UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

PEDRO GURGEL MORAES

GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: PROPOSTAS PARA O ENSINO DE MATRIZES ATRAVÉS DE UM JOGO DE REALIDADE ALTERNATIVA

MOSSORÓ
2017

PEDRO GURGEL MORAES

GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: PROPOSTAS PARA O ENSINO DE MATRIZES ATRAVÉS DE UM JOGO DE REALIDADE ALTERNATIVA

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, campus Mossoró, para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

ORIENTADOR: Profº. Dr. Odacir Almeida Neves

Este trabalho contou com apoio financeiro da CAPES

M827g Moraes, Pedro Gurgel.
Gamificação no ensino de matemática: propostas para o ensino de matrizes através de um jogo de realidade alternativa / Pedro Gurgel Moraes. - 2017.
76 f. : il.

Orientador: Odacir Almeida Neves.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em Matemática, 2017.

1. Gamificação. 2. Ensino. 3. Matrizes. 4. Jogo de Realidade Alternativa. I. Neves, Odacir Almeida , orient. II. Título.

PEDRO GURGEL MORAES

GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: PROPOSTAS PARA O ENSINO DE MATRIZES ATRAVÉS DE ALTERNATE REALITY GAMES.

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, Campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

APROVADA EM: 26 / 05 / 2017

BANCA EXAMINADORA

Dr. Odacir Almeida Neves - UFERSA
Presidente

Dr. Walter Martins Rodrigues - UFERSA
Membro interno

José Vilani de Farias

Dr. Jose Vilani de Farias- IFRN
Membro externo

MOSSORÓ/RN, 2017.

A Deus, por tudo significar.

A Virgem Santíssima, por sempre iluminar.

A São José, pela graça alcançada.

A minha mãe, pelo amor e vida que me foi dada.

A minha esposa, pelo amor que é escolha.

A minhas filhas, Lis e Ester, razões de minhas empreitadas.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela forma como o seu amor é presente em minha vida, apesar de toda ingratidão com que Lhes pago.

A Virgem Santíssima por nunca abandonar a esse pobre de espírito e de caráter.

A São José, pela poderosa intercessão em todo momento de angústia.

A minha avó, Lúcia Gurgel, *in memoriam*, que a tudo assiste na glória eterna.

A minha mãe, que sempre plantou, com muito custo, as sementes da boa educação formal e informal. Todo fruto que possa nascer de mim, antes, é dela.

A Raquel Macedo, companheira admirada e coluna de sustentação, por todo amor, incentivo, paciência, carinho e fé.

A meu pai, pelo amor e por ter entendido minha missão neste mundo.

A meus irmãos Bruno, Andrea e Anice, pela partilha das vitórias e dificuldades em nossa história.

A José de Souza Breves Filho, sempre inspirador.

Aos meus amigos Alan, Ricardo e Fernando, pelo companheirismo durante toda jornada.

Aos meus orientadores, Profº. Dr. Odacir Almeida Neves e Profº. Me. Ricardo Antonio Faustino da Silva Braz, por toda dedicação, contribuição e incentivo.

Aos amigos da Terça Nobre, porque o humor e a amizade são os temperos da vida.

Aos amigos do Supimpas do Tricô, pelo apoio, empatia e constantes provocações a mudanças.

Ao IMPA, pela ousadia do programa.

À CAPES, pelo financiamento deste trabalho e fomento à pesquisa científica no Brasil.

À UFERSA, pela oportunidade.

Ao IFRN, pelo apoio e disponibilidade.

“A alma é divina e a obra é imperfeita.

Este padrão sinala ao vento e aos céus

Que, da obra ousada, é minha a parte feita:

O por-fazer é só com Deus.”

(Fernando Pessoa).

RESUMO

No cotidiano da sala de aula são notórios o desinteresse e o descaso com o estudo e o aprendizado dos conteúdos abordados. Nesse aspecto, também a Matemática tem sofrido muito com isso, haja vista que se trata de um conhecimento formalmente abstrato e, aos olhos de vários alunos, distante de sua realidade. Nesse bojo, surgem várias metodologias de ensino para buscar formas de motivar os alunos a aprenderem, de forma significativa. A partir disso, entre as novas tendências de metodologias de ensino, destacamos a gamificação, que se baseia no uso de vários dos princípios do design de *games* sendo direcionados para educação. Disso, e considerando a estagnação dos índices apresentados pelo INEP sobre a aprendizagem de matemática nos últimos anos, propomos o desenvolvimento de um Jogo de Realidade Alternativa (ARG) para o ensino de matrizes, em que os alunos são convidados a participar de uma aventura que envolve um sistema matricial de criptografia, de tal maneira que eles devem utilizar os assuntos abordados em aula para decifrar mensagens e compor um texto final. Este trabalho apresenta, portanto, uma proposta que foca no engajamento dos estudantes no estudo das matrizes, através da gamificação no ensino de Matemática.

Palavras-chave: Gamificação. Ensino. Matrizes. Jogo de Realidade Alternativa.

ABSTRACT

In daily of the classroom the disinterest and neglect for the study and learning are notorious. In this respect, also Mathematics has suffered much from this, since it is a formally abstract knowledge, in the eyes of several students, far from their reality. In this context, several teaching methodologies emerge to look for ways to motivate students to learn meaningfully. From new trends in teaching methodologies, we highlight the gamification, which is based on several principles of game design, in this case, focusing on education. From this, and considering the stagnation of the indices defined by INEP on the learning of mathematics in recent years, we propose the development of an Alternative Reality Game (ARG) for the teaching of matrices, in which students are invited to participate in an adventure involving a Encryption Matrix system, in a way that they must use subjects studied in clasroom to decode messages and find a final text. This paper therefore presents a proposal that focuses on engagement of students in study of matrices, through gamification on teaching of mathematics.

Keywords: Gamification. Teaching. Matrices. Alternative Reality Game.

SIGLAS

ARG – *Alternate Reality Game*

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

MEC – Ministério da Educação

RPG – *Role Playing Game*

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

No cotidiano da sala de aula é notório o desinteresse e o descaso com o estudo e o aprendizado dos conteúdos abordados. Nesse aspecto, também a Matemática tem sofrido muito com isso, haja vista que se trata de um conhecimento formalmente abstrato e, aos olhos de vários alunos, distante de sua realidade. Além disso, as clássicas perguntas estudantis que envolvem *o porquê*, o *para que* e o *em que* vou aplicar tal tópico de estudo, mesmo quando respondidas de forma contundente e fundamentada, nem sempre conseguem despertar uma real mobilização do aluno para o envolvimento no estudo dos conteúdos propostos pela ementa escolar.

Nesse bojo, surgem várias metodologias de ensino quem buscam formas significativas de motivar os alunos a aprenderem conteúdos que a sociedade, de maneira geral, julga necessário. Vale salientar que este trabalho tem como conceito de aprendizagem significativa a perspectiva sócio-interacionista, em que se coloca a aprendizagem totalmente relacionada à interação do sujeito com outros, assim como sua interação com a sociedade, ambientados em meios que relacionam indivíduos e objetos (PERES E ALEXANDRE, 2012).

A partir disso, entre as novas tendências de metodologias de ensino, destacamos a gamificação, que se baseia no uso de vários dos princípios do design de *games* sendo direcionados para educação (KAPP apud AMARAL e MEDEIROS, 2015).

Tal destaque se dá porque acreditamos que, trazendo os conteúdos acadêmicos para um jogo ou um ambiente similar a um jogo, é possível despertar o interesse e estimular o engajamento dos alunos no estudo de qualquer disciplina (Matemática inclusive), pois pode mobilizar o discente ou, pelo menos, levá-lo a estudar aquele conteúdo obrigatório de uma forma mais lúdica, interessante e prazerosa. Afinal, “a motivação provocada pelos jogos gera as ações necessárias para a execução de um objetivo, de uma dada atividade; ou seja, a motivação age como ‘combustível’, como propulsora das ações, sendo parte fundamental do processo”(PERES E ALEXANDRE, 2012).

Nesse aspecto, este trabalho almeja responder à pergunta: *é possível criar um ambiente gamificado para o ensino de Matrizes?* Assim, usando o conceito de gamificação, propomos uma forma diferente para o ensino da Matemática, especificamente em Matrizes.

Vale lembrar que o estudo aprofundado das matrizes (Álgebra Linear) é fundamental para diversas áreas do conhecimento, desde engenharias às ciências econômicas e computacionais, e isso reforçou bastante a escolha do tema proposto neste trabalho.

Mais adiante explicaremos com detalhes como encarar a perspectiva formal do estudo inicial das matrizes, o significado de gamificação e seus benefícios para a educação, a abordagem de alguns livros didáticos sobre o estudo das matrizes; um pouco da história da criptografia de mensagens; propostas de aula; e uma breve análise das possibilidades apresentadas.

CAPÍTULO 2: O ESTUDO DAS MATRIZES

Neste capítulo discorreremos sobre as definições e operações das matrizes com o propósito de elucidar a perspectiva matemática abordada neste trabalho, tendo em foco o método de ensino proposto. Assim, não nos delongaremos com discussão acerca de propriedades ou teoremas, haja vista que a metodologia proposta está focada em mobilizar os alunos que por ventura ainda não tenham se envolvido com a aprendizagem da matemática.

2.1 NOÇÕES INICIAIS DE MATRIZES

Dados m e n $\in$ N*, chamamos *matriz m por n* (indicamos por *m* × *n*) qualquer tabela formada por números reais distribuídos, ordenadamente por sua posição, em *m* linhas e *n* colunas.

Tomando uma matriz genérica A, que tenha *m* linhas e *n* colunas, cada elemento dessa matriz será indicado por a_{ij}, com i e j $\in$ N* | $1 \leq i \ \leq m$ e $1 \leq j \ \leq n$, em que o índice *i* do elemento indica a linha e o índice *j* do elemento indica a coluna às quais ele pertence. Estabelecemos que as linhas serão numeradas de cima para baixo, de 1 a *m*, e as colunas serão numeradas da esquerda para direita, de 1 a *n*, de tal maneira que a matriz A é representada por: $\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$.

Por questões de praticidade, também podemos indicar a matriz A_{mxn} como $A = (a_{ij})_{mxn}$.

Doravante, neste trabalho, sempre que nos referirmos a uma matriz com notação $A = (a_{ij})_{mxn}$, fica subentendido que $m \ e \ n$ $\in$ N*.

2.2 SUBCONJUNTOS IMPORTANTES DAS MATRIZES

Considerando todo o conjunto universo das matrizes possíveis, existem alguns subconjuntos que, por sua forma de se apresentar, tem maior utilidade, apresentamos aqui, alguns desses.

a) **Matriz Nula:** é toda matriz $A = (a_{ij})_{mxn}$ em que seus elementos são todos iguais a zero, isto é, $a_{ij} = 0 \; \forall \; i$ e j.

Exemplos: $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, etc.

b) **Matriz Linha:** é toda matriz $A = (a_{ij})_{mxn}$ que tem uma única linha, ou seja, $m = 1$, o que implica que A é do tipo 1 x *n* e seus elementos são do tipo a_{1j}.

Exemplos: $P = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 3{,}14 \end{bmatrix}$, $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, etc.

c) **Matriz Coluna:** é toda matriz $A = (a_{ij})_{mxn}$ que tem uma única coluna, ou seja, $n = 1$, o que implica que A é do tipo *m* x 1 e seus elementos são do tipo a_{i1}.

Exemplos: $K = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 13 \end{bmatrix}$, $L = \begin{bmatrix} 12 \\ 13 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0{,}15 \\ -\pi \end{bmatrix}$, etc.

d) **Matriz Quadrada:** é toda matriz $A = (a_{ij})_{mxn}$ em que $m = n$, logo, A é do tipo $n \; x \; n$, isto é, seu número de linhas é igual ao número de colunas. Se a matriz quadrada A, tem *n* linhas e *n* colunas, então dizemos que ela é uma matriz quadrada de ordem *n* ou simplesmente matriz de ordem *n*.

Exemplos: $T = \begin{bmatrix} cos\theta & -sen\theta \\ sen\theta & cos\theta \end{bmatrix}$, $M = \begin{bmatrix} cos\theta & -sen\theta & 0 \\ sen\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, etc.

i. Na matriz quadrada A, de ordem *n*, os elementos pertencentes ao conjunto $\{a_{ij} \mid i = j\}$ compõem a *diagonal principal*. Ou seja, denominamos *diagonal principal* o conjunto dos elementos $\{a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}\}$.

ii. Na matriz quadrada A, de ordem *n*, os elementos pertencentes ao conjunto $\{a_{ij} \mid i + j = n + 1\}$ compõem a *diagonal secundária*. Ou seja, chamamos de *diagonal secundária* o conjunto dos elementos $\{a_{1n}, a_{2,n-1}, a_{3,n-2}, \dots, a_{n1}\}$.

e) Matriz Diagonal: é toda matriz quadrada de ordem em que os elementos **não pertencentes** à diagonal principal são iguais a zero.

Exemplos: $D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, etc.

f) Matriz Identidade: é toda matriz diagonal, tal que seus elementos não nulos são iguais a 1. Para efeito de notação, indicamos essa matriz por $\boldsymbol{I_n}$, em que *n* é a ordem da matriz.

