compasso em B e abertura AB, traçamos um arco.
- 5- Centro do compasso em F e abertura FA, traçamos um arco de modo que interceptou o arco anteriormente traçado no ponto G.
- 6- Ligamos o ponto F ao ponto G e seguidamente G a B, obtendo-se o quadrado ABGF de lado 8 cm.

**Figura 35- Construção de um quadrado**



Fonte: Andréia R. Alves, 2017.

Responda:

- Trace as diagonais AG e FB. Qual é a medida das diagonais?
- Seja X o ponto de encontro das diagonais. Qual é a medida dos ângulos FXG, GXB, BXA e AXF?
- Pela resposta obtida no item anterior, o quadrado ABFG também pode ser classificado como \_\_\_\_\_ devido à propriedade entre os ângulos das diagonais.

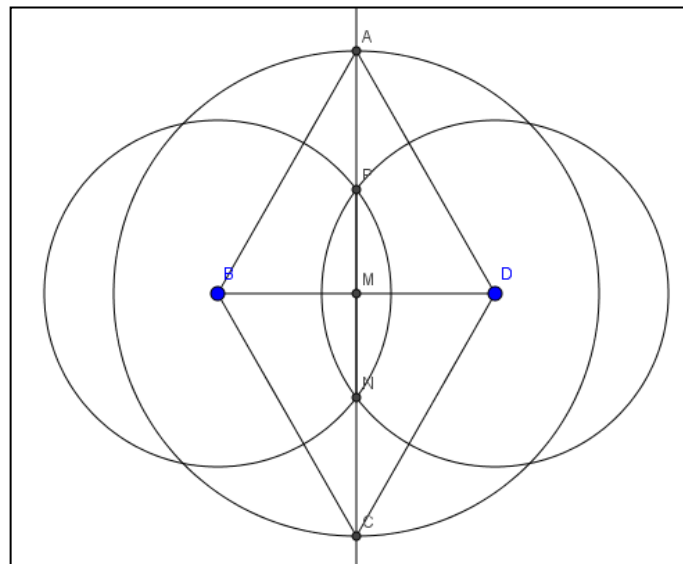
*3º Construa um losango ABCD dadas as diagonais  $AC=7\text{ cm}$  e  $BD=4\text{ cm}$ .*

Procedimentos:

- Com uma régua, traçar o segmento BD de medida 4 cm.
- Construir uma reta perpendicular ao segmento BD. Diante disso, foram encontrados os pontos auxiliares P e N, formados pelo cruzamento dos arcos construídos anteriormente.

- 3- Traçar a perpendicular passando pelos pontos P e N, localizando o ponto M. M é o ponto médio, formado pelo cruzamento das duas diagonais (perpendiculares) do losango a ser construído.
- 4- Sabendo que AC mede 7 cm, traçar com o compasso o segmento AC. Fazer uma abertura de 3,5 cm, com a ponta seca do compasso em M, traçar um arco na parte superior à M, localizando o ponto A. Em seguida, use a mesma abertura de 3,5 cm, com a ponta seca do compasso em M, traçar um arco na parte inferior à M, localizando o ponto C.
- 5- Trace os segmentos AB, BC, CD e DA, e verifique que ABCD é um losango.

**Figura 36- Construção do losango**



Fonte: Andréia R. Alves, 2017.

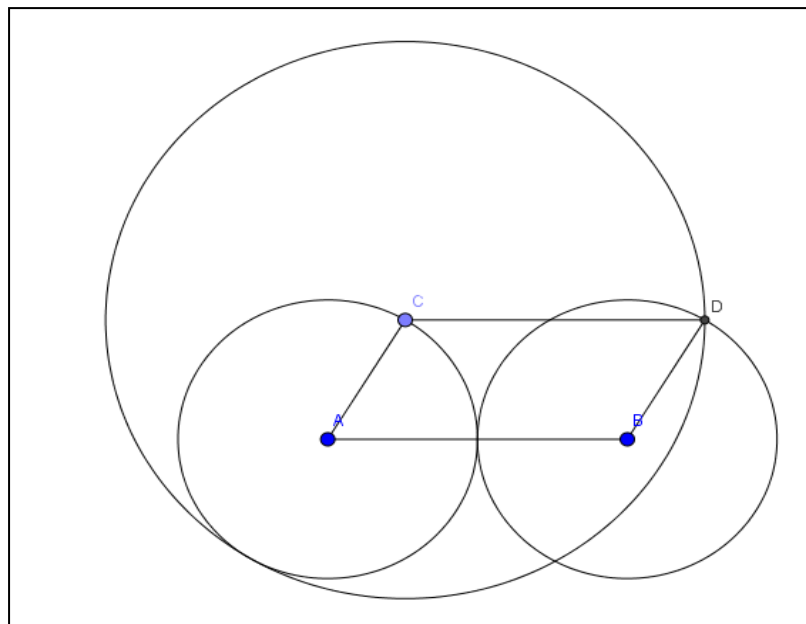
*4º Construa um paralelogramo de lados medindo 8 cm e 4 cm.*

