UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL PROFMAT

Adriano Luis Babinski

Sequência Didática (SD): experiência no ensino da Matemática

Sinop-MT

2017

Adriano Luis Babinski

Sequência Didática (SD): experiência no ensino da Matemática

Dissertação apresentada a Coordenação Institucional do Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional da Universidade do Estado de Mato Grosso, Campus de Sinop como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga
Orientador

Prof. Dr. Oscar A. González Chong
Coorientador

Sinop-MT 2017

CIP – CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

B114s Babinski, Adriano Luis.
Sequência didática (SD): experiência da matemática / Adriano Luis Babinski. – Sinop, 2017.
89 p.: il.

Orientador: Dr. Miguel Tadayuki Koga.

Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado de Mato Grosso, *Campus* Universitário de Sinop, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-graduação Profissional em Matemática.

1. Matemática. 2. Matemática – Sequência Didática. 3. Geometria. 4. Triângulos. 5. Medidas Inacessíveis. 6. Mestrado Profissional em Matemática. I. Koga, M. T., Dr. II. Título. III. Título: experiência da matemática.

CDU 51:37.02

Ficha catalográfica elaborada pelo bibliotecário Luiz Kenji Umeno Alencar - CRB12037

ESTADO DE MATO GROSSO
SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACET – FACULDADE DE CIÊNCAIS EXATAS E TECNOLÓGICAS.
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMATICA EM REDE NACIONAL
PROFMAT UNEMAT - SINOP

ADRIANO LUIS BABINSKI

SEQÜÊNCIA DIDÁTICA (SD): EXPERIÊNCIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT no *Campus* Universitário de Sinop, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga

Aprovado em: 26/06/2017

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga - UNEMAT

Prof. Dr. João Frederico da Costa de Azevedo Meyer – UNICAMP/Campinas

Prof. Dr. Milton Luiz Neri Pereira - UNEMAT

SINOP – JUNHO - 2017

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma análise dos resultados obtidos por meio da elaboração e aplicação de uma sequência didática (SD). Cabe ressaltar, que a SD foi desenvolvida em uma sala de aula, do 9º ano do Ensino Fundamental, que frequentavam a Associação Vida no município de Sorriso. Buscou-se por meio dessa SD envolver os alunos nos estudos de Geometria, a fim de problematizar, refletir conceitos e minimizar problemas de aprendizagem. Utilizou-se de diferentes instrumentos didáticos para apresentar aos alunos como realizar medidas inacessíveis, sendo este o objetivo principal desta SD. Iniciou-se a SD com razão e proporção de figuras geométricas, sendo na sequência trabalhado semelhança de triângulos para posteriormente realizar atividades com medidas inacessíveis. Importante ressaltar também que esta SD buscou tratar com os estudantes a necessidade dos conceitos desenvolvidos em sala de aula, respeitando o conhecimento prévio dos estudantes. Para realizar este trabalho optou-se por utilizar os conceitos teóricos de Pais (2001) que aborda a SD, Brousseau (1986) para tratar de situações didáticas e adidáticas, Brito (2007), Bassanezi (2009) sobre a modelagem matemática e Onuchic (1999), D’Ambrósio (2010), entre outros, sobre a resolução de problemas, a história e as mudanças do ensino/aprendizagem de Matemática. Espera-se que esta proposta, contribua para as aulas de matemática no que se refere às dificuldades e dúvidas sobre semelhança de triângulos, e que instigue os alunos a realizar medidas inacessíveis, pois foi observado que os alunos se tornaram acessíveis e desprovidos de preconceitos em relação à aprendizagem da matemática, participando e interagindo das discussões e reflexões em sala de aula.

Palavras-chave: Matemática. Sequência didática. Geometria. Triângulo. Medidas inacessíveis.

ABSTRACT

The present work aims to present an analysis of the results obtained through the elaboration and application of a didactic sequence (SD). It should be noted that SD was developed in a classroom, the 9th year of elementary school, that attended the Life Association in the municipality of Sorriso. The aim of this SD was to involve students in Geometry studies in order to problematize, reflect concepts and minimize learning problems. Different didactic tools were used to present to the students how to perform inaccessible measures, this being the main objective of this SD. The SD was started with ratio and proportion of geometric figures, being in the sequence worked similarity of triangles to later carry out activities with inaccessible measures. It is also important to emphasize that this SD sought to deal with the students the need of the concepts developed in the classroom, respecting the previous knowledge of the students. To do this work we chose to use the theoretical concepts of Parents (2001) that approaches the SD, Brousseau (1986) to deal with teaching and aditional situations, Brito (2007), Bassanezi (2009) on mathematical modeling and Onuchic (1999), D'Ambrósio (2010), among others, on problem solving, history and changes in teaching/learning Mathematics. It is hoped that this proposal will contribute to mathematics classes with regard to difficulties and doubts about similarity of triangles, and to instigate students to take inaccessible measures, Because it was observed that the students became accessible and devoid of prejudice in relation to the learning of mathematics, participating in and interacting with the discussions and reflections in the classroom.

Keywords: Mathematics. Following teaching. Geometry. Triangle. Measures inaccessible.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Assim como os professores das diferentes disciplinas pertencentes ao currículo escolar– Português, Geografia, Ciências, História, entre outras – os professores de Matemática também enfrentam desafios no processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos, contudo buscam diferentes metodologias com a finalidade de melhorar a aprendizagem. Afinal, no processo ensino/aprendizagem, muitas vezes, cabe ao professor solucionar as dificuldades encontradas em sala de aula, buscando alternativas para minimizar as dúvidas e anseios dos alunos.

Semelhante aos enfrentamentos dos meus colegas de Matemática já mencionados, ressalto um pouco sobre a minha carreira de professor, pois tenho vivenciado experiências parecidas em minha trajetória docente que começou após a conclusão em 2008/2 do curso de Licenciatura Plena em Matemática na Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT, campus Cáceres/MT. No ano de 2011 efetivei-me na carreira de docente do Estado de Mato Grosso, e observei que, durante as aulas, era questionado pelos alunos sobre onde iriam utilizar determinado conteúdo em seu cotidiano e também indagavam sobre a possibilidade de fazermos uma aula diferente. Com isso, procuro, sempre que possível, realizar aulas com metodologias diferenciadas e/ou com problemas que envolvam os cotidianos dos estudantes.

Em março de 2014, fui convidado a lecionar na Associação Vida no município de Sorriso, sendo esta financiada por uma empresa privada, onde busco realizar atividades matemáticas diferenciadas. Por se tratar de uma turma com um número menor de alunos, percebi que as atividades desenvolvidas possibilitam a eles uma melhor compreensão do conteúdo abordado. Procurei sempre que possível, desenvolver as atividades que realizo com os alunos da associação, também com os estudantes da Escola Estadual José Domingos Fraga, onde também leciono há quatro anos.

No ano de 2015, iniciei o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, na Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT, campus Sinop/MT. Minha pesquisa está relacionada ao ensino de matemática para os estudantes do Ensino Fundamental. Diante disso, esta pesquisa apresenta uma sequência didática (SD) que foi desenvolvida em uma turma de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da associação. A turma era composta de dez alunos, cabe ressaltar que esses alunos são oriundos de diferentes escolas públicas do município de Sorriso. As atividades elaboradas e que constituíram o *corpus* de análise desta pesquisa foram desenvolvidas entre os meses de outubro e dezembro de 2016. Tais atividades tiveram por objetivo destacar a importância e a necessidade da Matemática (dando ênfase à Geometria) para a sociedade, "tanto como parte da cultura individual como por sua indispensabilidade para entender o mundo, para prever e, se possível, controlar os fenômenos" (LIMA, 2007, p. 155).

A SD apresentada e desenvolvida neste trabalho foi pensada com o objetivo de melhorar a aprendizagem dos alunos referente à geometria, levando para a sala de aula atividades com referência na realidade dos estudantes. O professor foi um mediador, propondo aos alunos sugestões de como poderiam realizar medidas inacessíveis, e esta foi desenvolvida posteriormente com ajuda do professor. Para isso o professor utilizou diferentes recursos didáticos, projetor multimídia, sombras, entre outras, para desenvolver as atividades propostas.

Este trabalho está dividido em três capítulos, o primeiro, intitulado "História do Ensino da Matemática", trata de forma geral a história das mudanças das propostas de ensino da matemática, a princípio com as contribuições gregas. Aborda também a situação no Brasil a partir da década de 20, quando alguns matemáticos viram necessidade na melhoria do ensino de matemática. No capítulo II, são apresentadas algumas concepções e métodos de ensino/aprendizagem de matemática, dando ênfase à SD. Muitos pesquisadores defendem a utilização das SD's como estratégia para melhorar o ensino de matemática. Outro ponto abordado neste capítulo são as formas de aplicação de SD para determinados conteúdos, assim como sua organização. E, no capítulo III, tem-se a apresentação e análise do *corpus* da pesquisa, sendo este constituído por atividades digitalizadas que foram desenvolvidas pelos alunos. Há neste capítulo também a metodologia utilizada, descrições e relatos do desenvolvimento e andamento da SD.

Esta SD tem a finalidade de aprimorar o conhecimento dos alunos a respeito de como conseguir realizar medidas inacessíveis. Diante disso, espera-se com esta pesquisa apresentar aos professores de matemática uma proposta, ou mesmo, uma proposta didática para que possam utilizar estas atividades com seus alunos, possibilitando adaptações dos exercícios.

1. HISTÓRIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA

1.1. CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

Ao longo do tempo, pesquisadores e professores de matemática vêm discutindo quais são as melhores formas de ensinar e aprender matemática, bem como as possíveis metodologias desse ensino. Diante disso, alguns questionamentos surgiram, como por exemplo, qual é o melhor caminho para ensinar o conhecimento matemático: o da ciência Matemática? A Matemática pura pela sua beleza e grau de incontestação? Ou a Matemática aplicada aos problemas cotidianos? Estes questionamentos aqui mencionados não surgiram hoje, ou seja, não são exclusivos da atualidade, visto que a história nos conta que a preocupação sobre qual método seria o mais eficaz para o ensino da Matemática já existia na Grécia antiga. Assim, essas indagações se constituíram, especialmente, por meio das propostas filosóficas dos pitagóricos e dos platônicos, desse modo a Grécia antiga era considerada o berço da civilização ocidental. Nesse sentido, a Matemática grega representou de forma significativa a primeira mudança de perspectiva na história, formando o primeiro rompimento com os métodos e estudos antigos.

Então ocorreram, entre os séculos VI a.C. e IV a.C., mudanças significativas na educação instituída pelos gregos, em particular nos estudos matemáticos que influenciaram seu desenvolvimento futuro e de seu ensino. Até esse momento, a matemática era utilizada essencialmente por meio de métodos práticos. Diante disso, os filósofos gregos começaram a se questionar, e consequentemente buscaram explicações referentes ao que se pode chamar hoje de matemática abstrata. Tais fatos ocorreram no período de 2.000 a.C. a 35 a.C. momento em que a matemática passou a ser estudada em uma perspectiva voltada para a conceituação, teoremas e axiomas.

> Eles praticaram uma matemática utilitária, semelhante àquela dos egípcios, mas ao mesmo tempo desenvolveram um pensamento abstrato, com objetivos religiosos e rituais. Começa assim um modelo de explicações que vai dar origem às ciências, à filosofia e à matemática abstrata. (D'AMBRÓSIO, 2010, p. 35)

Diante desse fragmento é possível compreender o quanto os filósofos e matemáticos contribuíram para o desenvolvimento dessa área na atualidade, uma vez que possibilitaram a construção do pensamento matemático relacionado ao abstrato. Nessa época destacam-se dois grupos gregos, os sofistas que acreditavam que a matemática era somente para formar bons oradores, e os platônicos que defendiam a ideia de que essa ciência desenvolveria o pensamento humano e o raciocínio.

Segundo Miorim (1998) a Grécia tem uma importância na contribuição para o entendimento dos estudos históricos e culturais da matemática, *"foi nesse período que, pela primeira vez, a matemática passou a ser considerada um elemento fundamental para a formação dos indivíduos sendo incluída num ciclo normal de estudos.* " Dessa forma, a matemática evoluiu com o desenvolvimento da sociedade, deixando de ser apenas uma ferramenta que auxiliava nos problemas práticos do dia a dia, para ser uma ciência que serviu como chave para analisar o mundo e a natureza em que vivemos.

Em relação a esses aspectos de matemática como ciência voltada para analisar o mundo, é possível verificarmos essas características nos PCN's (1997), vale ressaltar que os PCN's (1997) serão tratados de maneira detalhada em subtítulos posteriores. Entretanto, fazendo uma conexão com o assunto tratado aqui, verifica-se que houve mudanças no ensino da matemática e na formulação de um material que contemplasse essas mudanças aqui no Brasil. Propostas foram estruturadas para atender a essas mudanças, uma delas ocorreu em 1997, a estruturação dos PCN's (1997), que propôs mudanças no ensino brasileiro, assim, segundo o que consta nos PCN's (1997), a matemática "*do ponto de vista educacional, procura entender os processos de pensamento, os modos de explicar, de entender e de atuar na realidade, dentro do contexto cultural do próprio indivíduo"*.

Contudo, cabe ressaltar alguns questionamentos diante de tais mudanças, a primeira é se os professores de matemática foram preparados para compreender e refletir sobre essas mudanças propostas. E a segunda é se houve a preocupação no Brasil de melhorar a formação e as condições de trabalho dos professores, Onuchic (2008) questiona

> (...) como enfrentar a mudança preconizada pelos PCN? Quantos professores estão preparados para utilizar suas recomendações e levar aos seus alunos, em suas salas de aula, um conteúdo que pode se encaixar dentro de determinados padrões de conteúdo, suportados por padrões de procedimentos bem estruturados? (ONUCHIC, 2008)

Portanto, Onuchic apresenta indagações pertinentes, uma vez que a mudança vem de cima para baixo, fazendo com que professores fiquem despreparados para trabalhar de acordo com um material novo. Vale destacar também que a matemática é um saber historicamente em construção, ou seja, mudanças são necessárias, pois sua produção é feita nas e pelas relações sociais. Entretanto, é possível perceber que desde muito antes a matemática, assim como outras disciplinas, é apresentada por meio de mudanças preconizadas por parte dos chamados formadores de professores, que pouco discutem efetivamente a forma como seu ensino deve ser conduzido nas escolas, deixando, muitas vezes, o professor à margem dessa discussão.

1.2. ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL

O ensino da Matemática no Brasil teve uma abordagem mais significativa após a década de 20, quando, de acordo com Gomes (2004), ocorreu nesse período uma reforma no ensino no Brasil, conhecida como Escola Nova ou Escola Ativa. Essa reforma aconteceu tanto no ensino primário quanto na formação de professores e Gomes (2004) afirma que "*as mudanças efetivadas pelas legislações estaduais e do Distrito Federal vinculavam-se ao movimento pedagógico conhecido, entre outras denominações, como Escola Nova ou Escola Ativa*".

Apesar de ser uma proposta pensada pela burguesia, a mesma apresentou importantes avanços no campo educacional, chamados "métodos ativos" de ensino e aprendizagem, em que se destacaram a importância da liberdade da criança e o interesse do educando. Essa mudança possibilitou a adoção de métodos de trabalho em grupo, assim como o incentivo à prática de trabalhos manuais nas escolas. Outra característica foi a valorização dos estudos de psicologia experimental que possuía como propósito colocar a criança, não mais o professor, no centro do processo educacional, como sujeito.

Os matemáticos de todo o mundo vislumbraram na modernização da Matemática e desse modo, a preocupação nessa época já não era com o ensino elementar, mas sim com o secundário e superior. Este último, o ensino superior, se baseava na introdução do conceito de função, ou seja, um elemento unificador dos vários ramos da Matemática. Com isso, a modernização já representava uma tentativa de adequação do ensino aos estudos mais recentes no campo da Matemática, que tinham como uma de suas características o rompimento da barreira existente entre os campos matemáticos – aritmética, álgebra e geometria.

Pensando nesse rompimento, o diretor do externato do Colégio Pedro II, o Professor Euclides Roxo (1890-1950), implantou nesse colégio, em 1929, uma reforma do ensino de Matemática (Miorim, 1998). Para isso, seguiu tendências de âmbito global, cujo principal objetivo era o ensino de Matemática em todas as séries do currículo e a apresentação dos grandes blocos da Matemática escolar – aritmética, álgebra, geometria e medidas – em cada série, sem a divisão rígida de anos anteriores de escolaridade reservados para cada um desses blocos. Desse modo, Roxo fez a unificação das disciplinas aritmética, álgebra e geometria que faziam parte do currículo, transformando em uma disciplina intitulada “Matemática”.

Antes da unificação os jovens estudavam uma matemática fragmentada, conforme relata Miranda:

> (...) para ingressar no curso secundário, era obrigatória a realização do exame de admissão. Uma vez aprovado, o aluno estudaria as matemáticas nos quatro primeiros anos sendo: Aritmética, nos dois primeiros; Álgebra no segundo; Geometria e Trigonometria no quarto ano. Cada disciplina tinha características próprias, sem interferência das outras. (MIRANDA, 2003)

Dessa forma, com a evolução no ensino da matemática elementar, teve-se como objetivos a implementação da matemática nas séries escolares de maneira gradual (ROXO apud ROCHA, 2001). Tal constatação pode ser extraída do seguinte trecho do Relatório concernente aos anos letivos de 1927 a 1929, encaminhado por Euclides Roxo ao Diretor do Departamento Nacional de Ensino:

> Na cadeira de Matemática fez-se uma completa renovação, de acordo com as atuais diretivas pedagógicas dominantes, quanto a essa disciplina, em quase todos os países civilizados. Adotados somente para o 1º ano em 1929, será a nova orientação estendida, em 1930, ao 2º ano e, assim sucessivamente, a todos os anos do curso. Em consequência dessa reforma, deverão os alunos, ao invés de um exame final de Aritmética, outro de Álgebra e um terceiro de Geometria, fazer, no 4º ano, um exame final único de Matemática, sendo os do 1º, 2º e 3º de simples promoção. (ROXO, 1930)

Dassie e Rocha (2003) ressaltam que a proposta apresentada anteriormente foi criada para ser gradualmente implantada, e as transformações no ensino eram para acontecer paulatinamente. O ponto mais importante não estava propriamente nas alterações de conteúdo, mas sim na maneira que deveriam ser ensinados, tanto que no programa de 1929 constavam instruções detalhadas para sua execução no 1º ano, bem como o de 1930 portava instruções igualmente minuciosas para aplicação de seus conteúdos nos 1º e 2º anos.

Já em 1934, com a fundação da USP (Universidade de São Paulo), houve um avanço significativo no desenvolvimento da matemática no Brasil. Diante disso, São Paulo tornou-se o centro intelectual nas décadas de 30, 40 e 50, no que se refere aos estudos de matemática no Brasil. O primeiro curso de graduação em matemática da USP foi destinado para a formação matemática (Bacharelado), tanto para professores de matemática que lecionariam no ensino superior quanto no ensino secundário. Dessa forma, o curso de graduação trouxe uma nova concepção para o ensino superior no Brasil, sendo que o Curso de Matemática da USP contou desde seu início com a valiosa colaboração de renomados matemáticos italianos.

Diante desses avanços, em 1955 foi realizado o primeiro Congresso Nacional de Ensino organizado pela professora Martha Dantas na Bahia. Em outras partes do Brasil foram organizados diversos Congressos como no Rio Grande do Sul em 1957, em 1959 no Rio de Janeiro e no Pará, em 1962. Nestes congressos encontram-se também as primeiras manifestações das ideias defendidas pelo Movimento Internacional da Matemática Moderna (MMM), que ocorreu no Brasil entre as décadas de 60 e 70. Esses congressos tiveram como objetivo analisar a trajetória histórica da modernização da matemática escolar no Brasil, bem como as primeiras ações voltadas à formação dos professores para o ensino da Matemática Moderna. O que se tratava também nos congressos a partir do final do século XIX eram a descrição e análises das primeiras manifestações de modernização iniciadas na Europa, e suas repercussões aqui no Brasil.

Não obstante as novas ideias terem sido apresentadas e discutidas nesses Congressos, percebeu-se que não seriam somente por meio dos Congressos que desencadeariam o MMM no Brasil. Contudo, foi por meio das atividades desenvolvidas pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática - GEEM, fundado em outubro de 1961, que esse feito foi conseguido. O GEEM era constituído por professores do Estado de São Paulo, tendo como principal representante Osvaldo Sangiorgi e o NEDEM (Núcleo de Ensino e Difusão do Ensino da Matemática), no Paraná.