Exemplos: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, etc.

2.3 IGUALDADE ENTRE MATRIZES

Considerando duas matrizes, A e B, dizemos que A = B (A é igual a B), quando ambas têm o mesmo número de linhas (*m*) e a mesma quantidade de colunas (*n*), assim como seus elementos correspondentes (aqueles que tem a mesma posição, isto é, índices iguais) são iguais. Dessa forma, $A = B \leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}$ $\forall$ i e j $\in$ N* | $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$, $a_{ij} \in A$ e $b_{ij} \in B$.

Exemplos: $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}333\ldots \\ 0{,}25 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, etc.

2.4 PRODUTO DE NÚMERO REAL POR MATRIZ

Para multiplicar uma matriz $A = (a_{ij})_{mxn}$por um número real α, basta fazer uma matriz $B = (b_{ij})_{mxn}$, formada pelos elementos de *A*, sendo todos multiplicados por α. Assim, dado um α ∈ R e uma matriz $A = (a_{ij})_{mxn}$, denominamos produto αA, a matriz $B = (b_{ij})_{mxn}$ | $b_{ij} = \alpha a_{ij}$ ∀ i e j ∈ N* | $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$, $a_{ij} \in A$ e $b_{ij} \in B$.

Exemplos: 3 . $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ \frac{3}{4} & 1 \end{bmatrix}$, 0,5 . $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 1{,}5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$, etc.

2.5 MATRIZ OPOSTA

Para determinarmos a matriz oposta de uma certa matriz *A*, basta construirmos a matriz que tem os mesmos elementos de *A*, porém opostos, isto é, com os sinais contrários. Ou seja, dada a matriz $A = (a_{ij})_{mxn}$, chamamos de matriz oposta de *A*, a matriz $B = (b_{ij})_{mxn}$, tal que *B* = (–1) · *A.* Isto é, $b_{ij} = -a_{ij}$ ∀ i e j ∈ N* | $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$, $a_{ij} \in A$ e $b_{ij} \in B$.

Exemplo: A matriz oposta de $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$, é a matriz $\begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & -1 \end{bmatrix}$.

2.6 ADIÇÃO DE MATRIZES

Tomando duas matrizes $A = (a_{ij})_{mxn}$ e $B = (b_{ij})_{mxn}$, dizemos que a soma *A* + *B* é a matriz $C = (c_{ij})_{mxn}$, que tem seus elementos determinados pela soma dos elementos correspondentes em *A* e *B*, isto é, $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ ∀ i e j ∈ N* | $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$, $a_{ij} \in A$, $b_{ij} \in B$ e $c_{ij} \in C$. Note-se que só é possível executar a soma entre matrizes que tenham o mesmo número de linhas e a mesma quantidade de colunas.

Além disso, consideramos desnecessário tratar a subtração entre matrizes como uma operação diferente da soma, haja vista que a subtração pode ser tratada como a soma a um oposto. Ou seja, considerando as matrizes *A* e *B,* temos que *A* – *B* = *A* + (–1) · *B*.

Exemplos: $[1 \quad -5 \quad 3{,}14] + [1 \quad 2 \quad 3] = [2 \quad -3 \quad 6{,}14]$,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.7 PRODUTO ENTRE MATRIZES

Tomando duas matrizes $A = (a_{ij})_{mxn}$ e $B = (b_{jl})_{nxs}$, dizemos que o produto *A·B* é a matriz $C = (c_{il})_{mxs}$, que tem seus elementos determinados da seguinte forma: $c_{il} = a_{i1} \cdot b_{1l} + a_{i2} \cdot b_{2l} + \cdots + a_{in} \cdot b_{nl}$ ∀ i, l e s ∈ N* | $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq l \leq s$. Note-se que só é possível executar o produto entre duas matrizes em que a primeira tenha o mesmo número de colunas que a quantidade de linhas da segunda.

Exemplos: $[1 \quad 3 \quad 5] \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 13 \end{bmatrix} = [1 \cdot 5 + 3 \cdot 8 + 5 \cdot 13] = [94]$,

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ \frac{3}{4} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} & 1 \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1 \\ \frac{1}{4} \cdot 3 + 1 \cdot \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \cdot 1 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{13}{4} & \frac{4}{3} \\ \frac{3}{2} & \frac{5}{4} \end{bmatrix}$$

2.8 MATRIZ TRANSPOSTA

Para determinarmos a matriz transposta de uma certa matriz *A*, basta construirmos a matriz que tem os mesmos elementos de *A*, porém trocando suas posições, de tal maneira que as linhas se tornam colunas e as colunas viram linhas. Assim, dada a matriz $A = (a_{ij})_{mxn}$, chamamos de matriz transposta de *A*, a matriz A^T, tal que $A^T = (a_{ji})_{nxm}$.

Exemplos: A matriz transposta de $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$, é a matriz $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$,

A matriz transposta de $[1 \quad 3 \quad 5]$ é a matriz $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$, etc.

2.9 MATRIZ INVERSA

Existem algumas matrizes, necessariamente quadradas, que podem ser multiplicadas por uma outra matriz de tal forma que esse produto resulte na matriz identidade. Dizemos que essas matrizes são inversíveis, ou ainda, que possuem matriz inversa. Assim, tomando uma matriz $A = (a_{ij})_{mxm}$, dizemos que *A* é inversível se, e somente se, existe uma matriz $B = (b_{ij})_{mxm}$tal que *A* · *B* = *B* · *A* = I_m. Chamamos a matriz *B* de matriz inversa de *A* e denotamos por A^{-1}.

Exemplos: A matriz inversa de $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, é a matriz $\begin{bmatrix} -0{,}2 & 0{,}6 \\ 0{,}4 & -0{,}2 \end{bmatrix}$,

A matriz inversa de $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, é a matriz $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

2.10 DETERMINANTE DE UMA MATRIZ DE ORDEM INFERIOR A 4

Dada uma matriz quadrada de ordem *n*, formada por elementos pertencentes ao conjunto dos números reais, podemos associá-la a um número real através de algumas operações com seus elementos. Ao número real associado à matriz quadrada, chamamos de determinante dessa matriz.

Tal determinante é bastante útil no auxílio da busca da existência de uma matriz inversa, assim como serve para facilitar e agilizar a determinação dessa matriz inversa. Para este trabalho, porém, basta que enunciamos o determinante das matrizes mais simples, isto é, matrizes quadradas com ordem inferior a 4.

Para efeito de generalização, tomemos as matrizes

$$M_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},\ M_3 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}.$$

Se *n* = 1, definimos que o determinante da matriz é igual ao próprio elemento que a constitui.

Se *n* = 2, definimos que o determinante da matriz é igual ao produto dos elementos da diagonal principal e subtraído do produto dos elementos da diagonal secundária. Ou seja: det $M_2 = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$.

Se *n* = 3, definimos:

det $M_3 = (a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32}) - (a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} + a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} + a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33})$

CAPÍTULO 3: GAMIFICAÇÃO

Conforme FADEL *et al.* (2014) gamificação compreende a aplicação de elementos de jogos em atividades de não jogos com intenção de envolver emocionalmente o indivíduo dentro de uma gama de tarefas a serem realizadas. Não obstante, MCGONIGAL (2012) coloca que a gamificação pode ser um jogo, desde que este não tenha um fim em si mesmo, mas um objetivo além do jogo. Assim, também de acordo com GRANDO (1995), consideraremos que jogo é uma atividade com fim em si mesma e um “não jogo” é uma atividade que pode ser similar a um jogo, porém tem como objetivo outras possibilidades tais como mobilizar e engajar, por exemplo.

Este capítulo trata dos conceitos, princípios e razões da gamificação, especialmente no ensino, tecendo uma análise crítica daquilo que a literatura discute sobre o assunto. Para tanto, é útil citarmos um texto de um clássico historiador Heródoto (484 A.C. - 425 A.C.) sobre os jogos antigos, haja vista que esse texto servirá de inspiração para comparações e reflexões que faremos acerca da importância de se utilizar da gamificação para propósitos amplos.

O texto que segue é muito antigo, optou-se, pois, por citar a tradução do grego para o francês de Pierre Henri Larcher (1726 D.C. - 1812 D.C.) que, por sua vez, foi traduzida ao português por J. Brito Broca (1950), tendo sido tornado domínio público e disponibilizado na forma de *ebook* pela editora eBooksBrasil (2006).

“No reinado de Átis, filho de Manes, toda a Lídia se viu flagelada pela fome, suportada com paciência durante algum tempo. Vendo, porém, que a situação não melhorava, o povo começou a procurar um remédio para minorá-la, cada um imaginando-o à sua maneira. Nessa ocasião foram inventados os dados, o jogo da péla e todas as outras espécies de jogos, exceto o das damas, do qual os Lídios não se consideram os autores. Vejamos o uso que os habitantes fizeram de tais invenções para enganar a fome cada vez mais premente. Jogavam alternadamente durante um dia inteiro, a fim de distrair a vontade de comer, e no dia seguinte comiam e não jogavam. Assim continuaram pelo espaço de oito anos; mas o mal, em vez de atenuar-se, mais se agravava. O rei, então, dividiu os Lídios em dois grupos e mandou-os tirar a sorte; um deveria permanecer, e o outro retirar-se do país. Aquele a quem coube a sorte de ficar tinha por chefe o próprio rei, enquanto que seu filho Tirrênio se pôs à frente dos emigrantes.

Banidos da pátria, os lídios dirigiram-se primeiramente para Esmirna, onde construíram navios, dotando-os de todo o necessário, e neles embarcaram para procurar víveres em outras terras. Depois de haverem costeado diversos países aportaram à Úmbria, onde ergueram cidades, habitadas por esse povo até hoje. Trocaram, porém, o nome de Lídios pelo de Tirrênios, em homenagem a Tirrênio, filho do rei e que viera como chefe da colônia. ” (Livro I, parágrafo XCIV, p. 76)

Embora não mude o que se almeja passar com os fatos narrados pelo historiador, cumpre citar que, na tradução do grego para o inglês feita por George Rawlison (1861), o espaço de tempo em que os lídios passaram jogando foi de **dezoito** anos e não **oito**.

Surgem daí alguns questionamentos: o que há de tão atraente e/ou envolvente nos jogos que ajudariam uma população inteira a passar um tempo considerável suportando a fome? Seria possível utilizar as mesmas estratégias para levar pessoas a passarem por barreiras ainda maiores?

Segundo a *game designer* MCGONIGAL (2012), sim, é possível e todos devem fazer isso, o quanto antes. O uso de tais estratégias, como se discute mais adiante, passou a chamar-se gamificação.

Assim, seguem alguns conceitos básicos, definições dadas, razões para fazer e um pouco de como fazer essa utilização dos mecanismos de jogos, conforme a literatura atual discorre.

3.1 O QUE É GAMIFICAÇÃO?

Conforme FADEL *et al.* (2014):

> “O foco da gamificação é envolver emocionalmente o indivíduo dentro de uma gama de tarefas realizadas. Para isso se utiliza de mecanismos provenientes de jogos

> que são percebidos pelos sujeitos como elementos prazerosos e desafiadores, favorecendo a criação de um ambiente propício ao engajamento do indivíduo. ” (FADEL *et al.*, p. 33-34, 2014)

Ainda segundo os autores FADEL *et al.* (2014), “o termo gamificação compreende a aplicação de elementos de jogos em atividades de não jogos”, ou seja, é a utilização de conceitos do *game design* em contextos, produtos e serviços normalmente fora dos *games*. Os autores também lembram que, embora o termo seja amplamente utilizado apenas a partir de 2010, a prática ocorre há muito mais tempo, o que mudou foi o entendimento sobre o processo, a importância e as formas de aplicar a gamificação.

Por outro lado, Vianna *et al.* (2013) pontuam que gamificação envolve o uso dos mecanismos de jogos objetivando a resolução de problemas e/ou a motivação e o engajamento de um público específico. Conforme os autores, é natural, pois, que se pensem em jogos direcionados para a solução de certos problemas e situações como pobreza, doenças graves, etc. Tais jogos são chamados de Jogos Sérios.

Isso não quer dizer, contudo, que gamificar algo signifique necessariamente “criar um jogo”, é muito mais um “utilizar os mecanismos” do jogo. Isto é, como os próprios autores fazem questão de ressaltar, a gamificação não é um estudo sobre a criação de jogos, mas uma metodologia, um “fazer como”, que usa os mecanismos de jogos para resolução de problemas e/ou impasses em outros contextos. (VIANNA *et al.,* 2013)

Note-se que princípios como engajamento (ZICHERMANN E CUNNINGHAM, 2011) e senso de urgência – situação em que a pessoa fica mais ativa mental e emocionalmente – (MCGONIGAL, 2010) são frutos das ideias do desenvolvimento de jogos, no sentido de enxergar o que leva as pessoas a passarem tanto tempo em certos jogos.

Tendo em vista essa ideia – de que gamificar algo é utilizar as estratégias do jogo para outros fins que não o de “simplesmente jogar” – cabe responder: por que utilizar essa metodologia?