Procedimentos:

- 1- Com a régua marcamos o segmento  $AB = 8$  cm.
- 2- Centro do compasso em A e abertura igual a 4 cm traçamos um arco de circunferência e marcamos o ponto C qualquer.
- 3- Com mesmo raio do passo 2, centro do compasso em B, traçamos um arco qualquer.

- 4- Com centro do compasso em C e abertura  $AB = 8$  cm, traçamos um arco de circunferência o qual interceptou o arco anteriormente traçado, determinando assim o ponto D.
- 5- Ligamos o ponto A ao ponto C e esse último ao ponto D.
- 6- Finalmente ligamos o ponto D ao ponto B obtendo-se a construção do paralelogramo solicitado.

**Figura 37- Construção de um paralelogramo**



Fonte: Andréia R. Alves, 2017.

Responda:

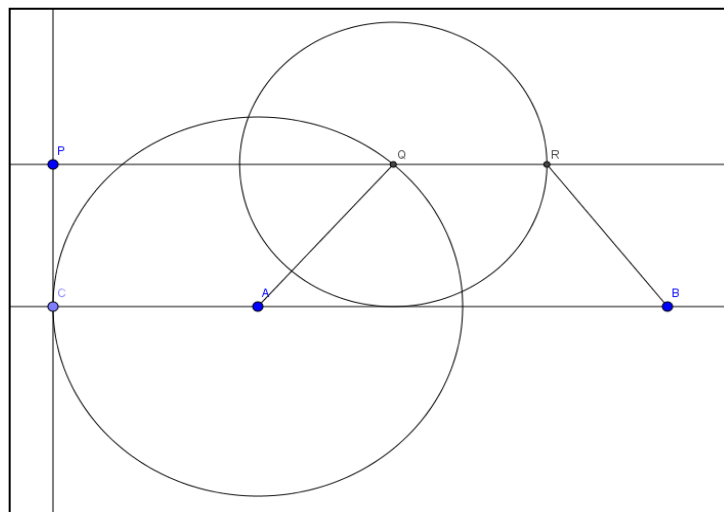
- a) Qual a medida dos 4 ângulos internos do paralelogramo?
- b) Qual relação existe entre os ângulos opostos?
- c) Trace as diagonais AD e BC. Seja F o ponto de encontro das diagonais. Qual é a medida dos segmentos AF e FD? Qual é a medida dos segmentos BF e FC? Assim, em todo paralelogramo, as diagonais interceptam-se nos respectivos \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.

5º Construa um trapézio de base maior medindo 8 cm, a base menor 3 cm, um dos lados oblíquos 4 cm e altura 3 cm.

Procedimentos:

- 1- Traçamos a reta **a** e sobre ela marcamos o segmento  $AB = 8$  cm.
- 2- Ainda sobre **a**, marcamos o ponto C qualquer.
- 3- Por C traçamos a perpendicular **d** e marcamos  $CP = 3$  cm, o que representa a altura do trapézio.
- 4- Traçamos uma reta paralela à reta suporte do segmento AB que passa por P.
- 5- Com centro do compasso em A e abertura igual a 4 cm traçamos um arco de modo que o mesmo intersectou a reta paralela ao segmento AB no ponto Q.
- 6- Ligamos o ponto A ao ponto Q obtendo-se o segmento AQ que representa um dos lados oblíquos do trapézio.
- 7- Centro do compasso em Q e abertura igual a 3 cm traçamos um arco de tal modo que interceptou a reta QP no ponto R.
- 8- Ligamos o ponto R ao ponto B construindo então o trapézio ABRQ.