Após o primeiro contato com a proposta modernizadora desenvolvida nos Estados Unidos, durante sua participação em um seminário em Kansas, o professor Osvaldo Sangiorgi tomou a iniciativa de propor a realização de um curso de aperfeiçoamento para professores. O objetivo fundamental desse curso era a introdução da Matemática moderna para os professores de matemática. De acordo com Miorim (1998), durante o IV Congresso Nacional de Ensino da Matemática realizado em Belém - PA em 1962, o GEEM levou alguns exemplos de trabalhos bem-sucedidos com a Matemática Moderna e apresentou uma proposta de programa para a escola secundária orientada pelas ideias modernizadoras.

Outro fato de grande importância que ocorreu juntamente aos estudos da Matemática Moderna foi a criação da Lei de diretrizes e Bases da Educação (LDB) – Lei 4024 de 20 de dezembro de 1961, ou seja, mais uma reforma educacional. Dessa maneira, a parte mais importante para a matemática desta lei foi a sua inclusão em todas as séries do ginásio e em algumas do colegial, e também em cursos técnicos e regulares. Também estipulou que ficava a cargo dos Conselhos Estaduais de Educação determinarem as suas propostas curriculares, permitindo aos professores criarem seus planos de aulas.

Durante a ditadura militar, mais especificamente com a constituição de 1967, houve a alteração da estrutura educacional, sendo instituída a Educação Básica como obrigatória durante oito anos. Isso influenciou uma nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação aprovada em 1971, que implementou um modelo mais próximo daquele que existe atualmente. Em consequência do ensino se tornar obrigatório, houve um aumento significativo no número de matriculados nas escolas, mas a expansão que se seguiu a tal medida não foi acompanhada por aumento das verbas.

Como resultado do aumento das matrículas, ocorreu um crescente aumento na quantidade de escolas públicas e, diante disso, houve a necessidade de formação para professores. Entretanto, antes desses acontecimentos já havia carência de professores com formação específica nas áreas, conforme relata Pavanello,

> A ampliação das redes públicas de ensino de 1º e 2º graus, acentuada a partir de 68, impõe a necessidade da preparação de um maior contingente de profissionais para suprir este mercado, mesmo que de forma prematura e deficitária. Os cursos de licenciaturas até então existentes já eram bastante criticados, especialmente quanto à falta de 'unidade' entre as disciplinas de conteúdo e as pedagógicas. (PAVANELLO, 1993, p. 14)

Procurando melhorar a qualidade do ensino da Matemática com ênfase na formação dos professores no início da década de 70, começa a criação e a implantação de programas de pós-graduação, com a finalidade da capacitação de profissionais na área. Gomes (2012) relata que "*desde 1971, e, a partir de 1987, houve a criação de cursos específicos de pós-graduação em Educação Matemática, em nível de especialização, mestrado e doutorado, em vários estados brasileiros".*

Para Brito, a implantação dos programas de pós-graduação impulsionou o ensino de matemática, de forma que as universidades passaram a oferecer regularmente curso de verão, dando ênfase a iniciação científica, graduação, extensão universitária e aperfeiçoamento. Além do mais, tal feito passou a favorecer o interesse da publicação de artigos brasileiros em várias revistas internacionais.

> A criação dos programas de pós-graduação em matemática foi um importante fator para a melhoria de qualidade dos professores de graduação existente no país. A partir de 1970

> várias instituições passaram a ofertar regularmente cursos de verão versando sobre iniciação científica, graduação, extensão universitária, aperfeiçoamento ou mesmo de pós-graduação. De 1970 a 1980 as instituições Instituto de Matemática e Estatística IME – USP, Instituto de Matemática – IM – UFRJ, Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação – IMECC da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP e o IMPA passaram a ofertar programas de doutorado e mestrado em áreas matemáticas. Com a implantação dos programas acima mencionados logo surgiram ótimos resultados. (BRITO, 2007, p. 18 e 19)

Então em 1983, conforme é destacado por Carvalho (1993), o Ministério da Educação, por intermédio da CAPES, criou o projeto para a melhoria do ensino de Ciências e Matemática. No ano seguinte o projeto foi incorporado ao Programa de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (PADCT) passando a ter o nome de Subprograma Educação para a Ciência (SPEC), sem modificar seu objetivo básico de melhorar o ensino de Ciências e de Matemática, prioritariamente no lº grau.

> Em sua primeira fase, de 1983 a 1990, o Programa, com atuação vigorosa, financiou 169 projetos, em 86 instituições de 56 cidades em 21 estados brasileiros. Estes projetos agruparam-se em quatro grandes grupos de atividades: pesquisa em ensino de Ciências e Matemática (formação de professores — Magistério, Licenciatura e Pós-Graduação na área); atividades de treinamento; atividades extracurriculares (apoio a Centros de Ciências, feiras de Ciências, periódicos dedicados ao ensino de Ciências e Matemática, olimpíadas, etc); além disso, o SPEC distribuiu bolsas de estudo para mestrado, doutorado e pós-doutorado, no país e no exterior, e promoveu visitas de grupos de professores (inclusive professores de 1º e 2º graus) a centros importantes de ensino de Ciências e de Matemática no exterior. (CARVALHO, 1993)

Também na década de 80, houve uma análise crítica sobre o Movimento Matemática Moderna em paralelo ao processo de ensino e aprendizagem da matemática nas escolas brasileira. A análise crítica evidenciou uma quebra ideológica e conceitual, que dava suporte ao ensino de matemática e seu currículo, conforme cita Santos:

> A importância de se tomar esse movimento deve-se ao fato de que a partir daí constitui-se um campo de ideias concernentes aos currículos e ao ensino de Matemática que, em cada país, dará suporte a um ensino que observará, desde então, características culturais e condições locais e que é destinado a estudantes particulares, portanto, é situado. As dimensões desse ensino, que porventura sejam de natureza global, assim

> como as ações que delas decorrerão, são identificadas com base em variáveis que não seja exclusivamente a Matemática. A despeito de mudanças ocorridas no ensino de Matemática não se identificam, de lá para cá, rupturas, com esse campo de ideias. (SANTOS, 2008, p. 2)

Temos ainda que, após a realização de encontros locais, estaduais e nacionais de Educação Matemática, acontece em 1988 a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, uma sociedade civil, de caráter científico e cultural, cuja finalidade principal é incorporar profissionais da área de Educação Matemática ou áreas afins, sendo os membros da SBEM pesquisadores, professores e alunos que atuam na educação básica e superior no Brasil.

Diante disso, com o crescente avanço do ensino no país, foi realizada em 1996 uma nova reformulação na Lei de diretrizes e Bases da Educação (LDB), que contém a reestruturação da educação no país, bem como os principais parâmetros a ela ligados. Tal reestruturação trouxe algumas mudanças e a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais PCN’s (1997), conforme menciona Gomes,

> As mudanças ocorridas em relação às recomendações para o ensino da Matemática vinculadas à crise do Movimento da Matemática Moderna, à emergência e ao desenvolvimento da área da Educação Matemática, com a realização de um número enorme de pesquisas que contemplam muitas tendências e os mais diversos contextos em que se ensina a Matemática, têm repercutido nas propostas curriculares mais recentes. Entre elas, a de maior relevo é a dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental, de responsabilidade do Ministério da Educação – MEC –, publicada em 1997-1998. (GOMES 2012, p. 27)

Dessa forma, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN’s (1997) estabelecem como ponto central “(...) apontar metas de qualidade que ajudem o aluno a enfrentar o mundo atual como cidadão participativo, reflexivo e autônomo, conhecedor de seus direitos e deveres” (BRASIL, 1997), percebe-se, desse modo, que os objetivos do PCN’s (1997) estão voltados para as práticas sociais.

Levando em consideração que durante décadas o ensino de matemática no Brasil era voltado a conceitos formais abstratos, os Parâmetros Curriculares Nacionais PCN’s (1997) vêm idealizando um ensino mais crítico em paralelo ao cotidiano dos alunos, sem deixar de considerar as especificidades de cada contexto regional.

> O direcionamento do Ensino Fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores; - a importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento; - a ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas. (BRASIL, 1997, p. 21)

Com isso, percebe-se que os PCN's (1997) propõem um ensino de matemática voltada para o cotidiano e para formar um cidadão autônomo capaz de construir seu conhecimento. Desse modo, as estratégias atribuídas ao ensino/aprendizagem da matemática possibilitam ao aluno atribuir sentido às teorias matemáticas e construir um significado para as ideias matemáticas, superando o mecanicismo e não se retendo em apenas calcular ou fixar conceitos pela memorização ou fixação de exercícios.

Assim, existe uma luta constante para que os alunos decodifiquem o raciocínio, a aplicação lógica e analise das situações ao seu redor, tornando acessíveis os cálculos de qualquer gênero ou situação, relacionando as aplicações ou conceitos matemáticos. Perante essa situação os PCN's (1997) colocam que a Matemática:

> (...) comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades. Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, na organização de atividades como agricultura e pesca, a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade. Também é um instrumental importante para diferentes áreas do conhecimento, por ser utilizada em estudos tanto ligados às ciências da natureza como às ciências sociais e por estar presente na composição musical, na coreografia (BRASIL, 1997. p.30-31).

Dessa forma, a matemática possui papel fundamental na vida das pessoas, e está ligada a diversas áreas da Educação. De modo que nos PCN's (1997) foi apresentada uma proposta de concepção de ensino da matemática inovadora, na medida em que pode ser mudada e reformulada com o passar dos anos. Tais alterações buscam adaptar o ensino da matemática à realidade e às transformações ocorridas em cada época. Todavia nota-se que as mudanças deverão ser contínuas tendo em vista as transformações futuras que vierem ocorrer na educação brasileira.

2. NOVAS CONCEPÇÕES DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Em geral, o ensino de matemática precisa estar interligado e contextualizado junto às outras áreas do conhecimento, de forma a criar um paralelo com as situações práticas do cotidiano. Logo, os conceitos matemáticos no processo de aprendizagem devem ser abordados explicitando sua origem e finalidade, contribuindo assim para a formação integral do aluno. Conforme diz Bassanezi (2002) *“a aplicação correta da matemática nas ciências factuais deve aliar de maneira equilibrada a abstração e a formalização, não perdendo de vista a fonte que originou tal processo. ”*

Sabe-se que a matemática está presente na maioria das coisas que são realizadas no cotidiano, em algumas de maneira concreta e em outras de forma abstrata.

> Para além das dimensões científica e tecnológica, a Matemática se consolida como fundamental componente da cultura geral do cidadão que pode ser observada na linguagem corrente, na imprensa, nas leis, na propaganda, nos jogos, nas brincadeiras e em muitas outras situações do cotidiano. (MIGUEL; MIORIM, 2005, p.378)

Assim, é possível ver o quão participativa a matemática é do cotidiano das pessoas. Contudo, também se sabe da importância sobre as aplicações do conhecimento matemático, conhecimento este que pode ser adquirido pelo aluno por meio da resolução de problemas, onde:

> As aplicações do conhecimento matemático incluem a resolução de problemas, essa arte intrigante que, por meio de desafios, desenvolve a criatividade, nutre a autoestima, estimula a imaginação e recompensa o esforço de aprender, e também que relata a conexão entre a abstração e a realidade. São a conexão entre a abstração e a realidade. Para um grande número de alunos, são o lado mais atraente das aulas, o despertador que os acorda, o estímulo que os incita a pensar. (LIMA, 2003, p.184)

Mediante a isso, o que caracteriza o ensino/aprendizagem na educação matemática é a interação direta entre quem ensina (Professor) e quem busca o conhecimento (Aluno). Desse modo, é um processo mútuo, onde a aprendizagem caminha em paralelo com o processo de ensino, fazendo assim com que essa interação possa vir a favorecer tanto a compreensão como também a ampliação do conhecimento dos envolvidos.

Nesse sentido, Onuchic (2013) defende que há uma tríade, professor-aluno-saber. E, para haver um aprendizado mais significativo, deve-se estabelecer que esta tríade funcione de maneira adequada, para que o aprendizado de Matemática seja mais bem alcançado pelos alunos no processo de ensino e aprendizagem, como segue no trecho a seguir:

> Falar de ensino e aprendizagem implica a compreensão de certas relações entre alguém que ensina, alguém que aprende e algo que é o objeto de estudo – no caso, o saber matemático. Nessa tríade, professor-aluno-saber, tem-se presente a subjetividade do professor e dos alunos, que em parte é condicionadora do processo de ensino e aprendizagem. (ONUCHIC, 2013)

Por meio desses novos pensamentos estão surgindo formas alternativas de ensino/aprendizagem de matemática, tem-se então como possível alternativa, ou melhor, como uma sugestão para o professor, levar para sala de aula situações-problema a fim de serem trabalhadas nas aulas. De acordo com Brousseau (1986), as aulas devem ser preparadas de maneira a provocar o aparecimento dos conhecimentos que os alunos trazem, em respostas espontâneas ou não. Essas situações-problema devem ser, aparentemente, sem nenhuma relação visível para o aluno, mas tais que o professor saiba qual será a intenção didática desejada e que ele procure direcionar seus alunos caso esses estejam fugindo de sua intenção. Pois sabe-se que no andamento das aulas, muitas vezes, os alunos buscam de forma espontânea encontrar respostas para questões propostas sem ao menos examinar/refletir o sentido e a legitimidade da solução encontrada. O aluno que busca a solução dessa situação encontrada apresenta conhecimento, mas não, necessariamente, o conhecimento teórico da matemática. Esse saber deve ser construído durante o desenvolvimento da situação, sendo que o professor deve procurar direcionar o aluno que não está conseguindo. Portanto, essa construção do saber só evolui em função das decisões estabelecidas pelo aluno, ou seja, o professor precisa procurar condições objetivas para mostrar como este aluno pode resolver a situação.

Uma possibilidade de trabalho com essas situações-problema é a elaboração pelo professor de uma sequência didática (SD), que pode ser definida como uma série de situações estruturadas ao longo de uma quantidade prefixada de aulas. Essa sequência deverá ser devidamente estruturada, tendo essas situações o objetivo de tornar possível a obtenção de saberes, sem esgotar o assunto trabalhado. Desse modo, uma sequência didática não pode ter seu tempo de duração estipulado, mas sim esse tempo deve ter possibilidades de sofrer alterações de acordo com o planejamento, pois o seu cumprimento leva em conta as necessidades e as dificuldades dos alunos durante o processo.

É possível estruturar, aplicar e analisar uma SD em qualquer nível de ensino, considerando as especificidades dos envolvidos e os objetivos a serem adquiridos. Assim, a sequência didática é um modelo, segundo o qual deve-se considerar o ensino como projeto e ação social em que o aprendiz se apropria de um saber constituído ou em processo de constituição. Tem-se que a sequência didática na matemática busca condições de transmissão e apropriação dos conhecimentos matemáticos para os alunos.

Brousseau (1986) acredita que a forma didática em que se assenta a estruturação de uma sequência didática pode influenciar o aluno em relação aos significados, de modo que ele consiga interiorizar os conteúdos subjacentes, quando a situação didática lhe é apresentada, permitindo, dessa forma, uma intervenção preparada. Para Brousseau situação didática é:

> (...) um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...]. O trabalho do aluno deveria, pelo menos, em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos. (BROUSSEAU, 1986, p. 8)

Com base nesses argumentos, pode-se dizer que a Teoria das Situações Didáticas apresenta novos desafios para a busca de mecanismos que propiciem a melhora nos processos de ensino/aprendizagem da matemática. Segundo Brousseau seria uma teoria de aprendizagem, que pode ser desenvolvida através de uma situação formada pelas múltiplas relações pedagógicas, estabelecidas pela tríade professor-aluno-saber, cuja finalidade é desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conhecimento específico.

A atividade do professor não se restringe somente a comunicação de um saber, assim como o aluno não se constitui como um mero receptador. Desse modo, a situação didática considera que o aluno aprende se adaptando ao meio e ao saber, pois o meio sem a intenção didática não é suficiente para promover a aprendizagem. É necessário que o professor crie e organize situações de ensino para proporcionar aos alunos a apreensão dos saberes matemáticos. Diante disso, compete ao professor a iniciativa de organizar ou montar uma atividade bem elaborada, proporcionando aos seus alunos uma nova perspectiva de pensar e refletir determinada questão. Contudo cabe ao aluno aceitar o desafio da resolução desse problema e com isso iniciar o processo de aprendizagem.

Sabe-se que no decorrer da aprendizagem haverá algumas variações em que o professor não conseguirá exercer qualquer controle, mas em outras, razoavelmente terá o controle por meio da ação didática. Dessa forma, espera-se que o aluno reconheça que aquela atividade elaborada pelo professor foi preparada para que ele ampliasse seu conhecimento. Assim, ele poderá perceber a importância desse saber que é justificado pela conexão da situação e, desse modo, poderá construí-lo sem recorrer a razões didáticas.

Nesse sentido, o aluno só terá adquirido esse saber quando for capaz de aplicá-lo, por si próprio, às situações enfrentadas fora do contexto de ensino e na ausência de qualquer indicação intencional. Silva (2008) lembra que, para Brousseau, o planejamento de uma situação didática precisa ter momentos em que o aluno se encontre sozinho diante do problema a resolver, sem a intervenção do professor. Esse momento é considerado como a-didático, uma vez que o aluno deve se relacionar com um problema contando apenas com seus próprios conhecimentos, sentindo-se desafiado pelo problema e não com algum algoritmo pronto e fornecido pelo professor. O professor não deve intervir diretamente nas opções de solução. As situações a-didáticas constituem o momento de grande potencialidade justamente por poder vir a romper as condenáveis práticas da repetição e do modelo. Para Silva (2008), as situações didáticas e a-didáticas coexistem de forma harmônica sem que uma altere a outra, mas uma complementando a outra.

Diante disso, não é qualquer situação adidática que o aluno poderá ou até mesmo terá condições de resolver e, portanto, o professor é o responsável em fornecer ao aluno os suportes que estarão ao seu alcance.

Dessa forma, uma situação adidática será organizada pelo professor, e poderá de alguma forma fazer com que os alunos "sigam os passos" dos cientistas que conseguiram desenvolver a teoria de certo conteúdo matemático. Desse modo, o aluno se torna responsável pela construção de seu conhecimento, que não será transmitido unicamente pelo professor, mas que deverá ser construído pelo aluno com auxílio do professor caso haja necessidade.

Diante disso, Brousseau confirma que uma situação adidática

> é representada pelo esforço independente do aluno, em certos momentos de aprendizagem. Quando o aprendiz tem dificuldades na resolução de uma situação adidática, o professor deve expressar intenção de orientá-lo no encaminhamento da resolução, caracterizando, assim, uma situação didática. (BROUSSEAU, 1986)

Conforme destaca Brousseau, o professor deve saber que não poderá levar situações-problema de alta completude para os alunos conjecturarem essa teoria em poucas horas/aulas. Para isso é necessário que o professor elabore uma situação em que seja possível ocorrer uma devolução por parte do aluno, ou seja, uma devolução, que nesse caso está ligada ao aluno alcançar a resposta ao problema proposto. É necessário que o aluno perceba que a situação-problema proposta pelo professor faz parte do desafio, e é interagindo com este desafio que se possibilita a aprendizagem. Em uma situação adidática:

> o aluno deve ser sempre estimulado a esforçar-se para superar seus limites, na direção de adquirir novas competências com o seu próprio esforço. Portanto, é necessário que o professor oportunize ao aluno o máximo de independência, para que ele possa desenvolver seus próprios mecanismos para a resolução de problemas por meio de suas elaborações e de seus conceitos. O professor deverá encontrar um equilíbrio na

> quantidade de informações que devem ser passadas ao aluno. (TEIXEIRA E PASSOS, 2013, p. 165)

Diante disso, a situação adidática é considerada como parte fundamental de uma situação didática, onde a intenção do professor deve ser a de procurar estimular o aluno a organizar seus pensamentos até ele adquirir o conhecimento do conteúdo. De modo que o professor deverá fornecer aos alunos condições estimulantes para a aquisição do novo saber, portanto toda situação adidática pode tornar-se um tipo de situação didática.

