Alex Rocha Gonçalves

Raciocínio Combinatório: Uma proposta de aula para o 6º ano do Ensino Fundamental Utilizando o Jogo da Senha

Rio de Janeiro

2017

Alex Rocha Gonçalves

Raciocínio Combinatório: Uma proposta de aula para o 6º ano do Ensino Fundamental Utilizando o Jogo da Senha

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-graduação em Matemática (PROFMAT)-Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional) da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro UNIRIO, como requisito para a obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

Universidade Federal do Estado de Rio de Janeiro Escola de Matemática PROFMAT - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientador: Prof. Dr. José Texeira Cal Neto

Rio de Janeiro

2017

Raciocínio Combinatório: Uma proposta de aula para o 6º do Ensino Fundamental, utilizando o "jogo da senha".

Alex Rocha Gonçalves

RESUMO

Este trabalho apresenta o jogo da senha como ferramenta no processo de ensino do Princípio Fundamental de Contagem e das Permutações Simples para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Acredita-se que o jogo é um bom recurso para ajudar o educando a construir suas novas descobertas. Desta forma, a pesquisa tem por objetivo empregar uma forma lúdica e participativa do aluno em sua aprendizagem, pois assim, ele aprende a partir de suas ações e reflexões. Nesta proposta, o discente é parte atuante na construção de seu conhecimento, uma vez que o jogo proporciona interações concretas entre os participantes do processo. O aluno de uma forma gradual assimila os ensinamentos e constrói suas estratégias baseando-se em experiências adquiridas durante o processo de ensino-aprendizagem. Após serem submetidos ao jogo, os educandos mostraram-se bem mais receptivos aos ensinamentos, e os resultados em relação às questões propostas foram amplamente satisfatórios. O método utilizado proporcionou uma melhora significativa no raciocínio combinatório dos alunos e mostra outra forma de estudar matemática.

Palavras-chaves: Raciocínio Combinatório, Ensino Fundamental, Jogo da senha.

Raciocínio Combinatório: Uma proposta de aula para o 6º do Ensino Fundamental, utilizando o "jogo da senha".

Alex Rocha Gonçalves

ABSTRACT

This research presents "Mastermind" as a tool in the process of teaching the Fundamental Counting Principle and Simple Permutations for 6th grade students. It is believed that games are good resources to help learners build their new knowledge. Therefore, this analysis aims to employ a playful and participative way of student's learning since he or she learns from his/her actions and reflections. On this examination, the learner works as an active part on the construction of his or her own learning process, as the game provides concrete interactions among the participants of the process. The student gradually assimilates the teaching and builds his or her own strategies based on experiences acquired during the teaching-learning process. After being presented to the game, the learners were much more open-minded to the teachings, and the results related to the proposed questions were largely satisfactory. The method used provided a significant improvement in students' combinatorial reasoning and shows another way of studying Mathematics.

Keywords: Combinatorial reasoning; Elementary School; Mastermind

Lista de ilustrações

Lista de Tabelas

Sumário

INTRODUÇÃO

A motivação deste estudo é tentar diminuir a distância entre o que o professor se propõe a ensinar e aquilo que o aluno realmente aprende. Neste sentido, o raciocínio combinatório se mostrou um obstáculo nas escolas, tanto para o aluno quanto para os professores, devido ao modo como é apresentado. A metodologia baseada na "fórmula-aplicação" de problemas, utilizada por grande parte dos docentes, leva a uma aprendizagem mecânica em que o aluno não reflete sobre a natureza da situação.

O conceito de combinatória é um dos significados associados à operação de multiplicação e por isso é explorado na escola desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Problemas de contagem que utilizam os princípios aditivos e multiplicativos, se trabalhados em fases iniciais de estudo, certamente favorecem a compreensão de situação ou problemas mais elaborados no Ensino Médio.

Neste contexto, se faz necessário que o professor aproxime o conteúdo a ser ensinado à realidade do discente, uma vez que, ao não fazer esta observação, o professor pode causar o desinteresse por parte do aluno aos conteúdos matemáticos, acarretando assim reprovações e distanciamento desta magnífica matéria.

Corroborando esta ideia, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), orientam:

> De fato, não basta revermos a forma ou metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras. Acredita-se que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos, no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à Matemática mostram claramente que isso não é verdade. (BRASIL, 1998, pág.:43)

Neste contexto, segundo Torres Silva (2013):

> A aprendizagem matemática desempenha um papel muito importante, uma vez que oportuniza aos estudantes o desenvolvimento do pensamento e as ferramentas necessárias à compreensão de contextos matemáticos inseridos em sua realidade, auxiliando ainda aos alunos analisarem com criticidade a sociedade em que vivem, fazerem julgamentos e tomarem decisões de forma consciente. Além de contribuir para o acesso a melhores oportunidades de trabalho.

Desta forma, o professor deve se apresentar como mediador do processo ensino aprendizagem, mas não dando o conteúdo totalmente acabado, e sim proporcionando meios para que o aluno construa sua aprendizagem de forma coesa, para aplicar os conhecimentos adquiridos em sua vida cotidiana de forma perspicaz e natural.

I - O ENSINO FUNDAMENTAL

I.1 – A importância do Ensino Fundamental

Para o colégio COC Atibaia:

> Os anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) favorecem a utilização dos conhecimentos já adquiridos, em novas condições e contextos, ensino e aprendizado interagem e proporcionam ao aluno diferentes formas de pensar e aprender. A partir desta etapa, ele não apenas conhece a realidade, mas atua sobre ela, intervindo sobre o ambiente de forma física e mental. Adquire e passa a viver valores fundamentais como ética, cidadania, pluralidade cultural, cuidados com o meio ambiente e relações culturais, qualidades valorizadas e exigidas pelo mundo atual.

Corroborando esta ideia, as Diretrizes Nacionais para o Ensino Fundamental em 9 anos ensinam:

> Pedra angular da Educação Básica, o Ensino Fundamental tem constituído foco central da luta pelo direito à educação. Em consequência, no Brasil, nos últimos anos, sua organização e seu funcionamento têm sido objeto de mudanças que se refletem nas expectativas de melhoria de sua qualidade e de ampliação de sua abrangência, consubstanciadas em novas leis, normas, sistemas de financiamento, sistemas de avaliação e monitoramento, programas de formação e aperfeiçoamento de professores e, o mais importante, em preocupações cada vez mais acentuadas quanto à necessidade de um currículo e de novos projetos político-pedagógicos que sejam capazes de dar conta dos grandes desafios educacionais da contemporaneidade. (Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, pág.:103)

Diante disso, entendemos que o professor deve ser incansável na procura de métodos de ensino que atinjam satisfatoriamente o discente, afim de lhe proporcionar uma efetiva aprendizagem.

I.2- O Ensino Fundamental segundo as diretrizes nacionais

Conforme a sinopse estatística da educação básica, MEC/INEP (2009):

> O ensino fundamental foi, durante a maior parte do século XX, o único grau de ensino a que teve acesso a grande maioria da população. Em 1989, já na virada da última década, portanto, a proporção de suas matrículas ainda representava mais de três quartos do total de alunos atendidos pelos sistemas escolares brasileiros em todas as etapas de ensino. Em 2009, o perfil seletivo da nossa escola havia se atenuado um pouco, com a expansão do acesso às diferentes etapas da escolaridade.

> Contudo, entre os 52,6 milhões de alunos da Educação Básica, cerca de 66,4% estavam no Ensino Fundamental, o que correspondia a 35 milhões de estudantes, incluídos entre eles os da Educação Especial e os da Educação de Jovens e Adultos.

Segundo **PARECER CNE** de 2010, praticamente conseguimos universalizar o acesso à escola para crianças e jovens na faixa etária de 7 (sete) a 14 (quatorze) anos, e estamos próximos de assegurá-la a todas as crianças de 6 (seis) anos. Contudo, não conseguimos sequer que todos os alunos incluídos nessa faixa de idade cheguem a concluir o Ensino Fundamental. Isso é um indicativo de quão insuficiente tem sido o processo de inclusão escolar para o conjunto da população, a despeito dos avanços obtidos no que se refere ao acesso à escola, e de quão inadequada permanece sendo a nossa estrutura educacional.

Diante deste contexto, é imprescindível que as práticas docentes sejam alinhadas a uma verdadeira aprendizagem do aluno, uma vez que aulas despreparadas e distantes da realidade do discente podem causar o afastamento deste jovem da comunidade escolar, contribuindo assim para o aumento da evasão nesta esfera de ensino.

I.3 – A importância do ensino da Matemática no Ensino Fundamental

Para Viana Abreu (2013), ao ensinarmos Matemática, fornecemos ferramentas para que nossos alunos possam compreender e atuar no mundo que nos cerca; desta forma, a matemática é um conteúdo essencial na solução de vários tipos de problemas. Nela são desenvolvidas estruturas abstratas baseadas em modelos concretos; além de método, a matemática é um meio de comunicação – uma linguagem formal e precisa, por isso, requer uma prática constante de forma clara e ostensiva. O conhecimento matemático faz parte do patrimônio cultural da humanidade, pois possui características e técnicas próprias que ainda evolui no contexto de outras ciências.

Neste processo, não esquecendo do papel da Matemática no contexto do ensino fundamental, Brasil (1997, p.29) complementa que:

> ...Faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades. Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, na organização de atividades como agricultura e pesca, a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade.