Figura 38- Construção de um trapézio



Fonte: Andréia R. Alves, 2017.

Responda:

- a) Quais são os lados paralelos do trapézio?
- b) Quais são os lados oblíquos do trapézio?

Defina trapézio.

## 7 CONCLUSÃO

A realização das atividades aqui propostas em sala de aula trouxe consigo grande aprendizagem para os alunos e para a docente, pois uma vez que houve uma aproximação muito boa na relação professor-aluno, permitindo um diálogo significativo, onde a aprendizagem foi o foco principal durante todo o processo.

O uso do Desenho Geométrico foi de grande valia, pois realmente fez a diferença em relação principalmente aos conceitos geométricos, que podem ter sido passados em algum momento da vida escolar do aluno, mas que foram esquecidos devido a alguma lacuna durante o ensino desse conhecimento.

Além de ajudar na coordenação motora, o Desenho Geométrico realmente foi significativo, pois era para os alunos uma maneira diferente de desenhar, seguindo passos, usando o conhecimento de Geometria que eles viam de maneira mais mecânica e passando a ter correspondência com outras áreas da Matemática, tendo efetivamente alcançados os objetivos da pesquisa.

Entretanto, vale salientar que o uso do Desenho Geométrico para fazer um efeito maior e mais efetivo deve ser presente em toda a educação básica, começando desde o sexto ano do ensino fundamental até o término do ensino médio, pois permite que o aluno, de fato, entenda o que ele está fazendo, o que ele está construindo, relacionando e discutindo conceitos e propriedades. Além de ser uma ferramenta fantástica para o professor, podendo inicialmente fazer uso das construções geométricas com compasso, régua e transferidor até chegar ao uso de softwares.

A experiência com o Desenho Geométrico traz à tona a beleza da Matemática que muitas vezes está escondida em um emaranhado de conceitos e propriedades, priorizando a memorização vazia de significados deles e causando, assim, o rápido esquecimento. Mas a partir do momento em que o aluno constrói esse conceito, constrói esse conhecimento geométrico, ele o levará para a vida, jamais o esquecerá, principalmente, jamais esquecerá o prazer que isso trouxe para si. E isso foi possível com o Desenho Geométrico.

A experiência com o Desenho Geométrico revelou que este recurso foi e é muito importante para ser usado em sala de aula, começando logo cedo e acompanhando o aluno em toda sua vida escolar.



## REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Lei n. 4.024, de 20.12.1961.** Fixa as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil*, Poder Legislativo, Brasília, DF, 27.12.1961.
- BRASIL. **Lei n. 5.692, de 11.08.1971.** Fixam diretrizes e bases para o ensino de primeiro e segundo graus, e dá outras providencias. *Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil*, Poder Legislativo, Brasília, DF, 12.08.1971.
- BRASIL. **Lei n. 9.394/96, de 20.12.1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil*, Poder Legislativo, Brasília, DF, 23.12.1996.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** MEC/SEF, 1998.
- DANTE, Luís Roberto. **Tudo é Matemática.** São Paulo. Ática, 2003.
- LAMPHIER, Wesley. **Geometric Constructions.** Disponível em [orion.math.iastate.edu/dept/.../MSM/LamphierMSMFpdf](http://orion.math.iastate.edu/dept/.../MSM/LamphierMSMFpdf). Acesso em: 20 de out. de 2016.
- LUJAN, Maria Lúcia S. **A geometria na 1ª série do 1º grau:** um trabalho na perspectiva de Van Hiele. 1997. 190 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 1997.
- MARMO, Carlos. MARMO, Nicolau. **Desenho Geométrico.** São Paulo: Scipione, 1995, v.1 e 2.
- NASCIMENTO, R. A. **O Ensino do Desenho na Educação Brasileira:** apogeu e decadência de uma disciplina escolar. 1994. 120f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília-SP, 1994.
- NASSER, Lilian. **A teoria de Van Hiele para o ensino de Geometria:** pesquisa e aplicação. In: 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1995, Rio de Janeiro. Atas do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/UFRJ, 1995.
- NASSER, Lilian; SANT'ANNA, Neide da Fonseca Parracho. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele.** Rio de Janeiro: Projeto Fundação/ IM/UFRJ, 1997.