Outra metodologia de ensino de matemática, conhecida como resolução de problemas, ainda pouco explorada também procura transferir para o aluno, em grande parte a responsabilidade pela sua própria aprendizagem. Há uma busca em fazer com que o aluno seja a parte principal desse processo, pois ele é colocado em uma posição na qual deve refletir sobre situações problemas relacionadas ao seu cotidiano. Esse método tem como objetivo possibilitar que a aprendizagem se realize na medida em que o aluno consiga confrontar suas concepções, e também construir os conceitos pretendidos pelo professor. Dessa forma, compete ao professor o papel de mediador, ou seja, possibilitar situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático.

Diante disso, a metodologia de resolução de problemas está sendo considerada uma maneira muito adequada de desenvolver essa aprendizagem, segundo alguns pesquisadores adeptos dessa proposta, Pozo, Echeverría, Angón e Onuchic, entre outros. O objetivo é ensinar a Matemática através da resolução de problemas, desenvolvendo desse modo, o raciocínio e estimulando o gosto pela matéria, de modo que os alunos aprendam de forma prazerosa. A adoção dessa alternativa metodológica ajuda a preparar os alunos para enfrentarem situações novas, seja na vida escolar seja nas atividades do seu cotidiano, bem como desenvolverem a autonomia, pois ao resolver problemas estão sempre tendo que tomar decisões. Tem-se então que

> a metodologia de 'Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas" constitui-se num caminho para se ensinar matemática e não apenas para se ensinar a resolver problemas. Nela, o problema é um ponto de partida e os professores, através da resolução do problema, devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. Numa sala de aula onde o

> trabalho é feito com a abordagem de ensino de matemática através da resolução de problemas, busca-se usar tudo o que havia de bom nas reformas anteriores: repetição, compreensão, o uso da linguagem matemática da teoria dos conjuntos, resolver problemas e, às vezes, até a forma de ensino tradicional. (ONUCHIC, 2008)

Onuchic (1999), defende esse método por acreditar que o ensino/aprendizagem de qualquer tópico matemático tem o seu início por meio de uma situação problema significativa.

> Ao se ensinar Matemática através da resolução de problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática, mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso. O ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis. Um objetivo de se aprender matemática é o de poder ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos) (ONUCHIC, 1999, p.207).

Vale aqui ressaltar o quanto é importante para o exercício da cidadania a competência de analisar um problema e tomar as decisões necessárias à sua resolução, torna-se algo indispensável para a vida das pessoas. Mas neste ponto é preciso estar atento aos problemas “fechados”. Entendem-se por problemas “fechados” aqueles que se organizam em frases curtas ou em pequenos parágrafos contendo somente dados que levam a um único procedimento para chegar a solução do problema, que pouco contribui para o desenvolvimento de habilidades. Enquanto que o problema do tipo “aberto” apresenta frases ou parágrafos mais longos, contêm por vezes dados suplementares, permitem vários modos de resolução, inclusive diferentes soluções, e procura levar o aluno à aquisição de procedimentos para resolução dos problemas. Dessa forma, a prática em sala de aula utilizando esse tipo de problema “aberto” acaba por transformar a própria relação entre o professor e os alunos, e entre os alunos e o conhecimento matemático.

Cabe ressaltar que a matemática é uma linguagem e um instrumento importante para a resolução, compreensão dos problemas e necessidades sociais. Tais conhecimentos são utilizados como instrumentos de relações no trabalho, na política, na economia, nas relações sociais e culturais. Desse modo, é por meio do conhecimento matemático que o homem reflete, analisa, critica, avalia, quantifica, geometriza, mede e organiza informações, contribuindo para o desenvolvimento do senso crítico, proporcionando dessa forma, condições necessárias para uma análise mais apurada das informações da realidade que o cerca, na medida em que esse conhecimento se inter-relaciona com as demais áreas do conhecimento.

A matemática ajuda de certa forma a estruturar o pensamento e o raciocínio relativo, ou seja, tem valor formativo, porém desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta útil para a vida cotidiana, ademais para tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a matemática como um sistema de códigos e regras que a torna uma linguagem de comunicação de ideias. Com isso, o aluno tem a possibilidade de modelar a realidade e interpretá-la, pois todas as pessoas sofrem influências da Matemática, de modo que cada um tem uma ferramenta a empregar, uma máquina a utilizar, um aparelho a pôr em funcionamento, sem falar dos arquitetos, contadores, engenheiros, agrimensores, entre outros, para os quais o uso profissional da Matemática tem um caráter permanente.

Algo perceptível nestes últimos anos são os estudos em educação matemática, que têm posto em evidência a modelagem matemática como um caminho para se trabalhar a Matemática na escola. A modelagem matemática pode ser entendida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. A modelagem matemática, percebida neste caso, como estratégia de ensino, apresenta fortes conexões com a ideia de resolução de problemas apresentada anteriormente. Nesse sentido, a resolução de problemas articulada com a ideia de modelagem matemática possibilita uma alternativa de se trabalhar utilizando projetos. Para desenvolver o trabalho com projetos, o professor precisa estabelecer os objetivos educativos e os de aprendizagem, selecionando os conteúdos conceituais e procedimentais a serem trabalhados, bem como preestabelecer atividades, provocar reflexões, facilitar recursos materiais, informações e analisar o desenvolvimento individual de cada aluno.

Em contrapartida, tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstrações de propriedades. Seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, o que pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Essa prática de ensino tem se mostrado pouco eficaz, pois a reprodução realizada após a explicação de alguns exemplos semelhantes, pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não compreendeu o conteúdo e/ou não sabe utilizá-lo em outros contextos.

De fato é muito recente a atenção ao conceito de que o aluno é agente da construção do seu conhecimento, pelas conexões que estabelece com seu conhecimento prévio num contexto de resolução de problemas. Entretanto, numa perspectiva de trabalho como essa, em que se considere o aluno como protagonista da construção de sua aprendizagem, o papel do professor passa a ter novas dimensões. Pois, além de organizador o professor também é facilitador nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias para aquele aluno que não tem condições de obtê-lo sozinho. Nessa função, faz explanações, oferece materiais, trabalha com textos, dentre outras ações.

Diante disso, outra função exercida pelo professor é a de mediador, uma vez que promove a análise das propostas dos alunos, procurando disciplinar as condições em que cada aluno pode intervir para expor, questionar e contestar as soluções obtidas. Nesse papel, o professor é responsável por relacionar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promovendo o debate sobre resultados e métodos, como também orientando as reformulações e valorizando as soluções mais adequadas. O professor também precisa decidir se é necessário prosseguir o trabalho de pesquisa de um dado tema ou se é o momento de elaborar uma síntese, por exemplo, em função das expectativas de aprendizagem previamente estabelecidas em seu planejamento.

Dessa forma, o professor passa a ser um incentivador da aprendizagem, aquele que mediará as análises e facilitará o processo de compreensão, diante disso, cabem ao professor muitas responsabilidades em relação à aprendizagem dos alunos. De modo que compete ao docente inclusive estimular a cooperação entre os alunos, algo tão importante quanto a própria interação professor-aluno. A cooperação possibilita o confronto entre o que o aluno pensa e o que pensam seus colegas, seu professor e as demais pessoas com quem convive, é, desse modo, uma forma de aprendizagem importante, uma vez que possibilita aos estudantes formular argumentos por meio do que dizem, descrevem e expressam, bem como de validá-los ante questionamentos, verificação e convencimento para com os outros.

2. 1. SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD) NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Pensando o processo de ensino e aprendizagem de matemática, por que não se pode tentar reaproximar o conhecimento matemático do empirismo que lhe deu origem? O que se percebe em sala de aula na maioria das vezes, é que os alunos demonstram mais interesse pela disciplina quando entendem alguma aplicação matemática do conteúdo que está sendo estudado.

Na busca por estratégias que auxiliam professores de matemática no processo de ensino/aprendizagem, pensando numa abordagem que trate de forma significativa o ensino de matemática, chegou-se à sequência didática. Dolz e Schneuwly (2004) defendem que as sequências didáticas são instrumentos que podem nortear os professores na condução das aulas e no planejamento das intervenções. A sequência de atividade pode ser concebida com base no que os alunos já sabem e, a cada etapa é preciso aumentar o grau de dificuldade, ampliando os conhecimentos prévios desses estudantes, sendo assim, a atividade deve permitir a transformação gradual de seus conhecimentos.

Desse modo, para dar início à discussão surge o seguinte questionamento, afinal o que é uma sequência didática (SD)? Pode-se usar SD em matemática? De acordo com BARBOSA (2002), a sequência didática consiste em uma série de atividades que criam um ambiente de modelagem matemática, portanto, as sequências didáticas são um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa. São organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para a aprendizagem de seus alunos. Dolz e Schneuwly (2004, p. 96) entendem a sequência didática como *“um conjunto de módulos escolares organizadas* *sistematicamente em torno de uma atividade de linguagem dentro de um projeto de classe”*. Dessa forma, as SD’s envolvem atividades planejadas de forma sistemática para a aprendizagem e avaliação dos conteúdos trabalhados em sala de aula.

Sabe-se que a utilização de recursos didáticos diversificados se justifica pelo fato de que, ao utilizar tais recursos, consegue-se atingir o maior número de alunos em sala de aula, uma vez que possibilita o contato com diferentes formas de aprendizado. Assim, é necessário que o professor procure combinar vários recursos metodológicos para desenvolver uma SD, como: software, lápis, papel, calculadora, material concreto, medições, plantas, etc., com o objetivo de abranger uma maior compreensão dos conteúdos ministrados.

Segundo Pais (2001), uma SD é um número de aulas planejadas sequencialmente e analisadas previamente com a finalidade melhorar o processo de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática.

2.1.1. ORGANIZAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Em relação à prática docente, é de conhecimento dos educadores que uma SD ou conteúdo que será posteriormente desenvolvido em sala de aula parte de um planejamento didático maior, em que o professor coloca o que espera dos estudantes ao longo do período que será trabalhado ou até mesmo ao longo do ano. Dessa forma, cada conteúdo trabalhado nesta SD precisou conter seus respectivos objetivos, e estes foram pensados de forma possível a serem alcançados pelos alunos. Afinal de nada adianta definir o conteúdo a ser trabalhado e enxertar uma série de objetivos desconexos, ou até mesmo não calcular corretamente o tempo, elaborando uma sequência para um período muito curto com conteúdo extenso. É preciso cuidar para não se trabalhar de forma rápida para conseguir terminar no prazo, pois isso poderá fazer com que os alunos não compreendam o conteúdo envolvido. Assim, uma SD deve ser pensada de maneira minuciosa, observando os detalhes para sua execução, e deve ser passível a mudanças, pois dependendo dos resultados obtidos durante a aula, o planejamento poderá sofrer alterações.

Então, após definir quais os conteúdos que seriam trabalhados na SD, foi preciso pensar quais métodos seriam utilizados para desenvolver as aulas. Também foi necessário pensar nas estratégias que seriam usadas para alcançar os objetivos propostos, ou seja, refletir sobre o melhor caminho para conseguir com que os alunos compreendessem o conhecimento científico trabalhado.

Dessa forma, cada atividade de uma SD deve ter uma intencionalidade, bem como objetivos e conteúdos direcionados para que os alunos compreendam passo a passo o que deve ser feito em cada etapa. Desse modo, para a organização desta SD foi preciso ter em mente uma primeira ideia sobre a ordem lógica em que posteriormente as atividades foram elaboradas. Logo, para que essa organização chegasse a um resultado esperado, foi necessário pensar quais seriam os seus pré-requisitos, ou seja, o que cada aluno deveria saber, em termos de aprendizagem e conhecimento do conteúdo ministrado, para somente ao término da sondagem prosseguir as atividades.

Vale ressaltar que foi realizada uma sondagem, pelo fato de que cada aluno tem diversas necessidades de aprendizagem, assim não se pode considerar que todos aprendem da mesma maneira e ao mesmo tempo, há as particularidades de cada um, pois não são homogêneos. Portanto, a organização e a elaboração da SD tiveram por objetivo buscar as condições didáticas necessárias à aprendizagem do aluno, e também estratégias de como ensinar cada conteúdo para conseguir resultados satisfatórios de aprendizagem.

Outro ponto importante foi em relação ao tempo de duração da SD proposta, uma vez que não foi pensada levando em consideração somente a quantidade de tarefas propostas, e sim a complexidade dos conteúdos e objetivos apresentados. Portanto, para determinar o tempo de duração de cada sequência (conteúdo), foi preciso levar em conta os objetivos que se tinha pretendido alcançar no aprendizado dos alunos. Assim, partiu-se do pressuposto de que cada ação exigiria mais ou menos tempo para ser realizada.

3. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA EM SALA DE AULA

Neste trabalho cuja proposta foi a elaboração e a aplicação de uma sequência didática (SD), visando proporcionar um melhor aprendizado do conteúdo selecionado para ser desenvolvido, que no caso foi realizar medidas inacessíveis. A classe selecionada para esta intervenção foi uma das turmas da Associação Vida, uma turma de 9º ano que possuía dez alunos. Essa associação tem o intuito de atender adolescentes oriundos de famílias carentes que residem em bairros periféricos, onde há os maiores índices de violência e abandono social do munícipio de Sorriso/MT. Desse modo, são estudantes de escolas públicas que necessitam de aulas de reforço para melhorarem seus desempenhos nas escolas que frequentam na cidade, inclusive na escola em que leciono, a Escola Estadual José Domingos Fraga. Outro objetivo da associação é inserir esses adolescentes no mercado de trabalho, e desse modo melhorar suas perspectivas profissionais, bem como possibilitar as condições necessárias para conseguirem o acesso à universidade.

Esta sequência didática a princípio tinha como proposta inicial ser iniciada com a explicação dos métodos para os alunos conseguirem realizar medidas inacessíveis através da semelhança de triângulos. Mas após uma conversa inicial do professor com os alunos, verificou-se a necessidade de começar por razão e proporção de figuras geométricas e imagens habituais, com o objetivo de desenvolver nas aulas diferentes concepções e melhorar o ensino de matemática, uma vez que foi observada uma dificuldade dos alunos no conteúdo de semelhança de triângulos. Tais dificuldades refletiram no desconhecimento das definições do conteúdo, não só no reconhecimento de figuras ou desenhos semelhantes, assim como dificuldades no cálculo das razões e na igualdade das proporções. Dessa forma, ao término dessa SD, pretendeu-se que os estudantes pudessem utilizar da semelhança e da proporção de triângulos o cálculo de medidas inacessíveis. Os conteúdos, assim como a SD trabalhada na turma, tiveram como objetivo principal melhorar o aprendizado dos alunos, solucionando as dúvidas e possibilitando a reflexão sobre o conteúdo proposto.

No decorrer de cada sequência foram realizadas atividades em grupos, duplas e também individuais, cada qual com sua intenção específica. Por exemplo, ao participar de uma atividade em grupo, o aluno pôde trocar reflexões, indagações e formulações das possíveis respostas com os colegas, e dessa forma, ter um aprendizado mais significativo e proveitoso uma vez que por meio de debates há a possibilidade de filtrar as ideias úteis para a resolução da atividade proposta.

Já uma atividade em dupla realizada nas aulas, por exemplo, teve como intuito uma interação mais focada, e porque não dizer mais expositiva, uma vez que possibilitou uma abertura maior ao aluno que não se expressou na atividade em grupo, e que nessa atividade ficou mais exposto para se expressar. Diante disso, cada aluno pôde apresentar suas hipóteses e confrontá-las com a do seu colega para chegar à solução do problema proposto. Já as propostas que foram realizadas individualmente, permitiram que os alunos testassem e expusessem seus conhecimentos adquiridos nas atividades desenvolvidas. Assim, a organização do planejamento, bem como dos exercícios e a metodologia utilizada foram pensadas por meio de critérios didáticos com base nos objetivos da cada atividade da sequência.

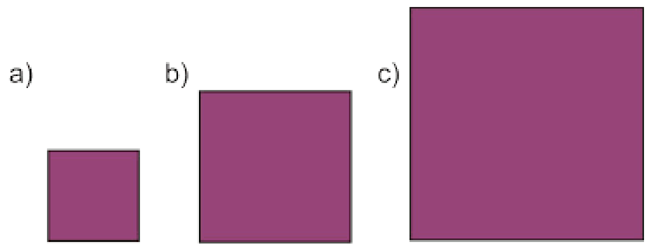
Portanto, esta SD foi desenvolvida tendo como objetivo principal fazer com que o aluno conseguisse realizar medidas inacessíveis através da semelhança de triângulos. Essas medidas despertaram a curiosidade nos alunos, uma vez que não faziam ideia de quais métodos utilizariam para realizar os cálculos. Diante disso, esta SD foi pensada numa abordagem da realidade dos alunos, utilizando para isso material concreto e alternativo, por exemplo, figuras, objetos, aparelhos eletrônicos, entre outros, aproveitando as potencialidades dos tipos diferenciados de instrumentos didáticos.

A avaliação do processo de ensino e aprendizagem da SD proposta para essa pesquisa foi realizada de diferentes formas, e teve como critério conseguir verificar se os objetivos foram totalmente ou parcialmente alcançados. Dessa forma, uma das perguntas que se buscou responder com o desenvolvimento desta SD foi se os alunos efetivamente compreenderam/entenderam os conteúdos ministrados, ou seja, se avançaram de maneira progressiva. Importante ressaltar que a resposta a essa indagação levou em conta o conhecimento prévio que os alunos tinham antes dessa sequência, para posteriormente compreender o que aprenderam após o término das aulas da SD, desse modo, verificou-se quais os conhecimentos adquiridos pelos alunos diante dos conteúdos abordados.

Para obter essa resposta, utilizou-se como metodologia a observação e anotação dos acontecimentos nas aulas, bem como o recolhimento de todas as atividades realizadas. O objetivo era de registrar os progressos de cada aluno, observando como cada um conseguiu realizar as atividades, desde a sondagem inicial – que já é uma situação de aprendizagem – até a etapa final. Após as análises desses registros, foi possível entender quais foram os avanços atingidos pelos alunos.

3.1. RAZÃO E PROPORÇÃO[1]

Na primeira aula foi apresentada a atividade 1 (anexo 2), contendo vários conjuntos de figuras semelhantes. O objetivo dessa atividade era de perceber se os alunos conseguiriam verificar a semelhanças entre figuras geométricas (quadrados, triângulos, entre outras) e imagens conhecidas por eles (imagens de casas, carros, entre outras). Desse modo, foi solicitado para que fizessem grupos de três pessoas, e logo em seguida foram entregues imagens semelhantes às figuras abaixo:



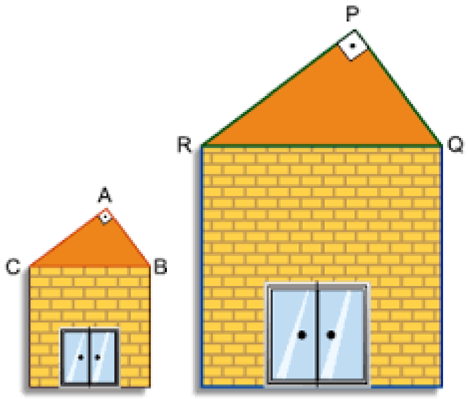
Após observação e análise das imagens responderam a seguinte pergunta: “Analise os grupos de figuras geométricas. Há relação entre estas figuras? Quais?”

Assim, foi observado o que cada grupo estava achando daquelas figuras apresentadas. Num dado momento, surgiu em um grupo que as figuras estavam em ordem crescente, e as chamaram de “ampliações”, e as que

[1] SD 1 Razão e proporção – Anexo 1

estavam em ordem decrescente, “reduções”. Também ouve o comentário que as figuras seriam semelhantes.

Depois do recolhimento dos exercícios mencionados, foi entregue a atividade 2 (anexo 3) que continha imagens do cotidiano, como no exemplo a seguir:



E o questionamento feito foi: “Observando estes grupos de figuras, há correlação entre elas? Quais? Justifique”.

Após o término e o recolhimento das atividades, transcreveram-se todas as respostas na lousa a fim de verificar o que cada grupo pensava sobre as respostas que foram dadas pelos outros grupos. Então, foi proposta uma socialização e interação entre os alunos dos diferentes grupos, referente às atividades desenvolvidas. A maioria dos alunos concordaram com o grupo que respondeu que as figuras eram “ampliações” ou “reduções”, mas que aquela não seria a resposta correta da atividade. Em relação ao grupo que colocou como resposta que as figuras dos quadrados e triângulos eram “diferentes e semelhantes”, quando foram questionados pelo professor sobre qual era o significado de “diferente”, eles responderam que eram coisas “não iguais”, e ao serem questionados sobre o que seria para eles o termo “semelhante”, eles responderam que eram coisas parecidas.