3.2 POR QUE USAR A GAMIFICAÇÃO?

Conforme nossa própria experiência profissional indica e a leitura de artigos (AMARAL e MEDEIROS, 2015; MOITA *et al.*, 2012) e dissertações (SILVA, 2009; BORGES, 2014), é perceptível que o desinteresse e o distanciamento dos educandos em relação à Matemática (ou da Matemática em relação aos educandos), na forma como é apresentada para eles, tem aumentado.

Não obstante, numa consulta ao site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, do governo federal, onde estão divulgados os indicadores educacionais e dados consolidados (INEP, 2017), observamos que os anos finais do ensino fundamental e o ensino médio não atingiram as metas previstas para 2013 e nem para 2015 (última vez que o IDEB foi realizado quando este trabalho foi escrito).

No ensino fundamental, vemos que a meta para 2013 era de 4.4, porém, só conseguimos atingir a marca de 4.2. Enquanto a meta para 2015 era de 4.7, e só atingimos o índice de 4.5. Em ambos os casos, estamos 0.2 décimos abaixo das metas previstas. Todavia, é importante notar que entre 2013 e 2015 houve um crescimento de 0.3, justamente o crescimento pretendido nesse período. Ficamos, porém, abaixo da meta planejada porque estávamos com um déficit de 0.2, posto que, entre 2011 e 2013, só crescemos 0.1.

Já no ensino médio a situação chama mais a atenção. Vemos que, no quadro geral, desde 2005 não conseguimos crescer mais do que 0.1 em cada biênio. Ainda mais grave é o fato de que desde 2011, a média geral estacionou em 3.7. Isto é, em 6 anos, o Brasil não melhorou seu índice de desenvolvimento da educação básica no ensino médio em nada.

Cumpre sublinhar aqui que todos os dados informados podem ser verificados no site oficial do governo (INEP, 2017).

Foi ao observar tais dados que resolvemos repensar as metodologias utilizadas em sala de aula, procurando encontrar formas mais conectadas aos interesses e à realidade dos nossos alunos.

Considerando isso, é notório que as novas tecnologias, principalmente através das mídias sociais e dos *games*, podem ser muito mais atrativas aos alunos em relação a maioria das coisas ofertadas a eles (estágios, aulas, projetos escolares, etc.). Isso ocorre na realidade como um todo. O mundo virtual, especificamente a *Internet* e os *games*, são bem mais atraentes e envolventes do que a realidade. Muitas pessoas, inclusive os discentes, sentem-se melhores e mais bem-sucedidos no mundo virtual e tecnológico, algo natural, tendo em vista que são tecnologias pensadas para isso. (MCGONIGAL, 2012).

Apenas a título de informação e para ilustrar o quanto esse mundo virtual tem envolvido as últimas gerações, ainda segundo MCGONIGAL (2012), a segunda maior *Wikipedia* (enciclopédia virtual de colaboração aberta) do mundo é formada por um dos jogos mais populares entre os jovens. E mais, a autora pontua que ao somar-se os jogadores de *games* online da América do Sul e da América Central, temos **treze milhões** de pessoas.

Além disso, levando em consideração esse jogo que possui a segunda maior enciclopédia colaborativa do mundo, se fossem aglutinadas todas as horas jogadas apenas pelos usuários desse jogo, até o ano de 2010, ter-se-ia **5,93 bilhões de anos**. Em sua maioria, jovens (MCGONIGAL, 2012). É natural que esses dados chamem a atenção, mas esse é o perfil da geração da maioria dos alunos da atualidade. Na sala de aula, essa preferência pelas tecnologias reflete-se no uso dos *smartphones*, por exemplo. O que comumente é proibido pelos professores, conforme BENTO e CAVALCANTE (2013).

Explicitado esse panorama em que a sociedade se vê com várias mudanças paradigmáticas, é bom para o ensino da Matemática que os docentes, na medida de suas possibilidades, adotem novas posturas metodológicas de ensino (CUNHA *et al.* 2014). Naturalmente, uma mudança metodológica cuja consideração principal seja o que mobiliza (intrínseca e extrinsecamente), interessa, gera significado e engaja o aluno em um projeto educacional. (ZICHERMANN E CUNNINGHAM, 2011)

Nesse sentido, FADEL *et al.* (2014) explica que gamificação passa a ser entendido como estratégia metodológica organizada diante a mecânica de *games*, embora isso não implique na mediação de jogos em si.

Também para ajudar a responder à pergunta que encabeça esta seção, vale relembrar a história citada no começo do capítulo.

Uma das formas de se interpretar a estratégia do rei Átis é perceber que ele deu um propósito ao povo, um objetivo que permitia a cada um exercer sua criatividade, levando-os a se envolverem e se engajarem na criação de jogos que ocupassem seu tempo vazio e mudassem o foco da fome que sentiam. Fazendo isso, ele oportunizou ao seu povo a chance de: aumentar o conhecimento através da criatividade; aliviar o *stress* da fome dando a sensação de poder, numa situação de fragilidade; se divertir e ter uma vida social, quando o esperado era um caos em toda comunidade. (MCGONIGAL, 2012)

Pensando sobre como os lídios enfrentaram a fome, cabe a questão: quão bom seria se fosse redesenhada a forma como se desenvolvem e apresentam os assuntos, de tal forma que as pessoas façam o que é proposto a elas ultrapassando as mais difíceis adversidades? Em outras palavras, será possível desenvolver algumas de nossas aulas de tal forma que os alunos estejam mais propensos a se engajar, focar, participar, criar, desestressar e socializar mais e melhor?

Conforme verifica-se mais adiante, ao final deste capítulo, não só é possível, como já acontece.

3.3 CARACTERIZAÇÃO DOS *GAMES* E DA GAMIFICAÇÃO

Conforme MCGONIGAL (2012), o que define um *game* são quatro características: o objetivo, que coloca o resultado em que o jogador deve chegar, dando um senso de propósito; as regras, que são os limites das ações que o jogador pode tomar para atingir o objetivo, liberando a criatividade e estimulando o pensamento estratégico; o sistema de *feedback*, que mostra ao jogador o quão perto ele está do objetivo, mostrando que ele é realmente alcançável e motivando a continuação do jogo; e a participação voluntária, que determina que todo jogador participante aceita livremente o objetivo, as regras e o sistema de *feedback* do jogo.

Notemos que, em certo aspecto, a própria matemática pode ser tratada como um jogo, quando estudada voluntariamente, uma vez que ela possui regras próprias, objetivos e tem seus resultados como um *feedback*. Além disso, vale observar que boa parte das escolas não tem espaços para essa voluntariedade o que pode vir a ser um dos motivos da dificuldade em mobilizar os discentes a favor da aprendizagem em matemática.

MCGONIGAL (2012) também coloca que, a priori, parece um contrassenso o fato do jogo também ser definido por um conjunto de regras que limitam a liberdade dos participantes. No entanto, é exatamente essa limitação que traz o desafio em buscar o objetivo, uma vez que se retiram os caminhos óbvios para se chegar ao resultado. Além disso, ela lembra que, apesar dos conceitos de competição, narrativa, gráficos, interatividade, recompensa, entre outros, estarem sempre atrelados aos jogos, eles fazem parte do universo, mas não definem um jogo. O que define um jogo são as quatro características já citadas.

Em outra análise, ZICHERMANN e CUNNINGHAM (2011, p. 20), lembram que as pessoas buscam jogos por, principalmente, quatro razões distintas que podem ser vistas juntas ou separadamente. A saber, joga-se para aumentar o conhecimento, aliviar o *stress*, se divertir e socializar.

Ainda segundo os autores, existe um ponto ótimo na relação entre os jogadores e os *games*: se o jogo estiver acima das capacidades do indivíduo, ele pode ficar ansioso, sentir-se incompetente e, portanto, desistir ou não se envolver com o jogo; por outro lado, se o jogo for muito fácil, o sujeito desestimula-se por ficar entediado. O ponto ótimo de um jogo é o que eles chamam de zona de *flow*, em que o nível de dificuldade mostra-se sempre desafiador, porém alcançável, para quem estiver envolvido com o *game*. Ou seja, para manter alguém engajado em algum projeto, tem-se de apresentar sempre desafios que sejam limitados pelas capacidades dos sujeitos, conforme a Figura 1.

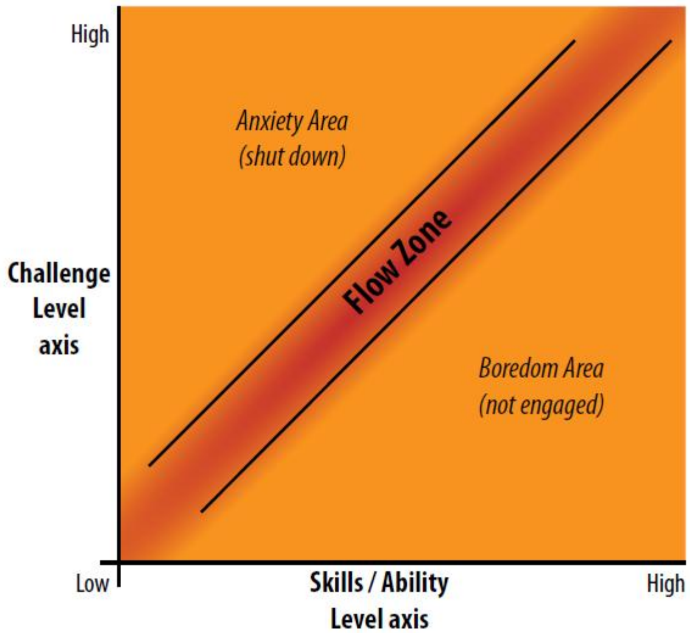

Figura 1: Zona de *Flow.*
Fonte: ZICHERMANN e CUNNINGHAM (2011, p. 18)

Tendo em mente que o engajamento é uma das características mais desejáveis do *game design* para diversos setores, inclusive educação, cabe definirmos que entendemos por engajamento o tempo investido, voluntariamente, por uma pessoa em algo e, além disso, pode-se mensurar o quão engajado alguém está pelo tempo que essa pessoa dedica a isso. (ZICHERMANN e CUNNINGHAM, 2011; MCGONIGAL, 2012; VIANNA *et al.*, 2013)

Segue, pois, que aplicar gamificação no ensino é redesenhar os contextos em que o ensino se apresenta, buscando aumentar o engajamento dos alunos, através dos mecanismos do *game design*.

Compete, pois, ressaltar que esses mecanismos consistem justamente em definir quais objetivos se pretende atingir com a gamificação, qual será o sistema de *feedback* utilizado, quais regras serão estabelecidas e de que forma se dará a participação voluntária. Dentro das definições básicas da gamificação que está sendo desenvolvida, entram diversas formas de desenvolver o projeto: sistema de recompensas, pontuação, *ranking*, narrativa, níveis, desafios, etc. (FADEL, 2014)

3.4 ESTRUTURA NARRATIVA EM *GAMES*

Conforme FADEL *et al.* (2014, p. 20), a experiência narrativa de um sujeito ocorre quando ele participa de uma história como expectador ou mesmo como personagem ativo em um jogo. Isto é, o indivíduo que vive uma história narrativa, passiva ou ativamente, tem uma experiência cognitiva que gera emoções e sensações de acordo com essa vida organizada dentro da história criada. Dessa forma, os conhecimentos adquiridos pelo sujeito numa narrativa, é vivida de forma emocionalmente significativa e, portanto, tem-se uma aprendizagem mais sólida.

Já os autores VIANNA *et al.* (2013) salientam e reforçam a necessidade de se observar as características do público-alvo (tais como idade, gênero e geração) para podermos construir uma narrativa mais envolvente e que, por sua vez, produzirá um maior engajamento no projeto desenvolvido.

E isso não é nenhuma surpresa, pois, tal como nos diz MCGONIGAL (2012), é a narrativa que dá ao jogador a sensação de propósito, de um sentido maior, naquilo que ele está fazendo. Especialmente quando se oferece uma narrativa envolvente, levando em consideração os interesses do indivíduo, cada jogador pode experimentar uma sensação de imersão profunda na história e sentir-se como parte importante, com propósito fundamental e até heroico, atribuindo significado pessoal ao que estiver acontecendo e estimulando o convívio social com quem mais estiver envolvido na narrativa. Pois, conforme FADEL (2014): “ao jogar, o indivíduo experimenta diretamente a imersão ao agir como protagonista.” (p. 22)

Não é para menos que o uso do *Role Playing Game* (RPG) em sala de aula tem sido frequente, chegando até mesmo o surgimento do RPG pedagógico (AMARAL, 2008), uma vez que é um *game* com várias das características apontadas pelos autores que discutem gamificação (FADEL, 2014; VIANNA, 2013; MCGONIGAL, 2012; ZICHERMANN e CUNNINGHAM, 2011) e também é considerado uma metodologia ativa de ensino (SOARES, 2015).

Observamos, pois, que se utilizar de uma narrativa através de jogos digitais, de tabuleiro, ou imaginativos, consiste numa excelente estratégia de gamificação no ensino, uma vez que se pode usar da história proposta na gamificação para gerar um maior engajamento dos alunos, dando-lhes mais significado imediato para o assunto abordado, bem como gerando um senso de propósito maior, oportunizando, além da aprendizagem do assunto, a socialização da turma.