Atualmente o sistema educacional tem se questionado, continuamente, sobre o que pode ser considerado como um bom ensino de Matemática. Sabemos, porém que não se trata de uma questão simples cuja resposta é única, direta, clara e definitiva. A partir de diferentes enfoques poderão surgir diversas respostas, dependendo das finalidades da educação priorizada, bem como dos contextos sociais, políticos e culturais em que a questão é colocada, que se relacionam às perspectivas psicológicas e sociológicas sobre a aprendizagem em que nos situarmos. (MENDES, 2006, p.5)

Para os PCN, os objetivos da matemática no ensino fundamental são:

• Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades.
• Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social.
• Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal.
• Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais.
• Ampliar os procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado; pelo conhecimento de regularidades e fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.
• Refletir sobre procedimentos de cálculo que levam à ampliação do significado do número e das operações, utilizando a calculadora como estratégia de verificação de resultados.
• Estabelecer pontos de referência para interpretar e representar a localização e movimentação de pessoas ou objetos, utilizando terminologia adequada para descrever posições.
• Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetria, ampliações e reduções.
• Recolher dados e informações, elaborar formas para organizá-las e expressá-los, interpretar dados apresentados sob forma de tabelas e gráficos e valorizar essa linguagem como forma de comunicação.
• Utilizar diferentes registros gráficos – desenhos, esquemas, escritas numéricas – como recurso para expressar ideias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados.
• Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situação – problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos.
• Construir o significado das medidas, a partir de situações – problema que expressem seu uso no contexto social e em outras áreas do conhecimento e possibilitem a comparação de grandezas de mesma natureza.
• Utilizar procedimentos e instrumentos de medida usuais ou não, selecionando o mais adequado em função da situação – problema e do grau de precisão do resultado.
• Representar resultados de medições, utilizando a terminologia

	convencional para as unidades mais usuais dos sistemas de medida, comparar com estimativas prévias e estabelecer relações entre diferentes unidades de medida.
•	Demonstrar interesse para investigar, explorar e interpretar, em diferentes contextos do cotidiano e de outras áreas do conhecimento, conceito e procedimentos matemáticos abordados neste ciclo.
•	Vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta

.

A partir destas premissas, matemáticos, filósofos e educadores sugerem, cada vez mais, que a abordagem da matemática seja efetiva naquilo que se ensina e na forma como se ensina. Neste caso, é desafiante interagir com a complexidade matemática enquanto atividade e de corpo de conhecimentos, pois se consideramos que ela permaneceu a mesma ao longo dos tempos, cada mudança nos seus aspectos mais essenciais a transforma constantemente em um sistema organizado, uma linguagem, um instrumento ou uma atividade cujas perspectivas refletem as questões emergentes dos meios: social, cultural, político, econômico e científico de um modo geral. (Ibid, 2006,p.5)

Para formar as competências necessárias para que se adquira conhecimento, o professor deve utilizar todos os recursos disponíveis e mais os que ele criar para que seja efetivada a aprendizagem.

Corroborando com esta premissa, Barra Texeira (2010) ensina em seu artigo:

> Para cumprir sua função, a escola precisa ter como foco um ensino e uma aprendizagem que levem o aluno a aprender , aprender a pensar e saber construir a sua própria linguagem e a se comunicar, a usar a informação e o conhecimento para ser capaz de viver num mundo em transformação. Para isso, é preciso que a formação e a atuação do educador sejam necessariamente direcionadas para um novo paradigma de educação..

II – O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO

II.1 – O raciocínio combinatório no 6º ano do Ensino Fundamental

O PCN de Matemática é o documento oficial do Ministério da Educação que rege o ensino de Matemática no país. Em relação ao Ensino Fundamental na disciplina de Matemática, o PCN atualmente em vigor é do ano de 1998 e utiliza a antiga organização por ciclos do ensino. Sendo assim, os Terceiro e Quarto Ciclos correspondem a todo Ensino

Fundamental do 6º ao 9º ano. Neste trabalho, cujo foco é o 6º ano, será analisado apenas o Terceiro Ciclo.

A organização dos conteúdos do PCN é feita através de quatro blocos de conteúdos que são: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; e Tratamento da Informação. Os conceitos de combinatória estão inclusos no último bloco, Tratamento da Informação:

> "Integrarão este bloco estudos relativos a noções de Estatística e de probabilidade, além dos problemas de contagem que envolvem o princípio multiplicativo. Evidentemente, o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termo ou de fórmula envolvendo tais assuntos." (PCN, 1998, p.52)

Comumente os conteúdos de Análise Combinatória são tratados apenas no Ensino Médio, mas o próprio documento oficial do MEC sugere a inserção das ideias iniciais de combinatória desde o 6º ano. É claro que a abordagem será focada em problemas de contagem que explorem o Princípio Multiplicativo e o objetivo será incentivar o raciocínio combinatório e a representação das estratégias de contagem. Não se pretende nessa fase de estudo que a criança diferencie arranjos de combinações e realize cálculos através de fórmulas.

Especificamente, nessa etapa de ensino, o desenvolvimento do raciocínio combinatório dar-se-á através da resolução de situações-problemas lúdicas e sempre que possível envolvendo o contexto em que o aluno se encontra. Será mais atrativo e interessante aprender se os problemas despertarem a curiosidade e o interesse das crianças. Quanto mais empolgados com a proposta de atividade, mais se dedicarão em solucionar as questões. O uso de materiais concretos e jogos lúdicos também terão uma contribuição significativa nessa fase da aprendizagem.

No PCN (p.65) consta que um dos objetivos do Terceiro Ciclo do Ensino Fundamental é:

> "resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão."

De uma maneira prática, segundo o PCN (p.75), o que se pretende no 6º ano é que o aluno compreenda a situação-problema e possa representar e contar os casos possíveis em situações combinatórias.

Quanto à avaliação, o PCN sugere que o critério utilizado seja verificar se o aluno consegue resolver problemas de contagem e indicar as possibilidades de sucesso de um evento por meio de uma razão. No 6º ano a ideia de probabilidade surge de maneira introdutória e começa a relacionar-se com o estudo de combinatória na construção de espaços amostrais e cálculo da probabilidade de sucesso em eventos de pequeno porte.

> "Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de resolver problemas de contagem com quantidades que possibilitem obter o número de agrupamentos, utilizando procedimentos diversos, como a construção de diagrama de árvore, tabelas etc., sem o uso de fórmulas. Verifica, também, se o aluno é capaz de indicar a probabilidade de sucesso de um evento por meio de uma razão, construindo um espaço amostral em situações como o lançamento de dados, moedas etc." (PCN, 1998, P.77)

Apesar de ser um tema relevante e destacado no PCN, o raciocínio combinatório está presente de forma muito pontual nas Orientações Curriculares para o Ensino de Matemática da Prefeitura Municipal do Rio de Janeiro.

Ao analisar as orientações para o 6º ano, observa-se que a combinatória é citada como um dos significados da operação de multiplicação, sendo desenvolvido ao longo do 1º bimestre letivo.

> "Habilidade: Resolver situações-problema que envolvam as ideias da multiplicação (adição de parcelas iguais, combinação retangular, raciocínio combinatório e proporcionalidades)." (Orientações curriculares, p. 51)

O conceito é retomado de maneira sutil ao estudar o bloco Tratamento da Informação, com análise de problemas e contagem de possibilidades:

> "Habilidades: Analisar situações e perceber possibilidades. Contar possibilidades e determinar a probabilidade de um evento na forma fracionária e avaliar a chance desse evento ocorrer, a partir da análise de dados apresentados em tabelas ou gráficos." (Orientações curriculares, p. 60)

Embora pouco trabalhado nas turmas de 6º ano, os documentos oficiais mostram que há uma proposta para que conteúdos como o raciocínio combinatório e as estratégias de contagem sejam de fato desenvolvidos, pois são consequências diretas de temas como a multiplicação e também do bloco de Tratamento da Informação.

II.2 – Princípio Fundamental da Contagem

Antes mesmo de entrar na escola, o primeiro contato de uma criança com a Matemática ocorre através da contagem. A solução de muitos problemas simples se dá através do simples mecanismo de contar. As operações matemáticas surgem da ideia da contagem. E também assim muitos dos problemas de combinatória podem ser resolvidos.

Segundo MORGADO (1991), temos dois princípios básicos de contagem: Princípio da Adição e Princípio da Multiplicação:

> "Princípio da Adição: Se A e B são dois conjuntos disjuntos, com p e q elementos, respectivamente, então $A \cup B$ possui $p+q$ elementos." (MORGADO, 1991, p.18)

Exemplo 1: A cantina da Tia Maria tem coxinhas de frango, carne e palmito, além dos pastéis de camarão e pernil. Se eu comprar ou uma coxinha ou um pastel, de quantas maneiras distintas posso fazer minha escolha?

Como coxinhas e pastéis representam conjuntos disjuntos, isto é, sem elementos comuns, a união dos conjuntos será a soma da quantidade de elementos de cada um, de acordo com o Princípio da Adição: 3 + 2 = 5. Portanto, terei 5 opções de escolha para o lanche.

> "Princípio da Multiplicação: Se uma decisão d_1 pode ser tomada de x maneiras e se, uma vez tomada a decisão d_1, a decisão d_2 puder ser tomada de y maneiras então o número de maneiras de serem tomadas as decisões d_1 e d_2 é xy." (MORGADO, 1991, p.18)

Exemplo 2: Quantas combinações de *looks* diferentes uma pessoa pode fazer com 3 distintas blusas e 4 saias, também distintas entre si?

Considere: d_1 = escolha da blusa e d_2 = escolha da saia.

A decisão d_1 pode ser feita de 3 maneiras distintas, pois são 3 blusas. Tendo feito a decisão d_1, a decisão d_2, neste caso, independe da primeira e por isso pode ser feita de 4 maneiras distintas, pois são 4 saias. Logo, pelo Princípio da Multiplicação, podem ser feitas $3 \cdot 4 = 12$ combinações de *looks* diferentes.