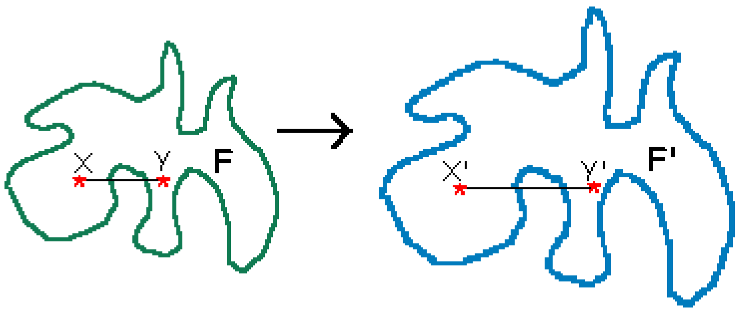
Então, o professor registrou na frente da palavra “diferente” e “semelhante”, respectivamente, não iguais e parecidos e em seguida, questionou se aquelas duas palavras possuíam o mesmo significado, e todos os alunos responderam que aquelas duas palavras possuíam diferentes significados. Portanto, eles viram que não se tratava do mesmo desenho, e concluíram que as figuras não eram diferentes, e sim semelhantes. Entretanto, até este momento da aula não fora explicado para os alunos o significado do termo semelhança.

Ao continuar a aula, observou-se que diante das figuras dos pentágonos, das circunferências e cubos, um grupo escreveu que eram iguais. E quando foram questionados, responderam que acharam as figuras iguais, justificando que elas tinham o mesmo formato e a mesma quantidade de lados. Então, o professor perguntou se os tamanhos não influenciavam na igualdade, questionando-os também sobre o que achavam se tratar aquelas figuras. Foi obtido como resposta unânime dos alunos que tais figuras também seriam semelhantes, assim como o quadrado e o triângulo que haviam sido discutidos anteriormente. Já a figura do hexágono que outro grupo tinha julgado como semelhante, ao serem questionados responderam que escreveram semelhantes porque possuíam o mesmo formato, em suas palavras “mesma quantidade de lados e tamanhos parecidos”, mas que não sabiam corretamente o significado da palavra “semelhança”. Com isso, o professor encerrou essa atividade perguntando se todos concordavam que aquelas figuras eram semelhantes, todos concluíram que sim, todas as figuras eram semelhantes. Cabe ressaltar que o professor até este momento ainda não determinou para os alunos qual a definição de semelhança.

Obteve-se também como resposta da atividade 2 (anexo 3), que as imagens do carro e do mapa eram diferentes, as pirâmides iguais e as casas eram semelhantes. Então, ao serem questionados sobre os motivos de chegarem a essa conclusão referentes àquelas imagens, bem como o porquê das respostas serem tão divergentes umas das outras. Teve-se como justificativa dos integrantes do grupo que, pela análise que fizeram, entenderam que a resposta não poderia ser a mesma, mas que haviam discutido sobre a semelhança entre as figuras apresentadas no exercício. Porém, decidiram colocar como resposta a palavra “diferente” tanto no carro quanto no mapa porque os tamanhos destes não eram iguais, assim havia uma “divergência” entre eles. Também responderam que as pirâmides eram iguais porque o formato e o tamanho delas eram em suas palavras “muito parecidos”, assim como as casas.

Em relação ao posicionamento dos grupos, verificou-se que na atividade 1 (anexo 2), os alunos se atentaram para a ampliação das figuras do quadrado, triângulo, pentágono, circunferência e cubo. E observaram que as figuras dos hexágonos foram reduzidas, desse modo, ao indagar aos alunos sobre por que chegaram a essa conclusão, eles responderam que com a reflexão feita por eles foi possível chegar à conclusão que havia uma figura, e esta era maior ou menor em relação à outra, dessa forma, possuíam as mesmas características. Já na atividade 2 (anexo 3), o grupo colocou que as figuras das casas, carros e mapas eram ampliações, e que as pirâmides eram sim semelhantes e, ao serem questionados do porquê que somente as pirâmides não eram uma “ ampliação” ou “redução”, responderam que por serem “parecidas” acharam que as pirâmides eram “semelhantes”, mas não sabiam explicar com detalhes o motivo de serem semelhantes.

Diante disso, o professor escreveu na lousa a afirmativa de que todas as figuras, tanto da atividade 1 quanto da atividade 2, eram figuras semelhantes. Ele também ressaltou que, no senso comum, as figuras semelhantes seriam figuras que se assemelham, figuras parecidas, ou seja, de mesma aparência. Logo, pode-se associar à ideia de figuras semelhantes, figuras que possuam tanto ampliações quanto reduções, desde que essas figuras tenham o mesmo formato. Assim, é possível dizer na matemática que duas figuras F e F' são semelhantes quando guardam entre elas uma proporção. O professor utilizou a imagem abaixo para explicar os conceitos de semelhança.



Então, tanto as figuras geométricas quanto as imagens conhecidas eram semelhantes, devido a terem algumas características em comum, por exemplo, formato, ângulos, lados e medidas proporcionais, entre outras. Desse modo, os alunos conseguiram compreender os conceitos e por que as figuras da atividade 1 e as imagens da atividade 2 são semelhantes.

Na aula seguinte, foi proposto aos alunos uma avaliação diagnóstica, (anexo 4), com o objetivo de saber qual era o prévio conhecimento dos alunos sobre razão, proporção, bem como o conhecimento deles sobre haver ou não diferença entre a fração, a razão e a proporção. A avaliação aplicada nessa aula foi individual, a fim de conhecer as particularidades de cada um por meio de perguntas direcionadas. As perguntas foram:

1) O que é razão? Cite exemplos.
2) O que é proporção? Cite exemplos.
3) Existe diferença entre fração, razão e proporção? Se sim, exemplifique.

Algumas respostas apresentadas:

Pergunta 1:

Razão é a soma entre números que são diferentes.
Ex. 10 e 25 $\frac{10}{25}$

A razão provavelmente é definida pela divisão de dois números.
$\frac{a}{b} = D$

É a divisão entre dois números.
Ex. $\frac{a}{b}$*, com o b* $\neq 0$*.*

$\frac{a}{b}$ *= o resultado é a razão entre a e b. (não tenho exemplo seguro).*

Desse modo, o aluno, ao ser questionado sobre o porquê, respondeu “soma entre números que são diferentes”, disse que havia colocado a palavra “soma” de maneira equivocada, e que na verdade pretendia responder “divisão entre números diferentes”. Diante disso, o professor concordou que ele se enganou, pois, o exemplo dado em sua resposta possuía uma divisão e não uma soma.

Já a maioria dos alunos defendia que razão é uma divisão entre dois números diferentes e somente um aluno afirmou que o número do denominador teria que ser diferente de zero. Quando indagado respondeu que nunca tinha visto uma divisão com zero, em suas palavras no número de “baixo”, mas que não conhecia a explicação. Então o professor começou a perguntar algumas divisões, exemplos, 6/2, 9/3, 8/1, ½,..., e quando perguntou 2/0, alguns alunos responderam 2 enquanto outros 0. Diante disso, o professor explicou que se dividirmos um número por zero, o resultado não poderá ser zero, não poderá ter como resultado o numerador, e também o resultado não será igual ao infinito. Então o professor fez o seguinte exemplo: se 2/0 = x, então 2 deveria ser igual a x*0. Mas, qualquer que seja o valor de x, se multiplicarmos por zero jamais iremos obter 2, pois o resultado será sempre zero. Portanto, não é possível dividir um número por zero, sendo a resposta indefinida.

Pergunta 2:

Se a soma de números que são iguais.

Ex. $\frac{4}{10} = \frac{6}{15}$ *4x15 = 6x10*

A proporção entre duas razões é obtida quando duas razão são equivalentes.

É quando a fração tem o mesmo valor. Ex. $\frac{a}{a}$

Que é igual, proporcional a.

$\frac{3}{3} = \frac{4}{4}$ *12 = 12 → iguais, proporcionais.*

Conforme os fragmentos citados acima é possível observar que o termo proporção foi interpretado por alguns alunos como algo proporcional, em suas palavras “igual”. Diante disso, o professor questionou os alunos o que seriam “equivalentes”, e obteve como respostas que seriam valores iguais. Em seguida, indagou o aluno que respondeu “ é quando a fração tem mesmo valor. Ex. a/a”, sobre o porquê de achar que proporção era composta por uma fração de mesmo valor. Todavia, sua resposta foi porque, para ele, proporção é uma fração igual, então seria com o mesmo número. Diante disso, o professor mostrou para a turma que é possível sim, ter divisões com números iguais, sendo elas de mesma proporção, portanto figuras iguais.

Observou-se também que um aluno respondeu a pergunta 2 da mesma maneira que a 1, “soma de números que são iguais”, mas o exemplo dado por ele foi com igualdade de frações, e ainda frações equivalentes. Desse modo, o professor observou que esse aluno possuía dificuldades em transcrever o significado de questões matemáticas. Quando o aluno foi questionado sobre os motivos de escrever soma nas duas perguntas, respondeu que nenhum professor havia pedido para ele escrever, sempre para resolver as contas. Continuou dizendo que nunca prestou atenção quando o professor escreve as definições no quadro, e que está acostumado a seguir os exemplos dados pelo professor para chegar aos resultados.

Outro aluno escreveu que proporção é “igual, proporcional”, atribuindo de forma semelhante à resposta do aluno anteriormente citado. Mas, mesmo sendo os mesmos valores para numerador e denominador, o professor explicou também que daquela forma não teria uma proporção, as figuras ou qualquer outro exemplo seriam iguais. Então, nenhum dos alunos colocou que proporção seria a igualdade entre duas frações, frações estas que devem ser equivalentes. Porém demonstraram ter ciência de que ela representa valores iguais.

Diante da pergunta 3, a maioria dos alunos que participaram respondeu somente “não” sem justificar ou exemplificar. Outro aluno respondeu “sim”, mas também não justificou e não exemplificou. Contudo, a resposta dada por outro aluno que também respondeu sim, chamou a atenção. Segue a resposta:

Sim, fração é a representação de partes em um todo.
$\frac{3}{4}$ *(três partes de 4 (todo), que é diferente de razão* $\frac{a}{b} = c(a:b)$
e proporção $\frac{6}{6} = \frac{3}{3}$ *18 = 18.*

Desse modo, os alunos foram questionados se concordavam que não havia diferença entre fração, razão e proporção, e obteve-se a seguinte resposta: “fração, razão e proporção todas são divisões, então são iguais”. Diante disso, foi solicitado ao aluno que respondeu “sim” e também exemplificou, para que fizesse a leitura de sua resposta, devido ser o único aluno a ter respondido que existe diferença entre fração, razão e proporção e também exemplificado sua resposta. Após realizar a leitura de sua resposta, destacou para a turma que era isso que ele achava, pois não poderiam ser iguais por possuir diferentes significados, mas não tinha certeza se a sua resposta estava correta. Ele também comentou que, no exemplo de proporção, tinha se equivocado novamente, pois aquele exemplo não teria proporção, e sim uma igualdade. Já o aluno que só respondeu “sim”, falou que pensava que tem diferença, mas não sabia quais seriam essas diferenças.

Com isso, ao continuar a sequência didática nesta aula, foram mostradas aos alunos as definições de fração, razão e proporção. Também foram citados exemplos de cada um. Em seguida foi explicado e debatido com os alunos o motivo, a razão pelo qual os três serem diferentes. Após a conclusão o professor percebeu que os alunos ficaram surpreendidos, pois a maioria achava que se tratava tudo da mesma coisa, logo depois dos exemplos conseguiram entender qual seria a diferença entre elas.

Na aula seguinte (anexo 5), o objetivo era fazer com que os alunos entendessem e compreendessem o significado de razão e proporção trabalhados na aula anterior, por meio de objetos do próprio material escolar, ressaltando que o principal objetivo era que eles realizassem suas medidas. Então, foi utilizado o projetor multimídia como um instrumento para produção de sombras na sala de aula, e a lousa como tela de projeção. Foi solicitado aos alunos para que formassem duplas, e um deles colocasse no projetor multimídia algum objeto do seu material escolar, por exemplo, borracha, caderno ou lápis. O objetivo desse procedimento era formar uma sombra, no caso com um material escolar, para que os alunos pudessem observar essa sombra projetada, e assim, o outro aluno da dupla realizasse o contorno da sombra projetada. Então, foi medido o comprimento e a largura do objeto, e anotado. Depois foram tiradas as medidas do desenho da sombra e anotado ao lado das medidas anteriores. Após a finalização das anotações das medidas, realizaram-se os seguintes questionamentos.

1) Qual a diferença entre essas duas medidas?
2) Qual delas é maior?
3) E quantas vezes?

Foi obtido como resposta da maioria dos alunos que a imagem projetada era sempre maior que o objeto original, e a sua diferença ou quantas vezes a projeção era maior dependia da distância que ficava o projetor da lousa. Então o professor fez a seguinte pergunta: se colocasse o projetor próximo da lousa era possível que o objeto original ficasse maior que sua sombra projetada?

Todos responderam que sim, e tiveram comprovação de sua resposta quando um aluno colocou seu caderno no projetor e a sua sombra ficou menor.

Realizada a experiência da projeção dos objetos juntamente com suas medidas, seguiu-se para a apresentação do conceito de razão e proporção com números, utilizando as medidas que uma dupla realizou de um lápis:

comprimento do lápis = 10 *comprimento da sombra do lápis = 30*

largura do lápis = 0,5 *largura da sombra do lápis = 1,5*

$$\frac{10}{0,5} = \frac{30}{1,5} \ ou \ \frac{0,5}{10} = \frac{1,5}{30}$$

E depois, através de expressão algébrica:

comprimento do lápis = a, *comprimento da sombra do lápis = b,*

largura do lápis = c *largura da sombra do lápis = d.*

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} ou \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

Portanto, durante essa aula os alunos conseguiram visualizar a existência de outras relações que conduzem ao conceito de proporção, utilizando figuras geométricas, desenhos, entre outros. Na sequência da aula, foram entregue para as duplas formadas anteriormente algumas figuras (anexo 6), parecidas com a seguinte:

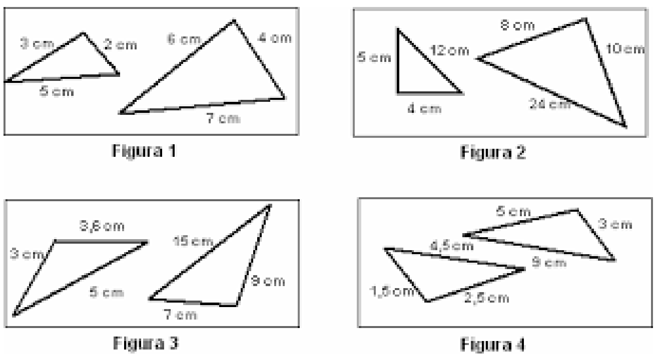


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Estas eram semelhantes e proporcionais, assim foi pedido para que encontrassem a proporção entre elas. Todas as duplas conseguiram visualizar que as figuras eram semelhantes, pois possuíam as mesmas características, mas algumas ficaram com dúvidas na hora de montar a proporção, pois não estavam conseguindo uma igualdade após a resolução. Diante disso, o professor procurou sanar as dúvidas, explicando aos alunos que deveriam sempre comparar, por exemplo, lados que possuem as mesmas características, desse modo conseguiram concluir a atividade com sucesso.

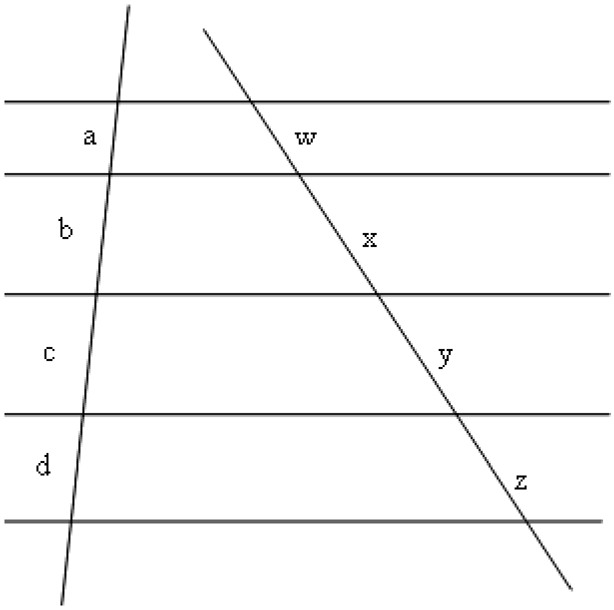
Nas aulas seguintes (anexo 7) procurou-se conceituar o teorema de Tales, para que os alunos conseguissem reconhecer e aplicar o teorema como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade na resolução de problemas em diferentes contextos.

Diante disso, para iniciar a discussão sobre a proporcionalidade no teorema de Tales com os alunos, foram distribuídas folhas pautadas e pedido que, utilizando as linhas, traçassem três retas paralelas e duas transversais interceptando-as. Cabe ressaltar que o professor construiu alguns modelos na lousa para servir de exemplos, e também explicou previamente o conceito de retas paralelas e transversais, e com isso os alunos utilizaram os exemplos como base para elaborarem os seus respectivos traçados.

Após a construção das retas, o professor solicitou que marcassem os pontos de intersecção formados da mesma forma que ele realizou na lousa em seus exemplos. Depois foi pedido que utilizando uma régua, cada um deveria medir o comprimento entre os pontos marcados, anotando os valores, e em seguida era para dividirem a medida de um pelo outro em cada transversal. Os alunos se surpreenderam com o resulto, afinal não sabiam que os quocientes ou como nas palavras dos alunos a “divisão” das duas retas iriam ter a mesma resposta, desse modo, ficaram admirados. Então foi solicitado que aumentassem o espaço entre as paralelas e refizessem os cálculos, outra surpresa: quocientes iguais. Em seguida, o professor começou a fazer questionamentos sobre o que achavam de obterem resultados iguais com a divisão calculada por eles. Entretanto, mesmo construindo uma reta transversal com bastante inclinação e a outra não, nenhum dos alunos soube ao certo explicar o motivo pelo qual isso sempre ocorria.

Logo na sequência da aula, apresentou-se o conceito do teorema de Tales:

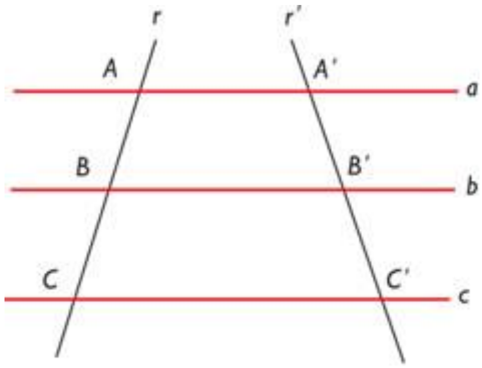
> Um feixe de paralelas determina sobre duas transversais segmentos proporcionais.



$$\frac{a}{b} = \frac{w}{x}$$
$$\frac{b}{c} = \frac{x}{y}$$
$$\frac{c}{d} = \frac{y}{z}$$

(SANTOS, 2009, p.09)

Utilizando o exemplo acima, foi explicado aos estudantes o conceito do teorema de Tales, que sempre existe a proporção entre segmentos de transversais delimitadas por paralelas. Logo em seguida, foi entregue aos alunos o desenho abaixo:



Então, o professor pediu para que os alunos atribuíssem valores para três dos quatro segmentos e que calculassem a resposta com os valores atribuídos nos desenhos realizados, em seguida, que repetissem os cálculos com outros valores.

Após concluírem essas atividades, foi debatido com a turma sobre quais segmentos eram proporcionais, sempre destacando a importância de justificarem as respostas. Buscou-se sempre ouvir o que eles pensavam a respeito das atividades, e apresentando um ponto de vista teórico e prático para que entendessem a proposta e o conceito.