NASSER, Lilian; TINOCO, Lúcia. **Curso básico de geometria: enfoque didático**. 3. Ed. Rio de Janeiro: Projeto Fundação/IM-UFRJ, 2004.

OLIVEIRA, Mariângela de Castro. Resignificando conceitos de Geometria plana a partir do estudo de sólidos geométricos. 2012. 266 f. Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte-MG, 2012.

PAZOS, Rubén Edgardo Panta. WERLANG, Márcia. **A Matemática do ensino médio e o esquema de Van Hiele**. Disponível em [http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro\\_Gaicho\\_Ed\\_Matem/cientificos/CC07.pdf](http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro_Gaicho_Ed_Matem/cientificos/CC07.pdf). Data de acesso: 21 de outubro de 2016.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria: uma abordagem histórica**. 1989. 195f. Dissertação (Mestrado em Educação) – UNICAMP, Campinas, 1989.

PUTNOKI, José Carlos. **Que se devolvam a Euclides a régua e o compasso**. Revista do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática São Paulo: Associação Palas. Athena do Brasil, 13, p.13-17, 2º sem./1988.

SILVA, C. I. D. N. **Proposta de aprendizagem sobre a importância do Desenho Geométrico e da geometria descritiva**; (102 f); Dissertação de Mestrado. Curitiba, PR: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2006.

VIEIRA, Carmem Rosilene. **Reinventando a Geometria no Ensino Médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de geometria dinâmica e a Teoria de Van Hiele**. 2010. 149f. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto-MG, 2010.

WAGNER, E. **Construções geométricas**. Coleção do professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática. 2ª edição, Rio de Janeiro, 1998.

ZUIN, E. S. L. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil**. 2001. 211f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte-MG, 2001.

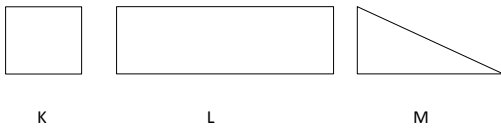
ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental e o Ensino das Construções Geométricas entre outras considerações**. GT 19 – Educação Matemática.

## ANEXO

**1. TESTE DE SONDAGEM EM GEOMETRIA**

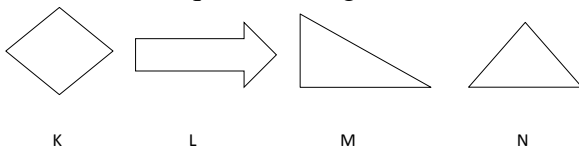
NOME: \_\_\_\_\_

1º Qual (ou quais) das figuras abaixo são quadrados?



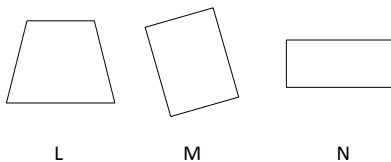
- a) Somente K.
- b) Somente L.
- c) Somente M.
- d) Somente L e M.
- e) Todos são quadrados.

2º Qual (ou quais) das figuras abaixo são triângulos?



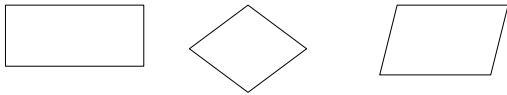
- a) Nenhuma delas.
- b) Somente K.
- c) Somente L.
- d) Somente M e N.
- e) Somente K e M.

3º Qual (ou quais) das figuras abaixo é (são) retângulo(s)?



- a) Somente L.
- b) Somente M.
- c) Somente N.
- d) Somente M e N.
- e) Todas são retângulos.

4º Qual (ou quais) dessas figuras é (são) quadrado(s)?



F

G

H

- Nenhuma delas é um quadrado.
- Somente G.
- Somente F e G.
- Somente G e H.
- Todos são quadrados.

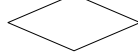
5° Qual (ou quais) dessas figuras é (são) paralelogramo(s)?