Exemplo 3: Quantos números naturais de três algarismos distintos existem?

Temos ao todo 10 algarismos para utilizar em cada posição. As restrições são as sguintes: o primeiro algarismo pode ser escolhido apenas de 9 maneiras distintas, já que um número de 3 algarismos não pode iniciar com zero; para o segundo algarismo são também 9 possibilidades, já que apesar de o zero poder ser usado, o algarismo anterior não pode ser repetido; finalmente, para a escolha do terceiro algarismo, restam 8 opções, pois não poderá ser utilizado nenhum dos algarismos já utilizados. Assim, pelo Princípio da Multiplicação, o total de números naturais de três algarismos distintos é: $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$.

II.3 – Permutação Simples

Segundo o dicionário, a palavra permutação significa "troca de uma coisa por outra, substituição". Em Matemática, o termo permutação também é utilizado com o mesmo sentido, havendo troca de posições entre os elementos de determinado conjunto.

Por exemplo, em uma palavra formada pelas letras A, B e C temos 6 possíveis maneiras de trocar as posições elementos: ABC, ACB, BCA, BAC, CAB e CBA. Observe que para a escolha da primeira letra são 3 opções, para a escolha da segunda, 2 opções e, para a terceira apenas 1. Sendo assim, ao todo são $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ combinações possíveis de letras.

De maneira geral, em um conjunto de n objetos, são n maneiras de escolher a primeira posição, (n – 1) maneiras de escolher a segunda, (n – 2) de escolher a terceira, e assim sucessivamente até ter apenas 1 opção de escolha na última posição. Logo, a quantidade de permutações simples possíveis é:

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 1 \Rightarrow P_n = n!$$

Segundo MORGADO (1991):

> "Cada ordenação dos n objetos é chamada uma permutação simples de n objetos e o número de permutações simples de n objetos distintos é representado por P_n. Assim, $P_n = n!$ (Já que $0! = 1$, define-se $P_0 = 1$)." (MORGADO, 1991, p.27)

Exemplo 4: Quantos são os anagramas da palavra AMOR?

Como a palavra AMOR é formada por 4 letras distintas, basta calcular:

$P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Portanto, a palavra AMOR possui 24 anagramas.

III – O JOGO

III.1 – Jogo

Grando (1995) define: “A palavra jogo, do latim iocus, significa, etimologicamente, gracejo e zombaria, sendo empregada no lugar de ludus, que representa brinquedo, jogo, divertimento e passatempo”.

Para Aurélio Cabral (2006):

> Independentemente das várias concepções existentes, a palavra jogo, muitas vezes, denota sentimento de alegria, prazer e trata-se de uma atividade que, possivelmente permite uma ponte para algum conhecimento. É uma atividade autônoma característica da infância, na medida em que expressa a maneira como a criança vê o mundo (meio físico e cultural) e busca compreendê-lo.

III.2 - O jogo como ferramenta para ensinar Matemática

É notório que o professor hoje em dia tem muita dificuldade em manter a atenção do aluno no assunto que ele quer transmitir, pois com os avanços da tecnologia, os alunos acham que é muito mais prazeroso viajar nas redes sociais ou até mesmo jogar online, a ter que se concentrar em uma aula que eles julgam desinteressante e maçante. Diante disso, o professor cada vez mais tem que se reinventar para fazer de sua aula algo estimulante e interessante. Neste contexto, o jogo pode ser uma ferramenta excepcional para auxiliar o docente nesta tarefa.

Concordando como essa ideia, Torre Silva (2013) descreve:

> A utilização dos jogos na sala permite que as aulas se tornem mais agradáveis e faz com que a aprendizagem seja algo mais fascinante. No entanto, muitas vezes eles são concebidos apenas como um passatempo. Por isso, é importante uma reflexão sobre o que se pretende alcançar com a utilização dos jogos, para que estes possam servir de aliado no ensino da Matemática.

Diante disso, Batllori (2006) diz que não se trata de incluir na aula o mesmo jogo que a criança pratica em casa ou na rua, mas sim de buscar jogos e atividades recreativas que sirvam para alcançar objetivos concretos de aprendizado, aquisição de novos conhecimentos, desenvolvimento de capacidades cognitivas e sociais.

Além do mais, o jogo na escola apresenta vantagens sobre o jogo que se pratica com familiares. Em casa, a criança brinca sozinha ou com seus irmãos e raramente com algum amigo, enquanto na escola brinca com muitas outras crianças da mesma idade, frequentemente de várias procedências e culturas, havendo, portanto, uma importante vertente socializante que se deve saber aproveitar.

Para Barcellos e Campos (2015):

> O momento do brincar funciona como uma espécie de janela da mente, que nos permite perceber as hipóteses que estão sendo formuladas e o modo como instruções e procedimentos estão sendo processados. É, sem dúvida, um momento rico para os alunos, que constroem seu aprendizado, e pode ser também um momento valioso para os professores. O momento do jogo nos permite perceber questões sociais e pedagógicas e pensar em desdobramentos que possam a ajudar as especificidades dos alunos. Instrumentos de registro de algumas competências e anotações das observações contribuem para que o jogo seja uma possibilidade significativa de avaliação.

Conforme Marques e Perin (2013) indicam, ensinar matemática é desenvolver o raciocínio lógico independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Em função disso, no intuito de promover uma aprendizagem significativa e alcançar resultados satisfatórios, educadores buscam cada vez mais instrumentos que sirvam de recursos pedagógicos auxiliares e a ludicidade envolvendo os jogos para ensinar matemática é uma maneira inteligente de lograr êxito na ação educativa.

Nos PCNs, os jogos ganham seu destaque:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atividade positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 46).

Nesse contexto, o jogo que este trabalho sugere, é utilizado como forma de dinamizar o ensino, motivando e promovendo uma interação entre os alunos. Além disso, o jogo proposto possibilita abordar a ideia do princípio multiplicativo e a ordenação como um fator que influencia na resolução dos problemas de contagem.

III.3 – Jogo da senha

Este jogo é uma adaptação do jogo **Mastermind** (no Brasil, **senha**) inventado por Mordechai Meirowitz e distribuído inicialmente pela Invicta Plastics. Publicado em 1971, o jogo vendeu mais de 50 milhões de tabuleiros em 80 países, tornando-se o mais bem sucedido novo jogo da década de 70. No Brasil, foi lançado pela Grow.

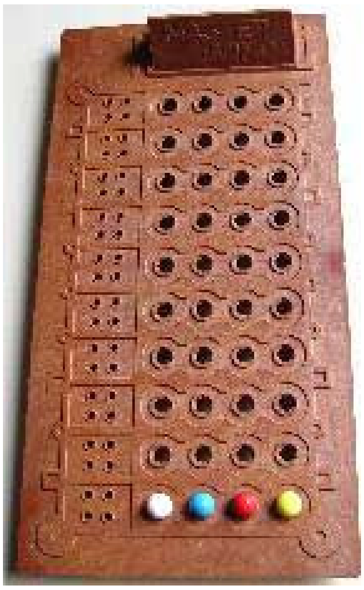


Figura 1. Tabuleiro da Mastermind

Fonte: capa do jogo Mastermind

Existe também, no Brasil, o SUPERSENHA. O jogo é, basicamente, o mesmo. Enquanto, no jogo senha tradicional, temos que descobrir 4 cores em 8 jogadas, no Supersenha são 5 cores em 12 jogadas.

Figura 2. Tabuleiro supersenha

Fonte: capa do jogo supersenha

III.3.1 – Regras do Jogo da senha

Componentes

- Tabuleiro
- Cartões laranja (10 cartões)
- Cartões pretos (10 cartões)
- Cartões coloridos (6 cores diferentes, sendo 10 cartões de cada cor)

Como jogar

Antes de começar, os jogadores decidem o número de partidas que vão jogar, considerando que é preciso jogar um número par de partidas, para que os dois jogadores tenham o mesmo número de oportunidades como desafiante e desafiado.

O primeiro a jogar como desafiante seleciona quatro cartões coloridos coloca-os no tabuleiro e os esconde com a trave, formando assim, uma senha.

A senha pode ser formada por qualquer combinação de cores, inclusive cores repetidas.

O outro jogador, o desafiado, tem até 8 oportunidades para tentar reproduzir exatamente a senha, sem nunca vê-la.

Cada tentativa é feita colocando uma fila de quatro cartões no tabuleiro. Cada fila colocada deve permanecer na posição durante todo o jogo.
Depois de cada tentativa, o desafiante "responde" ao desafiado se ele está no caminho certo, colocando cartões pretos ou laranjas.

Cartão laranja

Este cartão indica que a cor de um dos cartões colocados pelo desafiado coincide com a cor de um dos cartões da senha, só que sua posição não está correta.

Cartão preto

Este cartão indica que um dos cartões colocados pelo desafiado coincide em cor e posição com um da senha.

Não existe ordem para colocação dos cartões pretos e laranjas. O desafiante não vai falar nem a cor nem a posição correspondente ao cartão laranja ou preto. É nessa colocação aleatória dos cartões laranja e cartões pretos que está o verdadeiro desafio do jogo, pois o desafiado tentará deduzir, por suas jogadas anteriores, qual é a sequência correta da senha. Quando o desafiado reproduzir a sequência exata da senha, o desafiante colocará um cartão preto para cada cartão colorido na linha ao lado, revelando neste momento a senha, e contará os pontos que obteve nesta partida.