Para concluir essa sequência de atividades e encerrar a SD sobre razão e proporção, foi entregue uma lista de exercícios (anexo 8), para os estudantes. Esses exercícios possuíam questões com diferentes graus de dificuldade. Algumas foram resolvidas mais rapidamente, por estarem os alunos mais familiarizados com os métodos de resolução. E outras atividades possuíam um grau de dificuldade maior, uma vez que os alunos da turma tinham dificuldades em responder, optando por solicitar a ajuda do professor. Entre esses exercícios havia alguns que continham resoluções de problemas, e outros exercícios que seriam realizados diretamente por meio de cálculos, portanto precisavam de estratégias variadas para serem solucionados. Dessa forma, o objetivo dessa lista de exercícios era sanar as dúvidas referentes ao conteúdo trabalhado.

3.2. SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS[2]

Como primeira aula desta segunda parte da SD, foi pedido aos alunos como atividade de casa (anexo 10) a realização de uma atividade voltada para a medida de algo inacessível, podendo ser um objeto ou alguma construção de que gostariam de conhecer suas medidas, por exemplo. Assim, eles deveriam desenhar, bem como relatar quais procedimentos utilizaram para conseguir realizar a tarefa.

Desse modo, em momento posterior já em sala de aula, o professor iniciou a aula verificando se os alunos haviam conseguido realizar a atividade de casa, mas obteve como resposta que não faziam ideia de como conseguiriam descobrir as medidas de altura ou comprimento de algo inacessível. Como nenhum dos alunos conseguiu trazer a atividade pedida, ele passou para a atividade seguinte da SD, para posteriormente entrar em detalhes de como poderiam fazer o cálculo de algum objeto que possui medida inacessível.

Diante disso, na sequência da aula, foi aplicada uma avaliação diagnóstica (anexo 11) em grupos de alunos e o intuito disso era identificar o

[2] SD 2 – Semelhança de triângulos - Anexo 9

prévio conhecimento do aluno em relação à semelhança de figuras geométricas. Esta avaliação consistia em uma imagem que estava colorida, onde cada figura geométrica diferente apresentava uma cor, e outros três conjuntos de imagens de figuras também diferentes para os alunos colorirem, seguindo o exemplo dado.

Imagem colorida

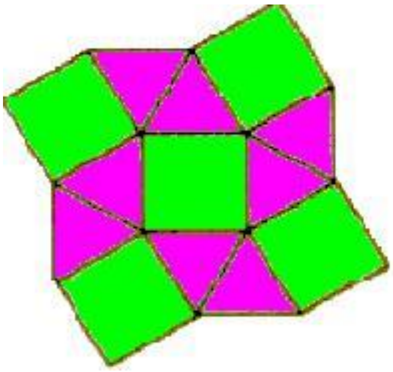
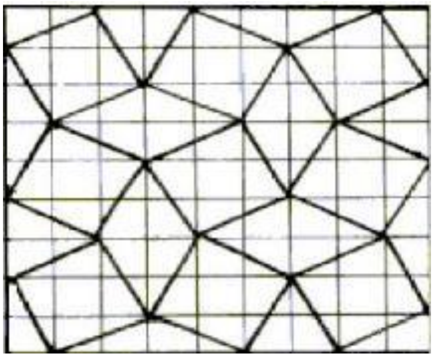


Imagem para colorir



Essas imagens continham quadrados, losangos, retângulos e em todas as figuras havia triângulos, de modo que o triângulo seria utilizado para medir algo inacessível, através da sua semelhança. Após colorir, a atividade pedida pelo professor foi para responderem um questionário.

Uma das perguntas do questionário era para citar o nome dos polígonos encontrados na figura dada, sendo que todos os grupos responderam corretamente esta pergunta e com isso o professor percebeu que os alunos apresentaram um bom conhecimento em relação a conhecimento de nomenclatura de polígonos. Outra pergunta seria para colocarem qual critério foi utilizado para determinar que aqueles polígonos eram semelhantes, obteve-se como resposta que o critério que utilizaram para ver a semelhança dos polígonos foi por causa dos ângulos e lados, e também porque todas as figuras que estavam nas imagens são geométricas, então por isso, são semelhantes.

A terceira pergunta era para responderem qual o número de triângulos encontrados nas figuras dadas, sendo que a resposta correta na figura 1 era 12, na figura 2 e 3, 24 triângulos. Obteve-se de um grupo o valor correto de triângulos nas 3 figuras, enquanto outro grupo colocou que na figura 1 e 2, tinha 4 triângulos, e na figura 3 que continha 16 triângulos. Então o professor questionou os alunos porque tinham colocado aquela quantidade, que não seria o valor correto de triângulos, e obteve como resposta que tinham achado que era para colocar o número de triângulos que eram da mesma cor, então os triângulos que eram semelhantes e com isso o professor pediu para que recontassem, e então informaram o número correto de triângulos em cada imagem.

A pergunta seguinte era para informar entre os triângulos encontrados, quantas cores diferentes utilizaram para colorir. A resposta obtida, foi que na figura 1, utilizaram 5 cores, sendo 3 o correto, na figura 2 um grupo colocou 8 cores e o outro grupo 5 cores, sendo o correto 4 cores diferentes, e na figura 3 os grupos colocaram que foram 4 cores sendo o correto 2 cores diferentes. Com isso o professor conseguiu perceber que nas figuras 1 e 3, a contagem que eles realizaram foi o total de cores diferentes que utilizaram, portanto contaram todas as figuras geométricas que existiam nas figuras, sendo que o total de figuras estava correto com o valor que responderam, mas na figura 2, os dois grupos colocaram o valor errado de figuras, o correto é 7, sendo que um grupo colocou 8 e outro grupo contou como sendo 5 cores utilizadas. Ao serem questionados pelo professor porque tinham contado todas as figuras geométricas, responderam que não tinham percebido que a pergunta se referia somente aos triângulos.

A próxima pergunta era para os alunos responderem qual o critério utilizado para diferenciar esses triângulos. A resposta dada por um grupo foi que diferenciaram os triângulos por causa dos lados e ângulos. Outro grupo porque tinham colorido diferentemente esses triângulos, e responderam ao professor que, para colorir os triângulos, olharam o tamanho e a posição em que os lados estavam. Como última pergunta do questionário, colocariam o nome dos triângulos encontrados. A resposta correta seria que na figura 1, tínhamos triângulos retângulos e isósceles e nas figuras 2 e 3, somente triângulos isósceles, e um grupo acertou a resposta das três figuras e outro grupo colocou o nome de todas as figuras geométricas existentes nas figuras.

Na aula seguinte (anexo 12), o professor procurou explicar os critérios que eles poderiam ter utilizado para identificar a semelhança das figuras. O objetivo era fazer com que os alunos compreendessem melhor os critérios de semelhança de triângulos, para isso foram utilizados triângulos de diferentes formas e tamanhos, confeccionados em papel A4 pelos alunos durante a aula. O propósito dessa atividade com figuras geométricas concretas, no sentido de palpáveis, era fazer com que os alunos realizassem as medidas dos ângulos e dos lados para identificar e compreender quais eram semelhantes. Foi uma atividade de grande relevância para os alunos, pois com isso eles conseguiram perceber os critérios para a semelhança de triângulos. Na sequência, o professor buscou contar a história de como surgiu os estudos sobre semelhança de triângulos e sua utilidade, com ênfase para calcular medidas inacessíveis.

Utilizando os triângulos construídos pelos alunos, o professor procurou apresentar os casos de semelhança de triângulos, conforme anexo 13. Terminada a construção e a explicação dos casos de semelhança, o professor comentou que dois triângulos serão semelhantes se satisfizerem duas condições simultaneamente: se seus lados correspondentes possuírem medidas proporcionais e se os ângulos correspondentes forem iguais (congruentes).

Então, após o encerramento da explicação sobre os critérios para a semelhança de triângulos, o professor passou na lousa perguntas, com a finalidade de ver se os alunos conheciam o significado de medidas inacessíveis. Segue as perguntas, bem como algumas respostas:

1) O que são medidas inacessíveis? Cite exemplos

Alturas e distâncias que não podem ser medidas.
Ex. prédios, torres.

Coisas que é difícil de ser medida.
Ex. prédios, torres, poste, etc.

São medidas impossíveis.
Ex. círculos e formas arredondadas.

Distâncias e alturas que não podem ser medidas.
Ex. prédios, torre, etc.

São medidas que não são de fácil acesso.

Diante das respostas, o professor verificou que o conhecimento dos alunos em relação às medidas inacessíveis não estava totalmente correto, pois a maioria colocou que seriam medidas que não se podem ou que são impossíveis de medir. Então não haveria possibilidade de medir a altura de um prédio ou de um poste, exemplo dado por eles. Responderam também que o motivo de achar impossível fazer medidas inacessíveis era porque acreditavam que não teriam condições de realizar essas medidas, sem ao menos ter uma escada para subir na lateral com uma trena ou algo semelhante para auxiliar na medida, assim acreditavam que não era possível medir a altura de um prédio ou um poste, devido ser inviável utilizando os métodos tradicionais.

2) Você tem interesse em medir algo de medida inacessível?

A maioria dos alunos responderam somente sim, que possuem interesse em medir algo. Um aluno colocou que não possui interesse. E outro aluno que sim, se tivesse uma forma de medir.

Então, avaliando as respostas dos alunos na pergunta acima, o professor teve a ideia que a maioria tem interesse em conseguir realizar medidas inacessíveis, mas que não possuíam conhecimento de como fazer essas medidas.

3) Quais métodos/ferramentas você utilizaria?

Todos os alunos responderam que usariam régua, trena, ou fita métrica. Novamente, os alunos pensaram que só poderiam fazer medidas inacessíveis utilizando métodos tradicionais. Quando foram questionados qual seria a maneira que com uma trena eles mediriam a altura de um prédio, eles discordaram dos métodos tradicionais, e alguns comentaram que poderia ser feito talvez através de algum programa computacional ou medir a altura de um andar e contar quantos andares o prédio tem e multiplicar. Mas que essa medida não seria exatamente a altura do prédio, e sim semelhante, portanto chegaram a conclusão de que com métodos tradicionais não poderiam realizar medidas inacessíveis.

Depois de responderem às questões anteriores, o professor passou à seguinte questão:

4) Você conseguiria realizar alguma medida inacessível utilizando triângulos. Como?

Talvez, medindo somente a sombra.
Talvez, encaixando um triângulo em outro.
Sim, medindo os lados de forma impossível.
Talvez, encaixando os triângulos.
Sim, utilizando métodos que aprendi.

O professor percebeu através das respostas dadas pelos alunos que após ter trabalhado razão, proporção e semelhança de triângulos, os alunos observaram que poderiam utilizar esses conhecimentos para conseguir fazer medidas inacessíveis. Diante disso, o professor explicou que poderiam realizar a medida da altura de um poste, por exemplo. Contudo, o professor obteve como resposta dos alunos que poderiam utilizar semelhança de triângulos. De modo que o primeiro triângulo formado utilizaria a altura do poste, cujo valor é desconhecido, juntamente com a medida de sua sombra. O segundo triângulo será formado por meio da medida da altura do aluno e de sua sombra em paralelo com o poste. Para assim, construir uma proporção através da semelhança dos triângulos. Dessa forma, por meio do cálculo da altura de um poste, altura esta inacessível, os alunos conseguiriam saber como medir outros elementos que também possuem medidas inacessíveis.

Então, após preparar os alunos em sala de aula (anexo 14), foi realizado inicialmente a medida da altura de cada um, segue uma foto:

MEDINDO A ALTURA DOS ALUNOS

(FONTE: Arquivo pessoal do autor.)

Na sequência organizaram-se os alunos para fazer as medidas de suas sombras, e também da sombra do poste. Seguem fotos:

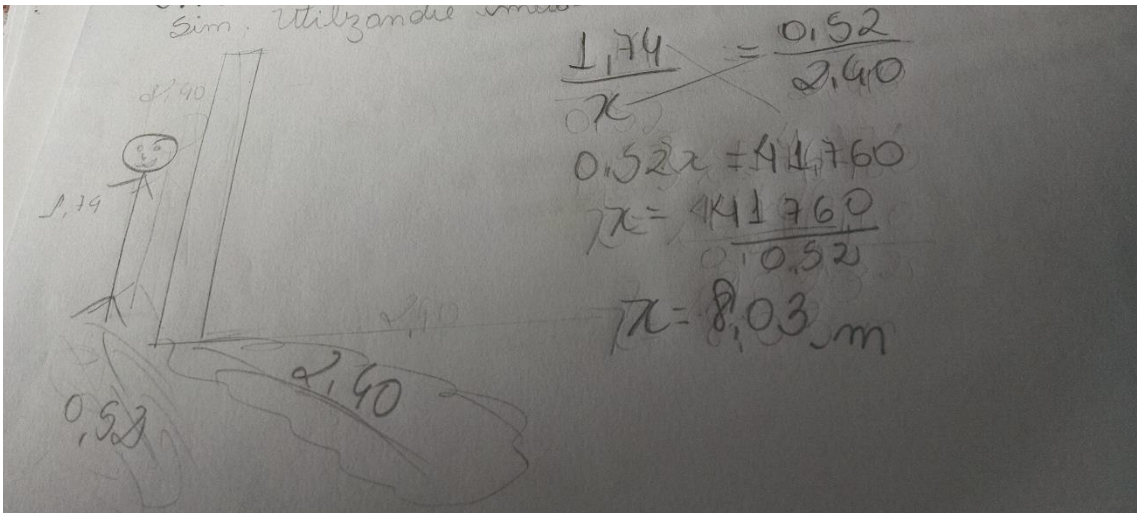
MEDINDO A SOMBRA DO POSTE

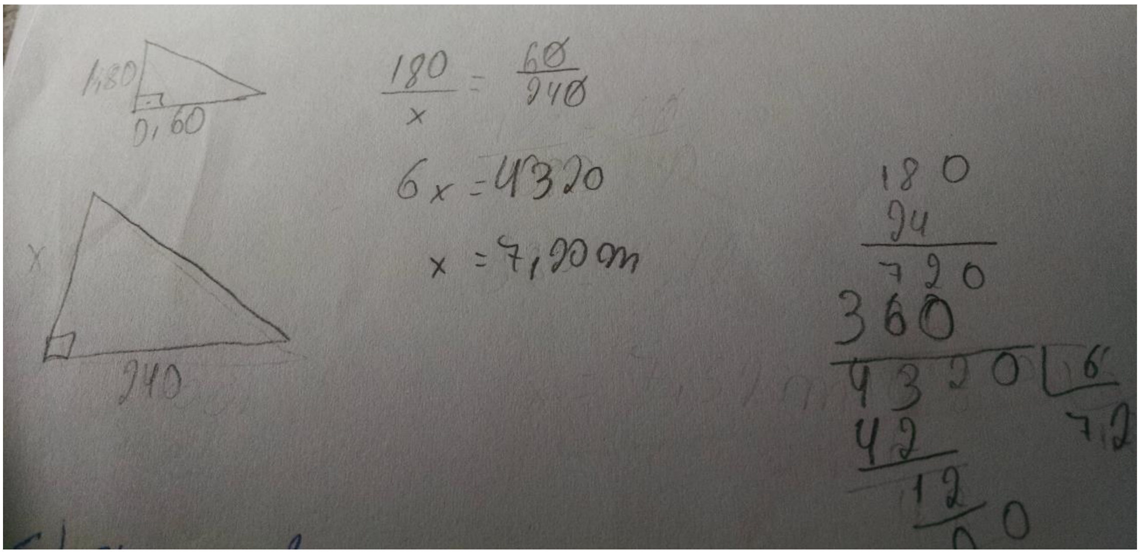
(FONTE: Arquivo pessoal do autor.)

MEDINDO A SOMBRA DE UM ALUNO

(FONTE: Arquivo pessoal do autor.)

Concluídas as medidas, todos voltaram para sala (anexo 15) para finalizar a atividade, onde o professor propôs aos alunos que construíssem no papel A4, o desenho que achavam mais coerente para calcular a medida da altura do poste, e então verificassem a semelhança dos triângulos, bem como os lados proporcionais para organizar a proporção entre os triângulos. Seguem fotos da atividade realizada:



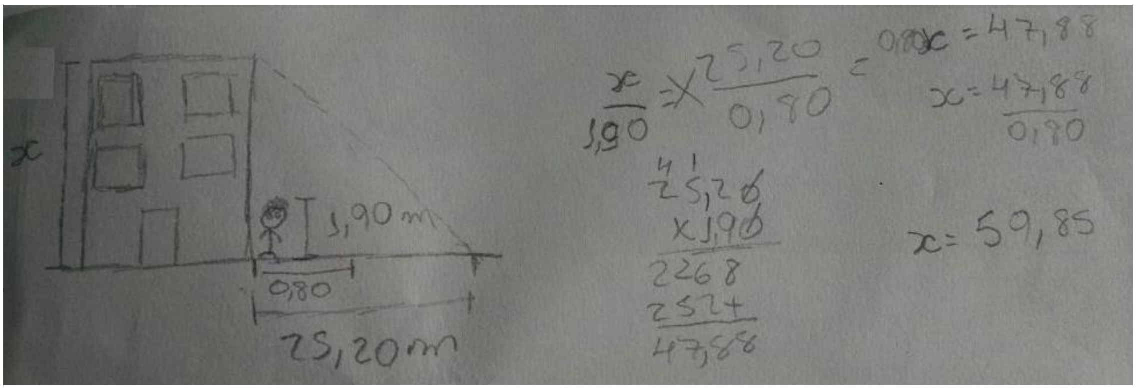


O objetivo desse exercício era que conseguissem encontrar a proporção entre os triângulos, devido aos triângulos, formados serem semelhantes, e assim conseguiriam calcular a altura do poste, que no caso é uma medida inacessível. Como percebeu-se que os resultados foram diferentes, então o professor explicou que a altura de um poste seria de aproximadamente 8 metros, portanto conseguimos verificar que um aluno conseguiu um resultado bem aproximado 8,03m, e outro um pouco mais distante 7,20m. Após todos terminarem os cálculos, os alunos perceberam que nenhuma resposta estava igual, então o professor explicou que todas as medidas realizadas foram aproximadas, e que poderia ter ocorrido alguma diferença tanto na medida da altura do aluno, bem como na sombra do poste ou do aluno, por isso os resultados diferentes, mas lembrou aos alunos que seus resultados não estavam errados, mas que devido a alguma medida equivocada seu resultado teria ficado um pouco mais distante da medida correta do poste. No entanto, o professor conseguiu observar o entusiasmo nos alunos por conseguirem realizar uma medida inacessível.

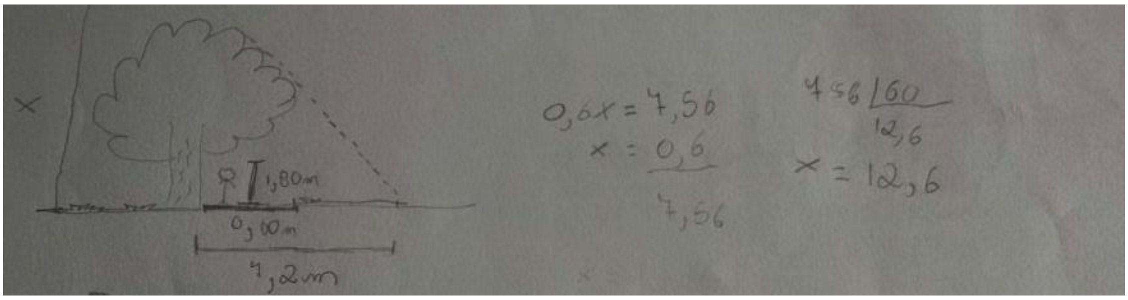
Como atividade para a próxima aula, foi pedido aos alunos a realização da atividade inicial desta SD (anexo 10), voltada para a medida de algo inacessível, podendo ser um objeto ou alguma construção de que gostariam de conhecer suas medidas, por exemplo. Assim, eles deveriam desenhar, bem como relatar, quais procedimentos utilizaram para conseguir realizar a tarefa.