Assim, seguimos com uma curta discussão sobre o *Role Playing Game* (RPG), apenas para esclarecer a quem não conhece, que tipo de jogo é esse e de que formas ele pode ser apresentado.

CAPÍTULO 4: ROLE PLAYING GAME (RPG)

Conforme SANTOS e ANTAS (2016) o RPG é um jogo colaborativo, em que os participantes devem trabalhar em conjunto para superar situações que surgem durante o jogo, tornando-se, portanto, um modelo de jogo muito bom para ser utilizado em sala de aula, posto que estimula o trabalho em cooperação em vez de competição.

Segundo os autores, o primeiro RPG surgiu em 1973, nos Estados Unidos, sob o título *Dungeons & Dragons*. Um jogo de tabuleiro, mas que usa uma história de literatura fantástica medieval como pano de fundo para uma narrativa, em que cada jogador interpreta um personagem que, em conjunto com os demais, tem a heroica missão de realizar salvamentos, enfrentar diversos tipos de inimigos, buscar tesouros, entre muitas outras possibilidades.

Com o sucesso do jogo entre muitos jovens da época, logo o jogo desenvolveu uma versão sem tabuleiro, hoje chamado de RPG de mesa, em que os jogadores podem viver essas aventuras sem necessariamente o apoio de um tabuleiro, ou de um único sistema de regras. Hoje existem diversos sistemas e ambientes para a prática do RPG de mesa: desde sistemas com apenas o dado de seis faces tradicional, até sistemas complexos, com vários tipos de cálculos e dados com outras quantidades de faces.

Além disso, uma outra modalidade do RPG que ganhou alguns adeptos foi o *live action*, em que os jogadores não interpretam apenas imaginativamente seus personagens, mas eles atuam, em um determinado ambiente físico previamente organizado, na interpretação de seus personagens.

Considerando toda a sistemática do RPG, é possível perceber o quanto esse estilo de jogo contém de possibilidades para serem utilizadas numa gamificação. Por exemplo, se observarmos o *live action*, ele se assemelha muito com o que (MCGONIGAL, 2012) chama de Alternate Reality Games (ARGs). Conforme o capítulo a seguir.

CAPÍTULO 5: ALTERNATE REALITY GAMES (ARGs)

Alternate Reality Games (ARGs), ou simplesmente Jogos de Realidade Alternativa, são jogos estrategicamente desenhados para que seus jogadores busquem resolver problemas reais ou resolver problemas do contexto do próprio jogo, mas envolvendo o mundo real (MCGONIGAL, 2012).

Para exemplificar, pode-se citar uma das várias experiências de MCGONIGAL (2012) o *Superbetter*. Esse jogo consiste numa plataforma *online* que busca ajudar os jogadores a se tornarem, sob suas próprias perspectivas e objetivos, pessoas melhores. Assim, a *designer* do jogo desenvolve um ARG, posto que criou um ambiente gamificado, mas que tem influência direta na vida real de quem participa do jogo.

Em outra de suas experiências, durante trinta e dois dias de 2007, a autora desenvolveu o ARG *World WithoutOil*, em que simulou como seriam os primeiros dias da nossa sociedade numa crise de falta de petróleo, estimulando os jogadores a apresentarem como e quais os principais problemas que seriam encontrados e de que forma se pode lidar com eles.

Além disso, MCGONIGAL (2010) cita que sua experiência em *World WithoutOil*, e em seus outros ARGs, mostraram que a maioria dos jogadores mantiveram os hábitos saudáveis, como evitar sair no próprio automóvel, adquiridos durante os jogos.

Dessa forma, a autora reforça que é possível, e até necessário, o uso de um *Game Based Learning*. Como o exemplo da *Quest to Learn*, uma escola experimental de Nova York que estruturou todo seu sistema de funcionamento e ensino em *games*.

Ao acessar o site da escola, percebemos que o *Game Based Learning* já é uma realidade e apresenta excelentes resultados no engajamento dos alunos nas atividades estudantis. (MCGONIGAL, 2012)

Verificamos, portanto, que pode vir a ser útil para os educadores pensar em estratégias gamificadas como uma possível metodologia de ensino para suas disciplinas, com objetivo de manter esta e as próximas gerações de estudantes engajadas e motivadas em aprender e se desenvolver nos conteúdos propostos. Tal como apresentamos, mais adiante, uma proposta de ARG.

CAPÍTULO 6: BREVE ANÁLISE DA ABORDAGEM FEITA POR TRÊS LIVROS DIDÁTICOS ACERCA DE MATRIZES

Antes de apresentarmos nossa abordagem, consideramos importante analisar brevemente como alguns livros didáticos lidam com o estudo das matrizes. Para tanto, tomamos três livros: **Livro 1**. IEZZI, G. *et al.* Matemática: ciência e aplicações, volume 2: ensino médio – 7. Ed – São Paulo: Saraiva, 2013; **Livro 2**. SOUZA, Joamir Roberto de. Novo olhar matemática: 2 – 2. Ed – São Paulo: FTD, 2013; **Livro 3**. LEONARDO, Fábio Martins de. Conexões com a matemática – 2. Ed – São Paulo: Moderna, 2013.

Nesse sentido, observamos os livros quanto aos seguintes aspectos: abordagem formal do ponto de vista matemático, contextualização e interdisciplinaridade (FAZENDA, 2015), e propostas que visem engajamento do discente (MCGONIGAL, 2012).

6.1 ABORDAGEM MATEMÁTICA

Nesse ponto, todos os três livros trazem os aspectos principais e essenciais do assunto, cumprindo a ementa proposta pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. Não observamos qualquer erro matemático.

Por outro lado, caso o leitor queira aprofundar-se no estudo das matrizes, nenhum dos livros proporciona condições para tanto. Algo que consideramos natural, haja vista que existem outros livros mais adequados para esse fim.

6.2 CONTEXTUALIZAÇÃO

Nesse sentido, os três livros também se assemelham bastante, iniciando o assunto com apresentação de diversos contextos do cotidiano em que se encontram tabelas numéricas, dando certo sentido ao conteúdo, porém ele o faz de forma breve e não retoma as situações abordadas em qualquer parte posterior do capítulo, deixando a informação solta e desconexa do restante do desenrolar do tema.

Contudo, salientamos que os autores do **Livro 3** optaram por trazer uma situação mais interdisciplinar que cotidiana, fazendo relação com um pouco de um dos ecossistemas brasileiros.

De maneira similar à introdução do estudo das matrizes, os três livros apresentam as duas operações entre matrizes (adição e multiplicação) em que os autores utilizam um contexto como ponto de partida: apesar de serem bons contextos, que tornam relativamente palpável o assunto estudado, são desconectados entre si e não são retomados em qualquer outra ocasião.

Dessa forma, verificamos que os livros não apresentam um contexto condutor do assunto, atendo-se apenas em apresentar algumas situações contextuais em que as matrizes e duas de suas operações podem ser encontradas. Vale notar que, para haver maior engajamento dos discentes, seria interessante encontrar algum contexto que conduzisse o estudo, criando uma narrativa que envolvesse o leitor e desse espaço para interação com ele. (MCGONIGAL, 2012)

6.3 INTERDISCIPLINARIDADE

Em tal quesito, do ponto de vista disciplinar, o único livro que apresentou alguma interdisciplinaridade foi o **Livro 3**, conforme já mencionado e, mesmo assim, apenas na introdução do capítulo. Além disso, nenhum dos livros apresenta qualquer proposta de projeto de trabalho ou atividade interdisciplinar no que concerne ao estudo das matrizes.

6.4 ENGAJAMENTO

Também nesse sentido nenhum livro mobilizou qualquer proposta. Não existem sugestões de abordagens, estrutura narrativa ao longo do capítulo, proposta de projetos com interatividade do leitor com seu ambiente, que foquem em proporcionar envolvimento ou engajamento do discente leitor.

CAPÍTULO 7: PROPOSTAS DE ABORDAGENS PARA AULAS DE MATRIZES

Nesta seção explanamos duas propostas de abordagens que visam mobilizar mais os alunos no estudo de matrizes, levando em consideração a realidade contextual deles. Para tanto, foi pensando em propostas de baixo custo, para que um maior número de realidades possa ser atingido, porém, nada impede que o professor que se encontra num contexto com melhor estrutura adapte essas propostas para tornando-as ainda melhores, afinal o que seguem são ideias que almejam muito mais inspirar os docentes a inovarem em suas aulas, gamificando-as, do que dar-lhes um roteiro do que e como fazer no seu ambiente de trabalho.

Para melhor ilustrar nossas propostas, metaforicamente, tenhamos em mente que aprender é uma viagem que se inicia na curiosidade, passa por uma ampliação dos horizontes e culmina no prazer das descobertas.

7.1 AMBIENTAÇÃO: DESPERTANDO A CURIOSIDADE

Para fazer com que os alunos fiquem sensíveis ao assunto que será abordado, convém desenvolver algum tipo de atividade, ainda que simples, no intuito de que o olhar estudantil para o conteúdo seja com maior interesse e, consequentemente, entendimento. Acerca do projeto a ser desenvolvido, é favorável iniciar as aulas debatendo sobre privacidade, proteção à informação e aos segredos. Uma boa forma de conduzir esse processo é perguntar aos alunos: vocês já quiseram muito dizer algo a alguém, mas não disseram por medo de outra pessoa interceptar sua mensagem? Vocês já pararam para pensar no que aconteceria se alguém pudesse captar todas as mensagens que você manda para seus amigos? Será que existem meios de nos protegermos dos espiões? Como as pessoas protegiam suas mensagens antes da era digital? A partir daí o professor pode seguir mantendo a discussão e conduzindo a turma à ideia da criptografia de mensagens.

Em seguida o docente pode apresentar a história de Alan Turing, considerado por muitos o pai da computação, através do filme O Jogo da Imitação (2015). Caso não haja tempo de aula disponível para o filme, o professor pode contar a história desse marcante personagem e recomendar o filme. Além desse filme, também vale indicar a trilogia do filme *Matrix* (1999), uma vez que é uma abordagem de ficção científica que pode conquistar o interesse do aluno, trabalhando com o imaginário, numa narrativa que leva em consideração o uso das matrizes como linguagem computacional.

7.2.1 UMA AVENTURA INESPERADA: ESTIMULANDO A CURIOSIDADE

Agora, após o docente ter criado a ambientação inicial, a turma é convidada para, a partir daquele momento, mergulhar numa história. Numa “quase” ficção.

Assim, coloca-se na mesa do professor uma pilha de cartões azuis e outra de cartões vermelhos e lê-se a história encontrada no **Anexo A** (o texto pode ser impresso e entregue aos alunos ou apenas lido para a turma). Ao concluir a leitura, o professor explica que os alunos interessados em participar da aventura devem pegar um cartão vermelho, aqueles sem interesse devem retirar um cartão azul. É importante deixar claro que os alunos com os cartões azuis não serão prejudicados em nenhum momento de qualquer período letivo.

Após as escolhas, o educador coloca que, durante toda aula em que houver uma expedição (termo que será utilizado para as atividades de busca e decodificação das partes da mensagem), os cartões serão recolocados na mesa, caso alguém queira mudar de opção. Isso é importante para garantir a participação voluntária do jogo, conforme já discutido no capítulo três deste trabalho.

Naturalmente, a quantidade de cartões escolhidos de cada cor já serve como um primeiro *feedback* para o docente. É claro que, em caso de uma baixa adesão dos alunos ou de um conhecimento prévio dos interesses do grupo, o professor pode criar adaptações para o jogo, buscando aumentar ao máximo a quantidade de cartões vermelhos escolhidos.

Uma vez definidos os estudantes participantes da atividade, explica-se que as expedições normalmente serão feitas em equipes, escolhidas pelo professor ou não e que, a cada vez que houver sucesso na demanda do dia, os alunos participantes receberão uma condecoração de descriptografador.

Vale pontuar aqui que cada parte da mensagem terá sua posição definida no texto que deve ser traduzido; a descrição do que cada aluno encontrará está no **Anexo B** deste trabalho, assim como as decodificações corretas e a mensagem final (texto subdividido que deve ser decodificado e encontra-se no **Anexo C**). Além disso, o **Anexo B** dispõe as fichas que deverão ser encontradas pelos alunos na ordem em que vão formando a mensagem do **Anexo C**, e não na ordem em que os conteúdos normalmente são apresentados. Isto é, cabe ao professor separar as fichas por ordem de conteúdo ensinado, caso vá desenvolvendo a atividade ao longo do estudo do assunto.

Dessa maneira, primeiramente é proposto que se apresente as partes das linhas oito e nove da mensagem a ser traduzida (conforme **Anexo B)**, para que eles possam ir acostumando-se com o uso do quadro que está na próxima seção deste capítulo. Depois, devem seguir as matrizes de tradução direta (como a terceira parte da quarta linha, também no **Anexo B**).

A partir de então, o professor deve apresentar as fichas dispostas, conforme o conteúdo vai sendo ensinado.