Pontuação

Ao final da partida, o desafiante ganha um ponto para cada linha de cartões coloridos colocados pelo desafiado no tabuleiro. Ex.: Se o desafiado acertou a senha na terceira tentativa, o desafiante recebe 3 pontos; se o desafiado acertou a senha na sexta tentativa, o desafiante 6 pontos. Então os jogadores invertem suas posições. Quem foi desafiante passa a ser o desafiado e vice-versa.

Erros de informação

Se ficar provado que o desafiante deu informações incorretas, a partida será refeita, e o desafiado receberá 3 pontos como prêmio.

Fim do jogo e vencedor

O jogo termina após o término do número de partidas combinadas. Vence o jogador que tiver acumulado mais pontos.

Jogo avançado

A dificuldade do jogo pode ser controlada, combinando-se, com antecedência, a repetição de cores entre os cartões escondidos, ou permitindo ao desafiador deixar uma ou mais casas vazias quando estiver criando a senha.
Os cartões laranja e os cartões pretos são usados da mesma forma como no jogo normal, tratando a casa vazia como se fosse um cartão colorido.

IV - OBJETIVOS E MÉTODOS

IV.1 – Justificativa do objetivo

Este trabalho seguiu uma proposta metodológica qualitativa e tem o objetivo de verificar se a utilização do jogo da senha, como estratégia de ensino, facilita realmente a aprendizagem sobre o raciocínio combinatório, quando aplicado em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental. O objetivo específico é analisar a aprendizagem do educando em relação ao Princípio Fundamental de Contagem e Permutações Simples, quando estes assuntos forem abordados, primeiramente durante as partidas e posteriormente em situações-problemas.

IV.2 – Metodologia

O trabalho foi proposto aos alunos selecionados, aleatoriamente, de cinco turmas do 6º ano do Ensino Fundamental, com faixa etária entre 10 e 12 anos de idade, totalizando 25 alunos, da Escola Municipal Jornalista Sandro Moreyra, situada no Munícipio do Rio de Janeiro – RJ, no bairro de Bangu, zona oeste da cidade.

Os educandos foram submetidos ao jogo da senha como facilitador do processo. Foram necessários três encontros de 50 minutos cada um, sendo divididos da seguinte forma: um para familiarização com o jogo, um para que os alunos jogassem entre si e outro para verificação da aprendizagem.

Figura 3. Apresentação do jogo da senha

Fonte: Autoria própria

Após este primeiro momento para familiarização do jogo por parte dos alunos, o pesquisador separou o grupo em subgrupos de cinco alunos, pois em cada tabuleiro eles jogavam em duplas, assim debatia a melhor estratégia com o companheiro, o quinto aluno fazia o papel de fiscal do jogo. Assim, todos faziam parte simultaneamente do processo, enquanto o pesquisador fazia as intervenções e coletava os dados para sua pesquisa.

Figura 4. Alunos jogando

Fonte: Autoria própria

Durante os jogos, o pesquisador abordava os alunos com perguntas referentes ao raciocínio combinatório, com a finalidade de introduzir os conceitos da análise combinatória, mas de forma intuitiva, para que a aprendizagem fosse pautada na investigação e não em uma fórmula totalmente acabada e rígida.

Em seguida, os alunos foram submetidos a uma avaliação de 8 questões que havia perguntas relacionadas ao jogo e questões que relacionavam o Princípio Fundamental da Contagem e Permutações Simples com o jogo da senha. Ao final desta atividade, os alunos foram submetidos a uma verificação de aprendizagem que envolvia questões sobre o raciocínio combinatório que aparecem no dia a dia do educando bem como nos livros didáticos. No final da verificação, eles responderam a um questionário de quatro questões que versava sobre a experiência que eles adquiriram com o jogo senha e sobre como eles conseguiram resolver as questões de raciocínio combinatório utilizando os conhecimentos adquiridos durante as partidas e explanações do pesquisador.

Figura 5. Alunos realizando as atividades

Fonte: Autoria própria

Após esta parte específica, desenvolvida estrategicamente pelo pesquisador, os alunos foram submetidos a uma avaliação diagnóstica a respeito de raciocínio combinatório, esta avaliação continha seis perguntas diversas, sobre situações cotidianas. Com esta atividade, o pesquisador buscou saber o grau de aprendizagem dos alunos para posteriormente fazer uma análise dos resultados obtidos e fazer uma comparação qualitativa entre o método de ensino utilizado e os métodos tradicionais?

Corroborando com a metodologia empregada neste trabalho, Grando (2000) em sua tese, disserta:

> É fundamentalmente importante evidenciar as possibilidades de desenvolvimento cognitivo e aprendizagem de conceitos em situações reais de ensino, ou seja, na sala de aula. Isto propicia, dentre outras coisas, um resgate da credibilidade da sala de aula como um ambiente adequado ao desenvolvimento do aluno, desde que sujeito aos estímulos e intervenções necessárias à aprendizagem. Também importante é o resgate deste ambiente como possível de investigação (GRANDO, 2000, p.61).

IV.3 – Material utilizado para confecção dos tabuleiros

Como seria economicamente impraticável comprar cinco "jogos da senha", já que o trabalho foi proposto aos 25 alunos participantes da pesquisa, o autor confeccionou cinco tabuleiros do jogo da senha, para que cada grupo, composto por cinco alunos, utilizasse um tabuleiro.

Para isso, foi necessária a compra de: 13 recortes de EVA (material emborrachado) de 60 cm x 60 cm, sendo 5 de cor branca (para ser usado como base do tabuleiro), 1 de cor preta e 1 de cor laranja (para recortar os cartões que se referem às dicas), 1 de cor rosa, 1 de cor amarela, 1 de azul, 1 de cor verde, 1 de cor vermelha e 1 de cor marrom (que também serviu para confeccionar as letras que nomearam e numeraram o tabuleiro); uma cola de secagem rápida, um estilete, uma forma de letras e números (letras e números de aproximadamente 3 cm), uma régua de 50 cm e um pincel marcador.

Figura 6. . Montagem dos tabuleiros

Fonte: Autoria própria

Figura 7. Tabuleiro jogo da senha

Fonte: Autoria própria

IV.4 – Objetivos das atividades propostas

Os educandos foram submetidos a três atividades: a primeira uma atividade específica, a segunda uma verificação de aprendizagem e uma terceira que traz um questionário sobre a proposta de ensino empregada.

A atividade específica traz questões relacionadas às jogadas do jogo da senha e questões que relacionavam jogadas com o Princípio Fundamental de Contagem e com Permutações Simples. As questões, de 1 a 4, da avaliação específica, tem por objetivo desenvolver no aluno o raciocínio lógico, uma vez que aborda situações de jogo. Já as questões de 5 a 8, abordam situações do jogo, mas remete ao raciocínio combinatório e portanto o aluno deve aplicar os ensinamentos do Princípio Fundamental de contagem (PFC) e de Permutações Simples.

A verificação de aprendizagem tem por objetivo mostrar se a proposta de ensino alcançou o resultado esperado, já que as questões propostas nesta atividade, são situações-problema encontradas pelo discente em sua vida cotidiana

O questionário aborda questões em que o aluno deve relatar a experiência adquirida durante as atividades, o quanto esta proposta de ensino o ajudou na resolução das questões e se este modelo de ensino o agradou e satisfez suas expectativas.

A seguir, estão as três atividades propostas aos alunos, seus resultados e as análises feitas pelo autor. O pesquisador procurou colocar algumas respostas dos educandos com o intuito de apresentar as várias concepções no ponto de vista dos alunos.

IV.4.1 -Atividades Específicas

1) Dadas as seguintes configurações:

É possível, com base nas configurações, acertar a senha no próximo movimento? (justifique sua resposta)

Resposta esperada: *Como a segunda análise indica que todas as posições estão erradas, basta colocar os dois cartões amarelos nas duas primeiras posições, e como na primeira análise, apenas um cartão está na posição correta, este cartão só pode ser o amarelo, então o cartão verde não pode ocupar a última posição, sendo assim, a última posição só pode ser ocupada pelo cartão rosa. Portanto a senha correta é: amarelo, amarelo, verde, rosa*

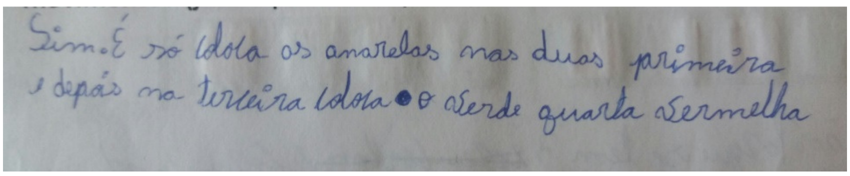


Figura 8. Resposta correta de um aluno- AE-1

Fonte: dados da avaliação específica

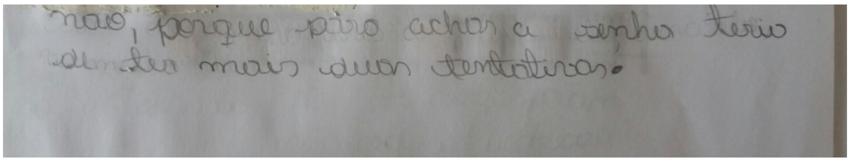


Figura 9. . Resposta errada de um aluno- AE-1

Fonte: dados da avaliação específica

Tabela 1. Atividade Específica – questão 1

Questão	Corretas	Erradas	Senhas corretas
1	20	5	16

Fonte: autoria própria

A pesquisa mostra que embora a maioria dos alunos tenha compreendido a proposta do jogo e as estratégias necessárias para desvendar a senha, eles na sua grande maioria não souberam descrever como conseguiram desvendar a senha, respondendo a questão de forma reduzida, apenas mostrando a senha correta. Dentre estes, quatro alunos não conseguiram acertar a senha, pois erraram as duas últimas cores, eles colocaram: *amarelo, amarelo, vermelho e verde.* De acordo com as respostas obtidas, estes alunos que erraram a senha, não observaram a primeira análise onde mostrava que só um cartão estava na posição correta, daí equivocaram-se na ordem de colocação dos cartões.