J



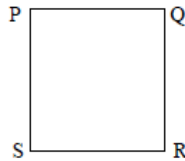
M



L

- Somente J.
- Somente L.
- Somente J e M.
- Nenhuma delas é um paralelogramo.
- Todos são paralelogramos.

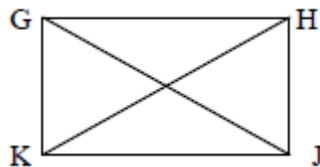
6° PQRS é um quadrado.



Qual relação é verdadeira para qualquer quadrado?

- PR e RS têm o mesmo comprimento.
- QS e PR são perpendiculares.
- PS e QR são perpendiculares.
- PS e QS têm o mesmo comprimento.
- O ângulo Q é maior do que o ângulo R.

7° No retângulo GHJK, GJ e HK são diagonais.

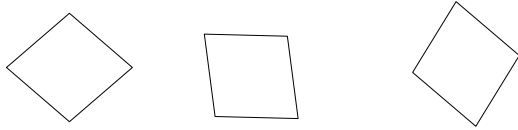


Qual, de (a) a (d), não é verdadeira em todo retângulo?

- Há quatro ângulos retos.
- Há quatro lados.
- As diagonais tem o mesmo comprimento.
- Os lados opostos tem o mesmo comprimento.

e) Todas, de (a) a (d), são verdadeiras em todo retângulo.

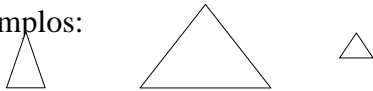
8º Um losango é uma figura de quatro lados, os quais são todos de mesmo comprimento. Veja os exemplos:



Qual, de (a) a (d), não é verdadeira em todo losango?

- As duas diagonais tem o mesmo comprimento.
- Cada diagonal é bissetriz de dois ângulos do losango.
- As diagonais são perpendiculares.
- Os ângulos opostos tem a mesma medida.
- Todas, de (a) a (d), são verdadeiras em todo losango.

9º Um triângulo isósceles é um triângulo com dois lados de mesma medida. Veja os exemplos:



Qual, de (a) a (d), é verdadeira em todo triângulo isósceles?

- Os três lados devem ter o mesmo comprimento.
- Um dos lados deve ter o dobro da medida de outro lado.
- Deve haver pelo menos dois ângulos com a mesma medida.
- Os três ângulos devem ter a mesma medida.
- Nenhuma, de (a) a (d), é verdadeira em todo triângulo isósceles.

10º A seguir há duas afirmações:

- Afirmção 1: A figura F é um retângulo.
- Afirmção 2: A figura F é um triângulo.

Qual das afirmativas abaixo é a correta?

- Se 1 é correta, então 2 é correta.
- Se 1 é falsa, então 2 é correta.
- 1 e 2 não podem ser, ambas, verdadeiras.
- 1 e 2 não podem ser, ambas, falsas.
- Nenhuma, de (a) a (d) é correta.

11º A seguir há duas afirmações:

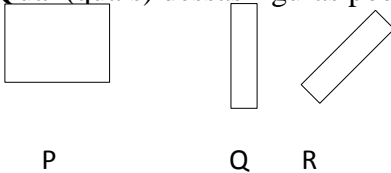
- Afirmção 1:  $\Delta ABC$  tem três lados de mesmo comprimento.
- Afirmção 2: no  $\Delta ABC$ , os ângulos internos B e C tem a mesma medida.

Qual das afirmativas abaixo é correta?

- As afirmações 1 e 2 não podem ser ambas verdadeiras.
- Se 1 é verdadeira, então 2 é verdadeira.

- c) Se 2 é verdadeira, então 1 é verdadeira.
- d) Se 1 é falsa, então 2 é falsa.
- e) Nenhuma, de (a) a (d) é correta.

12° Qual (quais) dessas figuras pode(m) ser chamada(s) de retângulo?



- a) Todas
- b) Somente Q
- c) Somente R
- d) Somente P e Q
- e) Somente Q e R

13° Qual das afirmativas abaixo é verdadeira?