A tabela a seguir, orienta o educador no passo a passo do jogo de realidade alternativa, explicando seu objetivo geral, qual a missão de cada expedição, quais as regras, o sistema de *feedback* que será apresentado para os alunos, como se dará a participação voluntária e qual o contexto narrativo a ser empregado.

Tabela1: Visão do professor sobre a atividade.

Visão do professor sobre a atividade	
Objetivo Geral	Estimular os alunos a aplicarem as operações entre matrizes e o cálculo de determinantes através de desafios de decodificação de mensagens.
Missão das expedições	Encontrar, decodificar e decifrar mensagens no tempo determinado pelo professor.
Regras	É permitida a utilização de quaisquer meios pacíficos para concluir a missão, desde que a decodificação de

	cada mensagem seja claramente explicada pela equipe responsável pela missão.
Sistema de *Feedback*	A quantidade de cartões escolhidos; o empenho dos alunos participantes em descobrir a mensagem; a decodificação de cada parte da mensagem; frequência de acesso ao blog criado para a atividade; participação em grupos criados em redes sociais; um cartaz na sala com o que já foi traduzido em que vai se completando a cada expedição.
Participação Voluntária	Enquanto durar a atividade, o professor sempre deixará os cartões azuis e vermelhos sobre a mesa, para que os alunos fiquem à vontade em participar.
Narrativa	O contexto fictício em que os alunos serão inseridos é o de uma guerra atemporal, em que eles precisam traduzir uma mensagem que, por questões de segurança, vem codificada em matrizes.

Fonte: o autor.

Vale a pena, mais uma vez, lembrar que, embora tenhamos estruturado o máximo que conseguimos esse jogo, o docente que se propuser a utilizá-lo pode (e deve) modificar cada parte aqui apresentada conforme for percebendo o que melhor engaja os alunos, para que, motivados, os discentes busquem cada vez mais aprender determinado conteúdo (neste caso, matrizes) que é o foco do professor desenvolver tal atividade com eles.

7.2.2 AMPLIANDO OS HORIZONTES: ESTUDANDO MATRIZES

Após a sensibilização e a proposta, espera-se que os alunos estejam mais instigados a entender o que o professor irá explicar depois, e aproveitando o espaço deixado pelo momento anterior, o professor pode apresentar a imagem que relaciona números a caracteres utilizados na Língua Portuguesa, de tal forma que cada número representa uma letra ou um sinal da nossa língua.

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
K	**L**	**M**	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
U	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**	**Ç**	**.**	**,**	**!**
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
?	**-**	**:**	**;**	**´**	**`**	**~**	**^**	**(**	**)**
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
“	#	$	@	%	&	*	\	/	
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Figura 2: Relação de Caracteres com seus Respectivos Números
Fonte: o autor.

A partir disso, o docente mostra como escrever palavras ou mensagens dispondo, ordenadamente os números em vez das letras. Esse é um momento em que o professor pode aproveitar para explicar, formalmente, a definição de matrizes, caso o assunto ainda não tenha sido iniciado.

É natural que alguns alunos comentem que essa criptografia (de substituição direta na tabela) ainda é muito frágil, e pode ser decodificada facilmente. Essa é uma ótima ocasião para o professor comentar que existem técnicas de esconder melhor essas mensagens, que são as operações entre matrizes.

Caso os estudantes não perguntem ou comentem a fragilidade desse sistema, cabe ao professor provocá-los à reflexão, posto que é a partir daí que desenvolveremos as operações entre matrizes, explicando cada operação como uma técnica de criptografia de uma matriz mensagem.

Enquanto se explica as operações entre matrizes, espera-se que os discentes comecem a se perguntar: como a pessoa que receberá minha mensagem saberá voltar à original? Caso isso não ocorra, mais uma vez o professor deve trazer a reflexão à tona. (Nota-se que, caso o conteúdo de operações entre matrizes já tenha sido abordado quando o professor escolher aplicar esse jogo, basta que ele faça uma revisão e coloque exercícios envolvendo o uso das operações para esconder mensagens em matrizes.)

Posto isso, o educador explica que o emissor da mensagem a criptografa e o receptor a descriptografa, sendo que, para isso acontecer, o receptor precisa ter a chave da criptografia, isto é, precisa saber que matriz e qual operação ele utilizou para criptografar, para, só então, poder encontrar a matriz que descriptografa a mensagem que ele recebeu. Por exemplo: se o emissor usou uma soma de matrizes para criptografar, o receptor deve subtrair (ou somar ao oposto da) a matriz adicionada; se utilizou uma multiplicação por escalar, o outro deve dividir (ou multiplicar pelo inverso de) por esse número; se multiplicou matrizes, deve multiplicar pela inversa da matriz codificadora.

É bom notar que, durante as aulas, sempre é possível usar “matrizes-mensagens” como exemplos para exercitar os pontos que vão sendo ensinados. E, caso a aventura tenha sido apresentada ainda no início das aulas sobre o assunto, as mensagens podem vir criptografadas de acordo com cada operação que vai sendo ensinada.

Naturalmente, durante a experiência do jogo, o professor pode colocar outros assuntos da Matemática, que podem, enigmaticamente, ajudar na descriptografia da mensagem. Por exemplo: numa turma em que já foi ensinado o assunto de matrizes, e agora se discute sobre equações polinomiais, o educador pode criar uma matriz formada pelas raízes inteiras de um certo polinômio.

Ao término do assunto de matrizes, o docente pode explicar rapidamente o que é e como se calcula o determinante de uma matriz, elucidando que isso pode ajudar no cálculo da matriz inversa (quando ela existir), e apresenta para os alunos como será feita a avaliação deste conteúdo: uma competição, em equipe, de descriptografia de matrizes.

Vale recordar que as mensagens a serem encontradas devem ser dispostas conforme o passar das aulas, de acordo com os conteúdos ensinados. Ou seja, após a aula de definição de matrizes, o professor pode enviar uma expedição para encontrar uma mensagem que foi criptografada apenas com a definição de matrizes; já após a aula sobre soma e subtração entre matrizes, o professor envia uma outra expedição para encontrar uma mensagem que foi criptografada com soma ou subtração entre matrizes; e assim por diante.

Não obstante, será necessário um bom planejamento para que tudo ocorra bem, haja vista que o jogo pode durar várias semanas.

7.2.3 O PRAZER DAS DESCOBERTAS: COMPETIÇÃO DE DESCRIPTOGRAFIA.

Ao fim do desenvolvimento do jogo, caso algumas mensagens tenha ficado por ser descriptografadas, o educador pode dividir a sala em grupos e entregar o desafio aos alunos, a fim de concluir a descoberta da mensagem, que deve ser lida para toda sala. Esse momento pode servir como uma forma de avaliação da turma.

Após isso, ou na possibilidade de a mensagem ter sido totalmente descoberta, o professor pode ler a mensagem para a sala e organizar uma competição de descriptografia, em que cada equipe criptografa uma palavra com até doze letras, utilizando uma matriz quadrada de ordem dois, como chave codificadora, e uma matriz retangular de duas linhas para a palavra. Multiplica-se a matriz codificadora pela “matriz-mensagem” e obtém-se a mensagem criptografada. Cada equipe entregará para a equipe adversária a mensagem codificada (criptografada) e, a partir do momento que o professor der o comando para iniciar, as equipes trocarão as matrizes codificadoras.

As equipes devem: encontrar a matriz decodificadora (inversa da codificadora); multiplicar a matriz decodificadora pela mensagem criptografada; encontrar a matriz-mensagem; e traduzir a matriz-mensagem para a língua portuguesa, sendo vencedora a equipe que primeiro concluir os objetivos. Dependendo da quantidade de equipes formadas, cabe ao professor organizar as chaves da competição (quem enfrenta quem).

Algumas regras básicas são necessárias para evitar confusões. As palavras ou mensagens a serem descobertas devem estar em português e escritas corretamente; mesmo sendo possível descobrir a palavra ou mensagem sem a necessidade de calcular toda a matriz-mensagem, a equipe deve entregar, ao final da partida, os cálculos necessários para se chegar à palavra ou mensagem; já nos papéis trocados, só devem estar escritas as matrizes.

Além da competição entre equipes, o professor também pode organizar uma disputa por quem passa menos tempo para descriptografar uma determinada mensagem, podendo organizar um *ranking* dos dez mais rápidos da sala.

7.2.4 CRIANDO UM AMBIENTE IMERSIVO.

Para aumentar a imersividade do educando no jogo, vale investir algum tempo em criar um personagem, que tenha perfil nas redes sociais, e-mail e blog, que também esteja recebendo sonhos estranhos, tendo visões de mensagens escondidas e enigmas a serem resolvidos.

O blog e os perfis sociais desse personagem fictício servirão de guia e de *feedback* para os alunos acerca dos caminhos que estão sendo tomados no desenvolvimento das atividades e de como estão se saindo no jogo, bem como servirão para criar bônus do jogo, tais como, direito a tempo extra para decodificação de algum fragmento da mensagem ou receber alguma parte da mensagem pela solução de um enigma proposto e divulgado pelo personagem. Além disso, o professor pode aproveitar a atividade para estimular o aluno a experimentar os vários ambientes da escola, colocando as mensagens na biblioteca, nos painéis de parede, na portaria, no laboratório de informática, etc.

Não obstante, o acesso ao blog criado pode servir como *feedback*, para o professor, acerca da participação e do engajamento dos alunos, assim como esse espaço virtual pode ser um dos ambientes usados para divulgar partes das mensagens, dicas de como descriptografar, sugestões de onde as próximas partes serão encontradas, além de ser uma forma de estimular a participação dos estudantes em casa, sendo assim um tipo de avaliação.

Naturalmente, é bom lembrar que esse ambiente imersivo prevê planejamento, para que as expedições dos alunos ocorram com o passar de algumas aulas, podendo durar até mais que um bimestre letivo.

7.3 UMA SEGUNDA PROPOSTA, MAIS SIMPLES E DIRETA.

Como é de se imaginar, nem sempre o professor tem tempo hábil para organizar e realizar uma atividade-jogo como esta que propomos. Assim, talvez seja interessante para esse professor, apenas apresentar o conteúdo conforme o subtópico 7.1, selecionar e expor exercícios dentro da ideia de usar as operações entre matrizes para codificar e decodificar palavras e organizar a competição explicada no item 7.2.4 como uma forma diferente de avaliar os alunos.

Cabe notar que, embora seja mais simples do que todo o jogo de Realidade Alternativa descrito, e provavelmente não criar um ambiente mais adequado para o engajamento dos alunos, através da gamificação, no estudo das matrizes e da Matemática como um todo, uma avaliação feita nos moldes de uma competição-jogo, colabora bastante para mudar a visão que os alunos tem dos mecanismos avaliativos e da Matemática, mesmo porque transforma exercícios de operações entre matrizes em algo necessário de um forma imediata e instigante. É importante discutir junto aos discentes a importância de se estudar algo independentemente de sua utilidade imediata.

7.4 UMA TERCEIRA PROPOSTA: O DIA DA DESCRIPTOGRAFIA.

Uma outra abordagem que pode ser utilizada é desenvolver a atividade em um só dia. Após a introdução e o desenvolvimento do assunto dentro do conceito de codificação de mensagens, o professor marca um dia ou um turno de um dia (podendo aproveitar datas de atividades esportivas, sábados letivos, o dia da Matemática, etc.) em que desenvolverá uma atividade similar a um jogo com os alunos. A partir daí, é só seguir o mesmo roteiro do que foi explicado no item 7.2, com a única ressalva de que não haverá muito tempo para se utilizar a criação de um personagem fictício conforme o sugerido no item 7.2.4, uma vez que a atividade só durará um dia, perdendo um pouco da imersividade, mas não toda ela, já que ainda existe o texto introdutório e o texto a ser traduzido.

Caso a escola não disponha de muitos espaços que possam ser explorados, ou o professor tenha dificuldades para colocar sua turma para trabalhar em equipes, sempre é possível adaptar o jogo: pode-se aplicar o jogo todo dentro de uma mesma sala, colocando os trechos codificados em baixo das cadeiras, de tal forma que cada um deve traduzir o seu, ou cada equipe traduzir as mensagens de seus integrantes.

CAPÍTULO 8: CONSIDERAÇÕES FINAIS

Destarte, compreendemos que é bom que as abordagens feitas aos jovens da atualidade sejam realizadas considerando seu contexto interativo, estimuladas por empreitadas narrativas que oferecem o senso de participar de algum projeto maior, com senso de urgência e significado imediato. Para tanto, a gamificação mostra-se uma forma alternativa viável e interessante. Como discutido e apresentado, mais do que criar um jogo, é uma possibilidade de pensar um ambiente que envolva o aluno, utilizando as mesmas estratégias que os *game designers*, porém direcionado para a aprendizagem.

Vale lembrar que, apesar de se ter mostrado uma proposta metodológica gamificada para o ensino de Matrizes, através de um Jogo de Realidade Alternativa, esse sistema pode ser implementado em qualquer outro conteúdo. Além disso, é necessário ter em mente que o docente que decidir diversificar cada vez mais o desenvolvimento de seus trabalhos junto aos seus alunos, pode descobrir e experimentar novas metodologias, buscando diversificar cada vez mais suas aulas, não só com a gamificação, mas também com as Metodologias Ativas de Ensino, Aprendizagem Baseadas em Problemas, entre outras propostas mais envolventes.