2) É possível ter a seguinte configuração, sabendo que são 6 cores diferentes para selecionar uma senha de quatro cores distintas? (justifique sua resposta)

Resposta esperada: *Não; se nenhuma das 4 cores faz parte da senha, só haveria 2 cores para preencher as 4 posições da senha, o que forçaria repetição, proibidas explicitamente pela regra.*

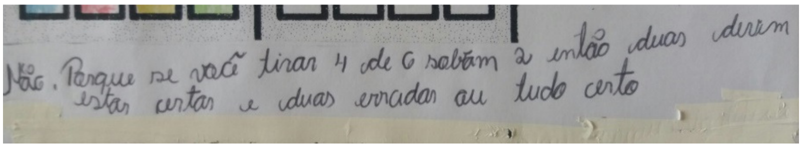


Figura 10. Resposta correta de um aluno-AE-2

Fonte: dados da avaliação específica

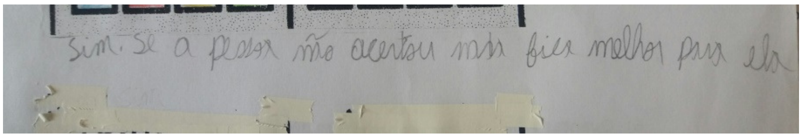


Figura 11. Resposta errada de um aluno-AE-2

Fonte: dados da avaliação específica

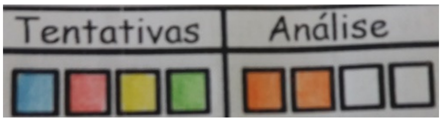
Tabela 2. Atividade Específica – questão 2

Questão	Corretas	Erradas
2	23	2

Fonte: autoria própria

Os dados mostram que os alunos perceberam a impossibilidade de ocorrer tal configuração, pois esta mesma situação ocorreu durante a familiarização com o jogo, no momento em que o pesquisador apresentava o jogo para a turma.

3) Esta configuração é possível, sabendo que foram escolhidas quatro cores em seis possíveis escolhas?



Resposta esperada: *Sim, pois pela configuração, duas cores estão certas, então as outras duas cores que ficaram de fora da formação completam a senha (na permutação correta).*

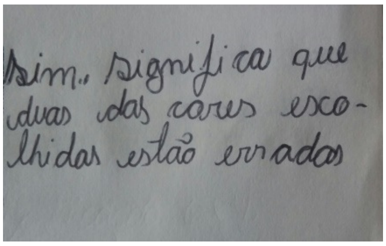


Figura 12. Resposta correta de um aluno-AE-3

Fonte: dados da avaliação específica

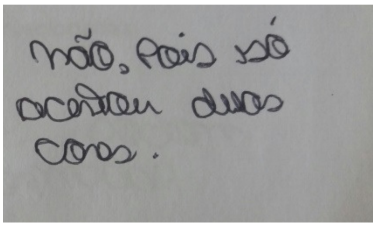


Figura 13. Resposta errada de um aluno-AE-3

Fonte: dados da avaliação específica

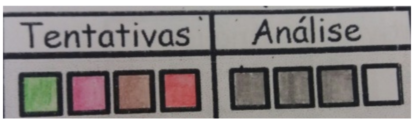
Tabela 3. Atividade Específica – questão 3

Questão	Corretas	Erradas
3	23	2

Fonte: autoria própria

Os dados mostram que os alunos perceberam a sutil diferença entre as questões 2 e 3, pois ao responderem à questão 2, identificaram a impossibilidade da configuração proposta ocorrer, com isso, analisaram que a situação proposta na questão 3 é perfeitamente possível ocorrer, fato identificado pela maioria dos estudantes.

4) Caso haja a seguinte configuração:



É possível afirmar que a senha foi descoberta, sabendo que foram escolhidas quatro cores em um total de seis cores e que uma mesma cor só pode aparecer uma vez? (justifique sua resposta)

Resposta esperada: *Não, pois não está determinado qual das quatro cores é incorreta e de acordo com a configuração, não há como determinar qual das duas cores disponíveis deve formar a senha.*

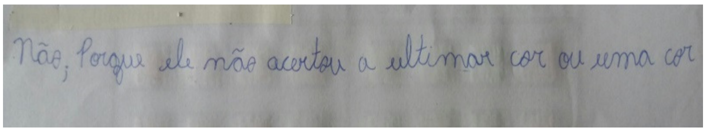


Figura 14. Resposta correta de um aluno-AE-4

Fonte: dados da avaliação específica

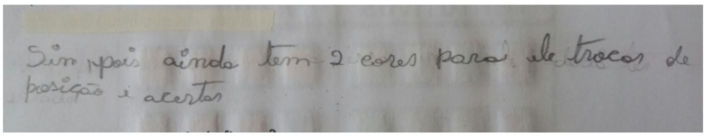


Figura 15. Resposta errada de um aluno-AE-4

Fonte: dados da avaliação específica

Tabela 4. Atividade Específica – questão 4

Questão	Corretas	Erradas
4	18	7

Fonte: autoria própria

Os alunos mostraram que dominam as regras do jogo, pois os relatos produzidos se aproximam e muito da resposta esperada. Já a minoria que errou a questão, mostrou conhecer as regras do jogo, mas desenvolveram a estratégia errada para conclusão da proposição.

5) Quantas senhas diferentes (de quatro cores) podem ser criadas utilizando as seis cores disponíveis, admitindo que as senhas sejam formadas utilizando cores distintas?

Resposta esperada: *360 senhas;(* $6 \times 5 \times 4 \times 3$*)*

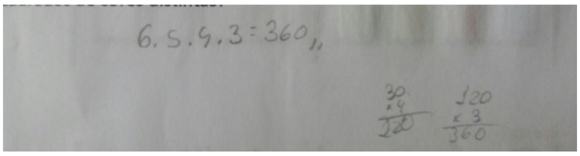


Figura 16. Resposta correta de um aluno-AE-5

Fonte: dados da avaliação específica

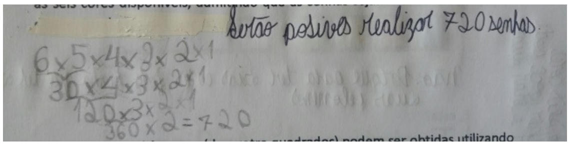


Figura 17. Resposta errada de um aluno-AE-5

Fonte: dados da avaliação específica

Tabela 5. Atividade Específica - questão 5

Atividade Específica	Corretas	Erradas
AE-5	16	9

Fonte: autoria própria

A pesquisa mostrou que a maioria dos alunos entendeu e acertou a questão, mas entre os resultados errados, o número 24 apareceu sete vezes, isso mostra que embora estes alunos tenham entendido o conceito do Princípio Fundamental da Contagem, eles não conseguiram estipular as possibilidades corretamente, acarretando efetuar o cálculo 4 x 6 = 24.

6) Quantas senhas diferentes (de quatro cores) podem ser obtidas utilizando as seis cores disponíveis admitindo que as senhas sejam formadas usando cores não necessariamente diferentes?

Resposta esperada: *1296 senhas.* $(6 \times 6 \times 6 \times 6)$

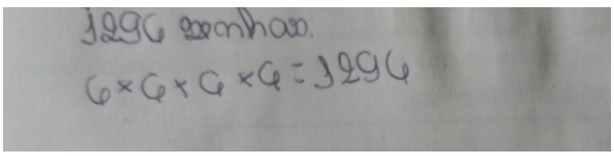


Figura 18. Resposta correta de um aluno-AE-6

Fonte: dados da avaliação específica

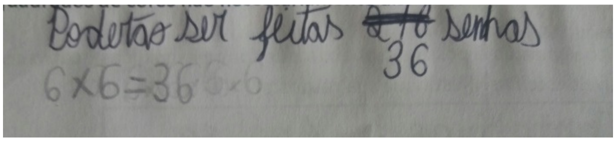


Figura 19. Resposta errada de um aluno-AE-6

Fonte: dados da avaliação específica

Tabela 6. Atividade Específica – questão 6

Questão	**Certa**	**Errada**
6	12	13

Fonte: autoria própria

Os dados coletados revelam que os educandos, embora entendam o PFC, não perceberam a sutileza do enunciado, quando o mesmo diz que as cores podem aparecer mais de uma vez, pois, 11 entre as questões erradas, traziam: 6 x 5 x 4 x 3 = 360 como resposta.

7) Sabendo que a senha inicia-se por: azul e verde, nesta ordem, que são utilizadas seis cores e que a senha é formada por quatro cores diferentes, quantas senhas podemos formar?