Então na próxima aula, foram recolhidas as atividades e pedido para os alunos relatarem quais procedimentos utilizaram para conseguir realizar as medidas. Todos relataram que utilizaram o mesmo procedimento para a medida do poste, que foi realizado juntamente com o professor, que mediram a sombra do objeto e a sua sombra, e utilizaram a altura feita na sala de aula, finalizando as atividades com o desenho, e realizando os cálculos com a semelhança de triângulos. Seguem fotos das atividades realizadas:

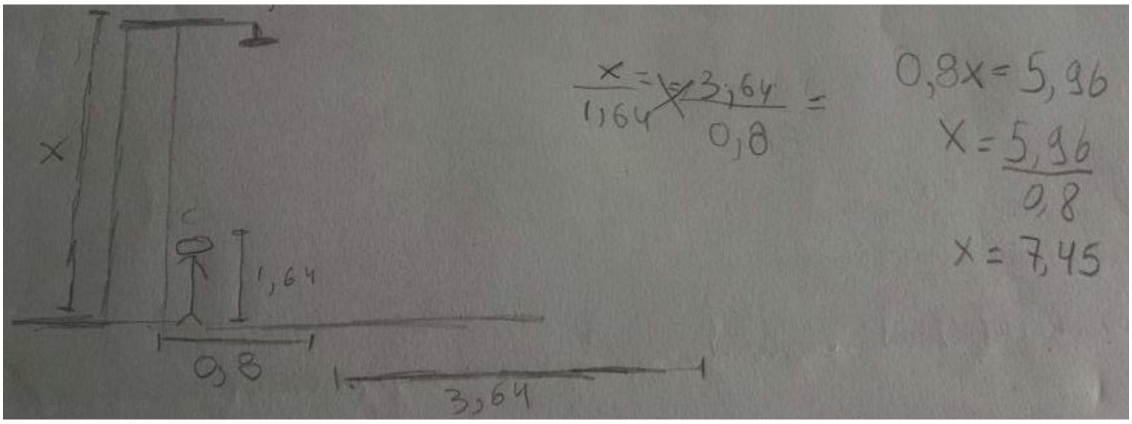
Altura de um prédio



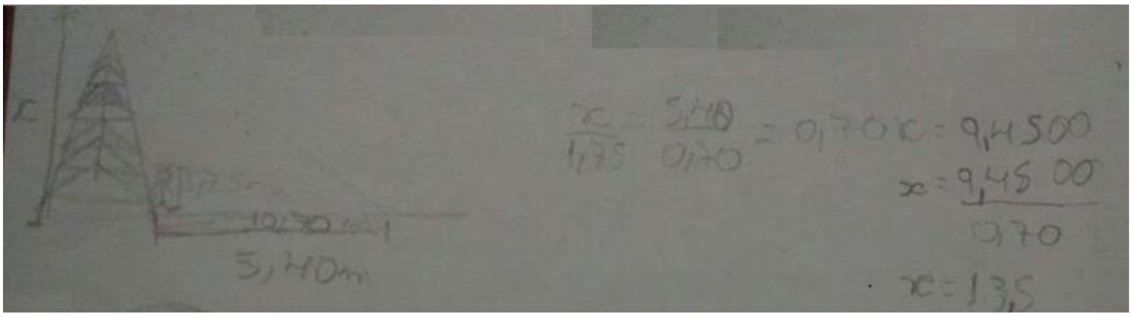
Altura de uma árvore



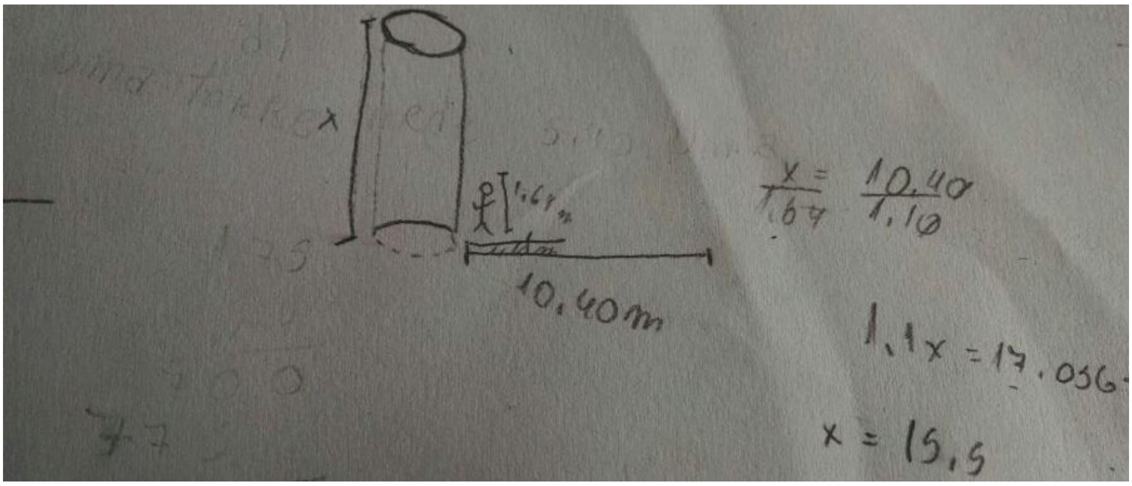
Altura de um poste



Altura de uma torre de internet



Altura de um silo



Como se pode verificar através das imagens acima, os alunos conseguiram realizar a atividade proposta, que seria medir algo inacessível.

Para concluir essa SD, como no encerramento da SD anterior, foi levada uma lista de exercícios (anexo 16) para os estudantes que continham questões relacionadas ao conteúdo explicado durante as aulas. Essa atividade foi realizada em dupla, sendo que a maioria dos exercícios foram respondidos corretamente, alguns necessitaram da intervenção do professor para os direcionarem na resolução correta.

E para conclusão da sequência de atividades, o professor pediu para que os alunos respondessem a duas questões, a fim de verificar o impacto que esta sequência de atividades teve em seu aprendizado escolar, tem-se a questão: 1- Você achava possível realizar medidas inacessíveis? A maioria dos alunos respondeu sim, e somente um aluno respondeu não, achava que não daria um resultado próximo. Diante disso, foi possível observar que os alunos ficaram entusiasmados quando perceberam que o resultado encontrado por eles foi um resultado aproximado tanto das medidas realizadas somente por eles quanto da medida da altura real do poste, pois a maioria deles achava que não seria possível fazer a medida de algo inacessível sem ao menos precisar de uma escada ou algo similar para realizar a sua medida.

Já a questão: 2- Diante das aulas de matemática que vocês tiveram ao longo dessa sequência de atividades que foi desenvolvido com vocês, quais metodologias acharam mais satisfatórias para melhorar o seu aprendizado: metodologias alternativas (praticar a matemática em situações do dia a dia) ou tradicionais (apenas resolução de conteúdo em sala)? Por quê? Todos os alunos responderam que quando o professor trabalha com metodologias alternativas eles conseguem um melhor aprendizado, muitas vezes porque aulas assim não ficam chatas e entediantes, o que torna a aula melhor e divertida.

CONCLUSÃO

Desde o início do planejamento das aulas houve uma reflexão sobre o quanto esta SD melhoraria o conhecimento dos alunos, devido ter sido pensada e planejada após uma sondagem da turma. Assim, utilizou-se de diferentes metodologias e atividades que visavam despertar o interesse dos alunos do 9º ano. Esta sequência didática elaborada e aplicada procurou melhorar o estudo de conteúdos necessários para que os alunos conseguissem o objetivo do trabalho, realizar medidas inacessíveis. Desse modo, durante as aulas procurou-se a todo momento propiciar um estudo diferenciado do conteúdo, e também apresentar situações significativas para que o estudante pudesse interagir e compreender melhor a matemática.

Com a utilização de situações problemas apresentados no decorrer das aulas foi possível ver o quanto de interesse os alunos tiveram para conseguirem responder às atividades. Não há como negar os resultados satisfatórios obtidos com esta SD, assim como a importância de se buscar novas e diferentes estratégias para melhorar as práticas em sala de aula por parte dos professores, neste caso de matemática. Por meio deste trabalho, foi possível notar que diante dos resultados obtidos, alunos mais acessíveis e desprovidos de preconceitos em relação à aprendizagem da matemática, participaram e interagiram das discussões e reflexões em sala de aula.

Diante da metodologia utilizada para realizar esta SD, cabe ressaltar que não se pode desfazer totalmente das metodologias já existentes, pois muito acrescentam no que diz respeito ao entendimento de fórmulas e repetição de exercícios. Porém não se pode também utilizar somente uma única forma de trabalhar os conteúdos em sala de aula, pois somente exercícios repetitivos, muitas vezes, não são compreendidos por alguns alunos, afinal, cada estudante tem seu modo particular de compreender. Assim, cabe ao professor administrar as metodologias e promover um equilíbrio entre as formas de ensino para conseguir chegar ao maior número de alunos em uma turma. Acredita-se que os professores de matemática, de uma maneira geral, sabem da necessidade de mudanças em suas práticas diárias.

Pensando a avaliação da metodologia utilizada, foi possível verificar por meio das aulas e das questões que finalizaram esta SD, que os alunos demonstraram um maior interesse e foram mais receptivos à inserção de trabalhos alternativos ao uso do método de ensino tradicional na aula. Dessa forma, sabe-se que a maioria dos professores reconhecem as vantagens dessas metodologias alternativas como facilitadoras na construção do conhecimento em matemática. Entretanto, alguns professores ainda preferem utilizar apenas uma determinada metodologia, ou mesmo seguir somente uma opinião/teoria para nortear seu planejamento didático, com isso torna-se imprescindível a promoção de cursos de pós-graduação ou grupo de estudos, para que seja debatida e problematizada esta questão a fim de melhorar a qualidade de ensino da matemática em escolas públicas.

Em relação à sequência didática apresentada nesta pesquisa, foi possível considerar que o objetivo principal foi alcançado, uma que vez que os estudantes conseguiram realizar a medida inacessível no encerramento do trabalho, e também desenvolveram de maneira satisfatória e reflexiva os conceitos, bem como compreenderam, questionaram e discutiram os conteúdos trabalhados. Cada etapa ministrada em sala atingiu os objetivos esperados, porém é importante ressaltar que por mais que se elabore um planejamento nem sempre ele irá ocorrer da mesma forma como foi calculado. Assim, houve adaptações às demandas ocorridas em sala de aula, como imprevistos ou mesmo dúvidas que o professor não imaginava existirem e que precisaram ser sanadas para prosseguir a SD, mas no fim os objetivos foram atingidos.

Desse modo, espera-se que esta SD contribua para a discussão e promoção de sequências de atividades que visam melhorar o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, de modo que outros professores de matemática a possam utilizar como sugestão em suas práticas. Contudo, como em toda atividade docente, esta sequência didática apresentada não tem a pretensão de ser completa, fechada e terminada, nem mesmo uma solução definitiva para os desafios de ensino e aprendizagem de matemática, pois é preciso cada vez mais refletir sobre as práticas pedagógicas. Dessa forma, o propósito dessa SD foi de apresentar uma sugestão, ou seja, uma proposta que pode ser melhorada, modificada, para que os docentes de matemática possam inseri-la em seus contextos e realidades de sala de aula.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrindo a geometria fractal: para a sala de aula.* Belo Horizonte: Autêntica, 2002

BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma Nova Estratégia*. 3ª ed. São Paulo: Contexto. 2009.

BRASIL, Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares para Cursos de Matemática de 2001: parecer CNE/CES 1.302/2001. Brasília: MEC/CNE, 2001*, Disponível em http://portal.mc.gov.br/sesu/arquivos/pdf/130201mat.pdf, acesso em 10/fevereiro/2017.

_______, *Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC - SEF, 1997.142 p.

BRITO, Arlete de Jesus. *A História da Matemática e a da Educação Matemática na Formação de Professores*. In: Educação Matemática em Revista, ano 13, n.º 22. São Paulo: SBEM, 2007.

BROUSSEAU, G., *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques.Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 7, nº 2, Grenoble. Tradução: Centeno, Melendo e Murillo,1986.

CARVALHO, João Pitombeira de. *Avaliação e perspectivas da área de ensino de Ciências e Matemática no Brasil.* In: CURY, C.R.J. (Ed.). *Avaliação e perspectivas na área de Educação, 1982-1991*. Porto Alegre: ANPED: CNPq, 1993.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação matemática: da teoria à pratica*. 1ª ed Campinas/SP: Papiros. 2010.

DASSIE, Bruno Alves; ROCHA, José Lourenço da. *O ensino de matemática no Brasil nas primeiras décadas do século 20.* Caderno Dá-Licença, n. 4, ano 5, 2003, p. 65-73.

DOLZ , J. e SCHNEUWLY, B. *Gêneros e progressão em expressão oral e escrita. Elementos para reflexões sobre uma experiência suíça (francófona). In Gêneros Orais e escritos na escola.* Campinas (SP): Mercado de Letras. 2004.

GOMES, Maria Laura Magalhães. *História do Ensino da Matemática: uma introdução.* Disponível em: <http://sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe2/pdfs/Tema2/0204.pdf>. Acesso em: 20/fevereiro/17.

KFOURI, William; D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Explorar e investigar para aprender matemática através da modelagem matemática*. In: Encontro brasileiro de estudantes em Pós-Graduação em Matemática, 10, 2006, Belo Horizonte. Anais. Belo Horizonte, 2006.

LIMA, Elon L. *Matemática e Ensino (Coleção do Professor de Matemática)* – 2ª. edição. SBM: Rio de Janeiro, 2003.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. *História na educação matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MIORIM, Maria Ângela. *Introdução à história da educação matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

MIRANDA, Marilene M. *A experiência norte-americana de fusão da Aritmética, Álgebra e Geometria e sua apropriação pela Educação Matemática Brasileira*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC, 2003.

ONUCHIC, L. De La R. *Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas*. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) *Pesquisa Em Educação Matemática: Concepções E Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

_____. *Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas*. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011

_____. *A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?* Disponível em <http://dx.doi.org/10.5335/rep.2013.3509> Acesso em: 20 fevereiro 2017.

______. *O Ensino de Matemática: mudanças no ensino, na aprendizagem, na avaliação e no uso da tecnologia*. Rio Claro, São Paulo, 28/julho/2008. Disponível em <http://lourdesonuchic.blogspot.com.br/2008/07/o-ensino-de-matemtica-mudanas-no-ensino.html> Acesso em: 20 fevereiro 2017.

PAIS, L. C. *Didática da Matemática. Uma análise da Influência Francesa*. Belo Horizonte/MG: Autêntica, 2001.

PAVANELLO, Regina Maria. *O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências*. Disponível em: <http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/view/2611/2353>. Acesso em: 20/fevereiro/2017

ROXO, Euclides. *Colégio Pedro II – Externato, Relatório concernente aos anos letivos de 1927 a 1929*.Apresentado ao Exmº Sr. Diretor Geral do Departamento Nacional de Ensino pelo prof. Euclides de Medeiros Guimarães Roxo – Diretor do mesmo Externato. Rio de Janeiro, 1930.

SANTOS, Anderson O.; OLIVEIRA, Camila Rezende; OLIVEIRA, Guilherme Saramago. *Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos nas séries iniciais do ensino fundamental.* Disponível em:
<http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CC0QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.revistas.ufg.br%2Findex.php%2Fritre

f%2Farticle%2Fdownload%2F24344%2F14778&ei=on5oUsDdHNil4APV7oGQCQ&usg=AFQjCNHpir9BTDc73SL8IeZOGflWG-_vJA>. Acesso em 20/fevereiro/17.

SILVA, F. L. C. F. *Analisando Contribuições da Teoria das Situações Didáticas no Ensino e na Aprendizagem da Estatística e das Probabilidades no Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2015. Disponível em: <http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes_2015/Dissertacao%20%20Fabricia.pdf>. Acesso em 20/fevereiro/2017.

SILVA, M. de O. P. da. As relações didático-pedagógicas no ensino de Geometria com o software Cabre Geometre. Curitiba, 2008. Disponível em: < www.portaleducacao.com.br/educacao/artigos/48778/a-situacao-a-didatica-proposta-porbrousseau >. Acesso em 10/março/2017.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. *Um pouco da teoria das situações didáticas* (tsd) de Guy Brousseau. Zetetiké – FE/Unicamp: v. 21, n. 39, p. 135-169 2013. Disponível em: <file:///C:/Users/Maria%20Jose/Downloads/4327-22101-1-PB%20(5).pdf>. Acesso em 20/fevereiro/2017.

WEISZ, Telma. *O diálogo entre o ensino e a aprendizagem*. 2ed. São Paulo: Ática, 2004.

WERNECK, Arlete P. T. *Euclides Roxo e a Reforma Francisco Campos: A gênese do primeiro programa de ensino de Matemática Brasileiro*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC, 2003.

ANEXO 1

SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1 - RAZÃO E PROPORÇÃO

Será trabalhado esta sequência com alunos do 8° ano.

TÍTULO: RAZÃO E PROPORÇÃO

CONTEÚDO: RAZÃO E PROPORÇÃO ENTRE FRAÇÕES, EXPRESSÕES ALGÉBRICAS E FIGURAS GEOMÉTRICAS

OBJETIVOS:

- Mostrar diferentes figuras e imagens semelhantes;
- Utilizar a sombra de objetos como recurso para explorar o conceito de proporção e semelhança de várias figuras geométricas;
- Utilizar o conceito e o procedimento de razão para explorar a comparação entre vários tipos de medidas, a partir de experiências diversificadas;
- Interpretar as unidades em função das grandezas envolvidas em cada problema;
- Identificar e determinar segmento semelhantes;
- Calcular valores desconhecidos dos segmentos semelhantes;
- Encontrar a razão entre as figuras geométricas.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Lousa, canetão, EVA, cartolina, papel quadriculado, régua, tesoura, transferidor
- Tecnologia multimídia (notebook, projetor multimídia...)
- Material didático
- Caderno do aluno, livro didático

TEMPO: 8 AULAS (50 min cada)

DIDÁTICA - Será trabalhado em oito aulas

ANEXO 2

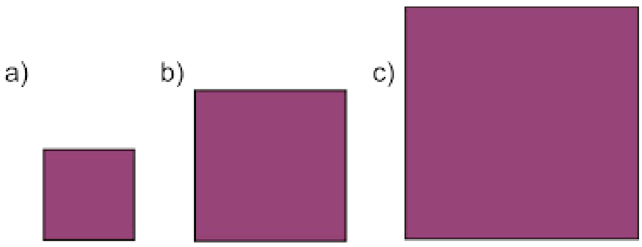
1ª aula) Apresentação de um conjunto de figuras semelhantes, com o intuito do aluno perceber a semelhança, tanto em figuras geométricas, quanto em imagens relacionadas ao seu dia a dia.

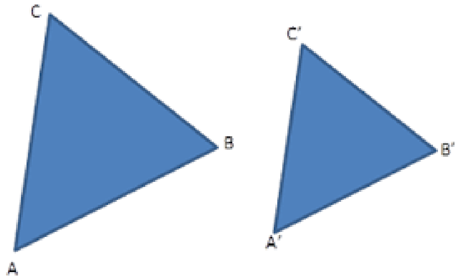
ESTRATÉGIA

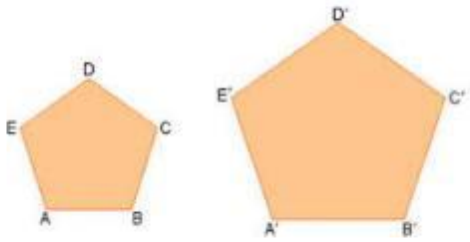
Mostrar com vários grupos de figuras, como pode reconhecer que aquelas figuras são semelhantes.

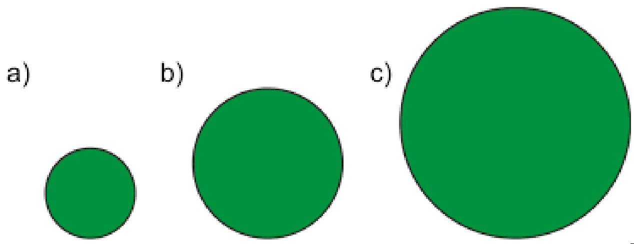
LISTA DE FIGURAS

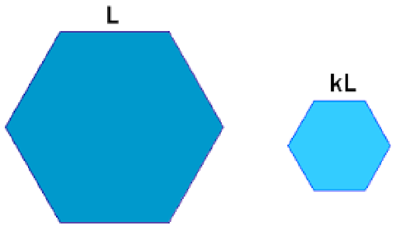
Analise os grupos de figuras geométricas abaixo. Há relação entre essas figuras? Quais?