Ademais, cumpre-nos colocar que outros trabalhos analisando resultados de aplicações da metodologia apresentada neste trabalho devem ser desenvolvidos, tanto para aferir a eficiência do método como para trazer novas possibilidades.

REFERÊNCIAS

ALEXANDRE, Carla ; PERES, Flávia . A educação que motiva: O uso de redes sociais e jogos para uma aprendizagem significativa. Hipertextus Revista Digital (UFPE), v. 7, p. 2011.2, 2012.

AMARAL, Érico Marcelo Hoff do; MEDEIROS, Ana Paula Nunes. A gamificação inserida como material de apoio que estimula o aluno no ensino de Matemática. Trabalho de conclusão de curso (especialização). Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias da Educação - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2015.

AMARAL, Ricardo Ribeiro do. O uso do RPG pedagógico para o ensino de Física. Dissertação. Programa de pós-graduação em ensino de ciências - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife. 2008.

BENTO, M.C.M.; CAVALCANTE, R. S. . Tecnologias móveis em educação- o uso do celular na sala de aula. Revista de educação cultura e comunicação do Curso de Comunicação Social das Faculdades Integradas Teresa D'Ávila - Fatea, v. 4, p. 113-120, 2013.

BORGES, Lucas Ferreira. Jogos de estratégia: uma proposta didática para o estudo de matrizes e probabilidade. 2014. 88 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – PROFMAT, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2014.

CUNHA, Abadia de Lourdes ; REZENDE, Liberalina. ; NASCIMENTO, Silma pereira . As TIC nas escolas públicas estaduais em Goiás: o que dizem professores de Matemática do ensino médio 2014 (Resumo em annais).

FADEL, Luciane Maria; ULBRICHT, Vania Ribas; BATISTA, Claudia Regina; VANZIN, Tarcísio, (org). Gamificação na educação - São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. 300 p. Disponível em:

<https://books.google.com.br/books?id=r6TcBAAAQBAJ&pg=PT230&dq=jogos+serios&hl=pt-BR&sa=X&ved=0ahUKEwjBy-i12pnNAhWEIJAKHckUA8UQ6AEIMzAC#v=onepage&q&f;=false>. Acesso em: 30 maio 2016.

FAZENDA, I. C. A. (Org.); ALARCAO, I. (Org.) ; SEVERINO, A. J. (Org.) ; V.Antoli (Org.) ; KLEIN, J. (Org.) ; KENSKI, V. (Org.) ; PIMENTA, S. (Org.) ; MASETTO, M. (Org.). Didática e Interdisciplinaridade. 18. ed. Campinas: Papirus, 2015. v. 3000. 193p.

GRANDO, R. C.. O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática. 1995. 194 f. Dissertação Mestrado em Educação, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Brasil, 1995.

IEZZI, G. et al. Matemática: ciência e aplicações, volume 2: ensino médio – 7. Ed – São Paulo: Saraiva, 2013.

INEP. Indicadores educacionais e dados consolidados. Brasília, 2017.

LEONARDO, Fábio Martins de. Conexões com a matemática – 2. Ed – São Paulo: Moderna, 2013.

MCGONIGAL, Jane. (2010) “Gaming Can Make a Better World”, TED, <https://www.ted.com/talks/jane_mcgonigal_gaming_can_make_a_better_world >. Acesso em: 09 ago. 2016.

MCGONIGAL, Jane. Realidade em jogo: por que os games nos tornam melhores e como eles podem mudar o mundo. Rio de Janeiro: Best Seller, 2012.

MOITA, F. M. G. S. C. ; LUCIANO, A. P. da C. ; COSTA, A. T. . Angry Birds: Interface Ludica e Facilitadora do Processo do Ensino e da Aprendizagem de Conceitos Matemáticos. In: II Congresso Internacional TIC e Educação, 2012, Lisboa. II Congresso Internacional TIC e Educação, 2012.

RAWLINSON, George, trad., com Henry Rawlinson and J. G. Wilkinson. The History of Herodotus: A New English Version (New York: D. Appleton, 1861), p. 182. Disponível em: http://www.archive.org/stream/historyofherodot01herouoft#page/n5/mode/2up. Acesso em: 14 de ago. 2016

SANTOS, R. P.; ANTAS, F. P. S. Dungeons & Alchemist: transmutando ensino com RPG nas aulas de Química. Novas Edições Acadêmicas. p. 69. 2016.

SILVA, Matheus Vieira. O Jogo de papéis (RPG) como tecnologia educacional e processo de aprendizagem no ensino. 2009. 174 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Tuiuti do Paraná, Curitiba, 2009.

SOARES, A. N. ; Lobato, Lucas. ; Gazzinelli, M.F ; SOUZA, V. . The Role Playing Game (RPG) as a pedagogical strategy in the training of the nurse: an experience report on the creation of a game. Texto & Contexto - Enfermagem, v. 24, p. 600-608, 2015.

SOUZA, Joamir Roberto de. Novo olhar matemática: 2 – 2. Ed – São Paulo: FTD, 2013.

VIANNA, Ysmar; VIANNA, Maurício; MEDINA, Bruno; TANAKA, Samara. **Gamification**, Inc.: como reinventar empresas a partir de jogos. **MJV Press**: Rio de Janeiro, 2013.

ZICBERMANN, Gabe; CUNNINGBAM, Christopher. **Gamification by Design:** Implementing Game Mechanics in Web and Mobile Apps. Canada: Mary Treseler, 2011. Disponível em: <https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwj4wMK-t7XOAhUCj5AKHaloCxYQFggeMAA&url=ftp://ftp.ivacuum.ru/i/WooLF/%5B2011%5D%20Gamification%20by%20Design.pdf&usg=AFQjCNFpr94ZGCGzBDbVIjJEYFmefs

bbjg&sig2=r2gD72xyrr61FCItjHC1ag&cad=rja/[2011] Gamification by Design.pdf>. Acesso em: 09 ago. 2016.

ANEXO A

SONHO ESTRANHO

“Na semana passada fui procurado, em sonho, por um estranho coelho. Ele disse-me:

- Jovem professor, meu velho professor, preferis falsa felicidade ou dura verdade? Ofereço-te chá azul para mentira e chá vermelho para realidade...

Tomei o chá vermelho. Ele continuou:

- Vim de um futuro distante para este momento preciso. Navego em teu sonho pois esse é o melhor, e o mais seguro, caminho... Há muito, a humanidade vive num terrível caos, pela escassez da água e a destruição do planeta, quase só existe o mal, embora pudesse ter sido diferente.

- Isso já é de se esperar... O que eu tenho a ver com isso? – respondi.

- Embora possa parecer estranho, é de onde menos se espera, das menores criaturas, que surgem as mais belas e fantásticas, porque simples, soluções.

- Hã?

- O Professor Quem, viajante do tempo na história do universo, calculou a época e o local exatos para evitar essa catástrofe. O ano em que você está é o ano que tudo muda, que tudo acontece, o epicentro da história do universo.

- Aí dentro! – caçoei fazendo um gesto de mergulho com a mão direita.

- Brinque! Pois esse é seu jeito de ser. Mas você sabe, sente, que é verdade.

- Realmente, embora eu saiba que é um sonho, eu sinto que não é.

- Os seres humanos, em sua época, ainda acham que são tridimensionais, mas na realidade estão muitas dimensões acima do espaço e até mesmo do tempo! Vocês não sabem, porque ainda não aprenderam a controlar seus sonhos. Mas, tão logo aprendam, e serão as mais magníficas criaturas de toda Criação!

- É mermo, é? Ô viagem!

- Isso não é tudo! Também temos nossos inimigos: os Calantes. São seres hexadimensionais que querem a todo custo evitar a evolução da espécie humana! Eles são a razão verdadeira da maldade na humanidade do seu tempo...

- E onde eles estão? Onde andam? Como os enfrentamos?

- Eles não assumem forma física que vocês possam perceber fora dos sonhos e, nos sonhos que vocês os percebem, eles cuidam para que vocês não se lembrem. Os Calantes se escondem por trás de cada dúvida não manifestada, cada silêncio mantido pela vergonha, pelo medo, pela insegurança... Eles se ocultam em todo preconceito velado, tudo que não é claro, tudo que é torpe.

- Então os enfrentamos com a voz. – afirmei.

- Com o verbo. – corrigiu-me o coelho – E com conhecimento sábio. Para poder enfrenta-los o Professor Quem mandou uma mensagem para algumas pessoas que, como você, hoje recebem esse sonho. Foram escolhidas pessoas que lidam com muitas outras pessoas, especialmente em ambientes formativos, para que a humanidade tenha mais chance.

- Então são todos professores?

- Não. Existem outros profissionais e até crianças recebendo este sonho. Por questão de segurança, também mandamos sonhos falsos para grandes nomes da sua sociedade, nas grandes cidades do mundo, pois é lá que os Calantes estão agindo com maior frequência e queremos despistá-los.

- Mais alguma coisa?

- Sim. Você tem uma missão.

- Qual?

- Enviamos uma carta que deve ser lida na sua última aula do ano, nas turmas que você decidir trazer para essa guerra. Ela, se lida, será verdadeiramente entendida pelas pessoas certas e, a partir daí, terá salvo o futuro da humanidade.

- Como receberei tal carta? É seguro enviá-la?

- Para garantir a segurança, enviaremos a carta por partes. Durante suas aulas, na instituição onde você trabalha, essas partes aparecerão em alguns locais específicos de lá. Cada parte virá criptografada de alguma forma, de matrizes a enigmas. Você saberá o local através de um sonho, a cada parte que enviarmos.

- Então eu devo encontrar a parte e decifrá-la, né?

- Não. A partir de agora, é provável que alguns Calantes te percebam e te vigiem. Para garantir, você deve enviar um pequeno grupo de alunos para o local e eles devem decifrar tudo. Eles terão o tempo de quase uma aula para tudo: encontrar e decifrar. A não ser que eles tenham em sua posse três estrelas para abrir mão ou uma mensagem bônus, casos em que eles podem ganhar um tempo extra. Caso não consigam decifrar ou encontrar, essa parte da mensagem pode cair no Silêncio, e jamais ser descoberta. Não é necessário, porém, encontrar e decifrar todas as mensagens... é possível ler a carta com apenas algumas passagens enviadas.

- Entendido.

- Agora devo ir. Já me demorei demais. Cuidarei para que lembres deste sonho. Apenas lembre-se de chamar apenas os alunos que QUISEREM participar da salvação do futuro. É provável que os demais sejam futuros Calantes.

E eu acordei. ”

ANEXO B

Parte 1 – linha 1

Operação: Multiplicação pela matriz inversa

Matriz codificadora: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$

Mensagem codificada: $\begin{pmatrix} 24 & 45 & 63 & 15 & 31 & 59 & 20 & 45 \\ 124 & 195 & 283 & 65 & 171 & 249 & 60 & 195 \end{pmatrix}$

Matriz decodificadora: $\begin{pmatrix} -0{,}1 & 0{,}1 \\ 1{,}2 & -0{,}2 \end{pmatrix}$

Mensagem decodificada: $\begin{pmatrix} 10 & 15 & 22 & 5 & 14 & 19 & 4 & 15 \\ 4 & 15 & 19 & 5 & 3 & 21 & 12 & 15 \end{pmatrix}$

Mensagem transliterada: $\begin{pmatrix} J & O & V & E & N & S & D & O \\ D & O & S & E & C & U & L & O \end{pmatrix}$

Trecho: "Jovens do século"

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

Multiplicação por inversa

C=$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$

M=$\begin{pmatrix} 24 & 45 & 63 & 15 & 31 & 59 & 20 & 45 \\ 124 & 195 & 283 & 65 & 171 & 249 & 60 & 195 \end{pmatrix}$

Posição: Naturalmente, o primeiro primo que, somando seus algarismos, resulta no primeiro primo. A primeira "letra" indica quantas partes tenho, a segunda, a linha em que estou.