Resposta esperada: *12 senhas.* $(1 \times 1 \times 4 \times 3)$

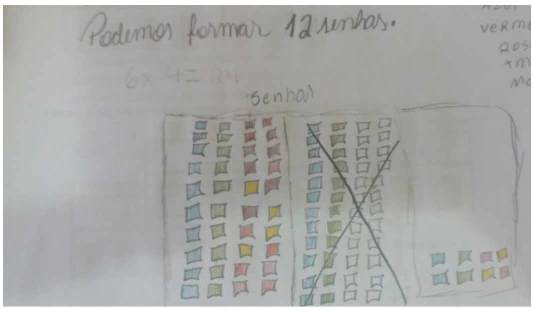


Figura 20. Resposta correta de um aluno-AE-7

Fonte: dados da avaliação específica

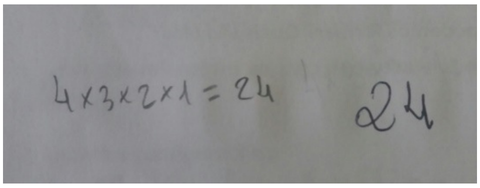


Figura 21. Resposta errada de um aluno-AE-7

Fonte: dados da avaliação específica

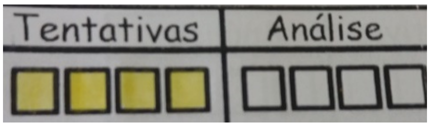
Tabela 7. Atividade Específica – questão 7

Questão	Certas	Erradas
7	8	17

Fonte: autoria própria

Os dados mostram que os alunos participantes desta pesquisa tentaram aplicar o PFC sem levar em consideração a restrição imposta na questão. Dentre os que erraram, onze acharam como resposta (4 x 6 = 24) e entre aqueles que acetaram, a maioria tentou escrever todas as possibilidades e depois contar, intuindo assim a *árvore das possibilidades* nesta questão.

8) Suponha agora que seja possível repetir cores na senha e que ainda são seis cores distintas ao todo.



Quantas possibilidades de senha temos, com essas novas regras?

Resposta esperada: *625 senhas.* $(5 \times 5 \times 5 \times 5)$

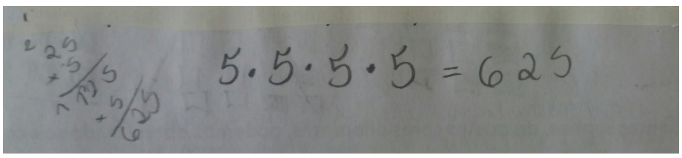


Figura 22. Resposta correta de um aluno-AE-8

Fonte: dados da avaliação específica

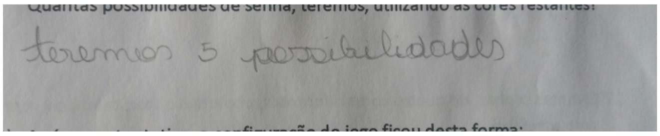


Figura 23. Resposta errada de um aluno-AE-8

Fonte: dados da avaliação específica

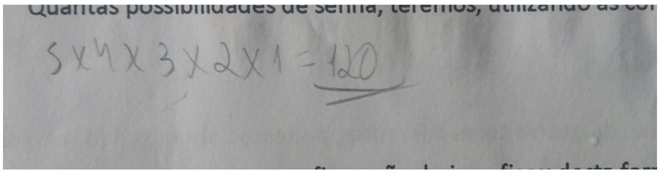


Figura 24. Resposta errada de um aluno-AE-8

Fonte: dados da avaliação específica

Tabela 8. Atividade Específica – questão 8

Questão	Corretas	Erradas
8	15	10

Fonte: autoria própria

Os dados mostram que embora a maioria dos alunos tenha relacionado certo a questão do jogo, quando entenderam que como o amarelo não fazia parte da senha, a possibilidade de cores cairia para cinco e daí aplicou corretamente o PFC. Entre os alunos que erraram, as respostas mais recorrentes foram: 5 e 120; os alunos, por falta de atenção, que responderam 5, atribuíram o número de cores restantes com o número de senhas que poderiam ser formadas. Já os alunos que acharam 120, não notaram que a senha poderia conter cores iguais, acarretando assim o erro no cálculo.

IV.4.2 – Verificação de aprendizagem

Na verificação de aprendizagem a seguir, o pesquisador procurou explorar questões cujas analogias poderiam ser feitas com as questões específicas do jogo da senha trabalhadas anteriormente.

As questões: 1, 2, 3, 4 e 6 podem ser resolvidas com o mesmo raciocínio da questão específica 5 (“ *Quantas senhas diferentes, de quatro cores, podem ser criadas utilizando as seis cores disponíveis, admitindo que as senhas sejam formadas utilizando cores distintas?”),* pois para resolvê-la, os alunos identificaram o número de possibilidades de cada cor ocupar uma posição na senha e efetuaram o produto entre essas possibilidades.

Já a questão de verificação de aprendizagem número 5 foi trabalhada anteriormente com o raciocínio para a resolução da questão específica 8 *(“Suponha agora que seja possível repetir cores na senha e que ainda são seis cores distintas ao todo”.)* Naquela ocasião, os alunos após verificarem, pela primeira análise, que tinham cinco possibilidades de cores e que estas poderiam repetir, aplicaram o PFC, efetuando corretamente o produto.

1) De quantas formas diferentes é possível pintar as três faixas abaixo, usando sem repetir, as cores vermelha, verde e azul?

Resposta esperada: *6 formas diferentes.* $(3 \times 2 \times 1)$

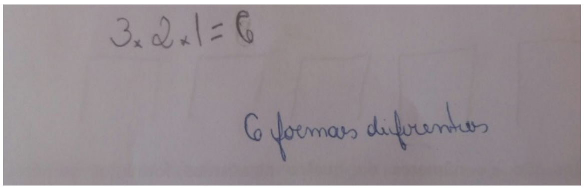


Figura 25. Resposta correta de um aluno-VA-1

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

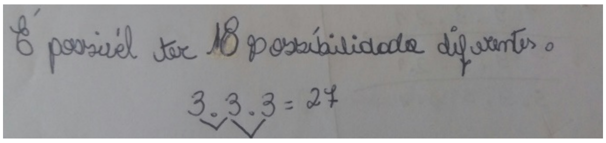


Figura 26. Resposta errada de um aluno-VA-1

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

Tabela 9. Verificação de aprendizagem - questão 1

Questão	Corretas	Erradas
1	16	9

Fonte: autoria própria

2) Bruno foi a uma loja de roupas e sapatos e comprou os seguintes itens:

- Uma bermuda branca, uma azul e outra vermelha;

- Uma camiseta amarela, uma lilás, uma verde e outra cinza;
- Um tênis branco e outro preto.
  De quantas maneiras diferentes ele pode combinar as roupas com os tênis?

  Resposta esperada: *24 maneiras diferentes* $(3 \times 4 \times 2)$

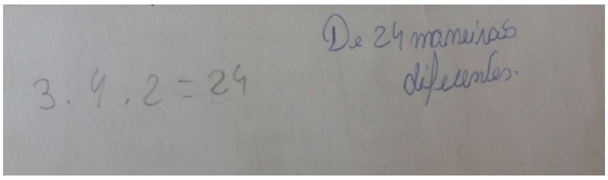


Figura 27. Resposta correta de um aluno-VA-2

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

Figura 28. Resposta errada de um aluno-VA-2

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

Tabela 10. Verificação de aprendizagem - questão 2

Questão	Corretas	Erradas
2	14	11

Fonte: autoria própria

3) O grêmio estudantil de uma escola realiza eleições para o preenchimento das vagas de sua diretoria. Para presidente apresentam-se cinco candidatos; para vice-presidente, oito candidatos e para secretário, seis candidatos. Quantas chapas podemos formar?

   Resposta esperada: *240 chapas* $(5 \times 8 \times 6)$

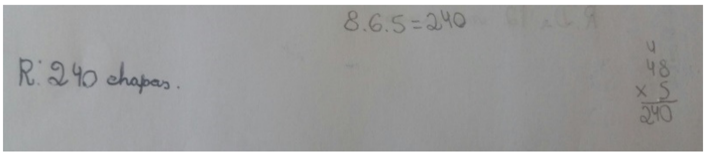


Figura 29. Resposta correta de um aluno-VA-3

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

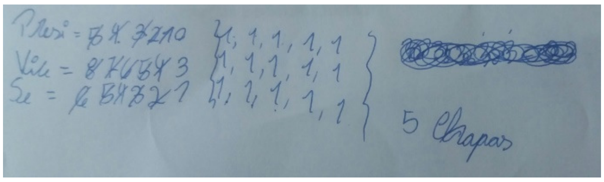


Figura 30. Resposta errada de um aluno-VA-3

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

Tabela 11. Verificação de aprendizagem - questão 3

Questão	Corretas	Erradas
3	19	6

Fonte: autoria própria

4) Sabendo que um salão tem cinco portas, determine o número de maneiras distintas de entrar nele e sair dele sem usar a mesma porta.

Resposta esperada: *20 maneiras* (5×4)

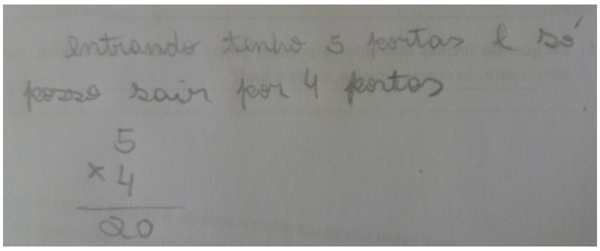


Figura 31. Resposta correta de um aluno-VA-4

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

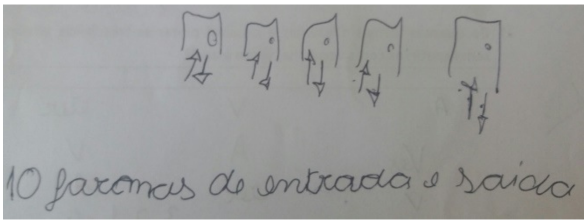


Figura 32. Resposta errada de um aluno-VA-4

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

Tabela 12. Verificação de aprendizagem - questão 4

Questão	Corretas	Erradas
4	9	16

Fonte: autoria própria

5) Quantos são os números de quatro algarismos formados somente por algarismos ímpares?