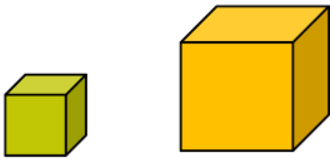






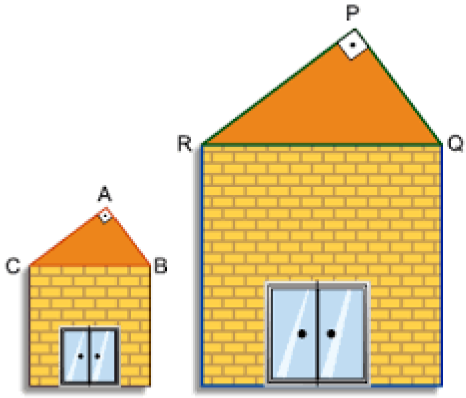


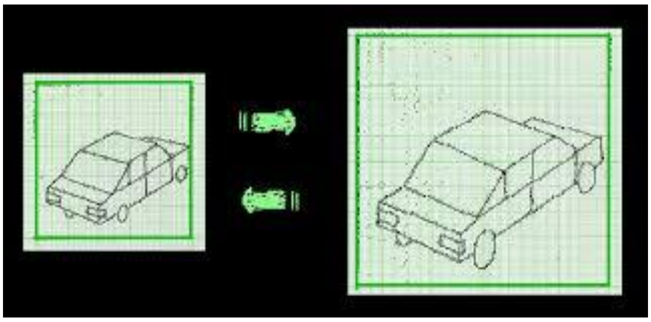

L
kL

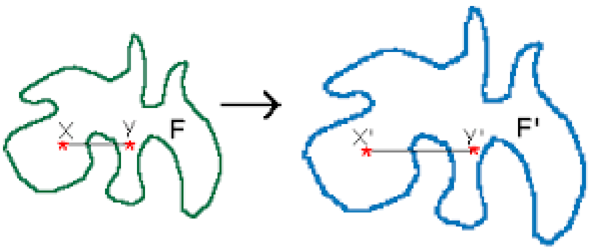


ANEXO 3

Observando estes grupos de figuras, há correlação entre elas? Quais? Justifique”







ANEXO 4

2ª aula) Avaliação diagnóstica do prévio conhecimento do aluno, em relação a razão e proporção, através de perguntas direcionadas pelo professor.

ESTRATÉGIA

Sugestões de perguntas que o professor poderá fazer:

1) O que é razão? De exemplos.
2) O que é proporção? De exemplos.
3) Existe diferença entre fração, razão e proporção? Se sim, exemplifique.

Na sequência da aula, mostrar as definições de fração, razão e proporção, com exemplos e porque os três são diferentes.

Fração: é uma parte do todo. Forma de representar uma fração:

Exemplo:

$$\frac{1 \rightarrow numerador\text{:}indica\ quantas\ partes\ tomamos\ do\ todo}{8 \rightarrow denominador\text{:}indica\ em\ quantas\ vezes\ foi\ dividida\ a\ unidade} \rightarrow traço\text{: significa divisão}$$

Razão: vem do latim "ratio" e significa a divisão ou o quociente entre dois números A e B, denominada por: $\frac{A}{B}$

Exemplo:

1) A razão entre 15 e 3 é 5, porque $\frac{15}{3} = 5$.
2) A razão em 4 e 8 é 0,5, porque $\frac{4}{8} = 0{,}5$.

Proporção: é a igualdade entre duas razões. A proporção entre $\frac{A}{B}$ e $\frac{C}{D}$ é:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Exemplo:

1) Uma roda de automóvel dá 2750 voltas em 165 segundos. Se a velocidade permanecer constante, quantas voltas essa roda dará em 315 segundos?

2) Com velocidade média de 60 km/h, fui de carro de uma cidade A para uma cidade B em 16 min. Se a volta foi feita em 12 minutos, qual a velocidade média da volta?

ANEXO 5

3ª e 4ª aulas) Levar os alunos a entender e compreender o significado de razão e proporção, através de objetos que eles utilizam no dia a dia e que pode ser medidos por eles mesmos.

ESTRATÉGIAS

1) Mostrar utilizando o projetor multimídia, como um instrumento para produção de sombras na sala de aula, utilizando a lousa como tela de projeção. Pedir para os alunos colocarem no projetor multimídia alguns objetos do material escolar, como borracha, caderno e lápis, observando a sombra desses objetos projetada na lousa. Ainda nessa experiência, pedir para os alunos marcarem o contorno das sombras com um canetão.
2) Medir o comprimento de um lápis e anotar essa primeira medida. Colocar o mesmo lápis no projetor multimídia e medir o comprimento da sua sombra projetada na lousa. Qual a diferença entre essas duas medidas? Qual delas é maior? E quantas vezes?
3) Pegar uma borracha com o formato retangular e medir o seu comprimento e a sua largura. Anotar essas medidas na lousa e colocar a borracha no projetor multimídia para medir o comprimento e a largura da sua sombra. Faça o procedimento proposto no item anterior, agora para a largura e o comprimento.
4) Apresentar o conceito de razão e proporção utilizando as medidas dos objetos, por exemplo:
comprimento da borracha = a, comprimento da sombra da borracha = b, largura da borracha = c e largura da sombra da borracha = d.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad ou \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

5) Mostrar outras relações que conduzem ao conceito de proporção, utilizando outras figuras geométricas.

ANEXO 6

5ª aula) Na sequência apresentar várias figuras semelhantes e pedir que eles procurem encontrar se há razão e proporção entre elas, como o exemplo abaixo:

Sabendo que os grupos das figuras que foram apresentadas na 1ª aula, eram semelhantes, o que você pode afirmar desses grupos agora?

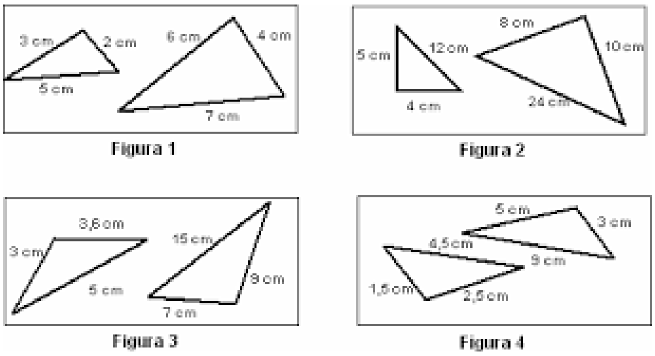
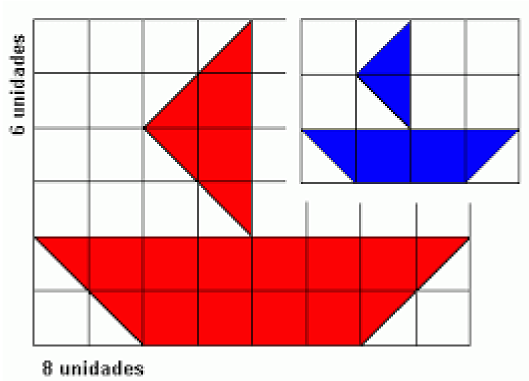
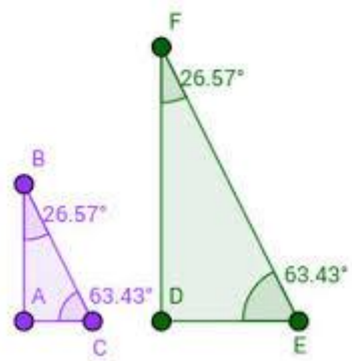
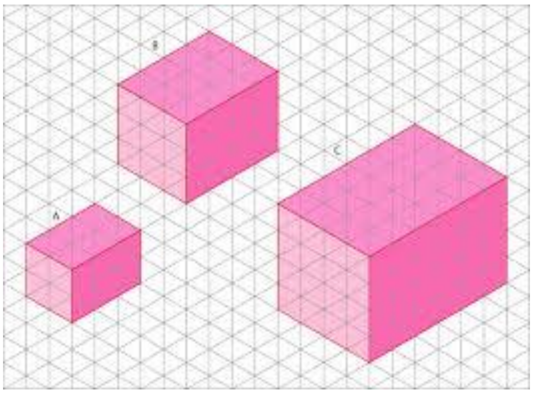


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4






B
C
A

ANEXO 7

6ª e 7ª aulas) Conceituar o teorema de Tales; Reconhecer e aplicar o teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade na resolução de problemas em diferentes contextos;

ESTRATÉGIAS

1) Para iniciar a discussão sobre a proporcionalidade no teorema de Tales com os alunos, distribua folhas pautadas e peça que, aproveitando as linhas, tracem três retas paralelas e duas transversais interceptando-as (faça alguns modelos no quadro para que eles possam segui-los como base). Indique que marquem os pontos de intersecção formados, meçam os segmentos e dividam o valor de um pelo outro em cada transversal. Os quocientes das duas retas vão coincidir. Diga que aumentem o espaço entre as paralelas e refaçam os cálculos. Debata esses resultados: diga que o quociente é a razão da proporcionalidade (constante que permite saber a variação dos valores de duas grandezas) e peça que comparem os resultados entre si. Os quocientes das transversais desenhadas por cada aluno terão os mesmos valores. Apresente o conceito do teorema de Tales (que sempre existe a proporção entre segmentos de transversais delimitadas por paralelas).

2) Entregue aos alunos um desenho que contenha retas paralelas (nomeie com r, s, t), transversais (u, v) e quatro segmentos formados por elas (apenas três deles devem ter valores conhecidos). Peça que calculem a resposta. Repita com outros valores.

3) Apresente outro exemplo, em que as transversais se cruzem sobre a paralela do meio. Debata com a turma: quais segmentos são proporcionais? Solicite que justifiquem as respostas. Diga que acompanhem o percurso da transversal, notando que têm segmentos proporcionais mesmo quando estão em lados opostos.

4) Proponha exercícios que tenham maior grau de dificuldade, incluindo conteúdos estudados anteriormente. Os valores dos segmentos podem ser substituídos por equações e frações. Alterne exercícios que precisem de estratégias variadas. Problemas que envolvam terrenos paralelos delimitados por ruas não paralelas ou mapas de quarteirões e transversais são exemplos.

5) Finalize questionando as condições de aplicação do teorema. Peça que cada um construa um feixe de três retas não paralelas e duas transversais. Oriente que meçam os quatro segmentos formados, dividam um segmento pelo outro de cada transversal e anotem o resultado. Como os quocientes (que são as razões) serão diferentes, eles não formam uma proporção, o que impossibilita o uso do teorema.

ANEXO 8

8ª aula) Lista de exercícios

1) Um automóvel percorre 320 km em 4 horas. Qual a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto?

2) Numa classe há 20 rapazes e 25 moças
a) Qual a razão entre o número de rapazes e moças?
b) Qual a razão entre o número de moças e rapazes?
c) Qual a razão entre o número de alunos na sala e o número de rapazes?
d) Qual a razão entre o número de alunos na sala e o número de moças?

3) Determine dois números, sabendo que sua soma é 60 e que a razão entre eles é 4/6.

4) Os números 8, 5, 16 e 10 formam uma proporção?

5) Verifique se os números abaixo formam, nessa ordem, uma proporção:
a) 4, 6, 20 e 30
b) 1, 6, 3 e 12
c) 3, 5, 20 e 12 7.

6) Calcule o valor de x nas seguintes proporções:

a) $\frac{x}{2} = \frac{3}{6}$

b) $\frac{9}{2x} = \frac{3}{8}$

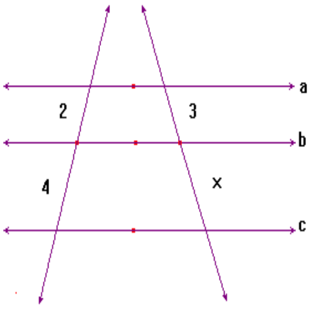
c) $\frac{x+2}{x-3} = \frac{2}{4}$

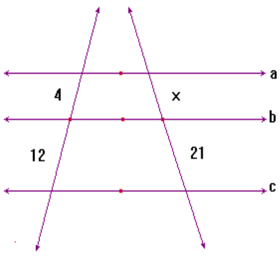
7) Os Egípcios trabalhavam muito com certas razões e descobriram a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro. Este é um fato fundamental, pois esta razão é a mesma para toda circunferência. O nome desta razão é chamada de PI e seu valor é aproximadamente: π **= 3,14159 26535 89793...**
Então:
C => a medida do comprimento da circunferência
D => a medida do diâmetro da circunferência
Temos a razão: $\frac{C}{D} = \pi$ **= 3,14159 26535 89793...**
Podemos dizer que C = D . π

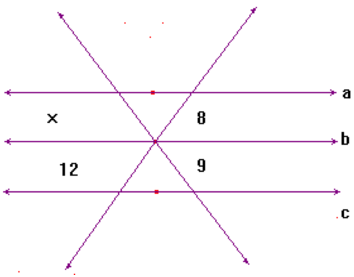
b) Se a medida do raio de uma circunferência é de 1,5 cm, qual é o valor aproximado do comprimento dessa circunferência?

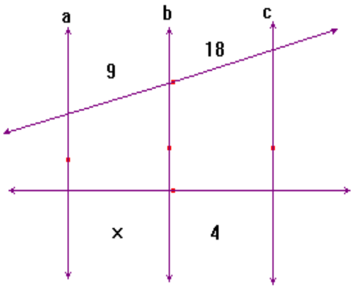
c) Dada uma circunferência de comprimento 125,6 cm e um raio de 40 cm. Encontre a razão entre o comprimento e o diâmetro dessa circunferência.

8) Nas figuras, a // b // c, calcule o valor de x.

a) 

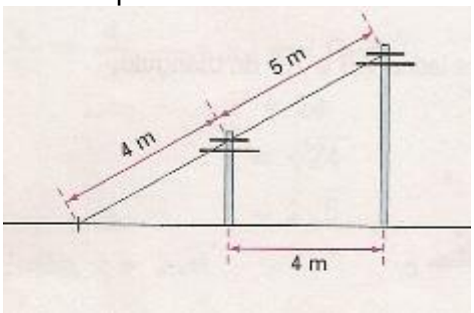
b) 

c) 

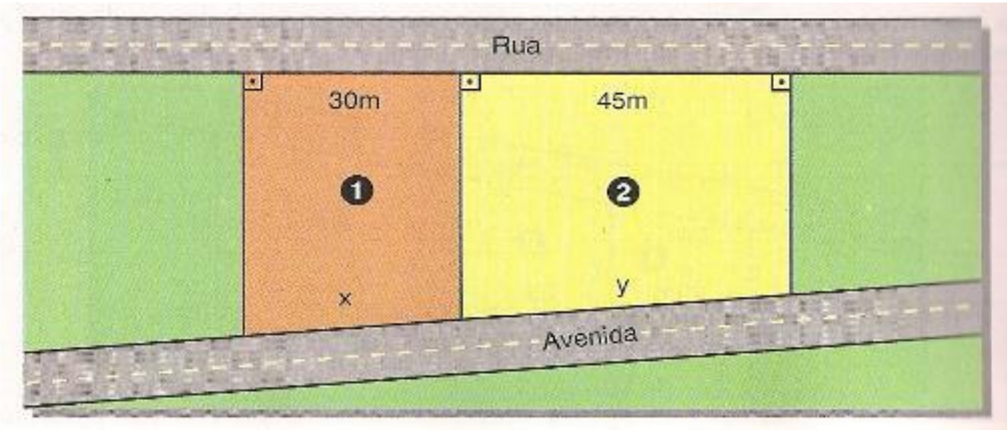
d) 

9) Dois postes perpendiculares ao solo estão a uma distância de 4 m um do outro, e um fio bem esticado de 5 m liga seus topos, como mostra a figura

abaixo. Prolongando esse fio até prende – lo no solo, são utilizados mais 4 m de fio. Determine a distância entre o ponto onde o fio foi preso ao solo e o poste mais próximo a ele.



10) Esta planta mostra dois terrenos. As divisas laterais são perpendiculares à rua. Quais as medidas das frentes dos terrenos que dão para a avenida. Sabendo – se que a frente total para essa avenida é de 90 metros?



ANEXO 9

SEQUÊNCIA DIDATICA 2 - SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Será trabalhado esta sequência com alunos do 8° ano.

TÍTULO: SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

CONTEÚDO: HISTÓRIA DA SEMELHANÇA DE TRIÂGULOS; CASOS DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS;

OBJETIVOS:

- Comparar triângulos através da observação de figuras geométricas;
- Reconhecer os casos de semelhança de triângulos;
- Verificar as propriedades dos triângulos utilizando os casos de semelhança;
- Desenvolver um raciocínio geométrico diante de uma situação-problema, bem como a capacidade de observação e representação geométrica;
- Resolver situações-problema que envolvam polígonos, utilizando semelhança de triângulos.
- Levar os alunos entender e compreender o significado de semelhança de triângulos, através de objetos medidos por eles mesmos.
- Saber reconhecer a semelhança entre figuras planas a partir da igualdade das medidas dos ângulos e da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes;
- Reconhecer as características de um triângulo quanto as medidas dos lados e dos ângulos;
- Saber identificar triângulos semelhantes e resolver situações-problema envolvendo semelhança de triângulos.

PRÉ-REQUISITOS

- Conhecimento de retas, ângulos e planos.
- Conhecimentos de medidas métricas
- Conhecimento de figuras planas

MATERIAL NECESSÁRIO

- Lousa, canetão, EVA, cartolina, papel quadriculado, régua, tesoura, transferidor

- Tecnologia multimídia (vídeos)
- Material didático
- Caderno do aluno, livro didático

TEMPO: 8 AULAS (50 min cada)

DIDATICA - Será trabalhado em sete aulas.

ANEXO 10

Trazer as seguintes atividade para a próxima aula:

- Desenho de algum objeto que deseja saber a sua medida, bem como tentar realizar e explicar o que fez para conseguir medir.

1 aula) Verificar como realizaram as medidas do objeto que trouxeram, e procurar mostrar se da maneira que fez está correto, e se não estiver explicar o porquê, também questionar se sabe que utilizou semelhança de triângulos da mesma forma que foi medida a altura das piramides.

ESTRATÉGIAS

1) Dialogar e questionar quais os métodos que realizaram para obterem as medidas, e procurar mostrar o caminho que poderia ter feito para conseguir.
2) Questionar se o método que utilizaram foi o de semelhança, e qual seria está semelhança?
3) Levar figuras de triângulos semelhantes de diferentes tamanhos e formas, para introduzir o conceito de semelhança de triângulos.

ANEXO 11

1ª aula) Diagnosticar o conhecimento que os alunos possuem sobre semelhança de triângulos, bem como, apresentar um breve histórico sobre semelhança de triângulos.

ESTRATÉGIAS

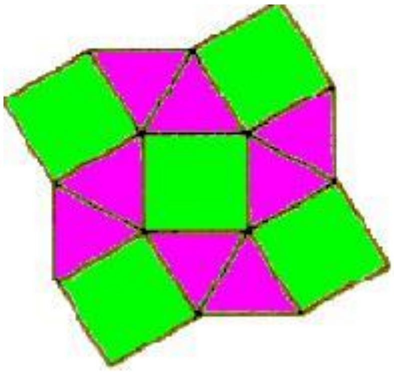
1) Aplicação de avaliação diagnóstica, para identificar o prévio conhecimento do aluno em relação a semelhança, proporção e classificação de triângulos.
2) Contar a história de como surgiu os estudos sobre semelhança de triângulos e o quanto ela foi utilizada.

2ª aula) Levar figuras que contenham triângulos semelhantes:

ESTRATÉGIAS

1) Explicar a atividade que será proposta, através de mosaicos coloridos formados por triângulos e quadrados.
2) Pedir aos alunos porque aqueles triângulos são semelhantes.
3) Pintar os polígonos semelhantes da figura.
4) Responder o questionário sobre a figura que foi colorida.