Parte 1 – linha 2

Operação: Soma algébrica

Matriz codificadora:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -2 & -3 & -5 & -8 & -13 & -21 & -34 & -55 \\ -89 & -144 & -233 & -377 & -610 & -987 & -1597 & -2584 & -4181 & -6765 & -10946 \end{pmatrix}$$

Mensagem codificada:

$$\begin{pmatrix} 19 & 4 & 11 & 3 & 2 & 8 & 1 & 6 & -1 & -19 & -26 \\ -74 & -128 & -224 & -362 & -592 & -972 & -1582 & -2580 & -4176 & -6747 & -10945 \end{pmatrix}$$

Matriz decodificadora:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & 8 & 13 & 21 & 34 & 55 \\ 89 & 144 & 233 & 377 & 610 & 987 & 1597 & 2584 & 4181 & 6765 & 10946 \end{pmatrix}$$

Mensagem decodificada: $\begin{pmatrix} 19 & 5 & 12 & 5 & 5 & 13 & 9 & 19 & 20 & 15 & 29 \\ 15 & 16 & 9 & 15 & 18 & 15 & 15 & 4 & 5 & 18 & 1 \end{pmatrix}$

Mensagem transliterada: $\begin{pmatrix} S & E & L & E & E & M & I & S & T & O & , \\ O & P & I & O & R & P & O & D & E & R & A \end{pmatrix}$

Trecho: “Se leem isto, o pior poderá”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

Soma <u>Algébrica</u>

Cdf =

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -2 & -3 & -5 & -8 & -13 & -21 & -34 & -55 \\ -89 & -144 & -233 & -377 & -610 & -987 & -1597 & -2584 & -4181 & -6765 & -10946 \end{pmatrix}$$

Msg = $\begin{pmatrix} 19 & 4 & 11 & 3 & 2 & 8 & 1 & 6 & -1 & -19 & -26 \\ -74 & -128 & -224 & -362 & -592 & -972 & -1582 & -2580 & -4176 & -6747 & -10945 \end{pmatrix}$

Posição: P 1 L 2 **Dica: a = 1; b = 2; ...; . = 28; , = 29; ...**

Parte 2 – linha 2

Operação: Multiplicação por escalar

Número codificador: 2

Mensagem codificada:$\begin{pmatrix} 28 & 2 & 30 & 40 & 10 & 36 & 2 & 2 & 6 \\ 30 & 28 & 40 & 10 & 6 & 18 & 8 & 30 & 56 \end{pmatrix}$

Número decodificador: $\frac{1}{2}$

Mensagem decodificada: $\begin{pmatrix} 14 & 1 & 15 & 20 & 5 & 18 & 1 & 1 & 3 \\ 15 & 14 & 20 & 5 & 3 & 9 & 4 & 15 & 28 \end{pmatrix}$

Mensagem transliterada: $\begin{pmatrix} N & A & O & T & E & R & A & A & C \\ O & N & T & E & C & I & D & O & . \end{pmatrix}$

Trecho: “Não ter acontecido.”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

Multiplicação por número real

Codificador = 2

Mensagem = $\begin{pmatrix} 28 & 2 & 30 & 40 & 10 & 36 & 2 & 2 & 6 \\ 30 & 28 & 40 & 10 & 6 & 18 & 8 & 30 & 56 \end{pmatrix}$

Posição: P 2 L 2 **Dica: multiplicação por escalar**

a = 1; b = 2; ...; . = 28; , = 29; ...

Parte 3 – linha 2

Operação: substituição na tabela de relação entre números e letras da língua portuguesa

Codificador: 1 = a; 2 = b; 3 = c; ...

Mensagem codificada: $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 19 & 4 & 5 & 17 \\ 21 & 5 & 22 & 15 & 3 & 19 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 18 & 5 \\ 9 & 1 & 13 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12 & 21 & 20 \\ 5 & 13 & 50 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 13 & 21 & 4 \\ 5 & 13 & 28 \end{pmatrix}$

Decodificador: **a = 1; b = 2; c = 3; ...**

Mensagem decodificada: 0

Mensagem transliterada: $\begin{pmatrix} D & E & S & D & E & Q \\ U & E & V & O & C & S \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C & R & E \\ I & A & M \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L & U & T \\ E & M & \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} M & U & D \\ E & M & . \end{pmatrix}$

Trecho: "Desde que vocês creiam, lutem e mudem."

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

Decifra-me

Mensagem = $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 19 & 4 & 5 & 17 \\ 21 & 5 & 22 & 15 & 3 & 19 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 18 & 5 \\ 9 & 1 & 13 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12 & 21 & 20 \\ 5 & 13 & 50 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} 13 & 21 & 4 \\ 5 & 13 & 28 \end{pmatrix}$

Posição na mensagem: Parte 3 Linha 2 **Dica: a = 1; b = 2; ...; . = 28; , = 29; ...**

Parte 1 – linha 3

Operação: cálculo de determinante

Codificador: a = b; b = c; c = d; ... ; z = a

Mensagem codificada: P gvuvsp, bttjn dpnp p qbttbep, tbp jmvtpft dsjbebt qfmb ivnbojebef qbsb ufoubs tf pshbojabs.

Decodificador: **b = a; c = b; d = c; ...; z=a (o símbolo "=", aqui, significa "troca-se por")**

Mensagem decodificada: O futuro, assim como o passado, são ilusões criadas pela humanidade para tentar se organizar. Posição: Linha 3.

Resultado do determinante: 3

Trecho: "O futuro, assim como o passado, são ilusões criadas pela humanidade para tentar se organizar."

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

Decifra-me

Pgvuvsp,bttjndpnppqbttbep,tbpjmvtpftdsjbebtqfmbivnbojebefqbsbufoubstfpshbojabs.

Qptjçbp: Mjoib $\begin{vmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 14 & \pi & 5 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

Parte 1 – linha 4

Operação: Multiplicação pelo inverso

Símbolos: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$

Mensagem codificada:
$\begin{pmatrix} 109 & 73 & 100 & 25 & 67 & 56 & 47 & 41 & 121 & 71 & 87 & 63 & 122 \\ 289 & 190 & 260 & 65 & 174 & 148 & 125 & 105 & 313 & 184 & 227 & 165 & 319 \end{pmatrix}$

Matriz decodificadora: $\begin{pmatrix} 8 & -3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$

Mensagem decodificada: $\begin{pmatrix} 5 & 14 & 20 & 5 & 14 & 4 & 1 & 13 & 29 & 16 & 15 & 9 & 19 \\ 33 & 15 & 20 & 5 & 13 & 16 & 15 & 5 & 21 & 13 & 19 & 15 & 28 \end{pmatrix}$

Mensagem transliterada: $\begin{pmatrix} ENTENDAM, POIS \\ : OTEMPOEUMSO. \end{pmatrix}$

Trecho: “Entendam, pois: o Tempo é um só.”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO

Parece divisão

C=$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ **Dica: 1, 1, a, b, c, d, 13, 21... Leonardo de Pisa**

M=$\begin{pmatrix} 109 & 73 & 100 & 25 & 67 & 56 & 47 & 41 & 121 & 71 & 87 & 63 & 122 \\ 289 & 190 & 260 & 65 & 174 & 148 & 125 & 105 & 313 & 184 & 227 & 165 & 319 \end{pmatrix}$

Posição: Parte 1 Linha 4

Parte 2 – linha 4

Operação: Identificação de símbolos atemáticos

Símbolos: ∄, ∼, ^

Mensagem codificada: $\nexists \sim(fururo \wedge passado)$:

Decodificador: $\nexists = não\ existe, \sim = operador\ lógico\ de\ negação$, ^ = operador lógico de intersecção

Mensagem decodificada: Não existe passado ou futuro:

Mensagem transliterada: Não existe passado ou futuro:

Trecho: “Não existe passado ou futuro:”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO

Estrangeiro, Símbolos e Operadores de Lógica Matemática

$\mathbf{M}$: $\nexists \sim(after - days \wedge bygone)$:

P2L4

Parte 3 – linha 4

Operação: substituição na tabela de relação entre números e letras da língua portuguesa

Codificador: 1 = a; 2 = b; 3 = c; ...

Mensagem codificada: $\begin{pmatrix} 20 & 21 \\ 4 & 15 \end{pmatrix}$ é $\begin{pmatrix} 13 & 15 & 13 & 5 \\ 14 & 20 & 15 & 50 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 16 & 18 & 5 & 19 \\ 5 & 14 & 20 & 5 \end{pmatrix}$

Decodificador: **a = 1; b = 2; c = 3; ...**

Mensagem decodificada/ transliterada: $\begin{pmatrix} t & u \\ d & o \end{pmatrix}$ é $\begin{pmatrix} m & o & m & e \\ n & t & o & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & r & e & s \\ e & n & t & e \end{pmatrix}$

Mensagem: $\begin{pmatrix} t & u \\ d & o \end{pmatrix}$ é $\begin{pmatrix} m & o & m & e \\ n & t & o & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & r & e & s \\ e & n & t & e \end{pmatrix}$

Trecho: “tudo é momento presente.”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO

DIRETA

$$\begin{pmatrix} 20 & 21 \\ 4 & 15 \end{pmatrix} \text{ é } \begin{pmatrix} 13 & 15 & 13 & 5 \\ 14 & 20 & 15 & 50 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 16 & 18 & 5 & 19 \\ 5 & 14 & 20 & 5 \end{pmatrix}.$$

L4 P3

Parte 1 – linha 5

Operação: multiplicação por escalar

Codificador: $\frac{1}{4}$

Mensagem codificada: $\begin{pmatrix} 3{,}75 & 04 & 0{,}25 & 4{,}75 & 4{,}75 & 0{,}25 & 1 & 3{,}75 \\ 1{,}25 & 3{,}75 & 1{,}5 & 5{,}25 & 05 & 5{,}25 & 4{,}5 & 3{,}75 \end{pmatrix}$

Decodificador: **4**

Mensagem decodificada: $\begin{pmatrix} 15 & 16 & 01 & 19 & 19 & 01 & 04 & 15 \\ 05 & 15 & 06 & 21 & 20 & 21 & 18 & 15 \end{pmatrix}$

Mensagem: $\begin{pmatrix} O & P & A & S & S & A & D & O \\ E & O & F & U & T & U & R & O \end{pmatrix}$

Trecho: “O passado e o futuro”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO

Multiplicação pelo inverso de um número real

Codificador = mês de morte de quem disse a frase “*Se dez vidas tivesse, dez vidas daria.”*

Mensagem = $\begin{pmatrix} 3{,}75 & 04 & 0{,}25 & 4{,}75 & 4{,}75 & 0{,}25 & 1 & 3{,}75 \\ 1{,}25 & 3{,}75 & 1{,}5 & 5{,}25 & 05 & 5{,}25 & 4{,}5 & 3{,}75 \end{pmatrix}$

Posição: P = elemento neutro da multiplicação entre números reais.

L = primo ímpar que aparece na decomposição de qualquer número terminado em 0.

Parte 2 – linha 5

Operação: subtração de matrizes ou adição pelo oposto

Codificador:

$$\begin{pmatrix} 42 & 03 & 1,6 & 42 & 1,6 & -3 & 03 & -1,6 & -3 & 01 & 01 & 01 & 42 & 1,6 \\ -3 & -1 & -42 & -1,6 & 01 & 03 & -3 & 42 & -42 & -1 & -3 & 1,6 & 01 & 03 \end{pmatrix}$$

Mensagem codificada:

$$\begin{pmatrix} 23 & 02 & -13,4 & 27 & -15,4 & -24 & -2 & -6,6 & -22 & -19 & 0 & 0 & 39 & -13,4 \\ -17 & -21 & -47 & -4,6 & -4 & 0 & -17 & 38 & -57 & -2 & -10 & -13,4 & 0 & -25 \end{pmatrix}$$

Decodificador:

$$\begin{pmatrix} -23 & -2 & 13,4 & -27 & 15,4 & 24 & 2 & 6,6 & 22 & 19 & 0 & 0 & -39 & 13,4 \\ 17 & 21 & 47 & 4,6 & 4 & 0 & 17 & -38 & 57 & 2 & 10 & 13,4 & 0 & 25 \end{pmatrix}$$

Mensagem decodificada:

$$\begin{pmatrix} 19 & 01 & 15 & 15 & 17 & 21 & 05 & 05 & 19 & 20 & 01 & 01 & 03 & 15 \\ 14 & 20 & 05 & 03 & 05 & 03 & 14 & 04 & 15 & 01 & 07 & 15 & 01 & 28 \end{pmatrix}$$

Mensagem: $\begin{pmatrix} S & A & O & O & Q & U & E & E & S & T & A & A & C & O \\ N & T & E & C & E & N & D & O & A & G & O & R & A & . \end{pmatrix}$

Trecho: “são o que está acontecendo agora.”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO

Subtração matricial

Codificador = $\begin{pmatrix} 42 & 03 & 1,6 & 42 & 1,6 & -3 & 03 & -1,6 & -3 & 01 & 01 & 01 & 42 & 1,6 \\ -3 & -1 & -42 & -1,6 & 01 & 03 & -3 & 42 & -42 & -1 & -3 & 1,6 & 01 & 03 \end{pmatrix}$

Mensagem = $\begin{pmatrix} 23 & 02 & -13,4 & 27 & -15,4 & -24 & -2 & -6,6 & -22 & -19 & 0 & 0 & 39 & -13,4 \\ -17 & -21 & -47 & -4,6 & -4 & 0 & -17 & 38 & -57 & -2 & -10 & -13,4 & 0 & -25 \end{pmatrix}$

Posição: P + L = (P . L) – 3 ; $P^2 + 2PL + L^2 = 49$ **P = PARTE, L = LINHA**

Parte única – linha 6

Operação: Multiplicação pela matriz inversa

Codificador: $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 42 \\ 0 & 42 & -3 \\ 0 & -42 & 0 \end{pmatrix}$

Mensagem codificada:

$$\begin{pmatrix} 393 & 948 & 678 \\ 729 & 153 & 81 \\ -756 & -210 & -126 \end{pmatrix} QUE\ A \begin{pmatrix} 105 & 207 & 213 \\ 585 & 366 & 153 \\ -588 & -378 & -168 \end{pmatrix} SEJA\ UMA\ COM\ O \begin{pmatrix} 861 & 672 & 1203 \\ 867 & 165 & 672 \\ -924 & -210 & -756 \end{pmatrix}$$

Decodificador: $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{14}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{42} \\ 0 & \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} \end{pmatrix}$

Mensagem decodificada:

$$\begin{pmatrix} 05 & 50 & 16 \\ 18 & 05 & 03 \\ 09 & 19 & 15 \end{pmatrix} QUE\ A \begin{pmatrix} 21 & 13 & 01 \\ 14 & 09 & 04 \\ 01 & 04 & 05 \end{pmatrix} SEJA\ UMA\ COM\ O \begin{pmatrix} 21 & 14 & 09 \\ 22 & 05 & 18 \\ 19 & 15 & 28 \end{pmatrix}$$

Mensagem: $\begin{pmatrix} E & & P \\ R & E & C \\ I & S & O \end{pmatrix} QUE\ A \begin{pmatrix} U & M & A \\ N & I & D \\ A & D & E \end{pmatrix} SEJA\ UMA\ COM\ O \begin{pmatrix} U & N & I \\ V & E & R \\ S & O & . \end{pmatrix}$

Trecho: “É preciso que a humanidade seja uma com o Universo.”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO

MULTIPLICAÇÃO

C = $\begin{pmatrix} A & -B & C \\ B & C & -A \\ B & -C & -B \end{pmatrix}$. **M =** $\begin{pmatrix} 393 & 882 & 678 \\ 645 & 153 & 81 \\ -672 & -210 & -126 \end{pmatrix} QUE\ A \begin{pmatrix} 105 & 207 & 213 \\ 585 & 366 & 153 \\ -588 & -378 & -168 \end{pmatrix} SEJA\ UMA\ COM\ O \begin{pmatrix} 861 & 672 & 1203 \\ 867 & 165 & 672 \\ -924 & -210 & -756 \end{pmatrix}$

A = parte inteira do número que se encontra ao dividir o comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro.