Resposta esperada: *625 números* $(5 \times 5 \times 5 \times 5)$

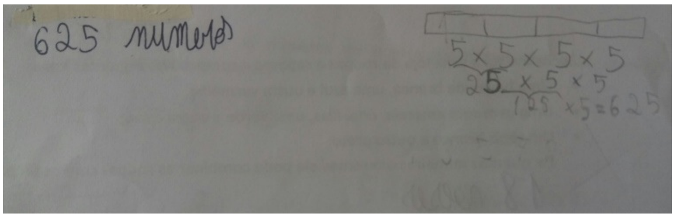


Figura 33. Resposta correta de um aluno-VA-5

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

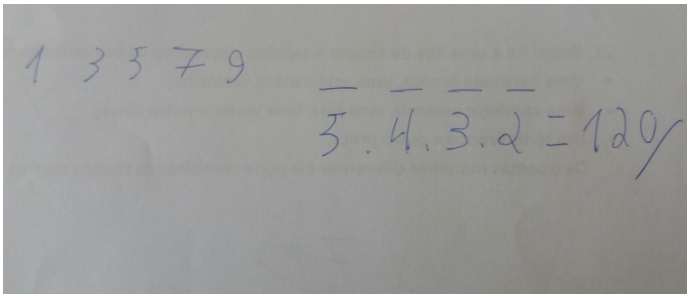


Figura 34. Resposta errada de um aluno-VA-5

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

Tabela 13. Verificação de aprendizagem - questão 5

Questão	Corretas	Erradas
5	10	15

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

6) Em uma lanchonete são oferecidos quatro sabores de suco (laranja, cajá, morango e uva) e três tipos de sanduíche (natural, queijo e misto). Se Ana escolher um suco um sanduíche dessa lanchonete, de quantas maneiras diferentes poderá lanchar?

Resposta esperada: *12 maneiras diferentes*

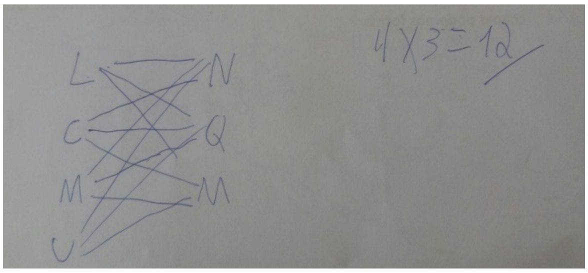


Figura 35. Resposta correta de um aluno-VA-6

Fonte: dados da verificação de aprendizagem

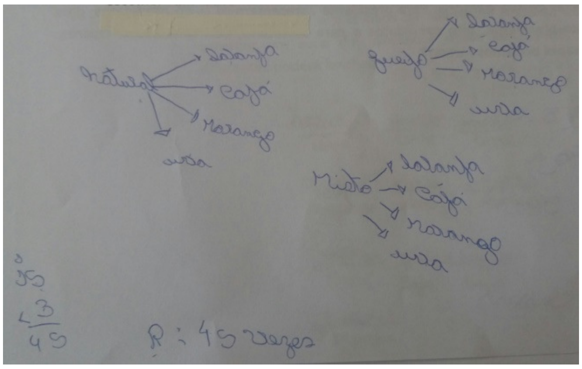


Figura 36. Resposta errada de um aluno-VA-6

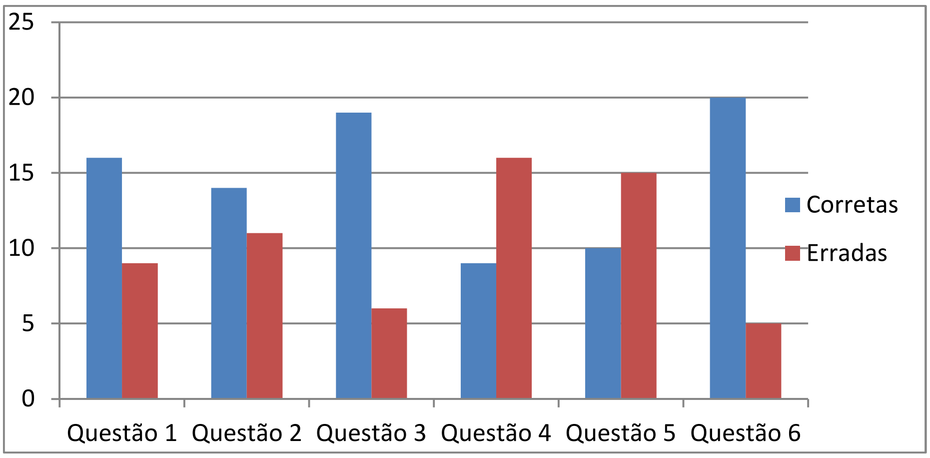
Fonte: dados da verificação de aprendizagem-VA-6

Tabela 14. Verificação de aprendizagem - questão 6

Questão	Corretas	Erradas
6	20	5

Fonte: autoria própria

IV.3 - Gráfico da Verificação de aprendizagem



Fonte: autoria própria

A pesquisa mostra, de acordo com os dados coletados, que a aprendizagem dos alunos em relação ao Princípio Fundamental de Contagem foi satisfatória, pois os alunos entenderam que a multiplicação entre as possibilidades é uma eficaz maneira de contagem. No entanto, em questões relacionadas à Permutações Simples, é notória a falta de experiência em relação à questões sobre este assunto, acarretando assim confusão na determinação da quantidade de possibilidades de certo evento ocorrer.

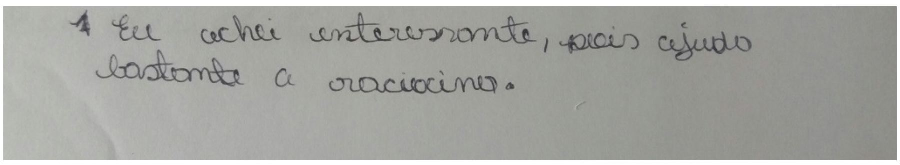
Observa-se que o método utilizado como forma de dinamizar e qualificar o ensino dos referidos assuntos é bastante promissor, haja vista que na maioria das questões, o número de alunos que obtiveram acertos foi superior aos que erraram, com exceção das questões 4 e 5, que traziam um grau de abstração pouco trabalhado no experimento.

Nas questões de aprendizagem, em comparação com turmas de anos anteriores, o pesquisador percebeu uma melhora significativa em relação aos assuntos propostos com o auxílio do jogo da senha. Nas turmas anteriores em que o pesquisador aplicou o ensino convencional, ou seja, apresentação do assunto através de exposição oral seguido de exemplos e exercícios de fixação, os alunos apresentavam muita dificuldade em compreender o porquê da multiplicação entre as possibilidades de certo evento ocorrer, bem como a diferença que ocorre quando permutamos os números. Com o jogo da senha, os discentes compreenderam na prática como estas mudanças ocorrem e sendo assim, compreenderam melhor como se aplica o Princípio Fundamental de Contagem e as Permutações Simples.

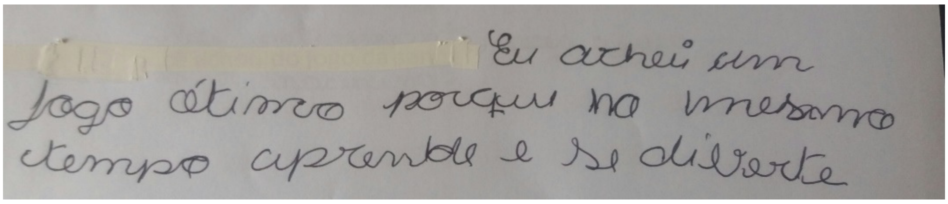
Neste contexto, a proposta de aula com auxílio do jogo da senha é uma boa ferramenta para obter êxito no ensino do Princípio Fundamental de Contagem e de Permutações Simples, uma vez que tais assuntos são de difícil entendimento e necessitam de uma maneira clara e lúdica para serem abordadas.

IV.4.4 – Questionário: Uso do jogo da senha

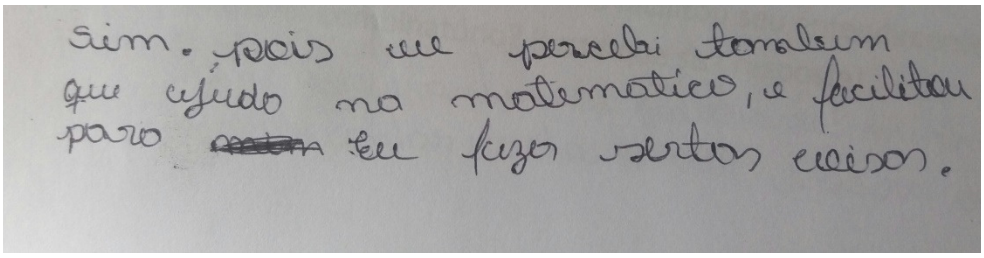
1) O que você achou do jogo da senha? (justifique sua resposta)