Atividade:
Pinte os polígonos semelhantes da figura, da mesma maneira ao exemplo dado, e responda:



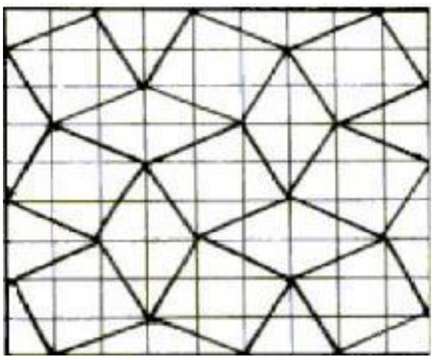


FIGURA 1

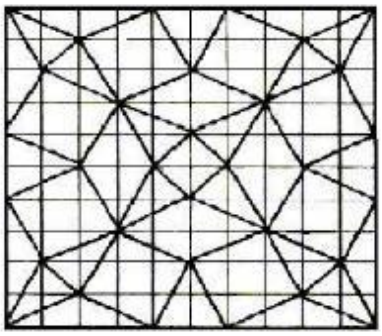


FIGURA 2

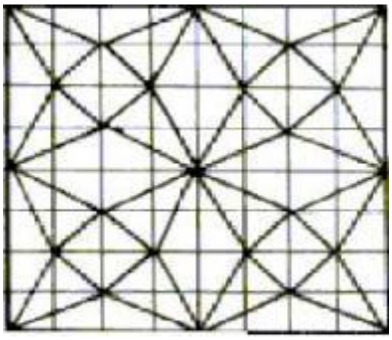


FIGURA 3

Questionário

a) Cite o nome dos polígonos encontrados em cada figura.
   1- ______
   2- ______
   3- ______
b) Qual critério que você utilizou para determinar a semelhança dos polígonos?
   1- ______
   2- ______
   3- ______
c) Qual o total de triângulos encontrados na figura dada?
   1- ______
   2- ______
   3- ______
d) Entre os triângulos encontrados, quantas cores diferentes você utilizou?
   1- ______
   2- ______
   3- ______
e) Qual o critério que você utilizou para diferenciar estes triângulos?
   1- ______
   2- ______
   3- ______
f) Qual o nome dos triângulos encontrados?
   1- ______
   2- ______
   3- ______

ANEXO 12

3ª aula) Levar os alunos à compreensão do significado de semelhança de triângulos, utilizando triângulos confeccionados em papel A4, com o objetivo dos alunos realizarem as medições dos ângulos e dos lados para identificar quais são semelhantes.

ANEXO 13

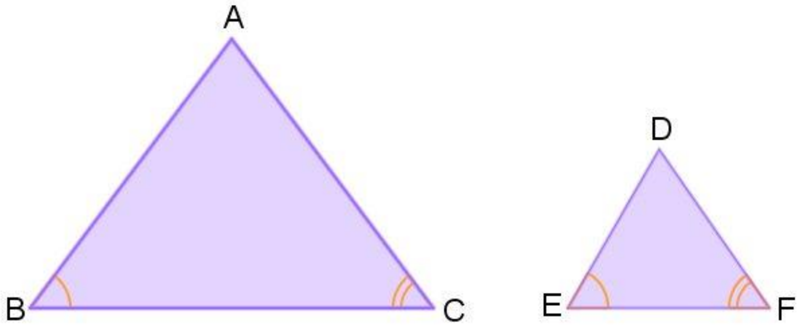
4ª aula) Apresentar os casos de semelhança de triângulos

ESTRATÉGIAS

Utilizar os triângulos construídos pelos alunos para mostrar os casos de semelhança:

Caso AA (Ângulo, Ângulo)

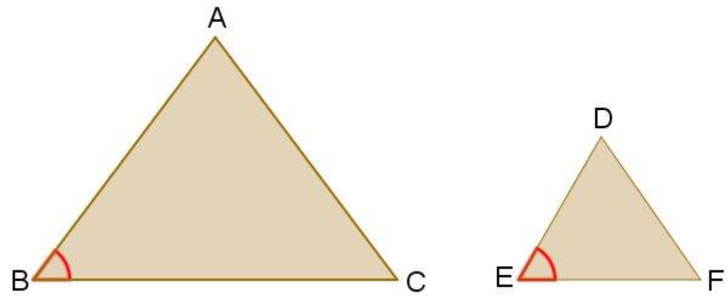
Sejam dois triângulos ABC e DEF. Eles serão semelhantes se, e somente se, dois de seus ângulos forem congruentes.



$$\begin{cases} \widehat{B} \equiv \widehat{E} \\ \widehat{C} \equiv \widehat{F} \end{cases} \Longleftrightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

Caso LAL (Lado, Ângulo, Lado)

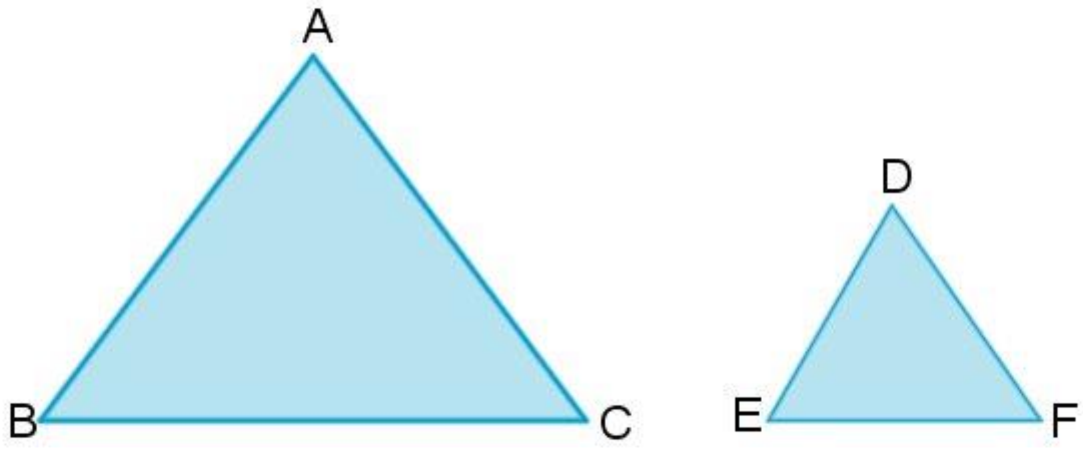
Dois triângulos serão semelhantes se, e somente se, eles tiverem dois lados respectivamente proporcionais e se os ângulos formados por esses lados forem congruentes.



$$\begin{cases} \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \\ \widehat{B} \equiv \widehat{F} \end{cases} \Longleftrightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

Caso LLL (Lado, Lado, Lado)

Dois triângulos serão semelhantes se, e somente se, eles tiverem os três lados respectivamente proporcionais.



$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} \Longleftrightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

ANEXO 14

5ª aula) Organizar a sala de aula para ir realizar alguma medida inacessível

Estratégias

1) Levar os alunos para realizar a medida da altura de um poste, por exemplo. Pedir que realizem as medidas tanto da sombra do poste, quanto da altura e da sombra do aluno, possissionado ao lado do poste, poderá ser feito com alunos de diferentes alturas.

ANEXO 15

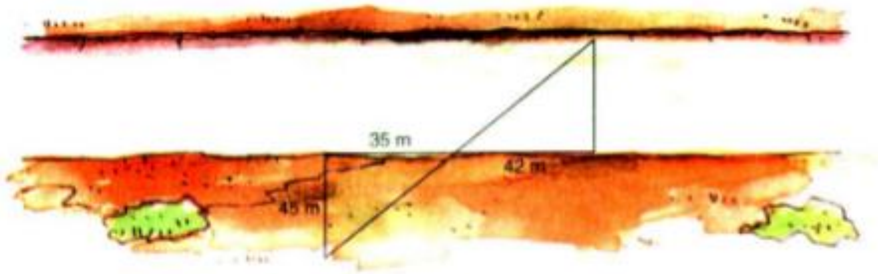
6ª aula) Finalizar o trabalho realizado fora da sala de aula

1) Em sala, será construído um desenho, do aluno junto ao poste, para fazer a semelhança de triângulos, e assim conseguir a medida da altura do poste, que no caso é uma medida inacessível.

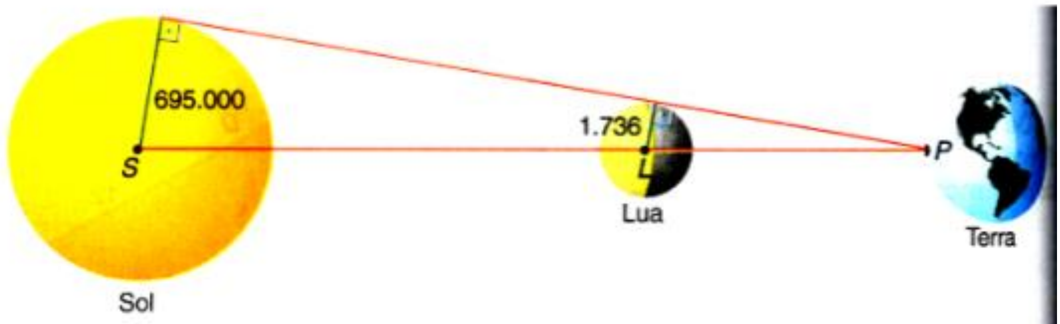
ANEXO 16

7ª e 8ª aulas) Lista de exercícios

1. Qual é a largura do rio?



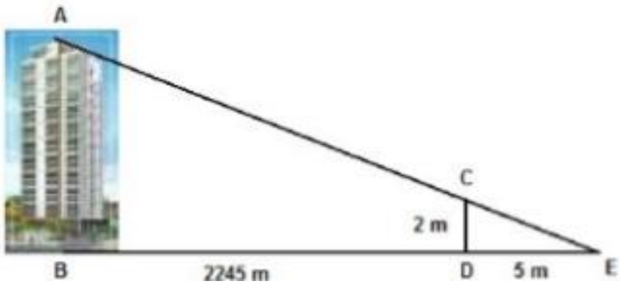
2. O esquema abaixo mostra uma pessoa situada no ponto P observando o eclipse do Sol. (Os astros e as distâncias não estão representados em proporção).



O ponto S representa o centro do Sol e o ponto L, o centro da Lua. O raio do Sol mede 695.000 km e o da Lua, 1.736 km. A distância do Sol à Terra é de 150 milhões de quilômetros. Calcule a distância aproximada da Terra à Lua. 374.676 km

.

3) Na figura abaixo está representada a fachada de um prédio. Os segmentos de recta [AB] e [CD] são perpendiculares a [BE] e os segmentos de recta [AB] e [CD] são paralelos.

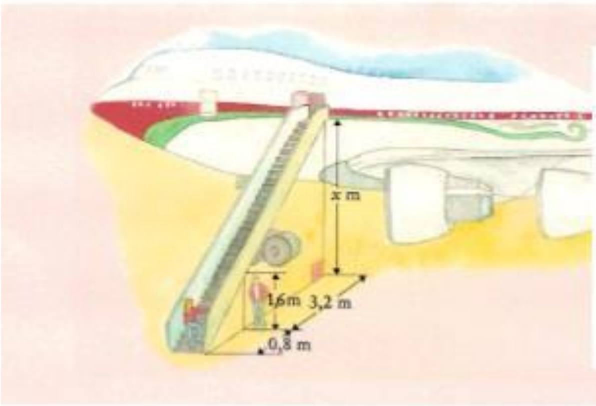


a) Justifique se os triângulos [ABE] e [CDE] são semelhantes.

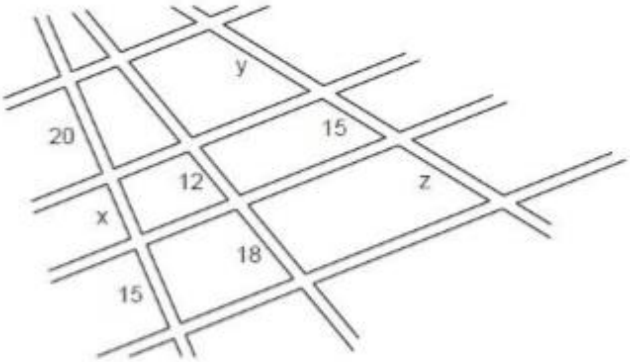
b) Determine a razão de semelhança do triângulo [ABE] para o triângulo [CDE].

c) Determine a altura do prédio.

4) Na figura a seguir, calcule o valor de x:



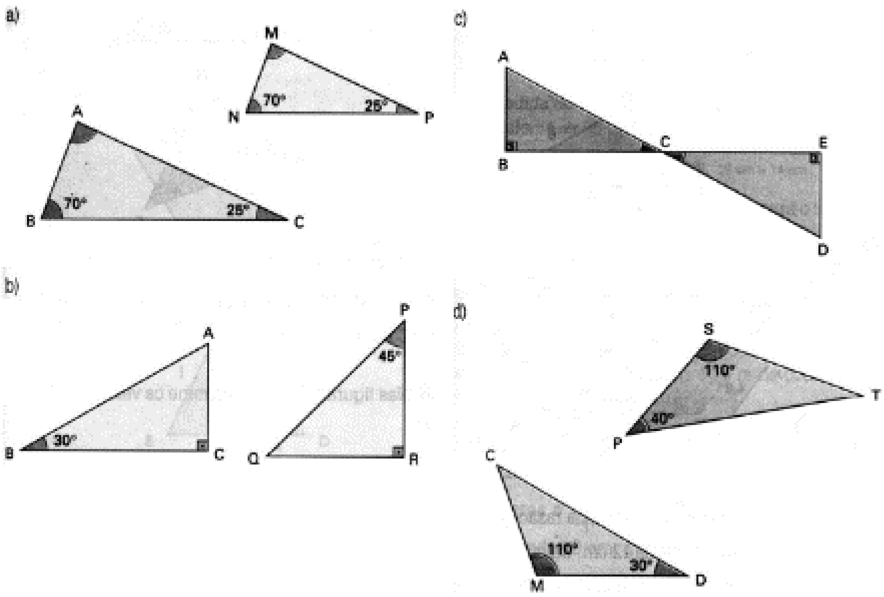
5) O mapa mostra quatro estradas paralelas que são cortadas por três vias transversais. Algumas das distâncias entre os cruzamentos dessas vias e estradas estão indicadas no mapa (em km), mas as outras precisam ser calculadas. Complete o mapa com as distâncias que faltam.



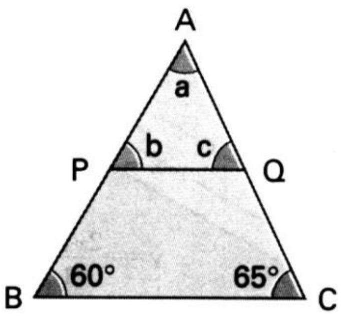
O jardineiro do Sr. Artur fez um canteiro triangular composto por folhagens e flores onde as divisões são todas paralelas à base AB do triângulo ABC, conforme figura. Sendo assim, as medidas x e y dos canteiros de flores são, respectivamente:

a) 30 cm e 50 cm.
b) 28 cm e 56 cm.
c) 50 cm e 30 cm.
d) 56 cm e 28 cm.
e) 40 cm e 20 cm.

6) Diga se os pares de triângulos abaixo são ou não semelhantes.



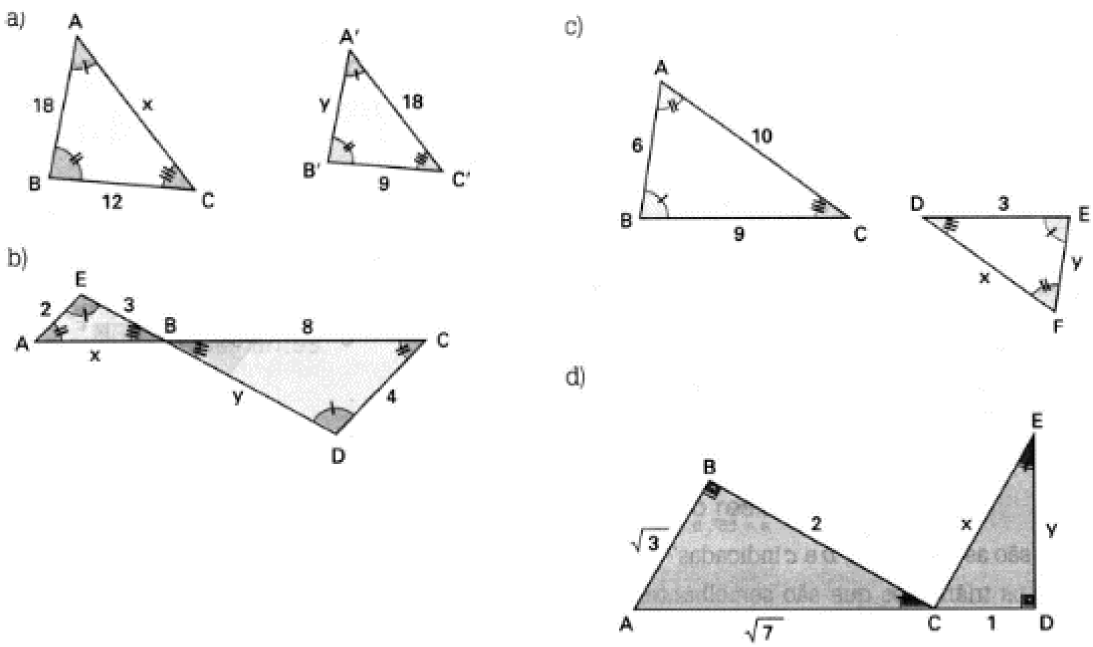
7) Na figura a seguir, temos $\overline{PQ} // \overline{BC}$. Nessas condições, responda:



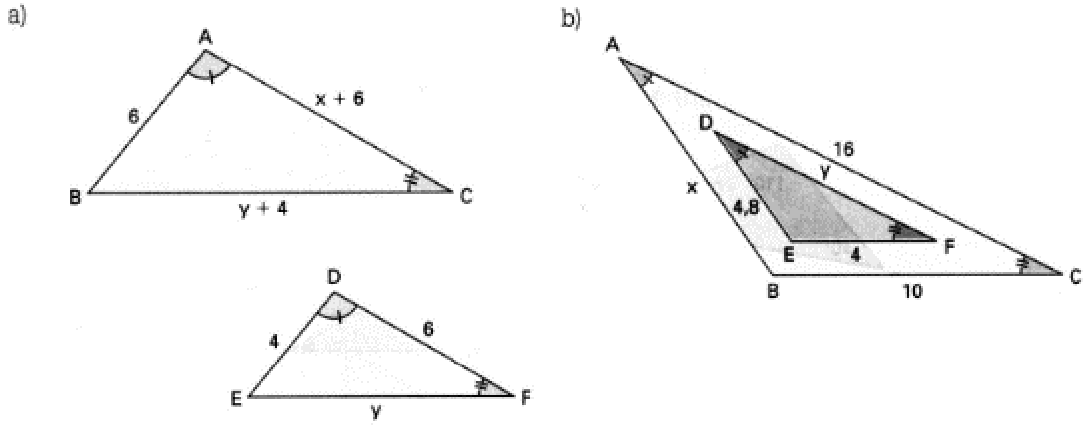
a) Quais as medidas a, b e c indicadas?

b) Quais os triângulos que são semelhantes nessa figura?

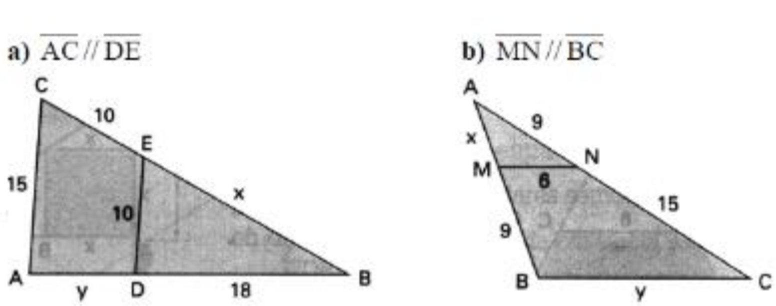
8) As figuras abaixo nos mostram pares de triângulos semelhantes. Calcule x e y em cada uma delas.



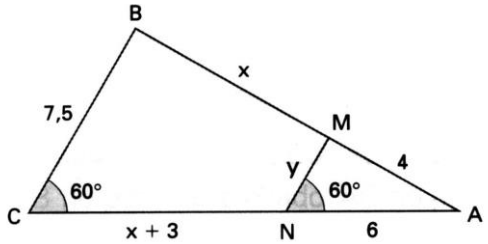
9) Nas figuras abaixo, determine os valores de x e y.



10)Nas figuras abaixo, determine as medidas x e y.



11) Na figura abaixo, $\overline{MN} \mathbin{//} \overline{BC}$, Nessas condições, determine:



a) As medidas x e y indicadas.

b) As medidas dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.

c) Os perímetros dos triângulos ABC e AMN.

d) A razão de semelhança entre os triângulos ABC e AMN.

12) Para determinar a largura de um lago, foi utilizado o esquema representado pela figura abaixo. Qual é a largura do lago?