B = elemento neutro da soma entre números reais.

C = resposta encontrada nos livros do autor Douglas Adams acerca de qual o sentido da vida, o universo e tudo mais.

POSIÇÃO: LINHA K. Em que K é raiz da equação $x^2 - 12x + 36 = 0$

Parte única – linha 7

Operação: Transpor uma matriz

Codificador: M^T

Mensagem codificada: $\begin{pmatrix} 05 & 13 & 16 & 19 & 01 & 50 \\ 19 & 50 & 01 & 21 & 21 & 19 \\ 03 & 15 & 50 & 01 & 04 & 09 \\ 21 & 50 & 01 & 50 & 01 & 28 \\ 20 & 16 & 04 & 41 & 20 & 41 \\ 05 & 01 & 09 & 12 & 15 & 50 \end{pmatrix}$

Decodificador: $(M^T)^T$

Mensagem decodificada: $\begin{pmatrix} 05 & 19 & 03 & 21 & 20 & 05 \\ 13 & 50 & 15 & 50 & 16 & 01 \\ 16 & 01 & 50 & 05 & 13 & 50 \\ 19 & 21 & 01 & 50 & 41 & 12 \\ 01 & 21 & 04 & 01 & 20 & 15 \\ 50 & 19 & 09 & 28 & 41 & 50 \end{pmatrix}$

Mensagem: $\begin{pmatrix} E & S & C & U & T & E \\ M & & O & & P & A \\ P & A & & E & M & \\ S & U & A & & ' & L \\ A & U & D & A & T & O \\ & S & I & ' & . & \end{pmatrix}$

Trecho: “Escutem o Papa em sua *Laudato Si*.”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO

TRANSPOSTA

M = $\begin{pmatrix} 05 & 13 & 16 & 19 & 01 & 50 \\ 19 & 50 & 01 & 21 & 21 & 19 \\ 03 & 15 & 50 & 01 & 04 & 09 \\ 21 & 50 & 01 & 50 & 01 & 28 \\ 20 & 16 & 04 & 41 & 20 & 41 \\ 05 & 01 & 09 & 12 & 15 & 50 \end{pmatrix}$

POSIÇÃO: Linha S. Em que S é um número primo. Para saber se um determinado número é divisível por S, devemos seguir a seguinte regra: “Multiplique por 2 o último algarismo do número. Subtraia este valor do número inicial sem o último algarismo, o resultado deve ser múltiplo de S”.

Parte 1 – linha 8

Operação: Transliteração

Codificador: 1 = a; 2 = b; 3 = c; ...

Mensagem codificada:
0519032120051350040112010950120113013350410150082113011409040104055005355021130150191535500550051920055016051721051415501612011405200150053550141519
19015021351409030150030119012 8

Decodificador: **a = 1; b = 2; c = 3; ...**

Mensagem decodificada/ transliterada: Escutem Dalai Lama: “A humanidade é uma só e este pequeno planeta é nossa única casa.

Mensagem: Escutem Dalai Lama: “A humanidade é uma só e este pequeno planeta é nossa única casa.

Trecho: “Escutem Dalai Lama: “A humanidade é uma só e este pequeno planeta é nossa única casa.”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO

TRANSLITERAÇÃO DA TABELA

051903212005135004011201095012011301335041015008211301140904010405500535502113015019153550055005192005501605172105141550161201140520015005355014151919015021351409030150030119012
8

POSIÇÃO NA MENSAGEM: Linha 8, Parte 1.

Parte 2 – linha 8

Operação: Transliteração

Codificador: 1 = a; 2 = b; 3 = c; ...

Mensagem codificada:
1905502005131519500405501618152005070518500519200150030119012950030104015021135004055014153519501618050309190150052416051809051403090118502113501905142009130514201550220922155004055001122018210935191315502114092205181901122850

Decodificador: **a = 1; b = 2; c = 3; ...**

Mensagem decodificada/ transliterada: Se temos de proteger esta casa, cada um de nós precisa experienciar um sentimento vivo de altruísmo universal.

Mensagem: Se temos de proteger esta casa, cada um de nós precisa experienciar um sentimento vivo de altruísmo universal.

Trecho: "Se temos de proteger esta casa, cada um de nós precisa experienciar um sentimento vivo de altruísmo universal."

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO
TRANSLITERAÇÃO DA TABELA
1905502005131519500405501618152005070518500519200150030119012950030104015021135004055014153519501618050309190150052416051809051403090118502113501905142009130514201550220922155004055001122018210935191315502114092205181901122850
POSIÇÃO: Linha 8, Parte 2.

Parte 3 – linha 8

Operação: Transliteração

Codificador: 1 = a; 2 = b; 3 = c; ...

Mensagem codificada:
14151919155016120114052001500615095001020514271501041550031513502201192015
19502005191521181519501401202118010919285019055015195021190118131519500104
05172101040113051420052950201504155019051850082113011415501615040518013550
21192106182109185004055021130150220904015018090301500550040550020513320519
2001182841

Decodificador: **a = 1; b = 2; c = 3; ...**

Mensagem decodificada/ transliterada: Nosso planeta foi abençoado com vastos tesouros naturais. Se os usarmos adequadamente, todo ser humano poderá usufruir de uma vida rica e de bem-estar."

Mensagem: Nosso planeta foi abençoado com vastos tesouros naturais. Se os usarmos adequadamente, todo ser humano poderá usufruir de uma vida rica e de bem-estar."

Trecho: "Nosso planeta foi abençoado com vastos tesouros naturais. Se os usarmos adequadamente, todo ser humano poderá usufruir de uma vida rica e de bem-estar.""

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO
TRANSLITERAÇÃO DA TABELA
141519191550161201140520015006150950010205142715010415500315135022011920151950200519152 1 181519501401202118010919285019055015195021190118131519500104051721010401130514200529502 0 150415501905185008211301141550161504051801355021192106182109185004055021130150220904015 0 1809030150055004055002051332051920011828 41
POSIÇÃO: L8P3.

Parte 1 – linha 9

Operação: Transliteração

Codificador: 1 = a; 2 = b; 3 = c; ...

Mensagem codificada:
140137155019055005140701140513295015501909120538140309155005355015501301091850091409130907152850053550155016180903093516091550040150131518200528501915130514200550155022051802155016150405502205140305185015501909120538140309152850155022051802155017210550053550011315182850

Decodificador: **a = 1; b = 2; c = 3; ...**

Mensagem decodificada/ transliterada: Não se enganem, o silêncio é o maior inimigo. É o princípio da morte. Somente o verbo pode vencer o silêncio. O verbo que é amor.

Mensagem: Não se enganem, o silêncio é o maior inimigo. É o princípio da morte. Somente o verbo pode vencer o silêncio. O verbo que é amor.

Trecho: "Não se enganem, o silêncio é o maior inimigo. É o princípio da morte. Somente o verbo pode vencer o silêncio. O verbo que é amor."

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

DESAFIO

TRANSLITERAÇÃO DA TABELA

140137155019055005140701140513295015501909120538140309155005355015501301091850091409130907152850053550155016180903093516091550040150131518200528501915130514200550155022051802155016150405502205140305185015501909120538140309152850155022051802155017210550053550011315182850

POSIÇÃO: P1L9.

Parte 2 – linha 9

Operação: -------

Codificador: -------

Mensagem codificada: -------

Decodificador: -------

Mensagem decodificada/ transliterada: -------

Mensagem: Escutem todas as vozes que unem, depois verbalizem contra: ódio, egoísmo, preconceito, mentira, corrupção, devastação e privilégios. Exponham o que é mau!”

Trecho: “Escutem todas as vozes que unem, depois verbalizem contra: ódio, egoísmo, preconceito, mentira, corrupção, devastação e privilégios. Exponham o que é mau!”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

MENSAGEM BÔNUS

ESTA MENSAGEM NÃO PRECISA SER DECODIFICADA

TRECHO

Segunda parte da nona linha

Escutem todas as vozes que unem, depois verbalizem contra: ódio, egoísmo, preconceito, mentira, corrupção, devastação e privilégios. Exponham o que é mau!

POSIÇÃO: P2L9.

Parte única – linha 10

Operação: Multiplicação pela matriz inversa e formação de matrizes

Matriz codificadora: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 9 \\ 4 & 10 & 28 \end{pmatrix}$

Mensagem codificada: **A** $\begin{pmatrix} 148 & 99 & 147 \\ 286 & 183 & 241 \\ 736 & 438 & 454 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 78 & 93 & 230 \\ 136 & 185 & 409 \\ 296 & 490 & 920 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 171 & 344 & 263 \\ 343 & 685 & 554 \\ 922 & 1840 & 1602 \end{pmatrix}$

Matriz decodificadora: $\begin{pmatrix} \frac{-25}{2} & 11 & \frac{-7}{4} \\ 12 & -10 & \frac{3}{2} \\ \frac{-5}{2} & 2 & \frac{-1}{4} \end{pmatrix}$

Mensagem decodificada: **A** $\begin{pmatrix} 08 & 09 & 19 \\ 20 & 15 & 35 \\ 18 & 09 & 01 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 03 & 15 & 14 \\ 20 & 01 & 50 \\ 03 & 15 & 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 22 & 15 & 03 \\ 05 & 38 & 19 \\ 28 & 50 & 50 \end{pmatrix}$

Mensagem transliterada: **A** $\begin{pmatrix} H & I & S \\ T & O & ´ \\ R & I & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C & O & N \\ T & A & \\ C & O & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V & O & C \\ E & \wedge & S \\ . & & \end{pmatrix}$

Trecho: “A História conta com vocês.”

FICHA DIRECIONADA AO ALUNO

Multiplicação por inversa

C = $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, $a_{ij} = i^j + 1$

M = A $\begin{pmatrix} 148 & 99 & 147 \\ 286 & 183 & 241 \\ 736 & 438 & 454 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 78 & 93 & 230 \\ 136 & 185 & 409 \\ 296 & 490 & 920 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 171 & 344 & 263 \\ 343 & 685 & 554 \\ 922 & 1840 & 1602 \end{pmatrix}$

Posição: linha D em que D = 10 · cos(300°) + 10 · sen(150°)

ANEXO C

Jovens do século,

Se leem isto, o pior poderá não ter acontecido. Desde que vocês creiam, lutem e mudem.

O futuro, assim como o passado, são ilusões criadas pela humanidade para tentar se organizar.

Entendam, pois: o tempo é um só. Não existe passado ou futuro: tudo é momento presente.

O passado e o futuro são o que está acontecendo agora.

É preciso que a humanidade seja uma com o Universo.

Escutem o Papa em sua Laudato Si.

Escutem Dalai Lama: *“A humanidade é uma só e este pequeno planeta é nossa única casa. Se temos de proteger esta casa, cada um de nós precisa experienciar um sentimento vivo de altruísmo universal. Nosso planeta foi abençoado com vastos tesouros naturais. Se os usarmos adequadamente, todo ser humano poderá usufruir de uma vida rica e de bem-estar. ”*

Não se enganem, o silêncio é o maior inimigo. É o princípio da morte. Somente o verbo pode vencer o silêncio. O verbo que é amor. Escutem todas as vozes que unem, depois verbalizem contra: ódio, egoísmo, preconceito, mentira, corrupção, devastação e privilégios. Exponham o que é mau!

A História conta com vocês.