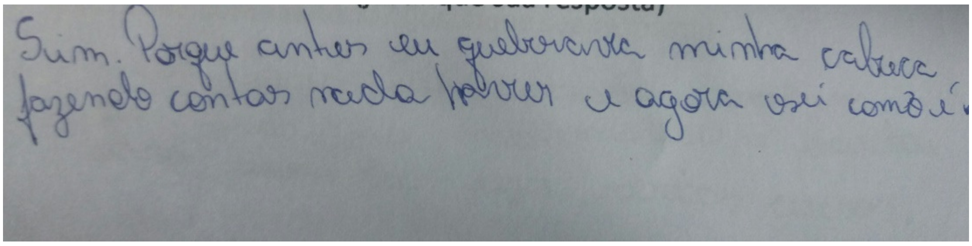


1 Eu achei interessante, pois ajudo bastante a raciocino.

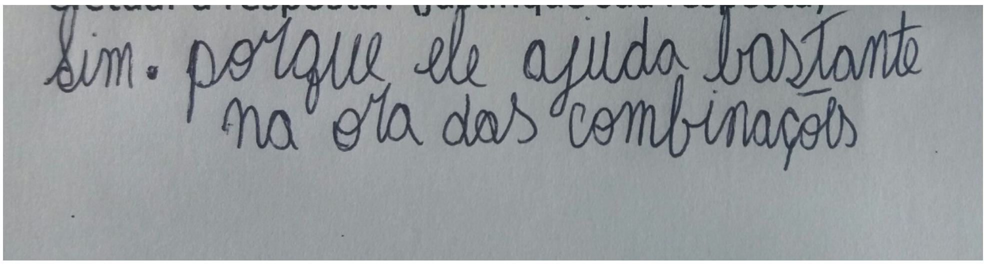

Eu achei um jogo ótimo porque no mesmo tempo aprende e se diverte

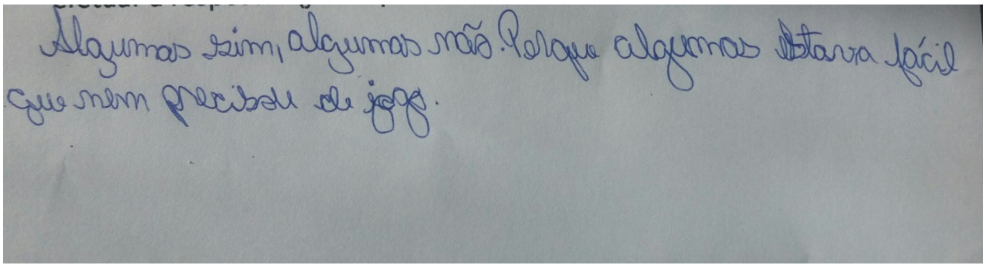
2) Você acha que o jogo da senha facilitou seu entendimento sobre o raciocínio combinatório? (justifique sua resposta)


Sim. pois eu percebi tambem que ajudo na matematico, e facilitou paro eu fazer sertas coisas.

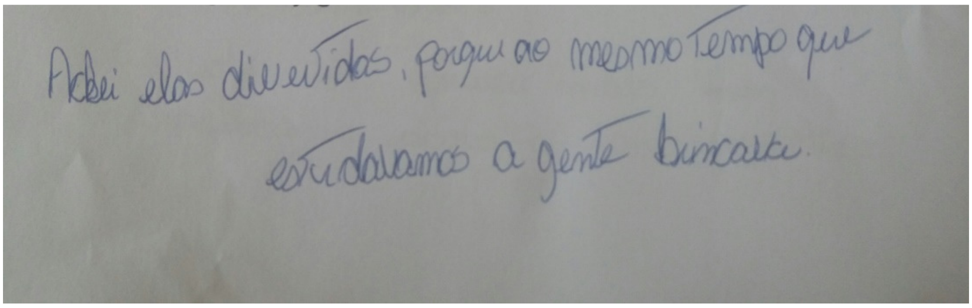

Sim. Porque antes eu quebrava minha cabeça fazendo contas nada haver e agora sei como é.

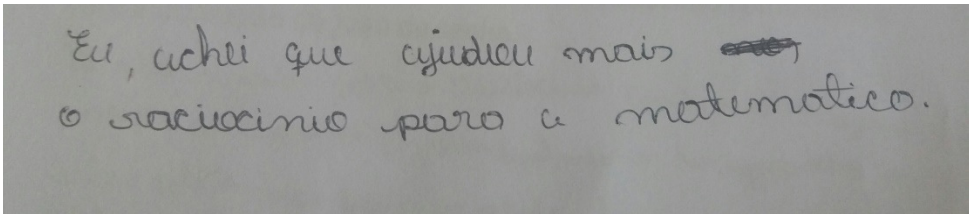
3) Ao responder as questões, você utilizou o jogo da senha para efetuar a resposta? (justifique sua resposta)


Sim. porque ele ajuda bastante na ora das combinaçoes


Algumas sim, algumas não. Porque algumas estava fácil que nem precisou de jogo.

4) Conte o que você achou das aulas sobre raciocínio combinatório com a utilização do jogo da senha.


Achei elas divertidas, porque ao mesmo tempo que estudavamos a gente brincava.


Eu, achei que ajudou mais o raciocinio para a matematica.

Embora este trabalho tenha apresentado apenas alguns relatos, o questionário deixa claro que foi grande aceitação da proposta de ensino por parte dos alunos, na maioria dos depoimentos, o aluno destaca a forma lúdica em que aprendeu os assuntos abordados e o quanto foi facilitador da aprendizagem o jogo da senha.

Durante os questionamentos, era grande o entusiasmo dos educandos em responder sobre a experiência metodológica que acabara de fazer parte, alguns alunos procuraram o autor e indagaram se as outras aulas poderiam ser no mesmo formato. Diante das manifestações de satisfação dos alunos e dos resultados apresentados para os problemas que envolvem o Princípio Fundamental de Contagem e Permutações simples, o jogo da senha fará parte dos planos de aula do autor em relação a estes assuntos.

V - CONCLUSÃO

V.1 - Considerações finais

O desenvolvimento deste trabalho possibilitou uma análise de como o uso do jogo da senha pode ser útil para a aprendizagem de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em relação ao Princípio Fundamental de Contagem e Permutações Simples, uma vez que abordagem destes assuntos por uma forma didática e lúdica possibilita a integração do educando como sujeito ativo no processo de sua aprendizagem.

De uma forma geral, os alunos mostraram amplo interesse na metodologia aplicada, pois esta forma de lecionar o conteúdo promoveu uma estimulação gradual do raciocínio combinatório, uma vez que ao se depararem, primeiramente, com situações durante o jogo e posteriormente na resolução dos problemas apresentados na verificação de aprendizagem, as estratégias de resolução eram associadas às situações vivenciadas na prática pelo aluno, facilitando assim o seu entendimento.

Os alunos também mostraram muito interesse em saber se outros conteúdos programáticos poderiam ser lecionados da mesma forma, pois tamanha foi a diferença de aprendizado em relação às chamadas aulas convencionais (aquelas constituídas de exposições orais, seguidas de exemplos e problemas de aplicação).

O jogo da senha como mediador no processo de ensino do Princípio Fundamental de Contagem e Permutações simples mostrou-se útil, uma vez que aproximou o aluno na construção da sua aprendizagem, pois ao participar dos jogos desenvolvendo estratégias, o educando passa a ser ativo neste processo. Neste contexto, os referidos assuntos da análise combinatória passam a ser vistos não mais como algo que traz receio, mas algo prazeroso e estimulante para se aprender, despertando assim a atenção e o raciocínio combinatório.

REFERÊNCIAS BOBLIOGRÁFICAS

BATLLORI, Jorge. “**Jogos para treinar o cérebro”**: desenvolvimento de habilidades cognitivas e sociais. São Paulo; Madras, 2006.

BARCELLOS, J.; CAMPOS, K. “**O lúdico na educação matemática”.** 3 f. Artigo. Colégio Pedro II. Disponível em: http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/O-L%C3%9ADICO-NA-EDUCA%C3%87%C3%83O-MATEM%C3%81TICA-JOGOS-COMO-FERRAMENTAS-PEDAG%C3%93GICAS.pdf

BARRA TEXEIRA, Cristiane. “**O professor como agente principal da mudança na sua prática pedagógica**”. Artigo. Piauí (2010). Disponível em : http://leg.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.encontro.2010/GT.1/GT_01_27_2010.pdf

BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO. Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática. Brasília: MEC/SEF,1998.

BRASIL. Parecer CNE/CEB nº 11/2010 – Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 anos. Processo: 23001.000168/2009-57

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional: Lei n. 9.394/96. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/diretrizes.pdf >

CABRAL, M. “**A utilização de jogos no ensino de matemática”**.2006. 52 f. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis – SC, 2006.

ATIBAIA, Colégio coc. Site. São Paulo (2016) Disponível em: https://www.cocatibaia.com.br/fundamental-ii

DANTE, L. R. “**Matemática”**: Ensino Médio, volume único. São Paulo: Ática, 2005, 504 p.

GRANDO, R.C. “**O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula”.** Tese (doutorado). Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, SP, 2000. Disponível em: http:www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000223718

GRANDO, R. C. **"O Jogo suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino Aprendizagem da Matemática".** 1995. 194 f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 1995.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; Almeida, Nilze. "**Matemática: Ciência e aplicações".** 2ª edição – São Paulo. Ed. atual. 2004.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Sinopse estatística da educação básica: censo da educação básica de 2009. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/basica-censo-escolar-sinopse-sinopse. Acesso em 05/12/2016.

MARQUES, M.de C. P.; PERIN, C.L.; SANTOS, E. "**Contribuição dos jogos matemáticos na aprendizagem dos alunos da 2ª fase do 1º ciclo da Escola Estadual 19 de maio".** Artigo. Alta Floresta, 2013

MORGADO, A.; CARVALHO, P.; CARVALHO, J. P.; FERNANDEZ, P. "**Análise Combinatória e Probabilidade".** Rio de Janeiro: Graftex 1991.

SILVA, P. M. T. "**O desenvolvimento do raciocínio combinatório na educação de jovens e adultos: Uma abordagem através de jogos e resolução de problemas".** 2013. 69 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Vale do São Francisco. Juazeiro-BA, 2013.

VIANA, M. A. A. "**A matemática no ensino fundamental".** Artigo. Minas Gerais, 2006.