- a) Todas as propriedades dos retângulos são propriedades dos quadrados.
- b) Todas as propriedades dos quadrados são propriedades dos retângulos.
- c) Todas as propriedades dos retângulos são propriedades dos paralelogramos.
- d) Todas as propriedades dos quadrados são propriedades dos paralelogramos.
- e) Nenhuma, de (a) a (d) é verdadeira.

14° O que todos os retângulos têm que alguns paralelogramos não têm?

- a) Lados opostos iguais.
- b) Diagonais iguais.
- c) Lados opostos paralelos.
- d) Ângulos opostos iguais.
- e) Nenhuma de (a) a (d).

15° Abaixo estão relacionadas três propriedades de uma figura.

- Propriedade 1: Tem diagonais de mesmo comprimento.
- Propriedade 2: É um quadrado.
- Propriedade 3: É um retângulo.

Qual das afirmativas abaixo é verdadeira?

- a) 1 implica em 2, a qual implica em 3.
- b) 1 implica em 3, a qual implica em 2.
- c) 2 implica em 3, a qual implica em 1.
- d) 3 implica em 1, a qual implica em 2.
- e) 3 implica em 2, a qual implica em 1.

16° Abaixo temos duas afirmativas:

- I. Se uma figura é um retângulo, então suas diagonais se cortam ao meio.
- II. Se as diagonais de uma figura se cortam ao meio, a figura é um retângulo.

Qual das afirmativas abaixo está correta?

- a) Para provar que I é verdadeira, basta provar que II é verdadeira.
- b) Para provar que II é verdadeira, basta provar que I é verdadeira.
- c) Para provar que II é verdadeira, basta encontrar um retângulo cujas diagonais se cortam ao meio.
- d) Para provar que II é falsa, basta encontrar uma figura, diferente de retângulo, cujas diagonais se cortam ao meio.
- e) Nenhuma, de (a) a (d) está correta.

17° Em geometria:

- a) Todo termo pode ser definido e toda afirmação verdadeira pode ser provada.
- b) Todo termo pode ser definido, mas é necessário assumir que certas afirmações são verdadeiras.
- c) Alguns termos têm que ser deixados sem definição, mas toda afirmação verdadeira pode ser provada.
- d) Alguns termos têm que ser deixados sem definição e isso é necessário que se tenham algumas afirmações que sejam assumidas como verdadeiras.
- e) Nenhuma, de (a) a (d) está correta.

18° Trissectar um ângulo significa dividi-lo em três partes de mesma medida. Em 1847, P.L. Wantzel provou que, em geral, é impossível trissectar ângulos usando apenas um compasso e uma régua não graduada. Desta prova, o que você pode concluir?

- a) Em geral, é impossível bissectar ângulos usando apenas um compasso e uma régua não graduada.
- b) Em geral, é impossível trissectar ângulos usando apenas um compasso e uma régua não graduada.
- c) Em geral, é impossível trissectar ângulos usando apenas instrumentos de desenho.
- d) Ainda é possível que no futuro alguém possa encontrar um método geral de trissectar ângulos usando apenas um compasso e uma régua não graduada.
- e) Ninguém, jamais será capaz de encontrar um método geral de trissectar ângulos usando apenas um compasso e uma régua não graduada.

19° Existe uma geometria, inventada por um matemático J, na qual a seguinte afirmação é verdadeira:

“A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é menor do que  $180^\circ$ .”

Qual das afirmativas abaixo é correta?

- a) J cometeu um erro ao medir os ângulos do triângulo.

- b) J cometeu um erro de raciocínio lógico.
- c) J tem uma ideia errada do que se entende por verdadeiro.
- d) J começou com pressupostos diferentes daqueles da geometria usual.
- e) Nenhuma, de (a) a (d) está correta.

20° Dois livros de geometria definem a palavra retângulo de maneiras diferentes.

Qual afirmativa abaixo está correta?

- a) Um dos livros tem um erro.
- b) Uma das definições está errada. Não podem existir duas definições para o retângulo.
- c) Os retângulos em um livro devem ter propriedades diferentes daquelas dos retângulos no outro livro.
- d) Os retângulos em um dos livros devem ter as mesmas propriedades apresentadas pelos retângulos no outro livro.
- e) As propriedades dos retângulos nos dois livros podem ser diferentes.



